EXAMEN FINAL ORDINARIO DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS I. 17/1/2024.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO.

APELLIDOS, NOMBRE: DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida.

1. A lo largo del último mes hemos puesto gasolina en nuestra moto en tres ocasiones. Siempre hemos puesto la misma cantidad de euros. En la primera ocasión a 1,10€/litro, la segunda vez a 1,60€/litro y la última a 1,50€/litro. ¿Cuál ha sido el precio medio pagado por litro?

A) 1,40 B) 1,36 C) 1,37 D) 1,35

2. A lo largo del último mes hemos puesto gasolina en nuestra moto en tres ocasiones. Siempre hemos puesto la misma cantidad de litros. En la primera ocasión a 1,10€/litro, la segunda vez a 1,60€/litro y la última a 1,50€/litro. ¿Cuál ha sido el precio medio pagado por litro?

A) 1,40 B) 1,36 C) 1,37 D) 1,35

3. La frecuencia relativa o proporción de datos dentro del intervalo $\left(\bar{x}-kS\,,\,\bar{x}+kS\right)$ es:

A) $\leq 1-\frac{1}{k^2}$ B) $\leq \frac{1}{k^2}-1$ C) $\geq 1-\frac{1}{k^2}$ D) $\geq \frac{1}{k^2}-1$

4. Si $Y=a+bX$ $(b<0)$ se ajusta perfectamente a los valores de X e Y:

A) $r_{xy}=1$ B) $r_{xy}=0$ C) $r_{xy}=-1$ D) $-1<r_{xy}<1$

5. El índice de Laspeyres es una media:

A) Aritmética ponderada C) Armónica ponderada
B) Aritmética no ponderada D) Armónica no ponderada

6. Se tienen datos cuatrimestrales de las ausencias laborales en una empresa. Su recta de tendencia es $\tau(t)=12t-24000$. Según la tendencia, cuál será el número de ausencias laborales en el primer cuatrimestre de 2024:

A) 288 B) 283,5 C) 285 D) 284

7. $P(X)=0{,}6$ $P(Y)=p$ $P(X\cup Y)=0{,}8$. Si X e Y son incompatibles:

A) $p=0{,}75$ B) $p=0{,}5$ C) $p=0{,}25$ D) $p=0{,}2$

8. Señale la correcta:

A) $P\left(\bar{A}/\bar{B}\right)=1-P\left(A/B\right)$ C) $P\left(\bar{A}/B\right)=1-P\left(\bar{B}/A\right)$

B) $P\left(\bar{A}/\bar{B}\right)=1-P\left(\bar{A}/B\right)$ D) $P\left(\bar{A}/B\right)=1-P\left(A/B\right)$

9. Sea una variable aleatoria bidimensional $(X,\ Y)$ con función de densidad $f\,(x,y)$ y funciones de densidad marginales $f_X(x)$ y $f_Y(y)$. Si X e Y son independientes entonces:

A) $f\,(x,y)=f_X(x)\,f_Y(y)$ C) A y B son ciertas
B) $COV[X,Y]=0$ D) Todas son falsas

10. Si X es una variable aleatoria Binomial, $B(n,p)$, su distribución de probabilidad es:

A) $P[X=x]=\binom{n}{x}p^{n-x}q^{x}$ C) $P[X=x]=\binom{n}{n-x}p^{n-x}q^{x}$

B) $P[X=x]=\binom{n}{x}p^{x}q^{n-x}$ D) $P[X=x]=\binom{np}{x}p^{x}q^{n-x}$

11. Un banco ha repartido beneficios entre sus 3000 accionistas según se recoge en la siguiente tabla:

beneficios	**número de accionistas**	x_i	$x_i n_i$	N_i	p_i	u_i	q_i
0-1000	300	500	150000	300	10	150000	1,11
1000-3000	900	2000	1800000	1200	40	1950000	14,44
3000-5000	1200	4000	4800000	2400	80	6750000	50,00
5000-10000	300	7500	2250000	2700	90	9000000	66,67
10000-20000	300	15000	4500000	3000	100	13500000	100

a) (0,5 puntos) Mediana **b)** (0,5 puntos) Índice de Gini

12. (1 punto) Una fábrica de cerveza ha tomado al azar 10 semanas del año, observando la temperatura media en cada una de ellas y los miles de litros de cerveza demandados. Los datos recogidos se resumen en la siguiente tabla:

	$Cerveza$	$Temperatura$	$Cerveza^2$	$Temperatura^2$	$Cerveza \times Temperatura$
	33	12	1089	144	396
	66	21	4356	441	1386
	…	…	…	…	…
TOTAL:	**640**	**220**	**47140**	**5492**	**16044**

¿En qué medida el consumo de cerveza depende de la temperatura media según una relación lineal?

13. (1 punto) La evolución de los precios de consumo durante los últimos años ha sido:

	2019	2020	2021	2022	2023
IPC% (base 2010)	120	129	135	138	142

Calcule la tasa de crecimiento medio anual de los precios de consumo (en %).

14. (1 punto) El número de llamadas (expresado en cientos de miles) de los abonados de la compañía *Noteoigo* durante cada trimestre ha sido:

Y(t)	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre
2018	320	360	280	400
2019	440	480	320	440
2020	480	520	440	560
2021	600	640	480	680
2022	720	720	560	800
Media:	**512**	**544**	**416**	**576**

Sabiendo que la recta de tendencia es $\tau(t) = 90t - 181288$ obtenga la variación estacional utilizando el método de las medias simples para un modelo aditivo.

15. (1 punto) La probabilidad de que suba la libra es 0,4. La probabilidad de que suba el dólar es 0,5. La probabilidad de que suba el dólar cuando sube la libra es 0,8. ¿Cuál es la probabilidad de que no suban ambas monedas?

16. (1 punto) El cine Madrigal tiene diariamente tres sesiones de la misma película danesa, la de mañana con un promedio de 5 espectadores, la de tarde con 7 espectadores de media y la nocturna con una media de 4. Qué probabilidad hay de que un día la taquilla del Madrigal sea entre 10 y 15 personas.

17. Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 \le x \le 1 \\ 0 & \textit{en otro caso} \end{cases}$$

a) (0,5 puntos) Esperanza. **b)** (0,5 puntos) $P\left[\frac{1}{2} \le X \le 2\right]$

SOLUCIONES:

11.

$L_{i-1} - L_i$	p_i	q_i
0-1000	10	1,11
1000-3000	40	14,44
3000-5000	80	50,00
5000-10000	90	66,67
10000-20000	100	100
Suma:	320	232,22

a)

L_i	p_i
3000	40
Me	50
5000	80

$$\frac{5000-3000}{Me-3000} = \frac{80-40}{50-40} \quad \Rightarrow \quad Me = 3500$$

b)

$$I_G = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} p_i} = 1 - \frac{132,22}{220} = 0,399$$

12. *X=temperatura* *Y=demanda de cerveza*

$$n = 10 \qquad \bar{x} = \frac{220}{10} = 22 \qquad \bar{y} = \frac{640}{10} = 64$$

$$S_x^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \right) - \bar{x}^2 = \frac{5492}{10} - 22^2 = 65,2 \qquad S_y^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i^2 \right) - \bar{y}^2 = \frac{47140}{10} - 64^2 = 618$$

$$S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\,\bar{y} = \frac{16044}{10} - (22 \times 64) = 196,4 \qquad r^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_x^2\, S_y^2} = \frac{196,4^2}{65,2 \times 618} = 0,9573$$

En un 95,73%, la variación en el consumo de cerveza depende de la temperatura media.

13.

$$\sqrt[4]{\frac{142}{120}} - 1 = 0,04298 \qquad (4,298\%)$$

14. $\dfrac{b}{s}=\dfrac{90}{4}=22,5$ aumenta la tendencia cada trimestre

Y(t)	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre	
2018	320	360	280	400	
2019	440	480	320	440	
2020	480	520	440	560	
2021	600	640	480	680	
2022	720	720	560	800	
media	512	544	416	576	media global corregida
media corregida	512	521,5	371	508,5	478,25
V.E.	33,75	43,25	-107,25	30,25	

$512-478,25=33,75 \quad \ldots$

15.

$P(L\cap D)=P(L)P\left(D/L\right)=0,4\times 0,8=0,32$ $\qquad P\left(\overline{L\cap D}\right)=1-P(L\cap D)=1-0,32=0,68$

16. X = número de espectadores en la sesión de mañana $\rightarrow P(5)$

Y = número de espectadores en la sesión de tarde $\rightarrow P(7)$

Z = número de espectadores en la sesión de noche $\rightarrow P(4)$

T = número total de espectadores en un día $\rightarrow P(5+7+4)=P(16)$

$$P[10\le T\le 15]=P[T=10]+P[T=11]+P[T=12]+P[T=13]+P[T=14]+P[T=15]=$$

$$=\frac{e^{-16}16^{10}}{10!}+\frac{e^{-16}16^{11}}{11!}+\frac{e^{-16}16^{12}}{12!}+\frac{e^{-16}16^{13}}{13!}+\frac{e^{-16}16^{14}}{14!}+\frac{e^{-16}16^{15}}{15!}=$$

=0,0341+0,0496+0,0661+0,0814+0,0930+0,0992=0,4234

17.

$$f(x)=\begin{cases}6\left(x-x^2\right) & 0\le x\le 1\\ 0 & resto\end{cases}$$

a)

$$E[X]=\int_{-\infty}^{\infty}x\,f(x)dx=\int_0^1 x6\left(x-x^2\right)dx=6\int_0^1\left(x^2-x^3\right)dx=6\left(\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1-\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1\right)=6\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=6\frac{1}{12}=\frac{1}{2}$$

b)

$$P\left[\frac{1}{2}\le X\le 2\right]=\int_{\frac{1}{2}}^1 6\left(x-x^2\right)dx+\int_1^2 0\,dx=6\int_{\frac{1}{2}}^1\left(x-x^2\right)dx=$$

$$=6\left(\left[\frac{x^2}{2}\right]_{\frac{1}{2}}^1-\left[\frac{x^3}{3}\right]_{\frac{1}{2}}^1\right)=6\left(\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right]-\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{24}\right]\right)=6\left(\frac{2}{24}\right)=\frac{1}{2}$$