EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS I. 7/2/2024.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO.

APELLIDOS, NOMBRE: DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida.

1. Para conocer el consumo medio de nuestro nuevo coche lo hemos puesto a prueba en tres ocasiones (en cada una hemos recorrido 100 kilómetros, pero en distintas condiciones de conducción: ciudad, carretera comarcal y autopista). En la primera ocasión recorrimos 8 kilómetros por cada litro, la segunda vez 13 km/l y la última 11 km/l. ¿Cuál ha sido el consumo medio en los 300 kilómetros recorridos?
A) 10,24 km/l B) 10,35 km/l C) 10,46 km/l D) 10,67 km/l

2. Para conocer el consumo medio de nuestro nuevo coche lo hemos puesto a prueba en tres ocasiones (en cada una hemos recorrido 100 kilómetros, pero en distintas condiciones de conducción: ciudad, carretera comarcal y autopista). En la primera ocasión consumió 13 litros cada 100 kilómetros, la segunda vez 8 l/100km y la última 11 l/100km. ¿Cuál ha sido el consumo medio en los 300 kilómetros recorridos?
A) 10,24 l/100km B) 10,35 l/100km C) 10,46 l/100km D) 10,67 l/100km

3. El cambio de escala no afecta al valor de:
A) Momentos centrados B) Momentos no centrados C) Coeficiente de variación D) Covarianza

4. Si la recta *Y=5+0,5X* se ajusta perfectamente a los valores de *X* e *Y*:
A) $r_{xy} = 1$ B) $r_{xy} = 0$ C) $r_{xy} = -1$ D) $r_{xy} = 0,5$

5. El índice de Paasche es una media:
A)Geométrica ponderada B)Geométrica no ponderada C)Armónica ponderada D)Armónica no ponderada

6. Se tienen datos cuatrimestrales de las ausencias laborales en una empresa. Los índices de variación estacional para los tres primeros cuatrimestres son: *IVE(1ºCuatr.)*=25%, *IVE(2ºCuatr.)*=125%, *IVE(3ºCuatr.)*=225%. El *IVE(4ºCuatr.)* es:
A) 325% B) -375% C) 125% D) 25%

7. *P(X)*=0,6 *P(Y)=p* *P(X*∪*Y)*=0,8 . Si *X* e *Y* son independientes:
A) *p*=0,75 B) *p*=0,2 C) *p*=0,5 D) *p*=0,25

8. Señale la correcta:
A) $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=1-P\left(A\cap B\right)$ C) $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=1-P\left(\overline{A\cap B}\right)$
B) $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=1-P\left(A\cup B\right)$ D) $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=1-P\left(\overline{A\cup B}\right)$

9. Sea *X* una variable aleatoria continua con función de distribución *F(x)* y función de densidad *f(x)*. La mediana, *Me,* verifica:
A) $f(\frac{1}{2}) = Me$ B) $f(Me) = \frac{1}{2}$ C) $F(\frac{1}{2}) = Me$ D) $F(Me) = \frac{1}{2}$

10. Sean *X* e *Y* dos variables aleatorias independientes que siguen distribuciones de Poisson con parámetros λ y μ respectivamente, entonces la variable aleatoria *X+Y* sigue una distribución de Poisson con media:
A) $\lambda\mu$ B) $\lambda+\mu$ C) λ^{μ} D) μ^{λ}

11. Un banco ha repartido beneficios entre sus 300 accionistas según se recoge en la siguiente tabla:

beneficios	número de accionistas	x_i	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$	N_i	p_i	u_i	q_i
0-100	30	50	1500	75000	30	10	1500	1,11
100-300	90	200	18000	3600000	120	40	19500	14,44
300-500	120	400	48000	19200000	240	80	67500	50,00
500-1000	30	750	22500	16875000	270	90	90000	66,67
1000-2000	30	1500	45000	67500000	300	100	135000	100
Suma:	**300**		**135000**	**107250000**		**320**		**232,22**

a) (0,5 puntos) Mediala **b)** (0,5 puntos) Coeficiente de variación

12. (1 punto) Se estudia un conjunto de tiendas y se recaba información sobre el tiempo de funcionamiento en años (*Y*) y el beneficio anual en miles de euros (*X*):

X \ Y	**0-30**	**30-60**	**60-90**
0-100	19	5	1
100-500	1	5	19

Calcule el coeficiente de correlación lineal e interprete su valor.

13. (1 punto) La tasa de variación del precio de la gasolina en los primeros cinco meses de un año ha sido del 5%. Si se mantiene la misma tendencia el resto del año ¿cuál será la tasa de variación anual del precio de la gasolina?

14. (1 punto) El número de llamadas (expresado en cientos de miles) de los abonados de la compañía *Noteoigo* durante cada trimestre y la variación estacional (V.E.) para un modelo aditivo han sido:

Y(t)	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre
2018	320	360	280	400
2019	440	480	320	440
2020	480	520	440	560
2021	600	640	480	680
2022	720	720	560	800
V.E.	33,75	43,25	-107,25	30,25

Sabiendo que la recta de tendencia es $\tau(t) = 90t - 181288$, estime (usando tendencia y variación estacional) el número de llamadas para el segundo trimestre de 2024.

15. (1 punto) La probabilidad de que suba la libra es 0,5. La probabilidad de que suba el dólar es 0,6. La probabilidad de que suba el dólar cuando sube la libra es 0,8. ¿Cuál es la probabilidad de que sólo suba una de las dos monedas?

16. El peso en kilos de las truchas del río Hudson sigue la siguiente función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \dfrac{3x^2 + 2x}{16} & 0 \le x \le 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

a) (0,5 puntos) Una pescadora novata quiere conocer el peso medio de estas truchas. Calcúlelo.
b) (0,5 puntos) Qué probabilidad hay de pescar una trucha en este río y que pese más de medio kilo y menos de 2 kilos.

17. Sea *X* una variable aleatoria con una distribución binomial *B*(4; 0,25). Rellene la siguiente tabla y calcule:

x_i					
$p_i = P[X = x_i]$					

a) (0 ,5 puntos) Función de distribución**.** **b)** (0,5 puntos) Mediana.

SOLUCIONES:

11. **a)** Ml=500

b) $\bar{x} = \frac{135000}{300} = 450$ $\qquad S_x^2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \bar{x}^2 = \frac{107250000}{300} - 450^2 = 155000$ $\qquad S_x = 393,7$

$$CV = \frac{S_x}{\bar{x}} = \frac{393,7}{450} = 0,8749$$

12.

X/Y	**15**	**45**	**75**	$n_{i\bullet}$	$x_i n_{i\bullet}$	$x_i^2 n_{i\bullet}$
50	19 $\boxed{14250}$	5 $\boxed{11250}$	1 $\boxed{3750}$	25	1250	62500
300	1 $\boxed{4500}$	5 $\boxed{67500}$	19 $\boxed{427500}$	25	7500	2250000
$n_{\bullet j}$	20	10	20	n=50	8750	2312500
$y_j n_{\bullet j}$	300	450	1500	2250		
$y_j^2 n_{\bullet j}$	4500	20250	112500	137250		

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_{i\bullet} = \frac{8750}{50} = 175 \qquad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{p} y_j n_{\bullet j} = \frac{2250}{50} = 45$$

$$S_{xy} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p} x_i y_j n_{ij}\right) - \bar{x}\,\bar{y} = \frac{14250 + ... + 427500}{50} - (175 \times 45) = \frac{528750}{50} - 7875 = 2700$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_{i\bullet} - \bar{x}^2 = \frac{2312500}{50} - 175^2 = 15625 \qquad \Rightarrow \quad S_x = 125$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{p} \left(y_j - \bar{y}\right)^2 n_{\bullet j} = \frac{137250}{50} - 45^2 = 720 \qquad \Rightarrow \quad S_y = 26,8328$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{2700}{125 \times 26,8328} = 0,805$$

El valor positivo de r_{xy} indica que predomina una relación directa entre las variables, es decir, a más años en funcionamiento le corresponde mayor beneficio, a menos años en funcionamiento le corresponde menor beneficio.

13. $(1+0,05)^{12/5} - 1 = 0,1242$ $\qquad$ (12,42%)

14. $\frac{90}{4} = 22,5$ aumenta la tendencia cada trimestre. $\qquad \frac{22,5}{2} = 11,25$ aumenta la tendencia en medio trimestre.

$\tau(2024) = (90 \times 2024) - 181288 = 872$ tendencia en el punto medio de 2024.

872-11,25=860,75 tendencia en el punto medio del segundo trimestre de 2024

$\hat{Y}(2^{o}\,trim.\,2024) = \tau(2^{o}\,trim.\,2024) + E(2^{o}\,trim.) = 860,75 + 43,25 = 904$

15.

$$P(L \cap D) = P(L)P\left(D/L\right) = 0,5 \times 0,8 = 0,4$$

$$P\left(L \cap \bar{D}\right) + P\left(\bar{L} \cap D\right) = \left(P(L) - P(L \cap D)\right) + \left(P(D) - P(L \cap D)\right) = (0,5 - 0,4) + (0,6 - 0,4) = 0,3$$

16. a)

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} \dfrac{6x+2}{16} = \dfrac{3x+1}{8} & 0 \le x \le 2 \\ 0 & resto \end{cases}$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)dx = \int_0^2 x\frac{3x+1}{8}dx = \frac{1}{8}\int_0^2 \left(3x^2 + x\right)dx = \frac{1}{8}\left(\left[x^3\right]_0^2 + \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2\right) = \frac{1}{8}(8+2) = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1,25$$

b) $P[0,5 < X < 2] = F(2) - F(0,5) = 1 - \dfrac{\left(3\times 0,5^2\right)+\left(2\times 0,5\right)}{16} = 1 - 0,109375 = 0,890625$

17. $B(4;\, 0,25)$

x_i	0	1	2	3	4
$p_i = P[X = x_i]$	0,3164	0,4219	0,2109	0,0469	0,0039

$P[X=0] = \binom{4}{0} 0,25^0\ 0,75^4 = 0,3164$

$P[X=1] = \binom{4}{1} 0,25^1\ 0,75^3 = 0,4219$

...

$P[X=4] = \binom{4}{4} 0,25^4\ 0,75^0 = 0,0039$

a)

$$F(x) = \sum_{x_i \le x} p_i = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0,3164 & 0 \le x < 1 \\ 0,7383 & 1 \le x < 2 \\ 0,9492 & 2 \le x < 3 \\ 0,9961 & 3 \le x < 4 \\ 1 & 4 \le x \end{cases}$$

b) *Me*=1 (menor valor de *x* donde *F*(*x*)>0,5).