PRIMER PARCIAL DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS I. 16/11/2022.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO. GRUPO A.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida.

1. El momento m_3 es igual a:

A) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^3 n_i$

B) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^3 n_i$

C) $\sum_{i=1}^{k} x_i^3 f_i$

D) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^3 n_i$

2. El momento centrado de orden 3, m_3, se utiliza para estudiar:

A) Dispersión.
B) Concentración.
C) Apuntamiento.
D) Asimetría.

3. El cambio de origen no afecta al valor de:

A) Mo
B) CV
C) $\bar{x}$
D) S_x^2

4. En una variable estadística:

A) $G \le H \le \bar{x}$
B) $\bar{x} \le G \le H$
C) $H \le G \le \bar{x}$
D) $\bar{x} \le H \le G$

5. En los últimos 5 años el precio del aceite ha experimentado las siguientes variaciones: 4%, 10%, -2%, -10% y -2%. Calcule el porcentaje de variación media anual:

A) 0 %
B) -0,2244 %
C) 0,9978 %
D) -0,152 %

6. Si las variables X e Y son independientes estadísticamente, entonces:

A) $r = 0$

B) $n_{ij} = \frac{n_{i\bullet}\, n_{\bullet j}}{n}$

C) $f_{ij} = f_{i\bullet}\, f_{\bullet j}$

D) Todo lo anterior es cierto.

7. La recta de regresión de Y/X es igual a:

A) $y - \bar{y} = r\frac{S_y}{S_x}(x - \bar{x})$

B) $y - \bar{y} = r\frac{S_y^2}{S_x^2}(x - \bar{x})$

C) $y - \bar{y} = r\frac{S_x}{S_y}(x - \bar{x})$

D) $y - \bar{y} = r\frac{S_x^2}{S_y^2}(x - \bar{x})$

8. Si la varianza residual de la recta de Y/X es 625 y la varianza de Y es 900, el coeficiente de determinación es igual a:

A) 0,5556
B) 0,7454
C) 0,3056
D) 0,5528

9. La tasa de variación anual equivalente, $\hat{T}_{12}$, cumple:

A) $1 + \hat{T}_{12} = (1 + T_4(1))^4$

B) $1 + \hat{T}_{12} = (1 + T_3(1))^3$

C) $1 + \hat{T}_{12} = (1 + T_2(1))^6$

D) Nada es cierto

10. La tasa media de variación, TM, cumple:

A) $(1 + TM)^n = \prod_{i=1}^{n}(1 + T(i))$

B) $TM = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}(1 + T(i))} - 1$

C) $1 + TM = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_0}}$

D) Todo es cierto

11. Los dividendos, en miles de euros, recibidos en 2022 por los socios de una empresa han sido:

L_{i-1} - L_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$	p_i	q_i
0 - 2	100	100	100	20	2,857
2 - 4	200	600	1800	60	20
4 - 10	100	700	4900	80	40
10 - 18	50	700	9800	90	60
18 - 38	50	1400	39200	100	100
Suma:	500	3500	55800	350	222,857

A) (1 punto) Calcule el coeficiente de variación.
B) (1 punto) ¿Qué dividendos han sido superados por la cuarta parte de los socios?
C) (1 punto) Índice de Gini.

12. Los dividendos medios por socio y los beneficios de la empresa en los últimos 5 años han sido, en miles de euros:

	2018	2019	2020	2021	2022
Dividendos	4	6	5	6	7
Beneficios	3000	4000	3500	4200	4800

	D	B	D^2	B^2	$D \times B$
	4	3000	16	9000000	12000
	6	4000	36	16000000	24000
	5	3500	25	12250000	17500
	6	4200	36	17640000	25200
	7	4800	49	23040000	33600
Suma:	28	19500	162	77930000	112300

A) (1 punto) ¿En qué medida los dividendos dependen de los beneficios?

Los índices de precios al consumo para el mismo periodo han sido:

	2018	2019	2020	2021	2022
IPC% (base 2016)	125	129	135	138	150

B) (1 punto) ¿Cuál ha sido, en tanto por ciento, la variación relativa de los beneficios desde el 2018 al 2022 en términos reales?

13. (1 punto) Debido a la prolongada sequía y escasa cosecha de aceituna, el precio del aceite ha subido un 0,5% este mes ¿Cuál habrá sido el incremento en el precio al cabo de un año si los próximos once meses se mantiene la misma tendencia? Responda en porcentaje.

14. (1 punto) La siguiente tabla recoge las ventas en millones de euros de una empresa:

Y(t)	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre	TOTAL
2018	48	32	16	8	104
2019	52	32	18	4	106
2020	52	36	12	12	112
2021	52	36	16	10	114
2022	56	36	16	12	120

Teniendo en cuenta que la recta de tendencia es $\tau(t) = t - 1992{,}2$ y los IVE:

	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre
I.V.E.	188,54	123,55	55,72	32,19

Estime las ventas para el segundo trimestre del 2023.

PRIMER PARCIAL DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS I. 16/11/2022.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO. GRUPO B.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida.

1. El momento m_4 es igual a:

A) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^4 n_i$

B) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^4 n_i$

C) $\sum_{i=1}^{k} x_i^4 f_i$

D) $\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^4 n_i$

2. El momento centrado de orden 4, m_4, se utiliza para estudiar:

A) Apuntamiento.
B) Concentración.
C) Dispersión.
D) Asimetría.

3. El cambio de escala no afecta al valor de:

A) Mo
B) CV
C) $\bar{x}$
D) S_x^2

4. En una variable estadística:

A) $G \le H \le \bar{x}$
B) $\bar{x} \le G \le H$
C) $H \le G \le \bar{x}$
D) $\bar{x} \le H \le G$

5. En los últimos 5 años el precio del aceite ha experimentado las siguientes variaciones: 4%, 8%, -2%, -8% y -2%. Calcule el porcentaje de variación media anual:

A) 0 %
B) -0,2244 %
C) 0,9985 %
D) -0,152 %

6. Si las variables X e Y son independientes estadísticamente, entonces:

A) $r = -1$

B) $n_{ij} = \dfrac{n}{n_{i\bullet}\, n_{\bullet j}}$

C) $f_{ij} = f_{i\bullet}\, f_{\bullet j}$

D) Todo lo anterior es cierto.

7. La recta de regresión de Y/X es igual a:

A) $y - \bar{y} = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \bar{x})$

B) $y - \bar{y} = r\dfrac{S_y^2}{S_x^2}(x - \bar{x})$

C) $y - \bar{y} = r\dfrac{S_x}{S_y}(x - \bar{x})$

D) $y - \bar{y} = r\dfrac{S_x^2}{S_y^2}(x - \bar{x})$

8. Si la varianza residual de la recta de Y/X es 400 y la varianza de Y es 900, el coeficiente de determinación es igual a:

A) 0,5556
B) 0,7454
C) 0,3056
D) 0,5528

9. La tasa de variación anual equivalente, $\hat{T}_{12}$, cumple:

A) $1+\hat{T}_{12} = \left(1+T_4(1)\right)^3$

B) $1+\hat{T}_{12} = \left(1+T_3(1)\right)^4$

C) $1+\hat{T}_{12} = \left(1+T_1(1)\right)^{12}$

D) Todo es cierto

10. La tasa media de variación, TM, cumple:

A) $TM^n = \prod_{i=1}^{n}\left(1+T(i)\right) - 1$

B) $TM = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(1+T(i)\right)}$

C) $1+TM = \sqrt[n]{\dfrac{x_n}{x_0}}$

D) Todo es cierto

11. Los dividendos, en miles de euros, recibidos en 2022 por los socios de una empresa han sido:

L_{i-1} - L_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$	p_i	q_i
0 - 2	100	100	100	20	2,857
2 - 4	200	600	1800	60	20
4 - 10	100	700	4900	80	40
10 - 18	50	700	9800	90	60
18 - 38	50	1400	39200	100	100
Suma:	500	3500	55800	350	222,857

A) (1 punto) Calcule el coeficiente de variación.
B) (1 punto) ¿Qué porcentaje de socios han recibido entre 10000€ y 15000€?
C) (1 punto) Mediala.

12. Los dividendos medios por socio y los beneficios de la empresa en los últimos 5 años han sido, en miles de euros:

	2018	2019	2020	2021	2022
Dividendos	4	6	5	6	7
Beneficios	3000	4000	3500	4200	4800

	D	B	D^2	B^2	$D \times B$
	4	3000	16	9000000	12000
	6	4000	36	16000000	24000
	5	3500	25	12250000	17500
	6	4200	36	17640000	25200
	7	4800	49	23040000	33600
Suma:	28	19500	162	77930000	112300

A) (1 punto) Si los beneficios para el próximo año fueran de cuatro millones y medio de euros, estime los dividendos medios que recibirían los socios.

Los índices de precios al consumo para el mismo periodo han sido:

	2018	2019	2020	2021	2022
IPC% (base 2016)	125	129	135	138	150

B) (1 punto) ¿Cuál ha sido, en tanto por ciento, la variación media anual de los beneficios en términos reales?

13. (1 punto) Debido a la prolongada sequía y escasa cosecha de aceituna, el precio del aceite ha subido un 0,7% este mes ¿Cuál habrá sido el incremento en el precio al cabo de un año si los próximos once meses se mantiene la misma tendencia? Responda en porcentaje.

14. (1 punto) La siguiente tabla recoge las ventas en millones de euros de una empresa:

Y(t)	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre	TOTAL
2018	96	64	32	16	208
2019	104	64	36	8	212
2020	104	72	24	24	224
2021	104	72	32	20	228
2022	112	68	32	20	232

Teniendo en cuenta que la recta de tendencia es $\tau(t) = 1{,}6t - 3176{,}8$ y los IVE:

	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre
I.V.E.	189,52	123,06	56,18	31,24

Estime las ventas para el segundo trimestre del 2023.

SOLUCIONES EXAMEN. GRUPO A.

11. A) $\bar{x}=\frac{3500}{500}=7 \qquad S_x^2=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right)-\bar{x}^2=\frac{55800}{500}-7^2=62,6 \qquad S_x=7,912 \qquad CV=\frac{S_x}{\bar{x}}=1,13$

B) Interpolamos en la tabla los dividendos no superados por el 75% de socios con menores dividendos o calculamos el percentil 75

L_i	p_i
4	60
x	75
10	80

$$\frac{10-4}{x-4}=\frac{80-60}{75-60} \Leftrightarrow x=8,5 \qquad 8500€$$

C) $$I_G=1-\frac{\sum_{i=1}^{k-1}q_i}{\sum_{i=1}^{k-1}p_i}=1-\frac{122,857}{250}=0,50857$$

12. A)

y_i	x_i	y_i^2	x_i^2	x_iy_i
4	3000	16	9000000	12000
6	4000	36	16000000	24000
5	3500	25	12250000	17500
6	4200	36	17640000	25200
7	4800	49	23040000	33600
28	19500	162	77930000	112300

$\bar{x}=\frac{19500}{5}=3900 \qquad \bar{y}=\frac{28}{5}=5,6$

$$S_x^2=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right)-\bar{x}^2=\frac{77930000}{5}-3900^2=376000$$

$$S_y^2=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i^2\right)-\bar{y}^2=\frac{162}{5}-5,6^2=1,04$$

$$S_{xy}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\bar{x}\,\bar{y}=\frac{112300}{5}-3900\times 5,6=620 \qquad r^2=\frac{S_{xy}^2}{S_x^2S_y^2}=0,983$$

B) $\frac{3000}{1,25}=2400 \qquad \frac{4800}{1,50}=3200$

	2018	2019	2020	2021	2022
Beneficios	3000	4000	3500	4200	4800
IPC% (base 2016)	125	129	135	138	150
Beneficios a precios de 2016	2400				3200

$$\left(\frac{3200}{2400}-1\right)\times 100=33,3333\%$$

13. $1+\hat{T}_{12}=\left(1+T_1(1)\right)^{12}=1,005^{12}=1,0617 \qquad \hat{T}_{12}\%=6,17\%$

14. $\tau(2023)=2023-1992,2=30,8 \qquad b=1 \qquad \frac{b}{4}=0,25 \qquad \frac{0,25}{2}=0,125$

$$\tau(2^{o}\,trim/2023)=30,8-0,125=30,675 \qquad \hat{Y}(2^{o}\,trim/2023)=30,675\times 1,2355=37,9$$

SOLUCIONES EXAMEN. GRUPO B.

11. A) $\bar{x}=\frac{3500}{500}=7 \qquad S_x^2=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right)-\bar{x}^2=\frac{55800}{500}-7^2=62,6 \qquad S_x=7,912 \qquad CV=\frac{S_x}{\bar{x}}=1,13$

B) Interpolamos en la tabla el tanto por ciento de socios con dividendos por debajo de 15000€ o calculamos el orden del percentil que vale 15

L_i	p_i
10	80
15	x
18	90

$$\frac{18-10}{15-10}=\frac{90-80}{x-80} \quad \Leftrightarrow \quad x=86,25$$

Entre 10000€ y 15000€ hay un 86,25-80=6,25% de los socios

C)

L_i	q_i
10	40
Ml	50
18	60

$$\frac{18-10}{Ml-10}=\frac{60-40}{50-40} \quad \Leftrightarrow \quad Ml=14$$

12. A)

y_i	x_i	y_i^2	x_i^2	x_iy_i
4	3000	16	9000000	12000
6	4000	36	16000000	24000
5	3500	25	12250000	17500
6	4200	36	17640000	25200
7	4800	49	23040000	33600
28	19500	162	77930000	112300

$$\bar{x}=\frac{19500}{5}=3900 \qquad \bar{y}=\frac{28}{5}=5,6$$

$$S_x^2=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right)-\bar{x}^2=\frac{77930000}{5}-3900^2=376000$$

$$S_{xy}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\bar{x}\,\bar{y}=\frac{112300}{5}-3900\times 5,6=620$$

$$y-\bar{y}=\frac{S_{xy}}{S_x^2}(x-\bar{x}) \qquad y-5,6=\frac{620}{376000}(x-3900) \qquad y=0,001649x-0,83085 \qquad \hat{y}_{x=4500}=6,589$$

B) $\frac{3000}{1,25}=2400 \qquad \frac{4800}{1,50}=3200$

	2018	2019	2020	2021	2022
Beneficios	3000	4000	3500	4200	4800
IPC% (base 2016)	125	129	135	138	150
Beneficios a precios de 2016	2400				3200

$$TM\%=\left(\sqrt[4]{\frac{3200}{2400}}-1\right)\times 100=7,457\%$$

13. $1+\hat{T}_{12}=\left(1+T_1(1)\right)^{12}=1,007^{12}=1,0873 \qquad \hat{T}_{12}\%=8,73\%$

14. $\tau\left(2023\right)=1,6\times 2023-3176,8=60 \qquad b=1,6 \qquad \frac{b}{4}=0,4 \qquad \frac{0,4}{2}=0,2$

$\tau\left(2^{o}\,trim/2023\right)=60-0,2=59,8 \qquad \hat{Y}(2^{o}\,trim/2023)=59,8\times 1,2306=73,59$

SEGUNDO PARCIAL DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS I. 22/12/2022.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO. GRUPO A.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida.

1. ¿Cuál de las siguientes igualdades es cierta?

A) $P(A/B)\,P(B)=P(B/A)\,P(A)$

B) $P(\overline{A}/B)=1-P(A/\overline{B})$

C) $P(A\cap B)=P(A)\,P(A/B)$

D) Todo es cierto

2. ¿Cuál de las siguientes igualdades no es cierta?

A) $P(A\cap B\cap C)=P(B/A\cap C)\;P(A/C)\;P(C)$

B) $P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

C) $P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(A/B_i)P(B_i)$

D) $P(A_i/B)=\dfrac{P(B/A_i)P(A_i)}{P(B)}$

3. $P(X)$=0,6 $P(Y)$=p $P(X\cup Y)$=0,8 . Si X e Y son independientes:

A) p=0,75

B) p=0,2

C) p=0,5

D) p=0,25

4. Señale la igualdad correcta:

A) $\overline{A\cup B\cup C}=\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$

B) $\overline{A\cap B\cap C}=A\cup B\cup C$

C) $\overline{A\cap B\cap C}=\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C}$

D) $\overline{A\cup B\cup C}=\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C}$

5. Toda función de densidad cumple:

A) $0\le\int_{-\infty}^{a}f(x)\,dx\le 1$

B) $\int_{-\infty}^{0}f(x)\,dx=0,5$

C) $f'(x)=F(x)$

D) Todo es cierto

6. La desigualdad de Tchebycheff dice:

A) $P\left[\left|X-E[X]\right|>k\sigma\right]\le 1-\dfrac{1}{k^2}$

B) $P\left[\left|X-E[X]\right|>k\sigma\right]\ge 1-\dfrac{1}{k^2}$

C) $P\left[\left|X-E[X]\right|<k\sigma\right]\le 1-\dfrac{1}{k^2}$

D) $P\left[\left|X-E[X]\right|<k\sigma\right]\ge 1-\dfrac{1}{k^2}$

7. ¿Qué expresión es cierta?

A) $Var[aX+b]=a^2Var[X]$

B) $Var[aX+b]=a^2Var[X]+b$

C) $Var[aX+b]=a\,Var[X]+b$

D) $Var[aX+b]=a\,Var[X]$

8. Si X es una variable aleatoria Hipergeométrica, $\mathcal{H}$(100000, 9, 1/3), puede aproximarse por una distribución de probabilidad Binomial:

A) $\mathcal{B}$(9, 1/3)

B) $\mathcal{B}$(100000, 1/3)

C) $\mathcal{B}$(900000, 1/3)

D) $\mathcal{B}$(9, 1/300000)

9. Si X es una variable aleatoria Poisson, $\mathcal{P}$(3):

A) $E[X]=3$ $\sigma[X]=9$

B) $E[X]=3$ $\sigma[X]=3$

C) $E[X]=3$ $\sigma[X]=\sqrt{3}$

D) $E[X]=\sqrt{3}$ $\sigma[X]=3$

10. Si X es una variable aleatoria Geométrica, $\mathcal{G}(p)$:

A) $P[X=x]=p^x q$

B) $P[X=x]=q^x p$

C) $P[X=x]=q^x p^x$

D) $P[X=x]=p^x q^{n-x}$

Cada apartado de los problemas vale 1 punto.

11. Sean *X, Y* y *Z* tres sucesos tales que:

$P(X)=\frac{11}{40} \qquad P(Y)=\frac{16}{40} \qquad P(Z)=\frac{14}{40}$

$P(X\cap Y)=\frac{4}{40} \qquad P(X\cap Z)=\frac{3}{40} \qquad P(Y\cap Z)=\frac{5}{40}$

$P(X\cap Y\cap Z)=\frac{1}{40}$

a) Probabilidad de que no ocurra ninguno.
b) Probabilidad de que ocurra solamente uno de ellos

12. Sea *X* una variable aleatoria continua con función de densidad Beta(2, 2):

$$f(x)=\begin{cases} 6x(1-x) & 0<x<1 \\ 0 & resto \end{cases}$$

a) $E[X]$

b) $P\left[X\leq\frac{1}{2}\right]$

c) Me

13. a) En una fábrica la producción se interrumpe por problemas técnicos una media de una vez cada cinco horas. En la fábrica se trabaja por turnos las 24 horas del día. Calcule la probabilidad de que un día no se interrumpa la producción por problemas técnicos.

b) Las piezas que produce esta fábrica se empaquetan en cajas de 10 para su venta. Antes de su venta, estas cajas son sometidas a un control de calidad que consiste en inspeccionar rigurosamente 4 piezas diferentes de la caja seleccionadas al azar. Si se encuentran 2 o más piezas defectuosas, la caja es rechazada para su venta. Calcule la probabilidad de que no se rechace para su venta una caja que contiene 3 piezas defectuosas.

SEGUNDO PARCIAL DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS I. 22/12/2022.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO. GRUPO B.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida.

1. Sean A y B dos sucesos compatibles e independientes con probabilidades distintas de cero y $P(A) \neq P(B)$, entonces:

A) $P(A \cap B) = 0$

B) $P(A \cap \overline{B}) = P(A)(1 - P(B))$

C) $P(A/B) = P(B/A)$

D) Todo es falso

2. La probabilidad de $A \cup B \cup C$ es:

A) $P(A)+P(B)+P(C)+P(A\cap B)+P(B\cap C)+P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$

B) $P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(A\cap C)-P(A\cap B\cap C)$

C) $P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cup B)-P(B\cup C)-P(A\cup C)+P(A\cap B\cap C)$

D) $P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$

3. *P(X)*=0,5 *P(Y)*=p *P(X*∪*Y)*=0,9 . Si *X* e *Y* son independientes:

A) p=0,6667

B) p=0,4

C) p=0,8

D) p=0,3333

4. Señale la expresión correcta:

A) $\overline{A \cap B \cap C} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$

B) $\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$

C) $\overline{A \cap B \cap C} = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

D) $\overline{A \cup B \cup C} = A \cap B \cap C$

5. Sea *F*(*x*) una función de distribución continua, entonces:

A) $F(-\infty) = 1$

B) $P[X < x] = 1 - F(x)$

C) $P[x_i < X \leq x_j] = F(x_i) - F(x_j)$

D) Todo es falso

6. La desigualdad de Tchebycheff dice:

A) $P\left[\left|X - E[X]\right| > k\sigma\right] \leq 1 - \frac{1}{k^2}$

B) $P\left[\left|X - E[X]\right| > k\sigma\right] \geq 1 - \frac{1}{k^2}$

C) $P\left[\left|X - E[X]\right| < k\sigma\right] \leq 1 - \frac{1}{k^2}$

D) $P\left[\left|X - E[X]\right| < k\sigma\right] \geq 1 - \frac{1}{k^2}$

7. ¿Cuál de las siguientes expresiones es cierta?

A) $E[aX - b] = a\ E[X] + b$

B) $E[aX - b] = a\ E[X] - b$

C) $E[aX - b] = a\ E[X]$

D) $E[aX - b] = a^2 E[X]$

8. Si *X* es una variable aleatoria con distribución de probabilidad Binomial, $\mathscr{B}$(50; 0,4), puede aproximarse por una distribución de probabilidad Poisson, $\mathscr{P}$(λ), con λ igual a:

A) 20

B) 12

C) 30

D) Todo es falso

9. Si *X* es una variable aleatoria Hipergeométrica, $\mathscr{H}(N,\ n,\ p)$, su distribución de probabilidad es:

A) $\dfrac{\binom{Nq}{x}\binom{Np}{n-x}}{\binom{N}{n}}$

B) $\dfrac{\binom{Nq}{n-x}\binom{Np}{x}}{\binom{N}{n}}$

C) $\dfrac{\binom{Np}{x}\binom{Nq}{x-n}}{\binom{N}{n}}$

D) $\dfrac{\binom{Np}{x}\binom{Nq}{n}}{\binom{N}{n}}$

10. Si *X* es una variable aleatoria Geométrica, $\mathscr{G}$(0,5):

A) $E[X] = 0,5 \quad Var[X] = 0,25$

B) $E[X] = 1 \quad Var[X] = 2$

C) $E[X] = 0,5 \quad Var[X] = 2$

D) $E[X] = 1 \quad Var[X] = 0,25$

Cada apartado de los problemas vale 1 punto.

11. La probabilidad de que suba la libra es 0,35. Sin embargo, la probabilidad de que suba la libra cuando ha subido el dólar es 0,75. La probabilidad de que ambas monedas suban es 0,15:

- **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que no suba ninguna de estas monedas?
- **b)** ¿Cuál es la probabilidad de que suba solamente una de las dos?

12. Sea X una variable aleatoria continua con función de distribución Beta(2, 2):

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x\le 0 \\ x^2\left(3-2x\right) & 0<x<1 \\ 1 & 1\le x \end{cases}$$

- **a)** $P\left[X>\dfrac{1}{2}\right]$
- **b)** Me
- **c)** $E\left[X\right]$

13. a) Una ciudad está dividida en dos sectores (A y B). En el sector A se produce un promedio de dos apagones al mes. Siendo, en el sector B, la media de un apagón al mes. Calcule la probabilidad de que en un mes haya algún apagón en la ciudad.

b) Calcule la probabilidad de que en un año haya más de un mes sin apagones en la ciudad.

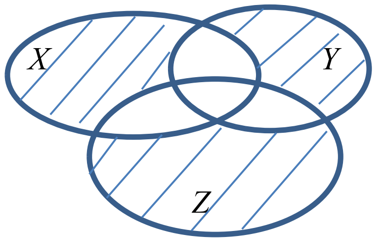
SOLUCIONES. Grupo A.

11. a) $P\left(\overline{X}\cap\overline{Y}\cap\overline{Z}\right)=P(\overline{X\cup Y\cup Z})=1-P(X\cup Y\cup Z)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}=0,25$

$P(X\cup Y\cup Z)=P(X)+P(Y)+P(Z)-P(X\cap Y)-P(X\cap Z)-P(Y\cap Z)+P(X\cap Y\cap Z)=$

$=\frac{11}{40}+\frac{16}{40}+\frac{14}{40}-\frac{4}{40}-\frac{3}{40}-\frac{5}{40}+\frac{1}{40}=\frac{30}{40}=\frac{3}{4}=0,75$

b) Nos piden la probabilidad del suceso que aparece rayado en el siguiente gráfico.



$P(X\cup Y\cup Z)-P(X\cap Y)-P(X\cap Z)-P(Y\cap Z)+2P(X\cap Y\cap Z)=\frac{30}{40}-\frac{4}{40}-\frac{3}{40}-\frac{5}{40}+2\frac{1}{40}=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}=0,5$

12.

$$f(x)=\begin{cases}6\left(x-x^2\right) & 0<x<1\\ 0 & resto\end{cases}$$

a) $E[X]=\int_{-\infty}^{\infty}x\,f(x)dx=\int_0^1 x6\left(x-x^2\right)dx=6\int_0^1\left(x^2-x^3\right)dx=6\left(\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1-\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1\right)=6\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=6\frac{1}{12}=\frac{1}{2}$

b) $P\left[X\le\frac{1}{2}\right]=\int_0^{\frac{1}{2}}6\left(x-x^2\right)dx=6\int_0^{\frac{1}{2}}\left(x-x^2\right)dx=6\left(\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{1}{2}}-\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{1}{2}}\right)=6\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{24}\right)=6\frac{2}{24}=\frac{1}{2}$

c) $P[X\le Me]=\frac{1}{2}$. Según el apartado anterior $P\left[X\le\frac{1}{2}\right]=\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad Me=\frac{1}{2}$

13. a) $X=$ *número de interrupciones por problemas técnicos en 5 horas* $\sim P(1)$

$Y=$ *número de interrupciones por problemas técnicos en 24 horas* $\sim P\left(\frac{24}{5}\right)=P(4,8)$

$$P[Y=0]=\frac{e^{-4,8}\,4,8^0}{0!}=e^{-4,8}=0,00823$$

b) $Z=$ *número de piezas defectuosas en las 4 piezas inspeccionadas de la caja* $\sim H\left(10,4,\frac{3}{10}\right)$

$$P[Z<2]=P[Z=0]+P[Z=1]=\frac{\binom{3}{0}\binom{7}{4}}{\binom{10}{4}}+\frac{\binom{3}{1}\binom{7}{3}}{\binom{10}{4}}=0,1667+0,5=0,6667$$

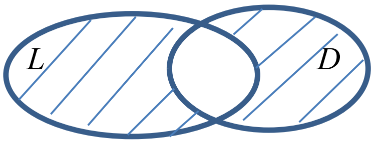
SOLUCIONES. Grupo B.

11. $P\left(L/D\right)=\dfrac{P\left(L\cap D\right)}{P\left(D\right)}$ $\qquad 0,75=\dfrac{0,15}{P(D)} \qquad \Rightarrow \qquad P(D)=\dfrac{0,15}{0,75}=0,2$

a) $P(\overline{L}\cap\overline{D})=P(\overline{L\cup D})=1-P(L\cup D)=1-0,4=0,6$

$P(L\cup D)=P(L)+P(D)-P(L\cap D)=0,35+0,2-0,15=0,4$

b) $P\left((L\cap\overline{D})\cup(\overline{L}\cap D)\right)=P(L\cup D)-P(L\cap D)=0,4-0,15=0,25$



O de estas otras dos formas: $P\left((L\cap\overline{D})\cup(\overline{L}\cap D)\right)=1-P\left(L\cap D\right)-P\left(\overline{L}\cap\overline{D}\right)=1-0,15-0,6=0,25$

$P\left((L\cap\overline{D})\cup(\overline{L}\cap D)\right)=\left(P\left(L\right)-P\left(L\cap D\right)\right)+\left(P\left(D\right)-P\left(L\cap D\right)\right)=\left(0,35-0,15\right)+\left(0,2-0,15\right)=0,25$

12.

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ 3x^2-2x^3 & 0<x<1\\ 1 & 1\le x\end{cases}$$

a) $P\left[X>\dfrac{1}{2}\right]=1-P\left[X\le\dfrac{1}{2}\right]=1-F\left(\dfrac{1}{2}\right)=1-\left(3\dfrac{1}{4}-2\dfrac{1}{8}\right)=1-\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$

b) $P\left[X\le Me\right]=F\left(Me\right)=\dfrac{1}{2}$. Según el apartado anterior $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\left(3\dfrac{1}{4}-2\dfrac{1}{8}\right)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad Me=\dfrac{1}{2}$

c) $f(x)=F'(x)=\begin{cases}6x-6x^2=6\left(x-x^2\right) & 0<x<1\\ 0 & resto\end{cases}$

$$E\left[X\right]=\int_{-\infty}^{\infty}x\,f(x)dx=\int_0^1 x6\left(x-x^2\right)dx=6\int_0^1\left(x^2-x^3\right)dx=6\left(\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1-\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1\right)=6\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=6\frac{1}{12}=\frac{1}{2}$$

13. a)

$X=n^o\ de\ apagones\ por\ mes\ en\ el\ sector\ A\sim\mathcal{P}\left(2\right)$

$Y=n^o\ de\ apagones\ por\ mes\ en\ el\ sector\ B\sim\mathcal{P}\left(1\right)$

$Z=X+Y=n^o\ de\ apagones\ por\ mes\ en\ la\ ciudad\sim\mathcal{P}\left(3\right)=\mathcal{P}\left(2+1\right)$

$P\left[Z\ge 1\right]=1-P\left[Z=0\right]=1-\dfrac{e^{-3}\,3^0}{0!}=1-e^{-3}=1-0,049787=0,950213$

b) $W=$ *número de meses sin apagones* $\sim B(12;\,0,049787)$

$P\left[W>1\right]=1-P\left[W=0\right]-P\left[W=1\right]=1-\dbinom{12}{0}0,049787^0\ 0,950213^{12}-\dbinom{12}{1}0,049787\ \ 0,950213^{11}=$

$=1-0,541816-0,340665=0,117519$

EXAMEN FINAL ORDINARIO DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS I. 13/1/2023.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO.

APELLIDOS: NOMBRE: DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida. Cada problema vale 1 punto.

1. Hemos vendido por 10000€ un coche que compramos por 30000€ hace tres años. ¿Cuál ha sido su depreciación media anual?

A) 44,22%
B) 30,66%
C) 69,34%
D) 66,67%

2. Cuál de las siguientes medidas no es de posición central:

A) Mediana.
B) Decil quinto.
C) Moda
D) Mediala.

3. Si S_y=5 y r_{xy}=0,4 , entonces la varianza residual de la recta de regresión de *Y/X* es:

A) 3
B) 4,2
C) 21
D) 4

4. Cuál de las siguientes expresiones no es cierta

A) $S_{xy} \leq S_x S_y$
B) $-S_x S_y \leq S_{xy}$
C) $S_x^2 S_y^2 \leq S_{xy}^2$
D) $S_{xy}^2 \leq S_x^2 S_y^2$

5. La desigualdad de Tchebycheff afirma:

A) $P\left[E[X]-k\sigma < X < E[X]+k\sigma\right] \geq 1-\frac{1}{k^2}$

B) $P\left[E[X]-k\sigma < X < E[X]+k\sigma\right] \geq 1+\frac{1}{k^2}$

C) $P\left[E[X]-k\sigma < X < E[X]+k\sigma\right] \leq 1-\frac{1}{k^2}$

D) $P\left[E[X]-k\sigma < X < E[X]+k\sigma\right] \leq 1+\frac{1}{k^2}$

6. El cambio de origen no afecta al valor de:

A) $\bar{x}$
B) *Mo*
C) *CV*
D) r_{xy}^2

7. ¿Cuál de las siguientes igualdades es correcta?

A) $P(A/B)P(B) = P(B/A)P(A)$

B) $P(\overline{A}/B) = 1-P(A/\overline{B})$

C) $P(A \cap B) = P(A)P(A/B)$

D) $P(A \cup B) = P(A)P(B/A)$

8. Señale la igualdad correcta:

A) $\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$

B) $\overline{A \cap B \cap C} = A \cup B \cup C$

C) $\overline{A \cap B \cap C} = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

D) $\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

9. ¿Cuál de las siguientes expresiones es cierta?

A) $Var[aX+b] = a\,Var[X]+b$

B) $Var[aX+b] = a^2 Var[X]+b^2$

C) $Var[aX+b] = a^2 Var[X]$

D) $Var[aX+b] = a\,Var[X]$

10. Si X es una variable $\mathcal{G}(0,8)$:

A) $E[X] = 0,16$

B) $E[X] = 4$

C) $E[X] = 0,8$

D) $E[X] = 0,25$

11. El valor de las acciones (miles de euros) de un grupo de inversores, los tantos por ciento acumulados de inversores (p_i) y los tantos por ciento acumulados del valor de sus acciones (q_i) son:

L_{i-1} - L_i	p_i	q_i
0 -120	20	10
120-140	50	30
140-170	70	60
170-180	90	80
180-200	100	100

a) (0,5 puntos) Calcule la Mediala.

b) (0,5 puntos) En los últimos 5 años el valor de sus acciones han experimentado las siguientes variaciones: 7%, 5%, – 6%, – 8% y – 3%. Calcule el porcentaje de variación media anual.

12. (1 punto) Se estudia un conjunto de comercios y se recaba información sobre el tiempo de funcionamiento en años (X) y el beneficio anual en cientos de miles de euros (Y):

Y \ X	**0-10**	**10-50**
0-2	30	10
2-6	20	10
6-10	10	20

Suponiendo una relación lineal, obtenga una predicción del beneficio anual, en cientos de miles de euros, para un establecimiento con 42 años de antigüedad.

13. De un sistema de índices de precios de consumo se tiene la siguiente información sobre los grupos de artículos que componen la cesta de la compra:

Grupo	Ponderaciones en % (u_{i0} para 2015)	$IPC_{2022/2015}$
I. Alimentación	40	130
II. Vestido	25	140
III. Vivienda	10	125
IV. Transporte	20	150
V. Otros	5	120

Si el alquiler de un piso se pactó en 2015 en 400 euros/mes, cuál será su valor actualizado en 2022

- **a)** (0,5 puntos) De acuerdo con la evolución del IPC Vivienda.
- **b)** (0,5 puntos) De acuerdo con la evolución del IPC General.

14. (1 punto) La tendencia de la serie cronológica de ventas trimestrales de automóviles en una provincia es: $\tau(t) = 145 + 24(t - 2015)$. La variación estacional, suponiendo un modelo aditivo, es: E(1º*trim.*)= − 30, E(2º*trim.*)=80 , E(3º*trim.*)=20 y E(4º*trim.*)= − 70. Estime, usando ambas componentes, las ventas para cada trimestre del año 2023.

15. Las piezas de una factoría se realizan en cuatro máquinas: *M1*, *M2*, *M3* y *M4*. La primera máquina produce el 10% de todas las piezas, la segunda produce el 20%, la tercera produce el 30% y la cuarta produce el 40%. Las piezas se almacenan juntas. Sabemos que los porcentajes de piezas defectuosas producidas por cada una de las máquinas son: 1% para *M1,* 2% para *M2*, 3% para *M3* y 4% para *M4*.

- **a)** (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar una pieza al azar ésta no sea defectuosa y no haya sido producida por la máquina *M1*?
- **b)** (0,5 puntos) Se ha seleccionado una pieza no defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido producida por la máquina *M1*?

16. Obtenga para la siguiente función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \dfrac{x}{20} & 0 < x \le 5 \\ \dfrac{x^2}{100} & 5 < x \le 10 \\ 1 & 10 < x \end{cases}$$

- **a)** (0,5 puntos) Mediana.
- **b)** (0,5 puntos) Media.

17. En las máquinas de un taller se produce una avería a la semana por término medio.

- **a)** (0,5 puntos) Probabilidad de que en una semana se produzcan averías.
- **b)** (0,5 puntos) Probabilidad de que en sólo dos de las próximas cinco semanas se produzcan averías.

SOLUCIONES:

11.- a)

L_i	q_i
140	30
Ml	***50***
170	60

$$\frac{170-140}{Ml-140}=\frac{60-30}{50-30} \Leftrightarrow \frac{30}{Ml-140}=\frac{30}{20} \Leftrightarrow Ml=160$$

b) $\sqrt[5]{1,07\times 1,05\times 0,94\times 0,92\times 0,97}-1=0,9882-1=-0,0118 \quad \Leftrightarrow \quad -1,18\%$

12.-

$Y\ /\ X$	**5**		**30**		$n_{\bullet j}$	$y_j n_{\bullet j}$
1	30	150	10	300	40	40
4	20	400	10	1200	30	120
8	10	400	20	4800	30	240
$n_{i\bullet}$	60		40		n=100	400
$x_i n_{i\bullet}$	300		1200		1500	
$x_i^2 n_{i\bullet}$	1500		36000		37500	

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}x_i n_{i\bullet}=\frac{1500}{100}=15 \qquad \overline{y}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{p}y_j n_{\bullet j}=\frac{400}{100}=4 \qquad S_x^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}x_i^2 n_{i\bullet}-\overline{x}^2=\frac{37500}{100}-15^2=150$$

$$S_{xy}=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p}x_i y_j n_{ij}\right)-\overline{x}\,\overline{y}=\frac{150+400+400+300+1200+4800}{100}-(15\times 4)=\frac{7250}{100}-60=12,5$$

$$y-4=\frac{12,5}{150}(x-15) \Leftrightarrow y=0,08333x+2,75 \qquad \hat{y}_{x=42}=(0,08333\times 42)+2,75=6,25$$

13.- a) $400€\times 1,25=500€$

b) $IPC(General)_{2022/2015}=(0,40\times 130)+(0,25\times 140)+(0,10\times 125)+(0,20\times 150)+(0,05\times 120)=135,5$

$400€\times 1,355=542€$

14.-

$\tau(2023)=145+24(2023-2015)=337$ valor de la tendencia en el centro de 2023

$\frac{24}{4}=6$ aumenta la tendencia cada trimestre $\qquad \frac{6}{2}=3$ aumenta la tendencia en medio trimestre

$337+3=340=\tau(3^{o}\,trim.\,2023) \Rightarrow \hat{Y}(3^{o}\,trim.\,2023)=\tau(3^{o}\,trim.\,2023)+E(3^{o}\,trim.\,2023)=340+20=360$

$340+6=346=\tau(4^{o}\,trim.\,2023) \Rightarrow \hat{Y}(4^{o}\,trim.\,2023)=\tau(4^{o}\,trim.\,2023)+E(4^{o}\,trim.\,2023)=346-70=276$

$340-6=334=\tau(2^{o}\,trim.\,2023) \Rightarrow \hat{Y}(2^{o}\,trim.\,2023)=\tau(2^{o}\,trim.\,2023)+E(2^{o}\,trim.\,2023)=334+80=414$

$334-6=328=\tau(1^{o}\,trim.\,2023) \Rightarrow \hat{Y}(1^{o}\,trim.\,2023)=\tau(1^{o}\,trim.\,2023)+E(1^{o}\,trim.\,2023)=328-30=298$

15.-

$P(M1)=0,10 \qquad P(M2)=0,20 \qquad P(M3)=0,30 \qquad P(M4)=0,40$

$P\left(D/M1\right)=0,01 \qquad P\left(D/M2\right)=0,02 \qquad P\left(D/M3\right)=0,03 \qquad P\left(D/M4\right)=0,04$

por el complementario:

$P\left(\overline{D}/M1\right)=0,99 \qquad P\left(\overline{D}/M2\right)=0,98 \qquad P\left(\overline{D}/M3\right)=0,97 \qquad P\left(\overline{D}/M4\right)=0,96$

a)

$$P(\overline{D}\cap\overline{M1})=P\left(\overline{D}\cap(M2\cup M3\cup M4)\right)=P\left((\overline{D}\cap M2)\cup(\overline{D}\cap M3)\cup(\overline{D}\cap M4)\right)=$$

$$=P\left(\overline{D}\cap M2\right)+P\left(\overline{D}\cap M3\right)+P\left(\overline{D}\cap M4\right)=0,196+0,291+0,384=0,871$$

$$P(\overline{D}\cap M2)=P(M2)P\left(\overline{D}/_{M2}\right)=0,2\times 0,98=0,196$$

$$P(\overline{D}\cap M3)=P(M3)P\left(\overline{D}/_{M3}\right)=0,3\times 0,97=0,291$$

$$P(\overline{D}\cap M4)=P(M4)P\left(\overline{D}/_{M4}\right)=0,4\times 0,96=0,384$$

b) $$P\left(\overline{M1}/_{\overline{D}}\right)=\frac{P(\overline{D}\cap\overline{M1})}{P(\overline{D})}=\frac{0,871}{0,97}=0,897938$$

$$P(\overline{D})=P(M1)P\left(\overline{D}/_{M1}\right)+P(M2)P\left(\overline{D}/_{M2}\right)+P(M3)P\left(\overline{D}/_{M3}\right)+P(M4)P\left(\overline{D}/_{M4}\right)=$$
$$=\left(0,1\times 0,99\right)+\left(0,2\times 0,98\right)+\left(0,3\times 0,97\right)+\left(0,4\times 0,96\right)=0,97$$

16.- a)

$$F\left(Me\right)=0,5 \qquad F\left(5\right)=\frac{5}{20}=0,25<0,5 \qquad F\left(10\right)=1>0,5 \qquad \Rightarrow \qquad 5<Me<10$$

$$0,5=F\left(Me\right)=\frac{Me^2}{100} \quad \Leftrightarrow \quad 50=Me^2 \quad \sqrt{50}=\pm 7,0711 \quad -7,0711\notin\left(0\,,10\right) \quad \Rightarrow Me=7,0711$$

b)

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0 & x\le 0 \\ \dfrac{1}{20} & 0<x\le 5 \\ \dfrac{2x}{100}=\dfrac{x}{50} & 5<x\le 10 \\ 0 & 10<x \end{cases}$$

$$E\left[X\right]=\int_{-\infty}^{\infty}x\,f(x)dx=\int_0^5 x\frac{1}{20}dx+\int_5^{10}x\frac{x}{50}dx=\frac{1}{20}\int_0^5 x\,dx+\frac{1}{50}\int_5^{10}x^2dx=$$

$$=\frac{1}{20}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^5+\frac{1}{50}\left[\frac{x^3}{3}\right]_5^{10}=\frac{25}{40}+\frac{875}{150}=\frac{155}{24}=6,458333$$

17.- a) *X = número de averías/semana (Poisson: λ=1)*

$$P\left[X\ge 1\right]=1-P\left[X=0\right]=1-\frac{e^{-1}1^0}{0!}=1-0,36788=0,63212$$

b) *Y= número de semanas con averías en las 5 próximas semanas (Binomial: n=5, p=0,63212)*

$$P\left[Y=2\right]=\binom{5}{2}0,63212^2\times 0,36788^3=0,19894$$

EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS I. 7/2/2023.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO.

APELLIDOS: NOMBRE: DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida. Cada problema vale 1 punto.

1. En un reparto igualitario la mediana coincide con
- A) D_5
- B) Q_2
- C) Ml
- D) Todo es cierto.

2. El cambio de escala no afecta al valor de:
- A) Mo
- B) CV
- C) $\bar{x}$
- D) S_x^2

3. Si la covarianza toma un valor positivo, en general:
- A) Al aumentar de valor una variable, disminuye la otra.
- B) Al disminuir de valor una variable, aumenta la otra.
- C) Al disminuir de valor una variable, disminuye la otra.
- D) Todo lo anterior es falso.

4. La recta de regresión de Y/X es igual a:
- A) $y-\bar{y}=r\frac{S_y}{S_x}(x-\bar{x})$
- B) $y-\bar{y}=r\frac{S_y^2}{S_x^2}(x-\bar{x})$
- C) $y-\bar{y}=r\frac{S_x}{S_y}(x-\bar{x})$
- D) $y-\bar{y}=r\frac{S_x^2}{S_y^2}(x-\bar{x})$

5. Según el método de la diferencia a las medias móviles, la variación estacional para los tres primeros trimestres es: $E(1^{\circ}T)=21$, $E(2^{\circ}T)=-46$ y $E(3^{\circ}T)=50$. Entonces la variación estacional del cuarto trimestre es:
- A) $E(4^{\circ}T)=25$
- B) $E(4^{\circ}T)=-25$
- C) $E(4^{\circ}T)=75$
- D) $E(4^{\circ}T)=-75$

6. La tasa media de variación, TM, cumple:
- A) $1+TM^n=\prod_{i=1}^{n}(1+T(i))$
- B) $1+TM=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}(1+T(i))}$
- C) $1+TM=\sqrt[n]{\frac{x_0}{x_n}}$
- D) Todo es cierto

7. El índice de precios de Laspeyres es una media:
- A) Aritmética
- B) Geométrica
- C) Agregativa
- D) Armónica

8. El suceso $A-B$ es igual al suceso:
- A) $\bar{A}\cup B$
- B) $A\cup\bar{B}$
- C) $A\cap\bar{B}$
- D) $\bar{A}\cap B$

9. La desigualdad de Tchebycheff afirma:
- A) $P\left[E[X]-k\sigma<X<E[X]+k\sigma\right]\le 1-\frac{1}{k^2}$
- B) $P\left[E[X]-k\sigma<X<E[X]+k\sigma\right]\le 1+\frac{1}{k^2}$
- C) $P\left[E[X]-k\sigma<X<E[X]+k\sigma\right]\ge 1-\frac{1}{k^2}$
- D) $P\left[E[X]-k\sigma<X<E[X]+k\sigma\right]\ge 1+\frac{1}{k^2}$

10. Si X es una variable Binomial, $\mathcal{B}(100; 0{,}1)$:
- A) $\sigma[X]=9$
- B) $\sigma[X]=90$
- C) $\sigma[X]=81$
- D) $\sigma[X]=3$

11. Un banco ha repartido beneficios (miles de euros) entre sus accionistas según la siguiente tabla:

beneficios	número de accionistas
0-1	300
1-3	900
3-5	1200
5-10	300
10-20	300

a) (0,5 puntos) ¿Qué porcentaje de los beneficios repartidos ha correspondido al 10% de los mayores accionistas?
b) (0,5 puntos) Percentil 92.

12. (1 punto) Dada la siguiente serie cronológica de número de accidentes de tráfico en una región:

Y(t)	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre	medias
2018	70	44	36	78	57
2019	98	60	48	102	77
2020	126	76	60	126	97
2021	154	92	72	150	117
2022	182	108	84	174	137

Obtenga la recta de tendencia.

13. a) (0,5 puntos) En los 100 primeros días de un año los precios han aumentado un 0,8% ¿Cuánto aumentarán en todo el año si se mantiene la misma tendencia el resto del año?
b) (0,5 puntos) Si una persona ganaba 1600 €/mes en el 2020 ¿Cuánto debería ganar en el 2022 para no haber perdido poder adquisitivo?

	2019	2020	2021	2022
IPC% (base 2010)	115	120	127	138

14. Dada la siguiente serie cronológica de número de accidentes de tráfico en una región:

Y(t)	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre
2018	70	44	36	78
2019	98	60	48	102
2020	126	76	60	126
2021	154	92	72	150
2022	182	108	84	174
medias	126	76	60	126

a) (0,5 puntos) Suponiendo que $\tau(t) = 20t - 40303$, obtenga los índices de variación estacional utilizando el método de las medias simples para el modelo multiplicativo.
b) (0,5 puntos) Estime el número de accidentes de tráfico para el 4º trimestre del 2023.

15. Se ha observado el cambio respecto del euro de tres monedas X, Y y Z. Las probabilidades de que suba el valor de cada una son: $P(X)=0,5$ $P(Y)=0,6$ $P(Z)=0,4$. Las probabilidades de que suban dos de ellas son: $P(X\cap Y)=0,3$ $P(Y\cap Z)=0,3$ $P(X\cap Z)=0,2$. Y la probabilidad de que suban las tres: $P(X\cap Y\cap Z)=0,1$.
a) (0,5 puntos) ¿Que suba una moneda es independiente de que suba otra?
b) (0,5 puntos) Probabilidad de que sólo suba el valor de Z.

16. Calcule para la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{60} & 2 < x < 4 \\ 0 & \textit{en otro caso} \end{cases}$$

a) (0,5 puntos) Función de distribución.
b) (0,5 puntos) Mediana.

17. Una empresa de compraventa de automóviles usados recibe cada mes por término medio 5 camiones de automóviles. Cada camión transporta 10 coches procedentes de una empresa de alquiler. Cada camión es sometido a un control de calidad que consiste en examinar 3 coches y si se encuentra alguno con defectos notables se devuelve el camión al proveedor. Calcule la probabilidad de:
a) (0,5 puntos) Devolver un camión que tiene 4 coches con defectos notables.
b) (0,5 puntos) Que en dos meses se reciban 8 camiones.

SOLUCIONES:

11.

$L_{i-1} - L_i$	x_i	n_i	$x_i n_i$	N_i	p_i	u_i	q_i
0-1	0,5	300	150	300	10	150	1,11
1-3	2	900	1800	1200	40	1950	14,44
3-5	4	1200	4800	2400	80	6750	50,00
5-10	7,5	300	2250	2700	90	9000	66,67
10-20	15	300	4500	3000	100	13500	100,00
	Suma:	3000	13500				

a) Al 90% de los menores accionistas le corresponde el 66,67% de los beneficios, 100-66,67=33,33% de los beneficios corresponde al 10% de los mayores accionistas.

b)

L_i	p_i
10	90
P_{92}	92
20	100

$$\frac{20-10}{P_{92}-10} = \frac{100-90}{92-90} \iff \frac{10}{P_{92}-10} = \frac{10}{2} \iff P_{92} = 12$$

12.

$$y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{S_x^2}(x - \bar{x})$$

t_i =**años**	$x_i = t_i - 2017$	y_i = **medias**	x_i^2	$x_i y_i$
2018	1	57	1	57
2019	2	77	4	154
2020	3	97	9	291
2021	4	117	16	468
2022	5	137	25	685
Suma:	15	485	55	1655

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{15}{5} = 3 \qquad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{485}{5} = 97 \qquad S_x^2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \bar{x}^2 = \frac{55}{5} - 3^2 = 2$$

$$S_{xy} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right) - \bar{x}\,\bar{y} = \frac{1655}{5} - (3 \times 97) = 40$$

$$y - 97 = \frac{40}{2}(x-3) \iff y = 20x + 37 \iff \tau(t) = 20(t-2017) + 37 \iff \tau(t) = 20t - 40303$$

13. a) $(1+T_{i\,dias})^{365/i} - 1 = (1+0,008)^{365/100} - 1 = 1,008^{3,65} - 1 = 0,0295 \Rightarrow (2,95\%)$

b) $\dfrac{I_{2022/2010}}{I_{2020/2010}} = I_{2022/2020} = \dfrac{1,38}{1,20} = 1,15 \qquad 1600€ \times 1,15 = 1840€$

14. a) $\tau(t) = 20t - 40303 \qquad \dfrac{20}{4} = 5$ aumenta la tendencia cada trimestre

Y(t)	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre	4º trimestre	
2018	70	44	36	78	
2019	98	60	48	102	
2020	126	76	60	126	
2021	154	92	72	150	
2022	182	108	84	174	
medias	126	76	60	126	med. corr. global
med. corr.	126	71	50	111	89,5
I.V.E.	**140,78**	**79,33**	**55,87**	**124,02**	

b) $\tau(2023) = (20 \times 2023) - 40303 = 157$ en el centro del año 2023

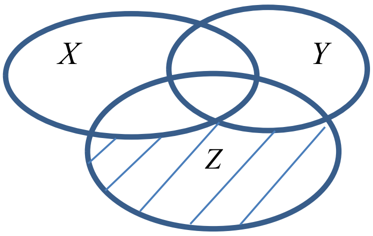
$\frac{20}{4} = 5$ aumenta la tendencia cada trimestre $\qquad \frac{5}{2} = 2,5$ aumenta la tendencia en medio trimestre

$157+2,5=159,5 = \tau(3^o\,trimestre/2023) \qquad 159,5+5=164,5 = \tau(4^o\,trimestre/2023)$

$\hat{Y}(4^o\,trimestre/2023) = \tau(4^o\,trimestre/2023)E(4^o\,trimestre) = 164,5 \times 1,2402 = 204,013$

15. a) $P(X \cap Y)=0,3= P(X)\,P(Y)=0,5x0,6=0,3 \Leftrightarrow$ X e Y son independientes
$P(X \cap Z)=0,2= P(X)\,P(Z)=0,5x0,4=0,2 \Leftrightarrow$ X y Z son independientes
$P(Y \cap Z)=0,3 \neq P(Y)\,P(Z)=0,6x0,4=0,24 \Leftrightarrow$ Y y Z no son independientes

b) Nos piden la probabilidad del suceso que aparece rayado en el siguiente gráfico.



$P(\overline{X} \cap \overline{Y} \cap Z) = P(Z) - P(X \cap Z) - P(Y \cap Z) + P(X \cap Y \cap Z) = 0,4 - 0,2 - 0,3 + 0,1 = 0 \quad \Rightarrow$ es imposible

16. a)

Si $x \le 2$, $\quad P[X \le x] = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{x} 0dt = 0$

Si $2<x<4$, $\quad P[X \le x] = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{2}^{x} \frac{t^3}{60}dt = \frac{1}{60}\left[\frac{t^4}{4}\right]_2^x = \frac{1}{240}\left[x^4 - 16\right]$

Si $4 \le x$, $\quad P[X \le x] = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{2}^{4} f(t)dt = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 2 \\ \dfrac{x^4 - 16}{240} & 2 < x < 4 \\ 1 & 4 \le x \end{cases}$$

b) $\frac{1}{2} = P[X \le Me] = F(Me) = \frac{Me^4 - 16}{240} \Leftrightarrow \frac{240}{2} + 16 = Me^4 \quad \left(\sqrt[4]{136} = \pm 3,415\right)$

$-3,415 \notin (2\,,4) \quad \Rightarrow \quad Me = 3,415$

17. a) *X=número de coches defectuosos encontrados en el control de calidad de un camión con 4 coches defectuosos.* $X \rightarrow \mathcal{H}(10,\ 3,\ 4/10)$ $\quad N=10 \quad n=3 \quad p=4/10 \quad Np=4 \quad Nq=6$

$$P[X \ge 1] = 1 - P[X = 0] = 1 - \frac{\binom{4}{0}\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = 1 - \frac{20}{120} = \frac{5}{6} = 0,8333$$

b) *Y=número de camiones recibidos cada mes.* $Y \rightarrow \mathcal{P}(5)$

Y_1=número de camiones recibidos el primer mes. $Y_1 \rightarrow \mathcal{P}(5)$
Y_2=número de camiones recibidos el segundo mes. $Y_2 \rightarrow \mathcal{P}(5)$

Z=número de camiones recibidos en dos meses= Y_1+ Y_2. $Z \rightarrow \mathcal{P}(5+5) = \mathcal{P}(10)$

$$P[Z = 8] = \frac{e^{-10}10^8}{8!} = 0,1126$$