

### ***3.- Números índices.***

3.1 Tasas de variación

3.2 Índice elemental

3.3 Índice sintético

3.4 Índices de precios, de cantidades y de valor

3.5 Cambio de base en números índices

3.6 Deflación de series económicas

3.7 Índice general y por grupos

1

$$4 \longrightarrow 5 \qquad 5-4=1$$

$$5 \longrightarrow 4 \qquad 4-5=-1$$

2

$$4 \longrightarrow 5$$

$$5/4=1,25$$

$$\begin{array}{c} 4 \\ \underbrace{\hspace{10em}} \\ 1 + 1 + 1 + 1 \\ (25\%) (25\%) (25\%) (25\%) \end{array}$$

3

$$5 \longrightarrow 4$$

$$4/5=0,8$$

$$\begin{array}{c} 5 \\ \underbrace{\hspace{10em}} \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ (20\%) (20\%) (20\%) (20\%) (20\%) \end{array}$$

4

### **Variación absoluta.**

Sea una serie de observaciones de una variable  $X$  ordenadas en el tiempo

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_{t-1}, x_t, x_{t+1}, \dots, x_n$$

Se define la **variación absoluta** en el periodo  $t$  respecto del periodo anterior como la diferencia:

$$\Delta_1(x_t) = x_t - x_{t-1}$$

En general, la variación absoluta en el periodo  $t$  respecto de  $k$  periodos antes como la diferencia:

$$\Delta_k(x_t) = x_t - x_{t-k}$$

5

### **► EJEMPLO**

$$\Delta_1(x_t) = x_t - x_{t-1} = 315 - 300 = 15$$

$$\Delta_1(y_t) = y_t - y_{t-1} = 1015 - 1000 = 15$$

6

### Variaciones relativas: Tasas de variación.

$$T_1(t) = T_1(x_t) = \frac{\Delta_1(x_t)}{x_{t-1}} = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}} = \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1$$

y en general:

$$T_k(t) = T_k(x_t) = \frac{\Delta_k(x_t)}{x_{t-k}} = \frac{x_t - x_{t-k}}{x_{t-k}} = \frac{x_t}{x_{t-k}} - 1$$

7

### ► EJEMPLO

$$T_1(t) = \frac{\Delta_1(x_t)}{x_{t-1}} = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}} = \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1 = \frac{315}{300} - 1 = 1,05 - 1 = 0,05 \quad \Rightarrow \quad 5\%$$

$$T_1(t) = \frac{y_t}{y_{t-1}} - 1 = \frac{1015}{1000} - 1 = 1,015 - 1 = 0,015 \quad \Rightarrow \quad 1,5\%$$

8

**factor de variación unitaria** que se define como

$$1 + T_1(t) = 1 + \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1 = \frac{x_t}{x_{t-1}}$$

y en general para cualquier número de meses k, como:

$$1 + T_k(t) = 1 + \frac{x_t}{x_{t-k}} - 1 = \frac{x_t}{x_{t-k}}$$

9

► **EJEMPLO**

$$1 + T_1(t) = \frac{x_t}{x_{t-1}} = \frac{315}{300} = 1,05$$

$300 \times 1,05 = 315$ , 500 unidades se transformarían en  $500 \times 1,05 = 525$ , etc.

$$1 + T_1(t) = \frac{y_t}{y_{t-1}} = \frac{1015}{1000} = 1,015$$

$1000 \times 1,015 = 1015$ , 300 unidades se transformarían en  $300 \times 1,015 = 304,5$ , etc.

10

### Equivalencia entre tasas de variación de diferentes periodos.

Sea la siguiente serie mensual de observaciones

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_{12}$$

con las siguientes tasas de variación mensual asociadas

$$T_1(1) = \frac{x_1}{x_0} - 1 \quad T_1(2) = \frac{x_2}{x_1} - 1 \quad \dots \quad T_1(12) = \frac{x_{12}}{x_{11}} - 1$$

$$x_1 = (1 + T_1(1))x_0$$

$$x_2 = (1 + T_1(2))x_1 = (1 + T_1(2))(1 + T_1(1))x_0$$

...

$$x_{12} = (1 + T_1(12)) \dots (1 + T_1(1))x_0 \Leftrightarrow \frac{x_{12}}{x_0} = (1 + T_1(12)) \dots (1 + T_1(1))$$

$$T_{12} = \frac{x_{12}}{x_0} - 1 \quad 1 + T_{12} = \frac{x_{12}}{x_0}$$

$$1 + T_{12} = \frac{x_{12}}{x_0} = (1 + T_1(12)) \dots (1 + T_1(1))$$

11

*tasa de variación anual equivalente*

$$1 + T_{12} = (1 + T_1(12)) \dots (1 + T_1(1))$$

$$T_{12} = [(1 + T_1(12)) \dots (1 + T_1(1))] - 1$$

$$1 + \hat{T}_{12} = (1 + T_1(1)) \dots (1 + T_1(1)) = (1 + T_1(1))^{12}$$

$$\hat{T}_{12} = (1 + T_1)^{12} - 1$$

12

Para indicar que la anterior tasa anual equivalente se ha obtenido a partir de una tasa mensual completamos la notación con el superíndice (1):

$$\hat{T}_{12}^{(1)} = (1 + T_1)^{12} - 1$$

Para la tasa anual equivalente obtenida a partir de la tasa de variación del primer trimestre del año:

$$\hat{T}_{12}^{(3)} = (1 + T_3)^4 - 1$$

Si se ha obtenido a partir del primer semestre del año:

$$\hat{T}_{12}^{(6)} = (1 + T_6)^2 - 1$$

13

► **EJEMPLO 3.4.**

En el primer semestre de 2016 los precios han subido un 1,17%. ¿Cuál será la inflación anual estimada para el año 2016 si en el segundo semestre se mantiene la misma tendencia observada en el primero?

*Solución:*

$$\hat{T}_{12}^{(6)} = (1 + T_6)^2 - 1 = (1 + 0,0117)^2 - 1 = 0,02354 \quad (2,354\%)$$

¿Cuál sería la tasa anual equivalente si los precios han subido un 2% en los primeros 100 días del año?

$$\hat{T}_{12}^{(100 \text{ días})} = \left(1 + T_{100 \text{ días}}\right)^{\frac{365}{100}} - 1 = (1 + 0,02)^{3,65} - 1 = 0,075 \quad (7,5\%)$$

14

**Tasa media de variación (TM).**

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_t, \dots, x_n$$

$$T(1) = \frac{x_1}{x_0} - 1 \quad T(2) = \frac{x_2}{x_1} - 1 \quad \dots \quad T(t) = \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1 \quad \dots \quad T(n) = \frac{x_n}{x_{n-1}} - 1$$

$$x_n = (1+T(n))(1+T(n-1))\dots(1+T(2))(1+T(1))x_0$$

$$x_n = (1+TM)(1+TM)\dots(1+TM)(1+TM)x_0 = (1+TM)^n x_0$$

$$(1+TM)^n = (1+T(n))(1+T(n-1))\dots(1+T(2))(1+T(1))$$

$$(1+TM) = \sqrt[n]{(1+T(n))(1+T(n-1))\dots(1+T(2))(1+T(1))}$$

$$TM = \sqrt[n]{(1+T(n))\dots(1+T(2))(1+T(1))} - 1 = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_0}} - 1$$

15

► **EJEMPLO 3.5.**

El consumo de energía eléctrica de una empresa fue durante los meses de diciembre de 2015 a junio de 2016:

<i>t</i>	<i>consumo</i>
2015 diciembre	15400
2016 enero	17300
2016 febrero	25600
2016 marzo	30200
2016 abril	27000
2016 mayo	26400
2016 junio	24800

Calcule:

- La variación absoluta trimestral.
- Tasas mensuales de variación.
- Tasa semestral de variación.
- Tasa mensual media de variación en todo el periodo.

16



Solución:

a)

$t$	$\Delta_3(x_t)$
2016 marzo	30200-15400=14800
2016 abril	27000-17300=9700
2016 mayo	26400-25600=800
2016 junio	24800-30200=-5400

b)

$t$	$T_i(t)$
2016 enero	$\frac{17300}{15400} - 1 = 0,1234$
2016 febrero	$\frac{25600}{17300} - 1 = 0,4798$
2016 marzo	$\frac{30200}{25600} - 1 = 0,1797$
2016 abril	$\frac{27000}{30200} - 1 = -0,1060$
2016 mayo	$\frac{26400}{27000} - 1 = -0,0222$
2016 junio	$\frac{24800}{26400} - 1 = -0,0606$

17

c) Dos formas de hacerlo:

$$T_6(2016 \text{ junio}) = \frac{24800}{15400} - 1 = 0,6104$$

O bien a partir de las tasas de variación mensual:

$$1 + T_6(2016 \text{ junio}) = (1 + T_1(2016 \text{ enero})) \times (1 + T_1(2016 \text{ febrero})) \times \dots \times (1 + T_1(2016 \text{ junio})) =$$

$$= 1,1234 \times 1,4798 \times 1,1797 \times 0,8940 \times 0,9778 \times 0,9394 = 1,6104$$

$$T_6(2016 \text{ junio}) = 0,6104 \quad T_6(2016 \text{ junio})\% = 61,04\%$$

d) Se puede resolver de dos formas:

$$1 + TM = \sqrt[6]{(1 + T_1(2016 \text{ enero})) \times (1 + T_1(2016 \text{ febrero})) \times \dots \times (1 + T_1(2016 \text{ junio}))} =$$

$$= \sqrt[6]{1,1234 \times 1,4798 \times 1,1797 \times 0,8940 \times 0,9778 \times 0,9394} = \sqrt[6]{1,6104} = 1,08265$$

$$1 + TM = \sqrt[6]{\frac{24800}{15400}} = \sqrt[6]{1,6104} = 1,08265$$

$$TM = 0,08265 \quad TM\% = 8,265\%$$

18

### Índice elemental.

$$x_0, x_1, \dots, x_t, \dots,$$

$$I_{t/0}(X) = \frac{x_t}{x_0}$$

$1 + T_t(t) = 1 + \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1 = \frac{x_t}{x_0}$ , es decir, es el factor de variación unitaria entre los periodos 0 y t.

19

#### ► EJEMPLO

El precio de la gasolina ha pasado de 1,125€/litro a 1,328€/litro. Calculando el correspondiente índice elemental podemos ver que

$$I_{1/0}(X) = \frac{x_1}{x_0} = \frac{1,328}{1,125} = 1,18$$

la gasolina es ahora un 18% más cara que antes

$$I_{0/1}(X) = \frac{x_0}{x_1} = \frac{1,125}{1,328} = 0,847 \quad \Rightarrow \quad 1 - 0,847 = 0,153$$

antes su valor era el 84,7% de su valor actual, es decir, un 15,3% más barata que actualmente.

20

### propiedad circular

$$\frac{x_{t'}}{x_0} = \frac{x_{t'}}{x_t} \frac{x_t}{x_0} \Leftrightarrow I_{t'/0}(X) = I_{t'/t}(X)I_{t/0}(X)$$

$$I_{t'/t}(X) = \frac{I_{t'/0}(X)}{I_{t/0}(X)}$$

### propiedad de inversión.

$$\frac{x_t}{x_0} = \frac{1}{\frac{x_0}{x_t}} \quad I_{t/0}(X) = \frac{1}{I_{0/t}(X)}$$

21

### ► EJEMPLO

El año pasado el precio de la gasolina ha experimentado entre los meses de enero y junio una subida, según el índice elemental, de 1,185 y entre los meses de enero y diciembre una subida, según el mismo índice, de 1,225. ¿Qué subida ha experimentado el precio de la gasolina entre los meses de junio y diciembre?

*Solución:*

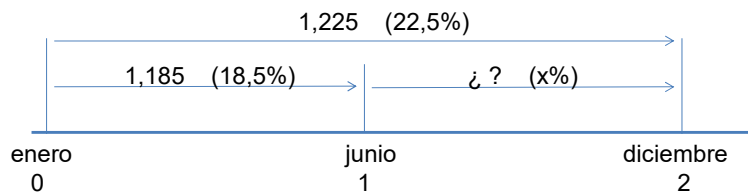
Etiquetamos por comodidad como 0, 1 y 2 a los tres meses de enero, junio y diciembre respectivamente.

$$I_{2/1}(X) = \frac{I_{2/0}(X)}{I_{1/0}(X)} = \frac{1,225}{1,185} = 1,0338$$

De junio a diciembre ha aumentado 0,0338 en tanto por uno (3,38%).

*Observe que no sería válido el razonamiento: de enero a junio ha aumentado un 18,5%, de enero a diciembre ha aumentado un 22,5%, por tanto de junio a diciembre ha aumentado un 22,5-18,5=4%. ◀*

22



$$22,5\% - 18,5\% = 4\% \quad \text{NO}$$

$$I_{2/1}(X) = \frac{I_{2/0}(X)}{I_{1/0}(X)} = \frac{1,225}{1,185} = 1,0338$$

$$1,0338 - 1 = 0,0338 \quad 3,38\%$$

23

25. PRECIOS  
C) Precios en la construcción

25.7 Índice de costes de la construcción y precio medio del metro cuadrado de las viviendas libres tasadas

Ministerio de Fomento y Ministerio de la Vivienda Año Base 1990=100 y Euros

Índice de costes de la construcción Base 1990 = 100 (series mensuales)							Precio medio del m <sup>2</sup> de las viviendas libres tasadas (series trimestrales)													
General			Edificación		Ingeniería civil		Comunidades autónomas con más de 2.000.000 de habitantes													
Total	Labo- ral	Consumos inter- medios	Total	Del cual Consumos inter- medios	Total	Del cual Consumos inter- medios	Total nacio- nal	Menos de 2 años	Más de 2 años	Anda- lucía	Castilla- León	Cata- luña	Comu- nidad Valen- cia	Gali- cia	Comu- nidad de Madrid	Total nacio- nal	Menos de 1 año	Más de 1 año		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
01	M	143,4	169,9	128,0	141,5	125,4	150,9	139,2	967	1065	934	806	868	1225	796	781	1431	1021	1153	978
02	M	145,6	174,3	128,6	143,8	126,2	152,6	139,0	1119	1178	1093	932	937	1355	922	846	1723	1191	1347	1135
03	M	148,8	182,9	129,6	146,9	127,0	156,3	140,6	1316	1326	1311	1121	1017	1543	1066	937	2066	1400	1560	1345
04	M	156,4	191,7	137,1	153,9	133,6	166,2	151,9	1546	1530	1551	1362	1152	1805	1216	1060	2407	1642	1818	1580
05	M	164,0	199,9	146,3	160,4	141,0	178,7	169,1	1761	1724	1778	1530	1285	2013	1431	1210	2706	...	...	...
06	M	174,7	208,7	156,4	170,6	150,4	191,3	182,3	1944	1913	1956	1678	1417	2257	1570	1395	2912	...	...	...
06 I-III	M	174,0	208,7	156,0	169,8	149,6	191,4	183,2	1929	1899	1941	1643	1405	2236	1561	1377	2897	...	...	...
07 I-III	MP	181,3	213,7	163,7	177,9	158,8	195,0	184,9	2047	2020	2055	1753	1496	2378	1639	1498	2999	...	...	...
04 III		158,2	191,7	139,4	155,6	135,7	168,6	155,2	1571	1544	1581	1304	1162	1838	1253	1091	2424	1672	1851	1604
04 IV		159,8	191,7	141,7	157,0	137,5	171,5	159,6	1618	1619	1615	1362	1229	1923	1280	1114	2518	1739	1923	1674
05 I		161,0	200,1	143,0	158,2	139,0	172,1	159,9	1685	1653	1699	1391	1229	1929	1350	1144	2617	...	...	...
05 II		163,3	199,8	145,4	160,0	140,5	177,0	166,5	1753	1715	1768	1464	1292	1993	1428	1176	2701	...	...	...
05 III		165,3	199,9	147,9	161,1	141,8	182,1	174,3	1782	1743	1801	1491	1298	2037	1457	1239	2720	...	...	...
05 IV		166,6	199,9	149,0	162,4	142,7	183,6	175,6	1824	1786	1844	1530	1321	2092	1490	1282	2785	...	...	...
06 I		169,8	208,5	152,4	165,7	146,4	186,4	178,4	1888	1857	1901	1587	1374	2176	1537	1310	2874	...	...	...
06 II		175,4	208,7	156,7	171,0	150,2	193,3	184,8	1942	1913	1952	1626	1417	2255	1571	1406	2903	...	...	...
06 III		176,9	208,8	158,8	172,6	152,3	194,6	186,5	1957	1926	1969	1643	1424	2278	1574	1416	2916	...	...	...
06 IV		176,7	208,9	157,6	173,2	152,6	190,8	179,4	1991	1958	2003	1678	1451	2317	1598	1448	2955	...	...	...
07 I		178,6	213,7	160,7	175,5	156,2	191,1	179,9	2024	1994	2035	1707	1481	2357	1627	1471	3002	...	...	...
07 II	P	182,4	213,7	165,1	179,0	160,1	196,4	186,8	2055	2029	2062	1740	1503	2382	1650	1512	2989	...	...	...
07 III	P	182,8	213,7	165,3	179,2	160,0	197,4	187,9	2061	2037	2069	1753	1505	2395	1641	1511	3005	...	...	...

a. Los datos anteriores al primer trimestre de 2001 han sido calculados usando las tasas de variación de las antiguas series base 1987

24

$$I_{2006/2001}(X) = \frac{I_{2006/1990}(X)}{I_{2001/1990}(X)} = \frac{1,747}{1,434} = 1,218$$

121,8      + 21,8%

$$174,7 - 143,4 = 31,3 \quad \text{NO}$$

25

### Índice sintético.

$X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n$  (por ejemplo, precios de distintos artículos).

Los índices elementales de las magnitudes simples  $X_i$  se definen como:

$$I_{t/0}(X_i) = \frac{x_{it}}{x_{i0}}$$

¿Cómo reunir toda la información en un solo índice?

26

## Índices sintéticos sin ponderar

### Índice de Sauerbeck.

$$S_{t/0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{t/0}(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}}$$

### Índice de Bradstreet y Dudot.

$$D_{t/0}(X) = \frac{\sum_{i=1}^n x_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{i0}}$$

27

## Índices sintéticos ponderados.

$$S_{t/0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{t/0}(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}}$$

### Índice de Laspeyres.

$$L_{t/0}(X) = \sum_{i=1}^n I_{t/0}(X_i) u_{i0} = \sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} u_{i0}$$

### Índice de Paasche.

$$P_{t/0}(X) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{u_{it}}{I_{t/0}(X_i)}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{i0}}{x_{it}} u_{it}}$$

### Índice de Fisher.

$$F_{t/0}(X) = \sqrt{L_{t/0}(X) P_{t/0}(X)}$$

28

### 3.4 Índices de precios, de cantidades y de valor.

Periodo base		Periodo actual	
precios	cantidades	precios	cantidades
$p_{10}$	$q_{10}$	$p_{1t}$	$q_{1t}$
$p_{20}$	$q_{20}$	$p_{2t}$	$q_{2t}$
·	·	·	·
$p_{i0}$	$q_{i0}$	$p_{it}$	$q_{it}$
·	·	·	·
$p_{n0}$	$q_{n0}$	$p_{nt}$	$q_{nt}$

Periodo base	Periodo actual
valores	valores
$v_{10} = p_{10}q_{10}$	$v_{1t} = p_{1t}q_{1t}$
$v_{20} = p_{20}q_{20}$	$v_{2t} = p_{2t}q_{2t}$
·	·
$v_{i0} = p_{i0}q_{i0}$	$v_{it} = p_{it}q_{it}$
·	·
$v_{n0} = p_{n0}q_{n0}$	$v_{nt} = p_{nt}q_{nt}$

sin ponderar

$$S_{t/0}^p(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{p_{it}}{p_{i0}} \quad S_{t/0}^q(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{q_{it}}{q_{i0}} \quad S_{t/0}^v(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{v_{it}}{v_{i0}}$$

$$D_{t/0}^p(X) = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0}} \quad D_{t/0}^q(X) = \frac{\sum_{i=1}^n q_{it}}{\sum_{i=1}^n q_{i0}} \quad D_{t/0}^v(X) = \frac{\sum_{i=1}^n v_{it}}{\sum_{i=1}^n v_{i0}}$$

29

Ponderados:

$$u_{i0} = \frac{p_{i0}q_{i0}}{\sum_{j=1}^n p_{j0}q_{j0}} \quad u_{it} = \frac{p_{it}q_{it}}{\sum_{j=1}^n p_{jt}q_{jt}}$$

Índice de precios de Laspeyres

$$L_{t/0}^p = \sum_{i=1}^n \frac{p_{it}}{p_{i0}} u_{i0} = \sum_{i=1}^n \frac{p_{it}}{p_{i0}} \frac{p_{i0}q_{i0}}{\sum_{j=1}^n p_{j0}q_{j0}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it}q_{i0}}{\sum_{j=1}^n p_{j0}q_{j0}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it}q_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0}q_{i0}}$$

Índice de precios de Paasche

$$P_{t/0}^p = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{p_{i0}}{p_{it}} u_{it}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{p_{i0}}{p_{it}} \frac{p_{it}q_{it}}{\sum_{j=1}^n p_{jt}q_{jt}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{p_{i0}q_{it}}{\sum_{j=1}^n p_{jt}q_{jt}}} = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n p_{i0}q_{it}}{\sum_{j=1}^n p_{jt}q_{jt}}} = \frac{\sum_{j=1}^n p_{jt}q_{jt}}{\sum_{i=1}^n p_{i0}q_{i0}}$$

30

### Índice de cantidades de Laspeyres

$$I_{t/0}^q = \sum_{i=1}^n \frac{q_{it}}{q_{i0}} u_{i0} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}}$$

### Índice de cantidades de Paasche

$$P_{t/0}^q = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{q_{i0}}{q_{it}} u_{it}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{i0}}$$

31

### Índice de Marshall-Edgeworth

#### precios

$$E_{t/0}^p = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \frac{(q_{i0} + q_{it})}{2}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \frac{(q_{i0} + q_{it})}{2}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} (q_{i0} + q_{it})}{\sum_{i=1}^n p_{i0} (q_{i0} + q_{it})} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{i0} + \sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0} + \sum_{i=1}^n p_{i0} q_{it}}$$

#### cantidades

$$E_{t/0}^q = \frac{\sum_{i=1}^n q_{it} \frac{(p_{i0} + p_{it})}{2}}{\sum_{i=1}^n q_{i0} \frac{(p_{i0} + p_{it})}{2}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_{it} (p_{i0} + p_{it})}{\sum_{i=1}^n q_{i0} (p_{i0} + p_{it})} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{it} + \sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0} + \sum_{i=1}^n p_{it} q_{i0}}$$

32



### Índice de valor agregado

valor total de los artículos en el periodo actual,  $v_t = \sum_{i=1}^n v_{it} = \sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}$ .

valor total de los artículos en el periodo base,  $v_0 = \sum_{i=1}^n v_{i0} = \sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}$ :

$$I_{t/0}^v = \frac{v_t}{v_0} = \frac{\sum_{i=1}^n v_{it}}{\sum_{i=1}^n v_{i0}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}}$$

Coincide con el **índice de Bradstreet y Dudot** sobre los índices elementales de valor.

$$I_{t/0}^v = L_{t/0}^p P_{t/0}^q = L_{t/0}^q P_{t/0}^p$$

33

### Cambio de base en números índices.

base  $t_1$ ,  $I_{t/t_1}$

base  $t_2$ ,  $I_{t/t_2}$

conocemos  $I_{t_2/t_1}$

propiedad circular.

$$I_{t/t_2} = \frac{I_{t/t_1}}{I_{t_2/t_1}}$$

$$I_{t/t_1} = I_{t/t_2} I_{t_2/t_1}$$

propiedad de inversión

$$I_{t_2/t_1} = \frac{1}{I_{t_1/t_2}}$$

34

## 7.1. Índice de precios de consumo



### 7.1.1. Índice de precios de consumo nacional general y grupos Base 2006

	2009			2010			2011		
	Media anual	Variación de las medias anuales	Variación anual (en diciembre)	Media anual	Variación de las medias anuales	Variación anual (en diciembre)	Media anual	Variación de las medias anuales	Variación anual (en diciembre)
ÍNDICE GENERAL	106,7	-0,3	0,8	108,6	1,8	3,0	112,1	3,2	2,4
Alimentos y bebidas no alcohólicas	108,6	-1,1	-2,4	107,7	-0,8	0,7	109,9	2,1	2,1
Bebidas alcohólicas y tabaco	121,1	8,9	12,7	134,3	10,9	15,2	148,0	10,2	4,2
Vestido y calzado	100,1	-1,7	-0,8	99,7	-0,3	0,6	100,0	0,3	0,3
Vivienda	112,0	1,3	0,8	115,9	3,5	5,7	124,3	7,2	5,8
Menaje	106,8	1,5	0,8	107,4	0,6	1,0	108,6	1,1	1,1
Medicina	98,0	-0,7	-1,3	97,0	-1,0	-1,2	96,8	-1,3	-2,8
Transporte	101,7	-5,8	-3,9	108,7	6,9	9,2	117,4	8,0	4,9
Comunicaciones	99,5	-0,7	-0,3	98,7	-0,8	-0,7	97,9	-0,8	-1,6
Ocio y cultura	98,8	-0,4	-1,1	97,6	-1,2	-1,1	97,5	-0,1	1,3
Enseñanza	112,4	3,5	2,7	115,2	2,5	2,3	118,0	2,4	2,8
Hoteles, cafés y restaurantes	111,9	1,9	1,2	113,3	1,2	1,7	115,1	1,6	1,2
Otros bienes y servicios	109,4	2,5	2,1	111,9	2,3	2,8	115,1	2,9	2,7

Fuente de información: Estadísticas de Índices de Precios de Consumo. INE.

35

$$I_{2011/2010}(X) = \frac{I_{2011/2006}(X)}{I_{2010/2006}(X)} = \frac{1,121}{1,086} = 1,032 \quad 0,032 \quad 3,2\%$$

36

► **EJEMPLO 3.9.**

Dadas las siguientes series de números índices de precios al consumo obtenga una sola serie para todo el periodo con base 2010 y otra con base en 2012

Año	IPC (base 1999)	IPC (base 2010)	IPC (base 2013)
2006	115		
2007	123		
2008	129		
2009	132		
2010	135	100	
2011		103	
2012		107	
2013		113	100
2014			110
2015			120
2016			123

37

Año	IPC (base 2010)	IPC (base 2010) en %
2006	$1,15/1,35=0,8518$	85,18
2007	$1,23/1,35=0,9111$	91,11
2008	$1,29/1,35=0,9555$	95,55
2009	$1,32/1,35=0,9777$	97,77
2010	1,00	100
2011	1,03	103
2012	1,07	107
2013	1,13	113
2014	$1,10 \times 1,13 = 1,243$	124,3
2015	$1,20 \times 1,13 = 1,356$	135,6
2016	$1,23 \times 1,13 = 1,3899$	138,99

38

### Deflación de series económicas.

Valores expresados en **moneda corriente** de cada año (también denominados *a precios corrientes* o *valores nominales*)

$$v_t = \sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}$$

Valores expresados en los “*mismos precios*”, *a precios constantes*, también denominados *en moneda constante* o *en términos reales*

$$\frac{v_t}{P_{t/0}^p} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}}{\frac{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{it}}} = \sum_{i=1}^n p_{i0} q_{it}$$

$$\frac{v_t}{I_{t/0}^p} \cong \sum_{i=1}^n p_{i0} q_{it}$$

39

#### ► EJEMPLO 3.10.

El gasto en enseñanza, en euros corrientes, y los índices de precios al consumo han sido:

Año	Gastos en millones €	IPC (base 2010)	IPC (base 2013)
2010	150	100	
2011	230	115	
2012	240	135	
2013	290	180	100
2014	300		105
2015	330		120
2016	400		150

Calcule el porcentaje, en términos reales, en que ha variado el gasto en enseñanza durante los siete años considerados.

40

IPC (base 2010)	IPC (base 2010) en %
1,00	100
1,15	115
1,35	135
1,80	180
1,89=1,05x1,80	189
2,16=1,20x1,80	216
2,70=1,50x1,80	270

IPC (base 2013)	IPC (base 2013) en %
$0,5555 = \frac{1,00}{1,80}$	55,55
$0,6389 = \frac{1,15}{1,80}$	63,89
$0,75 = \frac{1,35}{1,80}$	75
1,00	100
1,05	105
1,20	120
1,50	150

41

Gastos en euros de 2010	
150/1=150	
230/1,15=200	
240/1,35=177,78	
290/1,80=161,11	
300/1,89=158,73	
330/2,16=152,77	
400/2,70=148,15	

$$\frac{148,15 - 150}{150} = \frac{-1,85}{150} = -0,0123 \quad (-1,23\%)$$
  

Gastos en euros de 2013	
150/0,5555=270	
230/0,6389=359,94	
240/0,75=320	
290/1=290	
300/1,05=285,71	
330/1,20=275	
400/1,50=266,67	

$$\frac{266,67 - 270}{270} = \frac{-3,33}{270} = -0,0123 \quad (-1,23\%)$$

42

## 7.1. Índice de precios de consumo



### 7.1.1. Índice de precios de consumo nacional general y grupos. Base 2006

	2009			2010			2011		
	Media anual	Variación de las medias anuales	Variación anual (en diciembre)	Media anual	Variación de las medias anuales	Variación anual (en diciembre)	Media anual	Variación de las medias anuales	Variación anual (en diciembre)
ÍNDICE GENERAL	106,7	-0,3	0,8	108,6	1,8	3,0	112,1	3,2	2,4
Alimentos y bebidas no alcohólicas	108,6	-1,1	-2,4	107,7	-0,8	0,7	109,9	2,1	2,1
Bebidas alcohólicas y tabaco	121,1	8,9	12,7	134,3	10,9	15,2	148,0	10,2	4,2
Vestido y calzado	100,1	-1,7	-0,8	99,7	-0,3	0,6	100,0	0,3	0,3
Vivienda	112,0	1,3	0,8	115,9	3,5	5,7	124,3	7,2	5,8
Menaje	106,8	1,5	0,8	107,4	0,6	1,0	108,6	1,1	1,1
Medicina	98,0	-0,7	-1,3	97,0	-1,0	-1,2	96,8	-1,3	-2,8
Transporte	101,7	-5,8	3,9	108,7	6,9	9,2	117,4	8,0	4,9
Comunicaciones	99,5	-0,7	-0,3	98,7	-0,8	-0,7	97,9	-0,8	-1,6
Ocio y cultura	98,8	-0,4	-1,1	97,6	-1,2	-1,1	97,5	-0,1	1,3
Enseñanza	112,4	3,5	2,7	115,2	2,5	2,3	118,0	2,4	2,8
Hoteles, cafés y restaurantes	111,9	1,9	1,2	113,3	1,2	1,7	115,1	1,6	1,2
Otros bienes y servicios	109,4	2,5	2,1	111,9	2,3	2,8	115,1	2,9	2,7

Fuente de información: Estadísticas de Índices de Precios de Consumo. INE.

$$106,7 = 108,6 \times u_{10} + 121,1 \times u_{20} + \dots + 109,4 \times u_{120}$$

43

### Índice general y por grupos.

$$I_{t/0}(X) = \sum_{i=1}^n I_{t/0}(X_i) u_{i0}$$

La variación absoluta del índice general entre dos periodos  $t$  y  $t'$  será:

$$\begin{aligned} \Delta I(X) &= I_{t'/0}(X) - I_{t/0}(X) = \sum_{i=1}^n I_{t'/0}(X_i) u_{i0} - \sum_{i=1}^n I_{t/0}(X_i) u_{i0} = \\ &= \sum_{i=1}^n (I_{t'/0}(X_i) - I_{t/0}(X_i)) u_{i0} = \sum_{i=1}^n \Delta I(X_i) u_{i0} \end{aligned}$$

44

► **EJEMPLO**

Las ponderaciones de los siguientes grupos en el IPC para el año base son

Grupo	Ponderación en %
Alimentos	35
Vestido	9
Vivienda	17
Menaje y hogar	7
Salud	3
Transporte	12
Ocio	5
Enseñanza	8
Otros	4
Total	100

Si el IPC de este año ha sido 115,96, calcule el IPC para el próximo año en los siguientes casos:

- El índice de la vivienda se incrementa 15 puntos permaneciendo igual el resto de los índices.
- Los índices de vivienda y transporte se incrementan 10 y 5 puntos respectivamente, los índices de vestido y enseñanza disminuyen 2 y 1 punto respectivamente, no variando el resto de los índices.

45

$$a) \Delta I(X) = \sum_{i=1}^n \Delta I(X_i) u_{i0} = 15 \times 0,17 = 2,55$$

$$IPC(\text{próx. año}) = IPC(\text{año actual}) + \Delta IPC = 115,96 + 2,55 = 118,51$$

$$b) \Delta I(X) = \sum_{i=1}^n \Delta I(X_i) u_i = (10 \times 0,17) + (5 \times 0,12) + (-2 \times 0,09) + (-1 \times 0,08) = 2,04$$

$$IPC(\text{próx. año}) = IPC(\text{año actual}) + \Delta IPC = 115,96 + 2,04 = 118,00$$

46