

# LÓGICA Y TRATAMIENTO DE DATOS EN SECUNDARIA.

**PITARCH ANDRÉS IRENE, ORÚS BÁGUENA PILAR.**  
Dpto. de Matemáticas, Universidad Jaume -I, Castellón<sup>1</sup>.

## INTRODUCCIÓN

Esta comunicación pretende presentar una primera aproximación de lo que actualmente es un trabajo de investigación en curso y que contribuirá a una futura tesis de licenciatura del programa de doctorado del Departamento de Matemáticas de la UJI. Dicho trabajo debe situarse en el marco de la Teoría de Situaciones, intentando contribuir a la construcción de la Didáctica de las Matemáticas como “ciencia de las condiciones de creación y difusión de los conocimientos matemáticos” según la definición dada por G. Brousseau (1986).

Esta ponencia tiene básicamente dos objetivos:

- Presentar la génesis del trabajo en curso, analizando la viabilidad y el interés didáctico de una posible continuación de las investigaciones realizadas por Pilar Orús desde su tesis (Francia.1992) y de los trabajos de investigación relacionados con el tema (trabajos sobre la enseñanza de la prueba, demostración, razonamiento, etc.)
- Presentar la experimentación llevada a cabo durante el curso académico 2000/01, en la provincia de Castellón.

## 1. PROBLEMÁTICA DIDÁCTICA DEL TRABAJO.

### 1.1. ORIGEN DE LA PROBLEMÁTICA.

Una parte importante de la tesis de P. Orús (1992)<sup>2</sup> toma como objeto de estudio *el tratamiento de las diferentes formas del razonamiento de los alumnos en la relación didáctica*, centrándose en diversos aspectos del razonamiento lógico y de la actividad clasificatoria a partir del análisis de datos en situación escolar.

A partir de este análisis la autora detecta un problema de contrato didáctico en términos de paradoja<sup>3</sup>, al utilizar el alumno su razonamiento natural y espontáneo cuando el profesor intenta implicarlo en la construcción de un conocimiento matemático que supone un razonamiento formal propio de dichos conocimientos matemáticos: si los profesores se ocupan explícitamente de las dificultades del alumno provocadas por su razonamiento natural y sus dificultades con el razonamiento formal implicado, entonces los enseñantes no están trabajando los contenidos matemáticos, sino más bien la epistemología, la lógica, etc. Pero si los profesores ignoran los razonamientos espontáneos de los alumnos, entonces dichos razonamientos pueden convertirse en un obstáculo para la construcción de los razonamientos formales o científicos. El enseñante se enfrenta a esta paradoja con una nueva situación paradójica: no puede permitir el error sin incidir sobre él, pero a la vez no puede actuar porque no tiene instrumentos para abordar el problema.

P. Orús propone una solución basada en la Teoría de Situaciones (Brousseau, G.1986) que consta de la elaboración y experimentación de una ingeniería didáctica. El análisis

---

<sup>1</sup> [al056859@alumail.uji.es](mailto:al056859@alumail.uji.es); [orus@mat.uji.es](mailto:orus@mat.uji.es)

<sup>2</sup> Orús, P. (1992) (pp 14-21)

<sup>3</sup> Orús, P. (1993) (pp 3-5)

tipológico (clasificador) es utilizado como soporte general de dicha ingeniería didáctica, siendo para el profesor un medio de negociación y comunicación con los alumnos, y para los alumnos será un medio de objetivación de sus razonamientos. Las tablas de doble entrada utilizadas en el análisis clasificador son el medio común que permite la representación de los diferentes tipos de razonamientos de los alumnos (pensamiento natural, la clasificación, la lógica, etc.).

La experimentación de las lecciones propuestas en dicha ingeniería didáctica, fue llevada a cabo con alumnos de enseñanza primaria en Francia (10-12 años en sucesivos cursos escolares desde 1985/86 y fue incorporada posteriormente al currículum habitual de la Escuela J.MICHELET).

## 1.2. ALGUNAS PREGUNTAS PARA NUESTRA INVESTIGACIÓN.

Nos proponemos continuar los trabajos de P. Orús, realizando un nuevo proyecto siguiendo un mismo método de investigación, pero al mismo tiempo, introduciendo distintas perspectivas, al observar otro nivel educativo (ESO) en el cual sea posible un tratamiento simultáneo de la lógica y de los datos, a partir de una primera aproximación al análisis estadístico.

Ante esta situación nos planteamos algunos interrogantes:

- ¿será factible dicha experimentación?
- ¿qué puede aportar esta nueva perspectiva de la estadística?
- ¿cuál es en definitiva el interés didáctico de nuestra propuesta de trabajo en la educación secundaria obligatoria (ESO) en estos momentos en España y con el currículum actual sobre contenidos de estadística?

## 1.3. TEMAS PROPUESTOS EN NUESTRO ESTUDIO Y SITUACIÓN CURRICULAR ACTUAL.

El estudio de la lógica, propiamente dicha, no se incluye de forma explícita en el currículum de la educación secundaria obligatoria; este bloque de contenidos no aparece en el currículum hasta la etapa postobligatoria del Bachillerato en el área de la Filosofía.

En el Diseño Curricular de Matemáticas de la ESO (Comunidad Valenciana)<sup>4</sup>, se contemplan siete bloques de contenidos, siendo uno de ellos la Estadística. En éste último se presentan como contenidos relacionados con el tratamiento de datos:

- **Recogida de datos. Muestreo:** criterios de selección del objeto de estudio, elaboración de encuestas y formularios, población, representatividad de una muestra.
- **Tratamiento de datos:** agrupación, elección de clases, intervalos, tabulación y recuento.

Se puede deducir que en esta etapa educativa no se le da un peso demasiado significativo al tratamiento de datos, mientras que tal como expone Carmen Batanero (2001)<sup>5</sup>, una primera dificultad para muchos profesores en la enseñanza de la estadística, proviene de los cambios progresivos que sufre la estadística en la actualidad. Esta autora, señala que la comprensión y la interpretación de las técnicas básicas de análisis de datos es cada día más importante, por lo que se debe enseñar estadística a los alumnos con capacidades y actitudes variables. Carmen Batanero explica que la estadística atraviesa un periodo considerable de expansión por lo que cada vez la estadística dista más de la matemática pura, convergiendo de este modo hacia una “ciencia de los datos”.

---

<sup>4</sup> DGOIE (1990) (pp. 112-130)

<sup>5</sup> BATANERO, C. (2001) (p. 211).

En el trabajo que presentamos se pretende analizar la *utilización del tratamiento de datos* como “instrumento” que permite trabajar de forma subyacente la lógica a la vez que una introducción a la Estadística Descriptiva.

También proponemos el *trabajo lógico sobre los datos*, como posibilidad de completitud del análisis de datos, desbordando así, el tratamiento curricular actual de dicho contenido, ya que podemos señalar que recibe un “trato” meramente cuantitativo y descriptivo en un solo bloque de contenidos del currículum de la ESO.

En cuanto a la experimentación que se presenta en esta ponencia y que supone una pre-experimentación de una posible Ingeniería Didáctica, cabe señalar que las cuestiones sobre la estadística descriptiva que se han introducido son escasas y meramente indicativas. La naturaleza de la experimentación nos ha permitido analizar más profundamente el tratamiento de datos en la educación secundaria mediante un trabajo lógico. Este enfoque se sitúa en un plano diferente respecto de la estadística educativa, ya que investigadores como Carmen Batanero y cols, se centran más – en una parte de su trabajo - en el análisis exploratorio de datos y estudian los errores y dificultades que presentan los alumnos en los conceptos estadísticos, tal y como muestran en algunos de sus artículos<sup>6</sup>.

En resumen, en esta comunicación, intentamos poner de manifiesto la posible coexistencia del tratamiento o análisis de datos y de la lógica, en la enseñanza secundaria obligatoria. Los indicios encontrados en el trabajo realizado por P. Orús sobre esta coexistencia en primaria junto a los diversos estudios realizados por Carmen Batanero - en Estadística Educativa -, sobre la enseñanza actual de la estadística y en concreto el análisis de datos en propuesta, nos permite vislumbrar un posible avance en este campo de investigación en D.M: tratamiento de datos/ razonamiento lógico/ estadística descriptiva.

Es imprescindible para iniciar nuestro trabajo, delimitar las condiciones iniciales para poder abordar - en un futuro- la búsqueda de las variables didácticas más óptimas que definan la ingeniería didáctica de situaciones escolares adaptadas al currículum y a las capacidades de los alumnos. Nuestro objetivo tiene como paso inicial la recogida de datos proporcionada por la experimentación 2000/01.

## **2. EXPERIMENTACIÓN 2000/01.**

### **2.1. ELECCIÓN DE LA MUESTRA DE LA EXPERIMENTACIÓN.**

La experimentación se ha desarrollado en dos centros educativos de la comunidad valenciana, en concreto en el “IES Leopoldo Querol” de Vinaroz y en el “IES Politécnico” de Castellón de la Plana. Dichos institutos no presentan unas características educativas especiales, y por lo tanto se pueden tomar como muestra representativa, escogida al azar, de los centros educativos de enseñanza secundaria de dicha comunidad autónoma.

Los niveles educativos elegidos han sido los que corresponden a la etapa educativa completa; desde primero hasta cuarto de la ESO, obteniendo como muestra 239 alumnos en total. El motivo de esta elección se justifica en la búsqueda de unos

---

<sup>6</sup> Ver bibliografía referente BATANERO, C. y cols. (1991, 1994, 1999).

indicadores que nos faciliten la labor de decisión sobre el nivel concreto en el que deberemos realizar nuestra futura ingeniería didáctica. Los indicadores que precisamos pueden ser detectados a partir de la observación de diferencias significativas, en el caso de que existan, entre los distintos niveles educativos.

## **2.2. ADECUACIÓN Y DISEÑO DEL CUESTIONARIO.**

### **2.2.1. Elección del tema de la prueba.**

El punto de partida de este proyecto es el cuestionario llamado “Cuestionario de los Pitufos”<sup>7</sup>, que consta de una tabla de valores (matriz booleana) que expresa el resultado de una encuesta de 15 preguntas a 20 sujetos y de unas cuestiones para los alumnos respecto de los datos de dicha matriz.

En el presente trabajo se toma una de las variantes de dicho cuestionario y la misma tabla de datos, aunque en conjunto sufre algunas modificaciones necesarias para la adecuación de la prueba a los alumnos de la etapa educativa de la ESO.

Es obvio que el tema relacionado con los Pitufos no es adecuado para alumnos que comprenden edades entre 11 y 16 años. Por lo tanto, se ha elegido como tema de fondo “ los diferentes tipos de música “ más conocidos en las últimas décadas. La música es un campo bastante amplio, pero al mismo tiempo presenta la característica de ser tema de actualidad en cualquier periodo temporal, siendo a su vez un tema atractivo y motivador, especialmente para los jóvenes comprendidos entre estas edades.

Este argumento es constatado por el hecho de que la información recogida para la preparación del cuestionario, se ha obtenido a partir de una encuesta realizada a 50 jóvenes comprendidos entre 15 y 20 años. Esta encuesta ha tenido una doble función:

- conocer los diversos tipos de música más actual (las tendencias musicales más clásicas ya son conocidas)
- recoger datos sobre “el gusto musical” de los jóvenes para actualizar la tabla de datos original propuesta por P.Orús que trataba sobre “el gusto por el cine” con el tema de fondo de los Pitufos.

### **2.2.2. Actualización de la tabla de valores (T).**

La matriz booleana o tabla de datos (T), con la que los alumnos deben trabajar para responder al cuestionario, tiene las dimensiones de 15x20. Se ha considerado conveniente mantener el tamaño de la matriz como el de la tabla original, por varias razones:

- Los alumnos de los últimos cursos de la enseñanza primaria correspondientes a la enseñanza francesa, que utilizaron esta matriz en la experimentación realizada por P. Orús (1992)<sup>8</sup>, tuvieron un éxito en la lectura y manejo de la tabla correspondiente a más de un 81%. Partimos pues, de esta premisa: los alumnos de secundaria también sabrán utilizar la tabla de valores, al menos del mismo tamaño.
- Los alumnos de la etapa educativa de la ESO, no trabajan habitualmente tablas de valores con dimensiones tan grandes como la tabla (T), por lo que uno de nuestros objetivos es analizar el tratamiento de datos a partir de una tabla con un número de valores bastante significativo. De esta manera podremos valorar, para nuestros

---

<sup>7</sup> ORÚS P. 1992 pp. 259-293

<sup>8</sup> ORÚS, P. (1992) (p. 297)

estudios posteriores, si este tamaño es suficiente o podemos aumentarlo en un determinado número de filas o columnas.

La tabla de valores (T) no ha sufrido cambios de tamaño, pero sí respecto a los criterios que caracterizan la matriz. Las columnas de la tabla representan a 20 jóvenes (elegidos entre los 50 jóvenes de edades 15-20 años) que han sido entrevistados para obtener información sobre el gusto musical que tiene cada uno de ellos. Las filas de la tabla representan los criterios que corresponden a los 15 tipos de música diferente sobre los que se ha pedido opinión a los jóvenes.

Los valores de la tabla original se han conservado haciendo los cambios pertinentes entre “el gusto por el cine” de la matriz inicial<sup>9</sup> y “el gusto por la música” para la matriz actual (se ha sustituido cada tipo de película por la modalidad musical que correspondía según los valores de la tabla original y las respuestas de los jóvenes entrevistados sobre la música), obteniendo de esta manera la siguiente tabla (tabla T):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
¿Te gusta la música hip-hop?	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
¿Te gusta la ópera?	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
¿Te gusta la música máquina?	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
¿Te gusta el jazz?	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
¿Te gusta el flamenco?	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
¿Te gustan las rumbas?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
¿Te gusta la música heavy?	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
¿Te gusta la música pop?	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
¿Te gusta la música clásica?	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
¿Te gusta la música dance?	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
¿Te gusta la música reggae?	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
¿Te gusta el hardcore?	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
¿Te gusta el rap?	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
¿Te gusta la música punk?	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
¿Te gusta la música ska?	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1

**Tabla T**

### 2.2.3. Adecuación del cuestionario (Q): estudio a priori de la tabla T.

El cuestionario que se presenta en nuestra experimentación 2000/01, surge como consecuencia de las modificaciones realizadas sobre una de las variantes del cuestionario original<sup>10</sup>. Dichas variaciones se deben por una parte al tema de fondo del cuestionario, y por otra parte a un análisis a priori de las cuestiones con el objetivo de discernir qué contenidos pretendemos estudiar con los alumnos de la experimentación.

<sup>9</sup> ORÚS, P. (1992) (p. 262)

<sup>10</sup> ORÚS, P. (1992) (p. 263)

La transformación del tema “películas” por el tema “música” sigue los mismos criterios aplicados en los cambios que se han efectuado en la tabla (T).

Para tomar las decisiones sobre los cambios más pertinentes en algunas de las preguntas del cuestionario original, se ha procedido de distintas maneras y se han utilizado distintos métodos:

- Aplicación del **programa informático estadístico “CHIC”**<sup>11</sup> a la matriz (T) tomando como elementos de análisis estadístico tanto los 20 jóvenes, como los 15 tipos de música diferente. Este programa nos proporciona una clasificación según unos cálculos de proximidades/distancias y al mismo tiempo un análisis implicativo y jerárquico entre los jóvenes o los tipos de música que vienen en la tabla (T). El hecho de tener agrupados, bien los jóvenes, bien los tipos de música, según distintos niveles de agregación, nos facilita tomar decisiones entorno a las posibles modificaciones del cuestionario. En efecto, este análisis nos ha permitido modificar las cuestiones nº10, nº13 y nº18 respecto del cuestionario original.
- Introducción de tres nuevas cuestiones, Q9, Q10 y Q11, en las que se pregunta explícitamente sobre **contenidos básicos de estadística** (en concreto, frecuencia absoluta, relativa y tanto por ciento). El objetivo de esta propuesta es observar y analizar si los alumnos de secundaria saben contestar a estas cuestiones elementales trabajando con un recurso didáctico distinto al habitual: una tabla de datos y un cuestionario como herramientas o soporte de trabajo. Esta modificación también puede servir como indicador para la decisión del nivel educativo, en cuanto a la existencia de posibles diferencias significativas entre ellos.
- Mantener e introducir algunas preguntas, con la intención de hacer funcionar la **implicación semántica** entre las variables utilizadas en la cuestión. Con esta idea se persigue analizar cómo los alumnos trabajan la implicación semántica, pudiendo existir ya a priori una implicación lógica e incluso una implicación estadística (a partir de CHIC). Este estudio se puede consultar en nuestro artículo (Junio 2000)<sup>12</sup>. Las cuestiones originales que se mantienen respecto a este aspecto son nº6, nº14, nº15, nº16 (que corresponden a Q5, Q15, Q17 y Q19 respectivamente) y se han introducido dos preguntas más del nuevo cuestionario, que corresponden a las actuales Q18 y Q21.

En el anexo 1. se muestra el cuestionario original correspondiente a la tesis de P. Orús y el cuestionario actualizado, que analizaremos en apartados posteriores.

### 2.2.3.1 Aplicación del programa CHIC a la tabla T y modificaciones propuestas.

En primer lugar aplicamos este programa informático a la tabla T para obtener información **sobre los jóvenes** y tener un estudio a priori de dicha tabla. A partir de esta aplicación obtenemos: el árbol de proximidades entre ellos, con los distintos niveles de agregación; el árbol jerárquico y el árbol implicativo con los distintos niveles de implicación.

A partir de estos resultados podemos tomar decisiones respecto del cuestionario original para efectuar las modificaciones más pertinentes:

a) La cuestión nº10 es sustituida por Q14, por dos razones:

- Por una parte la pregunta nº10 se puede contestar simplemente a partir de la nº9 sin necesidad de realizar ninguna operación de búsqueda sobre la tabla T.

---

<sup>11</sup> Utilización del programa CHIC adaptado por R. Gras (1992) a partir de los índices de proximidades de Lerman.

<sup>12</sup> ORÚS, P. y PITARCH, I. (2000) (p. 97)

- Los coeficientes de correlación que nos proporciona este programa informático, nos posibilita observar que las columnas que corresponden a los jóvenes HO y B-L-P son idénticas, respectivamente, por tener el coeficiente de correlación igual a 1. Además el árbol de proximidades (ver árbol 1, anexo 2) y el árbol jerárquico de cohesión (ver árbol 2, anexo 2) nos detallan la relación entre estas columnas. A partir de estas conclusiones se decide proponer en el nuevo cuestionario la pregunta Q14, con la búsqueda de tres parejas de jóvenes a quienes les gusten las mismas modalidades de música.

b) La cuestión nº13 es sustituida por la cuestión Q16, por tres razones:

- A partir del árbol de proximidades (árbol 1, anexo 2) podemos observar que los jóvenes C y J aparecen en un nivel de agregación bastante bueno (nivel 4 sobre un total de 18) y en dicho árbol no están relacionados los jóvenes H e I.
- Además del nivel de proximidad en el que aparecen en el árbol, también tenemos como dato el coeficiente de correlación HI ( $r = -0,19$ ) y C-J ( $r = 0,42$ ), el cual nos constata que el ajuste es mejor entre la segunda que la primera pareja.
- El objetivo que se persigue en este cambio de cuestión, es observar si los alumnos de esta etapa educativa tienen en cuenta tanto las coausencias, como las copresencias<sup>13</sup>, cuando se les propone un recuento de coincidencias.

En segundo lugar aplicamos este mismo programa informático sobre la misma tabla (T), pero con objeto de obtener información sobre las diferentes modalidades musicales, obteniendo otros árboles que nos relacionan los distintos tipos de música.

La modificación que sufre el cuestionario original en este caso es la siguiente:

c) La pregunta nº18 es sustituida por la cuestión Q21, teniendo en cuenta que:

- La cuestión nº18 pretendía tener una respuesta de carácter abierto, sin embargo la cuestión Q21 tiene una respuesta concreta sobre tres tipos de música (heavy, jazz y reggae) con la particularidad de que las tres tienen la misma frecuencia absoluta positiva.
- En esta cuestión se relacionan tres modalidades musicales que aparecen en el árbol de proximidades (ver árbol 3, anexo 2) con un nivel de agregación bueno (3 sobre 13) siendo además un nivel significativo. También están relacionadas en el árbol jerárquico con niveles 4 y 5 sobre 9 (ver árbol 4, anexo 2).

### 2.2.3.2 Modificaciones propuestas según las diversas implicaciones: semántica, lógica y estadística.

En la propuesta de la cuestión Q21, se pretende observar si los alumnos dan una respuesta objetiva teniendo en cuenta que según la tabla T, las tres modalidades musicales (heavy, jazz y reggae) son escogidas positivamente por el mismo número de jóvenes entrevistados. En este caso juega un papel importante la implicación semántica entre dichas modalidades, que puede intervenir en la respuesta dada por los alumnos. En esta cuestión, pues, se pone de manifiesto la implicación semántica, la implicación jerárquica (ver árbol 4, anexo 2) y sin embargo no existe ni implicación lógica, ni implicación estadística entre ellas (ver árbol 5, anexo 2)<sup>14</sup>.

<sup>13</sup> Desde el punto de vista matemático las copresencias (1-1) y las coausencias(0-0), no tienen el mismo significado, puesto que en la clasificación estas dos operaciones nos dan distintos índices de proximidad/distancia. Pero psicológicamente tampoco proporcionan la misma percepción. Por estas dos razones se propone el cambio de cuestión, ya que la respuesta correcta a la cuestión Q16 es de 10 coincidencias entre los jóvenes C y J, siendo dos de ellas positivas (1-1) y ocho negativas (0-0).

<sup>14</sup> Una de las conclusiones obtenidas en ORÚS, P. y PITARCH, I. (2000) (p. 97)

La cuestión Q18 se introduce en el nuevo cuestionario por razones de trabajo lógico. Esta es una pregunta ya propuesta por Pilar Orús en su tesis, en otra variante del cuestionario de los Pitufos<sup>15</sup> y se considera oportuna para poder observar si los alumnos son capaces de discernir entre esta pregunta y la anterior Q17. Las modalidades que intervienen en estas preguntas son la música dance y hardcore, esto supone que existe una implicación semántica en ambas cuestiones, sin embargo en la Q18 existe implicación lógica y en la Q17 no. A partir del árbol implicativo proporcionado por CHIC (árbol 5, anexo 2) se observa que tampoco existe implicación estadística entre estas dos modalidades musicales.

#### **2.2.4. Estudio a priori del cuestionario Q.**

Tras las observaciones precedentes, que dan una visión global de los cambios que se han considerado más pertinentes en la propuesta del nuevo cuestionario, se realiza un nuevo análisis a priori de este cuestionario de forma más exhaustiva, caracterizando cada una de las cuestiones, teniendo en cuenta distintos tipos de operaciones que deben realizar los alumnos al responder al Q. Estas operaciones se distribuyen en los siguientes bloques<sup>16</sup>: trabajo sobre la tabla(T), recuentos(R), comparación entre filas y/o columnas(C), diferencias y coincidencias positivas y/o negativas(F), relación semántica(C), operaciones lógicas(L) (implicación, conectores lógicos, cuantificadores), operaciones básicas de estadística (frecuencias, moda...)(E) y por último razonamiento sobre las respuestas de la cuestión.

La caracterización de dichas cuestiones se traduce en una matriz booleana: la llamada matriz a priori del cuestionario Q: **MAP** (ver anexo 3).

### **2.3. RESULTADOS DE LA EXPERIMENTACIÓN. ANÁLISIS DE LOS DATOS OBTENIDOS.**

La corrección de los cuestionarios contestados por los 239 alumnos que han participado en la experimentación, se ha traducido en una matriz binaria de tamaño 239x134. Las 239 filas corresponden a los alumnos que individualmente han respondido a Q. Y las 134 columnas constituyen la caracterización de las respuestas a cada una de las 23 preguntas del Q, entendiendo que cada una de éstas se desdoblan en más de una característica, según la operación y criterio que se pretende observar en la respuesta a dichas cuestiones. Esta matriz la llamaremos Matriz a posteriori del cuestionario Q (**MP**) y que debido a su tamaño no es posible mostrar en esta comunicación. No obstante mostraremos una submatriz de ésta (ver anexo 3) y los resultados más significativos que nos ayuden a realizar un primer análisis de estos datos y extrapolar las conclusiones más relevantes de esta experimentación.

#### **2.3.1. Resultados globales de la corrección de Q.**

Un primer análisis cuantitativo de los resultados obtenidos en la corrección de los cuestionarios, nos proporciona la siguiente información sobre el éxito de las respuestas:

- Las primeras cuestiones, desde Q1 hasta Q8, tienen un porcentaje de éxito en sus respuestas entorno a un 90% (excepto Q4.1.) (ver gráfico 1).
- Las cuestiones Q9, Q10 y Q11, que tratan operaciones elementales de estadística, tienen un porcentaje de éxito en sus respuestas inferior al 39%(de media) en todos los casos, destacando, como se podía esperar, en mayor dificultad el primer ciclo de la ESO (ver gráfico 1).

---

<sup>15</sup> ORÚS, P. (1992) (p. 279)

<sup>16</sup> La letra mayúscula indicada entre paréntesis representa la identificación de cada bloque de operaciones que actúa como criterio de la matriz MAP.

- También podemos observar en el gráfico 2, mejor éxito de respuesta en las cuestiones Q12 y Q13, respecto de las cuestiones posteriores a ellas.
- En las cuestiones siguientes, desde Q14 hasta Q21, que aumentan su dificultad en cuanto a las operaciones lógicas implicadas y todas estas cuestiones exigen justificación de respuesta, vuelve a disminuir el porcentaje de éxito. Aunque aparentemente algunas de ellas presentan un porcentaje de éxito bastante bueno, éste disminuye cuando se analiza la justificación de respuesta, como veremos en

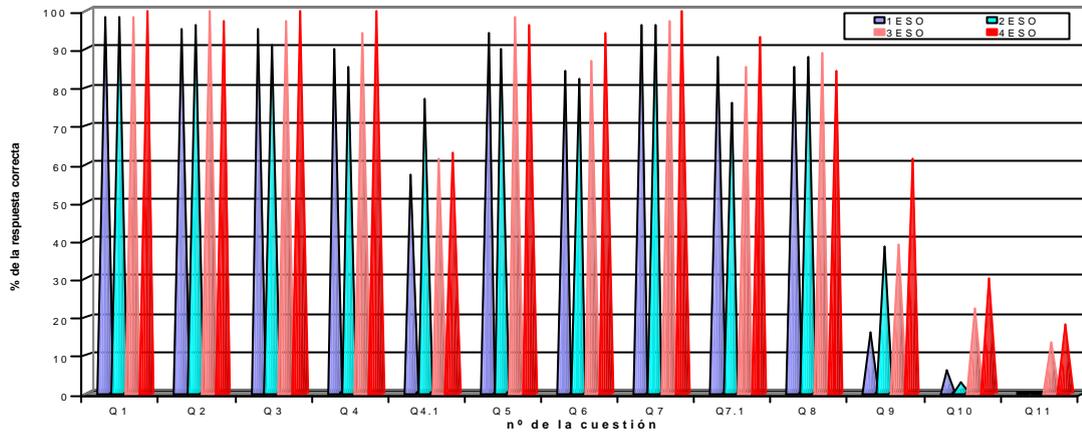


Gráfico 1 (% respuesta correcta a las cuestiones indicadas)

apartados posteriores (ver gráfico 2).

En segundo lugar, aplicando el programa informático CHIC a una submatriz de la MP (submatriz que representa sólo los datos de éxito o fracaso en las respuestas a cada cuestión de Q por parte de todos los alumnos de la experimentación), se obtienen relaciones estadísticas que existen entre las cuestiones de Q según estos resultados de los alumnos. Se puede observar que:

- En el árbol de similitud (árbol 6, anexo 2) que se obtiene, aplicando el cálculo de proximidades (clasificación automática o análisis cluster), se pueden observar claramente dos clases de equivalencia:

$$[C_1] = \{Q1, Q7, Q6, Q8, Q2, Q3, Q4, Q7.1, Q4.1, Q5\}$$

$$[C_2] = \{Q9, Q10, Q11, Q12, Q13, Q14, Q18, Q15, Q19, Q21, Q20, Q16, Q17\}$$

La primera clase de equivalencia está formada por todas las cuestiones que han tenido un porcentaje de éxito más alto en sus respuestas, frente a la segunda clase que está

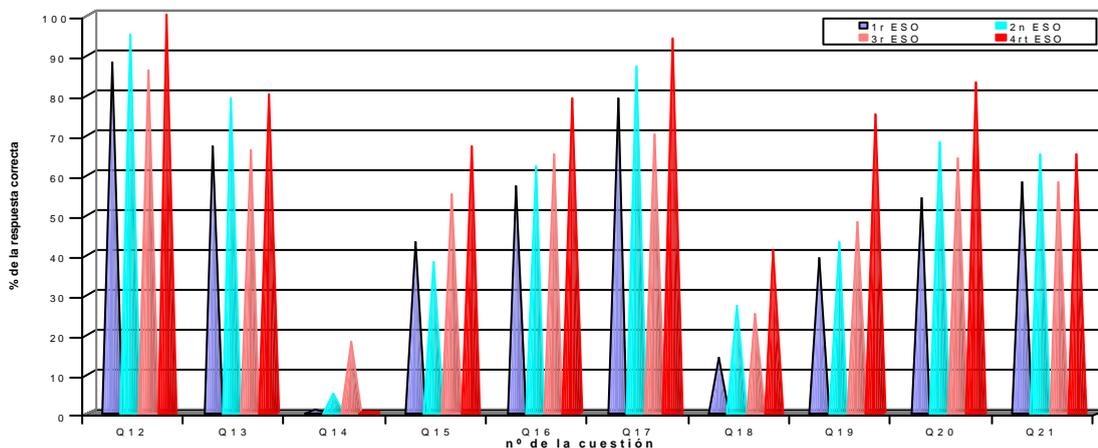


Gráfico 2 (% respuesta correcta, sin analizar su justificación, a las cuestiones indicadas)

compuesta por las cuestiones que resultan más complicadas para los alumnos (excepto Q12 y Q13). Cabe destacar que toda la segunda clase de equivalencia, [C<sub>2</sub>], constituye un paquete con un nivel de agregación significativo (nivel 19) respecto de todo el árbol, sin embargo la [C<sub>1</sub>] sólo tiene dos subclases significativas (Q6-Q8 / Q4-Q7.1, Q4.1-Q5) (con niveles de agregación 12 y 17 sobre 22 del total). Además la [C<sub>2</sub>] se puede dividir claramente en dos subclases, dentro de la primera aparecen las Q10 y Q11 con el primer nivel de agregación, siendo a su vez significativo y toda la segunda subclase es significativa apareciendo entre sus niveles de agregación el nivel 8 que es el más significativo de todos (según los cálculos de CHIC).

- Por otra parte señalar que en el árbol o grafo implicativo (árbol 7, anexo 2), aparece una cadena de cuestiones que quedan implicadas estadísticamente de la siguiente forma: Q19 → Q15 → Q21 → Q20

$$\supset Q16 \rightarrow Q17$$

Es decir, los alumnos que saben contestar correctamente a Q19 también lo hacen a Q15, como cabía esperar, ya que la operación lógica exigida en Q19 es la combinación de la conjunción y la negación, sin embargo en Q15 sólo se exige la conjunción. Pero estas dos cuestiones, que se caracterizan por conectores lógicos (conjunción, negación) implican la forma de respuesta de los alumnos a otras cuestiones (Q21, Q20, Q16 y Q17) que no tratan directamente estas operaciones lógicas.

### 2.3.2. Análisis de resultados en función de los criterios de la MAP.

#### 2.3.2.1 Lectura y tratamiento de la tabla T.

En primer lugar podemos concluir que la manipulación simple de la matriz T ha tenido un éxito favorable tal y como esperábamos. Este hecho queda constatado con el resultado que se obtiene en la corrección de las preguntas Q1, Q2 y Q3 que exigen una manipulación mínima de la tabla (lectura de una fila, columna o casilla) . En la matriz MAP se puede observar que estas cuestiones están caracterizadas con el objetivo de observar el tratamiento de la tabla por parte de los alumnos. Los porcentajes que reflejan “respuesta correcta” a estas preguntas son los siguientes (tabla 1):

	1B	1b	2B	2b	3B	3b	4B	4b	1P	2P	3P	4P	Total
Q1	100	100	100	94	100	94	100	100	96	100	100	100	99%
Q2	95	95	100	88	100	100	96	95	96	100	100	100	97%
Q3	100	90	90	82	91	100	100	100	96	100	100	100	96%

**Tabla 1(resultados sobre Q1, Q2 y Q3).**

Estos resultados, con un éxito bastante notable, podrían hacer suponer que la tabla T resulta demasiado sencilla para los alumnos de secundaria en general. Pero esta hipótesis queda refutada con la corrección de la cuestión Q14 que implica un trabajo sobre toda la tabla con objeto de encontrar tres parejas de columnas idénticas. Este trabajo, además de suponer una operación de comparación entre columnas buscando coincidencias entre ellas, no es tarea fácil para los alumnos de esta etapa educativa. Los siguientes datos lo corroboran:

- El **75 %** de los alumnos son capaces de responder a esta cuestión, siendo este resultado una media representativa de los cuatro niveles de la ESO, sin diferencias entre ellos.
- De este porcentaje global de respuestas (75%), sólo el **6%** ha dado una respuesta totalmente correcta con las tres columnas idénticas. Un **21%** del total de respuestas, contesta de forma incompleta con sólo dos columnas idénticas (comete error de 1 sobre 3). La aparición de respuestas no es homogénea en toda la muestra: el nivel de 3º ESO presenta el mayor porcentaje de respuestas correctas (18%) frente a 4º ESO con un 0%. No obstante en la respuesta incompleta 4ºESO tiene un porcentaje del 37% frente al resto de niveles con un 16% aproximadamente (ver tabla 2).

- Del 75 % que responden un **13%** explica que no existen las tres parejas de columnas idénticas en la tabla T. No hay muchas diferencias entre los cursos.
- También cabe destacar que un **11%** expresan explícitamente que no saben contestar a la cuestión, sobretodo a 1º y 2º de ESO (ver tabla 2).
- Un **11%** de los que contestan erróneamente se debe a que dan como respuesta la misma que en Q8, aunque 4ESO sólo lo hace en un 3% (ver tabla2).
- El **11%** de los alumnos confunde esta cuestión en la operación de encontrar tres jóvenes que coincidan positivamente (búsqueda de las copresencias sin tener en cuenta las coausencias) en un mismo estilo de música. Este porcentaje tampoco representa equitativamente a toda la muestra (ver tabla 2).
- Por último se obtiene un **2%** que da una respuesta subjetiva al respecto, aunque este hecho ocurre concretamente en un grupo de 2ºESO y uno de 4ºESO (por lo tanto los razonamientos subjetivos no sólo aparecen ligados a los cursos del primer ciclo).

Q14	Correcta	Incompleta	No lo saben	Igual que Q8	Copresencias
1 ESO	1 %	14 %	16 %	15 %	14 %
2º ESO	5 %	17 %	20 %	11 %	5 %
3º ESO	18 %	16 %	3 %	13 %	2 %
4ºESO	0 %	37 %	3 %	3%	23 %
media	6	21	11	11	11

**Tabla 2 (resultados sobre la Q14).**

### 2.3.2.2 Recuentos: obligatorios y alternativos. Comparación entre filas y/o columnas.

Las cuestiones en las que se precisa un recuento obligatorio y que además éste se pide de forma explícita (Q2, Q3, Q13, Q15, Q16, Q19) son contestadas correctamente con unos porcentajes superiores al 51%. Los errores cometidos en general no se deben a la operación de recuento (como muestran las Q2 y Q3 que son cuestiones elementales) sino más bien al grado de complejidad de cada una de las preguntas, ya que intervienen en ellas operaciones distintas a las de un simple recuento.

La operación de comparar dos filas o dos columnas tampoco supone un obstáculo para los alumnos de secundaria si sólo se exige ese tipo de operación, ya que las cuestiones que se caracterizan por esta operación, las responden con un porcentaje de éxito alto y en las que comenten mayor error es debido a otro tipo de trabajo que les supone mayor dificultad. Muestra de ello es el resultado de la respuesta correcta que dan a las siguientes cuestiones: Q7(97%), Q8(87%), Q12(92%), Q13(73%), con inexistencia de diferencias significativas entre los cuatro niveles de la etapa. En las cuestiones Q15, Q16, Q17, Q18, Q19 y Q20 baja el porcentaje de éxito porque se exige otro tipo de actividad complementaria ligada a la de comparación, que analizaremos en posteriores apartados.

### 2.3.2.3 Diferencias y coincidencias (positivas y negativas).

Tal y como se indica en MAP, las cuestiones que dan información acerca de la búsqueda de diferencias o coincidencias (bien positivas “copresencias”, bien negativas “coausencias”) entre filas o columnas corresponden a : Q8 y desde la cuestión Q12 hasta la Q20, ambas incluidas.

Las cuestiones que tratan en concreto la operación de las coincidencias son: Q8, Q16,Q20:

- En la Q8 los alumnos sólo debían constatar que las columnas de los jóvenes H y O son totalmente idénticas. La Q8 ha sido contestada correctamente por el 87% de los alumnos en general, sin diferencias entre los distintos niveles.

- En la Q16 crece la dificultad puesto que deben contar exactamente las coincidencias entre los jóvenes C y J. El resultado de respuestas con éxito es inferior en esta cuestión, correspondiente a un 66%. Hay que tener en cuenta que los alumnos debían interpretar “que estar de acuerdo” se traduce en coincidir tanto en las copresencias 1-1 como en las coausencias 0-0 y que en esta cuestión, la respuesta correcta supone un alto nivel de coausencias (dos copresencias frente a ocho coausencias).
- Según los resultados de la cuestión Q20 (con un 67% de éxito de media) seguimos deduciendo, que en general, los alumnos consideran tanto las copresencias, como la coausencias, para fijarse en las coincidencias. En esta cuestión intervienen los jóvenes I, F y D de la tabla T, entre los cuales IF, I-D tienen el mismo número de coincidencias positivas, pero I-F tienen dos coincidencias negativas más que I-D, es decir, para dar la respuesta correcta a Q20 es imprescindible tener en cuenta las coausencias.
- Cabe señalar que en las respuestas correctas de las cuestiones Q16 y Q20 destaca 4ºESO y baja 1º ESO, por lo que el porcentaje de éxito no es representativo en toda la muestra (ver tabla 3).

	1ºESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	media
<b>Q8</b>	85	88	89	84	87
<b>Q16</b>	57	62	65	<b>79</b>	66
<b>Q20</b>	54	68	64	<b>83</b>	67

**Tabla 3(% de los alumnos que responden correctamente a Q8,Q16 yQ20)**

En cuanto a la operación de búsqueda de diferencias entre filas o columnas existe un buen porcentaje de éxito en las respuestas de la cuestión Q12 con 92% de éxito y entre ellos han razonado correctamente en un 77%. El éxito en las respuestas de la cuestión Q13 es del 73%, razonando correctamente en un 51%. En estas dos cuestiones, los resultados tampoco son homogéneos en toda la muestra, puesto que también es el nivel 4º ESO el que mejor responde a ellas.

#### 2.3.2.4 Tratamiento de la lógica: conectores y cuantificadores. Implicación lógica.

Los cuantificadores universal y existencial que caracterizan las respuestas de las cuestiones Q4 y Q6 tienen un resultado alto según los resultados de éxito, que son respectivamente de un 92% y un 87%, aunque 3º y 4º ESO manejan mejor la situación, con respecto al primer ciclo de la ESO (ver tabla 4). La cuestión Q4.1. también trata estos cuantificadores; ésta tiene un porcentaje de éxito más bajo (65%), pero cabe destacar que el 31 % del total de alumnos no contestan a dicha cuestión.

	1ºESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	media
<b>Q4</b>	90	85	<b>94</b>	<b>100</b>	92
<b>Q6</b>	84	82	<b>87</b>	<b>94</b>	87

**Tabla 4 ((% de los alumnos que responden correctamente a Q4 yQ6).**

El resultado de éxito de las respuestas a las cuestiones donde intervienen conectores bajan, según la dificultad de las operaciones que se exigen:

- El conector lógico disyunción parece estar más claro entre los alumnos de esta etapa cuando se trata de relacionar dos variables, como muestra el 95 % de éxito sobre la Q5. Pero en el caso de tratarse de la disyunción entre tres músicas hace que baje el porcentaje de respuesta correcta a un 62 % correspondiente a la Q21. No existen diferencias significativas entre los cuatro niveles educativos.
- El resultado de éxito en las respuestas baja con el conector conjunción, ya que en la cuestión Q15 el porcentaje de éxito en las respuestas es de un 51%. La operación conjunción, que se traduce en la búsqueda de las copresencias, se confunde incluso con la disyunción.

- Aumentando la dificultad en la cuestión Q19 al combinar las operaciones negación y conjunción, traducido en la búsqueda de coausencias, el porcentaje de éxito de las respuestas también es del 51%.
- Se observa que un 16% (en la cuestión Q15) y un 28% (en la cuestión Q19), de los alumnos dan una respuesta utilizando por separado la frecuencia absoluta positiva de cada tipo de música que interviene en la pregunta, mostrando la confusión del trabajo numérico con el trabajo lógico. En los cursos donde mejor se refleja esta dificultad son 1º y 2º ESO, según los resultados de la tabla 5.

	1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	media
Q15	43	38	55	67	51
Q19	39	43	48	75	51

**Tabla 5 (% de los alumnos que responden correctamente a Q15 y Q19).**

Por último el análisis de la corrección de la Q17 y Q18 nos puede manifestar hasta qué punto los alumnos de la experimentación saben manejar la implicación lógica. En la Q17 cuya respuesta correcta en principio es “NO”(no existe implicación lógica entre estos dos tipos de música), es contestada correctamente por un 83%, pero el razonamiento de justificación sólo es correcto en un 18% teniendo mayor éxito entre los alumnos de 4º ESO. Sin embargo la Q18 cuya respuesta correcta es “SI” (siendo la inversa de la cuestión Q17) sólo la contestan correctamente un 27%, pero aún así sólo un 9% dan una buena justificación al razonamiento de su respuesta, siendo también en este caso 4º de ESO quien tiene un porcentaje más alto (ver tabla 6). Pero un dato curioso de estas respuestas es que un 7% expresa explícitamente que la Q18 es exactamente igual que la Q17 y por otro lado un 47% de los alumnos responde exactamente igual a la Q18 que a la Q17 (sin dejar explícito que son iguales para ellos), esta última observación cabe destacarla entre los alumnos del primer ciclo de la ESO.

	1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	media
Q17	79	87	70	94	83
Q18	14	27	25	41	27

**Tabla 6 (% de los alumnos que responden correctamente a Q17 y Q18).**

### 2.3.2.5 Conceptos básicos de estadística: frecuencias, moda.

Las cuestiones Q9, Q10 y Q11 están caracterizadas por las operaciones de estadística básica que en concreto se refieren a frecuencias: porcentual, absoluta y relativa respectivamente. La corrección de dichas cuestiones nos proporciona la información de un porcentaje de éxito muy bajo, que en general corresponde a: 39%, 15% y 8% respectivamente. Como se puede observar en la tabla 7, el éxito varía en función del nivel:

- En la cuestión Q9 (frecuencias porcentuales) los porcentajes de éxito oscilan entre el 61% de 4º ESO y el 16% de 1º ESO.
- Respecto a la cuestión Q10, sobre frecuencias absolutas, los resultados de éxito descienden desde un 30% en 4º ESO hasta un 6% en 1º ESO.
- Respecto a las frecuencias relativas, en la cuestión Q11, los porcentajes de éxito bajan considerablemente desde el 18% en 4º ESO hasta el 0% en 1º ESO.

Los primeros cursos de la etapa educativa de secundaria muestran más claramente que no saben responder sobretodo a las cuestiones Q10 y Q11, ya que habitualmente dichos contenidos no se han estudiado todavía en estos niveles educativos. Pero aún estudiándolos como sucede hacia el final de la etapa, el éxito no supera el 30%. Estos datos nos obligarán a profundizar en este aspecto de nuestro trabajo, pero nos permite

ver que los alumnos no reconocen los contenidos básicos de estadística (como son las frecuencias) en esta tabla y el cuestionario.

	1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	media
<b>Q9</b>	16	38	39	<b>61</b>	39
<b>Q10</b>	6	3	22	<b>30</b>	15
<b>Q11</b>	0	0	13	<b>18</b>	8

**Tabla 7 (% de los alumnos que responden correctamente a Q9, Q10 y Q11).**

En cuanto al concepto estadístico (medida central) de la moda, ésta no se ha preguntado explícitamente en ninguna de las cuestiones de Q, pero surge como un contenido implícito en cuestiones como Q4, Q4.1., Q6, Q7.1. Aunque no se haga referencia como una operación explícita los alumnos la utilizan como un instrumento para contestar a dichas cuestiones, por ejemplo: en Q4 responden que las rumbas gustan porque tienen más “votos” que las otras músicas, o que el joven “S” responde más veces afirmativamente que los demás, y por último en la Q7.1. buscan las músicas con la frecuencia positiva más alta que la música punk.

### CONCLUSIONES:

1. El estudio estadístico de los datos no está terminado, queda pendiente fundamentalmente el análisis de correspondencias, para comparar los resultados de la MP con la MAP, utilizando el método propuesto por Brousseau, G. y Lacasta, E. (1995), señalado por Orús P. en su conferencia en este mismo Simposio.
  2. La pre-experimentación realizada (2001), nos ha aportado datos sobre el nivel de los alumnos de la ESO en España, que inicialmente podrían considerarse como “esperados” a partir de los resultados de la experimentación realizada en Francia (1985/1999).
  3. Los resultados expresados en los apartados 2.3.2. en función de los criterios fijados en la matriz MAP nos muestran lo que puede considerarse como semejanzas y diferencias más significativas entre ambas experimentaciones:
    - Confirmación de la tabla como un instrumento didáctico de fácil introducción en situación escolar al no exigir ningún trabajo adicional de presentación; confirmación deducida del porcentaje de éxito en la lectura y manipulación elemental de la tabla en la ESO (97% aproximadamente), superior todavía al ya obtenido en primaria (81%).
    - La posibilidad de realizar propuestas de trabajo para los alumnos de ESO, que impliquen las estrategias numéricas en procedimientos de razonamiento más globales, parece avalada por el resultado a las cuestiones que exigen solamente un recuento o comparación de filas/columnas para su respuesta correcta, que presentan un porcentaje superior al 73% (como ya se esperaba), pero que disminuye su grado de éxito cuando aparecen como estrategias implicadas en una actividad u operación más compleja (exigir una valoración en la respuesta, combinación de operaciones lógicas).
    - La utilización de la tabla nos permite seguir proponiendo a los alumnos de ESO actividades que impliquen operaciones lógicas para su realización, ya que éstas no están totalmente adquiridas por los alumnos de esta etapa educativa, fundamentalmente los del primer ciclo, como lo demuestran los resultados al conjunto de las cuestiones que suponen operaciones lógicas, que presenta un resultado inferior al 62% llegando a descender hasta el 27% en las preguntas relativas a la implicación.
- Cabe señalar que la interpretación de los cuantificadores (universal y existencial) presenta un alto porcentaje en la encuesta cuando aparecen de forma aislada, ya que coincide en estos casos con el lenguaje habitual del manejo de la tabla (para todos, alguno...). También hay que tener presente que el tratamiento del conector lógico

disyunción ha tenido un resultado de éxito alto, pero sólo cuando se tratan dos variables, siendo a su vez uno de los casos en los que no se manifiestan diferencias muy significativas entre los niveles de la ESO. El resto del conjunto de estas cuestiones presentan diferencias entre los cursos (mayor dificultad en el primer ciclo y en ocasiones 3º ESO), según las tablas 4, 5 y 6 del subapartado 2.3.2.4.

- El bajo resultado obtenido en las cuestiones que contienen explícitamente contenidos elementales de Estadística Descriptiva (inferior al 39% de media), marca el interés de la utilización de la tabla para que los alumnos puedan trabajar estos contenidos en un contexto interpretativo amplio, implicando otros procedimientos de razonamiento (razonamiento lógico) que el meramente estadístico. Se aprecia una diferencia decreciente en función de los niveles de la ESO. Queremos señalar el 16% de éxito obtenido en 1ºESO en la cuestión relativa al “porcentaje”. También cabe señalar el 15% y el 8% (de media) de éxito que corresponden a las frecuencias absoluta y relativa, no superando el 30% y el 18% en 4ºESO respectivamente.
  - El tratamiento de las diferencias/coincidencias de criterios y de las diferencias entre las copresencias (coincidencia positiva 1-1) y de las coausencias (coincidencia negativa 0-0), interviene en los diferentes índices de proximidad (estadística) para la clasificación. El éxito superior (entre los niveles) al 84% en la respuesta que caracteriza una cuestión de reconocimiento de la equivalencia entre dos columnas, desciende a un 66% y 67% cuando se exige la percepción de la diferenciación entre las copresencias y las coausencias aún considerando su carácter de coincidencia (bien positiva, bien negativa), mostrando que este aspecto del tratamiento estadístico de la clasificación no está consolidado por los alumnos de esta etapa educativa.
4. Respecto al carácter de pre-experimentación del cuestionario, según los resultados obtenidos, podemos inferir la viabilidad de la utilización de la tabla de datos como soporte de una futura ingeniería didáctica en la ESO, que permita trabajar conjuntamente la lógica y el análisis de datos utilizando la Estadística Descriptiva. No obstante el trabajo de búsqueda e identificación de las variables didácticas, estadísticas y lógicas, de las posibles situaciones didácticas, podrían sugerir modificaciones de la propia tabla (tamaño, criterios, elaboración de sus datos).
5. El trabajo a realizar con la tabla en la ingeniería didáctica a diseñar no coincidirá en principio con las cuestiones planteadas en el cuestionario, que tiene carácter informativo, pero no obstante las podemos considerar como indicativas del tipo de actividades posibles a proponer en la ingeniería didáctica que buscamos.
6. Para terminar, cabe señalar el carácter de presentación de un trabajo en curso que tiene esta comunicación, cuyo debate enriquecerá y completará esta primera aproximación.

## ANEXO 1:

### CUESTIONARIO ORIGINAL:

(Orús, P. (1992, p.263)

#### VARIANTE 1.

1. ¿Al pitufo H le gustan las películas de misterio?
2. ¿A cuántos pitufos les gustan las películas románticas?
3. ¿Cuántos tipos de películas les gustan al Pitufo Q?
4. Encuentra un tipo de película que les guste a todos los pitufos.  
- ¿Hay otras? Di cuáles.
5. ¿Existe algún pitufo al que no le guste ningún tipo de películas?  
- En caso afirmativo, di cuáles
6. Los pitufos, ¿prefieren las películas históricas o las películas sobre un cuento clásico?
7. ¿Existe algún pitufo a quien le guste todo tipo de películas?  
- Si encuentras uno, escribe su nombre
8. ¿Hay algún tipo de película más preferida que la de “westerns”?  
- Si encuentras alguna, escribe cuál  
- Razona tu respuesta
9. Los pitufos H y O, ¿prefieren el mismo tipo de películas?  
- Razona tu respuesta
10. Encontrar una pareja de pitufos que les gusten el mismo tipo de películas.
11. Los pitufos R y N, ¿has respondido a todas las preguntas?
12. ¿Cuántas diferencias hay entre las respuestas de los pitufos C y E?
13. Por sus elecciones, los pitufos H e I se parecen:  
- un poco - mucho - nada
14. ¿Cuántos pitufos prefieren a la vez las películas románticas y las películas sobre los animales?
15. ¿A todos los pitufos que les gustan las películas de piratas, les gustan también las películas con niños como héroes?
16. ¿A cuántos pitufos no les gustan las películas románticas ni las películas sobre animales?
17. Las respuestas del pitufo I se aproximan más a las del pitufo F o a las del pitufo D?
18. ¿A los pitufos les gustan las películas de música?  
- Razona tu respuesta.

### CUESTIONARIO ACTUAL Q:

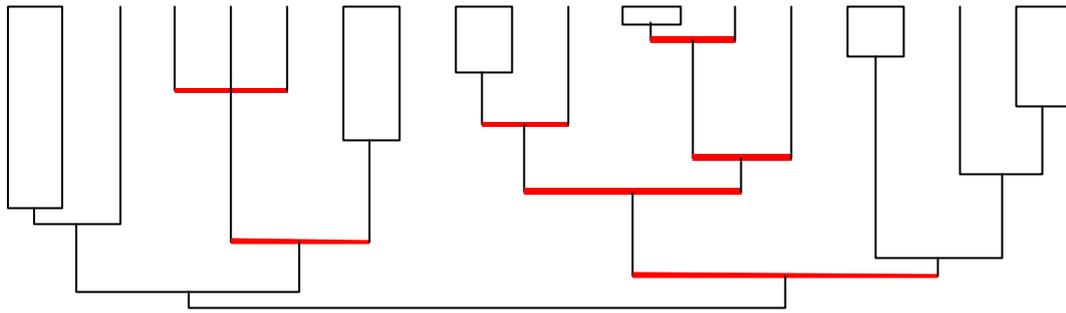
- Q1. ¿Al joven H le gusta el jazz?
- Q2. ¿A cuántos jóvenes les gusta el flamenco?
- Q3. ¿Cuántos tipos de música le gustan al joven Q?
- Q4. ¿Hay algún tipo de música elegida por todos los jóvenes?  
En caso afirmativo, indica cuáles:  
Q4.1. ¿Hay otras? En caso afirmativo, indica cuáles
- Q5. Los jóvenes entrevistados ¿prefieren la música heavy o la música ska?
- Q6. ¿Hay algún joven a quien le guste todos los tipos de música?  
En caso afirmativo, indica su nombre:
- Q7. ¿Existe alguna música más preferida que la música punk?
- Q7.1. Si hay alguna, indícala y razona tu respuesta.
- Q8. Los jóvenes H y O, ¿prefieren el mismo tipo de música?
- Q9. ¿A qué porcentaje de los jóvenes entrevistados les gusta la música rap?
- Q10. Si consideramos - escoger la música máquina- como una variable estadística, ¿qué frecuencia absoluta dirías que tiene en esta distribución estadística?
- Q11. ¿Y qué frecuencia relativa tendría la variable estadística de la pregunta anterior?

Contesta las siguientes cuestiones, **razonando en todas tu respuesta:**

- Q12. Los jóvenes R y N, ¿tienen el mismo gusto por la música? Porque ...
- Q13. ¿Cuántas diferencias hay entre las respuestas de los jóvenes C y E? Porque ...
- Q14. Encuentra, si puedes, tres parejas de jóvenes a quienes les guste el mismo tipo de música.
- Q15. ¿A cuántos jóvenes les gusta a la vez el flamenco y la música pop? Porque....
- Q16. ¿En cuántas respuestas de la encuesta están de acuerdo los jóvenes C y J? Porque
- Q17. A todos los jóvenes que les gusta la música dance ¿también les gusta el hardcore? Porque ...
- Q18. A todos los jóvenes que les gusta el hardcore ¿también les gusta la música dance? Porque ...
- Q19. ¿A cuántos jóvenes no les gusta ni el flamenco ni el pop? Porque ....
- Q20. El joven I ¿a quien se aproxima más en su gusto musical, al joven F o al joven D? Porque ...
- Q21. A los jóvenes entrevistados ¿les gusta más la música heavy, el jazz o el reggae? Porque...

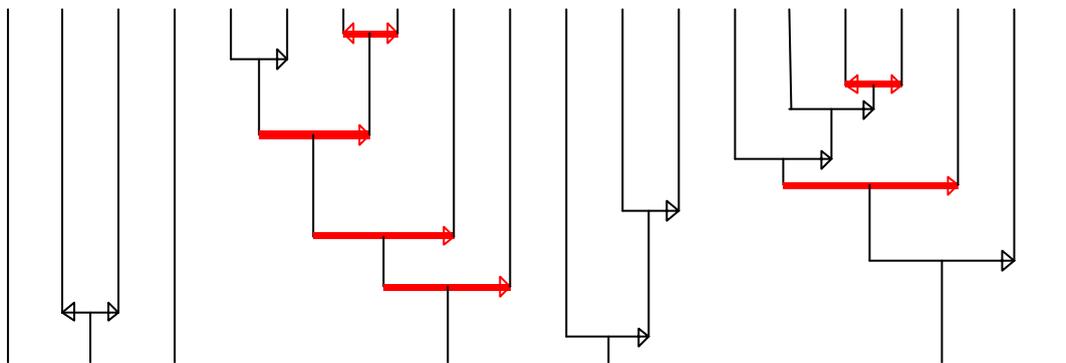
## ANEXO 2:

A S D B L P E G C J I F R N Q H O K M T

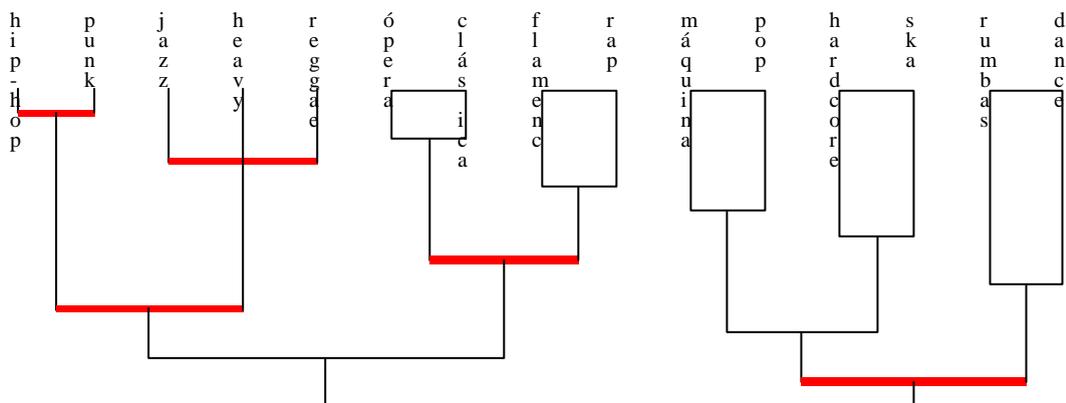


**Arbol 1.**  
Análisis de similitud entre los jóvenes utilizando CHIC sobre la tabla T.

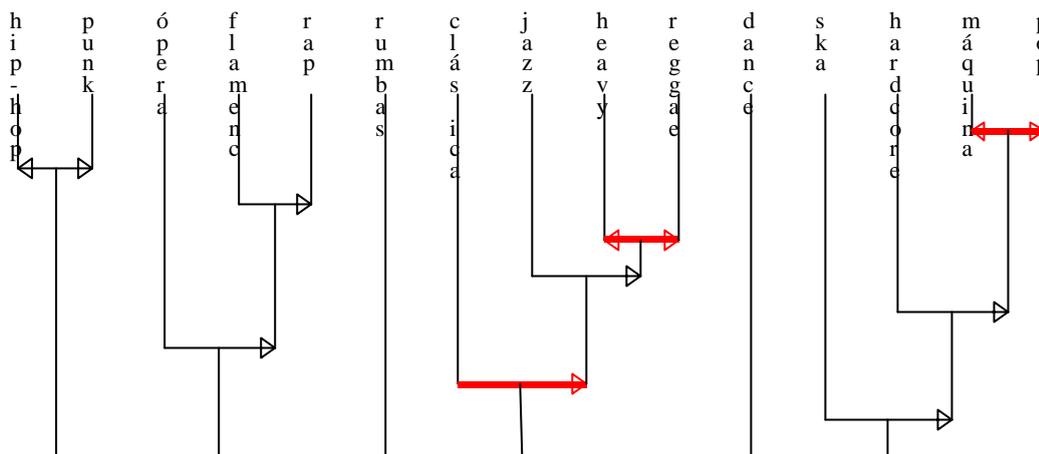
A C I D F N H O Q K J R T M B L P E G S



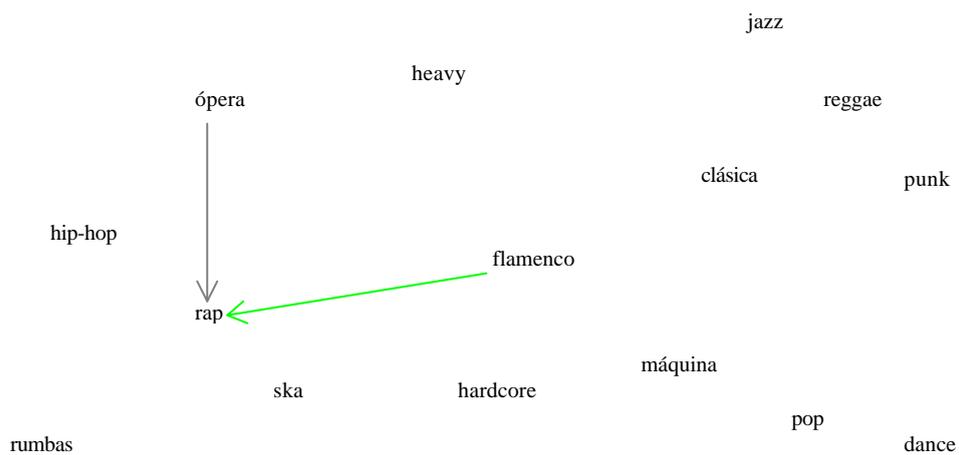
**Arbol 2.**  
Árbol jerárquico (teoría clásica) entre los jóvenes utilizando CHIC sobre la tabla T.



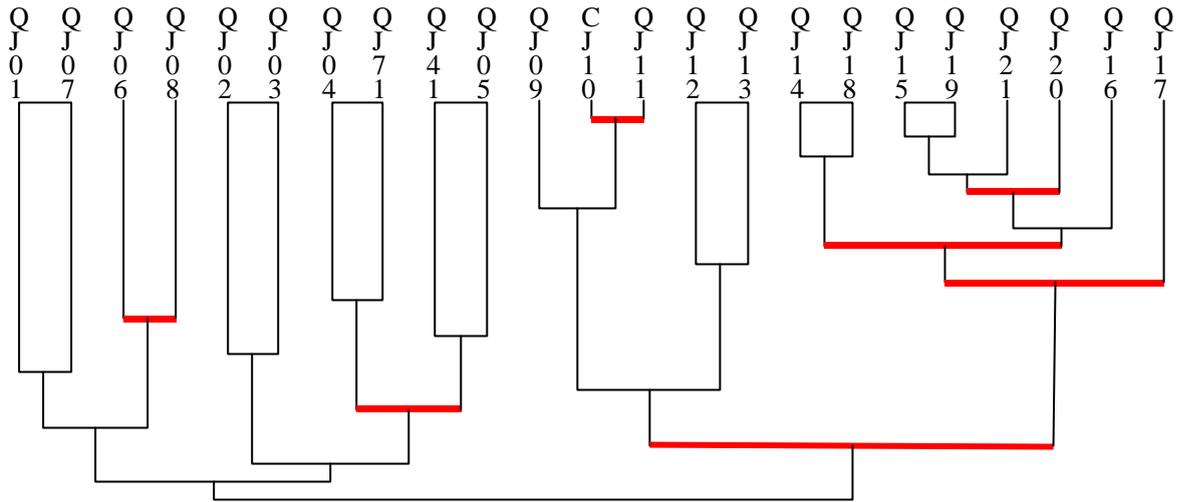
**Arbol 3.**  
Análisis de similitud entre las músicas utilizando CHIC sobre la tabla T.



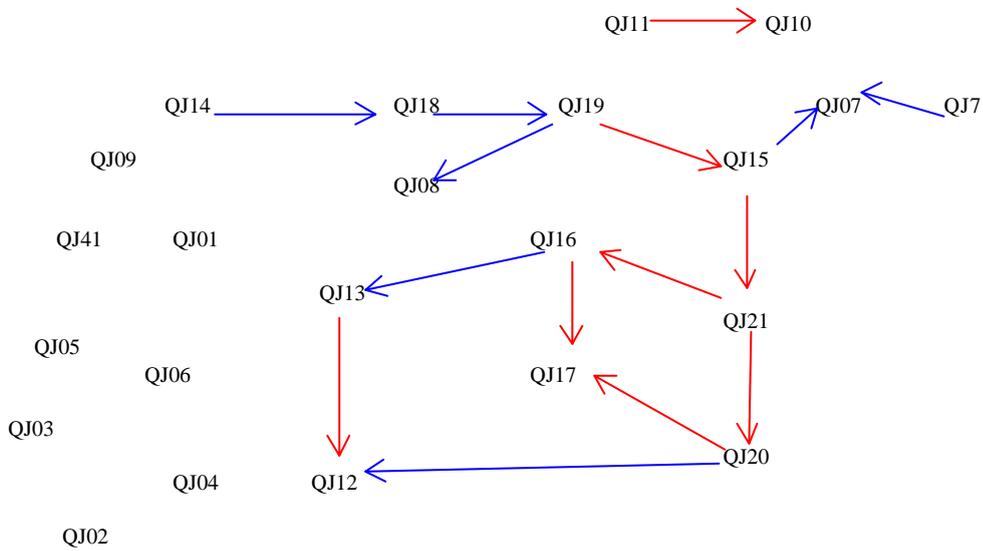
**Arbol 4.**  
**Árbol jerárquico (teoría clásica) entre las músicas utilizando CHIC sobre la tabla T.**



**Arbol 5.** 100, 95, 90, 85  
**Árbol implicativo a distintos niveles, entre las músicas aplicando CHIC a la matriz T.**



**Arbol 6: Análisis de similitud entre las respuestas correctas a Q utilizando CHIC sobre la submatriz de MP**



**Árbol 7: grafo implicativo entre las respuestas correctas a Q Aplicando CHIC a una submatriz de MP.**

99 95 90 85

**ANEXO 3:**

	Q1	Q2	Q3	Q4	4.1	Q5	Q6	Q7	7.1	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21	
TABL	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
TFIL	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1
TCOL	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
ROBL	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
RALT	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CFIL	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1
CCOL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
FDIF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
FCOI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
FPRE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
FAUS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CSEM	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1
LIMP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
LEXI	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
LUNI	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
LCON	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
LDIS	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
LNEG	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
EFIM	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
EFEX	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Efre	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EPER	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EMIM	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ARGU	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

**Matriz a priori de Q (MAP).**

	QC17	QJ17	QR17	Qr17	QG17	QM17	QS17	QN17	QC18	QJ18	QR18	Qr18	QG18	QM18	QS18	QN18	QH18	QO18
2B01	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2B02	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
2B03	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2B04	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2B05	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2B06	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
2B07	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2B08	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2B09	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2B10	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
2B11	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2B12	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2B13	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
2B14	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
2B15	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
2B16	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2B17	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2B18	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
2B19	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
2B20	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2B21	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

**Submatriz de MP**

( caracterización de las respuestas a las cuestiones Q17 y Q18 por parte de los alumnos)

## BIBLIOGRAFIA.

BATANERO, C.; Estepa A. y Godino J.D. (1991). Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, n<sup>o</sup>9, 25-31.

BATANERO, C.; Godino, J. D.; Green R.; Holmes P. Y Vallecillos A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.

BATANERO, C.(1999). Taller sobre análisis exploratorio de datos en la enseñanza secundaria. *Actas de la Conferencia Internacional "Experiencias e Expectativas do Ensino de Estatística- Desafios para o Século XXI"*. Florianópolis, Santa Catarina, Brasil – 20 a 23 de Setembro de 1999.

BATANERO, C. ; Ortíz, J.J; Serrano, Luís; Cañizares, M<sup>a</sup> J. (2001). Una perspectiva de síntesis de las tendencias actuales en la Educación Estadística. *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*.(pp. 207-216). (Ed: Universidad de Granada).

BROUSSEAU, G. (1986). *Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques*. Thèse d'Etat, Université de Bordeaux-I. (Ed: IREM de Bordeaux).

BROUSSEAU, G., LACASTA, E. (1995). L'Analyse statistique des situations didactiques. *Actes du Colloque Methodes d'analyse statistiques multidimensionnelles en didactique des mathématiques*. (pp. 53-88), Caen 1995. Rennes: Université de Rennes-I.

D.G.O.I.E. (1990). *Diseño Curricular de Matemáticas. Educación Secundaria Obligatoria*. Col. Diseños Curriculares de la Comunidad Valenciana. (Ed: Dirección General de Ordenación e Innovación Educativa).

GRAS, R. (1992). L'analyse des données: une méthodologie de traitement de questions de didactique. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, Vol. 12-1.

ORÚS, P. (1992). *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire*. Thèse présentée à l'Université de Bordeaux-I. (Ed: IREM de Bordeaux).

ORÚS, P. (1993). La utilización de un concepto matemático –el análisis tipológico– como útil didáctico en el escolaridad obligatoria”. *Revista Internacional de Enseñanza de las Ciencias*. Bellaterra.

ORÚS, P. ; Pitarch, I. (2000). Utilisation didactique des tableaux des données et du logiciel CHIC à l'école élémentaire. *Acctes des Journées sur La fouille dans les données par la méthode d'analyse statistique implicative*. Caen, Junio 2000 (pp.85-98) (Ed: École Polytechnique de l'Université de Nantes).