

# Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas

## Componentes e indicadores de idoneidade de programas de formação de professores em educação matemática

### Suitability components and indicators of teachers' education programs in mathematics education

Juan D. Godino<sup>1</sup>

[jgodino@ugr.es](mailto:jgodino@ugr.es)

Carmen Batanero<sup>2</sup>

[batanero@ugr.es](mailto:batanero@ugr.es)

Hernán Rivas<sup>3</sup>

[hrivasa@uc.cl](mailto:hrivasa@uc.cl)

Pedro Arteaga<sup>4</sup>

[pedroarteagacezon@gmail.com](mailto:pedroarteagacezon@gmail.com)

#### Resumen

El diseño y evaluación de planes de formación de futuros profesores de matemáticas requiere elaborar modelos de referencia sobre las características deseables en dichos programas formativos. Será necesario tener en cuenta los conocimientos didáctico-matemáticos requeridos para organizar y gestionar procesos de enseñanza de las matemáticas, así como también las diferentes facetas implicadas en el desarrollo de dicho conocimiento por los profesores. Este trabajo se orienta a identificar componentes e indicadores de idoneidad didáctica (siguiendo el modelo propuesto en el enfoque ontosemiótico en didáctica de la matemática) de procesos de formación de profesores de matemáticas. Como consecuencia, se propone un modelo del conocimiento didáctico-matemático y criterios para su desarrollo en futuros profesores. La guía desarrollada para la valoración de la idoneidad didáctica se aplica al análisis de un caso de plan de formación en didáctica de la matemática de futuros profesores.

**Palabras clave:** Educación matemática. Formación de profesores. Idoneidad didáctica. Planes de formación.

---

<sup>1</sup> Catedrático de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada (España).

<sup>2</sup> Catedrática de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada (España).

<sup>3</sup> Profesor de la Pontificia Universidad Católica de Chile, Villarica (Chile).

<sup>4</sup> Profesor de la Universidad de Granada (España).

## Resumo

A concepção e avaliação de planos de formação de futuros professores de matemática requerem a elaboração de modelos de referência sobre as características desejáveis de tais programas formativos. Será necessário levar em conta os conhecimentos didático-matemáticos requeridos para organizar e gerenciar os processos de ensino de matemática, assim como os diferentes aspectos envolvidos na aplicação de tal conhecimento pelos professores. Este trabalho procura identificar os componentes e indicadores didaticamente adequados (seguindo o modelo proposto na abordagem ontosemiótica em educação matemática) de processos de formação de professores de matemática. Consequentemente, propõe-se um modelo para o conhecimento didático-matemático e critérios de seu desenvolvimento em futuros professores. O caminho encontrado para a avaliação da adequação didática é aplicado na análise de um caso de plano de formação de futuros professores em educação matemática.

**Palavras-chave:** Educação matemática. Formação de professores. Adequação didática. Planos de formação.

## Abstract

The design and evaluation of prospective mathematics teachers' education programs require developing reference models for the desirable characteristic of these programs. It is necessary to consider the didactic-mathematic knowledge required to organize and manage mathematics teaching processes, as well as the various aspects involved in the application of that knowledge by the teachers. The aim of this paper is to identify components and indicators of didactical suitability of mathematics teachers' education processes (following the model proposed in the onto-semiotic approach to mathematics education). Consequently, we propose a model of didactic-mathematical knowledge and criteria for developing this knowledge in prospective teachers. The guide developed to assess the didactic suitability is applied to analyze a training program in mathematics education for prospective teachers.

**Keywords:** Mathematics education. Teachers' education. Didactical suitability. Teaching planning.

## 1. Introducción

Dentro de la Didáctica General y para áreas específicas se han desarrollado una variedad de modelos y teorías de diseño educativo dirigidas a la práctica, que describen métodos educativos y las situaciones en que deberían utilizarse: “Una teoría de diseño educativo es una teoría que ofrece una guía explícita sobre la mejor forma de ayudar a que la gente aprenda y se desarrolle. Los tipos de conocimientos y de desarrollo pueden ser cognitivos, emocionales, físicos y espirituales” (REIGELUTH, 2000, p. 15).

La complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje implica prestar atención a la proposición de normas para la intervención en los sistemas didácticos, pues no disponemos de recetas de cómo enseñar, aunque esto no significa que no tengamos ciertos conocimientos para tomar algunas decisiones locales preferentes. Por ello sería razonable aceptar la siguiente hipótesis metodológica: Fijadas unas circunstancias (sujetos, recursos, restricciones,...), un “experto” en una didáctica específica puede razonar (apoyándose en resultados teóricos contrastados empíricamente) que ciertas tareas y modos de interacción en el aula son preferibles a otras. En última instancia ése es el objetivo de la ciencia y tecnología del diseño educativo.

El diseño curricular en las áreas de contenido específicas se lleva usualmente a cabo por distintos “agentes educativos” con diferentes niveles de concreción. Las administraciones educativas establecen las directrices generales (que fijan los objetivos y orientaciones generales), los departamentos o seminarios de docentes formulan planes más específicos a nivel de centro y finalmente el profesor, último escalón del diseño curricular elabora las planificaciones de aula. Este proceso complejo debería estar guiado por los resultados de la investigación educativa general y de las investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de los contenidos específicos pretendidos.

Sin embargo, la síntesis de los resultados de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de un contenido específico, por ejemplo, las matemáticas en educación primaria, no es una tarea fácil para el profesor que debe diseñar, implementar y evaluar sus lecciones sobre dicho tópico. Por otro lado, aunque el profesor conozca los principios pedagógico-didácticos que orientan el diseño curricular, su aplicación a temas concretos deja demasiados grados de libertad, lo que torna insegura y excesivamente compleja la acción del docente. En consecuencia, sería de utilidad para el profesor disponer de pautas o *guías* que faciliten el diseño instruccional de una manera operativa y apoyen la reflexión sistemática sobre la enseñanza y aprendizaje de los bloques de contenido específicos. La elaboración de tales guías, fundamentada en la investigación didáctica, es uno de los objetivos de la Teoría de la Idoneidad Didáctica (Godino, 2011), cuyo desarrollo y aplicación al caso del diseño de planes de formación de profesores de matemáticas abordamos en este trabajo. En la sección 2 del artículo describimos el problema y el marco teórico en el que se aborda, particularmente la noción de *idoneidad didáctica*. En la sección 3 describimos las facetas y componentes que consideramos necesario tener en cuenta en la valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de formación de profesores en Didáctica de la Matemática. Partiendo del sistema de indicadores de idoneidad de un proceso de instrucción matemática, en la sección 4 identificamos indicadores de idoneidad epistémica de un proceso de instrucción en didáctica de la matemática; los indicadores de las restantes facetas (cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) son incluidos en la sección 5. Para poner a prueba el sistema de indicadores de idoneidad incluidos en las secciones anteriores y ejemplificar su uso en un caso, en la sección 6 los aplicamos a la valoración de un programa de formación en didáctica de la matemática de una universidad. Finalizamos el trabajo con una última sección con algunas reflexiones finales e implicaciones.

## 2. Problema y marco teórico

Abordamos la problemática del diseño educativo en el campo de las didácticas específicas desde la perspectiva aportada por el denominado “enfoque ontosemiótico” del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007; Font, Godino y Gallardo, 2012). Consideramos que el EOS, en particular la noción de idoneidad didáctica, puede aportar elementos originales y significativos para elaborar una teoría de diseño instruccional, apropiada para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y otras áreas curriculares. De manera específica, en este trabajo abordamos la problemática del diseño de planes de formación matemática y didáctica de profesores de matemáticas; el trabajo será, por tanto, de especial interés para los formadores de profesores de matemáticas.

### 2.1. Marco teórico

La noción de idoneidad didáctica, sus dimensiones y criterios fueron introducidas en trabajos previos (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, 2011) como herramienta de paso de una didáctica descriptiva – explicativa a una didáctica normativa, esto es, orientada hacia la intervención efectiva en el aula. Sus autores pretenden que esta noción sea punto de partida para una teoría de diseño instruccional que tenga en cuenta, de manera sistémica, las dimensiones epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional implicadas en los procesos de estudio de las áreas curriculares específicas.

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, 2011):

- *Idoneidad epistémica*, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.
- *Idoneidad cognitiva*, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.
- *Idoneidad interaccional*. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas

permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

- *Idoneidad mediacional*, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- *Idoneidad afectiva*, grado de implicación (interés, motivación, disposición, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
- *Idoneidad ecológica*, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Es difícil lograr una alta idoneidad didáctica global en un proceso de instrucción, y también valorarla, puesto que, como hemos indicado, involucra diversas dimensiones, que a su vez están estructuradas en distintas componentes. Además, ni las dimensiones ni los componentes son observables directamente y, por tanto, es necesario inferirlos a partir de indicadores empíricos. Godino (2011) propone una “Guía para la valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción matemática” (que designamos en adelante como GVID-IM), la cual incluye un conjunto de indicadores o criterios de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, basados en los supuestos del EOS y otros marcos teóricos. Esta guía sintetiza los “principios didáctico-matemáticos” concordantes con los supuestos pedagógicos y didácticos de distintos enfoques y teorías aceptadas actualmente por la comunidad de educadores matemáticos.

En este artículo se pretende adaptar y aplicar dicha guía para valorar planes de formación matemática y didáctica de profesores. Ello implica preguntarse previamente cuáles son los conocimientos, comprensiones y competencias que debería dominar un profesor para diseñar e implementar propuestas curriculares idóneas, así como sobre los “modos” más apropiados para construir dichos conocimientos, comprensiones y competencias.

Se requiere, por tanto, adoptar un modelo sobre las categorías del “conocimiento del profesor”. Por ejemplo, el modelo del “Pedagogical Content Knowledge” (PCK) (Shulman,

1987); “Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) (Hill, Ball, y Schilling, 2008); “Conocimiento Didáctico-Matemático” (CDM) (Godino, 2009). Una vez adoptado dicho modelo, el diseño de dichos planes de formación debe garantizar que los profesores adquieran los conocimientos didáctico-matemáticos requeridos, es decir, el conocimiento, comprensión y competencia necesarios para la futura labor del profesor en el nivel educativo correspondiente.

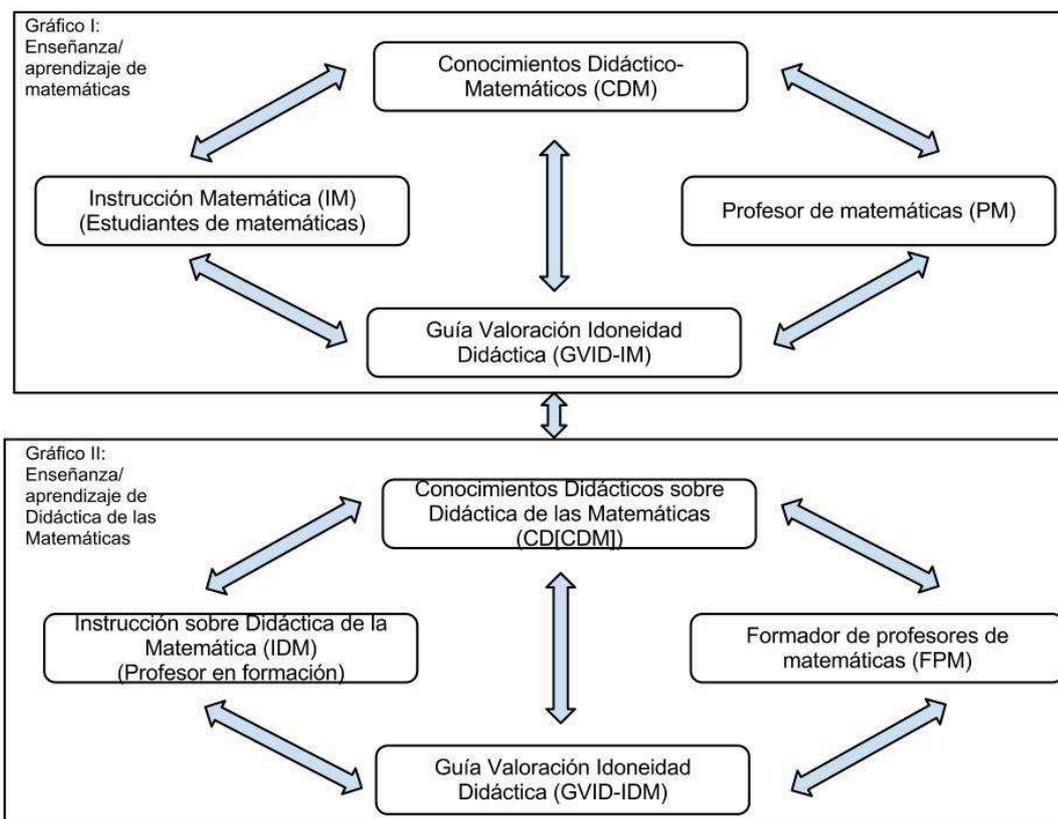
## ***2.2. Idoneidad didáctica y formación de profesores de matemáticas***

La guía propuesta por Godino (2011) (GVID-IM) incluye principios didáctico-matemáticos relativos a las seis facetas implicadas en un proceso de instrucción matemática: las facetas epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional, formulados en términos de indicadores empíricos. En consecuencia, si el profesor adquiere competencia en aplicar dicho “instrumento” puede ver facilitada su tarea de diseño, implementación y evaluación de procesos instruccionales idóneos. Por ello sugerimos orientar los procesos formativos de los profesores hacia el conocimiento, comprensión y uso competente de dicha guía y sus indicadores (así como las posibles adaptaciones de los mismos). En efecto, el conocimiento común, en el horizonte matemático y especializado del contenido (Hill, et al., 2008; Godino, 2009) incluye las distintas componentes de la dimensión epistémica de la citada guía, que ha de ser adaptada para la valoración de procesos de instrucción matemática en la formación de profesores. Por ejemplo, si se consideran los profesores de educación primaria, los indicadores deben contemplar también los contenidos del primer ciclo de educación secundaria para incluir el conocimiento en el horizonte matemático (Hill et al., 2008). El conocimiento especializado abarca los distintos significados de los objetos implicados (situaciones, lenguajes, argumentaciones y enunciaciones de las reglas), mientras que el conocimiento común, se refiere a los conocimientos que se deben poner en juego en la resolución de las tareas resolubles por los propios alumnos del nivel correspondiente.

La Figura 1 sintetiza los elementos y relaciones que intervienen en un proceso de instrucción matemática (Gráfico I) y en un proceso de formación didáctica de profesores (Gráfico II). En el segundo caso habrá que indagar sobre los cambios a introducir en la guía de idoneidad (GVID-IM) para convertirla en un instrumento de reflexión sobre procesos de instrucción acerca de los conocimientos didáctico-matemáticos (que llamaremos Guía de Valoración de la Idoneidad Didáctica de procesos de Instrucción en Didáctica de la Matemática (GVID-IDM)).

Los indicadores del nuevo instrumento “condensarían” el “conocimiento didáctico” disponible en un momento dado para el contenido y nivel correspondiente, tanto respecto a los procesos de estudio matemático, como de la didáctica correspondiente. Puede ser, por tanto, un instrumento de utilidad para los diseñadores curriculares y los formadores de profesores.

**Figura 1** – Guías para la valoración de la idoneidad didáctica en procesos de formación de profesores.



### 3. Facetas y componentes de una guía para la valoración de procesos de formación de profesores en didáctica de la matemática

Como hemos indicado la GVID-IM descrita en Godino (2011) se aplica a procesos de instrucción matemática realizados en cualquier nivel educativo. Será, por tanto, de aplicación en cursos de formación de profesores orientados al estudio de contenidos matemáticos, en el caso de que estos contenidos se aborden de manera separada del conocimiento didáctico especializado de dichos contenidos. Se trata de una guía para el profesor de matemáticas que desee diseñar y valorar procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos, teniendo en cuenta los componentes e indicadores para las distintas facetas. La faceta epistémica se refiere al contenido matemático que se estudia, entendido desde una

perspectiva institucional, y apoyado en una epistemología matemática centrada en las situaciones-problemas, en las prácticas realizadas para su resolución, así como en las configuraciones de objetos y procesos matemáticos que intervienen y emergen en las tales prácticas.

Para lograr procesos de instrucción matemática idóneos el profesor debe conocer y comprender dicha guía y adquirir competencia para su aplicación, pues sus indicadores “condensan” los conocimientos didácticos-matemáticos desarrollados por la comunidad de educadores matemáticos y sobre los cuales hay un cierto “consenso” (Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009). En consecuencia, los procesos de formación en Didáctica de la Matemática debieran centrarse, no en la matemática en sí misma, sino en los principios didáctico-matemáticos incorporados en la mencionada guía, su fundamentación teórica y aplicación en la práctica. Tal fundamentación teórica se basa en los aportes de las distintas disciplinas que la Didáctica de la Matemática “aspira” a articular para orientar la enseñanza y aprendizaje de los contenidos específicos: matemáticas, epistemología, psicología, pedagogía, semiótica, etc.

Por otro lado, el diseño, implementación y evaluación de los procesos de formación de profesores debe ser orientado mediante otra guía específica que llamaremos, GVID-IDM, la cual debe tener en cuenta los componentes que detallamos en la Cuadro 1. La faceta epistémica de dichos procesos instruccionales sería el contenido didáctico-matemático a enseñar, el cual se puede entender también como las expectativas institucionales de aprendizaje sobre didáctica de la matemática. Pero los procesos formativos de profesores deben tener en cuenta también las restantes facetas implicadas en un proceso de instrucción: facetas cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica.

En las secciones 4.1 a 4.6 enunciamos algunos indicadores de idoneidad de la faceta epistémica de los procesos de formación de profesores, mientras que en el apartado 5 lo hacemos para las facetas cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica de tales procesos.

**Cuadro 1 – Componentes de la GVID-IDM.**

<p>FACETA EPISTÉMICA (Contenido Didáctico-Matemático, entendido desde el punto de vista institucional)</p>		<p>OTRAS FACETAS IMPLICADAS EN LA FORMACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA</p>
<p><i>Contenido matemático:</i> Problemas, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones, argumentos, conexiones</p>		<p>FACETA COGNITIVA: Aprendizaje del contenido didáctico-matemático por los profesores</p>
<p><i>Contenido cognitivo:</i> Conocimientos previos, adaptaciones curriculares, aprendizaje del contenido matemático por parte de los alumnos</p>		<p>FACETA AFECTIVA: Creencias, valores, intereses, actitudes, emociones de los profesores hacia el aprendizaje del contenido Didáctico-matemático</p>
<p><i>Contenido afectivo:</i> Intereses, actitudes, emociones hacia el aprendizaje del contenido matemático de los alumnos</p>		<p>FACETA INTERACCIONAL: Modos de interacción y discurso en el proceso de formación de profesores</p>
<p><i>Contenido interaccional:</i> Modos de interacción y el discurso en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas</p>		<p>FACETA MEDIACIONAL: Uso de recursos tecnológicos en el proceso de formación de profesores</p>
<p><i>Contenido mediacional:</i> Uso de recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas</p>		<p>FACETA ECOLÓGICA: Currículo, innovación didáctica en formación de profesores, conexiones interdisciplinarias</p>
<p><i>Contenido ecológico:</i> Currículo, innovación didáctica, adaptación socio-profesional, conexiones interdisciplinarias</p>		

#### **4. Indicadores de idoneidad epistémica de un proceso de formación de profesores en didáctica de la matemática**

En esta sección proponemos indicadores de idoneidad epistémica de los procesos de formación de profesores partiendo de los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza de las matemáticas descritos por Godino (2011).

##### **4.1. Contenido matemático**

El programa de formación de los profesores deberá contemplar el desarrollo de los conocimientos, comprensión y competencias profesionales que hagan posible la implementación de procesos de instrucción matemática donde se alcancen los componentes e indicadores de la faceta epistémica de la GVID-IM, propuestos por Godino (2011) y que se presentan en la Tabla 1.

**Tabla 1** – Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática)

COMPONENTES:	INDICADORES:
<i>Situaciones-problemas</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación</li> <li>- Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)</li> </ul>
<i>Lenguajes</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre las mismas.</li> <li>- Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige</li> <li>- Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación</li> </ul>
<i>Reglas</i> (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen</li> <li>- Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado</li> <li>- Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones, proposiciones o procedimientos</li> </ul>
<i>Argumentos</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen</li> <li>- Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar</li> </ul>
<i>Relaciones</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.</li> <li>- Se identifican y articulan los diversos significados parciales de los objetos matemáticos pretendidos<sup>5</sup>.</li> </ul>

En consecuencia, el programa de formación de profesores debe incluir los medios para que el futuro profesor llegue a compartir los supuestos epistemológicos que fundamentan los componentes e indicadores de idoneidad epistémica de la enseñanza de las matemáticas. Algunos indicadores de la idoneidad epistémica de dicho programa de formación de profesores serían que se incluya situaciones que lleven al profesor a:

- a) Aceptar la importancia de las situaciones-problemas en la construcción del conocimiento matemático; es decir, ha de asumir una visión antropológica de la matemática. Igualmente debe ayudar a comprender la resolución de problemas como medio para dar sentido al contenido matemático, y como competencia básica (que implica ejercitación y aplicación).
- b) Seleccionar y adaptar problemas/tareas matemáticas que permitan dar significado a los conocimientos matemáticos, teniendo en cuenta los obstáculos epistemológicos que ha supuesto su progresiva construcción a lo largo de la historia.

---

<sup>5</sup> Este indicador complementa a los propuestos en Godino (2011) para el componente de las *relaciones* entre los restantes componentes, resaltando el reconocimiento de los diversos significados parciales de los objetos matemáticos y su articulación.

- c) Reconocer el papel central de los lenguajes matemáticos (representaciones), sus tipos, transformaciones y conversiones en la construcción y comunicación del conocimiento matemático.
- d) Comprender la matemática como sistema interconectado de reglas (conceptos, procedimientos y propiedades), así como aceptar la diversidad de significados de cada contenido matemático, tanto formales como informales.
- e) Reconocer el papel central de la argumentación en la construcción del conocimiento matemático, y la diversidad de medios de prueba.

Se trata de que el profesor asuma comprensivamente una manera de entender la matemática desde un punto de vista plural, que articula lo funcional (aplicaciones internas y externas), con lo lingüístico, estructural y argumentativo. El proceso formativo de los profesores debe incluir como objetivo central el estudio y discusión de una *epistemología educativa* de la matemática. Se trata de un “conocimiento especializado del contenido” que atiende, por un lado, a la epistemología de la matemática (con raíces socioculturales/antropológicas), pero también a una profundización en el conocimiento del contenido que no se limita a la resolución de problemas y al conocimiento de las estructuras matemáticas, sino al uso educativo de la resolución de problemas como medio de aprendizaje. Así mismo, se procura el dominio de una rica variedad de significados de los objetos matemáticos y de su articulación (lenguajes, estructuras, argumentaciones)

La idoneidad epistémica en los procesos de formación de profesores se alcanza cuando se prevé, organiza y logra que el profesor conozca, comprenda y domine el conocimiento especializado del contenido en lo que se refiere la variedad de situaciones problemas, lenguajes, estructuras, argumentaciones y conexiones, para el nivel educativo en el que profesor ejerce su labor (conocimiento común) y el tratado en el “horizonte matemático” correspondiente, esto es, la articulación con el nivel educativo posterior.

El criterio global de idoneidad epistémica de un proceso de formación de profesores será la inclusión en el programa de estudio de una selección representativa del sistema de conocimientos didáctico-matemáticos (incluyendo comprensión y dominio práctico) que la “comunidad de educadores matemáticos” considera como pertinentes para una enseñanza idónea de la matemática en el nivel correspondiente. Por ejemplo, el indicador “*Se presenta*

una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación”, sugiere como rasgo de idoneidad epistémica del proceso formativo de profesores que se contemple la selección de “casos representativos”, esto es, de situaciones de contextualización de los conocimientos didáctico-matemáticos. Estos casos representativos pueden consistir en el diseño, implementación y análisis retrospectivo de “unidades didácticas” referidas a una lección, o un conjunto de lecciones a desarrollar en un curso u otra unidad temporal. Otras situaciones de aplicación de las herramientas de análisis didáctico pueden ser actividades centradas en tópicos o incidentes didácticos específicos (análisis de textos, sesiones video-grabadas de profesores expertos enseñando tópicos particulares, etc.)

En otro ejemplo, el indicador “*Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)*”, sugiere como rasgo de idoneidad que el programa formativo de profesores contemple el tratamiento de situaciones – problemas planteadas por los propios profesores en formación como consecuencia de su implicación con la práctica, o con el análisis de recursos instruccionales y la reflexión personal. Así mismo, se podrían incluir “pequeñas tareas” de investigación a fin de identificar dificultades de tipo epistémico, reflexionar sobre ellas y la manera de cómo abordarlas.

#### 4.2. Contenido ecológico

La Tabla 2 contiene el sistema de componentes e indicadores de idoneidad ecológica de la GVID-IM propuestos en Godino (2011) para la enseñanza de las matemáticas.

**Tabla 2** – Componentes e indicadores de idoneidad ecológica

COMPONENTES:	INDICADORES:
Adaptación al currículo	- Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
Apertura hacia la innovación didáctica	- Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva - Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
Adaptación socio-profesional y cultural	- Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes
Educación en valores	- Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico
Conexiones intra e interdisciplinarias	- Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios

El criterio general de idoneidad epistémica respecto al contenido ecológico para la formación de profesores será que el programa contemple el conocimiento, comprensión y justificación de los indicadores de idoneidad ecológica de los procesos de enseñanza de las matemáticas y

el desarrollo de las disposiciones y competencias para su puesta en práctica. En particular, que el programa promueva en los profesores:

- a) Conocimiento de las orientaciones curriculares y su fundamentación.
- b) Actitud favorable, pero reflexiva, sobre la innovación basada en la investigación.
- c) Competencia en la búsqueda, selección y adaptación de buenas prácticas que impliquen el uso del contexto real y la interdisciplinariedad.
- d) Conocimiento de los condicionantes y restricciones del entorno social en la enseñanza y aprendizaje de la matemática (factores económicos, políticos, culturales).

La adquisición por parte de los profesores de los criterios de idoneidad ecológica se conseguirá mediante la lectura y discusión de fuentes documentales y el estudio de casos de buenas prácticas que contemplen la innovación, interdisciplinariedad, el desarrollo del pensamiento crítico y de valores democráticos a través del estudio de las matemáticas. Las actividades realizadas en el componente de *prácticas docentes* en los centros escolares serán también ocasión de tomar conciencia de los factores ecológicos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

### **4.3. Contenido cognitivo**

La idoneidad epistémica respecto al contenido cognitivo (aprendizaje matemático de los estudiantes del nivel correspondiente) en un programa de formación de profesores ha de contemplar el conocimiento, comprensión y justificación por parte de los profesores de los indicadores de idoneidad cognitiva de los procesos de enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de disposiciones y competencias para su puesta en práctica. Los distintos componentes e indicadores de la faceta cognitiva de los procesos de enseñanza de la matemática propuestos en Godino (2011), presentados en la Tabla 3, se pueden interpretar como conocimiento especializado del contenido en relación al aprendizaje de los estudiantes, por parte de los profesores.

**Tabla 3** – Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva en la enseñanza de las matemáticas.

COMPONENTES:	INDICADORES:
<i>Conocimientos previos</i> (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)</li> <li>- Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes</li> </ul>
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo</li> <li>- Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes</li> </ul>
<i>Aprendizaje:</i> (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica: situaciones, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones, argumentos y relaciones entre los mismos )	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas:</li> <li>- Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva</li> <li>- La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia</li> <li>- Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.</li> </ul>

Ello supone que el programa de formación para el profesor de matemática debe llevarle a,

- a) Conocer la "psicología del aprendizaje matemático", los principios generales y los detalles del aprendizaje de cada contenido particular (maneras progresivas de conocer y comprender los objetos matemáticos específicos; errores, obstáculos y dificultades recurrentes).
- b) Saber justificar los indicadores de idoneidad cognitiva, explicitando los marcos teóricos en que se apoyan. La comprensión y puesta en acción de los indicadores del componente "conocimientos previos" requiere que el proceso formativo aborde el estudio de los modelos de desarrollo cognitivo en general (por ejemplo, etapas de desarrollo de Piaget) y para los distintos bloques de contenido (por ejemplo, los niveles de Van Hiele para la enseñanza de la geometría).
- c) Desarrollar competencias en el diseño de los instrumentos de evaluación pertinentes (guiones de observación, entrevistas, cuestionarios, pruebas de ensayo, portafolios), que permitan evaluar en los estudiantes distintos niveles de comprensión conceptual y proposicional, competencia comunicativa y argumentativa, fluencia procedimental y competencia metacognitiva.
- d) Desarrollar competencias para diseñar e implementar adaptaciones curriculares a las diferencias individuales, teniendo en cuenta la variedad de significados de los objetos

matemáticos entre los cuales se podrá seleccionar los más adecuados para el contexto y los estudiantes correspondientes.

#### 4.4. Contenido afectivo

El diseño de procesos de instrucción matemática con alta idoneidad afectiva requiere del profesor conocimiento y comprensión del papel de la dimensión afectiva (intereses, necesidades, actitudes, emociones) en el aprendizaje de las matemáticas, así como competencia para crear entornos de aprendizaje que sean de interés para el estudiante. La Tabla 4 contiene el sistema de componentes e indicadores de idoneidad afectiva de la GVID-IM propuestos en Godino (2011) que deben ser comprendidos y aplicados por parte de los futuros profesores.

**Tabla 4** – Componentes e indicadores de idoneidad afectiva en la enseñanza de las matemáticas.

COMPONENTES:	INDICADORES:
<i>Intereses y necesidades</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las tareas tienen interés para los alumnos</li> <li>- Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional</li> </ul>
<i>Actitudes</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.</li> <li>- Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.</li> </ul>
<i>Emociones</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.</li> <li>- Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.</li> </ul>

Ello supone que el programa de formación debe llevar al profesor de matemáticas a,

- a) Conocer la influencia del dominio afectivo en el aprendizaje matemático.
- b) Desarrollar competencias para buscar, seleccionar y adaptar tareas/situaciones pertenecientes al campo de intereses de los estudiantes y que sean de utilidad en la vida cotidiana y profesional.
- c) Organizar y gestionar las interacciones en el aula que promuevan la autoestima, la participación, la perseverancia y responsabilidad en el estudio de todos los estudiantes, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.

#### 4.5. Contenido interaccional

La tabla 5 contiene el sistema de componentes e indicadores de idoneidad interaccional de la GVID-IM propuestos en Godino (2011).

**Tabla 5** – Componentes e indicadores de idoneidad interaccional en la enseñanza de las matemáticas.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.)</li> <li>- Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.)</li> <li>- Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento</li> <li>- Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.</li> <li>- Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase</li> </ul>
Interacción entre alumnos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes</li> <li>- Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos</li> <li>- Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión</li> </ul>
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)</li> </ul>
Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos</li> </ul>

El criterio general de idoneidad epistémica para el contenido interaccional será que el programa de formación contemple el conocimiento, comprensión y justificación de los indicadores de idoneidad interaccional de los procesos de enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de disposiciones y competencias para su puesta en práctica. En particular, esto supone que se ha de lograr para el profesor de matemáticas,

- a) Conocer la importancia del discurso en la clase (diálogo y comunicación) para el aprendizaje matemático.
- b) Desarrollar competencia para la comunicación adecuada del contenido matemático.
- c) Conocer el papel de los distintos patrones de interacción en el aprendizaje matemático (dialéctica entre autonomía del estudiante e institucionalización)
- d) Desarrollar competencia para la evaluación formativa de los aprendizajes.
- e) Identificar y resolver conflictos de significado y dificultades de aprendizaje relacionadas con los modos de interacción en el aula.

La justificación de los criterios de idoneidad interaccional se contemplará mediante lectura y discusión de marcos teóricos pertinentes. Por ejemplo, la Teoría de situaciones didácticas en matemáticas (Brousseau, 2007), o bien otras lecturas sobre la importancia de la interacción social en el aprendizaje (Cobb y Bauersfeld, 1995) y el estudio de casos de “buenas prácticas” sobre el discurso y la interacción en la clase de matemáticas (Kieran, Forman y Sfard, 2001). También se podrían incluir “pequeñas tareas” de investigación a fin de identificar hechos o fenómenos didácticos relacionados con los modos de interacción en el aula, reflexionar sobre ellos y la manera de abordarlas.

#### 4.6. Contenido mediacional

La tabla 6 contiene el sistema de componentes e indicadores de idoneidad mediacional de la GVID-IM propuestos en Godino (2011).

**Tabla 6** – Componentes e indicadores de idoneidad mediacional.

COMPONENTES:	INDICADORES:
<i>Recursos materiales</i> (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido</li> <li>- Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones</li> </ul>
<i>Número de alumnos, horario y condiciones del aula</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida</li> <li>- El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora)</li> <li>- El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido</li> </ul>
<i>Tiempo</i> (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida</li> <li>- Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema</li> <li>- Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión</li> </ul>

El criterio general de idoneidad epistémica para el contenido mediacional será que el programa de formación contemple el conocimiento, comprensión y justificación de los indicadores de idoneidad mediacional de los procesos de enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de disposiciones y competencias para su puesta en práctica. En particular, que se logre por parte del profesor:

- a) Conocer el papel de los recursos manipulativos e informáticos en el aprendizaje matemático, sus posibilidades y limitaciones
- b) Desarrollar competencia para la gestión del tiempo de enseñanza.

- c) Desarrollar competencia para la integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs) y recursos manipulativos en la enseñanza y aprendizaje matemático.

La justificación de los criterios de idoneidad mediacional se contemplará mediante lectura y discusión de marcos teóricos pertinentes y el estudio de casos de “buenas prácticas” sobre el uso de recursos manipulativos y virtuales en la enseñanza y aprendizaje de los distintos contenidos.

En resumen, la guía propuesta por Godino (2011) para valorar los procesos de enseñanza de las matemáticas (GVID-IM) nos ha ayudado a desvelar y clasificar el conocimiento especializado del contenido didáctico – matemático involucrado en los procesos de instrucción matemática y que deben tenerse en cuenta en la formación de profesores. Hay que reconocer que tal sistema deberá ser especificado en cada caso según el área de contenido matemático cuya enseñanza se planifique, y el nivel educativo correspondiente (primaria, secundaria, universidad). Se debería analizar también si existen otros elementos que demanden adaptaciones a dicha guía, como son: la diferencia entre valorar un plan global (procesos macro-didácticos) y un plan local (procesos micro didácticos), o si se trata del diseño o de la implementación de un proceso formativo.

## **5. Otros criterios de idoneidad de los procesos de formación de profesores**

El diseño, implementación y evaluación de un proceso de formación de profesores en didáctica de la matemática no solo requiere tener en cuenta las expectativas de aprendizaje, o faceta epistémica (en este caso, referida a los conocimientos institucionales sobre la enseñanza-aprendizaje de la matemática). También deberán ser contempladas las facetas cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica, las cuales involucran al formador con los profesores en formación. Incluimos a continuación algunos indicadores de idoneidad para estas facetas.

### *Faceta cognitiva*

En este caso, el criterio general de idoneidad cognitiva tendría que incluir el que los conocimientos pretendidos estén en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes, dada la orientación profesional de los estudios. Parece razonable exigir un nivel de conocimientos

previos en los candidatos a profesor. Las adaptaciones curriculares a las capacidades individuales de los profesores en formación también constituyen un componente que se requiere contemplar.

El principal indicador de idoneidad cognitiva del proceso formativo será el logro efectivo de las expectativas de aprendizaje sobre didáctica de la matemática, para cuya evaluación formativa y sumativa se deberán aplicar el sistema de métodos y técnicas usuales en la investigación educativa (pruebas escritas, cuestionarios, guiones de observación y entrevista, portafolios). Tales instrumentos deberán tener en cuenta el sistema de conocimientos, comprensiones y competencias previamente explicitados como expectativas de aprendizaje del contenido didáctico-matemático (sección 4).

#### *Faceta afectiva*

Dado el carácter profesionalizador del programa formativo se debe suponer actitudes y motivaciones positivas por parte de los estudiantes hacia la enseñanza de las matemáticas, y por tanto, hacia los contenidos y actividades correspondientes. Esta motivación inicial deberá ser potenciada mediante la selección de casos para su análisis e implementación en actividades relacionadas con su futura práctica profesional. La adecuada conexión teoría – práctica será un indicador de idoneidad afectiva, lo que indirectamente inducirá interés, motivación y compromiso de los estudiantes.

Una consideración especial tendrá el componente de las creencias y valores sobre la matemática y su enseñanza de los profesores en formación, componente que diversos autores incluyen dentro de la dimensión afectiva (McLeod, 1989; Goldin, 2000; DeBellis, y Goldin, 2006; Philipp, 2007). El programa formativo deberá contemplar la evaluación de las creencias y valores sobre la matemática y su enseñanza de los profesores en formación, la reflexión sobre las mismas y su posible evolución.

#### *Faceta interaccional*

Los componentes e indicadores de idoneidad interaccional de la guía propuesta por Godino (2011) para la enseñanza de las matemáticas tienen un carácter general, por lo que se pueden aplicar también a los procesos de formación de profesores en didáctica de la matemática. El desarrollo de competencias comunicativas de los profesores en formación, y de trabajo autónomo, deberán ser tenidas en cuenta en el diseño e implementación del plan formativo.

### *Faceta mediacional*

El uso de recursos manipulativos e informáticos de manera pertinente y oportuna para el aprendizaje de temas matemáticos específicos es un componente del conocimiento especializado del contenido y forma parte, por tanto, de las expectativas de aprendizaje. La incorporación de la faceta mediacional en una GVID-IDM es oportuna en cuanto al uso de recursos informáticos y audiovisuales para el planteamiento de casos relacionados con la práctica de la enseñanza y el análisis retrospectivo de los mismos. Así mismo se deberán usar los recursos disponibles para comunicación virtual (foros y plataformas virtuales).

Dada la amplitud de los contenidos didáctico – matemáticos, relativos a los distintos bloques de contenido y temas específicos, es probable que no se disponga de tiempo suficiente para un estudio sistemático de los mismos durante el tiempo de enseñanza asignado a la materia. Esto llevará a seleccionar algunas unidades temáticas cuya planificación y análisis didáctico se realizará en el tiempo disponible; tales unidades deberán tener unas características prototípicas.

### *Faceta ecológica*

Los componentes e indicadores de idoneidad de la GVID-IM tienen un carácter general por lo que su aplicación será también pertinente al caso de un proceso formativo en didáctica de la matemática. Es razonable requerir que,

- a) Los contenidos, su implementación y evaluación se correspondan con el diseño curricular previamente establecido.
- b) El diseño e implementación de las acciones formativas tengan en cuenta los resultados de las investigaciones previas sobre formación de profesores, en particular el uso de las nuevas tecnologías.
- c) Los contenidos y actividades formativas giran sobre la formación y el desarrollo profesional del profesor de matemáticas, teniendo en cuenta e integrando los aportes de las restantes materias del currículo y áreas disciplinares.
- d) Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico.

## **6. Análisis y valoración de un programa formativo**

En este apartado aplicamos los criterios de idoneidad desarrollados en las secciones 4 y 5 (que en su conjunto designamos como GVID-IDM) al caso de un Plan de Formación en Didáctica de la Matemática para profesores de educación primaria de una universidad chilena. El objetivo es “poner a prueba” la validez de los indicadores y ejemplificar su uso en el análisis de un diseño curricular. En el anexo incluimos los objetivos, contenidos, metodología y evaluación del mencionado plan de formación, enumerando las unidades de análisis (U.A.) en cada apartado para facilitar la referencia a las mismas.

### ***6.1. Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático***

#### *Contenido matemático*

El primer objetivo del programa menciona de manera genérica los fundamentos teóricos de la didáctica de la matemática para la enseñanza y aprendizaje de los distintos bloques temáticos de Educación General Básica:

O1: Dominar fundamentos teóricos de la didáctica de la matemática para la enseñanza y aprendizaje de: iniciación numérica, aritmética, álgebra y estadística en la Educación General Básica.

Refiere, por tanto, a una justificación teórica del conocimiento especializado del contenido didáctico-matemático, nociones teóricas que son referidas en el contenido C2:

C2: Conceptualización Didáctica: concepto de didáctica, fenómeno didáctico, situación didáctica y a-didáctica, fases de una situación didáctica (acción, formulación y validación), noción de transposición didáctica, praxeología y conocimiento metacognitivo, nociones matemáticas y paramatemáticas, proceso de comprensión en matemática, contrato didáctico, concepto de error y su tratamiento en el aprendizaje, tipos de problemas, heurística, efecto Topaze, efecto Jourdain, medios didácticos virtuales y no virtuales.

Se mencionan aspectos de epistemología de la matemática (transposición didáctica, nociones matemáticas y paramatemáticas, praxeología); patrones de interacción en el aula y fenómenos didácticos asociados (situación didáctica, adidáctica y fases de una situación; contrato didáctico, efectos Topaze y Jourdain) (Brousseau, 1997); faceta cognitiva y metacognitiva (proceso de comprensión, concepto de error y su tratamiento); papel de los medios didácticos virtuales y no virtuales.

El contenido C3 se refiere a la “didáctica” de cada contenido específico:

C3: Tratamiento didáctico de operaciones y conductas: conductas de apresto (seriar, clasificar, conservaciones de cantidades continuas y discontinuas, orden, correspondencia término a término, valores de verdad), concepto de número y numeración (contar, componer y descomponer, comparar y representar), operaciones aritméticas en  $\mathbb{N}$  y  $\mathbb{Z}$  y de tipos de problemas con uso de la operatoria, conceptualización y operatoria en  $\mathbb{Q}$  (concepto de fracción, tipos de fracciones, fracciones equivalentes, fracciones decimales), iniciación al álgebra (ecuaciones e inecuaciones), estadística y probabilidad (datos y su representación en tablas y gráficos, medidas de tendencia central, azar)

Este enunciado C3 no especifica en qué puede consistir el “tratamiento didáctico” de las operaciones y conductas. Sin embargo, en el objetivo O8 se toma posición sobre un aspecto clave del contenido epistémico: uso de situaciones-problemas para aprender matemáticas.

O8: Crear, seleccionar y resolver problemas (situaciones desafiantes) como método de aprendizaje.

No se mencionan otros aspectos claves de la idoneidad epistémica del contenido matemático como son,

- el uso de diversas representaciones, transformaciones y conversiones entre las mismas;
- el papel central de la argumentación en la construcción del conocimiento;
- la matemática como sistema interconectado de reglas (conceptos, procedimientos y propiedades emergentes en la resolución de las situaciones - problemas);
- la consideración de los diversos significados parciales de los objetos matemáticos y su articulación.

#### *Contenido cognitivo:*

Algunos aspectos del contenido cognitivo son mencionados en los objetivos y los contenidos. Se hace una referencia a promover los procesos de meta cognición, tener en cuenta las diferencias individuales, y evaluación de los aprendizajes:

O4: Promover procesos de meta cognición, a partir de la didáctica de la educación matemática.

O5: Desarrollar procesos de aprendizaje considerando la diversidad cultural de sus estudiantes.

O6. Manejar procedimientos evaluativos que permita verificar el nivel de logro de los estudiantes.

El O5 refiere a la faceta cognitiva del conocimiento especializado del contenido, componente de adaptaciones curriculares a diferencias individuales, y el O6 a la evaluación de los

aprendizajes. La evaluación de los aprendizajes, sus tipos e instrumentos son mencionados también en el contenido C4:

C4: La evaluación de los saberes matemáticos: evaluación auténtica (principios y enfoques), construcción de instrumentos de evaluación considerando las bases curriculares (planes y programas de estudio), mapas de progreso de aprendizaje (tareas de aprendizaje), evaluación de aprendizajes matemáticos a través de software educativos o TICS.

Una mención explícita al conocimiento de los principios del desarrollo cognitivo de los estudiantes, con mención a las dificultades recurrentes de los contenidos matemáticos pretendidos, a las etapas y niveles de comprensión, así como mención al diseño de adaptaciones curriculares aumentaría la idoneidad del contenido cognitivo del programa.

*Contenido afectivo:*

No hay ninguna referencia al papel de la dimensión afectiva en el aprendizaje matemático.

*Contenido interaccional:*

En el componente interaccional del contenido didáctico-matemático se hace mención al discurso en el aula de matemáticas y a las técnicas de trabajo individual y grupal:

O3: Comunicar saberes de manera efectiva, en el marco de la educación matemática  
O10: Dominar estrategias metodológicas de carácter individual y grupal

El contenido C2 incluye referencias a elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas pertenecientes al contenido interaccional:

C2: ... situación didáctica y a-didáctica, fases de una situación didáctica (acción, formulación y validación), .... contrato didáctico, ... efecto Topaze, efecto Jourdain, ...

Aunque de una manera escueta y vinculada a una teoría didáctica específica están presentes indicadores relevantes de la idoneidad del contenido interaccional.

*Contenido mediacional:*

El uso de recursos tecnológicos para facilitar el aprendizaje se contempla en el objetivo O7 y la relación de los recursos con los contenidos en el O9:

O7: Evaluar, seleccionar e incorporar recursos digitales y no digitales como medios de aprendizaje.  
O9: Seleccionar y evaluar recursos digitales y no digitales acorde a los contenidos y metas de aprendizaje.

### *Contenido ecológico:*

Respecto de la idoneidad del contenido ecológico se menciona el estudio del currículo matemático de Chile para la educación básica:

O2: Interpretar el marco curricular del sistema nacional chileno, específicamente en Educación Matemática

C1: Marco curricular del sistema educacional chileno para la educación matemática: planes y programas, mapa de progreso, etc.

Sería deseable incluir los indicadores,

- Desarrollar una actitud favorable, pero reflexiva, sobre la innovación basada en la investigación.
- Desarrollar competencia en la búsqueda, selección y adaptación de buenas prácticas que implican el uso del contexto real y la interdisciplinariedad.
- Conocer los condicionantes y restricciones del entorno social en la enseñanza y aprendizaje de la matemática (factores económicos, políticos, culturales)

### **6.2. Faceta cognitiva**

El apartado de evaluación del programa contempla el uso de diversos procedimientos:

E1: Evaluación formativa y sumativa utilizando procedimientos de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

Aunque en la faceta del contenido epistémico no se menciona el problema del diseño, implementación y análisis retrospectivo de experiencias de enseñanza (talleres de aplicación en terreno de las situaciones de enseñanza aprendizaje generadas), sin embargo, en el ítem E2 se indica que se pedirán informes de tales talleres para evaluar los aprendizajes:

E2: Informes de talleres de aplicación en terreno de las situaciones de enseñanza aprendizaje generadas.

Los ítems E3 y E4 se pueden relacionar con la apertura a la innovación didáctica y la práctica reflexiva,

E3: Informes de las lecturas realizadas que impliquen por parte de los estudiantes argumentar posturas frente a las propuestas de los autores, reelaborar propuestas pedagógicas, entre otras.

E4: Informes de trabajos de investigación.

Podemos valorar como adecuada la idoneidad de la faceta cognitiva del plan de formación analizado.

### **6.3. Otras facetas del proceso formativo**

El programa de formación en didáctica de la matemática no hace referencia a cómo motivar a los profesores en formación al estudio de los contenidos (faceta afectiva), a los recursos tecnológicos utilizables (faceta mediacional), o a las conexiones de la didáctica de la matemática con otras áreas disciplinares (faceta ecológica). Hay una mención a la faceta interaccional en la metodología:

M1: En esta actividad curricular se contemplan las siguientes actividades: resolución de problemas, tareas de investigación, exposiciones orales, análisis de documentos escritos

La mención a la resolución de problemas (se entiende que se trata de problemas didácticos) y a tareas de investigación podría ser concretada en el diseño de unidades temáticas, actividad que involucra todos los componentes e indicadores de la idoneidad didáctica.

El diseño, implementación y evaluación de unidades temáticas puede ser una “situación – problema” central que da sentido al contenido didáctico-matemático en su conjunto. El uso de la GVID puede ser un recurso de apoyo en la solución de dicho problema.

## **7. Reflexiones finales e implicaciones**

En este trabajo hemos planteado un problema relativo al diseño de procesos formativos de profesores sobre Didáctica de las Matemáticas. Hemos interpretado, ampliado y aplicado la noción de idoneidad didáctica, así como el instrumento “Guía para la Valoración de la Idoneidad Didáctica” (Godino, 2011), mostrando que en realidad se trata de una familia de instrumentos que sintetizan en cada caso los principios didáctico-matemáticos para la enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos en niveles y circunstancias determinadas. Se trata de instrumentos cuyo dominio por los profesores mediante procesos formativos adecuados les permitirán adaptar y desarrollar las orientaciones curriculares correspondientes.

Los indicadores de idoneidad son inferidos de las investigaciones didácticas y de directrices curriculares de amplia difusión y aceptación en la comunidad de educadores matemáticos. Hemos ilustrado su uso al caso del diseño formativo de una universidad chilena identificando algunos puntos críticos en los cuales se podrían mejorar.

En el caso de la formación de profesores de matemáticas de educación secundaria es usual que se contemple de manera separada la formación matemática y la formación en didáctica de la matemática. Incluso usualmente ambas formaciones pueden estar asignadas a departamentos diferentes, lo que puede dificultar un desarrollo articulado de ambas formaciones. La formación matemática puede atender a lo que según el modelo del MKT (Ball, 2000; Ball, Lubienski y Mewborn, 2001) corresponde al conocimiento común y conocimiento en el horizonte matemático, mientras que a la formación didáctica correspondería al conocimiento especializado del contenido matemático, tanto en su componente común como en el horizonte. Pero como se propone en los distintos componentes e indicadores de la faceta epistémica de la GVID-IM el conocimiento especializado del contenido está intrínsecamente imbricado con el conocimiento común y el conocimiento en el horizonte matemático, ya que se trata de una manera diferente y más profunda de conocer las matemáticas que se deben enseñar. Además, el conocimiento especializado del contenido también incluye las cuestiones relacionadas con el aprendizaje de los contenidos específicos por parte de los estudiantes, de manera que de nuevo quedan involucrados el conocimiento común y en el horizonte con la faceta cognitiva. Igual ocurre con el uso de los medios tecnológicos (faceta mediacional), los cuales con frecuencia son específicos de los contenidos pretendidos. Esta imbricación entre la matemática y la didáctica de la matemática es la que nos lleva a introducir el constructo “conocimiento didáctico-matemático” y a proponer el estudio integrado de la matemática y su didáctica en la formación de profesores de matemáticas, tanto de educación secundaria como primaria.

### **Reconocimiento:**

Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación, EDU2010-14947, Ministerio de Ciencia e Innovación (MICINN), y EDU2012-31869, Ministerio de Economía y Competitividad (MEC).

## Referencias

BALL, D. L. Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, v. 51, p. 241-247, 2000.

BALL, D. L.; LUBIENSKI, S. T.; MEWBORN, D. S. Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In: RICHARDSON, V. (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., p. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association, 2001.

BROUSSEAU, B. *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P., 1997.

COBB, P.; BAUERSFELD, H. (Eds.). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, N.Y.: Lawrence Erlbaum A. P., 1995.

DEBELLIS, V. A.; GOLDIN, G. A. Affect and meta-affect in mathematical problem Solving: a representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, v. 63, p. 131-147, 2006.

FONT, V.; GODINO, J. D.; GALLARDO, J. The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, v. 82, p. 97-124, 2013. DOI: 10.1007/s10649-012-9411-0.

GODINO, J. D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, v. 22, n. 2/3, p. 237-284, 2002.

GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, v. 20, p. 13-31, 2009.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Conferencia presentada en la XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil, 2011.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, v. 39 ed. 1-2, p. 127-135, 2007.

GODINO, J. D.; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, v. 26, n. 1, p. 39-88, 2006.

GODINO, J. D.; BENCOMO, D.; FONT, V.; WILHELMI, M. R. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII, n. 2, p. 221-252, 2006.

GODINO, J. D.; FONT, V.; WILHELMI, M. R.; CASTRO, C. de. Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, v. 27, n. 1, p. 59-76, 2009.

GOLDIN, G. Affective pathways and representation in mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, n. 2, p. 209–219, 2000.

HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 39, p. 372-400, 2008.

KIERAN, C.; FORMAN, E.; SFARD, A. Learning discourse: Sociocultural approaches to research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, v. 46, p. 1-12, 2001.

MCLEOD, D. Beliefs, attitudes and emotions: New views of affect in mathematics education. In: MCLEOD, D.; ADAMS, V. (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective*. New York: Springer, p. 245-258, 1989.

PHILIPP, R. A. Mathematics teachers' beliefs and affect. In: LESTER, F. K. (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: NCTM & IAP, p. 257-318, 2007.

REIGELUTH, C. M. ¿En qué consiste una teoría de diseño educativo y cómo se está transformando? In: REIGELUTH, C. M. (Ed.), *Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Un nuevo paradigma de la teoría de la instrucción*. Madrid: Santillana, p. 15-40, 2000.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

**ANEXO.** Síntesis del programa del curso “Didáctica de la Matemática” para profesores de educación básica.

<b>U.A.</b>	<b>OBJETIVOS:</b>
O1	- Dominar fundamentos teóricos de la didáctica de la matemática para la enseñanza y aprendizaje de: iniciación numérica, aritmética, álgebra y estadística en la Educación General Básica.
O2	- Interpretar el marco curricular del sistema nacional chileno, específicamente en Educación Matemática
O3	- Comunicar saberes de manera efectiva, en el marco de la educación matemática
O4	- Promover procesos de meta cognición, a partir de la didáctica de la educación matemática.
O5	- Desarrollar procesos de aprendizaje considerando la diversidad cultural de sus estudiantes.
O6	- Manejar procedimientos evaluativos que permita verificar el nivel de logro de los estudiantes.
O7	- Evaluar, seleccionar e incorporar recursos digitales y no digitales como medios de aprendizaje
O8	- Crear, seleccionar y resolver problemas (situaciones desafiantes) como método de aprendizaje.
O9	- Seleccionar y evaluar recursos digitales y no digitales acorde a los contenidos y metas de aprendizaje.
O10	- Dominar estrategias metodológicas de carácter individual y grupal.
	<b>CONTENIDOS:</b>
C1	- Marco curricular del sistema educacional chileno para la educación matemática: planes y programas, mapa de progreso, etc.
C2	- Conceptualización Didáctica: concepto de didáctica, fenómeno didáctico, situación didáctica y a-didáctica, fases de una situación didáctica (acción, formulación y validación), noción de transposición didáctica, praxeología y conocimiento metacognitivo, nociones matemáticas y paramatemáticas, proceso de comprensión en matemática, contrato didáctico, concepto de error y su tratamiento en el aprendizaje, tipos de problemas, heurística, efecto Topaze, efecto Jourdain, medios didácticos virtuales y no virtuales.
C3	- Tratamiento didáctico de operaciones y conductas: conductas de apresto (seriar, clasificar, conservaciones de cantidades continuas y discontinuas, orden, correspondencia término a término, valores de verdad), concepto de número y numeración (contar, componer y descomponer, comparar y representar), operaciones aritméticas en $\mathbb{N}_0$ y $\mathbb{Z}$ y de tipos de problemas con uso de la operatoria, conceptualización y operatoria en $\mathbb{Q}$ (concepto de fracción, tipos de fracciones, fracciones equivalentes, fracciones decimales), iniciación al álgebra (ecuaciones e inecuaciones), estadística y probabilidad (datos y su representación en tablas y gráficos, medidas de tendencia central, azar).
C4	- La evaluación de los saberes matemáticos: evaluación auténtica (principios y enfoques), construcción de instrumentos de evaluación considerando las bases curriculares (planes y programas de estudio), mapas de progreso de aprendizaje (tareas de aprendizaje), evaluación de aprendizajes matemáticos a través de software educativos o Tic's.
	<b>METODOLOGÍA:</b>
M1	- En esta actividad curricular se contemplan las siguientes actividades: resolución de problemas, tareas de investigación, exposiciones orales, análisis de documentos escritos.
	<b>EVALUACIÓN:</b>
E1	- Evaluación formativa y sumativa utilizando procedimientos de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.
E2	- Informes de talleres de aplicación en terreno de las situaciones de enseñanza aprendizaje generadas.
E3	- Informes de las lecturas realizadas que impliquen por parte de los estudiantes argumentar posturas frente a las propuestas de los autores, reelaborar propuestas pedagógicas, entre otras.
E4	- Informes de trabajos de investigación.
E5	- Tres pruebas sumativas.