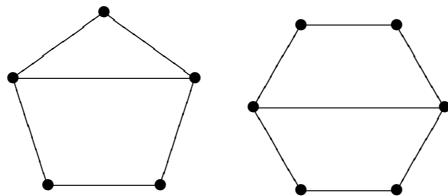

TEMA 5

Grafos

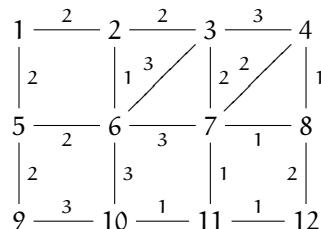
Ejercicio 1. Expresa en forma matricial los grafos



Ejercicio 2. Representa gráficamente los siguientes grafos cuyas matrices de adyacencia son

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. (*) Calcula las geodésicas que unen el vértice 4 con el vértice 9 en el grafo siguiente:



Ejercicio 4. Sea G un grafo completo con cuatro vértices. Construye todos sus subgrafos salvo isomorfismos.

Ejercicio 5. ¿Son isomorfos los grafos de la figura 1? ¿Y los de la figura 2? ¿Y los de la 3?

Figura 1:

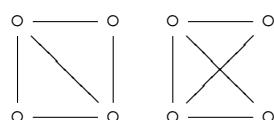


Figura 2:

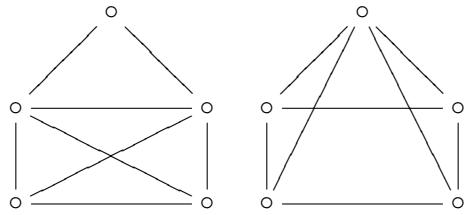
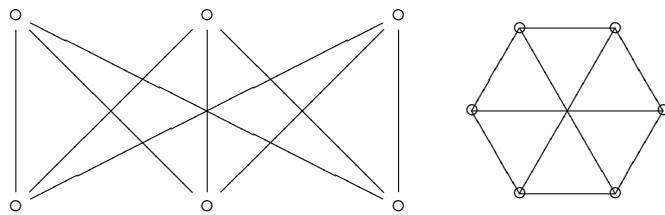
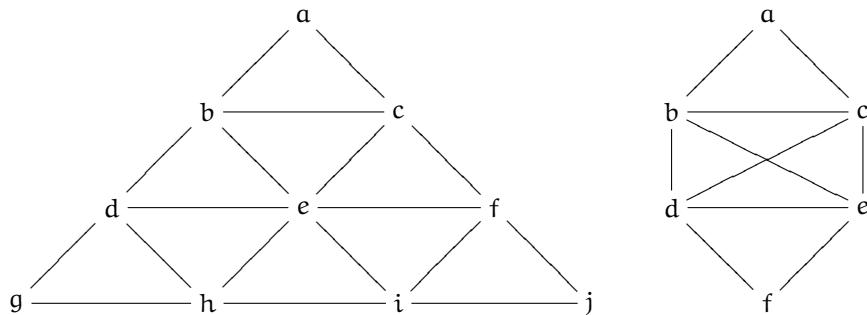


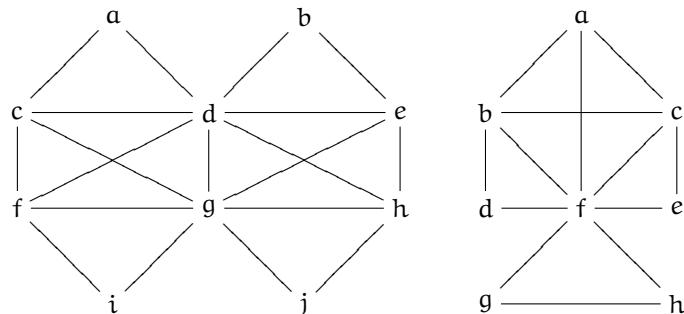
Figura 3:



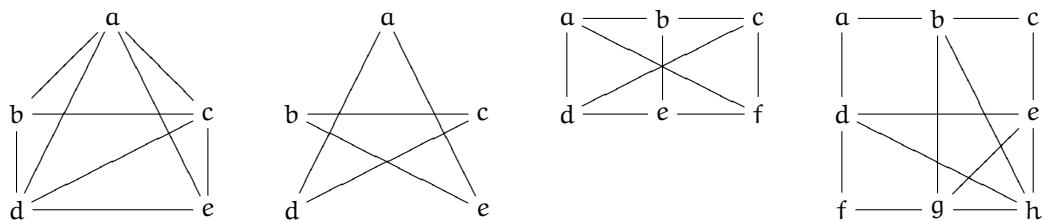
Ejercicio 6. Encuentra un circuito de Euler para los grafos



Ejercicio 7. Encuentra un camino de Euler para los grafos



Ejercicio 8. Determina cuáles de los siguientes grafos son planos



Ejercicio 9. Determina qué grafos de los que aparecen en el ejercicio 6 se pueden convertir en grafos dirigidos de forma que dos vértices cualesquiera se puedan unir por medio de un camino dirigido.

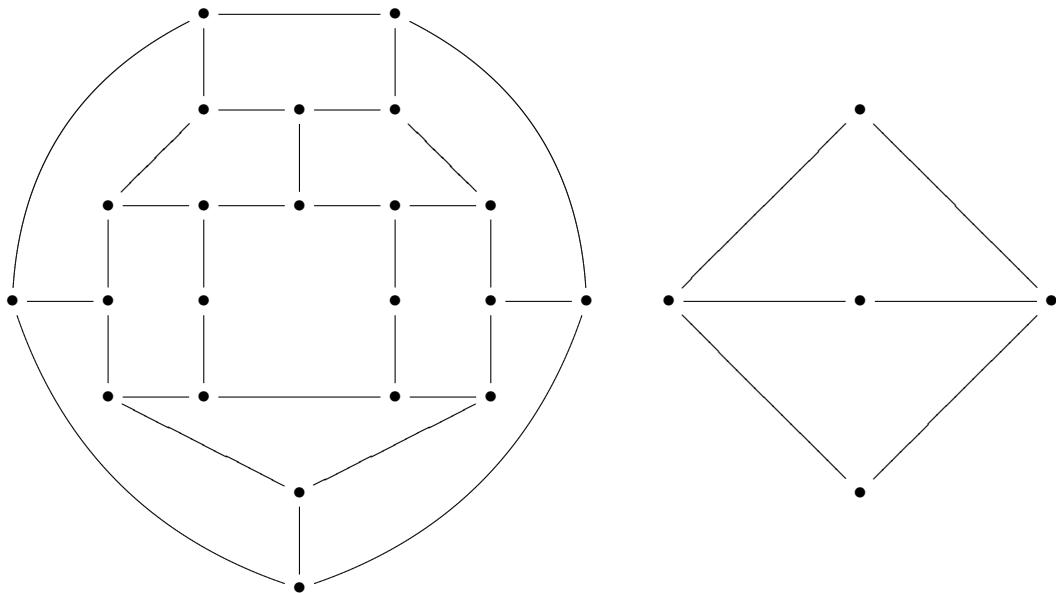
Ejercicio 10. Se conocen los siguientes datos sobre las personas a, b, c, d, e, f y g:

1. La persona a habla inglés.
2. La persona b habla inglés y español.
3. La persona c habla inglés, italiano y ruso.
4. La persona d habla japonés y español.
5. La persona e habla alemán e italiano.
6. La persona f habla francés, japonés y ruso.
7. La persona g habla francés y alemán.

¿Es cierto que cada par de personas se pueden comunicar entre ellas utilizando si, es necesario, a otra persona como intérprete?

Ejercicio 11. Demuestra que en un grafo el número de vértices de grado impar es par.

Ejercicio 12. ¿Cuáles de los siguientes grafos contienen un circuito Hamiltoniano?



Ejercicio 13. ¿Para qué valores de n el grafo K_n es un circuito de Euler?

Ejercicio 14. Obtén una fórmula para el número de lados de $K_{m,n}$.

Ejercicio 15. ¿Para qué valores de m y n el grafo $K_{m,n}$ es un circuito de Euler?

Ejercicio 16. Demuestra que si $n \geq 3$, entonces K_n contiene un circuito hamiltoniano.

Ejercicio 17. ¿Cuándo $K_{m,n}$ contiene un circuito de Hamilton?

Ejercicio 18. Demuestra que cualquier grafo con cuatro vértices o menos es siempre plano.

Ejercicio 19. Demuestra que si un grafo tiene a lo sumo cinco vértices y uno de ellos es de grado dos entonces es plano.

Ejercicio 20. Calcular un árbol generador para los grafos del ejercicio 8.

Ejercicio 21. Demuestra que en cualquier árbol con dos o más vértices existe, al menos, un vértice de grado uno.

Ejercicio 22. ¿Es cierto que todo grafo se puede colorear con, a lo sumo, cuatro colores?

Ejercicio 23. Demuestra que en todo grafo con más de un vértice existen dos vértices con el mismo grado.

Ejercicio 24. Prueba que si un grafo G contiene sólo dos vértices de grado impar, entonces ambos han de encontrarse en la misma componente conexa.

Ejercicio 25. ¿Existe algún grafo regular de grado cinco con veinticinco vértices?

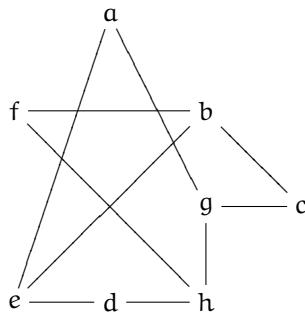
Ejercicio 26. ¿Existe un grafo completo con quinientos noventa y cinco lados?

Ejercicio 27. ¿Depende el número de caras resultante de una representación plana de un grafo plano de la representación que escojamos?

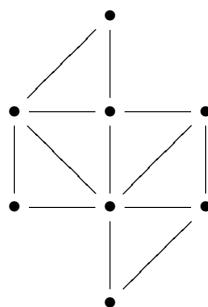
Ejercicio 28. ¿Existe un grafo con seis vértices cuyos grados sean uno, dos, dos, tres, cuatro y cuatro respectivamente?

Ejercicio 29. Sea un grafo plano y conexo con nueve vértices de grados dos (tres veces), tres (tres veces), cuatro (dos veces) y cinco. ¿Cuántos lados hay? ¿Y caras?

Ejercicio 30. ¿Es plano el grafo siguiente?



Ejercicio 31. Calcula el dual del grafo



Ejercicio 32. Construye todos los árboles binarios completos con siete vértices.

Ejercicio 33. ¿Cuántas ramas tiene un árbol binario completo con treinta y cinco vértices?