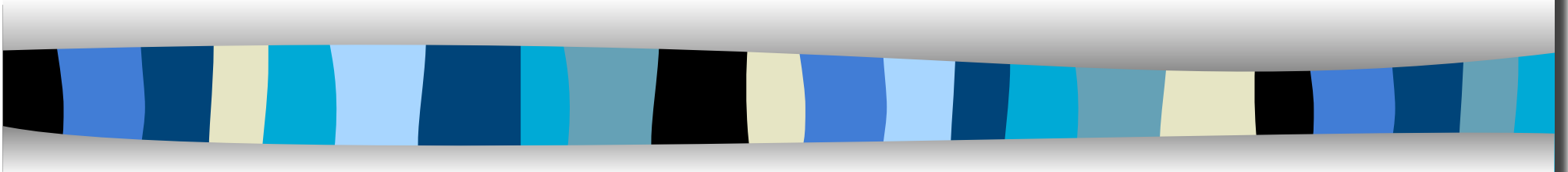


# **EVALUACIÓN NO DESTRUCTIVA DEL DAÑO Y CALIDAD DE ESTRUCTURAS**



**ANTONIO-JESÚS  
GONZÁLEZ ZURITA**

# **EVALUACIÓN Y DETECCIÓN DE DAÑO UTILIZANDO UN MÉTODO INVERSO POR SUB-DOMINIOS**





# ÍNDICE

**Vector de respuesta al daño (VRD).**

**El problema de la identificación de las fuerzas desconocidas.**

**Identificación de las fuerzas mediante la transformada de Wavelet.**

**Ejemplos de aplicación:**

Daño localizado con poca instrumentación.

Análisis por subregiones.

Análisis por subdominios.

# VECTOR DE RESPUESTA AL DAÑO (VRD)

- Daño en la estructura: puede ser representado como cambios en la rigidez o en la masa.
- La propagación de ondas en las estructuras se ve afectada por las variaciones en los parámetros estructurales (m, k...)

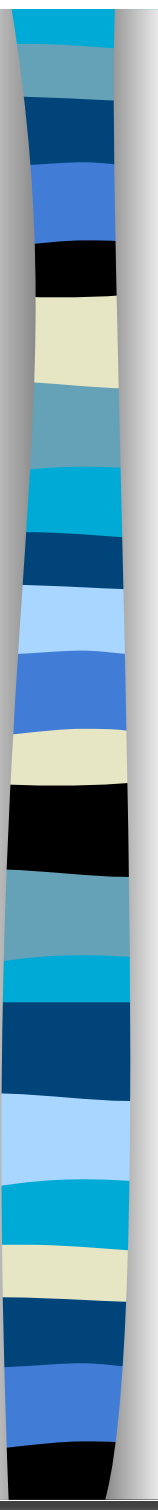


$$[\mathbf{K}_D] = [\mathbf{K}_0] - [\Delta \mathbf{K}]$$

$$[\mathbf{M}_D] = [\mathbf{M}_0] - [\Delta \mathbf{M}]$$



$$[\mathbf{M}_0]\{\ddot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{C}_0]\{\dot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{K}_0]\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{P}\} - [\Delta \mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} + [\Delta \mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{u}}\} = \{\mathbf{P}\} + \{\mathbf{D}\}$$

- 
- $\{D\}$  contiene la información sobre el daño, por lo que se le denomina vector de respuesta al daño (VRD)
  - Consideramos el caso de variación en  $K$

$$[\Delta K][u] = [D]$$

- Inconveniente: esta ecuación está mal condicionada. Se recurre a la teoría de perturbación de rango mínimo, que da una solución del tipo:

$$[\Delta K] = [Du^T] \left[ [Du^T]^T [uu^T] \right]^{-1} [Du^T]^T$$

- Una vez calculada  $[\Delta K]$  se tiene toda la información la localización y la magnitud del daño.
- La clave está por tanto en la determinación del VRD.

- 
- En la ecuación:

$$[M_0]\{\ddot{u}\} + [C_0]\{\dot{u}\} + [K_0]\{u\} = \{P\} - [\Delta K]\{u\} + [\Delta M]\{\ddot{u}\} = \{P\} + \{D\}$$

El VRD se puede ver como una fuerza externa. Por tanto el problema se reduce al problema de calcular las fuerzas externas desconocidas.

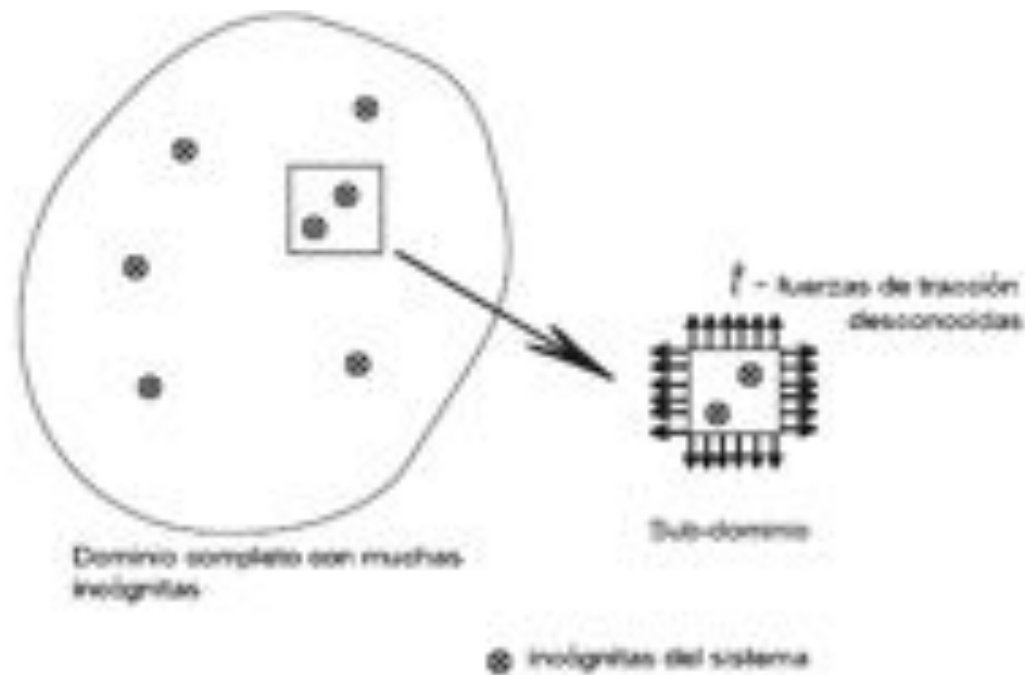


# El problema de la identificación de las fuerzas desconocidas.

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{P(t)\}$$

Objetivo: determinar  $\{P(t)\}$

Estrategia: reducir el nº de incógnitas → dividir la estructura en subdominios → aparecerán nuevas incógnitas en la frontera



Aparecerán como incógnitas también las tensiones en el contorno (acción del resto de la estructura)



# Identificación de las fuerzas mediante la Transformada de Wavelet

- La fuerza se expresa en términos de una función Wavelet  $\phi_m(t)$
- Los desplazamientos en cada nodo se expanden en términos de las funciones Wavelet  $\psi_m(x,t)$  que son respuestas en los nodos debido a la fuerza  $\phi_m(t)$
- Se tiene:

$$P(t) = \sum_{m=1}^{M_z} \tilde{P}_m \phi_m(t) \quad \circ \quad \{P\} = [\Phi] \{\tilde{P}\}$$

Para resolver el problema Inverso se utiliza la siguiente función de error

$$E(\bar{\mathbf{P}}, \mathbf{d}) = \mathbf{A} + \mathbf{B}(\lambda_s, \lambda_t) = \{\mathbf{d} - \overline{\mathbf{Q}\Psi\mathbf{P}}\}^T [\mathbf{W}] \{\mathbf{d} - \overline{\mathbf{Q}\Psi\mathbf{P}}\} + \{\bar{\mathbf{P}}\}^T [\lambda_s [\mathbf{H}_s] + \lambda_t [\mathbf{H}_t]] \{\bar{\mathbf{P}}\}$$

Donde A y B son operadores positivos

A mide el error entre los datos experimentales y los de simulación

B es un término de estabilización para la regularización en el espacio y en el tiempo

- Al minimizar E respecto a P se tiene:

$$[\bar{\mathbf{G}}] \{\bar{\mathbf{P}}\} = \{\bar{\mathbf{u}}\}$$



Donde:

$$[\bar{G}] = [\bar{Q}\bar{\Psi}]^T [W] [\bar{Q}\bar{\Psi}] + \lambda_1 [H_1] + \lambda_2 [H_2], \quad \{\bar{u}\} = [\bar{Q}\bar{\Psi}]^T [W] \{\bar{d}\}$$

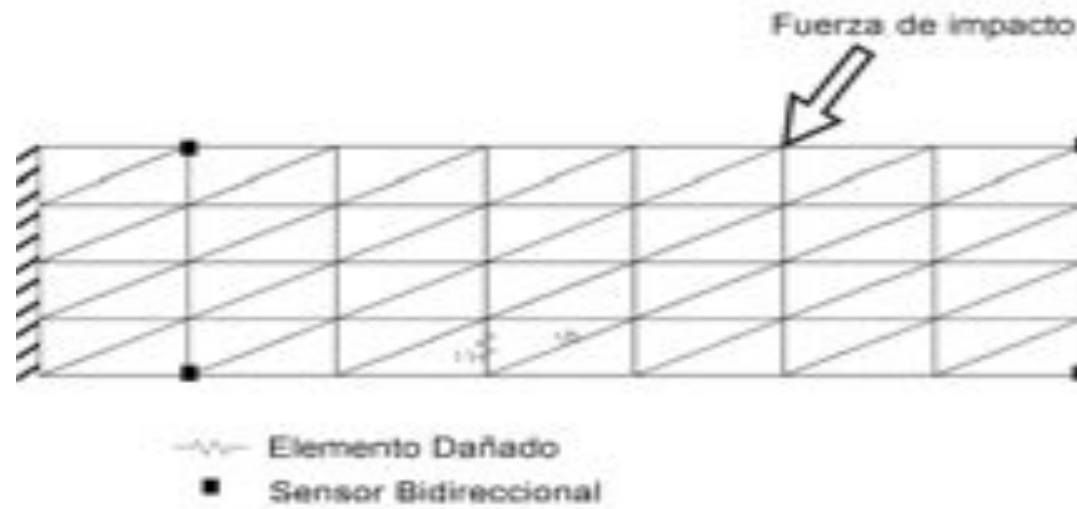
Cuando el número de incógnitas es muy grande, un método de inversión de matrices es muy lento, por lo que se pueden aprovechar la estructura cuasi-toeplitz de la matriz  $[G]$  y adaptar el algoritmo rápido de Levinson o uno super-rápido que son del orden  $O(n^2)$ , ó  $O(n \log^2 n)$ , respectivamente



# Ejemplos de aplicación.

- Se analizan los siguientes casos:
  - Daño localizado con poca instrumentación.
  - Análisis por subregiones.
  - Análisis por subdominios.

# Daño localizado con poca instrumentación.



- Estructura de dos dimensiones.
- Condiciones originales conocidas.
- Parámetros estructurales conocidos.
- Supongamos que se daña un elemento de la estructura y queremos identificarlo.
- Se colocan 4 sensores bidireccionales (8 sensores en total) repartidos.

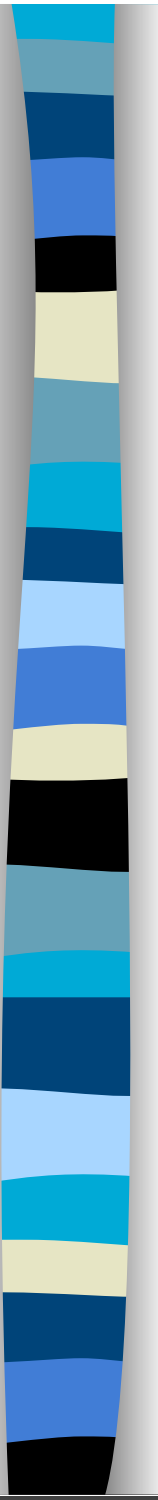
- Se simula numéricamente una prueba experimental en la que se aplica una fuerza de impacto conocida.
- Se define una función de optimización que corresponde a la fuerza total normalizada de los VRD de un elemento.
- Para cada elemento  $i$  se identifican los VRD de los nodos que forman el elemento  $i$ .

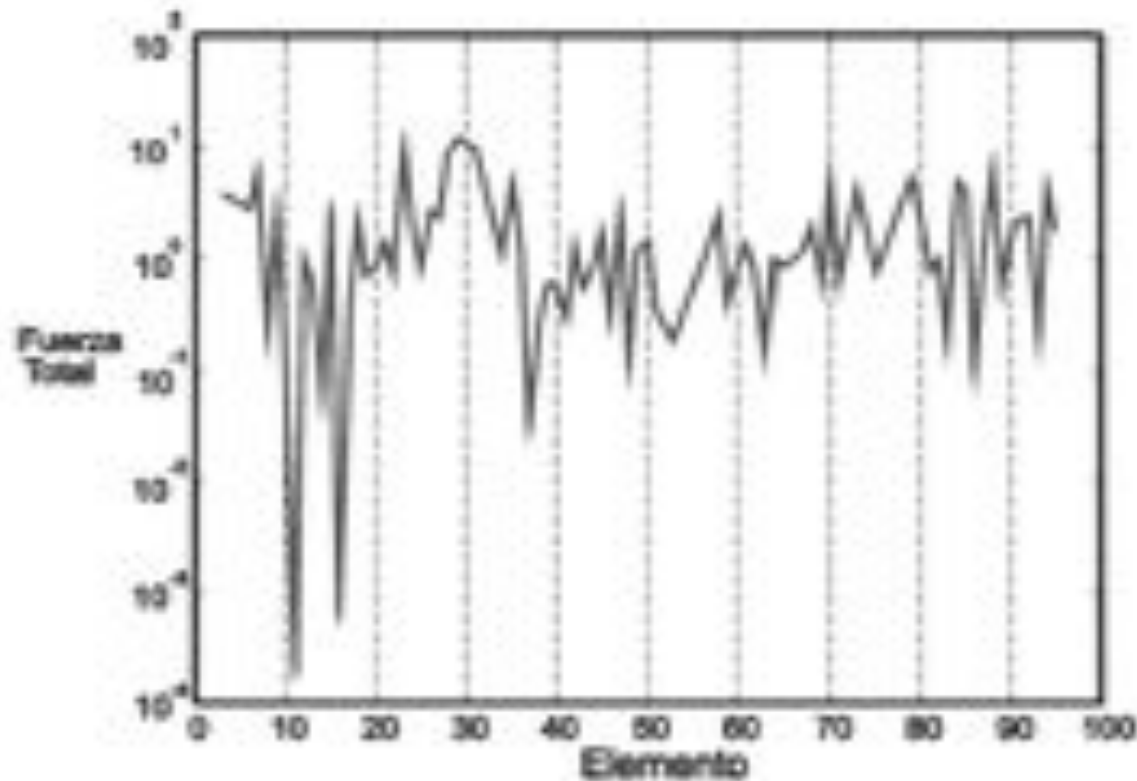
$$D_{1i}(t) = [dx_{1i}(t), dy_{1i}(t)] \quad D_{2i}(t) = [dx_{2i}(t), dy_{2i}(t)]$$

- Función de optimización: ( $M$ =total de elementos)

$$P_i = \frac{|dx_{1i} + dx_{2i}|}{m_x} + \frac{|dy_{1i} + dy_{2i}|}{m_y}$$

Donde  $m_x$  y  $m_y$  se definen como  $m_x = \max_{j=1}^M \{|dx_{1j} + dx_{2j}|\}$  y  $m_y = \max_{j=1}^M \{|dy_{1j} + dy_{2j}|\}$

- 
- Se aplica un método iterativo en el que se calculan los VRD en todos los elementos.
  - Se obtiene la función de optimización para todos los elementos.
  - Para calcular el elemento dañado se parte de la condición de equilibrio según la cual la suma de los VRD asociados con un elemento es nula.
  - Así, el elemento que tiene valor mínimo en la función de optimización será el dañado.

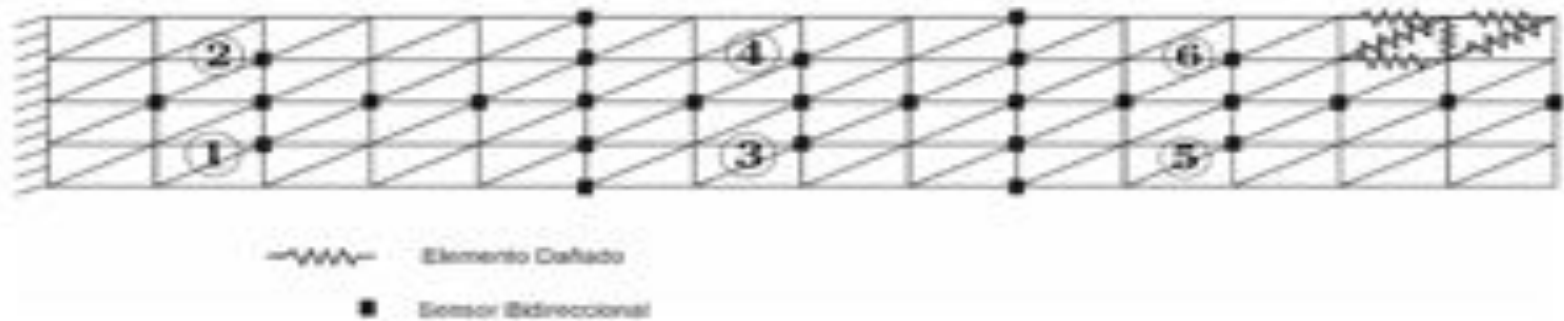


El elemento 11 (elemento dañado) presenta un valor mínimo.

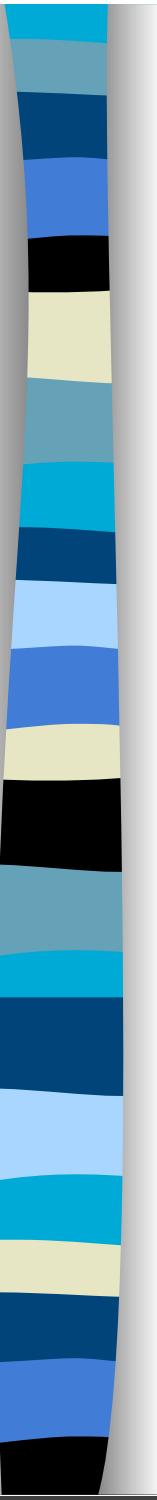
El elemento 16 también tiene un valor reducido por estar cerca del elemento 11 y su respuesta al daño (vista desde los sensores) es muy similar.

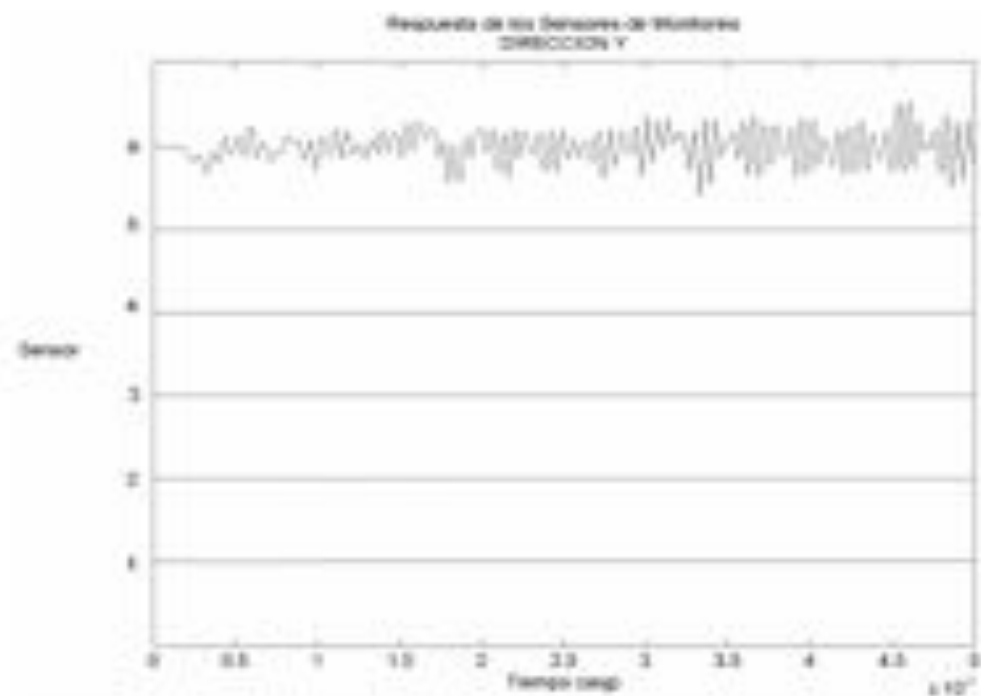
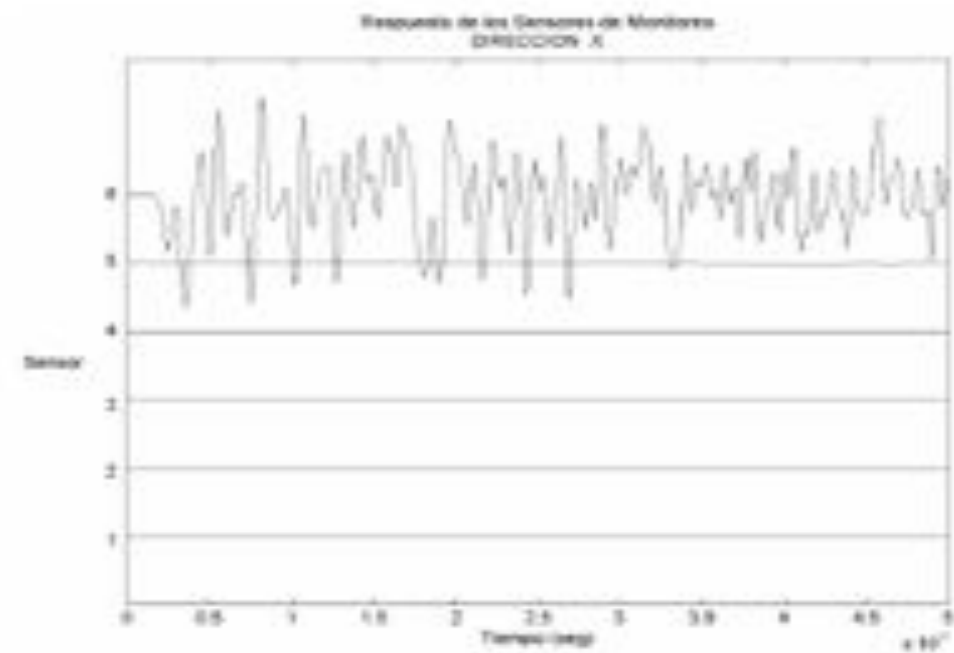


# Análisis por subregiones

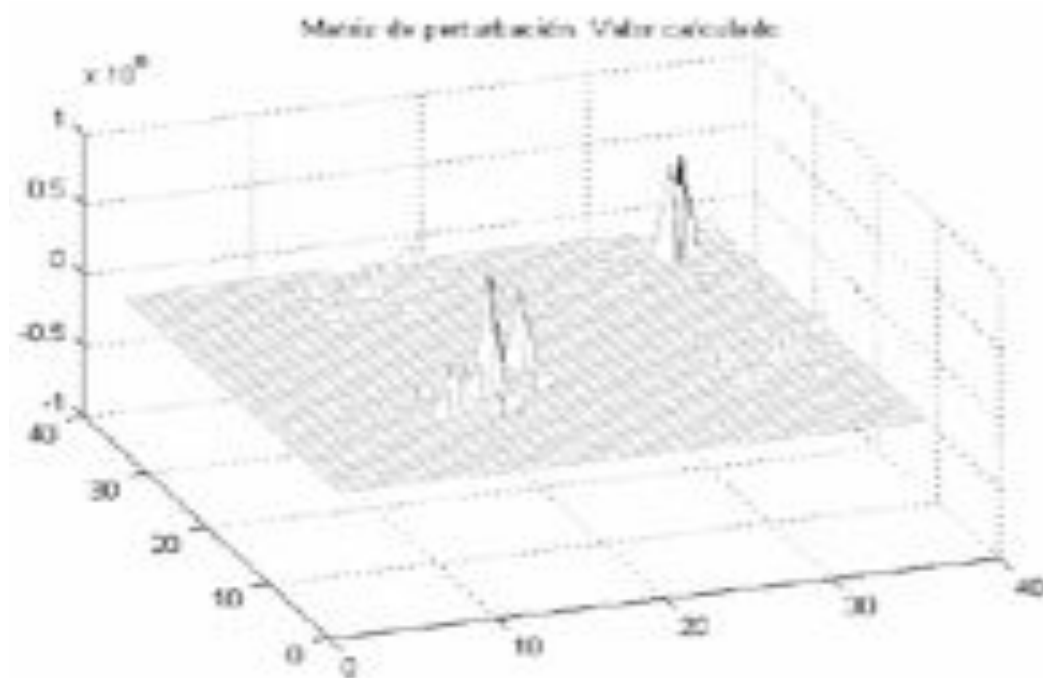


- Se conocen las condiciones de frontera y los parámetros iniciales de la estructura.
- En el análisis global se identifican los VRD en un subconjunto de sensores para detectar la presencia de daño en una o varias subregiones.
- Una vez identificada la subregión dañada se realiza un análisis detallado en todos los sensores de la subregión calculando los VRD de todos los nodos.

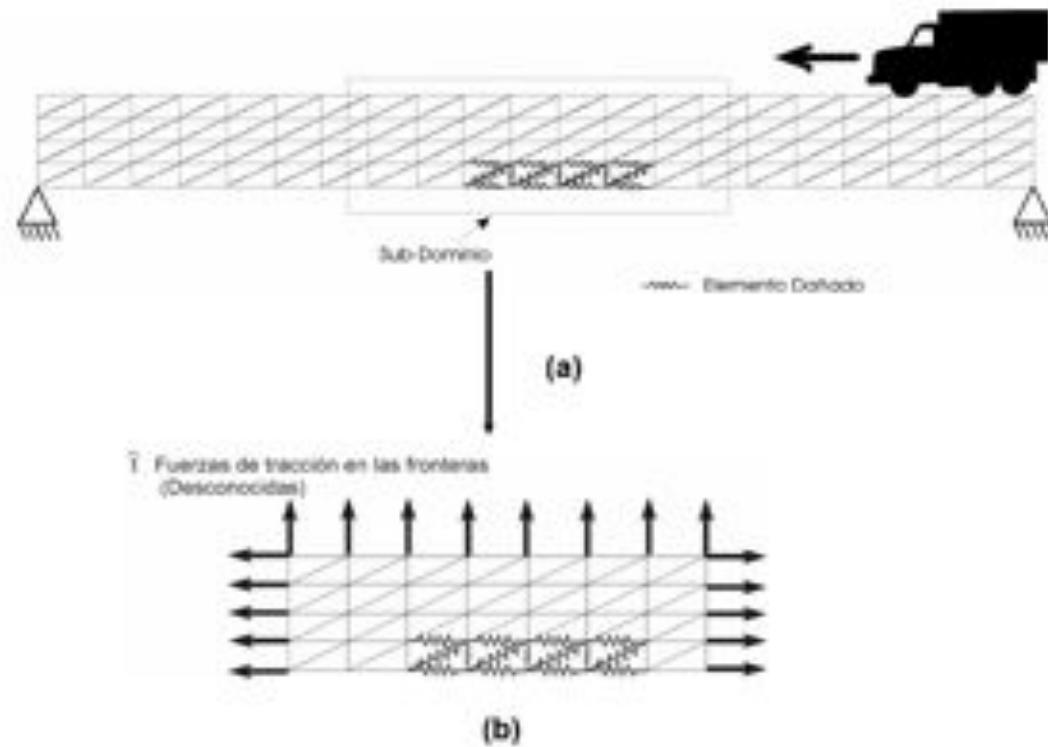
- 
- A partir de estos datos se calcula la matriz  $[\Delta K]$ , la cual contiene toda la información de daño.
  - La selección del subconjunto de sensores que se utilizan en el análisis global se realiza considerando:
    - Todos los sensores en los nodos fronterizos que limitan las regiones.
    - Al menos un sensor bidireccional dentro de cada sub-región.
  - Se simula una prueba experimental de impacto con fuerza conocida y se calculan los VRD para los sensores seleccionados en el análisis global.

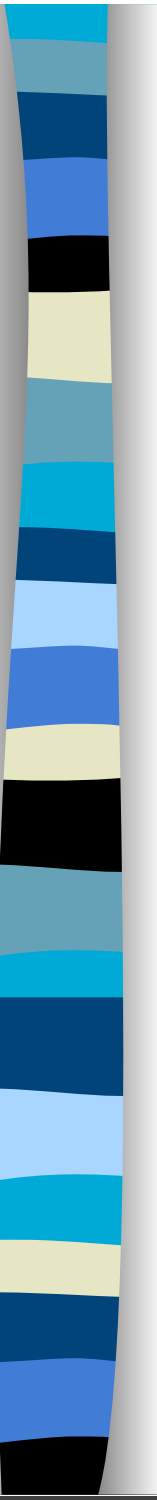


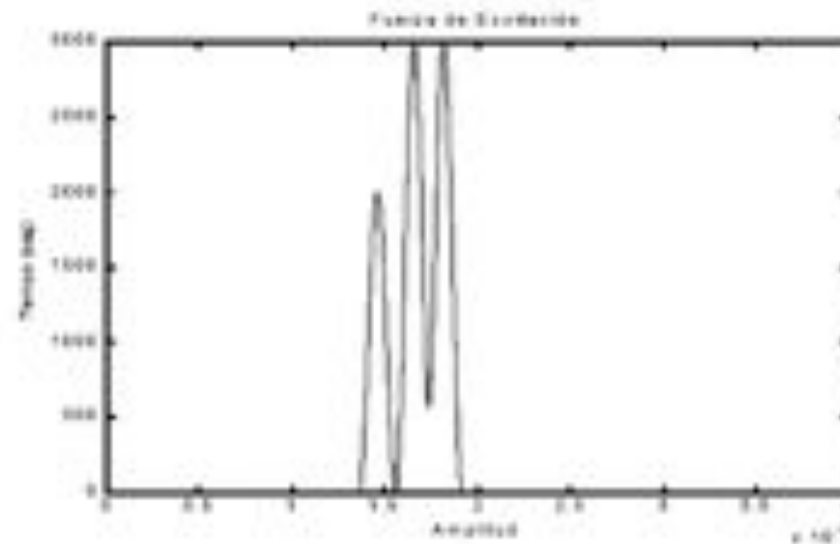
- Se identifica la sub-región 6 como la única dañada.
- Una vez conocida la sub-región dañada se calculan todos los VRD de ésta y se calcula la matriz de perturbación de rigidez.



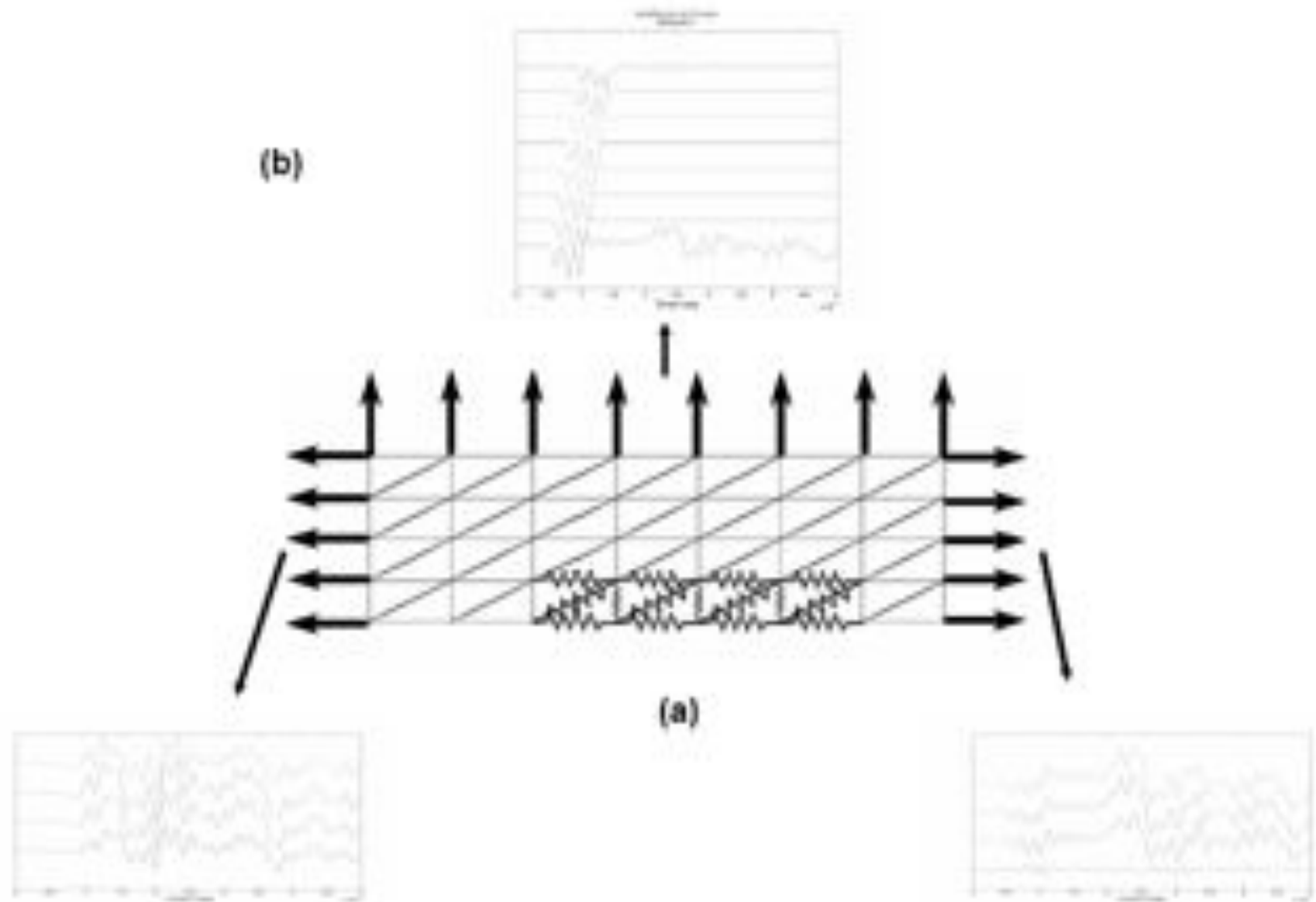
# Análisis por subdominios.



- 
- **Al aislar el subdominio, el resto de la estructura se sustituye por fuerzas de tracción que se van a identificar como parte del problema.**
  - **Así también las fuerzas de excitación se suman al número de incógnitas del problema.**
  - **Los datos utilizados, se obtuvieron de una simulación que corresponde a la forma de la función mostrada en la figura siguiente:**

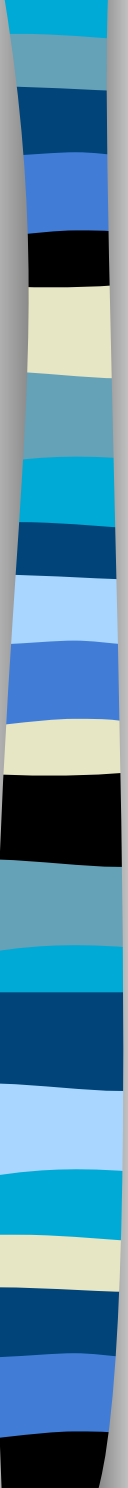


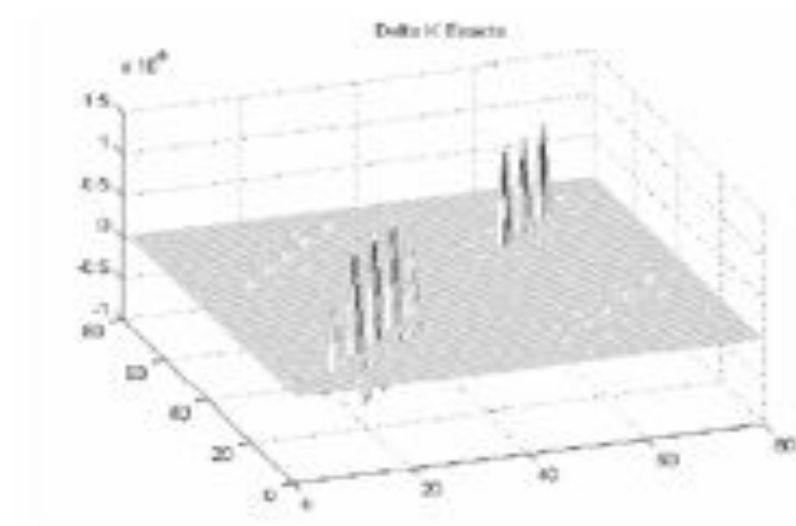
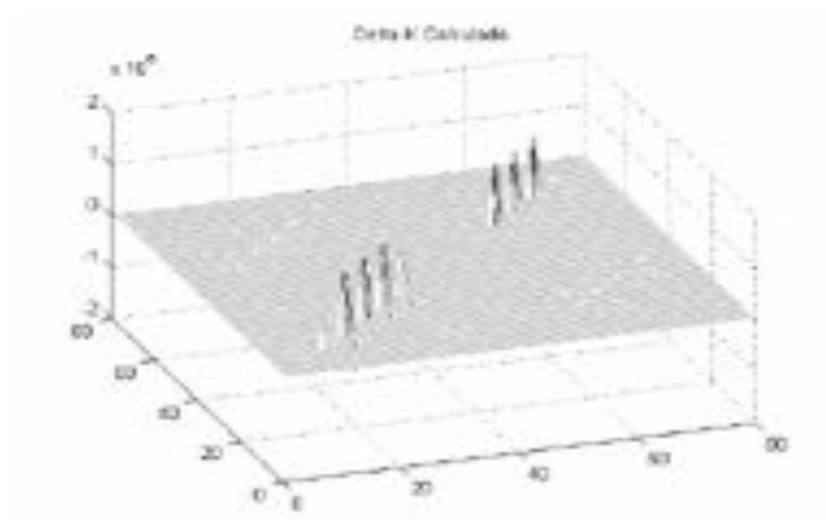
**Esta fuerza en dirección negativa del eje fue la misma para todos los nodos superiores pero desfasados un intervalo de tiempo para simular una situación equivalente a la que se somete un puente en el momento que circula un vehículo sobre éste.**



**En la figura se presentan los resultados del problema inverso al resolver las fuerzas de tracción en las fronteras de subdominio.**



- 
- Las fuerzas de excitación calculadas se aproximan al valor utilizado en la simulación para obtener las respuestas en los sensores.
  - Las fuerzas de tracción en las fronteras se ignoran, haciéndolas cero 0, antes de realizar el cálculo de la matriz  $[\Delta K]$ . Para ello es necesario que los elementos dañados no estén directamente relacionados con las fuerzas de tracción.



# Referencias

MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS  
E. Oñate, F. Zienkiewicz, G. Ayala, S. Betsch y M.A. Murolet (Editores)  
© CILNIE, Barcelona 2002

## UN MÉTODO INVERSO POR SUB-DOMINIOS PARA LA EVALUACION Y DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS

**Francisco J. Carrión**  
*División de Posgrado Facultad de  
Ingeniería, UAQ  
Ciudad Universitaria  
Queretaro, Q., 76010, MEXICO  
Email: [carrión@ciufah.iteq.mx](mailto:carrión@ciufah.iteq.mx)*

**Alejandro Lozano**  
*Consejo de Ciencia y Tecnología del Estado  
de Querétaro  
Pasear Sur 36, Centro  
Queretaro, QR., 76000, MEXICO  
Email: [alcctq@ciatq.mx](mailto:alcctq@ciatq.mx)*

**A. Gustavo Ayala**  
*Instituto de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria, México, DF.  
04510, MEXICO  
Email: [ayala@doit.f.p.usm.mx](mailto:ayala@doit.f.p.usm.mx)*

**James F. Doyle**  
*Dept. of Aeronautics and Astronautics  
Purdue University  
West Lafayette, IN 47907-1382, U.S.A.  
Email: [doyle@ecn.purdue.edu](mailto:doyle@ecn.purdue.edu)*