

Combinatoria. Curso 2007-2008. II-A, ITS-A

Ejercicio 1. Una apuesta de la Lotería Primitiva consiste en marcar seis números entre 1 y 49. El sorteo se realiza extrayendo 6 de los 49 números, y un séptimo número llamado complementario.

1. ¿Cuántas apuestas distintas pueden realizarse?.
2. ¿De cuántas maneras pueden acertarse los seis números de la combinación ganadora?.
3. ¿De cuántas maneras pueden acertarse cinco números más el complementario de la combinación ganadora?.
4. ¿De cuántas maneras pueden acertarse cinco números de la combinación ganadora (sin el complementario)?.
5. ¿De cuántas maneras pueden acertarse cuatro números de la combinación ganadora?.
6. ¿De cuántas maneras pueden acertarse tres números de la combinación ganadora?.
7. ¿De cuántas maneras pueden acertarse dos números de la combinación ganadora?.
8. ¿De cuántas maneras puede acertarse un número de la combinación ganadora?.
9. ¿De cuántas maneras puede no acertarse ningún número de la combinación ganadora?.

Ejercicio 2. Sea p un número primo. Prueba que si $a, b \in \mathbb{Z}_p$ entonces $(a + b)^p = a^p + b^p$. Comprueba que si m no es primo, entonces $(a + b)^m$ y $a^m + b^m$ son generalmente distintos en \mathbb{Z}_m .

Ejercicio 3. Ocho miembros de un equipo de baloncesto deben alojarse en un hotel. El hotel dispone de una habitación triple, dos dobles y una individual. ¿De cuántas formas pueden repartirse en las distintas habitaciones?.

Supongamos además que de los ocho miembros hay dos que son hermanos y se alojan siempre juntos. ¿De cuántas formas pueden entonces repartirse?.

Ejercicio 4. Tenemos tres cajas, y 24 bolas, 10 de las cuales son rojas, 8 son azules y 6 verdes. ¿De cuántas formas diferentes podemos repartir las bolas en las cajas?.

Ejercicio 5. ¿Cuántos números binarios de 6 cifras no contienen la secuencia 101?

Ejercicio 6. Se lanzan tres dados indistinguibles. ¿Cuántos posibles resultados pueden salir?. ¿Y si se lanzan n dados?.

Ejercicio 7. Calcula cuantos números con tres cifras significativas:

1. no son divisibles por 3,7 ni 11.
2. son divisibles por 3 y 7.
3. son divisibles por 3 y 11.

4. son divisibles por 7 y 11.
5. son divisibles por 3, 7 y 11.

Ejercicio 8. ¿Cuántos números positivos hay con las cifras en orden estrictamente decreciente?

Ejercicio 9. Si queremos hacer un dominó que vaya desde cero hasta n , ¿cuántas fichas necesitaremos?

Ejercicio 10. Queremos formar un comité de 12 personas a escoger entre 10 hombres y 10 mujeres.

1. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?
2. ¿Y si queremos que haya igual número de hombres que de mujeres?
3. ¿Y si queremos que haya un número par de hombres?
4. ¿Y si queremos que haya más mujeres que hombres?

Ejercicio 11. ¿Cuántos números de cinco dígitos (en base 10) empiezan por 4, terminan en 5 y sus cifras suman 18?

Ejercicio 12. Las formas distintas en las que 12 bolas iguales pueden repartirse entre tres cajas numeradas son

- a) $\binom{12}{3}$ b) $\binom{14}{2}$ c) $\binom{12}{3} \cdot 3!$ d) $\binom{15}{3}$

Ejercicio 13. ¿Cuántos números en base 3 tienen exactamente 5 cifras?

- a) 3^4 b) 3^5 c) $2 \cdot 3^4$ d) $5 \cdot 3$

Ejercicio 14. ¿De cuántas maneras se pueden reordenar las letras de la palabra ANACONDA?

Ejercicio 15. ¿Cuántas soluciones naturales tiene la siguiente inecuación?

$$x + y + z \leq 5$$

Ejercicio 16. ¿De cuántas maneras se pueden repartir 15 monedas iguales en 5 monederos distintos?