



## Álgebra. Curso 2004/2005.

### Tercera hoja de trabajo recomendado para casa.

Profesor José Gómez Torrecillas

ALUMNO: .....

**1 Ejercicios del libro de M. Reid.** 2.1, 2.2, 2.3, 2.6, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.14, 2.15

**2.** Sea  $A = \mathbb{Z}/2^k\mathbb{Z}$ . Calcular el radical  $\mathcal{R}$  de  $A$ . ¿Cuál es el menor entero  $l$  que verifica que  $\mathcal{R}^l = 0$

**3.** Sea  $M$  un módulo sobre un dominio de integridad  $A$ . Definimos

$$t(M) = \{m \in M \mid m \text{ es de torsión}\}.$$

Demostrar que  $t(M)$  es un submódulo de  $M$ .

**4.** Demostrar que para un módulo cualquiera  $M$  sobre un dominio de integridad, se tiene  $t(t(M)) = t(M)$  y  $t(M/t(M)) = 0$ .

**5.** Demostrar que para  $r > 0$ , y  $a \in A$ , se tiene que  $(A/aA)^r$  es isomorfo como  $A$ -módulo a  $A^r/aA^r$ .

**6.** Sea  $X$  un módulo libre de torsión sobre un dominio de integridad  $A$  y  $0 \neq b \in A$ . Demostrar que  $X/bX \cong bX/b^2X \cong b^2X/b^3X \cong \dots$ .

**Entrega: 18 de noviembre**