

COMPETENCIA DIGITAL EN LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO EN MATEMÁTICAS

Programa de doctorado: Didàctica de les Ciències, les
Llengües, les Arts i les Humanitats

Línea de investigación: Didàctica de les Matemàtiques i de les Ciències
Experimentals

Doctorando: Silvia Carvajal Romero

Directores: Dr. Joaquín Giménez Rodríguez y
Dr. Vicenç Font Moll

Tutor: Dr. Joaquín Giménez Rodríguez

AGRADECIMIENTOS

Desde que comencé con la realización de esta tesis doctoral se han producido varios hitos importantes tanto a nivel profesional como personal.

En cuanto a lo profesional, Vicenç Font y Joaquin Giménez han ido acompañándome tanto en la tutorización de este trabajo como en otros proyectos que he iniciado dentro y fuera de la Universidad. Muchísimas gracias por el feedback constante en sus numerosos formatos, por los consejos y por el acompañamiento emocional de los últimos meses.

No me puedo olvidar de otros compañeros como Adriana Breda, Gemma Sala y Yuly Vanegas con las que he mantenido conversaciones que me han ayudado a resolver numerosas dudas que me iban surgiendo a lo largo de la realización de este trabajo. Gracias a Adriana por ofrecerse siempre disponible a la hora de escribir publicaciones relacionadas con la tesis que a continuación describo.

A Norma Rubio por aceptar mi propuesta de tutorizar mi estadía en la Pontificia Universidad Católica del Perú a raíz de obtener la beca Iberoamericana para Jóvenes Profesores Investigadores patrocinada por el Banco Santander allá en el 2015. Guardo un muy buen recuerdo de los meses en los que mi ubicación estaba a tantos kilómetros de lo que llamamos casa.

A Berta Barquero, Jesús Enfedaque y Roser Codina por esos encuentros de pasillo que han hecho que siempre me haya sentido tan bien acompañada.

A Susana Ferreres y Marta Adán con las que comencé el doctorado y con las que sigo compartiendo un grupo de whatsApp cuyo título hace mención a la situación de doctorandas.

Y no puedo olvidarme, de familia y amigos que han entendido sin ningún reproche que estos últimos meses haya estado algo desconectada de reuniones sociales.

Muchísimas gracias a Joan por acompañarme y apoyarme en todas las decisiones profesionales que emprendo y sin el cual no podría haber formado este gran equipo. Esta última línea va dedicada al tercer miembro del equipo, Mia, que nos ha revolucionado la vida de un año a esta parte. Gracias también por hacerme la faceta de madre tan llevadera.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS	11
1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y SU RELEVANCIA	11
2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	20
3. ESTRUCTURA DE LA MEMORIA	21
CAPÍTULO 2: LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA EN ESPAÑA	25
1. CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LAS ETAPAS EDUCATIVAS EN EL ALUMNADO DE ENTRE 6 A 18 AÑOS DESDE LA IMPLANTACIÓN DE LA LEY GENERAL DE EDUCACIÓN	25
2. LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA EN ESPAÑA DESDE LA LEY GENERAL DE EDUCACIÓN HASTA LA ACTUALIDAD	26
2.1. Desde la Ley General de Educación hasta la Ley Orgánica del Derecho a la Educación (1970 - 2006)	27
2.2. Desde la Ley Orgánica del Derecho a la Educación hasta la actualidad (2006 – 2017)	32
CAPÍTULO 3: LAS COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTOS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS	39
1. NECESIDAD DE CONTAR CON MODELOS DE COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTOS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS	39
2. LA NOCIÓN DE COMPETENCIA	41
3. LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y LA COMPETENCIA EN ANÁLISIS E INTERVENCIÓN DIDÁCTICA	42
4. EL MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO – MATEMÁTICAS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS (MODELO CCDM).....	45
4.1. Un modelo de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas basado en el enfoque ontosemiótico	45
5. LA COMPETENCIA DE ANÁLISIS E INTERVENCIÓN DIDÁCTICA Y SU RELACIÓN CON OTRAS COMPETENCIAS (CIUDADANÍA, DIGITAL, ETC.)	54
6. LA COMPETENCIA DE ANÁLISIS E INTERVENCIÓN DIDÁCTICA Y EL MODELO DE ANÁLISIS DE PROCESOS DE INSTRUCCIÓN	55
7. EL TRABAJO FINAL DE MÁSTER. UN DISPOSITIVO FORMATIVO PARA DESARROLLAR Y EVALUAR LA CAID.....	56
CAPÍTULO 4: LA EVOLUCIÓN DE LA DEFINICIÓN DE COMPETENCIA DIGITAL	59
1. LAS COMPETENCIAS EN LA EVALUACIÓN DEL ALUMNADO.....	59
1.1. La competencia digital en el Proyecto DeSeCo (1997)	59
1.2. La competencia digital en el marco común europeo (2006)	61
1.3. La competencia digital en el sistema educativo español.....	64
2. LAS COMPETENCIAS EN LA EVALUACIÓN DE PROFESORES Y FORMADORES	68
2.1. Las competencias del profesor de matemáticas de secundaria (2012).....	69
2.2. El Marco Común de Competencia Digital Docente (2013)	70
2.3. El Marco Común de Competencia Digital Docente (2017)	88
3. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN 1 (O1).....	94
CAPÍTULO 5: METODOLOGÍA	95
1. CONTEXTO INSTITUCIONAL DE LA INVESTIGACIÓN	95
1.1. El Espacio Europeo de Educación Superior.....	96

1.2. Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona	96
1.3. Máster Interuniversitario de Formación del Profesorado de Secundaria de Matemáticas	104
2. PRESENTACIÓN DE LOS CASOS DE ESTUDIO	113
2.1. Estudio de caso I	114
2.2. Estudio de caso II	139
3. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN 2 (O2)	152
CAPÍTULO 6: ANÁLISIS DEL USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES Y EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA DIGITAL	155
1. TECHNOLOGICAL PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE (TPACK)	156
2. CONOCIMIENTOS PREVIOS SOBRE RECURSOS TIC ANTES DEL PERIODO DE PRÁCTICAS	158
3. ANÁLISIS DEL USO DE LAS TIC EN LOS CENTROS DE PRÁCTICAS (ESTUDIO 2013-2014)	159
3.1. Uso de recursos digitales en el Prácticum II	160
3.3. La tecnología digital en la reflexión didáctica	171
3.4. Restricciones contextuales sobre el uso de herramientas digitales	172
4. ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA DIGITAL DESPUÉS DEL TFM (ESTUDIO 2014-2015)	172
4.1. Evidencias para la evaluación de la competencia digital	173
4.2. Asignación del nivel de competencia digital después del TFM	176
5. REFINAMIENTO DE LA HERRAMIENTA DE EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA DIGITAL BASADA EN EL EOS	179
5.1. Principales cambios de la herramienta refinada	179
6. ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA DIGITAL CON LA HERRAMIENTA REFINADA DESPUÉS DEL TFM (ESTUDIO 2015-2016)	187
6.1. Evidencias para la evaluación de la competencia digital	187
6.2. Asignación del nivel de competencia digital después del TFM	198
7. AUTOEVALUACIÓN DEL NIVEL DE COMPETENCIA DIGITAL ANTES Y DESPUÉS DEL MÁSTER (ESTUDIO 2015-2016)	201
8. COMPETENCIA DIGITAL AUTOEVALUADA Y VALORACIÓN DEL EQUIPO INVESTIGADOR	203
9. RESULTADOS RELACIONADOS CON LOS OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN 3, 4 Y 5 (O3, O4 y O5)	205
9.1. Resultados O3	205
9.2. Resultados O4	206
9.3. Resultados O5	211
CAPÍTULO 7: ANÁLISIS DEL USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES Y EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO CREATIVO	225
1. CREATIVIDAD Y FORMACIÓN DE PROFESORES	226
1.1. Creatividad matemática y formación de profesores	227
2. INSTRUMENTO PARA REALIZAR LA EVALUACIÓN DEL PMC EN EL USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES	232
2.1. Instrumento para realizar la evaluación del PMC basada en el EOS	232
3. EVIDENCIAS EN EL PMC EN EL USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES	233
3.1. Dimensión 1. Apertura, versatilidad y generalización	236
3.2. Dimensión 2. Problematización	239
3.3. Dimensión 3. Conexiones	241
3.4. Dimensión 4. Exploración y conjeturación	242
3.5. Dimensión 5. Validación y evaluación	243
3.6. Dimensión 6. Aspectos emocionales	244

3.7. Dimensión 7. Aspectos sociales y comunicativos	245
4. EVALUACIÓN DEL PMC DESPUÉS DEL TFM	246
5. RESULTADOS RELACIONADOS CON LOS OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN 6 Y 7 (O6 y O7)	
.....	255
5.1. Resultados O6.....	255
5.2. Resultados O7.....	257
CAPÍTULO 8: CONCLUSIONES	265
1. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL PRIMER OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN	265
2. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL SEGUNDO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN.....	266
3. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL TERCER OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN.....	267
4. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL CUARTO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN	269
5. CONCLUSIONES RELACIONADAS AL QUINTO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN	272
5.1. Dimensión «Lo epistémico» en la competencia digital	273
5.2. Dimensión «Lo cognitivo» en la competencia digital	277
5.3. Dimensión «Lo afectivo» en la competencia digital	277
5.4. Dimensión «Lo interaccional» en la competencia digital	279
5.5. Dimensión «Lo ecológico y lo ético» en la competencia digital	279
5.6. Dimensión «Análisis didáctico, innovación e investigación» en la competencia digital	
.....	282
6. CONCLUSIONES RELACIONADAS AL SEXTO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN.....	284
7. CONCLUSIONES RELACIONADAS AL SÉPTIMO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN	286
7.1. En cuanto a «Apertura, versatilidad y generalización»	286
7.2. En cuanto a «Problematización»	288
7.3. En cuanto a «Conexiones».....	289
7.4. En cuanto a «Exploración y conjeturación».....	290
7.5. En cuanto a «Validación y evaluación».....	290
7.6. En cuanto a «Aspectos emocionales»	290
7.7. En cuanto a «Aspectos sociales y comunicativos»	291
8. LIMITACIONES DEL TRABAJO Y PERSPECTIVAS FUTURAS.....	292
9. DIFUSIÓN DE RESULTADOS	293
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	299
LISTAS DE TABLAS Y FIGURAS	317
TABLAS.....	317
FIGURAS.....	321
ANEXOS.....	323
ANEXOS CAPÍTULO 6	323
ANEXO 6.1	323
ANEXO 6.2	325
ANEXO 6.3	326
ANEXO 6.4	329
ANEXO 6.5	333
ANEXO 6.6	338
ANEXO 6.7	343
ANEXO 6.8	348
ANEXO 6.9	355
ANEXO 6.10	358
ANEXO 6.11	361
ANEXOS CAPÍTULO 7	364
ANEXO 7.1	364

ANEXO 7.2	366
ANEXO 7.3	368
ANEXO 7.4	376
ANEXO 7.5	380
ANEXO 7.6	383
ANEXO 7.7	384

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

Resumen

En el apartado 1 se presenta el origen y las principales características del problema de investigación y se justifica su relevancia. En el apartado 2 se presentan los objetivos de la investigación. Y, finalmente, en el apartado 3 se explica la estructura de la memoria de la investigación.

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y SU RELEVANCIA

En Font (2011) se hace una revisión de las necesidades que han tenido los profesores de secundaria en España para realizar una enseñanza de calidad. Entre éstas, el autor contempla una que nos parecen especialmente relevante para nuestra investigación: la necesidad de que el profesorado incorpore las TIC en sus clases. Dicho autor señala que la incorporación de las TIC genera preguntas al profesorado como las siguientes: ¿cómo y cuándo incorporar el uso de un determinado programa informático, ¿cuáles son las ventajas y los inconvenientes, ¿cómo incide el uso de las TIC en la gestión de la clase?, ¿los conocimientos generados con el uso de un programa informático (por ejemplo, el GeoGebra), se transfieren a otros contextos (por ejemplo, en un contexto de lápiz y papel)?, etc.

Para poder dar respuesta a estas preguntas, Font (2011) hace una revisión de las comunicaciones que se han presentado en los congresos de la SEIEM hasta el año 2011 y resalta 1) el seminario *Investigación en Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en Educación Matemática* del IX SEIEM, coordinado por el Dr. Josep M. Fortuny, y 2) las siguientes comunicaciones y ponencias que, en su opinión, se relacionan en mayor medida con esta demanda de investigar sobre la incorporación de las nuevas tecnologías en los procesos de instrucción:

Tabla 1.1: Comunicaciones que se han presentado en la SEIEM hasta el 2011

Año	P/C	1er Autor	Título	Método	Nivel	Área
1999	P	Murillo, J.	Un entorno de aprendizaje para la enseñanza de la geometría en la ESO: actividades con Cabri	Mixto	ESO (4.º)	Aprendizaje de la Geometría
2001	P	Gutiérrez, A.	Estrategias de investigación cuando los marcos teóricos existentes no son útiles	Teórica/ Ensayo y Cualitativo	ESO (4.º)	Aprendizaje de la Geometría
2003	C	Rodríguez, R.	El aprendizaje de las matemáticas como participación en una práctica de una comunidad virtual	Cualitativo	ESO (2.º)	Aprendizaje de la Geometría
2005	P	Figueras, O.	Atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación	Teórica/ Ensayo y Cualitativo	Equivalente (México)	Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor
2005	P	Recio, A.M.	Réplica a la ponencia “atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación”, de la doctora Olimpia Figueras	Teórica/ Ensayo	No pertinente	Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor
2005	P	Gutiérrez, A.	Aspectos de investigación sobre aprendizaje mediante exploración con tecnología	Teórica/ Ensayo Cualitativo	ESO	Aprendizaje de la Geometría
2005	P	Cobo, P. , y Fortuny, J. M.	El sistema tutorial AgentGeom y su contribución a la mejora de las competencias de los alumnos en la resolución de problemas de matemáticas	Cualitativo	No pertinente	Aprendizaje de la Geometría

Capítulo 1: El problema de investigación, justificación y objetivos

2005	C	Arnau, D. y Puig, L.	Análisis de las actuaciones de los estudiantes de secundaria cuando resuelven problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo	Cualitativo	ESO (1.º)	Pensamiento N. y A. Proceso de RP
2005	C	Murillo, J., y Marcos, G.	Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo	Cualitativa	ESO (3.º)	Aprendizaje de la Geometría. Competencia comunicativa
2006	C	Arnau, D. y Puig, L.	Formas de construir nombres y referirse a las cantidades en las actuaciones de alumnos de secundaria al resolver problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo	Cualitativa	ESO (1.º)	Pensamiento N. y A. Proceso de RP
2009	C	Rodríguez, G.	Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-Géomètre II en el aprendizaje de la simetría en Secundaria	Cualitativa	Equivalente (México)	Aprendizaje de la Geometría
2010	P	Fortuny, J. M.	Geometría y tecnología	Teórica/ Ensayo	No pertinente	Aprendizaje de la Geometría
2010	C	Morera, L. y Fortuny, J.M.	Momentos clave en el aprendizaje de isometrías	Cualitativa	ESO (3.º)	Aprendizaje de la Geometría

Fuente: Font, 2011

Las investigaciones se han centrado básicamente en el uso de la hoja de cálculo y programas de geometría dinámica, en especial el Cabri-Géomètre, y en dos temáticas: geometría y resolución de problemas.

La revisión de Font (2011) es una pequeña muestra de la amplia investigación que se ha realizado en todo el mundo sobre la incorporación

de las TIC. En particular, queremos señalar que se han desarrollado marcos teóricos pensados específicamente para investigar y potenciar el uso de las TIC (como es el caso de la Teoría de la génesis instrumental, a partir de ahora TGI) y diseños instruccionales en los que las TIC tienen un papel relevante como son las propuestas STEM.

A continuación, resumimos estos dos enfoques teóricos que se usan hoy en día en la investigación en educación matemática para la integración de la tecnología digital en la enseñanza y el aprendizaje.

Teoría de la génesis instrumental

En Drijvers, Godino, Font y Trouche (2012) cuando se enuncia la teoría de la génesis instrumental se atribuye un papel importante a los artefactos que median en la actividad del ser humano para llevar a cabo una tarea. El aprendizaje se considera como el desarrollo de técnicas para utilizar los artefactos y los esquemas cognitivos que integran el conocimiento pragmático y epistémico. La TGI la presentamos en términos de dualidad, si bien, en muchos casos las diferencias no son extremas sino caras diferentes de una misma moneda.

Una primera dualidad en TGI es la distinción entre *artefacto* e *instrumento* (Rabardel, 2002). Un artefacto es un objeto, no necesariamente físico, que se utiliza para lograr una tarea determinada. Es un producto de la actividad humana, que incorpora experiencia cultural y social. En muchas ocasiones, no está claro qué es exactamente el artefacto. Por ejemplo, en el caso del software de geometría dinámica, es una cuestión de granularidad si se considera el software como un único artefacto, o si uno lo ve como una colección de artefactos, como el artefacto de construcción, el artefacto de medición, el artefacto de arrastre, etc. (Leung, 2008).

La forma en que se usa un artefacto no es trivial. Mientras no sepamos qué significan las letras, una pluma es un artefacto inútil para escribir. Tan pronto como aprendemos a escribir, la pluma se convierte en algo más que un artefacto para dibujar, y se transforma en un artefacto que también usamos para escribir. Junto con las habilidades de desarrollo, la pluma se convierte en un *instrumento* para escribir. Esto nos lleva a la construcción psicológica de que el instrumento es más que un artefacto. Siguiendo a Rabardel (2002), hablamos de un instrumento si existe una relación significativa entre el artefacto y el usuario para un tipo específico de tarea. El proceso de un artefacto que se convierte en parte de un instrumento en manos de un usuario se denomina *génesis instrumental*. Esta teoría general se ha aplicado al caso del aprendizaje de las matemáticas con artefactos

(como las calculadoras, ver Guin y Trouche, 1998), donde el usuario es un estudiante.

Una segunda dualidad en las teorías de la instrumentación es la dualidad *instrumentación-instrumentalización*. Durante la génesis instrumental, se establece una relación bilateral entre el artefacto y el usuario: mientras que el conocimiento del alumno guía la forma en que se utiliza la herramienta y en cierto modo da forma a la herramienta (a lo que denominamos instrumentalización), las posibilidades y limitaciones de la herramienta influye en la forma en la que el alumno realiza una tarea y en la emergencia de las concepciones correspondientes (a lo que denominamos instrumentación).

La naturaleza dual de la instrumentación y la instrumentalización dentro de la génesis instrumental se reduce a que el pensamiento del estudiante está formado por el artefacto, pero también a la configuración del artefacto (Hoyles y Noss, 2003). Si tomamos la calculadora gráfica como un artefacto ejemplar, su opción de menú 'Calcular intersección' resuelve ecuaciones calculando las coordenadas de los puntos de intersección de los gráficos. Por un lado, esto guía el pensamiento de los estudiantes hacia la búsqueda de soluciones como puntos de intersección (instrumentación). Si, por otro lado, un estudiante programa la calculadora para que dé soluciones en formas exactas, este sería un ejemplo de instrumentalización (Drijvers, 2003; Trouche y Drijvers, 2010).

Una tercera dualidad, y probablemente la más importante, es el *esquema-técnica* que aborda las relaciones entre pensamiento y gesto. Según Vergnaud (1996), un esquema es una organización de actividad invariable para una clase dada de situaciones. De manera más informal, un esquema es una forma más o menos estable de tratar situaciones o tareas específicas, guiadas para el desarrollo del conocimiento. Cuando se usa un artefacto, un estudiante desarrolla un *esquema de acción instrumentada* (Trouche, 2000), por ejemplo, cuando resolvemos ecuaciones usando una calculadora gráfica. Este esquema está hecho de *gestos* para usar el artefacto, reglas de acción y *elementos conceptuales* dados, que guían la actividad y son desarrollados para esta actividad. El desarrollo de tales esquemas es el corazón de la génesis instrumental. En esta visión, un instrumento consiste en parte del artefacto movilizado por un usuario para lograr un tipo de tarea y el esquema que este desarrolla en esta actividad (Vérillon y Rabardel, 1995). Los instrumentos no viven aislados: a menudo, se logran diferentes tipos de tareas con (partes) del mismo artefacto. En dichos procesos, se desarrollan diferentes esquemas, por lo que se construyen diferentes

instrumentos. La cuestión de desarrollar un *sistema coherente de instrumentos* es, por lo tanto, crucial (Rabardel, 2002).

La teoría antropológica de la didáctica (Chevallard, 1999) describe las relaciones entre el gesto y el pensamiento en términos de *praxis* (compuesta de tareas y técnicas, esta última entendida como "una forma de hacer" una tarea) y *logos* (técnicas de justificación del discurso, y las teorías como "razones para ser" de estas técnicas). Sin embargo, se reconoce que las técnicas no se pueden separar del pensamiento. Artigue señala que la palabra "técnica" debe tener un significado más amplio que el habitual en el discurso educativo: "Una técnica es una manera de resolver una tarea y, tan pronto como uno va más allá del cuerpo de tareas rutinarias para una institución determinada, cada técnica es un conjunto complejo de razonamiento y trabajo rutinario" (Artigue, 2002). En esta perspectiva, las técnicas se consideran portadoras del conocimiento y tienen un valor tanto *pragmático* como *epistémico* (Lagrange, 2000).

Mientras que la génesis instrumental se enfoca en el aprendiz, TGI se complementa con la noción de orquestación instrumental, que se refiere a la organización y uso intencional y sistemático del maestro de los diversos artefactos disponibles en un ambiente de aprendizaje en una situación de tarea matemática dada, para guiar en la génesis instrumental de los estudiantes (Drijvers, Doorman, Boon, Reed, y Gravemeijer, 2010; Trouche, 2004).

El modelo STEM

El término STEM es el equivalente en español a CTIM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas). Es un modelo en el que se trabaja de manera integrada las cuatro disciplinas: Ciencia, Matemáticas, Ingeniería y Tecnología y en la que el desarrollo de los contenidos teóricos se basa en la aplicación práctica de problemas en los que entran en juego todas las disciplinas. Es decir, busca integrar diversas áreas de conocimiento en un currículo de aprendizaje interdisciplinar.

Los principales objetivos de la educación STEM son: (1) responder a los desafíos económicos presentes en todos los países, (2) identificar las necesidades de los puestos de trabajo de nuestros estudiantes ya que requieren un conocimiento flexible y nuevas habilidades para ajustarse a los requisitos actuales, y (3) solucionar los problemas tecnológicos y medioambientales actuales a través de la alfabetización científica de los estudiantes.

Con este modelo se provoca de manera intencionada procesos de investigación científica para el aprendizaje conjunto de nuevos conceptos de Matemáticas, Ciencias y Tecnología dentro de un proceso práctico de diseño y resolución de problemas, tal y como se hace en Ingeniería en el mundo real. A través del movimiento STEM se busca preparar a los estudiantes para ser la fuerza laboral del mañana e incentivar el pensamiento crítico, la reflexión y los cuestionamientos. Además, la experimentación en primera persona les permite mejorar la retención de los conceptos aprendidos a largo plazo. A través de la explicación de hipótesis e ideas, hacen conexiones entre los objetivos de la resolución de problemas y los procesos realizados (Kolodner, Camp, Crismond, Fasse, Holbrook et al., 2003).

La investigación actual de la aplicación del Aprendizaje Basado en Proyectos y Educación STEM demuestra que la realización de Proyectos puede aumentar el interés de los alumnos en Ciencias, Tecnología, Ingeniería, y Matemáticas (STEM), ya que involucran a los estudiantes en la solución de problemas auténticos, trabajan en equipo, y construyen soluciones reales y tangibles (Fortus, Krajcikb, Dershimerb, Marx y Mamlok-Naamand, 2005).

La evolución educativa que supone la Educación STEM en el siglo XXI es que la Ingeniería y sus métodos se abren paso también en el currículo de la Educación Primaria y Secundaria de igual modo que la Ciencia y el método científico se han incorporado al currículo en el siglo XX (Capraro y Slough, 2009).

Estos dos ejemplos de enfoques teóricos introducidos en el último siglo son ejemplos de cómo las nuevas tecnologías introducen cambios significativos que exigen, a profesores y a alumnos, nuevas necesidades formativas así como nuevas posibilidades metodológicas. Todas las reformas educativas que se han producido en el sistema educativo español a partir de la Ley Orgánica de Educación (LOE, 2006) se han hecho eco de estos cambios y han definido una serie de competencias que se consideran necesarias para el aprendizaje permanente a lo largo de toda la vida. La competencia digital es una de las competencias que debe desarrollarse y también implica que el profesorado de matemáticas sea competente digitalmente.

El grupo de investigación consolidado: *Grup de recerca ensenyament i aprenentatge virtual (GREAV)* y el proyecto I+D EDU2012-32644: *Desarrollo de un programa por competencias en la formación inicial de profesores de secundaria de Matemáticas* son el marco de referencia del proyecto de investigación que se presenta. Este grupo de investigación tiene por objetivo tomar una posición propia sobre las competencias que

debería contemplar el Máster de Formación de Profesores de Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas en la especialidad de matemáticas. Se trata de formular primero, una lista de competencias que sea compatible, o al menos no contradictoria, con las competencias oficiales del máster de formación de profesores de secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas (ORDEN ECI/3858/2007, 2007) y las que se han planificado en: 1) El máster de formación de profesores de secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas de la especialidad de matemáticas de la Universidad de Barcelona y en el máster interuniversitario de formación de profesores de secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas en la especialidad de Matemáticas. Es decir, se trata de investigar sobre el desarrollo, evaluación e integración de las competencias profesionales seleccionadas.

Las investigaciones sobre las características que deben presentar los programas de formación y desarrollo profesional de los profesores de matemáticas para que sean eficaces están relacionadas con una idea de *mejor educación*, dado que el objetivo principal de estos programas es conseguir un impacto en la mejora de la educación matemática. En este punto, el debate se centra en lo que cada corriente entiende por mejora de la enseñanza de las matemáticas. Las tendencias actuales consideran que una mejora en la enseñanza de las matemáticas es utilizar ciertas líneas de actuación que de manera implícita mejoran la calidad en la educación. Algunas de estas tendencias son específicas para la enseñanza de las matemáticas, mientras que otras son aplicables, además de en las matemáticas, en otros campos del conocimiento.

Las tendencias que los profesores deben seguir en sus clases para impartir una educación de calidad provienen, en la mayoría de los casos, de:

- Manuales de investigación en educación matemática (Bishop, 2003; Gutierrez y Boero, 2006; Lester, 2007; English, Bartolini-Busi, Jones, Lesh y Tirosh, 2008).
- Publicaciones de la Comisión Internacional de la Unión Matemática (ICMI) (Hanna, 1996; Mammana y Villani, 2012; Fauvel y Maanen, 2000; Holton, 2001; Stacey, Chick y Kendal, 2004; Batanero, Burrill y Reading, 2011).
- Congresos en los que se incluyen un título como debate principal o Topic Study Group (como por ejemplo, TSG4 *New developments*

and trends in mathematics education at upper secondary level del ICME 11).

- Publicaciones de revistas específicas en el ámbito que nos ocupa (como por ejemplo, la revista *Journal of Mathematics Education Trends and Research*).
- Publicaciones de diversos autores del campo de la enseñanza de las matemáticas (Müller, 2000; de Guzmán, 2007; Font, 2008 entre otros) que de manera sistemática inciden en las mismas tendencias en la enseñanza de las matemáticas.

Desarrollar y evaluar competencias es una tarea compleja que exige al profesor una formación profesional cualificada y plantea varias preguntas de investigación (Poblete y Díaz, 2003; González y Wagenaar, 2003; Wilson, Cooney y Stinson, 2005; Hill, Ball y Schilling, 2008; Silverman y Thompson, 2008; Even y Ball, 2009; Font, 2011; Font et al., 2012): ¿Cuáles son las competencias profesionales que permiten a los profesores desarrollar y evaluar las competencias, generales y específicas de matemáticas, prescritas en el currículum? Respuesta que, a su vez, está relacionada con la respuesta que se le da a la pregunta: ¿Cuáles son las competencias profesionales que necesita el profesorado para enseñar matemáticas? Respuesta que, a su vez, está relacionada con la respuesta que se le da a la pregunta: ¿Cuál es el conocimiento didáctico-matemático que necesita el profesorado para enseñar matemáticas?

En el marco del proyecto EDU2012-32644 comentado anteriormente, de acuerdo con Font, (2011) y Giménez, Font y Vanegas (2013) se caracteriza la competencia en análisis didáctico de la siguiente manera: *Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora*; y la competencia digital se caracteriza como: *Utilizar la tecnología digital en los ámbitos profesional y social como herramienta para un desempeño profesional adecuado y un desarrollo permanente*. Se considera, además: 1) que se pueden encontrar criterios e indicios del desarrollo de esta competencia (Font, 2011), y 2) que algunos de los constructos propuestos en el modelo de análisis didáctico que propone el EOS son útiles para el desarrollo de ambas competencias, sobre todo, el constructo criterios de idoneidad didáctica. En esta investigación se asume esta caracterización de las dos competencias y tomamos como hipótesis general de partida las dos consideraciones anteriores.

2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Ya que los modelos curriculares se centran en la idea de competencia creemos conveniente analizar sus enfoques e implicaciones de forma que podamos sentar unas bases sólidas en los diferentes procesos formativos.

Además, la competencia digital es una cuestión de interés social que preocupa a gobiernos, a empleados, a padres y a madres, y a la sociedad en su conjunto, debido fundamentalmente a las transformaciones sociales y económicas que se están desarrollando en el siglo XXI, que imponen criterios y orientan las demandas para el sistema educativo.

Por todo lo comentado anteriormente, los objetivos que nos hemos planteado en esta tesis doctoral son los siguientes:

- *Primer objetivo (O1):* Analizar, revisar y tomar una posición propia sobre las diversas investigaciones que nos ofrece la literatura científica internacional sobre las diferentes formas de entender el término “competencia digital” y sus grados de desarrollo.
- *Segundo objetivo (O2):* Analizar en qué grado contribuyen las diferentes asignaturas del máster de formación del profesorado de secundaria de matemáticas de la Universidad de Barcelona y del máster interuniversitario de formación del profesorado de secundaria de matemáticas en el desarrollo de la competencia digital.
- *Tercer objetivo (O3):* Analizar cómo reciben los centros las propuestas de incorporación de las TIC en el periodo de prácticas que realizan los alumnos del máster e inferir información sobre el uso de las TIC en los centros de prácticas, a partir del análisis de las memorias de prácticas y de los TFM.
- *Cuarto objetivo (O4):* Caracterizar la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria de matemáticas y determinar grados de desarrollo.
- *Quinto objetivo (O5):* Evaluar el grado de desarrollo de la competencia digital en los alumnos.
- *Sexto objetivo (O6):* Buscar indicadores del pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales.
- *Séptimo objetivo (O7):* Evaluar el potencial creativo en el uso de herramientas digitales de los alumnos.

3. ESTRUCTURA DE LA MEMORIA

Esta memoria de investigación se ha organizado en 8 capítulos. A continuación, presentamos un pequeño resumen de cada uno de los bloques con los capítulos que los forman:

Bloque I: Introducción al problema de investigación

- Capítulo 1: El problema de investigación, justificación y objetivos

En el capítulo 1 se presenta el origen y las principales características del problema de investigación y se justifica su relevancia, se explican los objetivos generales y específicos de la investigación y el contexto de la investigación incluyendo detalles de las instituciones que han colaborado en la misma.

- Capítulo 2: La formación del profesorado en España

En el capítulo 2 se explican las principales características de las diferentes etapas educativas de alumnos de entre 6 a 18 años desde la entrada en vigor, en el año 1970, de la Ley General de Educación hasta la actualidad. También se describe cómo es la formación inicial de los profesores de secundaria en España desde el año 1970 hasta la actualidad. Cada uno de los diferentes intervalos de fechas están ligados a cambios legislativos que han dado lugar a diferentes modelos educativos (principalmente, antes de la implantación de la Ley Orgánica del Derecho a la Educación y después de la misma).

Bloque II: Marco teórico

- Capítulo 3: Las competencias y conocimientos del profesorado de matemáticas

El capítulo 3 nos proporciona los instrumentos teóricos para afrontar el problema de investigación. Basándose en las nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática y sus diversos aportes al campo de la formación de profesores, se desarrolla un modelo que trata de articular los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas requeridos para una enseñanza idónea de las matemáticas (CAID, Competencia de análisis e intervención didáctica).

- Capítulo 4: La evolución de la definición de competencia digital

En el capítulo 4 se realiza una revisión de la literatura sobre las distintas definiciones de la competencia digital. De esta manera, se da respuesta al primer objetivo de esta investigación.

- Capítulo 5: Metodología

En el capítulo 5 se desarrolla la propuesta metodológica que ha guiado esta investigación. Se presentan las características específicas en las que se ha realizado el estudio: el contexto institucional, con el que damos respuesta al segundo objetivo de la investigación. Además, en el segundo apartado, se describen los dos estudios de caso realizados, las fases de la investigación y los instrumentos metodológicos utilizados para desarrollar cada una de estas fases.

- Capítulo 6: Análisis del uso de herramientas digitales y evaluación de la competencia digital

En el capítulo 6 se pretende (1) conocer el uso real de las TIC en los centros educativos en los que se realizaron las prácticas. Con ello damos respuesta al tercer objetivo de la investigación. Por otro lado, (2) refinamos la caracterización de la competencia digital con la que comenzamos el estudio. De esta forma damos respuesta al cuarto objetivo de la investigación. Y por último, (3) se realiza la evaluación de la competencia digital en la formación de profesores de Matemáticas de Secundaria con dos muestras y herramientas diferentes. Una muestra de 20 alumnos del curso académico 2014-2015 con la herramienta inicial y una muestra de 40 alumnos del curso académico 2015-2016 con la herramienta refinada. De esta forma damos respuesta al quinto objetivo de la investigación.

- Capítulo 7: Análisis del uso de herramientas digitales y el pensamiento matemático creativo

En el capítulo 7 se incluye la herramienta con la que hemos analizado el pensamiento matemático creativo en el uso de recursos digitales. Esta herramienta basada en el EOS nos ha servido para dar respuesta al sexto objetivo de la investigación. Por último, se realiza la evaluación del pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales en la formación de profesores de Matemáticas de Secundaria a una muestra de 20 alumnos del curso académico 2015-2016. De esta forma damos respuesta al séptimo y último objetivo de la investigación.

- **Capítulo 8: Conclusiones**

En el capítulo 8 resumimos las conclusiones extraídas en esta investigación. Estas conclusiones se relacionan con los objetivos inicialmente previstos. También se comentan algunas de las implicaciones que se derivan para futuras investigaciones y se comentan las limitaciones de estudio.

Para finalizar se especifican las referencias bibliográficas consultadas y se incorporan diferentes anexos.

CAPÍTULO 2

LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA EN ESPAÑA

Resumen

En este capítulo, en el primer apartado se realiza una pequeña introducción explicando las características generales de las etapas educativas de los alumnos de entre 6 a 18 años desde la entrada en vigor, en el año 1970, de la Ley General de Educación.

En el segundo apartado se describe cómo es la formación inicial de los profesores de secundaria en España desde el año 1970 hasta la actualidad. Para ello, se desglosan los diferentes subapartados en intervalos de fechas ligados a cambios legislativos que han dado lugar a diferentes modelos educativos. Principalmente el segundo apartado se desglosa en dos etapas: antes de la implantación de la Ley Orgánica del Derecho a la Educación y después de la misma.

1. CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LAS ETAPAS EDUCATIVAS EN EL ALUMNADO DE ENTRE 6 A 18 AÑOS DESDE LA IMPLANTACIÓN DE LA LEY GENERAL DE EDUCACIÓN

En 1970, con la entrada en vigor de la Ley General de Educación, el alumnado de entre 6 a 18 años estudiaba en dos etapas secuenciales: la Educación General Básica (EGB) que tenía una duración de 8 años, obligatoria y de carácter general y el Bachillerato Unificado Polivalente (BUP) que tenía una duración de 3 años, no obligatorio y de carácter especialista. Una vez finalizados estos últimos estudios con éxito era necesario realizar un cuarto año, el Curso de Orientación Universitario (COU) para poder acceder a la prueba de Selectividad e iniciar una carrera universitaria.

La EGB tenía como objetivo preparar al alumnado de entre 6 a 14 años y estaba dividida en tres ciclos: *Ciclo Inicial*, que abarcaba los dos primeros cursos, y estaba destinado a alumnos de 6 a 8 años de edad, *Ciclo Medio*, que comprendía los cursos tercero, cuarto y quinto, y estaba destinado a alumnos de 8 a 11 años, y *Ciclo Superior*, que abarcaba los tres últimos cursos y estaba destinado a alumnos de 12 a 14 años de edad.

El BUP tenía como objetivo preparar al alumnado de entre 14 y 17 años y el COU, al tener una duración de un año, preparaba al alumnado de entre 17 y 18 años.

A partir del año 1994-95, con la entrada en vigor de la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo de España (LOGSE, 1990), el alumnado amplía sus estudios de carácter obligatorio en dos años. Es decir, el alumnado de entre 6 y 12 años estudia la etapa educativa de Educación Primaria (EP) que comprende seis cursos académicos para posteriormente estudiar la etapa de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) que comprende cuatro cursos más, de 12 a 16 años.

La EP tiene como objetivo preparar al alumnado de entre 6 y 12 años y está dividida en tres ciclos, de dos cursos académicos cada uno. El *Ciclo Inicial* está destinado a alumnos de 6 a 8 años de edad, el *Ciclo Medio*, está destinado a alumnos de 8 a 10 años de edad y el *Ciclo Superior* está destinado a alumnos de 10 a 12 años de edad.

La ESO tiene como objetivo preparar al alumnado de entre 12 y 16 años y es de carácter obligatorio al igual que la etapa que la precede.

Uno de los estudios a los que tienen acceso los alumnos de 16 años una vez finalizada la ESO, es el estudio del Bachillerato, que tiene una duración de 2 años, es no obligatorio y de carácter especialista. En esta segunda etapa el alumno puede escoger diferentes especialidades que le preparan para el acceso a la universidad una vez hayan aprobado la prueba de Selectividad.

Es decir, actualmente, el profesor de secundaria en España debe formarse para enseñar en dos etapas diferentes: la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) y la Educación Secundaria Postobligatoria (Bachillerato).

2. LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA EN ESPAÑA DESDE LA LEY GENERAL DE EDUCACIÓN HASTA LA ACTUALIDAD

En este apartado se exponen y analizan, los distintos modelos de formación inicial del profesor de educación secundaria que han existido en España desde la entrada en vigor de la Ley General de Educación hasta la actualidad.

2.1. Desde la Ley General de Educación hasta la Ley Orgánica del Derecho a la Educación (1970 - 2006)

En 1970, con la Ley General de Educación se crean los Institutos de Ciencias de la Educación (a partir de ahora, ICE) a las que se le encargaron la formación pedagógica del profesorado de las diferentes etapas del sistema educativo.

En España, al igual que en muchos otros países europeos, se ha optado, en la formación inicial del profesorado, por un modelo secuencial en el que en un primer término se alcanzan unos estudios de conocimiento disciplinar, obteniendo una licenciatura o grado en la universidad, y, posteriormente, una formación pedagógica centrada en la docencia. Por aquel entonces, los profesores de secundaria (a los que se les denominaba profesores de bachillerato) asistían a cursos intensivos en los ICE una vez obtenían la titulación científica respectiva.

Las diferencias fundamentales de este modelo educativo respecto al modelo educativo anterior a 1970 eran dos: 1) El paso de las competencias organizativas de la Escuela de Formación del Profesorado de Grado medio (dependiente del Ministerio de Educación) a los Institutos de Ciencias de la Educación (dependientes de la Universidad) y 2) La exigencia del certificado del Certificado de Aptitud Pedagógica (a partir de ahora, CAP) para poder presentarse a oposiciones.

2.1.1. El CAP (Certificado de Aptitud Pedagógica)

En 1970, con la Ley General de Educación se instauró el CAP (Certificado de Aptitud Pedagógica) que se cursaron en los institutos de ciencias de la educación de cada una de las universidades.

Su objetivo fundamental era proporcionar una formación inicial didáctica y psicopedagógica básica. También se realizaba un primer acercamiento a la realidad educativa.

Requisitos de acceso

- Una titulación universitaria

Se podían matricular en este curso:

- Licenciados, arquitectos o ingenieros.

- Diplomados, arquitectos técnicos o ingenieros técnicos.
- Técnicos superiores o técnicos especialistas de formación profesional.

Estructura del curso

El curso estaba estructurado en dos ciclos (300 horas):

- Ciclo teórico (150 horas), constituido por una parte general y otra específica.

La parte general ofrecía una visión sobre la configuración del sistema educativo en torno a los fundamentos y principios psicológicos y sociológicos de la educación.

La parte específica profundizaba en la especialidad seleccionada por el alumno (Tecnología industrial, Física y Química, Informática, Biología y Geología, Dibujo, Matemáticas, etc.).

- Ciclo práctico (150 horas) en la que el alumno realizaba unas prácticas en un centro de secundaria. Las prácticas se dividían en un primer periodo de observación (en el que estudiaban la organización y el funcionamiento del centro) y un segundo periodo de intervención (en el que participaban en la impartición de clases en el aula poniendo en juego sus capacidad profesionales). En este ciclo práctico se confrontaban las enseñanzas aprendidas en los módulos teóricos.

Objetivos

El objetivo global del CAP era que el futuro profesor de secundaria, además de tener un amplio conocimiento de su área, disponga de una formación básica en los siguientes aspectos:

Las características diferenciales de sus alumnos.

- El marco educativo en el que se desarrolla su labor.
- Las posibles opciones metodológicas en las que puede apoyar su acción educativa.
- Las relaciones existentes entre los modelos de aprendizaje y las posibles opciones metodológicas.

A pesar de las buenas intenciones iniciales, obtuvo numerosas críticas por todos los organismos que formaban parte del mismo. A continuación, analizamos algunas características del CAP y sus consecuencias:

- La instauración del CAP dilatava la carrera universitaria de los futuros profesores en un año académico por lo que los distintos ICE implantaron diferentes modalidades: on-line, intensivo fines de semana, etc. que facilitaban el acceso al mismo y su posterior finalización. Además, a los alumnos se les permitía simultanear el último o los dos últimos cursos universitarios del grado (anteriormente denominadas carreras) con la obtención del CAP. Estos hechos redujeron el número de horas de los diferentes módulos que conllevó a unas exigencias académicas más laxas de las que se establecieron inicialmente. Es decir, la duración del CAP se fue reduciendo de las 150 horas del ciclo teórico a unas 80 horas de clase y de las 150 horas del ciclo práctico a unas 40 horas de prácticas, aproximadamente.
- Era una condición indispensable para poder presentarse a las oposiciones de acceso al profesorado de educación secundaria pero no era una condición indispensable, sino valorable, para ejercer en los centros concertados o privados. Los futuros profesores veían en él una condición burocrática más sin sentido académico.
- Los ICE fueron financiados principalmente con las tasas de matriculación de los estudiantes y cada ICE estipulaba la cuantía de la matrícula de forma que los precios no eran de la misma cuantía para todos los estudiantes.
- El precio de la matrícula era inferior a los costes reales por lo que el profesorado que lo impartía eran profesores universitarios y profesores de educación secundaria no especializados y mal retribuidos o profesores universitarios y profesores de secundaria especializados que se conformaban con retribuciones muy bajas.
- La ausencia de límites cuantitativos para matricularse y las altas cifras de desempleo instó a que muchos estudiantes optaran por la actividad docente como una posible salida profesional (a pesar de que posteriormente muchos de ellos no llegaron a ejercer). Este hecho produjo una masificación que impedía una correcta planificación de los dos ciclos en los que estaba formado el curso (sobre todo en el ciclo práctico). No había suficientes tutores de centros de prácticas que pudieran organizar una enseñanza práctica de calidad.

- Los contenidos impartidos en la didáctica de la especialización eran insuficientes. Por ejemplo, por cada hora que se dedicaba a la didáctica de las matemáticas se dedicaban 3 horas a los contenidos generales psicopedagógicos.

2.1.2. Otras propuestas alternativas al CAP

Todos –profesores universitarios y de educación secundaria, alumnos, expertos- estaban de acuerdo en que se trataba de un sistema que en vez de formar “de-formaba” o, peor aún, “mal-formaba” a los futuros profesores (Viñao, 2013). Este hecho llevó a proponer cursos de formación alternativos al CAP que coexistieron con él, pero que no llegaron a ser la alternativa definitiva al CAP (Font, 2013).

Propuesta del Grupo 15

La propuesta del grupo 15 defendía una formación profesionalizadora en la que se redujeran las diferencias entre las titulaciones de los profesores que impartían enseñanza no universitaria (maestros de Educación Infantil y Educación Primaria y profesores de Educación Secundaria). Proponían equiparar el marco general de licenciatura requerido para profesores de Secundaria para maestros de Educación Infantil y Educación Primaria.

Por otro lado, se optaba por una doble titulación para ser profesor de secundaria: Profesor de Enseñanza Secundaria Obligatoria –profesor de área polivalente-, y –Profesor de Enseñanza Secundaria Postobligatoria-profesor especialista en alguna materia concreta pero también con formación genérica. En ambos casos se debía cursar una diplomatura de tres años y otros dos años más relacionados con aspectos psicopedagógicos y didácticos relacionados con la especialidad cursada en la diplomatura. El currículo comprendía una serie de materias troncales repartidas en 150 créditos entre los que se incluía el Practicum a realizar en centros de secundaria durante un trimestre (Grupo 15, 1998).

Se desestimó la propuesta por diferentes motivos: la multiplicidad de especialidades hacía inabarcable una única titulación con una troncalidad que respondiera a todas ellas, la sobre especialización limitaba las posibles salidas profesionales de estos estudios, y, por otro, las dificultades que suponían una doble titulación de profesor de secundaria.

Proyecto Formación Inicial del Profesorado de Secundaria (FIPS)

Fue uno de los intentos de renovación de la Formación Inicial del Profesorado de Educación Secundaria. Se llevó a cabo por los Institutos de Ciencias de la Educación (ICE) de algunas universidades junto con el Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) y las Consejerías de Educación autonómicas.

El modelo propuesto pretendía un cambio conceptual, procedimental y actitudinal no sólo ante la función docente sino principalmente ante la propia disciplina. El programa del curso se estructuraba a través de un módulo teórico (400 horas) con asignaturas de carácter psico-socio-pedagógicos, fundamentación científica y didácticas específicas y un módulo de prácticas (200 horas) en los centros de secundaria. Tanto la teoría como las prácticas tenían como eje fundamental del curso las didácticas específicas. La experimentación del FIPS duró dos años, coexistiendo con los cursos del CAP (Brincones, Aparicio y Rodríguez, 1991).

El Curso de Cualificación Pedagógica (CCP)

El Curso de Cualificación Pedagógica fue instaurado con la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (LOGSE, 1990) promulgada por el Partido Socialista Obrero Español (PSOE) y derogada con la implantación de la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE, 2002) promulgada por el Partido Popular (PP).

En esta propuesta también se hacía hincapié en la importancia de realizar un curso de especialización didáctica (600 horas) que se centrara en los aspectos psicopedagógicos y didácticos y en el Practicum como eje vertebrador del curso.

El Título de Especialización Didáctica (TED)

El Título de Especialización Didáctica fue instaurado con la Ley Orgánica de Calidad Educativa (LOCE, 2002) promulgada por el Partido Popular (PP) y derogada con la implantación de la Ley Orgánica de Educación (LOE, 2006) promulgada por el Partido Socialista Obrero Español (PSOE).

En esta propuesta se proponía la implantación de un curso de postgrado de dos años. En el primer año se impartían 48,5 créditos divididos en materias comunes, específicas y optativas y en el segundo año se impartían las

prácticas y 12 créditos que analizaban la práctica docente y su programación y la estructura de una organización educativa.

2.2. Desde la Ley Orgánica del Derecho a la Educación hasta la actualidad (2006 – 2017)

La Ley Orgánica de Calidad de la Educación, en 2003, modificó el nombre del CAP por el de Especialización Didáctica y, posteriormente, la Ley Orgánica del Derecho a la Educación (LOE, 2006), le dio la calificación de posgrado. Es decir, dicho curso actualmente es un máster universitario en Formación de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, de 60 créditos a realizar como mínimo en un curso académico universitario.

2.2.1. El MFPS (Máster de Formación del Profesorado de Secundaria)

En 2009 se instauró el MFPS de forma que para acceder a una plaza de profesor de secundaria, tras la obtención de un título de grado, se debe cursar un Máster de carácter profesionalizador, que es requisito legal para el ejercicio de la profesión docente.

Requisitos de acceso

- Una titulación universitaria acorde a la especialidad del MFPS que se quiere cursar.
- Dominio de una lengua extranjera equivalente al nivel B1 del Marco Europeo de Referencia de las Lenguas.

Estructura del máster

Los créditos se organizan en tres módulos subdivididos a su vez en materias o asignaturas:

- Módulo genérico (15 créditos):
 - Aprendizaje y desarrollo de la personalidad: Características de los estudiantes, contextos sociales, elaboración de propuestas para la adquisición de conocimientos, destrezas y aptitudes intelectuales y emocionales; atención a las diferencias en capacidades y ritmos de aprendizaje de los estudiantes (Escudero, 2009).

- Procesos y contextos educativos: Comunicación en el aula y resolución de problemas. Evolución histórica del sistema educativo. Recursos y estrategias de información, tutoría y orientación educativa y profesional. Educación emocional, en valores y formación ciudadana. Proyecto educativo y actividades generales del centro atendiendo a criterios de calidad, diversidad y prevención de problemas de aprendizaje y convivencia (Escudero, 2009).
- Sociedad, familia y educación: Educación y medio, función educadora de la familia y la comunidad. Evolución histórica de las familias, tipos e incidencia del contexto familiar en la educación. Habilidades sociales en la relación y orientación familiar (Escudero, 2009).
- Módulo específico (25 créditos)
 - Complementos para la formación disciplinar: Valor formativo y cultural de los contenidos disciplinares en relación con las respectivas enseñanzas. Historia, desarrollo y visión dinámica de las materias. Contextos y situaciones de uso de los diversos contenidos curriculares (Escudero, 2009).
 - Aprendizaje y enseñanza de las materias correspondientes: Teoría y práctica de la enseñanza y en aprendizaje de las distintas materias. Transformación del currículo en actividades, selección y elaboración de materiales educativos. Clima de aprendizaje e implicación de los estudiantes. Comunicación audiovisual, multimedia. Estrategias y técnicas de la evaluación como regulación y estímulo al esfuerzo (Escudero, 2009).
 - Innovación docente e iniciación a la investigación educativa: Conocer y aplicar innovaciones en la especialidad. Analizar críticamente el desempeño de la docencia, de buenas prácticas y de la orientación utilizando indicadores de calidad. Analizar problemas de enseñanza y plantear alternativas y soluciones. Metodologías, técnicas de investigación, evaluación educativa y diseño de proyectos de investigación, innovación y evaluación (Escudero, 2009).

- Módulo de prácticas (20 créditos)
 - Prácticas en centros de secundaria: Adquirir experiencia en planificación, docencia y evaluación de las materias de la especialidad. Acreditar buen dominio de expresión oral y escrita en la práctica docente. Destrezas y habilidades necesarias para fomentar clima de aprendizaje y convivencia. Participar en propuestas de mejora reflexionando sobre la práctica (Escudero, 2009).
 - Trabajo Fin de Máster: Que compendie la formación recibida a lo largo de todas las enseñanzas descritas (Escudero, 2009).

Objetivos

Los objetivos que se proponen conseguir con este máster son 11 objetivos de tipo competencial, principalmente de carácter profesionalizador.

- Conocer los contenidos curriculares de las materias relativas a la especialización docente correspondiente, así como el cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje respectivos.
- Planificar, desarrollar y evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje potenciando procesos educativos que faciliten la adquisición de las competencias propias de las respectivas enseñanzas, atendiendo al nivel y formación previa de los estudiantes así como la orientación de los mismos, tanto individualmente como en colaboración con otros docentes y profesionales del centro.
- Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada.
- Concretar el currículo que se vaya a implantar en un centro docente participando en la planificación colectiva del mismo; desarrollar y aplicar metodologías didácticas tanto grupales como personalizadas, adaptadas a la diversidad de los estudiantes.
- Diseñar y desarrollar espacios de aprendizaje con especial atención a la equidad, la educación emocional y en valores, la igualdad de derechos y oportunidades entre hombres y mujeres, la formación ciudadana y el respeto de los derechos humanos que faciliten la vida

en sociedad, la toma de decisiones y la construcción de un futuro sostenible.

- Adquirir estrategias para estimular el esfuerzo del estudiante y promover su capacidad para aprender por sí mismo y con otros, y desarrollar habilidades de pensamiento y de decisión que faciliten la autonomía, la confianza e iniciativa personales.
- Conocer los procesos de interacción y comunicación en el aula, dominar destrezas y habilidades sociales necesarias para fomentar el aprendizaje y la convivencia en el aula, y abordar problemas de disciplina y resolución de conflictos.
- Diseñar y realizar actividades formales y no formales que contribuyan a hacer del centro un lugar de participación y cultura en el entorno donde esté ubicado; desarrollar las funciones de tutoría y de orientación de los estudiantes de manera colaborativa y coordinada; participar en la evaluación, investigación y la innovación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Conocer la normativa y organización institucional del sistema educativo y modelos de mejora de la calidad con aplicación a los centros de enseñanza.
- Conocer y analizar las características históricas de la profesión docente, su situación actual, perspectivas e interrelación con la realidad social de cada época.
- Informar y asesorar a las familias acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje y sobre la orientación personal, académica y profesional de sus hijos.

Competencias profesionales

Las competencias de este máster se estructuran en términos de competencias profesionales genéricas y específicas.

A continuación, enumeramos las *competencias genéricas* existentes en este máster:

- Conocer las características de los estudiantes, sus contextos sociales y motivaciones.

- Comprender el desarrollo de la personalidad de estos estudiantes y las posibles disfunciones que afectan al aprendizaje.
- Elaborar propuestas basadas en la adquisición de conocimientos, destrezas y aptitudes intelectuales y emocionales.
- Identificar y planificar la resolución de situaciones educativas que afectan a estudiantes con diferentes capacidades y diferentes ritmos de aprendizaje.
- Conocer los procesos de interacción y comunicación en el aula y en el centro, abordar y resolver posibles problemas.
- Conocer la evolución histórica del sistema educativo en nuestro país.
- Conocer y aplicar recursos y estrategias de información, tutoría y orientación académica y profesional.
- Promover acciones de educación emocional, en valores y formación ciudadana.
- Participar en la definición del proyecto educativo y en las actividades generales del centro atendiendo a criterios de mejora de la calidad, atención a la diversidad, prevención de problemas de aprendizaje y convivencia.
- Relacionar la educación con el medio y comprender la función educadora de la familia y la comunidad, tanto en la adquisición de competencias y aprendizajes como en la educación en el respeto de los derechos y libertades, en la igualdad de derechos y oportunidades entre hombres y mujeres y en la igualdad de trato y no discriminación de las personas con discapacidad.
- Conocer la evolución histórica de la familia, sus diferentes tipos y la incidencia del contexto familiar en la educación.
- Adquirir habilidades sociales en la relación y orientación familiar.

Las *competencias específicas* (en nuestro caso, matemáticas y su didáctica) son las siguientes:

- Conocer el valor formativo y cultural de las materias correspondientes a la especialización y los contenidos que se cursan en las respectivas enseñanzas.

- Conocer la historia y los desarrollos recientes de las materias y sus perspectivas para poder transmitir una visión dinámica de las mismas.
- Conocer contextos y situaciones en que se usan o aplican los diversos contenidos curriculares.
- Conocer los desarrollos teórico-prácticos de la enseñanza y el aprendizaje de las materias correspondientes.
- Transformar los currículos en programas de actividades y de trabajo.
- Adquirir criterios de selección y elaboración de materiales educativos.
- Fomentar un clima que facilite el aprendizaje y ponga en valor las aportaciones de los estudiantes.
- Integrar la formación en comunicación audiovisual y multimedia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Conocer estrategias y técnicas de evaluación y entender la evaluación como un instrumento de regulación y estímulo al esfuerzo.
- Conocer y aplicar propuestas docentes innovadoras en el ámbito de la especialización cursada.
- Analizar críticamente el desempleo de la docencia, de las buenas prácticas y de la orientación utilizando indicadores de calidad.
- Identificar los problemas relativos a la enseñanza y aprendizaje de las materias de la especialización y plantear alternativas y soluciones.
- Conocer y aplicar metodologías y técnicas básicas de investigación y evaluación educativas y ser capaz de diseñar y desarrollar proyectos de investigación, innovación y evaluación.
- Adquirir experiencia en la planificación, la docencia y la evaluación de las materias correspondientes a la especialización.
- Acreditar un buen dominio de la expresión oral y escrita en la práctica docente.

Capítulo 2: La formación inicial del profesorado de secundaria en España

- Dominar las destrezas y habilidades sociales necesarias para fomentar un clima que facilite el aprendizaje y la convivencia.
- Participar en las propuestas de mejora en los distintos ámbitos de actuación a partir de la reflexión basada en la práctica.

CAPÍTULO 3

LAS COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTOS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Resumen

Basándose en las nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática y sus diversos aportes al campo de la formación de profesores, se ha desarrollado un modelo que trata de articular los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas requeridos para una enseñanza idónea de las matemáticas.

1. NECESIDAD DE CONTAR CON MODELOS DE COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTOS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

En las últimas décadas ha habido un incremento notable de las investigaciones sobre la formación de profesores de matemáticas, que se refleja en las revisiones incluidas en los “handbooks” de investigación en educación matemática (da Ponte y Chapman, 2006; Sowder, 2007), la publicación de “handbooks” específicos (Sullivan y Wood, 2008; Lo, Leatham y Van Zoest, 2014), y la publicación de revistas específicas como Journal of Mathematics Teacher Education, o en la serie de Springer “Mathematics Teacher Education”, con varios títulos publicados.

Se reconoce que la formación didáctica de los profesores es un campo de investigación científica y tecnológica que reclama atención por parte de la Didáctica de la Matemática, pues el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas básicas de los alumnos depende de manera esencial de dicha formación.

Hay un acuerdo generalizado en el área de educación matemática de que el profesor de matemáticas debe tener un cierto nivel de competencia matemática, es decir, ha de conocer y ser capaz de realizar las prácticas matemáticas necesarias para resolver los problemas matemáticos usualmente abordables por los estudiantes del nivel correspondiente, y debe saber articularlos con los bloques temáticos posteriores. Hay también un acuerdo generalizado de que el profesor debe tener un conocimiento especializado del propio contenido, de las transformaciones que se deben aplicar al mismo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como de

las interacciones del contenido matemático a enseñar con diversos factores (psicológicos, sociológicos, pedagógicos, tecnológicos, etc.) que condicionan dichos procesos. La caracterización del conocimiento especializado del contenido matemático para la enseñanza ha sido abordada por diversos autores aplicando marcos teóricos diversos (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001; Hill, Sleep, Lewis y Ball, 2007; Rowland, Huckstep y Thwaite, 2005).

Schoenfeld y Kilpatrick (2008) introducen la noción de “proficiencia”¹ en la enseñanza de las matemáticas, que puede ser interpretada como una referencia a los conocimientos (y competencias) que deberían tener los profesores para que su enseñanza se pueda considerar de calidad. “Una teoría de la proficiencia (en la enseñanza) dice lo que es importante – qué destrezas necesitan desarrollar las personas para llegar a ser proficientes”. Se trata de extender la noción de proficiencia en la matemática escolar (introducida en Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001) donde se incluye: comprensión conceptual, fluencia procedimental, competencia estratégica, razonamiento adaptativo, y disposición productiva.

La creación del espacio europeo de educación superior ha convertido la noción de competencia profesional en una noción clave en la formación universitaria y en particular en la formación inicial de futuros profesores. Un proyecto relevante relacionado con la creación de dicho espacio ha sido el proyecto Tuning (González y Wagenaar, 2003) – proyecto que se inició en Europa y después se ha extendido a América Latina – el cual clasifica las competencias de la enseñanza universitaria en genéricas (compartidas por cualquier enseñanza universitaria) y específicas (propias de cada ámbito disciplinario). En la formación universitaria las competencias son académicas, pero dado que la idea de fondo del modelo curricular por competencias es que aquello que se enseña en la universidad sea útil en la vida profesional, se tiene que las competencias académicas son el reflejo universitario de las competencias profesionales de la persona que ejerce la profesión para la cual los estudios universitarios preparan a los estudiantes (o bien están inspiradas en ellas). En lo que sigue, utilizaremos el término de competencia para referirnos tanto a las académicas de la formación inicial de los futuros profesores como a las profesionales del profesor en servicio.

¹ La palabra ‘proficiencia’ no está incluida en el Diccionario de la Lengua Española. Existe el adjetivo proficiente, “Dicho de una persona: Que va aprovechando en algo”. En español se podría usar el término ‘eficacia’: “Capacidad de lograr el efecto que se desea o se espera”; o también, ‘eficiencia’, “Capacidad de disponer de alguien o de algo para conseguir un efecto determinado”, en nuestro caso, una enseñanza de la matemática de alta calidad.

Para el caso de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, la clasificación de las competencias en genéricas y específicas ha sido usada en las propuestas curriculares de diversos países y también en las propuestas de competencias profesionales realizadas por algunos investigadores. Diversos autores se han interesado por determinar las competencias que deben tener los profesores de secundaria de matemáticas y han propuesto listas de competencias, clasificadas en genéricas y específicas, en las que se hallan, entre otras, competencias relacionadas con la reflexión sobre la práctica (Poblete y Díaz, 2003; Font, 2011; Font et al., 2012). En Font et al. (2012) se propone una lista de competencias genéricas y específicas. Según estos últimos autores la competencia en análisis e intervención didáctica – entendida como: diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora – es una de las competencias específicas clave que deben desarrollar los futuros profesores de matemáticas de secundaria.

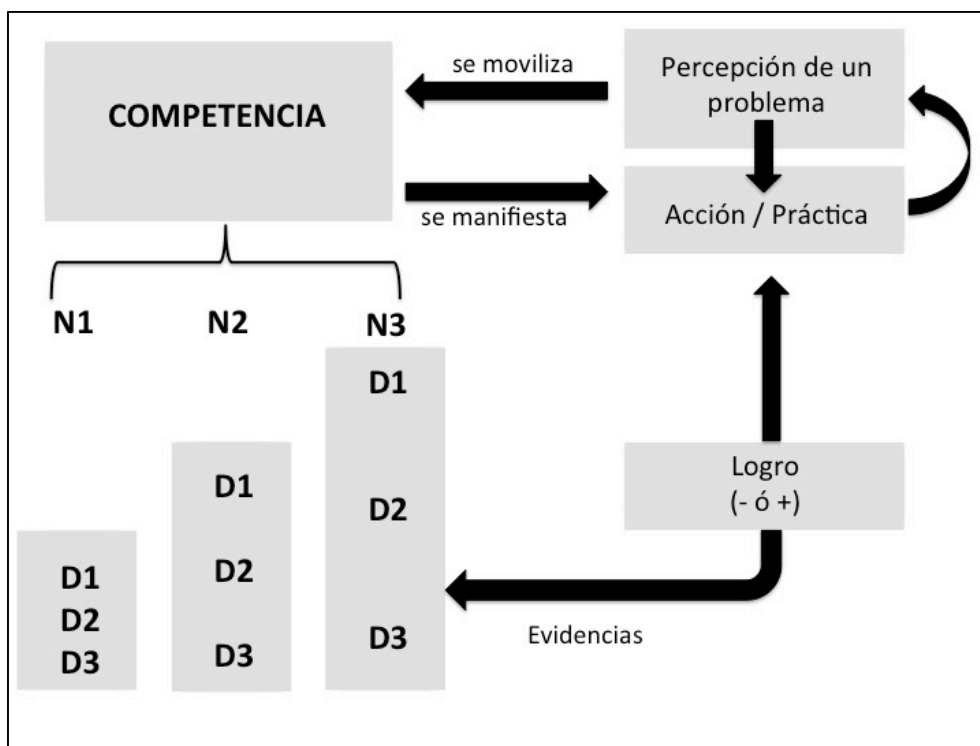
2. LA NOCIÓN DE COMPETENCIA

Según Weinert (2001), los enfoques por competencias pueden clasificarse en tres grandes grupos: a) Enfoque cognitivo, b) Enfoque motivacional y c) Enfoque integral o de acción competente. De acuerdo a esto, la conceptualización de competencia que usamos en esta investigación se realiza desde la perspectiva de la acción competente, considerándola como el conjunto de conocimientos, disposiciones, etc. que permite el desempeño eficaz en los contextos propios de la profesión de las acciones citadas en su formulación. Dicho en términos aristotélicos, se trata de una potencialidad que se actualiza en el desempeño de acciones eficaces (competentes).

Esta formulación del término de competencia debe ser desarrollada para ser operativa, y para ello hay que realizar una caracterización de la competencia (definición, niveles de desarrollo y descriptores) que permita su desarrollo y evaluación. De acuerdo con Seckel y Font (2015) consideramos que el punto de partida para el desarrollo y evaluación de una competencia profesional debe ser una tarea que produce la percepción de un problema profesional que se quiere resolver, para lo cual el futuro profesor o el profesor en servicio debe movilizar habilidades, conocimientos y actitudes, para realizar una práctica (o acción) que intente dar solución al problema. Además, podemos esperar que dicha práctica se realice con más o menos éxito (logro) y, a su vez, dicho logro se puede considerar una evidencia de que la persona puede realizar prácticas similares a las que están descritas por alguno de los descriptores de la

competencia, el cual se suele asociar a un determinado nivel de competencia (figura 3.1).

Figura 3.1: Conceptualización de competencias



Fuente: Seckel y Font, 2015

La conceptualización de competencia desarrollada en la figura 1 se puede aplicar a cualquier competencia, tanto a las competencias que los profesores deben desarrollar en sus alumnos, sobre todo la competencia matemática, como a las competencias profesionales que deben desarrollar los profesores.

3. LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y LA COMPETENCIA EN ANÁLISIS E INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

De acuerdo con la figura 1, la competencia matemática se desarrolla a partir de la resolución de tareas matemáticas y, a su vez, se evalúa a partir de la actividad matemática realizada para resolver la tarea propuesta. En el caso de la evaluación, el profesor propone una tarea al alumno, éste la resuelve realizando cierta actividad matemática, después el profesor analiza la actividad matemática del alumno y encuentra evidencias de un cierto grado de desarrollo de una o varias competencias matemáticas.

En Rubio (2012) se documenta que, para realizar la evaluación de la competencia matemática de sus alumnos, el profesor, debe tener

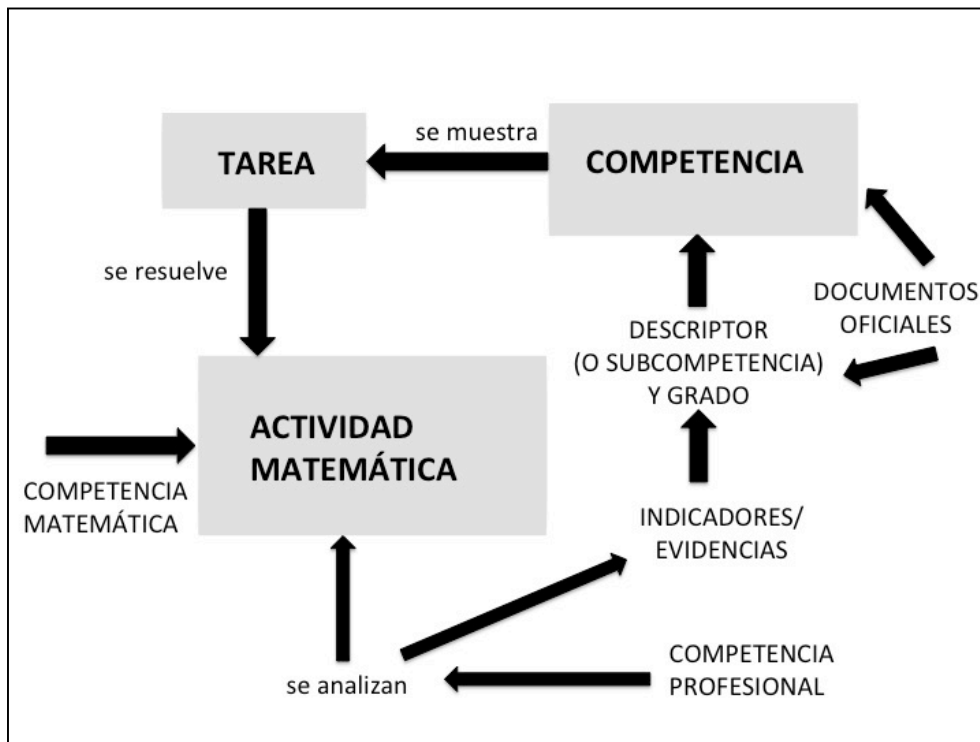
competencia matemática. Pero también se muestra que esto no es suficiente, también debe tener competencia en el análisis de la actividad matemática. Mientras que la primera competencia no es específica de la profesión de profesor (es común a muchas de las profesiones que ocupan a los matemáticos, aunque cada profesión le puede dar un sello específico), la segunda si lo es.

Las competencias y sus descriptores suelen estar fijados en los documentos curriculares oficiales. Por otra parte, la actividad matemática muestra la competencia matemática del alumno y el análisis de dicha actividad, con el objetivo de hallar evidencias de que se cumplen los indicadores de un cierto grado de competencia, es una competencia profesional específica del profesor de matemáticas (figura 2). Un aspecto problemático de este esquema, es que en el área de educación matemática no hay consenso sobre un paradigma que nos diga cómo se debe realizar el análisis de la actividad matemática. Por ejemplo, en Rubio (2012) se consideró que la respuesta a la pregunta *¿Cómo describir/analizar la actividad matemática que se infiere de la respuesta del alumno a la tarea propuesta?*, eran los dos primeros tipos de análisis didáctico que propone el EOS (o sea, describiendo prácticas matemáticas y los objetos y procesos activados en dichas prácticas). Ahora bien, si el análisis de la actividad matemática se analiza con otros marcos teóricos quizás los resultados no sean los mismos.

Los esquemas de las figuras 1 y 2 llevan a la conclusión de que la competencia profesional que permite evaluar y desarrollar la competencia matemática se puede considerar compuesta básicamente (aunque no únicamente) por dos macro competencias que, a su vez, se pueden descomponer en otras: a) la competencia matemática y b) la competencia general en análisis e intervención didáctica, siendo una de sus subcompetencias el análisis de la actividad matemática.

En la formación de profesores la competencia general en análisis e intervención didáctica se debe desarrollar. Para este tipo de competencia, el esquema de la figura 3.2 se puede adaptar como se muestra en la figura 3.3.

Figura 3.2: Competencia matemática y competencia profesional

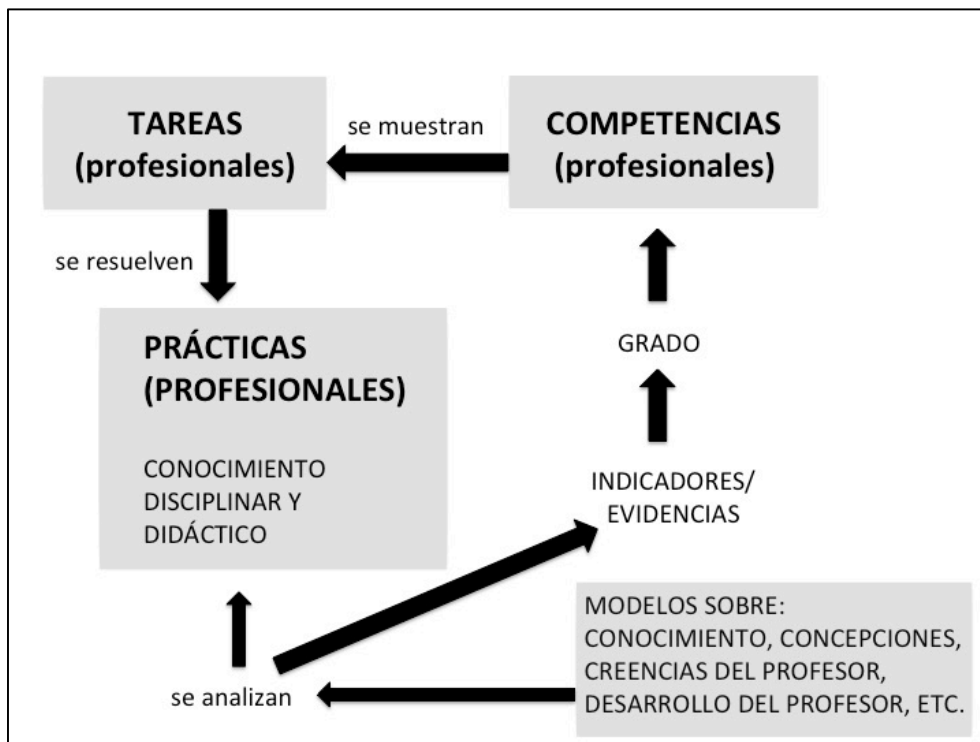


Fuente: Adaptación de Rubio (2012)

En la figura 3 se observa la necesidad de analizar las prácticas profesionales que los futuros profesores realizan para resolver las tareas profesionales en un ciclo formativo y el conocimiento didáctico-matemático activado en ellas, de manera que se pueda encontrar indicadores que justifiquen la asignación de grados de desarrollo de la competencia profesional que se pretende evaluar.

Un problema que tenemos en el área de la Educación Matemática es que no tenemos un modelo que nos permita analizar la práctica profesional. Al igual como se ha comentado para el análisis de la actividad matemática, en el área de la Educación Matemática tampoco hay un consenso sobre un paradigma para el análisis del conocimiento didáctico-matemático activado por los profesores en sus prácticas profesionales.

Figura 3.3: Adaptación del esquema de la figura 3.1 a la competencia de intervención y análisis didáctico



Fuente: Adaptación de Rubio (2012)

4. EL MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO – MATEMÁTICAS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS (MODELO CCDM)

De acuerdo con lo expuesto en el apartado anterior, es necesario optar por un modelo de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En esta investigación hemos tenido en cuenta como principal referente teórico un modelo de conocimientos y competencias del profesor de matemáticas basado en el enfoque ontosemiótico que describimos a continuación.

4.1. Un modelo de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas basado en el enfoque ontosemiótico

El estudio sobre los conocimientos y competencias didácticas y matemáticas que debe tener un profesor de matemáticas es un tema que ha sido ampliamente investigado, generándose así, diversas propuestas de modelos para caracterizarlos (por ejemplo, Shulman, 1986; R

owland, Huckstep y Thwaites, 2005, Hill, Ball y Schilling, 2008; Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). Basándose en las nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007, 2008) y sus diversos aportes al campo de la formación de profesores, se desarrolla en este apartado un modelo (llamado modelo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos del profesor de matemáticas y representado por el acrónimo CCDM) que trata de articular diversas categorías de conocimientos y competencias del profesor de matemáticas requeridos para una enseñanza idónea de las matemáticas.

En el marco del EOS (Godino, Batanero y Font, 2007; 2008) se ha desarrollado un modelo teórico de conocimientos del profesor de matemáticas (modelo CDM) (Pino-Fan, Assis y Castro, 2015; Pino-Fan, Godino y Font, 2016). Tal como afirman estos autores, una de las perspectivas de desarrollo de dicho modelo es el encaje de la noción de conocimiento con la noción de competencia del profesor. Por otra parte, también el marco del EOS, se han realizado muchas investigaciones sobre las competencias del profesor de matemáticas (Font, 2011; Rubio, 2012; Giménez, Font, y Vanegas, 2013; Font, Breda y Sala, 2015; Breda, Silva y Carvalho, 2016; Seckel, 2016, Seckel y Font, 2015; Pochulu, Font y Rodríguez, 2016), las cuales han puesto también de manifiesto la necesidad de contar con un modelo de conocimientos del profesor para poder evaluar y desarrollar sus competencias. Estas dos agendas de investigación han confluído generando el modelo llamado Conocimientos y Competencias Didáctico–Matemáticas del profesor de matemáticas (modelo CCDM) (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Breda, Pino-Fan y Font, 2017).

4.1.1. La noción de competencia

Se espera que el profesor de matemática esté capacitado para abordar problemas didácticos básicos en la enseñanza de esta materia mediante la aplicación de unas herramientas teóricas y metodológicas, dando lugar, por tanto, a una serie de competencias específicas. Aparecen así dos cuestiones clave para desarrollar el modelo CCDM: 1) ¿cómo se entiende la noción de competencia? y ¿cuáles son las competencias clave que debe tener el profesor de matemáticas? De acuerdo a esta clasificación de Weinert (2001) comentada anteriormente, la competencia en el modelo CCDM se entiende desde la perspectiva de la acción competente, considerándola como el conjunto de conocimientos, disposiciones, etc. que permite el

desempeño eficaz en los contextos propios de la profesión de las acciones citadas en su formulación.

Esta formulación del término de competencia se debe desarrollar para ser operativa, y para ello hay que realizar una caracterización (definición, niveles de desarrollo y descriptores) que permita su desarrollo y evaluación. De acuerdo con Seckel y Font (2015) (Figura 1), en el modelo CCDM se considera que el punto de partida para el desarrollo y evaluación de una competencia profesional debe ser una tarea que produce la percepción de un problema profesional que se quiere resolver, para lo cual el futuro profesor o el profesor en servicio debe movilizar habilidades, conocimientos y actitudes, para realizar una práctica que intente dar solución al problema. Además, podemos esperar que dicha práctica se realice con más o menos éxito (logro) y, a su vez, dicho logro se puede considerar una evidencia de que la persona puede realizar prácticas similares a las que están descritas por alguno de los descriptores de la competencia, el cual se suele asociar a un determinado nivel de competencia.

4.1.2. La competencia matemática y la competencia en análisis e intervención didáctica

Tal como se ha dicho en las secciones anteriores, la competencia matemática de los estudiantes se desarrolla a partir de la resolución de tareas matemáticas y, a su vez, se evalúa a partir de la actividad matemática realizada para resolverlas. En el caso de la evaluación, el profesor propone una tarea al alumno, éste la resuelve realizando cierta actividad matemática, después el profesor la analiza y encuentra evidencias de un cierto grado de desarrollo de una o varias competencias matemáticas. En Rubio (2012) se documenta que, para realizar la evaluación de la competencia matemática de sus alumnos, el profesor, debe tener competencia matemática. Pero también se muestra que esto no es suficiente, también debe ser competente en el análisis de la actividad matemática. Mientras que la primera competencia no es específica de la profesión de profesor (es común a muchas de las profesiones que ocupan a los matemático, aunque cada profesión le puede dar un sello específico), la segunda si lo es.

En el modelo CCDM se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica, cuyo núcleo fundamental (Font, 2011; Breda, Pino-Fan y Font, 2017) consiste en: «*Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis*

didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora». Para poder desarrollar esta competencia el profesor necesita por una parte, conocimientos que le permitan describir y explicar lo que ha sucedido en el proceso de enseñanza y aprendizaje – dimensión didáctica del modelo CDM, uno de los componentes del modelo CCDM –, y, por otra parte, necesita conocimientos para valorar lo que ha sucedido y hacer propuestas de mejora para futuras implementaciones – dimensión metadidáctico-matemática del modelo CDM, uno de los componentes del modelo CCDM (Pino-Fan, Assis y Castro, 2015) –. En esta investigación nos centraremos, sobre todo, en esta última competencia por el impacto que tiene su desarrollo en el desarrollo de la competencia digital.

4.1.3. La caracterización de la competencia de análisis e intervención didáctica

Esta competencia general está formada por diferentes subcompetencias (Breda, Pino-Fan y Font, en prensa): 1) subcompetencia de análisis de la actividad matemática; 2) subcompetencia de análisis y gestión de la interacción y de su efecto sobre el aprendizaje de los estudiantes; 3) subcompetencia de análisis de normas y metanormas; y 4) subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción.

Subcompetencia en el análisis de la actividad matemática

En Rubio (2012) se describe el diseño e implementación de un ciclo formativo en el Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona en el que se enseña primero la técnica del análisis de prácticas, objetos y procesos propuesta por el EOS y después se describe una técnica de evaluación de competencias matemáticas. El objetivo en esta investigación estaba en corroborar (o no) la siguiente hipótesis: la competencia profesional del profesor en el análisis de prácticas matemáticas y de los objetos y procesos matemáticos activados en dichas prácticas, es un “saber de fondo” que permite la evaluación y desarrollo de la competencia matemática de sus alumnos. La conclusión a la que se llega en Rubio (2012), después de toda la experimentación realizada, es que se puede confirmar esta última hipótesis. Es más, se afirma que si los profesores no son competentes en el análisis de prácticas, procesos y objetos matemáticos, no lo serán en la evaluación de competencias matemáticas. Por tanto, los resultados de la tesis de Rubio nos señalan una subcompetencia de la competencia de análisis e intervención didáctica que deben desarrollar los profesores de matemáticas

para desarrollar y evaluar competencias en sus alumnos: la competencia de análisis de la actividad matemática, entendida como el análisis de las prácticas matemáticas y de los objetos y procesos matemáticos activados en ellas.

Esta primera subcompetencia es la que permite a los profesores el análisis de la actividad matemática. Dicho tipo de análisis es importante en la formación de los profesores y es un tipo de análisis que presenta dificultades para los profesores y futuros profesores. Por ejemplo, en Stahnke, Schueler y Roesken-Winter (2016) se realiza una revisión de la investigación empírica realizada sobre los profesores de matemáticas y se concluye que estas investigaciones muestran que los profesores tienen dificultades para analizar las tareas matemáticas (y su potencial educativo) que proponen a sus alumnos.

Tal como ya se ha señalado antes, un aspecto problemático es que en el área de educación matemática no hay consenso sobre un paradigma que nos diga cómo se debe realizar el análisis de la actividad matemática. En el modelo CCDM se asume que las herramientas teóricas del EOS (práctica, objeto primario y secundario emergentes de las prácticas, significado de un objeto matemático en términos de prácticas, significados parciales, procesos matemáticos) permiten dicho análisis en términos de prácticas, objetos y procesos matemáticos. Con estas nociones teóricas, cuando los significados son entendidos de manera pragmática en términos de prácticas, se puede responder en un primer momento a preguntas del tipo: ¿Cuáles son los significados parciales de los objetos matemáticos que se quieren enseñar? ¿Cómo se articulan entre sí? En un segundo momento se pueden analizar los objetos primarios y procesos matemáticos activados en dichas prácticas. La identificación por parte del profesor de los objetos y procesos intervinientes en las prácticas matemáticas permite comprender la progresión de los aprendizajes, gestionar los necesarios procesos de institucionalización y evaluar las competencias matemáticas de los alumnos. Por tanto, puede responder a las cuestiones: ¿Cuáles son las configuraciones de objetos primarios y procesos matemáticos implicados en las prácticas que constituyen los diversos significados de los contenidos pretendidos (configuraciones epistémicas)? ¿Cuáles son las configuraciones de objetos primarios y procesos puestas en juego por los alumnos en la resolución de los problemas (configuraciones cognitivas)?

El profesor de matemáticas debe conocer y comprender la idea de configuración de objetos y procesos activada en una determinada práctica matemática y ser capaz de usarla de manera competente en los procesos de

enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Pino-Fan, Godino y Font, 2016).

Subcompetencia de análisis y gestión de la interacción y de su efecto sobre el aprendizaje de los estudiantes

La noción de configuración didáctica se ha introducido en el EOS como herramienta para el análisis de las interacciones en los procesos de instrucción (Godino, Contreras y Font, 2006). Se trata de un constructo teórico para modelizar la articulación de las actuaciones del profesor y los alumnos en torno a una tarea y un contenido determinados (una configuración de objetos primarios y procesos) de enseñanza y aprendizaje, en donde el conocimiento emerge del propio proceso de interacción. El profesor de matemáticas debe tener competencia de diseño y gestión de configuraciones didácticas. Se trata de responder a la siguiente pregunta: ¿Qué tipos de interacciones entre personas y recursos se implementan en los procesos instruccionales y cuáles son sus consecuencias sobre el aprendizaje? ¿Cómo gestionar las interacciones y los conflictos para optimizar el aprendizaje? Por tanto, el profesor debe conocer los diversos tipos de configuraciones didácticas (adidáctica, magistral, dialógica, etc.) que se pueden implementar y sus efectos sobre el aprendizaje de los estudiantes, así como, diseñar y gestionar estos tipos de configuraciones didácticas en un proceso de instrucción concreto.

Subcompetencia de análisis normativo

Las distintas fases del proceso de diseño e implementación de procesos de enseñanza y aprendizaje están apoyadas y son dependientes de una trama compleja de normas y metanormas de distinto origen y naturaleza (Godino, Font, Wilhelmi y de Castro, 2009), cuyo reconocimiento explícito es necesario para poder comprender el desarrollo de los procesos de instrucción y encauzarlos hacia niveles óptimos de idoneidad. Por ejemplo, al estudiar las ecuaciones aparecen normas sobre su escritura o su forma de resolución. También hay normas no matemáticas, como el uso (o no) de calculadoras, sobre la forma de evaluación, sobre la forma de participar en clase, etc. El profesor de matemáticas debe desarrollar la *competencia de análisis normativo* de los procesos de instrucción matemática para responder a preguntas como las siguientes: ¿Qué normas condicionan el desarrollo de los procesos instruccionales? ¿Quién, cómo y cuándo se establecen las normas? ¿Cuáles y cómo se pueden cambiar para optimizar el aprendizaje matemático? Etc.

Subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción

La caracterización de la competencia de análisis e intervención didáctica propuesta anteriormente, necesita herramientas para la descripción y la explicación, tales como las descritas en la investigación de Rubio (2012) para el análisis de la actividad matemática, y también herramientas para la valoración, como las presentadas, por ejemplo, en las investigaciones de Ramos y Font (2008), Seckel (2016) y Breda, Pino-Fan y Font (2017). En estas investigaciones se muestra que, aun cuando los profesores no conozcan los criterios de idoneidad didáctica con sus componentes e indicadores, si se les pone en una situación donde tienen que valorar una propuesta de innovación didáctica que les puede implicar, entonces los usan de manera implícita para organizar su valoración positiva o negativa.

Para la valoración de procesos de instrucción, el EOS propone como herramienta esencial la noción de idoneidad didáctica. Fijado un tema específico en un contexto educativo determinado la noción de idoneidad didáctica (Breda, Font y Lima, 2015) lleva a poder responder preguntas del tipo: ¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza–aprendizaje implementado? ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de instrucción para incrementar su idoneidad didáctica en futuras implementaciones?

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como *idóneo* (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (*aprendizaje*) y los significados institucionales pretendidos o implementados (*enseñanza*), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (*entorno*). La noción de idoneidad didáctica se descompone en seis idoneidades específicas:

- Idoneidad epistémica, se refiere a que las matemáticas enseñadas sean unas “buenas matemáticas”. Para ello, además de tomar como referencia el currículo prescrito, se trata de tomar como referencia a las matemáticas institucionales que se han transpuesto en el currículo.
- Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los aprendizajes pretendidos/implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los aprendizajes logrados a los pretendidos/implementados.

- Idoneidad interaccional, grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.
- Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Idoneidad afectiva, grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio.
- Idoneidad ecológica, grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, al entorno social, etc.

Para cada uno de estos criterios se propone un sistema de componentes e indicadores asociados que se pueden valorar en una escala. Se trata de un sistema de rúbricas que permite valorar (o autovalorar) de manera completa y equilibrada, los elementos que, en conjunto, conforman un proceso de instrucción de calidad en el área de matemáticas.

4.1.4. Los conocimientos del profesor de matemáticas

En la formación de profesores las competencias profesionales de los profesores se deben desarrollar. Para ello, el formador de profesores tiene la necesidad de analizar las prácticas profesionales que los profesores (futuros profesores o profesores en servicio) realizan para resolver las tareas profesionales propuestas por él en un ciclo formativo y el conocimiento didáctico-matemático activado en ellas, de manera que se pueda encontrar indicadores que justifiquen la asignación de grados de desarrollo de la competencia profesional que se pretende evaluar.

Un problema que tenemos en el área de la Educación Matemática es que no tenemos un modelo que nos permita analizar la práctica profesional y que no hay un consenso sobre un paradigma para el análisis del conocimiento didáctico-matemático activado por los profesores en sus prácticas profesionales.

A nivel internacional, existen diversos modelos y posturas respecto de los conocimientos que debería tener un profesor de matemáticas para gestionar adecuadamente los aprendizajes de sus estudiantes (por ejemplo, Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005; Hill, Ball y Schilling, 2008 y Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). En Pino-Fan, Assis y Castro (2015) se propone un modelo para caracterizar los conocimientos didáctico-matemáticos (CDM)

de los profesores, el cual considera, entre otros aspectos, los aportes y desarrollos de los diversos modelos del conocimiento del profesor de matemáticas, y los desarrollos teóricos y metodológicos del EOS. Así el modelo CDM (una parte del modelo CCDM) sugiere que el conocimiento del profesor se organiza en tres grandes dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática.

La primera dimensión, matemática, refiere al conocimiento que permite a los profesores resolver problemas o tareas matemáticas propias del nivel educativo en el que impartirán clase (conocimiento común), y vincular los objetos matemáticos de dicho nivel educativos con objetos matemáticos que se estudiarán en niveles posteriores (conocimiento ampliado) (Pino-Fan, Assis y Castro, 2015).

No obstante, existe un acuerdo generalizado en la comunidad de investigación sobre formación de profesores de matemáticas, en que el conocimiento de las matemáticas que se enseñará no es suficiente para la práctica de enseñanza. Los autores de los diversos modelos del conocimiento del profesor de matemáticas, *«coinciden en que además del contenido matemático, el profesor debe tener conocimientos sobre los diversos factores que influyen cuando se planifica e implementa la enseñanza de dicho contenido matemático»* (Pino-Fan y Godino, 2015). En este sentido, la dimensión didáctica del CDM propone seis subcategorías del conocimiento del profesor:

- Faceta epistémica: conocimiento especializado de la dimensión matemática (uso de diversas representaciones, argumentos, estrategias de resolución de problemas y significados parciales para un objeto matemático concreto), e incorpora nociones tales como conocer las matemáticas con profundidad y amplitud (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008) y el *«conocimiento especializado del contenido»* (Hill, Ball y Schilling, 2008).
- Faceta cognitiva: conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (dificultades, errores, conflictos, aprendizaje, etc.).
- Faceta afectiva: conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes.
- Faceta interaccional: conocimiento sobre las interacciones que se suscitan en el aula (profesor-estudiantes, estudiante-estudiante, estudiante-recursos, etc.).

- Faceta mediacional: conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes, y sobre los tiempos designados para la enseñanza.
- Faceta ecológica: conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos..., que influyen en la gestión de los aprendizajes de los estudiantes.

La tercera dimensión del CDM, la dimensión metadidáctica, se refiere al conocimiento necesario para reflexionar sobre la propia práctica (Schön, 1983; Schoenfeld y Kilpatrick, 2008), que le permita al profesor poder valorar el proceso de instrucción y realizar un rediseño que, en futuras implementaciones, lo mejore (Pino-Fan, Assis y Castro, 2015; Pino-Fan, Godino y Font, 2016). Las tres dimensiones descritas anteriormente están presentes en las diferentes fases del proceso de instrucción de un determinado contenido matemático: estudio preliminar, planificación, implementación y valoración (Pino-Fan, Godino y Font, 2016).

5. LA COMPETENCIA DE ANÁLISIS E INTERVENCIÓN DIDÁCTICA Y SU RELACIÓN CON OTRAS COMPETENCIAS (CIUDADANÍA, DIGITAL, ETC.)

Se reconoce que el profesor de matemáticas debe atender en el ejercicio de su labor docente no solo a que sus estudiantes sean competentes en la resolución de problemas matemáticos, conozcan, comprendan, aprecien y valoren positivamente las matemáticas. Desde los procesos de estudio matemático también se debe procurar atender a la formación de los estudiantes como ciudadanos responsables, críticos, democráticos y capacitados para desempeñar una profesión en la sociedad. Por esta razón, distintos autores han identificado diversas competencias genéricas o transversales que deben ser contempladas desde las áreas curriculares. Dichas competencias suelen ser clasificadas en tres grupos: instrumentales, interpersonales y sistémicas. Entre las instrumentales se proponen entre otras, comunicación verbal y escrita, uso de las tecnologías digitales; entre las interpersonales, trabajo en equipo, ciudadanía (responsabilidad social); entre las sistémicas, aprender a aprender, pensamiento crítico y complejo.

En el modelo CCDM el desarrollo de las competencias transversales puede ser articulado con el de las cinco sub-competencias específicas que componen la de análisis e intervención didáctica. Por ejemplo, la competencia digital se puede contemplar en la faceta mediacional la cual es tenida en cuenta como un componente en la gestión de las configuraciones didácticas, del análisis normativo y de valoración de la idoneidad didáctica.

La comunicación verbal y escrita se puede contemplar ligada al análisis epistémico de significados, análisis ontosemiótico de las prácticas y la gestión de las configuraciones didácticas. La competencia de trabajo en equipo puede ser desarrollada proponiendo la realización de los distintos análisis con dicha modalidad metodológica. En definitiva, poner el foco de atención de la formación de profesores en el análisis e intervención didáctica lleva implícita una actitud crítica hacia la propia actividad docente, y por tanto la asunción de responsabilidad social en el ejercicio de la profesión.

De esta manera, el desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica se convierte, metafóricamente hablando, en un motor de desarrollo para las otras competencias. Por ejemplo, en Vanegas (2013) se documenta cómo el desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica contribuye al desarrollo de la competencia en ciudadanía de los futuros profesores de matemáticas; y en esta memoria de tesis mostramos como contribuye al desarrollo de su competencia digital.

6. LA COMPETENCIA DE ANÁLISIS E INTERVENCIÓN DIDÁCTICA Y EL MODELO DE ANÁLISIS DE PROCESOS DE INSTRUCCIÓN

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Font, Planas y Godino, 2010; Pochulu y Font, 2011 y Contreras, García y Font, 2012), considera cinco tipos de análisis sobre los procesos de instrucción: 1) Identificación de prácticas matemáticas. 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos. 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas. 4) Identificación del sistema de normas y metanormas. 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

El primer tipo de análisis explora las prácticas matemáticas hechas en un proceso de instrucción matemático. El segundo tipo de análisis se centra en los objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. El tercer tipo de análisis didáctico está orientado, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción, a las configuraciones didácticas y su articulación secuencial en trayectorias didácticas; las configuraciones y trayectorias están condicionadas y soportadas por una trama de normas y metanormas. El cuarto tipo de análisis estudia dicha trama.

Los cuatro primero tipos de análisis son herramientas para una didáctica descriptiva-explicativa, mientras que el quinto se centra en la valoración de

la idoneidad didáctica. Este último tipo se basa en los cuatro análisis previos y es una síntesis orientada a la identificación de mejoras potenciales del proceso de instrucción en nuevas implementaciones.

El modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS integra aspectos del llamado enfoque epistemológico y de las teorías socioculturales. Por una parte, el análisis de las prácticas, objetos y procesos matemáticos permite describir las matemáticas del proceso de instrucción analizado. Mientras que el análisis de las interacciones y de la dimensión normativa permite describir la interacción producida en el proceso de instrucción y las normas que la regulan. Por último, los criterios de idoneidad implican la incorporación de una racionalidad axiológica en la educación matemática que permita el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, etc.

El desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica permite a los profesores realizar estos tipos de análisis didáctico propuestos en el EOS y, a su vez, los dispositivos de formación para la enseñanza y aprendizaje de estos tipos de análisis didáctico contribuyen al desarrollo de dicha competencia (Pochulu, Font y Rodríguez, 2016; Rubio, 2012 y Seckel, 2016).

7. EL TRABAJO FINAL DE MÁSTER. UN DISPOSITIVO FORMATIVO PARA DESARROLLAR Y EVALUAR LA CAID

Uno de los dispositivos de formación que más contribuye al desarrollo de dicha competencia es el TFM. En las orientaciones generales del Trabajo final de Máster que se dan a los alumnos, en el caso del Máster de Formación de Profesorado que han cursado los alumnos que son el sujeto de esta investigación, se dice que debe ser un trabajo original, autónomo e individual que permite al estudiante mostrar de forma integrada los contenidos formativos recibidos y las competencias generales asociadas al título de Máster en Formación del Profesorado de Secundaria de matemáticas, y debe contribuir a reflexionar y profundizar en el análisis de su propia práctica, posibilitando proponer elementos de mejora de la misma. Dicha mejora se debe justificar a partir de la reflexión de la comunidad de investigación en Educación Matemática sobre el tema que se ha desarrollado en las prácticas de clase.

Un elemento clave del TFM es su relación directa con la experiencia escolar realizada previamente (el diseño y la implementación de una unidad didáctica). Otra de las características importantes es que se asigna un mismo tutor al periodo de prácticas (donde se ha diseñado e implementado

la unidad didáctica) y al Trabajo Final de Máster, para facilitar la continuidad de las prácticas y el proceso de reflexión sobre ellas, y poder reconocer los progresos alcanzados. Durante este proceso, se realizan, como mínimo cuatro reuniones, entre el/la estudiante y su tutor. Dos de ellas durante su práctica escolar, y al menos dos encuentros tutoriales durante la realización del TFM.

El TFM es la culminación de un ciclo formativo en el que se proponen tareas profesionales, denominado de “Análisis didáctico”, el cual se estructura a lo largo de diferentes asignaturas del Máster. El desarrollo del ciclo se ha basado en seis tipos de tareas fundamentalmente, siendo las dos últimas la que se desarrollan en el TFM:

- Análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos.
- Análisis de configuraciones, interacciones didácticas, conflictos, normas.
- Valoración de tareas y episodios de aula usando criterios de idoneidad/calidad.
- Planificación de una unidad didáctica en el periodo de prácticas.
- Análisis y valoración de la idoneidad de la unidad didáctica implementada
- Propuesta de mejora justificada de su unidad didáctica.

En las dos primeras tareas, se presentan y discuten herramientas para un análisis descriptivo y explicativo que sirva para responder “¿qué ha ocurrido en la clase y por qué?” (Font, Planas y Godino, 2010). En las siguientes tareas, se presentan herramientas para un análisis valorativo que sirven para responder “¿qué se podría mejorar?”. Entendemos que el estudio de aspectos descriptivos y explicativos de una situación didáctica es necesario para poder argumentar valoraciones fundamentadas (Ramos y Font, 2008). En la parte final de este ciclo, sugerimos a los futuros docentes que en su análisis consideren responder a preguntas como las siguientes: (a) *¿He enseñado unas matemáticas de calidad? ¿Se puede mejorar esta calidad? ¿Cómo?* (b) *Los alumnos podían aprender con las actividades propuestas? ¿Han aprendido? ¿Por qué no?* (c) *¿Se podría mejorar la gestión de la clase?* (d) *¿Usé los recursos adecuados? ¿El tiempo estuvo bien gestionado?* (e) *¿Cómo se ha considerado una perspectiva ecológica en las condiciones generales del trabajo?* Para responder a estas preguntas en las diferentes asignaturas que intervienen en el ciclo se presentan

elementos de valoración de la calidad de los procesos de estudio, en concreto los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el EOS (Godino, Batanero y Font, 2007), así como la pauta de componentes y descriptores de dichos criterios que permite aplicarlos (Breda y Lima, 2016; Breda, Pino-Fan y Font, 2017). A lo largo de este ciclo formativo, todos los escritos de los estudiantes se sistematizan a través de la plataforma moodle. Se contrastan los resultados de las diversas tareas del ciclo formativo; se observan las prácticas de algunos estudiantes y se toman notas de campo de las discusiones posteriores.

CAPÍTULO 4

LA EVOLUCIÓN DE LA DEFINICIÓN DE COMPETENCIA DIGITAL

Resumen

En el apartado 1 se presentan las diferentes definiciones y caracterizaciones de la competencia digital (desde su aparición hasta nuestros días), centradas en la evaluación de alumnos. Con esta caracterización se le facilita al profesor su labor docente. En el apartado 2 se presentan diferentes definiciones y caracterizaciones de la competencia digital (también desde su aparición hasta nuestros días) enfocadas en evaluar la competencia digital de los profesores en tanto facilitadores de la transmisión de dicha competencia. Y en el apartado 3, una vez leída diversa literatura científica sobre las diferentes formas de entender el término “competencia digital” y sus grados de desarrollo, exponemos cuál es nuestra posición a la hora de abordar nuestro trabajo. De esta manera, se da respuesta al primer objetivo de esta investigación.

1. LAS COMPETENCIAS EN LA EVALUACIÓN DEL ALUMNADO

A continuación, estudiaremos cómo ha evolucionado la competencia digital en cuanto a la evaluación de los alumnos de Secundaria.

1.1. La competencia digital en el Proyecto DeSeCo (1997)

A raíz de los cambios económicos y sociales producidos en la década de los 90, surgió el proyecto DeSeCo con el objetivo de:

Identificar, en un contexto internacional, un conjunto de competencias necesarias para que los individuos lleven una vida exitosa y responsable y la sociedad enfrente los retos del presente y del futuro. La meta a largo plazo es desarrollar mediciones de estas habilidades y competencias en la medida en que van apareciendo dentro de un ambiente escolar, con el objeto de repercutir en la política educativa” (Goody, 2004, p.302).

Con el proyecto DeSeCo se introduce por primera vez la idea de competencia básica. DeSeCo define una competencia como:

La capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz. (Salganik, Rychen, Moser y Konstant, 1999).

Es decir, las competencias básicas son un conjunto complejo de conocimientos, habilidades, actitudes, valores, emociones y motivaciones que cada individuo o cada grupo pone en acción en un contexto concreto para hacer frente a las demandas peculiares de cada situación.

En este marco las competencias están divididas en tres amplias categorías:

- Competencia Categoría 1: Usar herramientas de manera interactiva.
- Competencia Categoría 2: Interactuar en grupos heterogéneos.
- Competencia Categoría 3: Actuar de forma autónoma.

La Competencia Categoría 1: usar las herramientas de forma interactiva es la competencia que, posteriormente, estará relacionada con la competencia digital y es necesaria por tres razones:

- La necesidad de mantenerse al día con la tecnología.
- La necesidad de adaptar herramientas para sus propios propósitos.
- La necesidad de conducir un diálogo activo con el mundo.

A su vez, este marco, desglosa la categoría 1 en tres subcompetencias:

- Competencia 1-A: La habilidad para usar el lenguaje, los símbolos y el texto de forma interactiva.
- Competencia 1-B: Capacidad de usar este conocimiento e información de manera interactiva.
- Competencia 1-C: La habilidad de usar la tecnología de forma interactiva.

El Proyecto DeSeCo (definición y selección de competencias) está relacionado con dos grandes proyectos que realizan evaluaciones internacionales: el Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (Informe PISA) y la Encuesta de Alfabetismo en Adultos y

Destrezas para la Vida (ALL). Este marco nació con la finalidad de ampliar la evaluación de nuevos dominios de competencias.

Se inició a finales de 1997 y el informe final se publicó en 2003 una vez fueron incluidas las opiniones de diferentes investigadores y expertos (Rychen y Salganik, 2003).

1.2. La competencia digital en el marco común europeo (2006)

A finales de los 90, la Comisión Europea estableció un currículum por competencias a las que denominó competencias clave, pero no fue hasta el 2006 cuando apareció la competencia digital como una competencia transversal a desarrollar en los alumnos de educación obligatoria.

La Comisión Europea en el marco de competencia europeo define una competencia básica como: «*La capacidad de integrar conocimientos, habilidades y actitudes de una manera práctica para resolver problemas y reaccionar correctamente en una variedad de contextos y situaciones*».

Figura 4.1: Esquema de la generación de las competencias básicas



Fuente: Elaboración propia

En el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, se incluyeron las siguientes 8 competencias clave:

- Competencia en la lengua materna.
- Competencia en lenguas extranjeras.

- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- Competencia digital.
- Aprender a aprender.
- Competencias sociales y cívicas.
- Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa.
- Conciencia y expresión culturales.

Estas competencias aportan avances en la sociedad del conocimiento. La competencia digital, en particular, resulta cada vez más necesaria para poder participar de forma significativa en la nueva sociedad y economía del conocimiento del siglo XXI.

Las 8 competencias se solapan entre sí de forma que hay diferentes aspectos que aparecen en todas ellas. Estos aspectos son: el pensamiento crítico, la creatividad, la capacidad de iniciativa, la resolución de problemas, la evaluación del riesgo, la toma de decisiones y la gestión constructiva de los sentimientos.

Además, según las indicaciones del Parlamento Europeo sobre competencias clave para el aprendizaje permanente, la competencia digital es una de las 8 competencias clave que cualquier joven debe haber desarrollado al finalizar la enseñanza obligatoria para poder incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida (Unión Europea, 2006).

Este mismo marco define la competencia digital como:

La competencia digital entraña el uso seguro y crítico de las tecnologías de la sociedad de la información para el trabajo, el ocio y la comunicación. Se sustenta en las competencias básicas en materia de TIC: el uso de ordenadores para obtener, evaluar, almacenar, producir, presentar e intercambiar información, y comunicarse y participar en redes de colaboración a través de Internet.

También se hace mención a los conocimientos, capacidades y actitudes esenciales relacionados con cada una de estas competencias.

A continuación, nos centraremos en la información que aparece relacionada con la competencia digital.

Según competencias clave para el aprendizaje permanente del marco europeo, un anexo de una Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo, del 18 de diciembre de 2006, los conocimientos, capacidades y actitudes que exige la competencia digital son los siguientes:

Conocimientos

La competencia digital exige una buena comprensión y amplios conocimientos sobre la naturaleza, la función y las oportunidades de las TSI (Tecnologías de la Sociedad de la Información) en situaciones cotidianas de la vida privada, social y profesional. Esto conlleva el conocimiento de las principales aplicaciones informáticas, como los sistemas de tratamiento de textos, hojas de cálculo, bases de datos, almacenamiento y gestión de la información, y la comprensión de las oportunidades y los riesgos potenciales que ofrecen Internet y la comunicación por medios tecnológicos (correo electrónico o herramientas de red) para la vida profesional, el ocio, la puesta en común de información y las redes de colaboración, el aprendizaje y la investigación. Asimismo, las personas deben comprender las posibilidades que las TSI ofrecen como herramienta de apoyo a la creatividad y la innovación, y estar al corriente de las cuestiones relacionadas con la validez y la fiabilidad de la información disponible y de los principios legales y éticos por los que debe regirse el uso interactivo de las TSI.

Capacidades

Las capacidades necesarias incluyen: la capacidad de buscar, obtener y tratar información, así como de utilizarla de manera crítica y sistemática, evaluando su pertinencia y diferenciando entre información real y virtual, pero reconociendo al mismo tiempo los vínculos. Las personas deben ser capaces de utilizar herramientas para producir, presentar y comprender información compleja y tener la habilidad necesaria para acceder a servicios basados en Internet, buscarlos y utilizarlos, pero también deben saber cómo utilizar las TSI en apoyo del pensamiento crítico, la creatividad y la innovación.

Actitudes

La utilización de las TSI requiere una actitud crítica y reflexiva con respecto a la información disponible y un uso responsable de los medios interactivos; esta competencia se sustenta también en el interés por participar en comunidades y redes con fines culturales, sociales o profesionales.

Es decir, la competencia digital conlleva el conocimiento de las principales aplicaciones informáticas, la comunicación por medios tecnológicos y la comprensión del amplio abanico de oportunidades que ofrece Internet.

Además, se resalta la necesidad de adquirir la capacidad de buscar, obtener y tratar información, así como de utilizarla de manera crítica y sistemática, evaluando la pertinencia de una información según el contexto en el que se esté haciendo referencia y siendo crítico entre la información real y virtual.

Se indica también que la utilización de las TIC requiere de una actitud crítica y reflexiva con respecto a la información disponible y un uso responsable de los medios interactivos.

Según este marco, la competencia digital depende más de los conocimientos, habilidades y actitudes que el alumno desarrolle que no sólo del acceso y uso de las TIC.

1.3. La competencia digital en el sistema educativo español

A continuación, se relatan las diferentes leyes educativas desde el 2002 hasta nuestros días.

1.3.1. La Ley Orgánica de Calidad de Educación (LOCE, 2002)

La Ley Orgánica de Calidad de Educación (LOCE 10/2002, 2002) fue la primera en incluir un currículum por competencias pero no llegó a concretarse ya que fue paralizada y derogada por el partido que le sucedió.

1.3.2. La Ley Orgánica de Educación (LOE, 2006)

El currículum competencial apareció en el sistema educativo español con la Ley Orgánica de Educación (LOE 2/2006, 2006). Tiene su origen en las establecidas por el marco de competencia europeo a finales de los 90.

Mientras que la Unión Europea la denominaba competencia digital, en España con la LOE se la denominó tratamiento de la información y competencia digital.

Según la LOE:

La competencia del tratamiento de la información y competencia digital consiste en disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, y para transformarla en conocimiento. El dominio de esta competencia supone ser una persona autónoma, eficaz, responsable, crítica y reflexiva al seleccionar, tratar y utilizar la información y sus fuentes, así como las distintas herramientas tecnológicas; también tener una actitud crítica y reflexiva en la valoración de la información disponible, contrastándola cuando es necesario, y respetar las normas de conducta acordadas socialmente para regular el uso de la información y sus fuentes en los distintos soportes.

En este marco se definen 8 competencias clave que se consideran necesarias para el aprendizaje permanente a lo largo de toda la vida. Cada una de estas 8 competencias son denominadas de manera diferente en el marco de la Unión Europea y España.

Tabla 4.1: Comparativa del nombre de las competencias europeas Vs las competencias de la LOE

Unión Europea	España (LOE)
1. Comunicación en lengua materna	1. Competencia en comunicación lingüística
2. Comunicación en lenguas extranjeras	2. Competencia matemática
3. Competencia matemática y competencias básicas en Ciencia y Tecnología	3. Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico
4. Competencia digital	4. Tratamiento de la información y competencia digital
5. Aprender a aprender	5. Competencia para aprender a aprender
6. Competencias sociales y cívicas	6. Adquisición de las competencias sociales y cívicas
7. Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa	7. Adquisición de la autonomía y del espíritu emprendedor
8. Conciencia y expresión culturales	8. Dominio de la cultura humanística

Fuente: Elaboración propia

1.3.3. La Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE, 2013)

Con la LOMCE (LOMCE 8/2013, 2013) la competencia en el tratamiento de la información y competencia digital pasa a denominarse competencia digital, igual que en el marco común europeo.

Según la LOMCE: *«Las TIC servirán para el esfuerzo y apoyo en los casos de bajo rendimiento, y por otra, permitirá expandir sin limitaciones los conocimientos transmitidos en el aula»*. Además, *«Las TIC serán una pieza fundamental para producir el cambio metodológico que lleve a conseguir el objetivo de mejora de la calidad educativa»*.

Según el currículo en Primaria, ESO y Bachillerato, la competencia digital es aquella que implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación para alcanzar los objetivos relacionados con el trabajo, la empleabilidad, el aprendizaje, el uso del tiempo libre, la inclusión y participación en la sociedad.

Requiere de conocimientos relacionados con el lenguaje específico básico: textual, numérico, icónico, visual, gráfico y sonoro, así como sus pautas de decodificación y transferencia. Esto conlleva el conocimiento de las principales aplicaciones informáticas. Supone también el acceso a las fuentes y el procesamiento de la información; y el conocimiento de los derechos y las libertades que asisten a las personas en el mundo digital.

Igualmente precisa del desarrollo de diversas destrezas relacionadas con el acceso a la información, el procesamiento y uso para la comunicación, la creación de contenidos, la seguridad y la resolución de problemas, tanto en contextos formales como no formales e informales. La persona ha de ser capaz de hacer un uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles con el fin de resolver los problemas reales de un modo eficiente, así como evaluar y seleccionar nuevas fuentes de información e innovaciones tecnológicas, a medida que van apareciendo, en función de su utilidad para acometer tareas u objetivos específicos

La adquisición de esta competencia requiere además actitudes y valores que permitan al usuario adaptarse a las nuevas necesidades establecidas por las tecnologías, su apropiación y adaptación a los propios fines y la capacidad de interaccionar socialmente en torno a ellas. Se trata de desarrollar una actitud activa, crítica y realista hacia las tecnologías y los medios tecnológicos, valorando sus fortalezas y debilidades y respetando principios éticos en su uso. Por otra parte, la competencia digital implica la

participación y el trabajo colaborativo, así como la motivación y la curiosidad por el aprendizaje y la mejora en el uso de las tecnologías.

La LOMCE divide la competencia digital en 5 grandes categorías que son necesario abordar:

- La información.
- La comunicación.
- La creación de contenidos.
- La seguridad.
- La resolución de problemas.

Figura 4.2 Estándares de competencias en TIC para docentes



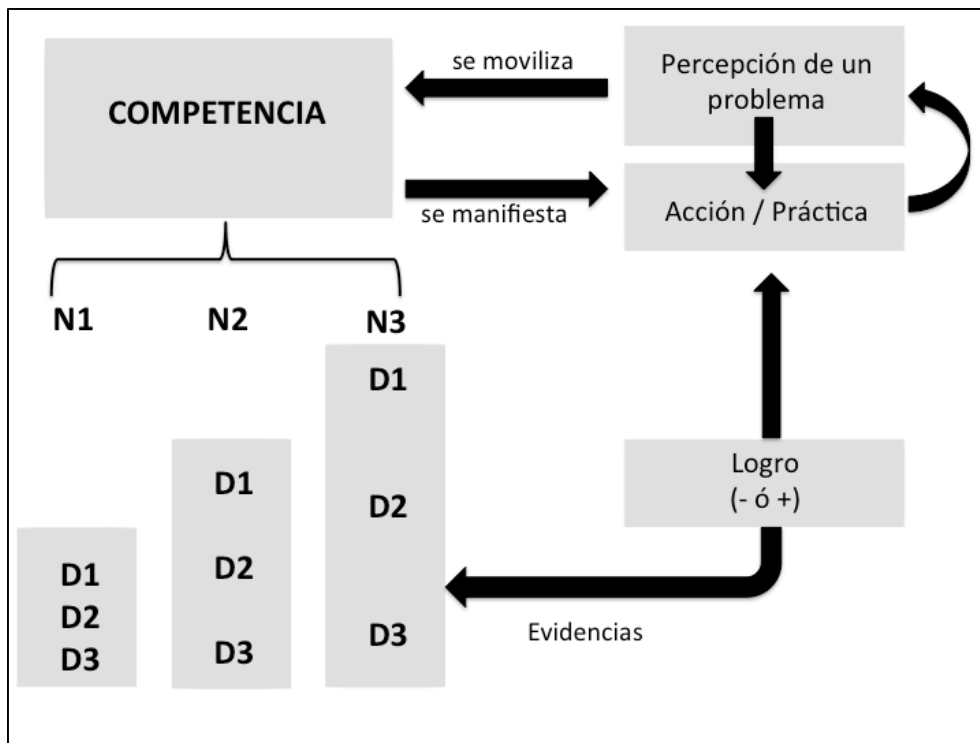
Fuente: UNESCO, 2008

2. LAS COMPETENCIAS EN LA EVALUACIÓN DE PROFESORES Y FORMADORES

A continuación, estudiaremos cómo ha evolucionado la competencia digital en cuanto a la evaluación de los profesores de Secundaria.

La formulación del término de competencia debe ser desarrollada para ser operativa, y para ello hay que realizar una caracterización de la competencia (definición, niveles de desarrollo y descriptores) que permita su desarrollo y evaluación. De acuerdo con Seckel y Font (2015) consideramos que el punto de partida para el desarrollo y evaluación de una competencia profesional debe ser una tarea que produce la percepción de un problema profesional que se quiere resolver, para lo cual el futuro profesor debe movilizar habilidades, conocimientos y actitudes, para realizar una práctica (o acción) que intente dar solución al problema. Además, podemos esperar que dicha práctica se realice con más o menos éxito (logro) y, a su vez, dicho logro se puede considerar una evidencia de que la persona puede realizar prácticas similares a las que están descritas por alguno de los descriptores de la competencia, el cual se suele asociar a un determinado nivel de competencia (Figura 4.3).

Figura 4.3: Conceptualización de competencias



Fuente: Seckel y Font, 2015

La conceptualización de competencia desarrollada en la figura 1 se puede aplicar a cualquier competencia, tanto a las competencias que los futuros profesores deben desarrollar en sus futuros alumnos, sobre todo la competencia matemática, como a las competencias profesionales que deben desarrollar en su formación inicial.

2.1. Las competencias del profesor de matemáticas de secundaria (2012)

Las competencias de los futuros profesores se estructuran en términos de competencias profesionales genéricas, específicas (matemáticas y su didáctica en nuestro caso) y las que se desarrollan por medio de la práctica. Un ejemplo de competencia genérica es: Conocer las características de los estudiantes, sus contextos sociales y motivaciones. Un ejemplo de competencia específica es: Conocer contextos y situaciones en que se usan o aplican los diversos contenidos curriculares. Por último, un ejemplo de competencia relacionada con la práctica es: Conocer y aplicar propuestas docentes innovadoras en el ámbito de la especialización cursada.

En esta propuesta de competencias (Font, Giménez, Zorilla, Larios, Dehesa, Aubanell y Benseny, 2012), los currículos de matemáticas se centran principalmente en trabajar procesos, en lugar de centrar los objetivos de aprendizaje en trabajar conceptos. Se incluyen tres niveles y varios descriptores de nivel de desarrollo.

2.1.1. La competencia digital

Veamos los descriptores y los niveles de la competencia que nos ocupa: *La competencia digital*.

Tabla 4.2: Caracterización de la competencia digital

Utilizar la tecnología digital en los ámbitos profesional y social como herramienta para un desempeño profesional adecuado y un desarrollo permanente		
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Utiliza la tecnología digital para desarrollar materiales didácticos o de referencia para su clase, de gestión educativa.	Utiliza la tecnología digital para ilustrar situaciones o ejemplos en clase.	Utiliza la tecnología digital en clase con actividades que involucren directamente la actividad de los alumnos.
Utiliza la tecnología digital para obtener información útil para su labor profesional.	Utiliza la tecnología digital para establecer contacto e intercambio social eficiente con colegas y alumnos.	Utiliza la tecnología digital para el desarrollo de su labor docente con sus alumnos en un ambiente virtual o semipresencial. Contribuye a desarrollar la competencia digital en sus alumnos.

Fuente: Font, Giménez, Zorrilla, Larios, Dehesa, Aubanell y Benseny (2012)

2.2. El Marco Común de Competencia Digital Docente (2013)

En el año 2013 se publicó un proyecto denominado DIGCOMP -A Framework for Developing and Understanding Digital Competence in Europe- (Ferrari, 2012) con el objetivo de identificar descriptores de la competencia digital más exhaustivos de los que se tenían hasta el momento. Este proyecto se inició al amparo del Plan de Cultura Digital del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte en 2012.

No estaba enfocado directamente hacia el mundo educativo (alumnos o profesores) sino que trabajaban la competencia digital en relación a cualquier ciudadano y desde diferentes puntos de vista según el uso que se le esté realizando a los recursos digitales (ocio, social, comprar y vender, aprendizaje, empleo, ciudadanía, bienestar).

El proyecto DIGCOMP (Ferrari, 2012) proponía un consenso a nivel europeo sobre los componentes de la competencia digital que pudiera servir de referencia para los marcos, iniciativas, currículos y diferentes certificaciones.

Fue aprobado por los representantes de los países miembros de la Unión Europea.

Este marco está estructurado en 5 dimensiones:

- Dimensión descriptiva 1: 5 áreas de competencias.
- Dimensión descriptiva 2: 21 competencias.
- Dimensión descriptiva 3: 3 niveles de competencias.
- Dimensión descriptiva 4: Ejemplos de conocimientos, habilidades y actitudes.
- Dimensión descriptiva 5: Aplicabilidad según objetivos.

En el Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013) se basa en el proyecto DIGCOMP. La definición de Competencia Digital que establece este borrador se basa en la recomendación europea de 2006. Trabaja sobre los mismos 3 primeros descriptores: 5 áreas de competencia digital (a las que denomina áreas en lugar de dimensión descriptiva 1), 21 competencias (a las que denomina competencias en lugar de dimensión descriptiva 2) y 3 niveles de competencias (a los que denomina nivel en lugar de dimensión descriptiva 3). En los tres niveles de competencias, en el proyecto DIGCOMP se les denomina nivel básico, nivel intermedio y nivel avanzado mientras que en el Marco Común de Competencia Digital Docente se les denomina nivel inicial, nivel medio y nivel avanzado.

Los principales objetivos que marca el Marco Común de Competencia Digital Docente son:

- Facilitar una referencia común con descriptores de la competencia digital para profesores y formadores.
- Ayudar a ser más exigentes en relación a la competencia digital docente.
- Permitir a todos disponer de una lista de competencias mínimas para docentes.
- Ayudar a que el docente tenga la competencia digital necesaria para usar recursos digitales en sus tareas docentes.
- Influir para que se produzca un cambio metodológico en el uso de los medios tecnológicos y en los métodos educativos en general.

Cada una de estas 21 competencias están estructuradas en una de las 5 áreas:

- Área 1: Información
- Área 2: Comunicación
- Área 3: Creación de contenidos
- Área 4: Seguridad
- Área 5: Resolución de problemas

A continuación se exponen las competencias que van asociadas a cada una de las áreas:

Área 1: Información

Tabla 4.3: Área 1: Información y competencias asociadas del Marco Común de Competencia Digital Docente

Área	Competencias	Niveles de competencia
1. Información	1.1. Navegación, búsqueda y filtrado de la información	Inicial Medio Avanzado
	1.2. Evaluación de información	Inicial Medio Avanzado
	1.3. Almacenamiento y comunicación	Inicial Medio Avanzado

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

Área 2: Comunicación

Tabla 4.4: Área 2: Comunicación y competencias asociadas del Marco Común de Competencia Digital Docente

Área	Competencias	Niveles de competencia
2. Comunicación	2.1. Interacción a través de medios digitales	Inicial Medio Avanzado
	2.2. Compartir información y contenidos	Inicial Medio Avanzado
	2.3. Participación ciudadana en línea	Inicial Medio Avanzado
	2.4. Colaborar mediante medios digitales	Inicial Medio Avanzado
	2.5. Netiqueta	Inicial Medio Avanzado
	2.6. Gestión de la identidad digital	Inicial Medio Avanzado

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

Área 3: Creación de contenidos

Tabla 4.5: Área 3: Creación de contenidos y competencias asociadas del Marco Común de Competencia Digital Docente

Área	Competencias	Niveles de competencia
3. Creación de contenidos	3.1. Desarrollo de contenidos	Inicial Medio Avanzado
	3.2. Integración y reestructuración	Inicial Medio Avanzado
	3.3. Derechos de autor y licencias	Inicial Medio Avanzado
	3.4. Programación	Inicial Medio Avanzado

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

Área 4: Seguridad

Tabla 4.6: Área 4: Seguridad y competencias asociadas del Marco Común de Competencia Digital Docente

Área	Competencias	Niveles de competencia
4. Seguridad	4.1. Protección de dispositivos	Inicial Medio Avanzado
	4.2. Protección de datos personales e identidad digital	Inicial Medio Avanzado
	4.3. Protección de la salud	Inicial Medio Avanzado
	4.4. Protección del entorno	Inicial Medio Avanzado

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

Área 5: Resolución de problemas

Tabla 4.7: Área 5: Resolución de problemas y competencias asociadas del Marco Común de Competencia Digital Docente

Área	Competencias	Niveles de competencia
5. Resolución de problemas	5.1. Resolución de problemas técnicos	Inicial Medio Avanzado
	5.2. Identificación de necesidades y respuestas tecnológicas	Inicial Medio Avanzado
	5.3. Innovación y uso de la tecnología de forma creativa	Inicial Medio Avanzado
	5.4. Identificación de lagunas en la competencia digital	Inicial Medio Avanzado

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

A continuación se exponen los descriptores de la Competencia Digital para cada componente en 3 niveles.

2.2.1. Área 1: Información

Identificar, localizar, obtener, almacenar, organizar y analizar información digital, evaluando su finalidad y relevancia para las tareas docentes.

- Competencia: Navegación, búsqueda y filtrado de información

Buscar información en la red y acceder a ella, articular las necesidades de información, encontrar información relevante, seleccionar recursos de forma eficaz, gestionar distintas fuentes de información, crear estrategias personales de información.

Tabla 4.8: Caracterización de la competencia digital: Área 1: Información – Competencia: Navegación, búsqueda y filtrado de información

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Localiza información en distintos formatos utilizando palabras clave en buscadores y hace selecciones adecuadas para incluirlas en el diseño de actividades educativas.
M (Medio)	Configura los navegadores web, encuentra fuentes de información dinámicas de interés para la profesión docente y gestiona el seguimiento de esos flujos de información para su actualización profesional.
A (Avanzado)	Diseña una estrategia personalizada de búsqueda y acceso a información en distintos formatos.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Evaluación de la información

Recabar, procesar, comprender y evaluar la información de forma crítica.

Tabla 4.9: Caracterización de la competencia digital: Área 1: Información – Competencia: Evaluación de la información

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Sabe realizar una evaluación crítica de una web o recurso antes de utilizarlo en el aula, mediante el análisis del autor, origen, licencias y otros datos.
	Evalúa la utilidad de los recursos que localiza en Internet para apoyar el aprendizaje en el área, materia o módulo correspondiente.
M (Medio)	Conoce las restricciones de los recursos educativos publicados con derechos de autor y que existen otros tipos de licencias que permiten su reutilización o difusión, cuya información sabe identificar.
	Evalúa la calidad de los recursos educativos disponibles a través de Internet en función de la precisión y alineamiento con el currículo.
A (Avanzado)	Interviene críticamente en comunidades de práctica docente combinando, clasificando y difundiendo información y recursos educativos.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Almacenamiento y recuperación de la información

Gestionar y almacenar información y contenidos para su recuperación y uso posterior.

Tabla 4.10: Caracterización de la competencia digital: Área 1: Información – Competencia: Almacenamiento y recuperación de la información

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Es capaz de guardar información de utilidad educativa en diferentes formatos (vídeos, imágenes, texto y páginas web) y la clasifica de forma que le permita recuperarla.
	Realiza copias de seguridad de la información o documentación que considere relevante y sabe utilizar espacios de almacenamiento externo con ese fin.
M (Medio)	Utiliza medios digitales sociales para marcar y organizar recursos con fines didácticos.
A (Avanzado)	Organiza una estrategia social, conectado a expertos, compañeros y alumnos a través de medios digitales, con métodos adecuados para organizar, almacenar y recuperar información para su uso educativo.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

2.2.2. Área 2: Comunicación

Comunicarse en entornos digitales, compartir recursos por medio de herramientas en red, conectar con otros y colaborar mediante herramientas digitales, interaccionar y participar en comunidades y redes educativas.

- Competencia: Interacción a través de medios digitales

Interaccionar por medio de diversos dispositivos y aplicaciones digitales, entender cómo se distribuye, presenta y gestiona la comunicación digital, comprender el uso adecuado de las distintas formas de comunicación a través de medios digitales, contemplar diferentes formatos de comunicación, adaptar estrategias y modos de comunicación a destinatarios específicos.

Tabla 4.11: Caracterización de la competencia digital: Área 2:
Comunicación – Competencia: Interacción a través de medios digitales

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Conoce diferentes tipos de software para comunicarse, los dispositivos adecuados para ello y los utiliza adecuadamente en función de la finalidad y la audiencia a la que se dirige.
M (Medio)	Conoce y utiliza entornos de trabajo digitales para la comunicación con su alumnado, otros docentes y la comunidad educativa en general.
	Organiza, gestiona y evalúa actividades de interacción en medios digitales y participa con información acompañada de imágenes, enlaces y vídeos.
A (Avanzado)	Participa activamente en la comunicación en línea y gestiona grupos o comunidades virtuales de interés educativo.
	Es capaz de organizar y moderar sesiones virtuales sobre asuntos de interés para su comunidad educativa.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Compartir información y contenidos

Compartir la ubicación de la información y de los contenidos encontrados, estar dispuesto y ser capaz de compartir conocimiento, contenidos y recursos educativos, actuar como intermediario/a, ser proactivo/a en la difusión de noticias, contenidos y recursos, conocer las prácticas de citación y referencias e integrar nueva información en el conjunto de conocimientos existentes.

Tabla 4.12: Caracterización de la competencia digital: Área 2:
Comunicación – Competencia: Compartir información y contenidos

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	<i>Comparte contenidos y recursos educativos de distinto formato en entornos de trabajo virtuales, respetando las prácticas de citación y referencia.</i>
M (Medio)	<i>Selecciona y comunica noticias, contenidos y recursos educativos encontrados en diferentes medios sociales y comunidades virtuales.</i>
A (Avanzado)	<i>Contribuye a que se comparta información y contenidos en la comunidad educativa, integrando la nueva información en el conjunto de conocimientos existentes.</i>

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Participación ciudadana en línea

Implicarse con la sociedad mediante la participación en línea, buscar oportunidades tecnológicas para el empoderamiento y el auto-desarrollo en cuanto a las tecnologías y a los entornos digitales, ser consciente del potencial de la tecnología para la participación ciudadana.

Tabla 4.13: Caracterización de la competencia digital: Área 2:
Comunicación – Competencia: Participación ciudadana en línea

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Conoce espacios y servicios de participación en red en los que interviene de forma esporádica.
M (Medio)	Localiza y selecciona servicios de participación en red en función de su utilidad educativa y fomenta la participación del alumnado.
	Participa activamente en comunidades virtuales y redes sociales con fines de actualización y desarrollo profesional.
A (Avanzado)	Fomenta que la comunidad educativa sea consciente del potencial de la tecnología para la participación ciudadana mediante el desarrollo de proyectos y actividades en red.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Colaboración mediante medios digitales

Utilizar medios digitales para el trabajo en equipo, para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimientos y contenidos.

Tabla 4.14: Caracterización de la competencia digital: Área 2:
Comunicación – Competencia: Colaboración mediante medios digitales

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Utiliza los medios digitales para colaborar con otros en el desarrollo de sus tareas educativas.
	Conoce estrategias de comunicación para compartir experiencias y recursos.
M (Medio)	Utiliza diversos medios digitales para elaborar recursos y conocimiento en colaboración con otros docentes o con su alumnado.
	Promueve, crea, organiza y participa activamente en proyectos colaborativos en Red.
A (Avanzado)	Organiza una estrategia común de uso de redes sociales y medios digitales para la colaboración en la comunidad educativa.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Netiqueta

Conocer y respetar las normas de conducta en interacciones en línea o virtuales, reconocer la diversidad cultural, ser capaz de protegerse a sí mismo y a otros de posibles peligros en línea (por ejemplo, el ciberacoso), desarrollar estrategias activas para la identificación de las conductas inadecuadas.

Tabla 4.15: Caracterización de la competencia digital: Área 2:
Comunicación – Competencia: Netiqueta

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Conoce las normas básicas de comportamiento y las disposiciones legales en la comunicación en medios digitales y las practica con el alumnado.
M (Medio)	Enseña al alumnado a reconocer la diversidad cultural y el comportamiento adecuado en diversos contextos digitales en función de la audiencia a la que va dirigido.
A (Avanzado)	Desarrolla estrategias para detectar comportamientos no adecuados y elabora protocolos de actuación.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Gestión de la identidad digital

Crear, adaptar y gestionar la identidad digital, ser capaz de proteger la propia reputación digital y de gestionar los datos generados a través de las diversas cuentas y aplicaciones utilizadas.

Tabla 4.16: Caracterización de la competencia digital: Área 2:
Comunicación – Competencia: Gestión de la identidad digital

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Sabe que los datos que aporta en el uso de medios digitales conforman su identidad digital y valora la importancia de gestionarla de forma adecuada.
M (Medio)	Contribuye a que el alumnado aprenda a gestionar su identidad digital. Actualiza su perfil profesional docente reflejando las tareas educativas que desarrolla y los recursos que comparte en la Red.
A (Avanzado)	Gestiona perfiles personales e institucionales de forma eficaz con las herramientas adecuadas, para trabajar de forma colaborativa en distintas redes sociales con la comunidad educativa.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

2.2.3. Área 3: Creación de contenido

Crear y editar contenidos nuevos (textos, imágenes, vídeos...), integrar y reelaborar conocimientos y contenidos previos, realizar producciones artísticas, contenidos multimedia y programación informática saber aplicar los derechos de propiedad intelectual y las licencias de uso.

- Competencia: Desarrollo de contenidos

Crear contenidos en diferentes formatos, incluyendo contenidos multimedia, editar y mejorar el contenido de creación propia o ajena, expresarse creativamente a través de los medios digitales.

Tabla 4.17: Caracterización de la competencia digital: Área 3: Creación de contenido – Competencia: Desarrollo de contenidos

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Crea materiales educativos digitales sencillos (texto, imágenes, tablas) y los comparte en red.
M (Medio)	Crea y gestiona espacios web donde publica contenidos educativos multimedia adaptados a las necesidades de aprendizaje del alumnado.
A (Avanzado)	Usa una amplia variedad de medios con los que crea y edita contenidos educativos digitales de forma creativa e innovadora.
	Facilita el desarrollo de proyectos con otros docentes que implican la creación de contenidos digitales, la formación, la innovación sobre metodologías y el trabajo en entornos virtuales de aprendizaje y enseñanza.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Integración y reestructuración

Modificar, perfeccionar y combinar los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante para facilitar la enseñanza y el aprendizaje.

Tabla 4.18: Caracterización de la competencia digital: Área 3: Creación de contenido – Competencia: Integración y reestructuración

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Sabe usar un editor digital para modificar contenidos educativos propios y de otros que ha recopilado previamente mediante el uso de diversos dispositivos.
M (Medio)	Integra, combina y reelabora contenidos digitales y los convierte en contenido digital nuevo y creativo, licenciándolos adecuadamente.
	Colabora y contribuye a la reutilización creativa de contenidos digitales en comunidades virtuales de enseñanza y aprendizaje.
A (Avanzado)	Utiliza una amplia gama de recursos para combinar y reutilizar contenidos educativos digitales y emplea entornos de colaboración para fomentar su uso colectivo.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Derechos de autor y licencias

Conocer y aplicar los derechos de autor y las licencias para el uso de información y contenidos.

Tabla 4.19: Caracterización de la competencia digital: Área 3: Creación de contenido – Competencia: Derechos de autor y licencias

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Conoce y respeta la normativa sobre derechos de autor y los diferentes tipos de licencias cuando usa materiales educativos.
M (Medio)	Conoce la regulación aplicable al uso en línea de materiales educativos y sabe cómo licenciar su propia producción digital.
A (Avanzado)	Aplica el marco legal en relación con los derechos de autor en la instalación y el mantenimiento de medios digitales.
	Difunde y promueve licencias en abierto en comunidad educativa.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Programación

Realizar modificaciones en programas informáticos, aplicaciones, configuraciones, programas, dispositivos, entender los principios de la programación, comprender qué hay detrás de un programa.

Tabla 4.20: Caracterización de la competencia digital: Área 3: Creación de contenido – Competencia: Programación

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Modifica la configuración básica de medios digitales para las necesidades de su trabajo como docente.
M (Medio)	Modifica las funciones avanzadas de medios digitales en relación con las necesidades de su trabajo como docente.
A (Avanzado)	Modifica eficazmente el código fuente de medios digitales y programa en entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje.
	Crea canales de comunicación virtual y los programa de forma adecuada para el desarrollo de proyectos educativos.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

2.2.4. Área 4: Seguridad

Protección de información y datos personales, protección de la identidad digital, medidas de seguridad, uso responsable y seguro.

- Competencia: Protección de dispositivo

Proteger los dispositivos propios, entender los riesgos y amenazas en la Red y conocer medidas de protección y seguridad.

Tabla 4.21: Caracterización de la competencia digital: Área 4: Seguridad – Competencia: Protección de dispositivo

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Realiza las operaciones básicas de mantenimiento y protección de los dispositivos que utiliza: actualizaciones de sistemas, programas y contraseñas de acceso.
M (Medio)	Realiza operaciones frecuentes de actualización y protección de los dispositivos que usa, es consciente de los riesgos de los entornos digitales y orienta al alumnado para que adopte comportamientos seguros.
A (Avanzado)	Organiza una estrategia metódica y constante de protección de diversos dispositivos.
	Actualiza de forma continua su conocimiento sobre riesgos en medios digitales y conoce espacios en red donde consultar problemas de seguridad y poder solucionarlos.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Protección de datos personales e identidad digital

Entender los términos habituales de uso de los programas y servicios digitales, proteger activamente los datos personales, respetar la privacidad de los demás, protegerse a sí mismo de amenazas, fraudes y ciberacoso.

Tabla 4.22: Caracterización de la competencia digital: Área 4: Seguridad – Competencia: Protección de datos personales e identidad digital

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Comprende la política de privacidad de los entornos digitales que utiliza y sabe cómo proteger datos personales sensibles.
M (Medio)	Sabe cómo se recogen y utilizan sus datos privados y es consciente de su huella digital.
	Mantiene una actitud activa en la gestión y protección de su propia identidad digital y la de su alumnado.
A (Avanzado)	Conoce la legislación existente sobre protección de datos, revisa con frecuencia la configuración de la política de privacidad de los entornos digitales que usa y sabe actuar sobre su huella digital si se ve afectada por terceros.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Protección de la salud

Evitar riesgos para la salud relacionados con el uso de la tecnología en cuanto a amenazas para la integridad física y el bienestar psicológico.

Tabla 4.23: Caracterización de la competencia digital: Área 4: Seguridad – Competencia: Protección de la salud

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Conoce, detecta y sabe cómo evitar los riesgos generales para la salud física y el bienestar psicológico del mal uso de los medios digitales.
M (Medio)	Conoce y aplica protocolos de prevención de situaciones conflictivas de carácter social y psicológico en el uso de medios digitales.
A (Avanzado)	Crea estrategias de prevención del mal uso de entornos y dispositivos digitales.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Protección del entorno

Tener en cuenta el impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación sobre el medio ambiente.

Tabla 4.24: Caracterización de la competencia digital: Área 4: Seguridad – Competencia: Protección del entorno

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Sabe cómo reducir el consumo energético en el uso de dispositivos digitales y dispone de información sobre los problemas medioambientales asociados a su fabricación, uso y desecho.
M (Medio)	Tiene opiniones informadas sobre los aspectos positivos y negativos del uso de la tecnología sobre el medio ambiente y sabe optimizar la utilización de los dispositivos.
A (Avanzado)	Organiza estrategias de uso eficiente de dispositivos digitales y toma decisiones de compra y desecho adecuadas de acuerdo a las actividades educativas que realiza con ellos.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

2.2.5. Área 5: Resolución de problemas

Identificar necesidades de uso de recursos digitales, tomar decisiones informadas sobre las herramientas digitales más apropiadas según el propósito o la necesidad, resolver problemas conceptuales a través de medios digitales, usar las tecnologías de forma creativa, resolver problemas técnicos, actualizar su propia competencia y la de otros.

- Competencia: Resolución de problemas técnicos

Identificar posibles problemas técnicos y resolverlos (desde la solución de problemas básicos hasta la solución de problemas más complejos).

Tabla 4.25: Caracterización de la competencia digital: Área 5: Resolución de problemas – Competencia: Resolución de problemas técnicos

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Conoce las características de los dispositivos, herramientas, entornos y servicios digitales que utiliza de forma habitual en su trabajo como docente y es capaz de identificar un problema técnico explicando con claridad en qué consiste el mal funcionamiento.
M (Medio)	Resuelve problemas técnicos no complejos relacionados con dispositivos y entornos digitales habituales en sus tareas profesionales con la ayuda de un manual o información técnica disponible.
A (Avanzado)	Tiene un conocimiento suficientemente avanzado de las características de dispositivos, herramientas y entornos digitales que utiliza para poder resolver de forma autónoma los problemas técnicos cuando surgen.
	Ayuda a otros miembros de la comunidad educativa y colabora con ellos en la solución de problemas técnicos en el uso habitual de dispositivos, herramientas y entornos digitales. Utiliza espacios de aprendizaje colaborativo y participa en comunidades para encontrar soluciones a problemas técnicos.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Identificación de necesidades y respuestas tecnológicas

Analizar las propias necesidades en términos tanto de uso de recursos, herramientas como de desarrollo competencial, asignar posibles soluciones a las necesidades detectadas, adaptar las herramientas a las necesidades personales y evaluar de forma crítica las posibles soluciones y las herramientas digitales.

Tabla 4.26: Caracterización de la competencia digital: Área 5: Resolución de problemas – Competencia: Identificación de necesidades y respuestas tecnológicas

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Sabe buscar y seleccionar herramientas y recursos digitales para atender necesidades de aprendizaje y resolver tareas relacionadas con el trabajo docente habitual.
	Es capaz de localizar y utilizar entornos virtuales de aprendizaje y seguir cursos en red para su formación docente.
M (Medio)	Puede evaluar con sentido crítico las diferentes posibilidades que los entornos, herramientas y servicios digitales ofrecen para resolver tareas relacionadas con el trabajo docente y seleccionar la solución más adecuada a las necesidades de cada momento.
A (Avanzado)	Crea repositorios digitales propios que mantiene actualizados y usa de forma habitual para atender las necesidades que identifica en su trabajo y desarrollo profesional docente.
	Participa en comunidades virtuales de aprendizaje en las que se identifican necesidades relacionadas con el trabajo docente y se proponen soluciones tecnológicas que difunde entre los miembros de la comunidad educativa.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Innovación y uso de la tecnología de forma creativa

Innovar utilizando la tecnología, participar activamente en producciones colaborativas multimedia y digitales, expresarse de forma creativa a través de medios digitales y de tecnologías, generar conocimiento y resolver problemas conceptuales con el apoyo de herramientas digitales.

Tabla 4.27: Caracterización de la competencia digital: Área 5: Resolución de problemas – Competencia: Innovación y uso de la tecnología de forma creativa

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Utiliza las tecnologías en su labor profesional habitual para buscar soluciones alternativas e innovadoras que faciliten las tareas de aprendizaje.
M (Medio)	Utiliza las tecnologías para analizar necesidades en su labor diaria, gestionar soluciones innovadoras y participar en proyectos creativos, adaptando y complementando de forma dinámica los medios digitales que ofrece su organización para sus tareas docentes.
A (Avanzado)	Conoce una amplia gama de formas creativas e innovadoras de utilizar las tecnologías para su aplicación en la labor docente y la actualiza de forma creativa de acuerdo con la evolución de los medios digitales y las necesidades de aprendizaje.
	Participa activamente en comunidades profesionales de práctica que comparten iniciativas creativas e innovadoras de uso educativo de los medios digitales, difundiendo además las mejores prácticas e iniciativas en la comunidad educativa.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

- Competencia: Identificación de lagunas en la competencia digital

Comprender las necesidades de mejora y actualización de la propia competencia, apoyar a otros en el desarrollo de sus propia competencia digital, estar al corriente de los nuevos desarrollos.

Tabla 4.28: Caracterización de la competencia digital: Área 5: Resolución de problemas – Competencia: Identificación de lagunas en la comp. digital

Nivel	Descriptor
I (Inicial)	Identifica las carencias del alumnado en el uso de medios digitales con fines de aprendizaje así como las propias en su desarrollo profesional docente.
M (Medio)	Busca, explora y experimenta con tecnologías digitales emergentes que le ayudan a mantenerse actualizado y a cubrir posibles lagunas en la competencia digital necesaria para su labor docente y desarrollo profesional.
A (Avanzado)	Organiza su propio sistema de actualización y aprendizaje, realiza cambios y adaptaciones metodológicas para la mejora continua del uso educativo de los medios digitales, que comparte con su comunidad educativa, apoyando a otros en el desarrollo de su competencia digital.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013)

2.3. El Marco Común de Competencia Digital Docente (2017)

En el 2006, debido a que las necesidades de los docentes han evolucionado en estos casi cuatro años, se actualiza el proyecto de “Marco Común de Competencia Digital” (INTEF, 2017). Recordemos que este proyecto se inició al amparo del Plan de Cultura Digital del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte en 2012.

Según este informe:

La formación TIC que en general se ha proporcionado ha estado principalmente centrada en los aspectos más instrumentales de la tecnología y no tanto en el uso real de los nuevos medios y recursos digitales en el aula o su función en el desarrollo profesional docente, la actualización continua y la generación de comunidades virtuales de aprendizaje y colaboración profesional en la utilización de los recursos educativos.

En esta nueva versión se mantienen las 5 áreas competenciales pero se incluyen cambios significativos en todas ellas. Se mantienen el número de competencias (21) pero se amplían sus definiciones. Los niveles Inicial, Medio y Avanzado de cada una de las competencias pasan a denominarse, como en el proyecto DIGCOMP, Básico, Intermedio y Avanzado. Y además, estos niveles competencias pasan de 3 a 6, es decir, el nivel básico (A) se subdivide en A1 y A2, el nivel intermedio (B) se subdivide en B1 y B2 y el nivel avanzado (C) se subdivide en C1 y C2.

A continuación, mostramos unas tablas comparativas de los dos marcos con cada una de las áreas y sus competencias asociadas.

- Comparativa Área 1: Marco Común de Competencia Digital (2013) vs Marco Común de Competencia Digital (2017):

Tabla 4.29: Comparativa Marco Común de Competencia Digital (2013) vs Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017): Área 1

	Marco Común de Competencia digital (2013)	Marco Común de Competencia digital (2017)
Área 1	1. Información	1. Información y alfabetización informacional
Competencias	1.1. Navegación, búsqueda y filtrado de la información	1.1. Navegación, búsqueda y filtrado de información, datos y contenidos digitales
	1.2. Evaluación de información	1.2. Evaluación de información, datos, contenidos digitales
	1.3. Almacenamiento y comunicación	1.3. Almacenamiento y recuperación de información, datos y contenidos digitales

Fuente: Elaboración propia

- Comparativa Área 2: Marco Común de Competencia Digital (2013) vs Marco Común de Competencia Digital (2017):

Tabla 4.30: Comparativa Marco Común de Competencia Digital (2013) vs Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017): Área 2

	Marco Común de Competencia digital (2013)	Marco Común de Competencia digital (2017)
Área 2	2. Comunicación	2. Comunicación y colaboración
Competencias	2.1. Interacción a través de medios digitales	2.1. Interacción mediante las tecnologías digitales
	2.2. Compartir información y contenidos	2.2. Compartir información y contenidos digitales
	2.3. Participación ciudadana en línea	2.3. Participación ciudadana en línea
	2.4. Colaborar mediante medios digitales	2.4. Colaboración mediante canales digitales
	2.5. Netiqueta	2.5. Netiqueta
	2.6. Gestión de la identidad digital	2.6. Gestión de la identidad digital

Fuente: Elaboración propia

- Comparativa Área 3: Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2013) vs Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017):

Tabla 4.31: Comparativa Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2013) vs Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017): Área 3

	Marco Común de Competencia digital (2013)	Marco Común de Competencia digital (2017)
Área 3	3. Creación de contenidos	3. Creación de contenidos digitales
Competencias	3.1. Desarrollo de contenidos	3.1. Desarrollo de contenidos digitales
	3.2. Integración y reestructuración	3.2. Integración y reelaboración de contenidos digitales
	3.3. Derechos de autor y licencias	3.3. Derechos de autor y licencias
	3.4. Programación	3.4. Programación

Fuente: Elaboración propia

- Comparativa Área 4: Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2013) vs Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017):

Tabla 4.32: Comparativa Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2013) vs Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017): Área 4

	Marco Común de Competencia digital (2013)	Marco Común de Competencia digital (2017)
Área 4	4. Seguridad	4. Seguridad
Competencias	4.1. Protección de dispositivos	4.1. Protección de dispositivos
	4.2. Protección de datos personales e identidad digital	4.2. Protección de datos personales e identidad digital
	4.3. Protección de la salud	4.3. Protección de la salud
	4.4. Protección del entorno	4.4. Protección del entorno

Fuente: Elaboración propia

- Comparativa Área 5: Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2013) vs Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017):

Tabla 4.33: Comparativa Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2013) vs Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017): Área 5

	Marco Común de Competencia digital (2013)	Marco Común de Competencia digital (2017)
Área 5	5. Resolución de problemas	5. Resolución de problemas
Competencias	5.1. Resolución de problemas técnicos	5.1. Resolución de problemas técnicos
	5.2. Identificación de necesidades y respuestas tecnológicas	5.2. Identificación de necesidades y respuestas tecnológicas
	5.3. Innovación y uso de la tecnología digital de forma creativa	5.3. Innovación y uso de la tecnología digital de forma creativa
	5.4. Identificación de lagunas en la competencia digital	5.4. Identificación de lagunas en la competencia digital

Fuente: Elaboración propia

A modo de ejemplo, incluimos los descriptores de todos los niveles competencias de una de las competencias del Área 1: Información y alfabetización informacional, la competencia: Navegación, búsqueda y filtrado de información, datos y contenidos digitales.

Tabla 4.34: Caracterización de la competencia digital: Área 1: Información – Competencia: Navegación, búsqueda y filtrado de información, datos y contenidos digitales.

Área 1		Información y alfabetización informacional			
Identificar, localizar, obtener, almacenar, organizar y analizar información digital, datos y contenidos digitales, evaluando su finalidad y relevancia para las tareas docentes.					
Competencia		Navegación, búsqueda y filtrado de información, datos y contenidos digitales			
<i>Buscar información, datos y contenidos digitales en red y acceder a ellos, expresar de manera organizada las necesidades de información, encontrar información relevante para las tareas docentes, seleccionar recursos educativos de forma eficaz, gestionar distintas fuentes de información, crear estrategias personales de información.</i>					
Nivel A		Nivel B		Nivel C	
Sabe que la red es una fuente de recursos para la docencia y recurre a ella para buscar información, datos, contenidos digitales. Sabe que los resultados de las búsquedas son distintos en función de los buscadores.		Sabe navegar por Internet para localizar información y recursos educativos digitales en diferentes formatos de fuentes de información dinámicas y de interés para su labor docente. Sabe expresar de manera organizada sus necesidades de información y sabe seleccionar la información más adecuada de toda la que encuentra, así como recursos que adapta para uso educativo.		Sabe usar herramientas de búsqueda avanzada, así como filtros para encontrar información y recursos apropiados a sus necesidades docentes. Es capaz de diseñar una estrategia personalizada de búsqueda y filtrado de la información, los datos y los recursos digitales para la actualización continua de recursos, buenas prácticas y tendencias educativas.	
A1	A2	B1	B2	C1	C2
Entiendo que la red es una buena fuente de información y recorro a ella para buscar cualquier recurso educativo.	Utilizo Internet para buscar información, recursos y herramientas de carácter profesional docente.	Utilizo herramientas para marcar y etiquetar información relevante para mi labor docente.	Utilizo herramientas de filtrado para seleccionar diferentes tipos de recursos y encontrar información en diferentes dispositivos y medios digitales que luego adapto para mi aula.	Uso con frecuencia herramientas de búsqueda avanzada y filtros para encontrar información y recursos docentes en distintos formatos para ponerlos en práctica en mi aula.	Sé diseñar y aplico una estrategia personalizada de búsqueda y filtrado de la información para la actualización de recursos, buenas prácticas y tendencias educativas.

Capítulo 4: La evolución de la definición de competencia digital

Uso el correo electrónico para obtener información relativa a mi centro educativo.	Comparto información y recursos con mis compañeros del centro por correo electrónico incorporando enlaces o adjuntando archivos en diferentes formatos.	Sé los sitios webs donde encontrar información docente de utilidad, y a veces busco y exploro para encontrar nuevos portales.	Sé usar canales RSS y suscripciones para acceder de forma más sencilla a la información, así como gestionar esos flujos de información para mi actualización docente.	Identifico recursos en la red para incorporarlos a mi actividad docente, y elaboro un PLE personal con los mejores portales que conozco para acceder más fácilmente a la información que me interesa para mi profesión docente.	Elaboro y participo en una red de contactos con otros docentes para intercambiar recursos e información de utilidad en la práctica docente.
Sé que existen diferentes tipos de buscadores y webs donde encontrar recursos educativos.	Consulto el tablón de anuncios y novedades en la web o blog del centro.	Sé navegar por Internet para localizar información y recursos docentes en diferentes formatos y fuentes de información.	Navego por Internet y comparto los recursos e información docente relevante con mis compañeros de centro.	En clase usamos herramientas para encontrar y filtrar el flujo de información en Internet.	Selecciono y adapto los distintos recursos e información que encuentro a las necesidades de mi alumnado y al currículo.
Entiendo que en Internet se puede encontrar mucha información y recursos para el aula y accedo a portales web recomendados.	Navego en la web accediendo de un enlace a otro buscando recursos de diferentes características.	Cuando pido al alumnado que busque información en Internet, le recomiendo sitios donde buscar (buscadores, repositorios, webs especializadas, etc.)	Soy capaz de modificar la búsqueda de información en función de los resultados, modificando las estrategias y las variables de búsqueda hasta obtener los resultados que necesito para mi actividad docente.	Analizo la información y recursos que encuentro en Internet para filtrarlos según la fuente, el origen, las licencias de autor y la finalidad para mi labor docente.	Identifico no solo recursos sino también buenas prácticas en la red para incorporarlas a mi actividad profesional diaria.
Sé buscar la información que necesito en la bandeja de entrada de mi correo electrónico.	Uso palabras clave en diferentes buscadores y portales para acceder a la información.	Busco información utilizando palabras clave que limiten la cantidad de resultados.	Introduzco vocabulario específico, a veces en inglés, y combinaciones de vocabulario y símbolos para encontrar información relevante en mi práctica docente en las diferentes herramientas de búsqueda.	En Internet encuentro siempre lo que necesito a través de buscadores, filtros y participando en comunidades docentes.	Busco y filtro información, recursos y experiencias educativas de utilidad en las comunidades docentes en las que participo.

Fuente: Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2017)

3. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN 1 (O1)

La competencia digital tanto en ciudadanos, alumnos y profesores está estrechamente relacionada. Por un lado, cualquier ciudadano habrá pasado por una etapa educativa en la que el currículum de secundaria habrá sido evaluado por competencias. Por otro, los alumnos de secundaria habrán crecido en un contexto educativo en el que el desarrollo de estas competencias es un imperativo curricular y, por último, si el profesor de secundaria es competente digitalmente y las aplica en su día a día en el aula, los alumnos, en cierta manera, también ampliarán y mejorarán su competencia digital.

En nuestra propuesta unimos los planteamientos de Font, Giménez, Zorrilla, Larios, Dehesa, Aubanell y Benseny (2012) centrados en objetivos de aprendizaje que parten de estudiar los procesos matemáticos que entren en juego, con la que se presenta en el Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013; INTEF, 2017). En ambas propuestas consideramos que debemos añadir descriptores específicos que estén relacionados con las materias y su didáctica -que se imparten en las diferentes etapas educativas-, en nuestro caso, en la matemática y su didáctica. Esta caracterización se describe para justificar la propuesta de rúbrica final que aparece en el capítulo 6 en la que se incluyen tres niveles de futuro docente y varios descriptores por nivel.

CAPÍTULO 5

METODOLOGÍA

Resumen

En este capítulo se explica la propuesta metodológica que ha guiado esta investigación. Para ello, en el primer apartado se expone el contexto institucional: el máster de formación del profesorado de secundaria de matemáticas. A partir de esta información podemos analizar en qué grado contribuyen las diferentes asignaturas en el desarrollo de la competencia digital y podemos dar respuesta al segundo objetivo de la investigación. En el segundo apartado se describen los dos estudios de caso realizados y las diferentes fases de la investigación llevadas a cabo.

1. CONTEXTO INSTITUCIONAL DE LA INVESTIGACIÓN

Dado que el contexto institucional donde se ha realizado la investigación es:

- El Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas en la especialidad de Matemáticas de la Universitat de Barcelona (MFPSM).
- El Máster Interuniversitario de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas en la especialidad de Matemáticas (MIFPSM).

en este apartado se estudia, para cada uno de estos dos másteres, cómo se contempla la competencia digital en el currículo, memoria de verificación, planes y guías docentes y en las tareas y documentos del campus virtual de cada asignatura. De esta manera, se da respuesta al segundo objetivo de esta investigación: “Analizar en qué grado contribuyen las diferentes asignaturas del máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria de Matemáticas en el desarrollo de la competencia digital”.

1.1. El Espacio Europeo de Educación Superior

Según las recomendaciones de la Declaración de Bolonia, los estudios universitarios europeos deben confluír para lograr que estudiantes, docentes e investigadores gocen de una movilidad plena, sin fronteras, y para que en Europa se dé una convergencia real y efectiva de sus titulaciones universitarias. Los nuevos títulos que se impartieron a partir del curso 2010-2011, sustituyen a las diplomaturas y licenciaturas anteriores.

El espíritu que subyace en esta reforma universitaria es el de la integración de contenidos y competencias, donde el trabajo del estudiante pasa a ocupar el centro de atención y se mide por créditos ECTS (cada crédito computa como 25 horas de trabajo del alumno), y donde los resultados no se evalúan sólo por lo que el estudiante sepa (conocimientos), sino también por lo que sepa hacer (competencias y destrezas).

Asimismo, los nuevos títulos se estructuran en tres ciclos: grado (240 créditos ECTS en cuatro años), máster (60, 90 ó 120 créditos en uno o dos años) y doctorado. El grado es un título generalista que faculta al estudiante para su inserción en el mercado laboral; el segundo un título más especializado que pueda también iniciarle en la investigación; y el tercero un título plenamente encaminado a la investigación. Aunque en estos momentos se está estudiando pasar a un modelo 3+2 donde el grado sea de 3 años y el máster de 2, los dos masters considerados en esta memoria corresponden al modelo 4+1.

Estas son, en síntesis, las líneas maestras que definen el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES): la convergencia universitaria con Europa; la movilidad plena de estudiantes, profesores e investigadores universitarios y su adaptación a unos nuevos métodos docentes y discentes.

A continuación comentaremos el currículo, memoria de verificación, planes y guías docentes y en las tareas y documentos del campus virtual de cada asignatura de los dos másteres que se han contemplado en esta investigación.

1.2. Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona

Las directrices del máster que habilita para el ejercicio de la profesión de Profesor de Educación Secundaria establecen que la duración sea de 60 créditos ECTS (sistema europeo de transferencia y acumulación de créditos) que se imparten durante un año. El máster de la Universitat de Barcelona constaba de un único curso de 60 créditos ECTS distribuidos en

tres módulos (genérico, específico y prácticum) que coincidían, en su conjunto, con los módulos indicados en la Orden Ministerial que regula el máster (España.Ministerio de Educación, 2007).

Con carácter general, las enseñanzas tenían que ser presenciales, al menos, en el 80 % de los créditos totales del máster, incluido necesariamente el Prácticum. Las directrices del máster prescribían la realización del Prácticum en colaboración con las instituciones educativas establecidas mediante convenios entre Universidades y Administraciones Educativas. Las instituciones educativas participantes en la realización del Prácticum eran reconocidas como centros de prácticas, así como los tutores encargados de la orientación y tutela de los estudiantes.

A continuación se explica la concreción de las directrices curriculares en el plan de estudios del Máster de Formación del Profesorado de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona que se ha impartido en la Universitat de Barcelona durante los curso 2009-2010, 2010-2011, 2011-2012 y 2012-2013. Este máster estaba estructurado en los siguientes módulos, materias y asignaturas que sumaban un total de 60 créditos ECTS:

- Módulo genérico: 15 créditos:
 - Aprendizaje y desarrollo de la personalidad
Aprendizaje y desarrollo de la personalidad (5 créditos)
 - Procesos y contextos educativos
Contexto de la Educación Secundaria. Sistemas, modelos y estrategias (2,5 créditos)
Tutoría y orientación (2,5 créditos)
 - Sociedad, familia y educación
Sociología de la Educación Secundaria (5 créditos)
- Módulo específico: 25 créditos
 - Complementos para la formación matemática
Complementos históricos, metodológicos y de aplicación de los contenidos de Matemáticas (7,5 créditos)

- Taller de resolución de problemas y modelización (2,5 créditos)
- Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas
 - Didáctica de las matemáticas de la ESO y del Bachillerato (5 créditos)
 - Recursos y materiales educativos para la actividad matemática (5 créditos)
 - Competencias matemáticas y evaluación (2,5 créditos)
- Innovación docente e iniciación a la investigación educativa
 - Innovación e investigación sobre la propia práctica (2,5 créditos)
- Módulo de Prácticum: 20 créditos
 - Prácticum en la especialidad
 - Prácticum I (5 créditos)
 - Prácticum II (10 créditos)
 - Trabajo Final de Máster
 - Trabajo Final de Máster (5 créditos)

1.2.1. La Competencia Digital en el MFPSM de la Universitat de Barcelona

Según la Orden Ministerial que regula el máster de formación del profesorado de secundaria (España. Ministerio de Educación, 2007), se proponían conseguir con este máster 11 objetivos de tipo competencial, principalmente de carácter profesionalizador. A continuación siguen, a modo de ejemplo, tres de ellos:

- Conocer los contenidos curriculares de las materias relativas a la especialización docente correspondiente, así como el cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje respectivos.
- Concretar el currículo que se vaya a implantar en un centro docente participando en la planificación colectiva del mismo.

- Diseñar y realizar actividades formales y no formales que contribuyan a hacer del centro un lugar de participación y cultura en el entorno donde esté ubicado; desarrollar las funciones de tutoría y de orientación de los estudiantes de manera colaborativa y coordinada; participar en la evaluación, investigación y la innovación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Las competencias de este máster se estructuran en términos de competencias profesionales genéricas y específicas (matemáticas y su didáctica en nuestro caso). Entre las 11 competencias que los alumnos deben adquirir en este máster, la número 3 se relaciona con la competencia digital:

Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada. (España. Ministerio de Educación, 2007. ORDEN ECI/3858/2007, p. 53751)

En este mismo decreto estas competencias se agrupan en 7 que se distribuyen entre el módulo genérico, el específico y el Prácticum. Entre las competencias asignadas al módulo específico se halla una competencia que se relaciona de forma directa con la competencia digital:

Conocer los desarrollos teórico-prácticos de la enseñanza y el aprendizaje de las materias correspondientes. Transformar los currículos en programas de actividades y de trabajo. Adquirir criterios de selección y elaboración de materiales educativos. Fomentar un clima que facilite el aprendizaje y ponga en valor las aportaciones de los estudiantes. Integrar la formación en comunicación audiovisual y multimedia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Conocer estrategias y técnicas de evaluación y entender la evaluación como un instrumento de regulación y estímulo al esfuerzo. (España. Ministerio de Educación, 2007. ORDEN ECI/3858/2007, p. 53753)

Dado que la memoria de verificación de la especialidad de matemáticas era conjunta con otras especialidades, los documentos de referencia principales para analizar cómo se desarrollaba y evaluaba la competencia digital han sido los planes docentes de las diferentes asignaturas.

En los planes docentes de las asignaturas del MFPSM de la Universitat de Barcelona se indicaba qué competencias debían ser desarrolladas y evaluadas en las diferentes asignaturas. En el caso de la competencia

digital, las asignaturas implicadas directamente eran: Recursos y materiales educativos para la actividad matemática, Competencias matemáticas y evaluación, Didáctica de las matemáticas en ESO y Bachillerato y en los talleres de la asignatura Fundamentos históricos, metodológicos y de aplicación de los contenidos de Matemáticas.

En los planes de docentes de dichas asignaturas encontramos las siguientes referencias a la competencia digital, bien sea en las competencias, en los resultados de aprendizaje o en los bloques temáticos:

Contribución de la asignatura: Recursos y materiales educativos para la actividad matemática

Competencias:

- Desarrollar los contenidos del currículum mediante recursos didácticos adecuados (materiales manipulativos, audiovisual, TIC...) atendiendo a criterios de diversidad y teniendo en cuenta las dificultades del aprendizaje matemático.
- Identificar y aplicar las ventajas que pueden ofrecer las TAC para mejorar las metodologías docentes y, en definitiva, los procesos de aprendizaje.

Resultados de aprendizaje:

- Presentar y analizar recursos útiles para la enseñanza de los diversos bloques de contenidos del currículum de matemáticas de educación secundaria dedicando una atención especial a los recursos asociados a las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento (TAC).

Bloques temáticos:

Bloque III: Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC) aplicadas a la educación matemática

- Presentación de herramientas asociadas a las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) que son especialmente útiles para la enseñanza de las Matemáticas. Estas herramientas evolucionan muy rápidamente. En el momento actual se tratan algunas de las siguientes:
 - El programa GeoGebra.
 - La calculadora WIRIS.

- El programa: Scratch.
- Los recursos aportados por la propia red.
- La comunicación audiovisual y multimedia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Plataformas virtuales de trabajo colaborativo y a distancia: Moodle.

Contribución de la asignatura: Competencias matemáticas y evaluación

Competencias:

- Implementar metodologías docentes que aporten motivación y eficacia en el aprendizaje, y aplicar las ventajas que pueden ofrecer las TAC para mejorar las metodologías docentes y, en definitiva, los procesos de aprendizaje.

Resultados de aprendizaje:

- Presentar y analizar ejemplos de propuestas de evaluación y regulación de los aprendizajes con el uso de formas diversas, incluidas las TAC.

Contribución de la asignatura: Didáctica de las matemáticas

Resultados de aprendizaje:

- Desarrollar y evaluar los contenidos del currículum mediante recursos didácticos adecuados (materiales manipulativos, audiovisuales, TIC...), atendiendo a criterios de diversidad y teniendo en cuenta las dificultades de aprendizaje matemático.

Contribución de la asignatura: Fundamentos históricos, metodológicos y de aplicación de los contenidos de Matemáticas

Esta asignatura estaba dividida en tres bloques temáticos: Álgebra/Geometría, Análisis y Probabilidad/Estadística, y en cada uno de estos tres bloques se realizaban talleres prácticos.

Las referencias a la competencia digital aparecen en la descripción del trabajo a realizar en cada uno de los talleres. En cada uno de ellos se contemplaba el uso de las TIC a través de diferentes programas:

- En el Taller de Álgebra/Geometría se contemplaba el uso del GeoGebra.
- En el Taller de Análisis Infinitesimal se contemplaba el uso de un programa de generación de fractales.
- En el taller de Probabilidad/Estadística se contemplaba el uso de un paquete de software estadístico (programa R).

Las otras asignaturas si bien no hacían referencia explícita a la competencia digital en su plan de estudios, también contribuían a su desarrollo y evaluación. Por un lado, todas las asignaturas implicaban un uso de las TIC a nivel usuario. Además, en la asignatura de Didáctica de las matemáticas se realizaban actividades con applets, en el Prácticum había que incorporar en la secuencia de tareas, si era posible, el uso de las TIC, y, por último, en el TFM se debía reflexionar sobre el uso de las TIC y mejorar su incorporación en el rediseño de la secuencia para futuras implementaciones.

A continuación se incluye una serie de tablas con ejemplos de diferentes tareas de cada asignatura que contribuía al desarrollo de la competencia digital:

Tabla 5.1: Tareas de las asignaturas comunes que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Asignaturas comunes	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.					

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.2: Tareas de la asignatura competencias, matemáticas y evaluación que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Asignatura: Competencias, matemáticas y evaluación	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.					

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.3: Tareas de la asignatura didáctica de las matemáticas de la ESO y del Bachillerato que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Asignatura: Didáctica de las matemáticas de la ESO y del Bachillerato	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.	Utiliza programas específicos de matemáticas (como el GeoGebra) para resolver tareas matemáticas.				

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.4: Tareas de la asignatura recursos y materiales para la actividad matemática que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Asignatura: Recursos y materiales para la actividad matemática	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.	Applets				

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.5: Tareas de la asignatura innovación e investigación sobre la propia práctica que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Asignatura: Innovación e investigación sobre la propia práctica	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.		Planifica secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.		Reflexiona sobre secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.6: Tareas de la asignatura Prácticum que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Asignatura: Prácticum	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.			Planifica e implementa secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.		

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.7: Tareas de la asignatura TFM que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Asignatura: TFM	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.				Reflexiona sobre secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.	Rediseña secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.

Fuente: Elaboración propia

1.3. Máster Interuniversitario de Formación del Profesorado de Secundaria de Matemáticas

A continuación se explica la concreción de las directrices curriculares en el plan de estudios del Máster Interuniversitario de Formación del Profesorado de Secundaria de Matemáticas que se ha impartido en la Universitat Pompeu Fabra a partir del curso 2013-2014 (y se gestiona desde la Universitat Autònoma de Barcelona).

El máster consta de un único curso de 60 créditos ECTS distribuidos en seis módulos que coinciden, en su conjunto, con los módulos indicados en la Orden Ministerial que regula el máster (ECI/3858/2007 del 27 de diciembre). Estas enseñanzas se estructuran de acuerdo con las materias y ámbitos docentes de la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Son estudios presenciales, excepto el módulo de formación psicopedagógica que puede cursarse tanto en la modalidad presencial como virtual.

Este máster, a diferencia del máster de la Universitat de Barcelona comentado anteriormente, está estructurado en módulos que suman un total de 60 créditos ECTS de acuerdo con la siguiente distribución:

- Módulo 1: Formación psicopedagógica y social (12 créditos)
 - Bloque 1: Adolescencia, aprendizaje y diversidad (ámbito psicología) (4 créditos).
 - Bloque 2: Procesos y contextos educativos (ámbito de pedagogía) (5 créditos).
 - Bloque 3: Sociedad, familia y educación (ámbito de sociología) (3 créditos).
- Módulo 2: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (12 créditos)
 - Bloque 1: Números e iniciación al álgebra.
 - Bloque 2: Geometría y medida.
 - Bloque 3: Análisis.
 - Bloque 4: Estadística y probabilidad.
- Módulo 3: Complementos de formación en Matemáticas (10 créditos)
 - Bloque 1: Resolución de Problemas (4 créditos).
 - Bloque 2: Temas clave de matemáticas desde una perspectiva histórica (4 créditos).
 - Bloque 3: Modelización (2 créditos).
- Módulo 4: Innovación docente e iniciación a la investigación educativa (6 créditos)
 - Bloque 1: Recursos manipulativos y aprendizaje de las matemáticas.
 - Bloque 2: Las TAC y el aprendizaje de las matemáticas.
 - Bloque 3: Herramientas para analizar la calidad de propuestas didácticas.

- Bloque 4: Evaluación competencial y regulación de los aprendizajes.
- Modulo 5: Prácticum (14 créditos)
 - Prácticum I (2 créditos)
 - Prácticum II (12 créditos)
- Módulo 6: Trabajo de fin de máster (6 créditos)
 - Trabajo Final de Máster

1.3.1. La Competencia Digital en la memoria de verificación del Máster Interuniversitario de Formación del Profesorado de Secundaria de Matemáticas

Según la memoria de verificación, el Máster Interuniversitario de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas debe desarrollar un conjunto de competencias que se clasifican en: básicas, específicas y transversales.

De las competencias básicas, no hay ninguna directamente relacionada con la competencia digital.

Entre las específicas la CEM3 es la que se relaciona de forma más directa con la competencia digital:

Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada.

Entre las competencias generales o transversales la que se relaciona de forma más directa con la competencia digital es la CGT1:

Hacer un uso eficaz e integrado de las tecnologías de la información y la comunicación.

Según dicha memoria de verificación la contribución de cada módulo al desarrollo de estas competencias es la siguiente:

Tabla 5.8: Contribución de cada módulo a la competencia digital

MÓDULOS	CEM3	CGT1
Módulo 1: Formación psicopedagógica y social		
Módulo 2: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	X	X
Módulo 3: Complementos de formación en Matemáticas	X	X
Módulo 4: Innovación docente e iniciación a la investigación educativa		X
Módulo 5: Prácticum	X	X
Módulo 6: Trabajo de fin de máster	X	X

Fuente: Elaboración propia

En la memoria de verificación del máster encontramos en cada uno de los módulos las siguientes referencias a la competencia digital, bien sea en las competencias, en los resultados de aprendizaje o en los bloques temáticos:

Contribución del módulo 1: Formación Psicopedagógica y Social

El módulo se divide en tres bloques. No se contempla, en la lista de competencias y resultados de aprendizaje, explícitamente la competencia transversal CGT1. Ahora bien, de manera implícita dicha competencia se está desarrollando en los siguientes contenidos de los dos primeros bloques de la guía docente de este módulo, ya que estos se relacionan con el uso de las TIC:

- Bloque 1: Adolescencia, aprendizaje y diversidad
 - Estudiar en la etapa de secundaria.
Desarrollo aprendizaje y uso de las TIC.
- Bloque 2: Procesos y contextos educativos
 - La organización en secundaria.
El papel de las TIC.
 - El currículum en la educación secundaria.
Las TIC y el desarrollo del currículum.
 - La atención a la diversidad en la educación secundaria.
Las TIC y la atención a la diversidad.

Por otra parte, el módulo 1 contribuye a la competencia CGT1 ya que el alumno realiza diversas tareas y acciones en las que interviene la competencia digital a nivel de usuario (utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.).

Contribución del módulo 2: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

En el módulo se trabajan cuatro bloques temáticos: Números e iniciación al álgebra, Geometría y Medida, Análisis y Estadística y Probabilidad, relacionados con los bloques del currículo de matemáticas.

Este módulo, contempla, en la lista de competencias y resultados de aprendizaje, de forma explícita la competencia CEM3 y la competencia CGT1.

La descripción que se realiza sobre la competencia CEM3 es la siguiente:

Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada.

La descripción que se realiza sobre la competencia CGT1 es la siguiente:

Hacer un uso eficaz e integrado de las tecnologías de la información y la comunicación.

Esta competencia se especifica como:

Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación e integrarlas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Contribución del módulo 3: Complementos de formación en Matemáticas

El módulo se divide en tres bloques: Resolución de problemas, Temas clave de las matemáticas desde una perspectiva histórica y Modelización.

Este módulo, contempla, en la lista de competencias y resultados de aprendizaje, de forma explícita la competencia CEM3 y la competencia CGT1.

La descripción que se realiza sobre la competencia CEM3 es la siguiente:

Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada.

La descripción que se realiza sobre la competencia CGT1 es la siguiente:

Hacer un uso eficaz e integrado de las tecnologías de la información y la comunicación.

Esta competencia también se especifica como:

Conocer y utilizar los recursos de la red y sus programas para enseñar matemáticas en secundaria.

Contribución del módulo 4: Innovación docente e iniciación a la investigación educativa

El módulo se divide en cuatro bloques: Recursos manipulativos y aprendizaje, Las TAC y el aprendizaje matemático, Evaluación competencial y regulación de los aprendizajes y Herramientas para analizar la calidad de propuestas didácticas.

En la memoria de verificación del máster, entre las competencias y resultados de aprendizaje de la asignatura, se encuentra la competencia CGT1.

Hacer un uso eficaz e integrado de las tecnologías de la información y la comunicación.

Esta competencia también se especifica como:

Conocer y utilizar los recursos de la red y sus programas para enseñar matemáticas en secundaria.

A pesar de que la competencia CEM3 no se cita de forma explícita en la memoria de verificación del máster, podemos observar como en la síntesis del contenido del segundo bloque 2 se menciona el uso de las TAC y TIC en todos sus subapartados.

Bloque 2. Las TAC y el aprendizaje matemático.

- *Herramientas asociadas a las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) que son especialmente útiles para la enseñanza de las Matemáticas, GeoGebra, Wiris, etc.*
- *Programación: Scratch. Los recursos aportados por la propia red.*
- *Plataformas de trabajo cooperativo.*

Contribución del módulo 5: Pràcticum

La asignatura se divide en dos periodos de prácticas: Prácticas de observación en un centro de Educación Secundaria y Prácticas de Intervención en un centro de Educación Secundaria.

En la memoria de verificación del máster, entre las competencias y resultados de aprendizaje de la asignatura, se encuentra la competencia CEM3:

Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada.

Y la competencia CGT1:

Hacer un uso eficaz e integrado de las tecnologías de la información y la comunicación.

Contribución del módulo 6: Trabajo de fin de máster

En la memoria de verificación del máster, entre las competencias y resultados de aprendizaje de la asignatura, se encuentra la competencia CEM3:

Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada.

Y la competencia CGT1:

Hacer un uso eficaz e integrado de las tecnologías de la información y la comunicación.

Debido a las argumentaciones anteriores, una vez realizada la lectura de verificación del máster la contribución de cada uno de los módulos a la competencia digital es la siguiente:

Tabla 5.9: Contribución de cada módulo a la competencia digital después de la lectura de verificación del máster

MÓDULOS	CEM3	CGT1
Módulo 1: Formación psicopedagógica y social		X
Módulo 2: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	X	X
Módulo 3: Complementos de formación en Matemáticas	X	X
Módulo 4: Innovación docente e iniciación a la investigación educativa	X	X
Módulo 5: Prácticum	X	X
Módulo 6: Trabajo de fin de máster	X	X

Fuente: Elaboración propia

A continuación se incluye una serie de tablas con ejemplos de diferentes tareas de cada módulo que contribuyen al desarrollo de la competencia digital:

Tabla 5.10: Tareas del módulo 1 que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Módulo 1: Formación psicopedagógica y social	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.					

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.11: Tareas del módulo 3 que fomentan la competencia digital

	TAREAS					
	1	2	3	4	5	6
Módulo 3: Complementos de formación en Matemáticas	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.	Utiliza programas específicos de matemáticas (como el Geogebra) para resolver tareas matemáticas.				

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.12: Tareas del módulo 2 que fomentan la competencia digital

TAREAS						
	1	2	3	4	5	6
Módulo 2: Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.		Planifica secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.			

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.13: Tareas del módulo 4 que fomentan la competencia digital

TAREAS						
	1	2	3	4	5	6
Módulo 4: Innovación docente e iniciación a la investigación educativa	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.		Planifica secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.		Reflexiona sobre secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.14: Tareas del módulo 5 que fomentan la competencia digital

TAREAS						
	1	2	3	4	5	6
Módulo 5: Prácticum	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.			Planifica e implementa secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.		

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.15: Tareas del módulo 6 que fomentan la competencia digital

TAREAS						
	1	2	3	4	5	6
Módulo 6: TFM	Utiliza el Moodle, confecciona trabajos en formato digital, realiza presentaciones a través de programas de presentación, etc.				Reflexiona sobre secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.	Rediseña secuencias de tareas que incorporan el uso de las TIC.

Fuente: Elaboración propia

Del análisis realizado en este capítulo sobre el grado en el que contribuyen las diferentes asignaturas tanto del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria de la Universitat de Barcelona como del Máster Interuniversitario de Formación del Profesorado de Educación Secundaria (ambos en la especialidad de Matemáticas) en el desarrollo de la competencia digital, podemos concluir que las asignaturas del módulo genérico, del módulo específico y del Prácticum sirven para instruir a los futuros profesores de matemáticas de una formación inicial en la competencia digital.

Las asignaturas del módulo genérico asientan unas bases sobre la competencia digital a nivel usuario.

Las asignaturas del módulo específico sirven para completar esta formación de usuario con el manejo de diferentes herramientas informáticas en el aprendizaje de las matemáticas. Dentro del módulo específico, las primeras tareas con herramientas informáticas resueltas por los alumnos son para resolver tareas matemáticas propiamente dichas, mientras que las últimas tareas son implementadas por los futuros profesores para el desarrollo de su labor docente y contribuirán, en un futuro, a desarrollar la competencia digital en sus alumnos.

La asignatura del TFM sirve para reflexionar sobre las tareas que ellos realizaron incorporando el uso de las TIC y su posible rediseño en el caso de que tuvieran la oportunidad de realizar una nueva implementación con mejoras.

2. PRESENTACIÓN DE LOS CASOS DE ESTUDIO

Para poder abarcar los objetivos de nuestra investigación hemos desarrollado dos estudios de casos. Posteriormente, en el capítulo 6 y en el capítulo 7 se explica de forma más detallada el diseño y la implementación del primer y el segundo estudio de caso, respectivamente.

Los estudios de casos, debido a la complejidad y variedad de los procesos y contextos educativos, tienen un valor particular para los investigadores en el ámbito educativo (Cohen y Manion, 2002; Stake, 2007), dado que se caracterizan por su orientación hacia la comprensión profunda del *cómo* y *por qué* de una entidad bien definida como una persona, un aula, un curso, una institución o un programa educativo (da Ponte, 2006). En nuestro caso nos centraremos en analizar el *cómo* y el *por qué* del uso de recursos digitales por los alumnos del MFPSM en su periodo de prácticas. Asimismo, tiene características interpretativas porque pretende explicar el

nivel de competencia digital y de desarrollo del pensamiento matemático creativo alcanzado por los alumnos.

Asimismo, con la finalidad de describir, verificar o generar teorías, se combinan diversos métodos cualitativos y/o cuantitativos de recolección de evidencias (Eisenhardt, 1989).

2.1. Estudio de caso I

En el primer estudio de caso hemos adoptado la metodología DBR ya que estamos interesados en generar conocimiento que contribuya a mejorar la calidad de las prácticas instructivas en el contexto de los futuros profesores de matemáticas de secundaria a partir de la mejora progresiva de prototipos. Esta metodología es conocida en el ámbito anglosajón como Educational Design Research o Design Based Research (a partir de ahora, DBR). Este enfoque metodológico promueve la utilización de la investigación sistemática como vía de continua retroalimentación entre la teoría y la práctica y vincula el desarrollo de conocimiento científico con el diseño de materiales y la resolución eficaz de problemas en el ámbito educativo.

Según el colectivo relacionado con la investigación basada en el diseño o Design Based Research Collective, la investigación educativa está frecuentemente divorciada de los acontecimientos y problemas asociados a la práctica diaria, lo que genera una brecha de credibilidad y plantea la necesidad de nuevos enfoques de investigación que se dirijan directamente a la práctica y permitan el desarrollo de conocimiento utilizable (The Design Based Collective, 2003).

Con este primer estudio de caso hemos dado respuesta al primero, al segundo, al tercero, al cuarto y al quinto objetivo de la investigación:

- O1) Analizar, revisar y tomar una posición propia sobre las diversas investigaciones que nos ofrece la literatura científica internacional sobre las diferentes formas de entender el término “competencia digital” y sus grados de desarrollo.
- O2) Analizar en qué grado contribuyen las diferentes asignaturas del máster interuniversitario de formación del profesorado de matemáticas en la competencia digital.
- O3) Analizar cómo reciben los centros las propuestas de incorporación de las TIC en el periodo de prácticas que realizan los alumnos del máster e inferir información sobre el uso de las TIC en

los centros de prácticas, a partir del análisis de las memorias de prácticas y de los TFM.

- O4) Caracterizar la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria de matemáticas y determinar grados de desarrollo.
- O5) Evaluar el grado de desarrollo de la competencia digital en los alumnos.

De acuerdo con Plomp (2013), son diversas las maneras en las que distintos autores describen la investigación basada en el diseño, pero existe un consenso generalizado sobre las etapas que esta aproximación conlleva:

2.1.1. Fase 1: investigación preliminar

En esta primera fase se describe el problema y se analizan las necesidades actuales según la problemática que nos ocupe. Para ello, se revisan trabajos previos con un propósito similar y literatura especializada.

En nuestro caso, en esta primera fase, se han trabajado el primer y el segundo objetivo de nuestra investigación.

Para dar respuesta al primer objetivo de la investigación:

O1) Analizar, revisar y tomar una posición propia sobre las diversas investigaciones que nos ofrece la literatura científica internacional sobre las diferentes formas de entender el término “competencia digital” y sus grados de desarrollo.

Nos planteamos la siguiente pregunta: *¿Qué podemos aprender de investigaciones previas sobre competencia digital?* Después de analizar numerosas lecturas y diversas investigaciones que nos ofrece la literatura científica nacional e internacional, tomamos una posición propia sobre cómo nosotros entendemos la competencia digital y sus grados de desarrollo. En el capítulo 4 hemos presentado las diferentes definiciones y caracterizaciones de la competencia digital (desde su aparición hasta nuestros días) centradas tanto en la evaluación de los alumnos como en la evaluación del profesor. En este trabajo nos centramos en la evaluación de los futuros profesores de matemáticas como facilitadores de la transmisión de dicha competencia. Nuestra posición inicial a la hora de abordar nuestro trabajo está en consonancia con la definición y la caracterización de la competencia digital de Font, Giménez, Zorrilla, Larios, Dehesa, Aubanell y

Benseny (2012) y la del Marco Común de Competencia Digital (INTEF, 2017).

Para dar respuesta al segundo objetivo de la investigación:

O2) Analizar en qué grado contribuyen las diferentes asignaturas del máster interuniversitario de formación del profesorado de matemáticas en la competencia digital.

Nos planteamos la siguiente pregunta: ¿En qué grado contribuyen las diferentes asignaturas del máster interuniversitario de formación del profesorado de matemáticas? Para dar respuesta a esta pregunta, en el primer apartado de este capítulo, realizamos una lectura y análisis del currículo, de la memoria de verificación, de los planes y las guías docentes y de algunas de las tareas y documentos del campus virtual de diferentes asignaturas del MFPSM. Estas tareas están vinculadas con el uso de recursos digitales.

2.1.2. Fase 2: desarrollo y pilotaje

En esta segunda fase se revisa y mejora el prototipo inicial. Los ciclos sucesivos originan productos mejorados y contribuyen a la construcción de conocimiento en la forma de principios de diseño y teorías. El elemento clave que orienta la mejora es la evaluación formativa resultante de cada iteración.

En nuestro caso, en esta segunda fase, se engloban el tercero, el cuarto y el quinto objetivo de nuestra investigación.

Para dar respuesta al tercer objetivo de la investigación:

O3) Analizar cómo reciben los centros las propuestas de incorporación de las TIC en el periodo de prácticas que realizan los alumnos del máster e inferir información sobre el uso de las TIC en los centros de prácticas, a partir del análisis de las memorias de prácticas y de los TFM.

Nos planteamos las siguientes dos preguntas: ¿Cómo reciben los centros de prácticas las propuestas de incorporación de las TIC de los futuros profesores? ¿Qué uso han hecho de las TIC los futuros profesores de secundaria de matemáticas en su periodo de prácticas? A partir de dar respuesta a estas preguntas podemos caracterizar el uso de las TIC en la formación inicial del futuro profesor de matemáticas de secundaria.

Las tareas relacionadas con las TIC que los futuros profesores deben realizar en el MFPSM son diversas y se hallan repartidas entre las diferentes asignaturas del MFPSM. Pero de todas las asignaturas cursadas a lo largo del MFPSM la asignatura que hace mayor hincapié en las TIC es la asignatura de *Recursos y materiales educativos para la actividad matemática* que los alumnos cursan antes de la realización del periodo de prácticas.

Las competencias que se desarrollan en la asignatura son:

- Conocer los planteamientos curriculares que enmarcan la enseñanza de las matemáticas en secundaria y especialmente del enfoque competencial que establecen.
- Programar actividades de aula para promover el alcance por parte del alumnado de secundaria de las competencias fijadas en el currículo.
- Implementar metodologías docentes que aporten motivación y eficacia en el aprendizaje.
- Analizar críticamente recursos y materiales docentes concretos.
- Desarrollar los contenidos del currículo mediante recursos digitales adecuados (materiales manipulativos, audiovisual, TIC...) atendiendo a criterios de diversidad y teniendo en cuenta las dificultades del aprendizaje matemático.
- Identificar y aplicar las ventajas que pueden ofrecer las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento (TAC) para mejorar las metodologías docentes y, en definitiva, los procesos de aprendizaje.

Una vez cursada esta asignatura, los futuros profesores de matemáticas tienen un nivel básico de desarrollo de la competencia digital, dado que: a) están en condiciones de utilizar la tecnología digital para usar o desarrollar materiales didácticos en los que se contemplen las TIC. b) pueden utilizar la tecnología digital para obtener información útil para su labor profesional.

Ahora bien, en el MFPSM se pretende que los alumnos, a partir de éste nivel básico, pasen a un nivel más elevado en el que las TIC realmente estén presentes en la implementación de las unidades didácticas en su periodo de prácticas.

Para poder llevar a cabo este estudio, se escoge a una muestra de 20 alumnos del MFPSM del curso académico 2013-2014. Estos 20 alumnos fueron escogidos de forma aleatoria.

Una vez analizados los TFM de los 20 alumnos de la muestra observamos si los futuros profesores hicieron uso (o no) de recursos digitales bien en sus memorias de prácticas o bien en sus TFM. En estas memorias los futuros profesores debían de reflexionar sobre la implementación de la unidad didáctica diseñada utilizando una lista de criterios de calidad (algunos de los cuales hacían referencia al uso de las TIC) y debían proponer una propuesta justificada de mejora (Giménez, Vanegas, Font, y Ferreres, 2012). Para los alumnos que no utilizaron ningún tipo de recurso digital en la implementación de sus prácticas se observa si decidieron incluirlas en su propuesta de mejora. Es decir, existen alumnos que no utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas pero sí que las incluyeron en sus TFM y, por el contrario, existen alumnos que no utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas y tampoco creyeron necesario incluirlas en sus TFM. Para los alumnos que sí que utilizaron recursos digitales en la implementación de sus prácticas se observa si decidieron analizarlos en su propuesta de mejora. Es decir, existen alumnos que utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas y creyeron necesario rediseñarlas en sus TFM y, por el contrario, existen alumnos que utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas y no consideraron oportuno rediseñarlas posteriormente.

Los alumnos que no utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas dieron diferentes razones y no todos estos argumentos implicaban el desconocimiento del conocimiento tecnológico. Los futuros profesores que sí usaron las TIC en la implementación de su unidad didáctica, las introdujeron en diferente grado y clasificamos el uso que los futuros profesores realizaron sobre el uso de los recursos digitales en diferentes niveles. En el capítulo 6 se incluyen los detalles de implementación de este tercer objetivo de investigación.

Para dar respuesta al cuarto y al quinto objetivo de investigación:

O4) Caracterizar la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria de matemáticas y determinar grados de desarrollo.

O5) Evaluar el grado de desarrollo de la competencia digital en los alumnos.

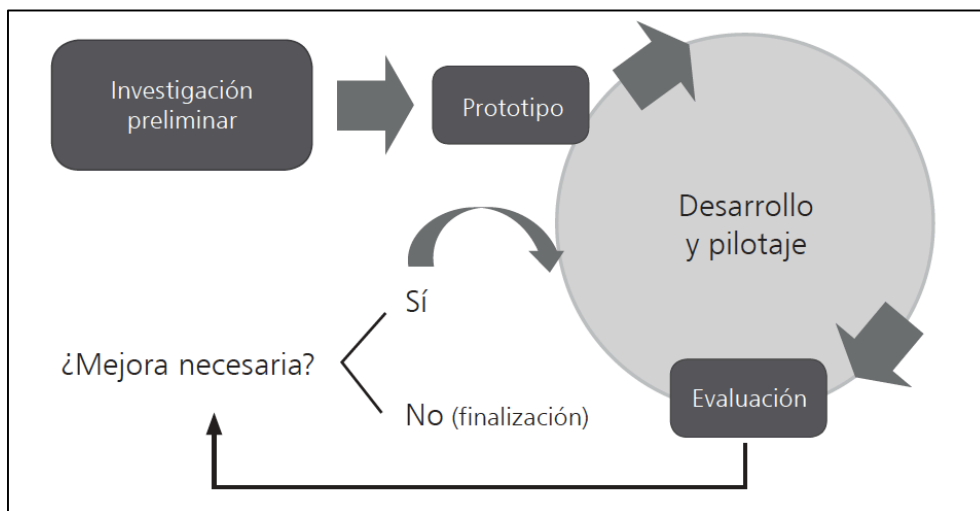
Nos planteamos las siguientes dos preguntas: ¿Qué posible caracterización de la competencia digital se podría utilizar en el MFPSM para evaluar a los futuros profesores? ¿Qué nivel de competencia digital se les podría inferir a los alumnos a partir de la caracterización de la competencia digital anterior? A partir de dar respuesta a estas preguntas podemos caracterizar

el nivel de competencia digital en la formación inicial del futuro profesor de matemáticas de secundaria y evaluar a los propios alumnos del MPFSM.

Para caracterizar el nivel de competencia digital en la formación inicial del futuro profesor de matemáticas de secundaria realizamos un prototipo inicial que refinamos, mediante la metodología DBR, durante dos ciclos.

La figura 5.2 representa cómo el número de iteraciones depende, entre otras cosas, de la evaluación formativa llevada a cabo en cada ciclo. Si dicha evaluación revela que se han alcanzado los objetivos perseguidos, la investigación podría darse por finalizada. Si no es así, se muestra la necesidad de abordar un nuevo proceso de refinado que permita aproximarse a los productos buscados (Romero-Ariza, 2014).

Figura 5.1: Papel de los ciclos de refinado en la mejora progresiva de prototipos hasta alcanzar los objetivos perseguidos en una investigación enfocada en el diseño



Fuente: Romero-Ariza (2014)

El contexto de estudio se somete a análisis y revisión y los ciclos sucesivos de refinado fundados en la evaluación formativa de los mismos desempeñan un papel similar a las variaciones sistemáticas de variables llevadas a cabo en un experimento (Romero-Ariza, 2014).

En Romero-Ariza (2014) se resalta el carácter participativo de la DBR señalado por diversos autores, que definen como rasgos distintivos de esta aproximación la colaboración entre expertos y destinatarios (Kelly, 2006; Nieveen, 1999; Plomp, 2013; Van den Akker, 1999). En el análisis del problema de nuestra investigación se implica tanto a los centros de prácticas en las que se desarrollan las unidades didácticas como a los futuros profesores de matemáticas y a expertos en educación matemática

que refinan los diseños y que colaboran en el análisis de situaciones y en la búsqueda de soluciones basadas en la investigación.

Figura 5.2: Modelo genérico de investigación enfocada en el diseño



Fuente: Romero-Ariza (2014)

Primer ciclo en la mejora del prototipo

El prototipo inicial parte de:

- La caracterización de las competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato (Font, Giménez, Zorrilla, Larios, Dehesa, Aubanell y Benseny, 2012).
- El Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013) en el que se trabaja sobre las 5 áreas de competencia digital propuestas en el proyecto DIGCOMP.

A continuación, mostramos las dimensiones, descriptores y niveles de la competencia digital del citado prototipo:

Dimensión 1: Información específica

Identificar, localizar, recuperar, almacenar, organizar, analizar y contrastar la información digital, evaluando su finalidad y relevancia matemática.

Descriptor 1:

Busca información en red, accede a ella y selecciona recursos de forma eficaz.

Tabla 5.16: Caracterización de la competencia digital: Área 1: Información específica – Descriptor 1

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en buscadores generalistas.	Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en plataformas/canales/fuentes específicas de matemáticas.	Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en plataformas/canales/fuentes matemáticas específicas sabiendo distinguir y valorar entre la calidad matemática de las fuentes y/o sus contenidos.

Fuente: Elaboración propia

Descriptor 2:

Compara, contrasta, evalúa e integra información matemática de forma crítica.

Tabla 5.17: Caracterización de la competencia digital: Área 1: Información específica – Descriptor 2

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Sabe que no toda la información matemática que se encuentra en Internet es fiable.	Sabe comparar y contrastar diferentes fuentes de información matemática.	Es crítico/a con la información que encuentra contrastando su validez y credibilidad e integrándola en sus creaciones matemáticas.

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 2: Creación y uso de contenidos específicos

Creación de tareas matemáticas y uso de tecnologías diversas para gestionar y mostrar información matemática (aplicaciones de edición de textos, imagen fija y en movimiento, vídeo, presentaciones multimedia, tratamiento de datos numéricos, GeoGebra...).

Descriptor 1:

Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos digitales.

Tabla 5.18: Caracterización de la competencia digital: Área 2: Creación y uso de contenidos específicos – Descriptor 1

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante formatos digitales sencillos (textos, tablas, imágenes...).	Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos incluidos los multimedia (textos, tablas, imágenes, vídeos, audios...).	Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos y a partir de plataformas y entornos diferentes conociendo qué programa/aplicación es la que mejor se adapta al tipo de contenido que quiere crear.

Fuente: Elaboración propia

Descriptor 2:

Modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante.

Tabla 5.19: Caracterización de la competencia digital: Área 2: Creación y uso de contenidos específicos – Descriptor 2

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Es capaz de hacer cambios sencillos en el contenido que otros han producido.	Es capaz de editar, modificar y mejorar el contenido que otros o él mismo ha producido.	Es capaz de combinar elementos de contenido ya existente para crear contenido nuevo.

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 3: Almacenamiento y comunicación

Conectar, comunicar y compartir contenidos matemáticos en entornos digitales y realizar actividades matemáticas en grupo utilizando herramientas y entornos virtuales de trabajo cooperativo.

Descriptor 1

Entiende, gestiona, almacena y selecciona diferentes dispositivos/servicios en donde almacenar los recursos digitales y/o la información matemática.

Tabla 5.20: Caracterización de la competencia digital: Área 3: Almacenamiento y comunicación – Descriptor 1

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Entiende cómo se almacena la información matemática y/o los recursos digitales en diferentes dispositivos/servicios.	Entiende cómo se almacena la información matemática en diferentes dispositivos/servicios y utiliza varios esquemas de clasificación para almacenar y gestionar los recursos digitales y/o la información matemática.	Utiliza varios esquemas de clasificación para almacenar y gestionar los recursos digitales y/o la información matemática y es capaz de seleccionar el más adecuado.

Fuente: Elaboración propia

Descriptor 2

Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social.

Tabla 5.21: Caracterización de la competencia digital: Área 3: Almacenamiento y comunicación – Descriptor 2

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación (teléfono móvil, correo electrónico, chat...).	Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación asíncrona (correo electrónico, SMS, foros, blogs, microblogs, wikis...) y síncrona (teléfono móvil, chat, voz por IP...).	Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación asíncrona (correo electrónico, SMS, foros, blogs, microblogs, wikis...) y síncrona (teléfono móvil, chat, voz por IP...) adaptando las formas y modalidades de comunicación según los destinatarios.

Fuente: Elaboración propia

Descriptor 3

Utiliza tecnologías y medios para el trabajo en equipo, para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático.

Tabla 5.22: Caracterización de la competencia digital: Área 3: Almacenamiento y comunicación – Descriptor 3

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Es capaz de colaborar con otros colegas y alumnos mediante algunas tecnologías tradicionales (teléfono móvil, correo electrónico, chat...)	Es capaz de debatir y elaborar productos en colaboración con otros colegas y alumnos utilizando herramientas digitales sencillas.	Es capaz de utilizar con frecuencia y con confianza varias herramientas digitales y diferentes medios con el fin de colaborar con otros colegas y alumnos en la producción y puesta a disposición de recursos, conocimiento y contenido matemático.

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 4: Ética

Mostrar una actitud responsable frente a las nuevas tecnologías como fuente potencial de enriquecimiento personal y social.

Descriptor 1

Está familiarizado con las normas de conducta en interacción en línea o virtuales y desarrolla estrategias para la identificación de las conductas inadecuadas.

Tabla 5.23: Caracterización de la competencia digital: Área 4: Ética – Descriptor 1

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Conoce las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales.	Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y es capaz de aplicarlas al contexto profesional.	Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales aplicándolas al contexto profesional y desarrollando estrategias para la identificación y reorientación de las conductas inadecuadas en la red.

Fuente: Elaboración propia

Descriptor 2

Entiende cómo se aplican los derechos de autor y las licencias a la información y a los contenidos digitales.

Tabla 5.24: Caracterización de la competencia digital: Área 4: Ética – Descriptor 2

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Es consciente de que algunos de los contenidos que utiliza pueden tener derechos de autor.	Conoce las diferencias básicas entre las licencias pero no las sabe aplicar al contenido que crea.	Conoce y aplica los diferentes tipos de licencias a la información y a los recursos que usa y crea.

Fuente: Elaboración propia

Descriptor 3

Protege los dispositivos y comprende los riesgos y amenazas en red y los términos habituales de uso de los programas.

Tabla 5.25: Caracterización de la competencia digital: Área 4: Ética – Descriptor 3

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Es capaz de realizar acciones básicas para proteger los dispositivos (uso de antivirus, contraseñas...) y entiende las condiciones de uso de los servicios en línea.	Sabe cómo proteger los dispositivos digitales y actualizar las estrategias de seguridad y sabe en qué medida sus datos puede ser utilizados por terceros.	Actualiza frecuentemente las estrategias de seguridad y sabe cómo actuar cuando un dispositivo está amenazado y sabe cómo proteger la información relativa a otras personas.

Fuente: Elaboración propia

Las dos primeras dimensiones son específicas de la materia y las dos últimas comunes para todos los profesores independientemente de la materia que impartan.

Esta primera caracterización se analiza con una muestra de 20 alumnos del MFPSM del curso académico 2014-2015. Estos 20 alumnos fueron escogidos según las notas obtenidas en sus TFM (nota obtenida sobre 10 puntos): 6 alumnos tenían una nota entre 5 y 6,5, 7 alumnos tenían una nota entre 6,6 y 8,5 puntos y los 7 alumnos restantes tenían una nota entre 8,8 y 10 puntos. La asignación de evidencias en el uso de este instrumento se ha realizado mediante la explicación de ejemplos de sus memorias de TFM vinculados a cada una de los descriptores considerados. Para cada uno de los alumnos de la muestra, hemos plasmado sus alusiones en una tabla como la que mostramos a continuación:

Tabla 5.26: Registro de la evaluación de la competencia digital de un alumno AX

	Indicadores	AX
1. Información específica	<i>Descriptor 1: Busca información en red, accede a ella y selecciona recursos de forma eficaz.</i>	
	Nivel 1: Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en buscadores generalistas.	
	Nivel 2: Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en plataformas/canales/fuentes específicas de matemáticas.	
	Nivel 3: Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en plataformas/canales/fuentes matemáticas específicas sabiendo distinguir y valorar entre la calidad matemática de las fuentes y/o sus contenidos.	
	<i>Descriptor 2: Compara, contrasta, evalúa e integra información matemática de forma crítica.</i>	
	Nivel 1: Sabe que no toda la información matemática que se encuentra en Internet es fiable.	
	Nivel 2: Sabe comparar y contrastar diferentes fuentes de información matemática.	
	Nivel 3: Es crítico/a con la información que encuentra contrastando su validez y credibilidad e integrándola en sus creaciones matemáticas.	
2. Creación y uso de contenidos específicos	<i>Descriptor 1: Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos digitales.</i>	
	Nivel 1: Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante formatos digitales sencillos (textos, tablas, imágenes...).	
	Nivel 2: Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos incluidos los multimedia (textos, tablas, imágenes, vídeos, audios...).	
	Nivel 3: Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos y a partir de plataformas y entornos diferentes conociendo qué programa/aplicación es la que mejor se adapta al tipo de contenido que quiere crear.	
	<i>Descriptor 2: Modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante.</i>	
	Nivel 1: Es capaz de hacer cambios sencillos en el contenido que otros han producido.	
	Nivel 2: Es capaz de editar, modificar y mejorar el contenido que otros o él mismo ha producido.	
	Nivel 3: Es capaz de combinar elementos de contenido ya existente para crear contenido nuevo.	

3. Almacenamiento y comunicación	<i>Descriptor 1: Entiende, gestiona, almacena y selecciona diferentes dispositivos/servicios en donde almacenar los recursos digitales y/o la información matemática.</i>	
	Nivel 1: Entiende cómo se almacena la información matemática y/o los recursos digitales en diferentes dispositivos/servicios.	
	Nivel 2: Entiende cómo se almacena la información matemática en diferentes dispositivos/servicios y utiliza varios esquemas de clasificación para almacenar y gestionar los recursos digitales y/o la información matemática.	
	Nivel 3: Utiliza varios esquemas de clasificación para almacenar y gestionar los recursos digitales y/o la información matemática y es capaz de seleccionar el más adecuado.	
	<i>Descriptor 2: Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social.</i>	
	Nivel 1: Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación (teléfono móvil, correo electrónico, chat...).	
	Nivel 2: Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación asíncrona (correo electrónico, SMS, foros, blogs, microblogs, wikis...) y síncrona (teléfono móvil, chat, voz por IP...).	
	Nivel 3: Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación asíncrona (correo electrónico, SMS, foros, blogs, microblogs, wikis...) y síncrona (teléfono móvil, chat, voz por IP...) adaptando las formas y modalidades de comunicación según los destinatarios.	
	<i>Descriptor 3: Utiliza tecnologías y medios para el trabajo en equipo, para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático.</i>	
	Nivel 1: Es capaz de colaborar con otros colegas y alumnos mediante algunas tecnologías tradicionales (teléfono móvil, correo electrónico, chat...)	
	Nivel 2: Es capaz de debatir y elaborar productos en colaboración con otros colegas y alumnos utilizando herramientas digitales sencillas.	
	Nivel 3: Es capaz de utilizar con frecuencia y con confianza varias herramientas digitales y diferentes medios con el fin de colaborar con otros colegas y alumnos en la producción y puesta a disposición de recursos, conocimiento y contenido matemático.	

4. Ética	<i>Descriptor 1: Está familiarizado con las normas de conducta en interacción en línea o virtuales y desarrolla estrategias para la identificación de las conductas inadecuadas.</i>	
	Nivel 1: Conoce las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales.	
	Nivel 2: Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y es capaz de aplicarlas al contexto profesional.	
	Nivel 3: Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales aplicándolas al contexto profesional y desarrollando estrategias para la identificación y reorientación de las conductas inadecuadas en la red.	
	<i>Descriptor 2: Entiende cómo se aplican los derechos de autor y las licencias a la información y a los contenidos digitales.</i>	
	Nivel 1: Es consciente de que algunos de los contenidos que utiliza pueden tener derechos de autor.	
	Nivel 2: Conoce las diferencias básicas entre las licencias pero no las sabe aplicar al contenido que crea.	
	Nivel 3: Conoce y aplica los diferentes tipos de licencias a la información y a los recursos que usa y crea.	
	<i>Descriptor 3: Protege los dispositivos y comprende los riesgos y amenazas en red y los términos habituales de uso de los programas.</i>	
	Nivel 1: Es capaz de realizar acciones básicas para proteger los dispositivos (uso de antivirus, contraseñas...) y entiende las condiciones de uso de los servicios en línea.	
	Nivel 2: Sabe cómo proteger los dispositivos digitales y actualizar las estrategias de seguridad y sabe en qué medida sus datos puede ser utilizados por terceros.	
	Nivel 3: Actualiza frecuentemente las estrategias de seguridad y sabe cómo actuar cuando un dispositivo está amenazado y sabe cómo proteger la información relativa a otras personas.	

Fuente: Elaboración propia

A continuación se justifica como se ha realizado la asignación de evidencias mediante la explicación de ejemplos vinculados a cada uno de los descriptores de uno de los alumnos de la muestra, el alumno A7.

Tabla 5.27: Registro de las evidencias de la competencia digital del alumno A7

	Indicadores	A7
1. Información específica	<i>Descriptor 1: Busca información en red, accede a ella y selecciona recursos de forma eficaz.</i>	
	Nivel 1: Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en buscadores generalistas.	
	Nivel 2: Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en plataformas/canales/fuentes específicas de matemáticas.	
	Nivel 3: Utiliza la tecnología digital para buscar información matemática en red en plataformas/canales/fuentes matemáticas específicas sabiendo distinguir y valorar entre la calidad matemática de las fuentes y/o sus contenidos.	X
	El futuro profesor utilizó recursos matemáticos de diferentes fuentes, por ejemplo, del blog de Dan Meyer o reutilizó actividades de otras fuentes que introdujo en otros recursos digitales como, por ejemplo, en el vídeo del programa EDPuzzle.	
	<i>Descriptor 2: Compara, contrasta, evalúa e integra información matemática de forma crítica.</i>	
	Nivel 1: Sabe que no toda la información matemática que se encuentra en Internet es fiable.	
	Nivel 2: Sabe comparar y contrastar diferentes fuentes de información matemática.	
	Nivel 3: Es crítico/a con la información que encuentra contrastando su validez y credibilidad e integrándola en sus creaciones matemáticas.	X
	Entendemos que un futuro profesor de matemáticas posee un nivel 3 en este descriptor ya que en los estudios que le han habilitado para poder realizar este Máster se han fomentado estas habilidades.	
2. Creación y uso de contenidos específicos	<i>Descriptor 1: Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos digitales.</i>	
	Nivel 1: Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante formatos digitales sencillos (textos, tablas, imágenes...).	
	Nivel 2: Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos incluidos los multimedia (textos, tablas, imágenes, vídeos, audios...).	
	Nivel 3: Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos y a partir de plataformas y entornos diferentes conociendo qué programa/aplicación es la que mejor se adapta al tipo de contenido que quiere crear.	X
	En las diferentes sesiones destaca la proyección de algunos vídeos y de actividades matemáticas mediante diversos programas como el GeoGebra, el EDpuzzle o el Scratch. El dossier de repaso de funciones comenzaba con una actividad introductoria y a la vez atractiva para captar el interés de los alumnos, la	

actividad en tres actos de Dan Meyer del tanque de agua.

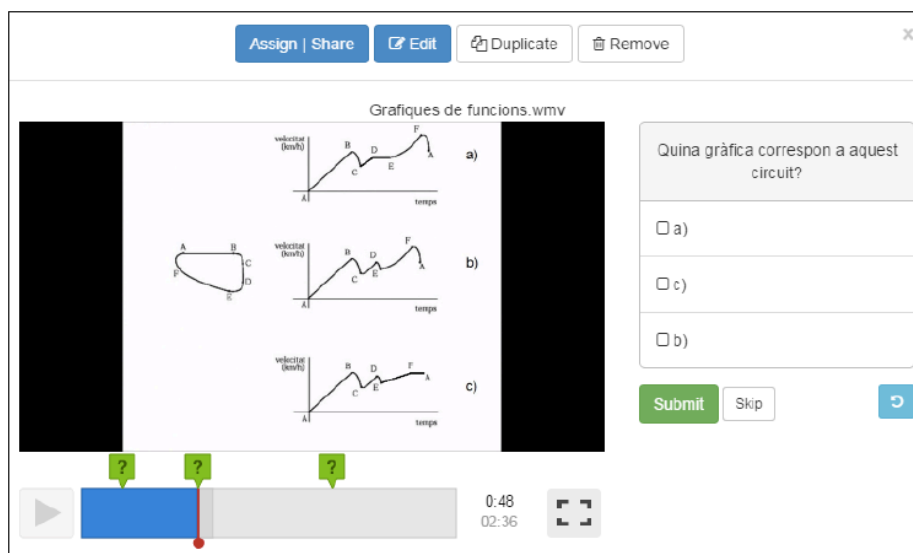
<http://mrmeyer.com/threeracts/watertank/>

Con esta actividad, los alumnos observaban un vídeo de unos 20 segundos, donde se mostraba un tanque que se iba rellenando de agua. A partir de aquí, los alumnos tienen que apuntar las preguntas que les sugiere este vídeo y pedir los datos que necesitan para resolverlas. De esta manera, los alumnos se plantean preguntas a la vez que tenían que pensar que les hacía falta para buscar la solución a estas preguntas. Dan Meyer resume esta metodología como una serie de preguntas desconcertantes, acompañadas de un estímulo visual, de una información después de la pregunta y de una gran recompensa visual final.

Realmente, los alumnos pudieron llegar a la solución de un problema real, a partir de las preguntas que ellos mismos se habían formulado y con la información que ellos mismos habían solicitado. Esta actividad despertó el interés global de la clase, y a la vez, sirvió para que los alumnos se dieran cuenta del potencial que ofrecen las matemáticas para resolver situaciones cotidianas. Esta actividad les generó interés ya que se apreció una mayor participación de aquellos alumnos que mostraban un grado mayor de desmotivación durante las clases ordinarias.

Para completar el dossier de repaso de funciones, el futuro profesor utiliza un recurso online que se denomina EDpuzzle. Esta aplicación permite crear un vídeo interactivo de la actividad, introduciendo preguntas y explicaciones o aclaraciones, escritas o bien con la voz del profesor.

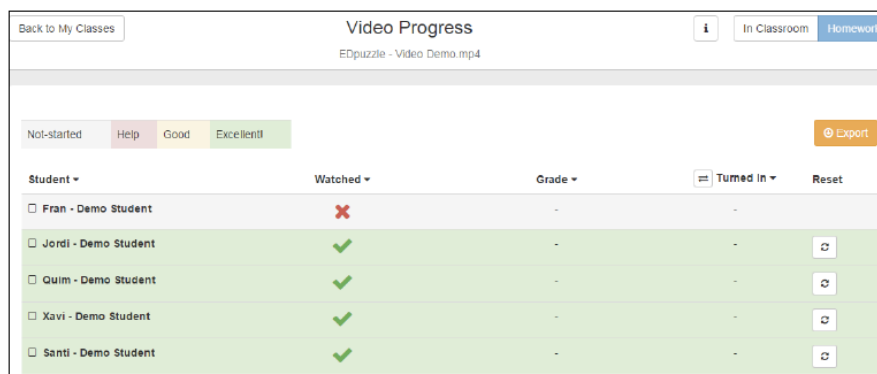
Figura 5.3: Captura de pantalla de una pregunta del recurso EDpuzzle



También permite crear una clase interactiva donde el profesor puede seguir la evolución de los alumnos en las diferentes actividades. Puede saber qué alumnos ya han realizado la actividad, cuántos alumnos la han solucionado correctamente, cuáles preguntas han generado una mayor dificultad, etc.

Figura 5.4: Captura de pantalla de un ejemplo de una clase interactiva

con el recurso EDpuzzle



Es una herramienta que puede despertar el interés de los alumnos hacia la materia y a la vez, facilita su seguimiento por parte del profesor. Las actividades propuestas con este recurso, pueden ser realizadas tanto en clase con el ordenador, como en casa como deberes.

Descriptor 2: Modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante.

Nivel 1: Es capaz de hacer cambios sencillos en el contenido que otros han producido.

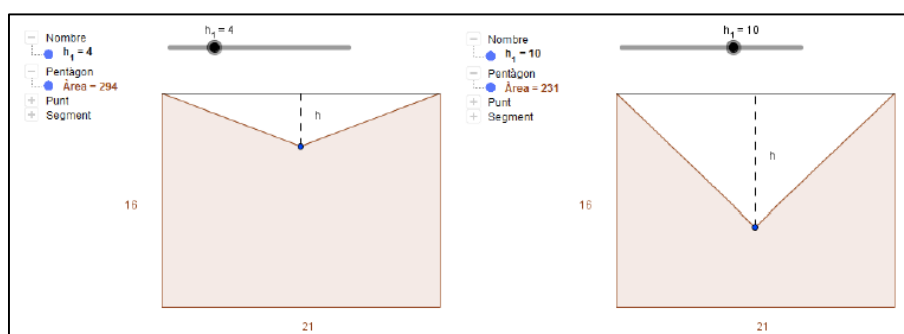
Nivel 2: Es capaz de editar, modificar y mejorar el contenido que otros o él mismo ha producido.

Nivel 3: Es capaz de combinar elementos de contenido ya existente para crear contenido nuevo.

X

Para completar uno de los ejercicios del dossier de repaso de funciones el futuro profesor ha utilizado el GeoGebra. Los alumnos tenían que calcular el área de un sobre al que se le resta la solapa. Con el GeoGebra se facilita la comprensión del cálculo del área mediante diferentes ejemplos dinámicos en los que la altura de la solapa de cierre varía.

Figura 5.5: Captura de pantalla del área de dos sobres con diferente altura de la solapa



Para que los alumnos pudieran comprobar las soluciones de algunos de los ejercicios del dossier, el futuro profesor ha utilizado el Scratch. Mediante esta aplicación, ha creado una actividad interactiva que permite que los alumnos visualicen representaciones de gráficas de parábolas y encuentren sus parámetros más característicos, como el vértice y los puntos de corte con los ejes. De esta manera los alumnos pueden comparar sus gráficas con las del Scratch.

Figura 5.6: Captura de pantalla de un ejemplo de la actividad de parábolas con el recurso Scratch



3. Almacenamiento y comunicación	<i>Descriptor 1: Entiende, gestiona, almacena y selecciona diferentes dispositivos/servicios en donde almacenar los recursos digitales y/o la información matemática.</i>	
	Nivel 1: Entiende cómo se almacena la información matemática y/o los recursos digitales en diferentes dispositivos/servicios.	
	Nivel 2: Entiende cómo se almacena la información matemática en diferentes dispositivos/servicios y utiliza varios esquemas de clasificación para almacenar y gestionar los recursos digitales y/o la información matemática.	
	Nivel 3: Utiliza varios esquemas de clasificación para almacenar y gestionar los recursos digitales y/o la información matemática y es capaz de seleccionar el más adecuado.	X
	El futuro profesor utiliza el recurso EDpuzzle para almacenar información online además de los esquemas de clasificación convencionales (Moodle, USB, etc.)	
	<i>Descriptor 2: Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social.</i>	
	Nivel 1: Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación (teléfono móvil, correo electrónico, chat...).	
	Nivel 2: Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación asíncrona (correo electrónico, SMS, foros, blogs, microblogs, wikis...) y síncrona (teléfono móvil, chat, voz por IP...).	
	Nivel 3: Es capaz de interactuar con otros colegas y alumnos utilizando las características básicas de las herramientas de comunicación asíncrona (correo electrónico, SMS, foros, blogs, microblogs, wikis...) y síncrona (teléfono móvil, chat, voz por IP...) adaptando las formas y modalidades de comunicación según los destinatarios.	X

4. Ética	El futuro profesor interactúa con otros alumnos mediante herramientas de comunicación asíncrona como el EDpuzzle y utiliza un lenguaje próximo a estos.	
	<i>Descriptor 3: Utiliza tecnologías y medios para el trabajo en equipo, para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático.</i>	
	Nivel 1: Es capaz de colaborar con otros colegas y alumnos mediante algunas tecnologías tradicionales (teléfono móvil, correo electrónico, chat...)	X
	Entendemos que un profesor de este siglo se comunica, como mínimo, con las tecnologías tradicionales (teléfono móvil, correo electrónico, etc.). No hemos observado evidencias de los niveles 2 ó 3.	
	Nivel 2: Es capaz de debatir y elaborar productos en colaboración con otros colegas y alumnos utilizando herramientas digitales sencillas.	
	Nivel 3: Es capaz de utilizar con frecuencia y con confianza varias herramientas digitales y diferentes medios con el fin de colaborar con otros colegas y alumnos en la producción y puesta a disposición de recursos, conocimiento y contenido matemático.	
	<i>Descriptor 1: Está familiarizado con las normas de conducta en interacción en línea o virtuales y desarrolla estrategias para la identificación de las conductas inadecuadas.</i>	
	Nivel 1: Conoce las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales.	
	Nivel 2: Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y es capaz de aplicarlas al contexto profesional.	X
	El futuro profesor entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros pero no las ha puesto en práctica en el periodo de prácticas. En el vídeo EDpuzzle se aprecia cómo el futuro profesor utiliza un lenguaje adecuado al contexto.	
	Nivel 3: Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales aplicándolas al contexto profesional y desarrollando estrategias para la identificación y reorientación de las conductas inadecuadas en la red.	
	<i>Descriptor 2: Entiende cómo se aplican los derechos de autor y las licencias a la información y a los contenidos digitales.</i>	
	Nivel 1: Es consciente de que algunos de los contenidos que utiliza pueden tener derechos de autor.	
	Nivel 2: Conoce las diferencias básicas entre las licencias pero no las sabe aplicar al contenido que crea.	
	Nivel 3: Conoce y aplica los diferentes tipos de licencias a la información y a los recursos que usa y crea.	

<i>Descriptor 3: Protege los dispositivos y comprende los riesgos y amenazas en red y los términos habituales de uso de los programas.</i>	
Nivel 1: Es capaz de realizar acciones básicas para proteger los dispositivos (uso de antivirus, contraseñas...) y entiende las condiciones de uso de los servicios en línea.	
Nivel 2: Sabe cómo proteger los dispositivos digitales y actualizar las estrategias de seguridad y sabe en qué medida sus datos puede ser utilizados por terceros.	
Nivel 3: Actualiza frecuentemente las estrategias de seguridad y sabe cómo actuar cuando un dispositivo está amenazado y sabe cómo proteger la información relativa a otras personas.	

Fuente: Elaboración propia

A partir de estas evidencias, sumamos la puntuación que cada alumno ha conseguido en cada una de los descriptores. Por ejemplo, el alumno A7 ha conseguido una puntuación de 21 puntos.

Tabla 5.28: Registro de la puntuación de la competencia digital del alumno A7

	Información específica		Creación y uso de contenidos específicos		Almacenamiento y comunicación			Ética			
A7	3	3	3	3	3	3	1	2	0	0	21

Fuente: Elaboración propia

A la hora de realizar la asignación de niveles se ha tenido en cuenta que existen 10 descriptores diferentes y que la asignación de niveles varía de 0 a 3, por lo tanto, la mayor puntuación que puede obtener un alumno es la de 30 puntos.

Las franjas de puntuación por niveles se han repartido de la siguiente forma: (0) un futuro profesor posee un nivel 0 de competencia digital si ha obtenido una puntuación menor o igual que 5; (1) un futuro profesor posee un nivel 1 de competencia digital si ha obtenido una puntuación entre 6 y 12; (2) un futuro profesor posee un nivel 2 de competencia digital si ha obtenido una puntuación entre 13 y 23 y (3) un futuro profesor posee un nivel 3 de competencia digital si ha obtenido una puntuación entre 24 y 30. Por lo tanto, el alumno A7 posee un nivel de competencia digital N2.

Segundo ciclo en la mejora del prototipo

Una vez finalizado el primer ciclo del prototipo, observamos que existían descriptores que no se adecuaban a las necesidades del futuro profesor de

matemáticas. A partir del análisis realizado consideramos que las dimensiones principales de lo digital en el desarrollo profesional se debían centrar en las cinco dimensiones de los niveles de análisis de EOS. En el capítulo siguiente se explica de forma argumentada los cambios realizados a la caracterización inicial.

En la herramienta refinada de evaluación de la competencia digital, hemos decidido utilizar una rúbrica como forma de evaluar el nivel de desempeño. Una rúbrica es un instrumento cuya finalidad es compartir los criterios de evaluación de las tareas de aprendizaje entre los estudiantes y el profesorado. Estas tareas de aprendizaje están organizadas en diferentes niveles de cumplimiento: desde lo considerado como suspenso hasta lo excelente.

Las rúbricas pueden ser holísticas (no separa las partes de una tarea) o analíticas (evalúa cada parte de una actividad o de un conjunto de actividades) según lo que se pretende evaluar (Alsina, Argila y otros, 2013). En nuestro caso, la rúbrica que hemos utilizado para evaluar la competencia digital de futuros profesores de secundaria de matemáticas es de tipo analítico.

A continuación, se muestra la estructura general de una rúbrica analítica:

Tabla 5.29: Estructura de una rúbrica

Categorías	Indicadores	Escala de calificación			
		N0 (Suspenso)	N1 (Aprobado)	N2 (Notable)	N3 (Excelente)
A (%)	Aa (%)	Descriptor Aa1	Descriptor Aa2	Descriptor Aa3	Descriptor Aa4
	Ab (%)	Descriptor Ab1	Descriptor Ab2	Descriptor Ab3	Descriptor Ab4
	Ac (%)	Descriptor Ac1	Descriptor Ac2	Descriptor Ac3	Descriptor Ac4
B (%)	Ba (%)	Descriptor Ba1	Descriptor Ba2	Descriptor Ba3	Descriptor Ba4
	Bb (%)	Descriptor Bb1	Descriptor Bb2	Descriptor Bb3	Descriptor Bb4
	Bc (%)	Descriptor Bc1	Descriptor Bc2	Descriptor Bc3	Descriptor Bc4

Fuente: Elaboración propia

En la primera fila aparece la escala de calificación, en la primera columna aparecen las categorías y en la segunda columna los indicadores. En este ejemplo, la escala de calificación se expresa tanto por niveles como por conceptos.

Las categorías o elementos de evaluación de la primera columna contienen grandes apartados de evaluación que en la columna siguiente se desglosan en subcategorías o indicadores que permiten obtener diferentes miradas sobre una categoría. Por ejemplo, la categoría «A» se podría dividir en diferentes indicadores como «Aa», «Ab», «Ac», etc.

El orden en que aparecen las categorías y los indicadores se graduará según sus peso en la calificación; por ejemplo, «A» tendría un porcentaje más elevado que «B», y «Aa» más elevado que «Ab».

Por otro lado, los descriptores tienen que ser formulados con pruebas medibles y el máximo de objetivos posibles.

Las categorías, indicadores y la escala pueden hacer referencia al apartado de evaluación del plan docente de la asignatura, con indicación, por ejemplo, de porcentajes. Por ello y porque se han acordado con el resto del profesorado, estas partes son inalterables cuando se presentan al alumnado. En cambio, los descriptores de cada nivel se podrían pactar con el alumnado. Pero hacerlo no significa rebajar el nivel de exigencia, sino modificar lo que sea necesario para clarificar el significado de los descriptores y asegurarnos de que todos estamos entendiendo lo mismo (Alsina, Argila y otros, 2013).

Esta segunda caracterización se analiza con una muestra de 40 alumnos del MFPSM del curso académico 2015-2016. Estos 40 alumnos fueron escogidos de forma arbitraria. La asignación de evidencias en el uso de este instrumento se ha realizado mediante la explicación de ejemplos de sus memorias de TFM vinculados a cada una de los descriptores considerados.

A la hora de realizar la asignación de niveles se ha tenido en cuenta que finalmente existen 11 indicadores diferentes y que la asignación de niveles varía de 0 a 3, por lo tanto, la mayor puntuación que puede obtener un alumno es la de 33 puntos.

Las franjas de puntuación por niveles se han repartido de la siguiente forma: (0) un futuro profesor posee un nivel 0 de competencia digital si ha obtenido un puntaje 7 o menor; (1) un futuro profesor posee un nivel 1 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 8 y 14; (2) un futuro profesor posee un nivel 2 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 15 y 25 y (3) un futuro profesor posee un nivel 3 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 26 y 33. La asignación ha tenido en cuenta que para obtener el nivel 3 con un mínimo de 26 puntos ha debido compensar la ausencia de una dimensión con un mayor número de evidencias diferentes en las otras dimensiones.

2.1.3. Fase 3: evaluación final

Su principal finalidad es valorar si la intervención o el producto final satisface los objetivos y requerimientos planteados en principio. Esta fase incluye el análisis y la reflexión sistemática destinada a la obtención de conclusiones que orienten futuros diseños.

En nuestro caso, no se ha producido esta evaluación final. Una de las posibles perspectivas futuras de esta investigación es la de incluir las rúbricas sobre la evaluación de la competencia digital en los planes docentes del MFPSM.

En la siguiente tabla se muestran resumidas las dos fases de la metodología DBR implementada en el primer estudio de caso:

Tabla 5.30: Fases de la investigación del primer estudio de caso

Fase		Pregunta de investigación	Recogida de datos	Objetivos de la investigación	Capítulo
Fase I: Investigación preliminar	Revisión de la literatura	¿Qué podemos aprender de investigaciones previas sobre competencia digital?	Lectura y análisis de la literatura científica nacional e internacional	<i>O1</i> : Analizar, revisar y tomar una posición propia sobre las diversas investigaciones que nos ofrece la literatura científica internacional sobre las diferentes formas de entender el término “competencia digital” y sus grados de desarrollo.	1, 2, 3 y 4
	Análisis de necesidades	¿En qué grado contribuyen las diferentes asignaturas del máster interuniversitario de formación del profesorado de matemáticas?	Lectura y análisis del currículo, de la memoria de verificación, los planes y las guías docentes y las tareas y documentos del campus virtual de cada asignatura.	<i>O2</i> : Analizar en qué grado contribuyen las diferentes asignaturas del máster interuniversitario de formación del profesorado de matemáticas en la competencia digital.	5

Fase II: Desarrollo y pilotaje	Ciclo 1	<p>¿Cómo reciben los centros de prácticas las propuestas de incorporación de las TIC de los futuros profesores?</p> <p>¿Qué uso han hecho de las TIC los futuros profesores de secundaria de matemáticas en su periodo de prácticas?</p>	<p>Lectura y análisis de las memorias de prácticas y de los TFM</p>	<p>O3: Analizar cómo reciben los centros las propuestas de incorporación de las TIC en el periodo de prácticas que realizan los alumnos del máster e inferir información sobre el uso de las TIC en los centros de prácticas, a partir del análisis de las memorias de prácticas y de los TFM.</p>	6
		<p>¿Qué posible caracterización de la competencia digital se podría utilizar en el MFPSM para evaluar a los futuros profesores?</p>	<p>Lectura y análisis de los TFM. Herramienta de evaluación de la competencia digital</p>	<p>O4: Caracterizar la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria de matemáticas y determinar grados de desarrollo.</p>	6
		<p>¿Qué nivel de competencia digital se les podría inferir a los alumnos de la muestra?</p>	<p>Lectura y análisis de los TFM. Herramienta de evaluación de la competencia digital</p>	<p>O5: Evaluar el grado de desarrollo de la competencia digital en los alumnos.</p>	6

Ciclo 2	¿Qué descriptores de la caracterización de la competencia digital no se corresponden con las necesidades del futuro profesor de matemáticas?	Lectura y análisis de los TFM. Herramienta refinada de evaluación de la competencia digital basada en el EOS	O4: Caracterizar la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria de matemáticas y determinar grados de desarrollo.	6
	¿Qué nivel de competencia digital se les podría inferir a los alumnos de la muestra?	Lectura y análisis de los TFM. Herramienta refinada de evaluación de la competencia digital basada en el EOS	O5: Evaluar el grado de desarrollo de la competencia digital en los alumnos.	6

Fuente: Elaboración propia

2.2. Estudio de caso II

Con este segundo estudio de caso hemos dado respuesta al sexto y al séptimo objetivo de investigación:

- O6) Buscar indicadores del pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales de los alumnos.
- O7) Evaluar el potencial creativo en el uso de herramientas digitales de los alumnos.

Para dar respuesta al sexto objetivo nos planteamos la siguiente pregunta: ¿Qué indicadores del pensamiento matemático creativo podemos utilizar en el uso de herramientas digitales? Para dar respuesta a esta pregunta partimos de las observaciones realizadas por:

- Sala, Font, Barquero y Giménez (2017) en la contribución del EOS en la construcción de una herramienta de evaluación del pensamiento matemático creativo
- y el análisis sobre el constructo indagación realizado por Sala (2016).

Se ha considerado que el PMC es aquel en el cual se producen procesos creativos y que una primera manera de caracterizarlo, es descomponerlo en dimensiones. En este trabajo, dado que se pretende analizar cómo se visualiza el potencial del PMC en el desarrollo de tareas/prácticas docentes en las que se utilizan recursos digitales se usan las siguientes dimensiones: 1) Apertura (grado de apertura de los problemas propuestos y herramientas previstas), Versatilidad (capacidad de adaptación de la unidad a diferentes grupos) y Generalización; 2) Problematización; 3) Conexiones; 4) Conjeturación y Exploración; 5) Validación y Evaluación; 6) Aspectos emocionales y 7) Aspectos sociales.

A continuación, se explica de forma más detallada cada una de los indicadores de cada una de las dimensiones mencionadas:

Dimensión 1

Apertura, versatilidad y generalización

Tabla 5.31: Indicadores de creatividad de la dimensión 1) Apertura, versatilidad y generalización

Apertura, versatilidad y generalización	a. El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas.
	b. El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático.
	c. El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones.
	d. El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver el problema.
	e. El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general.

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 2

Problematización

Tabla 5.32: Indicadores de creatividad de la dimensión 2) Problematización

Problematización	a. El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado.
	b. El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial (<i>problem posing tasks</i>).

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 3

Conexiones

Tabla 5.33: Indicadores de creatividad de la dimensión 3) Conexiones

Conexiones	a. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas).
	b. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos matemáticos (conexiones intra-matemáticas).
	c. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático.

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 4

Exploración y conjeturación

Tabla 5.34: Indicadores de creatividad de la dimensión 4) Exploración y conjeturación

Exploración y conjeturación	a. El uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado.
	b. El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas.

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 5

Validación y evaluación

Tabla 5.35: Indicadores de creatividad de la dimensión 5) Validación y evaluación

Validación y evaluación	a. El uso de recursos digitales fomenta a que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado.
--------------------------------	---

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 6

Aspectos emocionales

Tabla 5.36: Indicadores de creatividad de la dimensión 6) Aspectos emocionales

Aspectos emocionales	a. El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria.
	b. El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.).
	c. El uso de recursos digitales promueve compromiso enérgicamente generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos.

Fuente: Elaboración propia

Dimensión 7

Aspectos sociales

Tabla 5.37: Indicadores de creatividad de la dimensión 7) Aspectos sociales

Aspectos sociales	a. El uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante.
	b. El uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado.

Fuente: Elaboración propia

Para dar respuesta al séptimo y último objetivo de esta tesis doctoral nos planteamos la siguiente pregunta: ¿Qué nivel de pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales se les podría inferir a los alumnos de la muestra? Para dar respuesta al séptimo objetivo de investigación seleccionamos a los mismos alumnos que escogimos para refinar la caracterización inicial de la competencia digital (40 alumnos del curso académico 2015-2016) y analizamos sus alusiones de cada uno de los indicadores de cada dimensión de la herramienta del pensamiento matemático creativo. La asignación de evidencias en el uso de este instrumento se ha realizado mediante la explicación de ejemplos de sus memorias de TFM vinculados a cada una de los indicadores considerados.

Para cada uno de los alumnos de la muestra, hemos plasmado sus alusiones en una tabla como la que mostramos a continuación:

Tabla 5.38: Registro de la evaluación del pensamiento matemático creativo de un alumno AX

	Indicadores	AX
1. Apertura, versatilidad y generalización	a. El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas.	
	b. El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático.	
	c. El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones.	
	d. El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver el problema.	
	e. El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general.	
2. Problematización	a. El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado.	
	b. El uso de recursos digitales promueve que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial (problem posing tasks).	
3. Conexiones	a. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas).	
	b. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos matemáticos (conexiones intra-matemáticas).	
	c. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático.	
4. Exploración y conjeturación	a. El uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado.	
	b. El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas.	

5. Validación y evaluación	a. El uso de recursos digitales fomenta que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado.	
6. Aspectos emocionales	a. El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria.	
	b. El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.).	
	c. El uso de recursos digitales promueve compromiso generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos.	
7. Aspectos sociales	a. El uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante.	
	b. El uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado.	

Fuente: Elaboración propia

A continuación se justifica como se ha realizado la asignación de evidencias mediante la explicación de ejemplos vinculados a cada uno de los indicadores de uno de los alumnos de la muestra, el alumno A8.

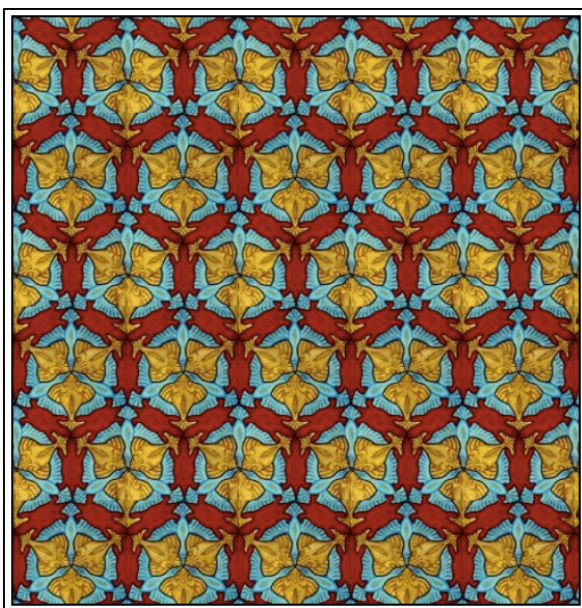
Tabla 5.39: Registro del pensamiento matemático creativo del alumno A8

	Indicadores	A8
1. Apertura, versatilidad y generalización	<i>a. El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas.</i>	<i>1a</i>
	Se les propone un concurso de fotografía matemática como actividad individual y voluntaria. Se les explica qué es el concurso de fotografía matemática organizada por el ABEAM, se les anima a participar y se les enseña ejemplos de otros años. Las fotografías tienen que tener relación con la unidad didáctica: “Movimientos en el plano”. Cada fotografía tiene que ir acompañada de un título identificativo y de una explicación argumentada explicando el motivo de la elección de la fotografía y cuáles son las transformaciones isométricas que aparecen en la misma.	
	Los alumnos parten de una hoja en blanco del programa interactivo GeoGebra en donde crean una figura plana y la misma figura trasladada. Tienen que dibujar una circunferencia a partir de un punto (su centro) y su radio. También tienen que dibujar diferentes puntos que pertenezcan a la circunferencia. Todos los puntos marcados (el punto central y los diferentes puntos que pertenecen a la circunferencia) forman parte de la figura inicial. Estos puntos son los que trasladan un determinado vector de forma que obtienen la figura trasladada. Hacen dos traslaciones, una pautada y otra libre.	

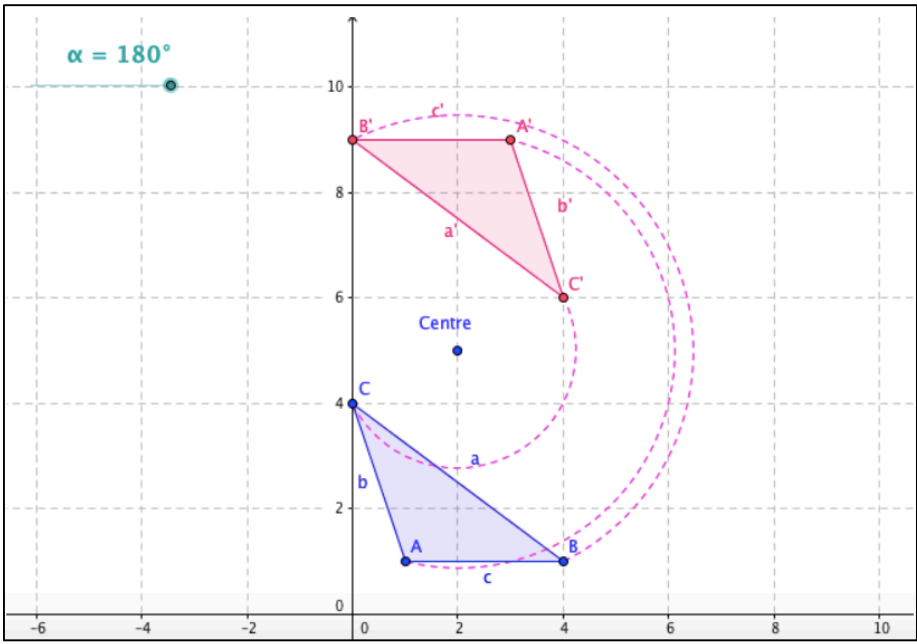
	<p>La segunda traslación les sirve para interiorizar los pasos y, al ser ellos mismos los que escogen la figura a trasladar, sentirse libres y protagonistas. El enunciado de la actividad es el siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> i) Define el punto $O = (3, 4)$ y la circunferencia c de centro O y radio 5. ii) Dibuja los puntos siguientes y comprueba que pertenecen a c: $P = (0, 0)$, $Q = (8, 6)$ y $R = (3, -1)$. iii) Traslada los puntos O, P, Q y R mediante una traslación de vector $t = (6, -2)$. Los puntos trasladados los denominamos O', P', Q' y R'. iv) Traslada los ejes de coordenadas mediante una traslación del vector $t = (6, -2)$. v) Realiza otra traslación de la circunferencia original. Indica qué elementos has necesitado para realizarlo y explica el procedimiento que has llevado a cabo. vi) Para poder identificar cada traslación, marca con diferentes colores las figuras trasladadas y sus elementos.
	<p><i>b. El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático.</i></p>
	<p>Los alumnos realizan una actividad de introducción al concepto de vector mediante el programa interactivo GeoGebra. Parten de una hoja en blanco de GeoGebra y dibujan un vector a partir de dos puntos. Posteriormente, responden a diferentes preguntas sobre las características de sus elementos. Las preguntas las podrán responder observando, deduciendo y también experimentando. Con esta actividad adquieren el concepto de vector de forma experimental. Algunas de las preguntas de la actividad son:</p> <p><i>Mueve el punto B y observa cómo cambian las componentes del vector:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> i) ¿Dónde hemos de situar el punto B para que la segunda componente sea negativa? ii) ¿Dónde hemos de situar el punto B para que la primera componente sea positiva? iii) ¿Dónde hemos de situar el punto B para que las dos componentes sean de signo diferente? <p><i>Nuestro vector va de A a B, si fuera de B a A...</i></p> <ol style="list-style-type: none"> i) ¿Qué vector sería? Es decir, ¿qué componentes tendría? ii) ¿Es el mismo vector? iii) ¿Qué elementos tienen en común? ¿Y cuáles son diferentes? Podéis ayudaros de una tabla con la información recogida.
	<p><i>c. El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones.</i></p>

<p>d. El uso de recursos digitales promueve que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver el problema.</p>	<p>1d</p>
<p>e. El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general.</p>	<p>1e</p>
<p>En la actividad de las teselaciones de Escher cada grupo recibe una teselación diferente en un archivo GeoGebra. Los alumnos tienen que trabajar sobre dicho archivo manipulándolo de forma que respondan a las dudas que se les plantean. Los alumnos entregan el archivo GeoGebra modificado y las respuestas a las preguntas de la ficha. Por ejemplo, el grupo 1 recibe un archivo GeoGebra denominado Grupo 1_alas,_aletas_y_patas.ggb con las preguntas que se indican a continuación: <i>Una vez abierto el archivo GeoGebra correspondiente, mueve el deslizador hacia abajo y describe las isometrías o movimientos en el plano que observes:</i></p> <p>i) ¿A qué tipo de polígono has llegado? Describe la malla o trama oculta en la que Escher se ayudó para dibujar su grabado.</p> <p><i>Vuelve a la posición inicial (haz clic en actualizar). Ahora mueve el punto verde hacia arriba:</i></p> <p>ii) Describe los diferentes tipos de isometrías que observes.</p> <p>iii) ¿Encuentras alguna traslación? Escoge alguna y describe cuál es su vector traslación.</p> <p>iv) ¿Y giros? ¿Cuál es el centro y el ángulo de giro? ¿Cuál es su orden de giro?</p> <p>v) Marca vectores de traslación, ejes de simetría, así como centros de giro y ángulos de giro en el archivo GeoGebra que os hemos proporcionado.</p>	

Figura 5.7: Teselación de Escher para trabajar con el GeoGebra



2. Problematización	<i>a. El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado.</i>	
	<i>b. El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial (problem posing tasks).</i>	2b
	<p>En la propuesta de mejora de la unidad didáctica se incluye un vídeo de 13 minutos que el profesor puede introducir al inicio de la unidad didáctica (vídeo introductorio) o al final de la misma (vídeo de consolidación): http://www.rtve.es/alacarta/videos/mas-por-menos/aventura-del-saber-serie-mas-menos-movimientos-plano/1283084/</p> <p>En él se explican los movimientos en el plano aplicados al mundo real. Durante la reproducción del vídeo, los alumnos tendrán que estar atentos e id tomando apuntes, ya que esto les facilitará la tarea para resolver las preguntas posteriores.</p> <p>Una de las preguntas que se les plantea a los alumnos es: <i>¿Cuántos mosaicos semiregulares se pueden formar con mosaicos regulares? Dibuja algunos.</i></p> <p>A partir de la experimentación mediante diferentes polígonos regulares los alumnos pueden darse cuenta de que existen combinaciones de polígonos regulares tales que la suma de sus ángulos es 360 grados, por lo que pueden configurar un vértice de un mosaico, pero que no es posible expandirlos indefinidamente en el plano sin que haya superposición ni huecos.</p>	
3. Conexiones	<i>a. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinares, conexiones extra-matemáticas).</i>	3a
	Con la actividad del concurso de fotografía se conectan las matemáticas con otras áreas y contextos.	
	<p>En la propuesta de mejora de la unidad didáctica se incluye un vídeo de 13 minutos que el profesor puede introducir al inicio de la unidad didáctica (vídeo introductorio) o al final de la misma (vídeo de consolidación): http://www.rtve.es/alacarta/videos/mas-por-menos/aventura-del-saber-serie-mas-menos-movimientos-plano/1283084/</p> <p>Esta actividad incluye la contextualización, ya que relaciona figuras geométricas y objetos del mundo real y, al mismo tiempo, se trabaja la transversalidad entre áreas como el arte y la pintura.</p>	
	<p>En la actividad de las teselaciones de Escher, cada grupo recibe un archivo GeoGebra con una teselación diferente. Se trabaja sobre ese fichero y se resuelven las dudas que les surjan y responden a las preguntas que les formule el profesor manipulándolo. Los alumnos entregan el archivo GeoGebra modificado. Con esta actividad, el alumno se adentra en el mundo de los mosaicos combinando Arte e Historia.</p>	
	<i>b. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos matemáticos (conexiones intra-matemáticas).</i>	3b
En la actividad de las teselaciones de Escher, , el alumno relaciona la		

	<p>composición de los diferentes movimientos en el plano que se han estudiado en las actividades anteriores (traslaciones, simetrías y giros).</p>
	<p>c. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático.</p>
<p>4. Exploración y conjeturación</p>	<p>a. El uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado.</p> <p>4a</p> <p>Prácticamente todas las actividades de traslaciones, simetrías y giros se realizan a través de la exploración y experimentación por parte del alumnado. Uno de los enunciados de las actividades de giros es el siguiente: <i>¿Qué tienen de particular los giros? ¿Cómo podemos saber si un movimiento del plano es un giro? Vamos a adivinarlo a partir de esta actividad. Abre el archivo GeoGebra correspondiente. Tenéis una figura, en concreto un triángulo que se transforma mediante un giro. Tanto el ángulo de rotación como el centro de giro pueden variar.</i> <i>El ángulo de giro está definido por un deslizador que aparece en el extremo izquierdo de la parte superior (ver figura adjunta).</i></p> <p>Figura 5.8: Giro de 180° de un triángulo ABC</p>  <p>Utilizad vuestra observación y las herramientas del GeoGebra para contestar a las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> Cuando se le aplica un giro a un triángulo, ¿el triángulo girado varía su forma? ¿Y su tamaño? ¿Cómo te has dado cuenta si varía o no la forma y el tamaño? Cuando se le aplica un giro a un triángulo, ¿el triángulo girado varía su posición en el plano? ¿Qué ángulo tendría que girar la figura en sentido antihorario y/o

	<p>horario para que la figura no cambiara de posición?</p> <p>iv) ¿Qué trayectoria experimenta cada punto de la figura cuando se le aplica un giro?</p> <p>v) ¿Qué relación hay entre estas dos distancias?</p> <ul style="list-style-type: none"> • La distancia de un punto del triángulo original (por ejemplo, el punto A) al centro de giro. • La distancia del punto homólogo (Punto A') al centro de giro. 	
	<p><i>b. El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas.</i></p>	4b
	<p>En la actividad del vídeo introductorio o de consolidación, las preguntas las resuelven de manera individual, compartiendo las respuestas y ayudándose de otros miembros del grupo para ampliarlas. Con esta actividad se trabaja en todo momento la comunicación, la exploración y la argumentación.</p>	
5. Validación y evaluación	<p><i>a. El uso de recursos digitales fomenta que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado.</i></p>	5
	<p>Todas las actividades se han pensado para que los alumnos investiguen, deduzcan, experimenten y extraigan conclusiones en grupo. Son actividades pautadas mediante diferentes preguntas cuyo objetivo es que los alumnos se cuestionen lo que están haciendo y lleguen a los conceptos de manera autónoma.</p>	
6. Aspectos emocionales	<p><i>a. El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria.</i></p>	6a
	<p>En la propuesta de mejora de la unidad didáctica se incluye un vídeo de 13 minutos que el profesor puede introducir al inicio de la unidad didáctica (vídeo introductorio) o al final de la misma (vídeo de consolidación): http://www.rtve.es/alcarta/videos/mas-por-menos/aventura-del-saber-serie-mas-menos-movimientos-plano/1283084/</p> <p>Esta actividad incluye diferentes ejemplos en los que las traslaciones, los giros y las simetrías aparecen en nuestra vida cotidiana: simetría del cuerpo humano, simetrías y giros en la naturaleza, elementos ornamentales en manifestaciones arquitectónicas y artísticas, etc.</p>	
	<p><i>b. El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.).</i></p>	6b
	<p>El hecho de que la actividad fotográfica sea voluntaria, abierta, ambientada en el mundo real y que utilice la fotografía como recurso hace que el alumnado se motive.</p>	

	<i>c. El uso de recursos digitales promueve compromiso generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos.</i>	6c
	Con la actividad del concurso de fotografía se introducen cualidades estéticas gracias a las matemáticas.	
7. Aspectos sociales	<i>a. El uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante.</i>	7a
	<i>b. El uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado.</i>	7b
	Todas las actividades se han pensado para que los alumnos investiguen, deduzcan, experimenten y extraigan conclusiones en grupo. Son actividades pautadas mediante diferentes preguntas cuyo objetivo es que los alumnos se cuestionen lo que están haciendo y lleguen a los conceptos de manera autónoma.	

Fuente: Elaboración propia

Una vez obtenidas las alusiones al uso creativo de herramientas digitales de cada uno de los alumnos de la muestra y cumplimentadas las tablas del registro de pensamiento matemático creativo de cada uno de los alumnos, procedimos a visualizar la valoración global de cada una de las siete categorías de un alumno mediante un polígono de siete vértices en forma radial. La puntuación de cada vértice corresponde a la puntuación de cada dimensión. Para las dimensiones 2) Problematización, 4) Exploración y conjeturación y 7) Aspectos sociales, que tienen dos indicadores, se utiliza un cierto valor corrector. Si existen evidencias de los dos indicadores evaluamos la dimensión con un 8 (en lugar de con un 10). Para la dimensión 5) Validación y evaluación, que tiene únicamente un indicador, procedemos de manera análoga. Si existen evidencias del indicador evaluamos la dimensión con un 8.

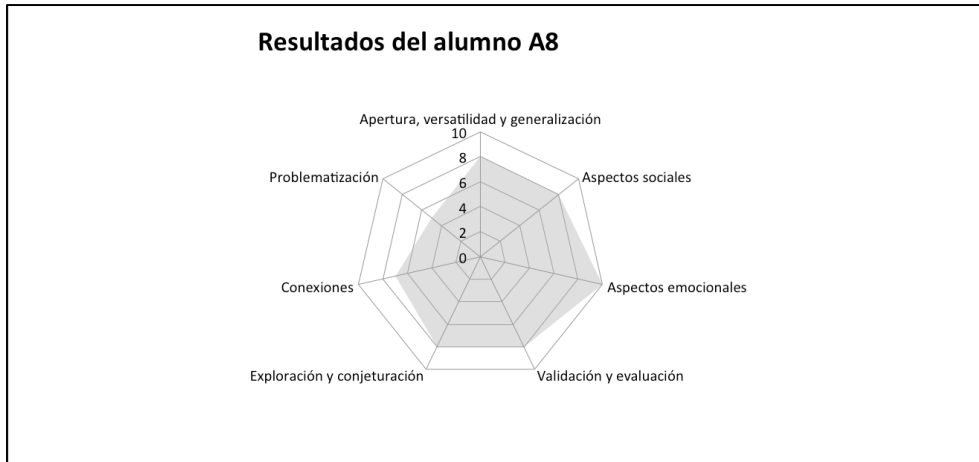
A continuación, a modo de ejemplo, visualizamos la valoración global del alumno A8 mediante una tabla y mediante un diagrama radial:

Tabla 5.40: Puntuación del alumno A8 en cada una de las dimensiones del pensamiento matemático creativo

Dimensiones	Evidencias	A8
1) Apertura, versatilidad y generalización	1a, 1b, 1d, 1e	8
2) Problematización	2b	5
3) Conexiones	3a, 3b	7
4) Exploración y conjeturación	4a, 4b	8
5) Validación y exploración	5	8
6) Aspectos emocionales	6a, 6b, 6c	10
7) Aspectos sociales	7a, 7b	8

Fuente: Elaboración propia

Figura 5.9: Diagrama radial del alumno A8 con la valoración global de cada dimensión



Fuente: Elaboración propia

La puntuación mínima corresponde al centro del polígono y la máxima a cada uno de los vértices del polígono exterior. La proporción del polígono interior en relación con el exterior da una primera descripción gráfica-numérica del potencial creativo en el uso de herramientas digitales de los alumnos del Máster. Cada vértice del polígono interior indica en qué medida cada dimensión ha sido integrada en sus TFM al hacer uso de herramientas digitales.

A partir de estas observaciones, cada uno de los futuros docentes analizados se agrupa en tres tipos de perfiles, asociándolos a las formas de los polígonos encontrados. Así, caracterizamos tres tipos de futuros docentes: un perfil alto de la competencia asociado a un polígono cercano al convexo (nivel 3); un perfil medio asociado a figuras con entrantes en donde se muestra ausencia de algunas de las dimensiones y por lo tanto aparece una asimetría evidente (nivel 2). Por último, una categoría de perfil bajo, que se observa en un polígono tendiente a la forma estrellada o incluso triangular, con bajos puntajes en las diversas dimensiones (nivel 1).

Por ejemplo, al alumno A8 del que hemos mostrado anteriormente su diagrama radial le corresponde un nivel 3 ya que su diagrama tiende a lo convexo y con puntuaciones altas en prácticamente todas las dimensiones.

En la siguiente tabla se muestran resumidas las fases de la investigación del segundo estudio de caso:

Tabla 5.41: Fases de la investigación del segundo estudio de caso

Fase	Pregunta de investigación	Recogida de datos	Objetivos de la investigación	Capítulo
Fase I: Investigación preliminar	¿Qué indicadores del pensamiento matemático creativo podemos utilizar en el uso de herramientas digitales?	Lectura y análisis de la literatura científica nacional e internacional	<i>O6: Buscar indicadores del pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales.</i>	7
Fase II: Desarrollo y pilotaje	¿Qué nivel de pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales se les podría inferir a los alumnos de la muestra?	Lectura y análisis de los TFM. Herramienta de evaluación del PMC basada en el EOS	<i>O7: Evaluar el potencial creativo en el uso de herramientas digitales de los alumnos.</i>	7

Fuente: Elaboración propia

3. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN 2 (O2)

En el apartado uno de este capítulo hemos analizado en qué grado contribuyen las diferentes asignaturas en el desarrollo de la competencia digital. Del análisis realizado sobre el grado en el que contribuyen las diferentes asignaturas tanto del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria de la Universitat de Barcelona como del Máster Interuniversitario de Formación del Profesorado de Educación Secundaria (ambos en la especialidad de Matemáticas) en el desarrollo de la competencia digital, como se ve en las páginas 100-106 y 108-114, podemos concluir que las asignaturas del módulo genérico, del módulo específico y del Prácticum (que incluye el TFM) sirven para instruir a los futuros profesores de matemáticas de una formación inicial en la competencia digital.

Las asignaturas del módulo genérico asientan unas bases sobre la competencia digital a nivel usuario.

Las asignaturas del módulo específico sirven para completar esta formación de usuario con el manejo de diferentes herramientas informáticas en el aprendizaje de las matemáticas. Dentro del módulo específico, las primeras tareas con herramientas informáticas resueltas por los alumnos son para

resolver tareas matemáticas propiamente dichas, mientras que las últimas tareas son implementadas por los futuros profesores para el desarrollo de su labor docente y contribuirán, en un futuro, a desarrollar la competencia digital en sus alumnos.

La asignatura del TFM sirve para reflexionar sobre las tareas que ellos realizaron incorporando el uso de las TIC y su posible rediseño en el caso de que tuvieran la oportunidad de realizar una nueva implementación con mejoras.

CAPÍTULO 6

ANÁLISIS DEL USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES Y EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA DIGITAL

Resumen

En este capítulo daremos respuesta a tres de los objetivos de investigación de esta tesis doctoral. Estos tres objetivos son:

- *O3) Analizar cómo reciben los centros las propuestas de incorporación de las TIC en el periodo de prácticas que realizan los alumnos del máster e inferir información sobre el uso de las TIC en los centros de prácticas, a partir del análisis de las memorias de prácticas y de los TFM.*
- *O4) Caracterizar la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria de matemáticas y determinar grados de desarrollo.*
- *O5) Evaluar el grado de desarrollo de la competencia digital en los alumnos.*

En el primer apartado se resumen las ideas principales del modelo Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK). Este modelo se usa para justificar inicialmente los diferentes usos de las TIC que los profesores realizaron a lo largo del periodo de prácticas.

En el segundo apartado de este capítulo se exponen qué conocimientos sobre recursos TIC tienen los alumnos del MFPSM antes del periodo de prácticas.

En el tercer apartado se da respuesta al tercer objetivo de la investigación. En este apartado, tomando como muestra a 20 alumnos del MFPSM del curso académico 2013-2014, se pretende conocer el uso real de las TIC en su periodo de prácticas.

En el quinto apartado de este capítulo se da respuesta al cuarto objetivo de la investigación. Partimos de la herramienta de evaluación de la competencia digital expuesta en el capítulo 5 y de una muestra de 20 alumnos del MFPSM del curso académico 2014-2015 (tercer apartado). A partir del análisis de la reflexión sobre su propia práctica, principalmente analizando los comentarios que hacen referencia a la idoneidad

mediacional, ampliamos y refinamos las dimensiones, los indicadores y los niveles de la competencia digital de dicha herramienta.

En el cuarto y en el sexto apartado de este capítulo se da respuesta al quinto objetivo de la investigación. Se realiza la evaluación de la competencia profesional digital en la formación de profesores de Matemáticas de Secundaria en dos muestras diferentes: una muestra de 20 alumnos del curso académico 2014-2015 y una muestra de 40 alumnos del curso académico 2015-2016. La muestra de 20 alumnos (curso 2014-2015) se analiza con la herramienta inicial (cuarto apartado) y la muestra de 40 alumnos (curso 2015-2016) se analiza con la herramienta refinada (sexto apartado).

En el séptimo apartado incluimos la propia autoevaluación que los alumnos realizaron sobre su nivel de competencia digital antes y después del Máster.

Con esta información, en el octavo apartado, podemos comprobar si el nivel de competencia digital que creen tener corresponde con el nivel de competencia digital que se infiere de la herramienta utilizada.

En el último apartado se incluyen las conclusiones de los tres objetivos de la investigación expuestos anteriormente.

1. TECHNOLOGICAL PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE (TPACK)

Esta propuesta, que orienta al profesorado en la integración de la tecnología en los procesos de enseñanza-aprendizaje, reconociendo los contenidos necesarios, parte de la idea de Shulman de que la pedagogía no debe estar descontextualizada de la asignatura que se imparte, es decir, hay que conocer los contenidos curriculares que se enseñan y la didáctica de cómo debe ser enseñado ese contenido curricular.

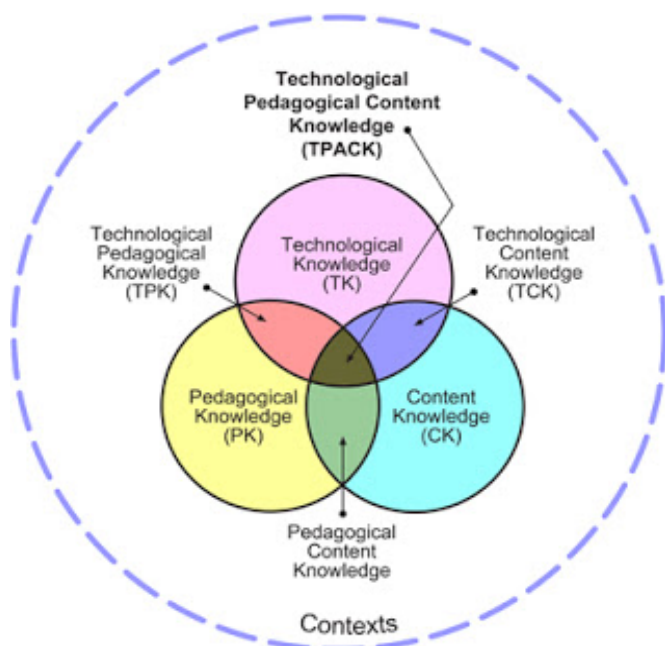
Las herramientas digitales tienen un enorme potencial para ayudar a los estudiantes a aprender y a los profesores a enseñar. En las últimas décadas se ha masificado el uso de la tecnología en la vida cotidiana y la urgencia de su uso en el ámbito educativo ha creado la necesidad de indagar sobre cuáles son las maneras de utilizar la tecnología a favor de la educación. Mishra y Koehler (2006) amplían la idea de Shulman e integran las TIC como un elemento más del modelo, desarrollando el modelo TPCK, que posteriormente se denominó TPACK para enfatizar que se trata de un compendio de conocimientos que el profesor debe poseer para integrar tecnología, pedagogía y contenido en sus prácticas (Niess et al., 2009).

En las investigaciones de Mishra y Koehler (2006) se intenta dar respuesta a la pregunta: ¿Qué necesitan saber los profesores para incorporar de manera apropiada la tecnología en sus prácticas docentes? Es decir, los investigadores y educadores investigan qué conocimientos necesitan los profesores para integrar la tecnología de forma eficaz en el aprendizaje de los estudiantes y, a su vez, en el proceso de enseñanza de los profesores.

Según este modelo, el saber docente incluye tres saberes: el conocimiento disciplinar (Content Knowledge), el conocimiento pedagógico (Pedagogical Knowledge) y el conocimiento tecnológico (Technological Knowledge). Es decir, los profesores necesitan, esencialmente, tres tipos de conocimientos que se intersecan para poder integrar la tecnología eficazmente. Deben tener conocimiento tecnológico sobre las tecnologías y la forma de usarlas. También necesitan conocimiento pedagógico, es decir, conocimiento de cómo enseñar con eficacia. Y, por último, necesitan conocer el contenido curricular, es decir, conocimiento sobre qué es lo que están enseñando.

La intersección entre el conocimiento disciplinar y el conocimiento pedagógico da lugar a un saber específicamente docente: el conocimiento pedagógico disciplinar (Pedagogical Content Knowledge). La intersección entre el conocimiento pedagógico y el conocimiento tecnológico da lugar al conocimiento tecnológico pedagógico (Technological Pedagogical Knowledge). La intersección entre el conocimiento disciplinar y el conocimiento tecnológico da lugar al conocimiento tecnológico disciplinar (Technological Content Knowledge). El reto es integrar los tres tipos de conocimiento para dar lugar al Conocimiento tecnológico pedagógico disciplinar (Technological Pedagogical Content Knowledge).

Figura 6.1: Diagrama TPACK



Fuente: <http://tpck.org>

2. CONOCIMIENTOS PREVIOS SOBRE RECURSOS TIC ANTES DEL PERIODO DE PRÁCTICAS

Las tareas relacionadas con las TIC que deben realizar en el MFPSM los futuros profesores son diversas y se hallan repartidas entre las diferentes asignaturas del MFPSM (ver capítulo 5). Pero de todas las asignaturas cursadas a lo largo del MFPSM la asignatura que hace mayor hincapié en las TIC es la asignatura de “Recursos y materiales educativos para la actividad matemática” que los alumnos cursan antes de la realización del periodo de prácticas.

Las competencias que se desarrollan en la asignatura son:

- Conocer los planteamientos curriculares que enmarcan la enseñanza de las matemáticas en secundaria y especialmente del enfoque competencial que establecen.
- Programar actividades de aula para promover el alcance por parte del alumnado de secundaria de las competencias fijadas en el currículo.
- Implementar metodologías docentes que aporten motivación y eficacia en el aprendizaje.
- Analizar críticamente recursos y materiales docentes concretos.

- Desarrollar los contenidos del currículo mediante recursos digitales adecuados (materiales manipulativos, audiovisual, TIC...) atendiendo a criterios de diversidad y teniendo en cuenta las dificultades del aprendizaje matemático.
- Identificar y aplicar las ventajas que pueden ofrecer las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento (TAC) para mejorar las metodologías docentes y, en definitiva, los procesos de aprendizaje.

Una vez cursada esta asignatura, los futuros profesores de matemáticas tienen un nivel básico de desarrollo de la competencia digital, dado que: a) están en condiciones de utilizar la tecnología digital para usar o desarrollar materiales didácticos en los que se contemplan las TIC. b) pueden utilizar la tecnología digital para obtener información útil para su labor profesional.

Ahora bien, en el MFPSM se pretende que los alumnos, a partir de éste nivel básico, pasen a un nivel más elevado en el que las TIC realmente estén presentes en la implementación de las unidades didácticas en su periodo de prácticas.

3. ANÁLISIS DEL USO DE LAS TIC EN LOS CENTROS DE PRÁCTICAS (ESTUDIO 2013-2014)

En este segundo apartado damos respuesta al tercer objetivo de la investigación:

O3: Analizar cómo reciben los centros las propuestas de incorporación de las TIC en el periodo de prácticas que realizan los alumnos del máster e inferir información sobre el uso de las TIC en los centros de prácticas, a partir del análisis de las memorias de prácticas y de los TFM.

Que corresponde a un primer ciclo de la investigación, en donde nos planteamos la siguiente pregunta: *¿Qué uso han hecho de las TIC los futuros profesores de secundaria de matemáticas en su periodo de prácticas?* Con la siguiente restricción de contexto: *¿Qué ocurre en un caso de programa de formación en el que se ha dado una formación digital concentrada, y separada de la formación de análisis didáctico, basada en el conocimiento de bancos de informaciones, instrumentos y recursos especializados, y planificación de propuestas puntuales?* A partir de dar respuesta a esta pregunta, pensamos que podremos caracterizar el uso de las TIC en la formación inicial del futuro profesor de matemáticas de secundaria. Así, se elaboran cinco tipos de resultados que surgen del estudio realizado (explicado en el capítulo de metodología).

Para realizar el análisis y mostrar los resultados correspondientes se incluyen los siguientes apartados: uso de recursos digitales en el Prácticum II (2.1), una caracterización del grado de uso de recursos digitales (2.2), la tecnología digital en la reflexión didáctica (2.3) y restricciones contextuales sobre el uso de herramientas digitales (2.4).

3.1. Uso de recursos digitales en el Prácticum II

El análisis del uso de las TIC, se realiza para reconocer las condiciones ecológicas del contexto en el que se enmarca la investigación. Inicialmente, analizamos las memorias de sus TFM. En estas memorias los futuros profesores debían de reflexionar sobre la implementación de la unidad didáctica diseñada utilizando una lista de criterios de calidad (algunos de los cuales hacían referencia al uso de las TIC) y debían proponer una propuesta justificada de mejora (Giménez, Font, Vanegas y Ferreres, 2012).

En la tabla siguiente, una vez analizados los trabajos del Prácticum, así como los TFM de los alumnos de la muestra (20 alumnos del curso académico 2013-2014), exponemos si explican si hicieron uso (o no) de recursos digitales bien en sus memorias de prácticas o bien en sus TFM. Se escogieron esos 20 trabajos aleatoriamente por sorteo.

- En la primera columna: se incluyen a los alumnos objeto de estudio (promoción del 2013-2014). Por cuestiones de privacidad de datos en lugar de sus nombres y apellidos se enumeran como A1, A2,....
- En la segunda columna: se indica si los alumnos utilizaron (o no) algún tipo de recurso digital en la implementación de sus prácticas.
- En la tercera columna, que depende de la respuesta obtenida en la segunda columna:
 - Para los alumnos que no utilizaron ningún tipo de recurso digital en la implementación de sus prácticas se observa si decidieron incluirlas en su propuesta de mejora. Es decir, existen alumnos que no utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas pero sí que las incluyeron en sus TFM (No - Sí) y, por el contrario, existen alumnos que no utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas y tampoco creyeron necesario incluirlas en sus TFM (No - No).
 - Para los alumnos que sí que utilizaron recursos digitales en la implementación de sus prácticas se observa si decidieron (o no) analizarlos en su propuesta de mejora. Es decir, existen

alumnos que utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas y creyeron necesario rediseñarlas en sus TFM (Sí - Sí) y, por el contrario, existen alumnos que utilizaron los recursos digitales en sus memorias de prácticas y no consideraron oportuno rediseñarlas posteriormente (Sí - en blanco).

Tabla 6.1: Uso de recursos digitales en el Prácticum II y en el TFM (muestra 2013-2014)

Recursos digitales		
Alumno	Prácticum II	TFM
A1	No	No
A2	Sí	
A3	No	Sí
A4	No	Sí
A5	No	Sí
A6	No	Sí
A7	No	Sí
A8	Sí	Sí
A9	No	No
A10	No	Sí
A11	Sí	Sí
A12	Sí	
A13	No	Sí
A14	Sí	
A15	Sí	Sí
A16	No	No
A17	No	
A18	No	Sí
A19	Sí	
A20	No	Sí

Fuente: Elaboración propia

Resulta significativo que el 65 % de los futuros profesores no llegaron a utilizar las TIC en su periodo de prácticas. Y de ese 65 %, un 23 % tampoco creyó necesario incluir recursos digitales en sus propuestas de mejora. Según sus argumentaciones, parece que el hecho de no usar las TIC no implica desconocimiento del conocimiento tecnológico (TK). Según Shulman (1986), el conocimiento tecnológico incluye entender la tecnología de la información de forma lo suficientemente amplia como para aplicarla de manera productiva en el trabajo y en la vida cotidiana, ser capaz de reconocer cuándo la tecnología de la información puede ayudar u

obstaculizar el logro de un objetivo, y ser capaz de adaptarse continuamente a los cambios de la misma.

Las razones que dan sobre el porqué no usaron las TIC en su periodo de prácticas son diversas: (a) Falta de infraestructuras y recursos generales en el centro; (b) Falta de recursos específicos relacionados con la temática de la unidad didáctica; (c) Falta de tiempo; (d) No se consideró pertinente utilizarlos.

(a) Falta de infraestructuras y recursos generales en el centro: una de las principales razones que dan los futuros profesores para no utilizar recursos digitales en la implementación de su unidad didáctica es la falta de infraestructuras del centro educativo.

Por ejemplo, el alumno A1 da la siguiente explicación: A1:

En el centro de prácticas, se implantó una nueva red WiFi con más ancho de banda que produjo, durante todo un día, el cuelgue del sistema de ordenadores y de fotocopias del centro. Por este motivo, las actividades que requerían el uso de las TIC tuvieron que posponerse. Por otro lado, el centro cuenta con dos aulas de informática. Una de ellas está ocupada casi totalmente por las clases que imparten los profesores de Tecnología. La otra, es de uso libre para cualquier grupo-clase del centro, con una reserva de dos semanas de antelación. En esta aula, al intentar utilizar el programa interactivo GeoGebra, no estaba instalado, y al intentar instalarlo el sistema operativo no lo soportaba.

Un segundo ejemplo son las evidencias que el alumno A10 indica en su TFM. Cita textualmente: «(...) Hay ciertos aspectos que a nivel de recursos no fueron incluidos en mis prácticas. Muchos venían determinados por el centro e intenté trabajar lo mejor posible adaptándome a ellos».

(b) Falta de recursos específicos relacionados con la temática de la unidad didáctica.

Por ejemplo, el alumno A9 argumentó que no encontró recursos digitales apropiados para la enseñanza y aprendizaje del álgebra: A9: «(...) No encontré recursos didácticos efectivos para que los alumnos pudieran entender la división de polinomios de una manera diferente que no fuera realizar actividades convencionales con lápiz y papel».

(c) Falta de tiempo. Hay alumnos que si bien habían planificado el uso de recursos digitales no los pudieron utilizar en la implementación por falta de tiempo destinado a la Unidad.

Por ejemplo, el alumno A6 argumenta:

Los inconvenientes de carácter temporal me han hecho tomar decisiones en las que han prevalecido prioritarias otras cuestiones por encima de una mayor introducción de los elementos TAC. Por ejemplo: no les he enseñado a calcular términos de progresiones aritméticas o geométricas con las calculadoras porque en mi vida de estudiante no me han servido de utilidad.

Otros alumnos no las utilizaron debido a más de un factor. Por ejemplo, el alumno A17 no las utilizó debido a falta de tiempo, pero también en parte, porque las infraestructuras del centro no eran las adecuadas. El alumno A17 argumenta:

No pude utilizar las TIC preparadas, en parte porque me faltó tiempo pero también debido a que no tenía un ordenador. Los propios alumnos en cada clase me dejaban un ordenador para poder enchufarlo a la pizarra digital y siempre había algún problema a la hora de utilizarlos ya que faltaban pluggins (cada vez me daban un ordenador diferente y descubría estas directamente en clase).

(d) No se consideró pertinente utilizarlos.

Por ejemplo, el alumno 4 da la siguiente explicación: A4:

(...) junto con la tutora del centro de prácticas consideramos conveniente no introducir recursos TIC en esta unidad. Era la primera vez que los alumnos estudiaban estadística y para que los recursos digitales sean aprovechados al máximo se tienen que tener unos mínimos conocimientos de estadística y del programa que se utilice.

(e) tienen la creencia de que es necesario un conocimiento matemático para el uso de la tecnología.

Se piensa que es necesario un conocimiento matemático para el uso de la tecnología, al servicio del conocimiento matemático. Según Shulman (1986), este tipo de afirmaciones se corresponde con una de sus siete dimensiones, el conocimiento tecnológico del contenido (TCK). Los futuros profesores necesitan entender qué tecnologías específicas son las más adecuadas para abordar el aprendizaje objeto en sus dominios y cómo el contenido dicta o quizás incluso cambia la tecnología, o viceversa.

Por ejemplo, el alumno A16 cita textualmente:

La pizarra digital se usaba siempre. No me acabó de convencer cómo estaba instalada. Creo que para según qué asignaturas o según qué temario la pizarra digital es muy adecuada, ya sea para poner vídeos, para proyectar páginas de Internet o para que se guarde lo que se ha hecho anteriormente y poder volver a este punto. Pero en el temario que impartí (la razón y la proporción) no me pareció útil y, en algunas ocasiones, me dificultó la tarea de impartir las clases. Por ejemplo, tardaba mucho en encenderse y el bolígrafo no siempre funcionaba. Además, es más pequeña que una pizarra tradicional y, por falta de espacio, no se podían proyectar dos ejercicios al mismo tiempo.

Los futuros profesores que sí usaron las TIC en la implementación de su unidad didáctica, las introdujeron en diferente grado. Clasificamos el uso de los recursos digitales en la implementación de su unidad didáctica en cinco niveles: considera, interpreta, aplica, practica y crea/produce. Decimos que el futuro profesor (1) “considera” el uso de las TIC cuando las utiliza para desarrollar materiales didácticos o de referencia para su clase. Según Shulman (1986), este nivel se corresponde con el conocimiento tecnológico (TK). Es el conocimiento sobre ciertos modos de pensar y trabajar con la tecnología, las herramientas y los recursos; (2) “interpreta” cuando las utiliza para obtener información útil para su labor profesional. Según Shulman (1986), este nivel corresponde con el conocimiento pedagógico del contenido (PCK). El maestro interpreta la materia, encuentra varias maneras de representarla, y se adapta y adapta los materiales de instrucción a las concepciones alternativas y conocimientos previos de los alumnos; (3) “aplica” cuando las utiliza para establecer contacto e intercambio social eficiente con colegas y alumnos. Según Shulman (1986), este nivel se corresponden con el conocimiento tecnológico-pedagógico (TPK). Se refiere a la comprensión sobre cómo la enseñanza y el aprendizaje pueden cambiar cuando se utilizan determinadas tecnologías de manera particular. Esto incluye saber las posibilidades y limitaciones de una gama de herramientas tecnológicas y pedagógicas que se relacionan con diseños apropiados para el desarrollo y las estrategias pedagógicas; (4) “practica” cuando usa recursos digitales creados por otros. Según Shulman (1986), este nivel corresponde con el conocimiento tecnológico del contenido (TCK). (5) “produce” cuando usa recursos digitales creados o producidos por el mismo (TPACK). Según Shulman (1986), es la base de la enseñanza efectiva con la tecnología, lo que requiere una comprensión de la representación de los conceptos que utilizan tecnologías; técnicas pedagógicas que utilizan tecnologías de

manera constructiva para enseñar a los contenidos; el conocimiento de lo que hace fáciles o difíciles los conceptos que hay que aprender y cómo la tecnología puede ayudar a corregir algunos de los problemas que afrontan los estudiantes; conocimientos previos de los conocimientos y teorías epistemológicas de los estudiantes; y el conocimiento de cómo las tecnologías pueden ser utilizadas para construir el conocimiento existente para desarrollar nuevas epistemologías o fortalecer las ya existentes.

A continuación se justifica metodológicamente como se ha realizado la asignación de evidencias en el uso de este instrumento, mediante la explicación de ejemplos vinculados a cada una de las categorías consideradas.

3.2.1. Evidencias “Considera”

El alumno A1 es un ejemplo “considera” ya que usa las TIC para desarrollar materiales didácticos o de referencia para su clase. Cita textualmente:

A nivel mediacional he obtenido un rotundo fracaso. Los alumnos no tienen libros, ni ordenadores portátiles, ni de mesa en casa... Los ordenadores del centro no hay forma de hacer que funcionen los programas estándares para trabajar matemáticas, ni tan solo tienen instalada una versión de Excel que permita hacer una gráfica in situ sin dar problemas que distorsionen el aprendizaje de los alumnos. Todos los recursos de los que disponía han sido fotocopias, y lo que he podido hacer con el ordenador del aula.

Un segundo ejemplo de “considera” son las evidencias del alumno A5 que argumenta:

El uso de herramientas informáticas se descartó conscientemente y con acuerdo con el tutor del centro, a causa de las condiciones del grupo y las pocas sesiones que disponía. A pesar de haber programado una actividad con GeoGebra, después de ver la dispersión de los alumnos en una clase con el uso de ordenadores donde tienen acceso a Facebook, YouTube y otros, decidí no provocar problemas innecesarios para conseguir los objetivos que me proponía. Utilicé únicamente el Power Point para acompañar mi exposición sobre los orígenes del Teorema de Tales y de Pitágoras.

3.2.2. Evidencias “Interpreta”

El alumno A13 es un ejemplo de “interpreta” porque las utiliza para obtener información útil para su labor profesional. Cita textualmente:

(...) En este punto, podemos preguntar sobre la relación entre las unidades de medida radianes y grados. Podemos reflexionar sobre la importancia de conocer las equivalencias entre las diferentes unidades de medida haciendo referencia, por ejemplo, al caso de la sonda que se estrelló debido a un error de comunicación: https://ca.wikipedia.org/wiki/Mars_Climate_Orbiter».

El alumno A17 es un segundo ejemplo de “interpreta” ya que utiliza los periódicos digitales para obtener información útil para su labor profesional:

(...) Por un lado, en casa tenían que observar (en el telenoticias o en Internet o en un periódico) las diferentes temperaturas de la ciudad que habían escogido y anotarlas en la ficha correspondiente.

3.2.3. Evidencias “Aplica”

El alumno A7 es un ejemplo de aplica porque las utiliza para establecer contacto e intercambio social eficiente con colegas y alumnos. El alumno A7 cita:

(...) Me hubiera gustado introducir el uso del moodle o Campus (Aula Virtual) durante el curso. El centro de prácticas tenía Aula Virtual, pero la tutora no la utilizaba. He considerado plantear esta mejora porque los alumnos, a veces, no pueden asistir regularmente a clase y he podido observar que cuando un alumno falta algunos días después no sigue las clases. El uso de una plataforma virtual:

- *Permite a los alumnos acceder a contenidos didácticos diversos, como los trabajados en clase o de ampliación.*
- *Promueve la comunicación interpersonal, entre los alumnos y el profesor y entre los mismos alumnos.*
- *Hace que los alumnos vean la utilización de las nuevas tecnologías en el ámbito del aprendizaje. Ayuda a romper la denominada “fractura digital”.*
- *Facilita el trabajo colaborativo.*
- *Permite al profesor realizar un seguimiento del progreso del estudiante.*

Capítulo 6: Análisis del uso de herramientas digitales y evaluación de la CD

- *Otorga al profesor la capacidad de dar un feedback inmediato, más eficiente.*

Mi propuesta consiste en utilizar el Aula Virtual para llevar a cabo las siguientes tareas y proyectos:

- *Colgar lo que se ha realizado durante cada una de las sesiones para que el alumnado que no pueda asistir pueda seguir el curso.*
- *Crear y diseñar ejercicios de refuerzo que les ayuden a saber cómo van y les permitan repasar los conceptos y procedimientos que se trabajan en clase (autoevaluación).*
- *Subir artículos y enlaces interesantes relacionados con el ámbito que se está trabajando.*
- *Abrir foros para que puedan consultar dudas o hablar de cualquier otro tema relacionado de alguna manera con el ámbito que se trabaje en la asignatura. También podrían hacer propuestas de algún tema que les interese estudiar, compartir enlaces, realizar trabajos en grupo, etc.*

Esta sería otra manera de incentivar su participación e implicación en el proceso de aprendizaje, sería una motivación extra.

3.2.4. Evidencias “Practica”

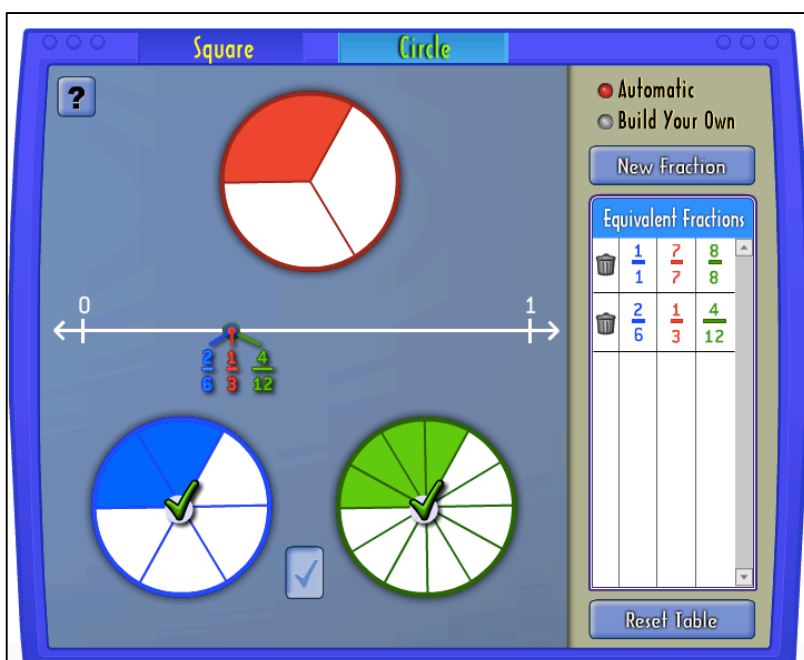
El alumno A3 es un ejemplo de “practica” ya que usa recursos digitales creados por otros:

En la propuesta de mejora, se introduce el uso de un applet para trabajar el concepto de fracciones equivalentes. Al final de la actividad se les indica que respondan a preguntas que fomentan la reflexión y el aprendizaje significativo de los contenidos desarrollados. De esta forma, se recuerda a los alumnos (de una forma descontextualizada de la proporcionalidad) que un mismo número racional puede estar representado por infinitas fracciones equivalentes. Este conocimiento resultará básico para una mejor comprensión de las magnitudes directamente proporcionales.

Este es un buen ejemplo para indicar que la asignación se realiza independientemente de que el uso se considere adecuado por el equipo investigador y adaptado al objetivo intencional del futuro docente cuando

prepara la unidad. Por ejemplo, en este caso, sabemos que se trata de un buen instrumento para asociar representaciones diferentes de la idea de fracción (gráfica y en la línea numérica) y que esta relación ayuda a la estimación mediante fracciones, pero no hay confirmación de que contribuya a reconocer que hay infinitas fracciones equivalentes, y menos aún, lo que dice de que «Este conocimiento resultará básico para una mejor comprensión de las magnitudes directamente proporcionales».

Figura 6.2: Captura de pantalla del applet de recursos Illuminations de la asociación norteamericana de profesores de matemáticas (NCTM)



El alumno A15, en su propuesta de mejora, proponer utilizar plataformas, fórums y páginas web del tipo: “moodle”, “bones notes”, “plataforma eleben”... para atender la diversidad en el aula mediante el aprendizaje multinivel. El alumno A15 argumenta:

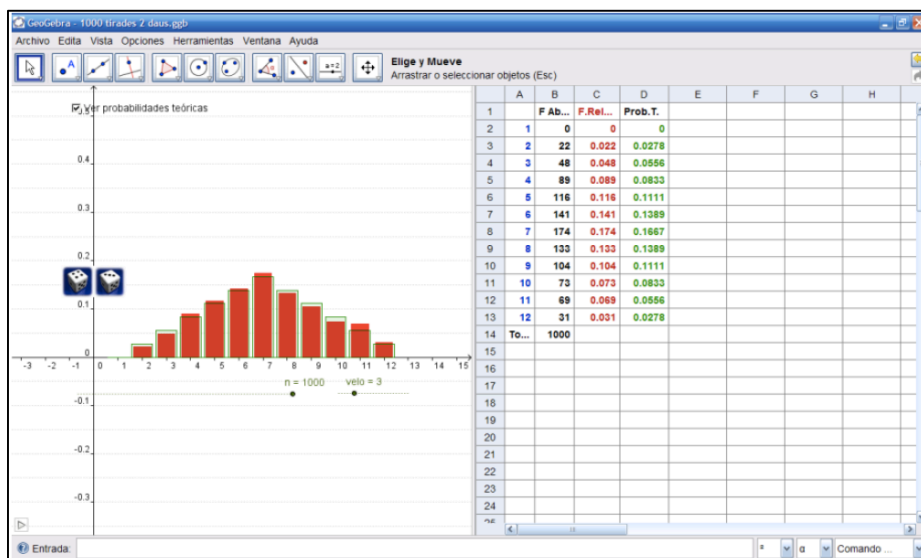
El objetivo principal de esta propuesta es permitir que cada alumno trabaje en función de su nivel y con diferentes modalidades de ejercicios que fomenten su motivación. De esta forma es posible que cada alumno avance más o menos rápido en función de sus necesidades (la profesora tendrá que realizar un control de los resultados de los ejercicios y controlar la velocidad de aprendizaje de cada alumno).

3.2.5. Evidencias “Crea/Produce”

El alumno A20 es un ejemplo de crea/produce ya que usa recursos digitales creados o producidos por el mismo. El alumno A20, para demostrar la Ley de los grandes números, creó un programa GeoGebra con el que se podían realizar simulaciones de un gran número de tiradas con dados (por ejemplo, 1000 tiradas con dos dados). Cita textualmente:

(...) En una parte de la pantalla se recoge el gráfico y en la otra parte una tabla con los resultados. Es muy interesante porque el programa tiene la opción de mostrarnos, ya sea en datos o en el gráfico, el resultado teórico. Es el momento donde, a través de la experiencia, los propios alumnos se introducen en la Ley de los grandes números y también de la simulación. Ven que lo que ellos han hecho manualmente, hay un ordenador que lo puede simular tantas veces como quieran en un tiempo muy inferior. También pueden comprobar como a medida que aumenta el número de tiradas, el resultado converge al promedio de los valores esperados. Los alumnos realizan las simulaciones con archivos ya creados, la idea es que ellos sean quienes experimenten. Si se diera el caso que no han utilizado nunca el GeoGebra no tendría que ser un problema, una vez abran los archivos, todo es muy intuitivo.

Figura 6.3: Captura de pantalla de la simulación en GeoGebra “1000” tiradas con 2 dados (simulación: 1000 tiradas)

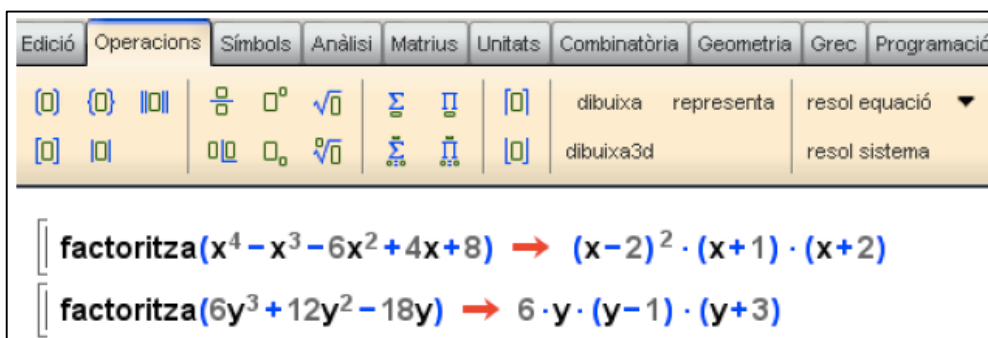


El alumno A2 es otro ejemplo “crea/produce”:

(...) La última semana de prácticas, justo después de la prueba escrita, les tenía preparadas dos actividades: la primera consistía en trabajar con la calculadora Wiris para que conocieran una manera

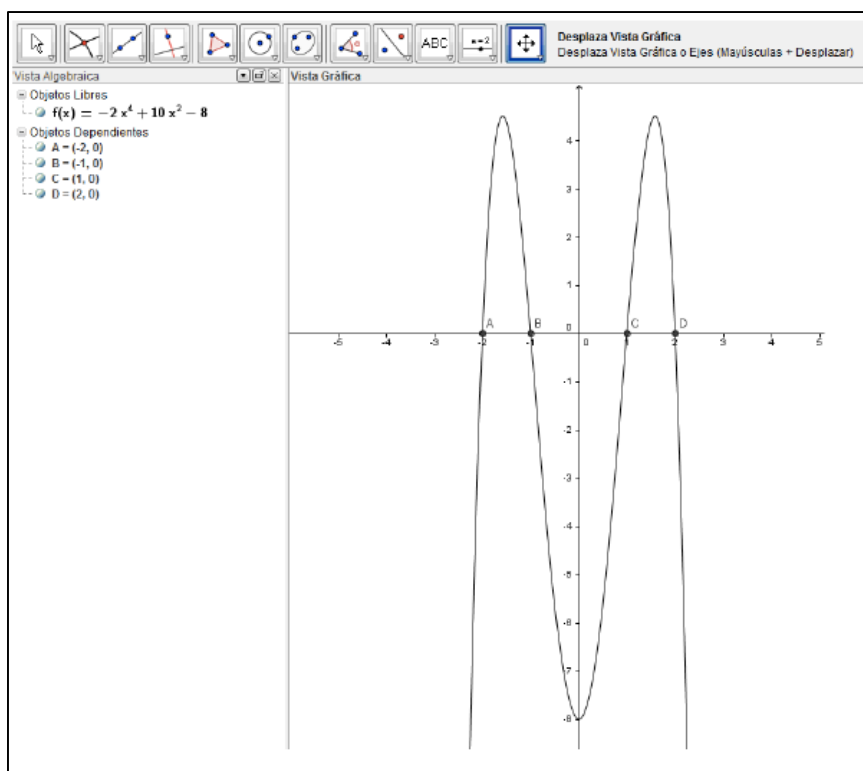
diferente de trabajar las operaciones con polinomios y la factorización de las mismas a través de este programa informático.

Figura 6.4: Captura de pantalla de la factorización de polinomios mediante la calculadora Wiris



La segunda actividad consistía en trabajar con el GeoGebra para que conocieran una manera de factorizar los polinomios a partir de sus raíces, es decir, los puntos en los que la gráfica corta al eje de abscisas. Esta actividad también permitió que trabajaran con polinomios que no tuvieran raíces reales, que comenzaran a ver raíces de multiplicidad mayor o igual que dos y también que se dieran cuenta de la imposibilidad de encontrar visualmente a partir de la gráfica las raíces irracionales, por ejemplo, y el uso de aproximaciones numéricas para representar estas últimas. Además, con estas dos actividades también pretendía construir grupos cooperativos y distribuir el trabajo a realizar entre los miembros de cada grupo.

Figura 6.5: Captura de pantalla de la factorización de polinomios mediante su representación gráfica



En los anexos de este capítulo se puede consultar el nivel de tres alumnos en dos momentos del Máster: una vez realizadas sus prácticas y una vez finalizada su propuesta de mejora. Para cada alumno se realiza un registro del uso de recursos TIC con evidencias argumentadas de cada uno de estos dos niveles. El alumno A3 posee un nivel “considera” una vez realizadas sus prácticas y un nivel “practica” una vez finalizada su propuesta de mejora. El alumno A19 posee un nivel “practica” tanto después de la realización de las prácticas como después de la propuesta de mejora. Y el alumno A6 posee un nivel “considera” una vez realizadas sus prácticas y un nivel “crea” una vez finalizada su propuesta de mejora.

3.3. La tecnología digital en la reflexión didáctica

Las declaraciones de intenciones que hacen los alumnos en su TFM permiten inferir un mayor nivel de uso de las TIC en sus futuras clases. Observamos que hay seis grupos de estudiantes que se corresponden a un crecimiento reflexivo, que se manifiesta en el cuadro siguiente:

Tabla 6.2: Clasificación de los futuros profesores según el desarrollo en el uso de las TIC en su práctica y después de su reflexión

	Considera o	Usa en su	Crea/Produce en
--	-------------	-----------	-----------------

	interpreta en su reflexión	reflexión	su reflexión
Considera o interpreta en su práctica	1, 9, 16, 17,18 25 %	3, 5, 13 15 %	4, 6, 10, 20 20 %
Usa en la práctica	--	11, 15, 19 15 %	7, 8 10 %
Crea/produce en su práctica	--	--	2, 12, 14 15 %

Fuente: Elaboración propia

Además, observamos que el programa de formación ha promovido la reflexión sobre el uso de las TIC en un 45 % de los futuros docentes.

3.4. Restricciones contextuales sobre el uso de herramientas digitales

Resulta significativo que muchos futuros profesores no llegaron a utilizar las TIC. Las razones que dan se pueden clasificar en dos grupos: 1) No se ha podido y 2) No se ha considerado pertinente. Los que dicen que no pudieron lo justifican por una falta de infraestructuras en el centro, por una falta de recursos específicos para la temática que tenían que explicar o bien por una falta de tiempo. En el segundo grupo la justificación está relacionada con el tipo de alumnos y el momento en que se explicó la unidad didáctica.

La reflexión propiciada en el TFM sobre la propia práctica, con el objetivo de mejorar su unidad didáctica para una futura implementación, produce en los alumnos declaraciones de intenciones que permiten inferir un desarrollo del nivel de uso de las TIC en sus futuras clases.

4. ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA DIGITAL DESPUÉS DEL TFM (ESTUDIO 2014-2015)

En este apartado justificamos la incorporación de un refinamiento y reinterpretación de las categorías explicadas (especificado en el siguiente apartado) mediante el análisis del contenido de las expresiones citadas por los futuros docentes. Se pretende identificar indicadores que se aprecian en sus respuestas y tienen a ver con el uso de las herramientas digitales, más allá de las categorías enunciadas en el primer prototipo. Para ello, se

regresa al análisis teórico de componentes o dimensiones que deberíamos evaluar, que se explicó en el marco teórico: D1) el uso de informaciones; D2) creación y uso de recursos específicos del área de matemáticas; D3) Almacenamiento y comunicación; D4) Ética del uso de las TIC. A continuación, se especifican evidencias que justifican la existencia de estas dimensiones, y categorías que emergen del discurso de los futuros docentes.

Para realizar el análisis y mostrar los resultados correspondientes se incluyen los siguientes apartados: evidencias para la evaluación de la competencia digital (3.1) y asignación del nivel de competencia digital después del TFM (3.2).

4.1. Evidencias para la evaluación de la competencia digital

El estudio, en este caso, procura evidenciar no sólo los niveles reconocidos, sino también asignar dichos niveles.

A continuación se justifica metodológicamente cómo se ha realizado la asignación de evidencias en el uso de este instrumento, mediante la explicación de ejemplos de dos alumnos, uno de nivel bajo y uno de nivel medio, vinculados a los niveles de cada uno de los descriptores. Las evidencias de un alumno de nivel alto pueden observarse en la tabla utilizada para el registro de la evaluación de la competencia digital explicada en el capítulo anterior.

El alumno A12 es un ejemplo de alumno con nivel 1 de competencia digital y el alumno A2 es un ejemplo de alumno con un nivel 2. Una vez analizados su TFM hemos resumido el análisis obteniendo las siguientes conclusiones:

4.1.1. Evidencias dimensión “Información específica”

Tanto al alumno A12 como al alumno A2 en el descriptor 1: “Busca información en red, accede a ella y selecciona recursos de forma eficaz” y en el descriptor 2: “Compara, contrasta, evalúa e integra información matemática de forma crítica”, se les ha inferido un nivel 3 ya que utilizan recursos matemáticos de diferentes fuentes (obtiene recursos de diferentes bancos de recursos matemáticos) y los analizan para sus futuras implementaciones.

4.1.2. Evidencias dimensión “Creación y uso de contenidos específicos”

En el descriptor 1: *Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos digitales*, al alumno A12 se le ha inferido un nivel 1 ya que no utiliza recursos digitales interactivos per sí que incluye formatos digitales sencillos en sus explicaciones magistrales (principalmente programas ofimáticos). Sin embargo, al alumno A2 se le ha inferido un nivel 3 ya que implementa una actividad con el GeoGebra en la que los alumnos tienen que crear su propio logotipo a partir de diferentes transformaciones en el plano. Los alumnos también realizan una actividad opcional (con el mismo programa) en la que deben aplicar diferentes movimientos en el plano a una figura escogida por ellos mismos. Además, el futuro profesor crea un dossier con actividades sobre las características de las transformaciones isométricas y las homotecias en las que utiliza el GeoGebra para incluir las imágenes de los enunciados.

Para el alumno A12 no hemos obtenido evidencias del descriptor 2: *Modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante*. Sin embargo, al alumno A2 se le ha inferido un nivel 2 ya que en su propuesta de mejora introduce cambios en el dossier de los alumnos de forma que el programa GeoGebra con el que habían trabajado a lo largo de las sesiones tuviera mayor protagonismo.

4.1.3. Evidencias dimensión “Almacenamiento y comunicación”

En el descriptor 1: *Entiende, gestiona, almacena y selecciona dispositivos/servicios en donde almacenar los recursos digitales y/o la información matemática*, en el descriptor 2: *Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social* y en el descriptor 3: *Utiliza tecnologías y medios para el trabajo en equipo, para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático* al alumno A12 se le ha inferido un nivel 1 ya que no almacena la información matemática en diferentes dispositivos/servicios a lo largo del periodo de prácticas pero sabemos que entiende cómo se almacena la información matemática y/o los recursos digitales en diferentes dispositivos/servicios porque los alumnos del Máster en la asignatura de Recursos y materiales educativos para la actividad matemática han efectuado simulaciones con programas como el Kahoot, el EDpuzzle, el Scratch, etc. También entendemos que un futuro profesor no puede no utilizar algunas dispositivos tradicionales (teléfono móvil, correo electrónico, chat...) para colaborar con otros colegas y alumnos. Sin embargo, el alumno A2 va un poco más allá y además de

saber cómo se almacena la información, en su planificación didáctica incluye la entrega vía moodle de una actividad voluntaria en GeoGebra e indica el feedback a través de la plataforma de forma que en el descriptor 2 se le ha inferido un nivel 2 (manteniendo el descriptor 1 y el 3 con un nivel 1 de competencia digital).

4.1.4. Evidencias dimensión “Ética”

En el descriptor 1: *Está familiarizado con las normas de conducta en interacción en línea o virtuales y desarrolla estrategias para la identificación de las conductas inadecuadas* al alumno A12 se le ha inferido un nivel 1 ya que entendemos que un futuro profesor conoce las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros pero no hemos obtenido evidencias que se plasmen en su unidad didáctica ni en su reflexión sobre su propia práctica. Sin embargo, al alumno A2 se le ha inferido un nivel 2 ya que entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y es capaz de aplicarlas al contexto profesional. Cuando usa el moodle para dirigirse a sus alumnos se aprecia cómo el futuro profesor utiliza un lenguaje adecuado al contexto.

Para el descriptor 2: *Entiende cómo se aplican los derechos de autor y las licencias a la información y a los contenidos digitales* y el descriptor 3: *Protege los dispositivos y comprende los riesgos y amenazas en red y los términos habituales del uso de los programas* no se han apreciado evidencias en ninguno de los dos alumnos por lo que no se les ha inferido ningún nivel de competencia digital.

En efecto, por las siguientes argumentaciones en cada una de las dimensiones, el estudiante A12 posee un nivel de competencia digital más bajo que el estudiante A2.

A continuación, en la siguiente tabla, se muestra un resumen sobre qué niveles han sido evidenciados en las reflexiones de sus TFM en cada uno de los descriptores de los tres alumnos (niveles bajo, medio y alto de competencia digital):

Tabla 6.3: Registro de la evaluación de la competencia digital de tres alumnos

Alumnos	A12 (Nivel 1)	A2 (Nivel 2)	A7 (Nivel 3)
Dimensiones			
D1) Información específica	N3d1 N3d2	N3d1 N3d2	N3d1 N3d2
D2) Creación y uso de contenidos específicos	N1d1 __d2	N3d1 N2d2	N3d1 N3d2
D3) Almacenamiento y comunicación	N1d1 N1d2 N1d3	N1d1 N2d2 N1d3	N3d1 N3d2 N1d3
D4) Ética	N1d1 __d2 __d3	N2d1 __d2 __d3	N2d1 __d2 __d3

Fuente: Elaboración propia

En los anexos de este capítulo se incluyen diferentes tablas con el registro de las evidencias de la competencia digital de diferentes alumnos (tanto de nivel bajo, medio como alto).

4.2. Asignación del nivel de competencia digital después del TFM

En este apartado se explica el método de cálculo del nivel global asignado, considerando los puntajes correspondientes a las diferentes dimensiones (en los anexos de este capítulo se incluye una tabla que resume el puntaje de cada alumno de la muestra para cada uno de los descriptores de cada una de las dimensiones). En nuestra tradición, la evaluación aunque sea multidimensional, se traslada a un único dígito o medida. Así, en lo que sigue, justificamos razonablemente los niveles que hemos considerado.

En la tabla siguiente se muestra el nivel de competencia digital de los 20 alumnos de la muestra una vez analizadas las diferentes evidencias incluidos en sus TFM:

- En la primera columna: se incluyen a los alumnos objeto de estudio (promoción del 2014-2015). Por cuestiones de privacidad de datos en lugar de sus nombres y apellidos se enumeran como A1, A2,....
- En la segunda columna: se incluye el puntaje obtenido que se infiere al utilizar la herramienta de evaluación de la competencia digital después de la propuesta de mejora incluida en sus TFM.
- Pensamos que hay una asignación a priori que se podría considerar, teniendo en cuenta lo dicho en el apartado anterior. Pero

consideramos que una medida asociada a la suma de descriptores observados como emergentes de su texto puede dar cuenta de posibles selecciones de los comentarios a realizar, por no alargar el propio escrito del TFM. Así, decidimos sumar las evidencias, en lugar de asignar el nivel más alto observado, que daría otra medida.

- En la tercera columna: se incluye el nivel de competencia digital (de 0 a 3) teniendo en cuenta que: (0) un futuro profesor posee un nivel 0 de competencia digital si ha obtenido un puntaje menor o igual que 5; (1) un futuro profesor posee un nivel 1 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 6 y 12; (2) un futuro profesor posee un nivel 2 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 13 y 23 y (3) un futuro profesor posee un nivel 3 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 24 y 36.

Tabla 6.4: Evaluación del nivel de comp. digital antes y después del TFM.

Alumno	Puntaje obtenido con la herramienta	Nivel de CD después del TFM
A1	19	N2
A2	17	N2
A3	13	N2
A4	13	N2
A5	18	N2
A6	16	N2
A7	21	N2
A8	14	N2
A9	12	N1
A10	15	N2
A11	11	N1
A12	11	N1
A13	13	N2
A14	11	N1
A15	11	N1
A16	12	N1
A17	17	N2
A18	18	N2
A19	14	N2
A20	14	N2

Fuente: Elaboración propia

Con estos datos podemos calcular el porcentaje de alumnos que poseen cada uno de los niveles de competencia digital que se le han sido asignados:

Tabla 6.5: Número de alumnos y porcentaje de cada uno de los niveles de competencia digital.

N= 20	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Número de alumnos	0	6	14	0
Porcentaje	0 %	30 %	70 %	0 %

Fuente: Elaboración propia

Podemos decir que los futuros docentes se sitúan entre el nivel 1 y 2. El nivel 3 se conseguiría en una situación profesional en la que se justifican e introducen elementos en las distintas dimensiones. Se puede pensar que en el contexto educativo que nos encontramos, es difícil que incorporen una reflexión y acción de nivel alto, puesto que algunos indicadores incluso no podemos constatarlos a partir del TFM como única fuente de datos.

Como se puede comprobar según los resultados de la tabla, todos los alumnos con un nivel N1 de competencia digital, están muy próximos a la franja de puntos del nivel N2. De los seis alumnos que forman este nivel, cuatro alumnos han obtenido una puntuación de 11 puntos y dos alumnos han obtenido una puntuación de 12 puntos. Es decir, están únicamente a uno o dos puntos del segundo nivel de competencia digital. Por otro lado, la franja de puntos del nivel N2 varía entre 13 y 23 puntos, pero casi tres cuartas partes de los alumnos de este nivel están por debajo de los 18 puntos (10 alumnos de 14) y no existe ningún alumno que obtenga una puntuación de nivel de competencia digital N3. Es decir, los alumnos no se distribuyen de forma homogénea entre los diferentes niveles. Este suceso podría producirse si se diera el caso de que después de analizar sus TFM, todos los alumnos obtuvieran evidencias del mismo nivel para cada uno de sus descriptores. Pero si comparamos al alumno del nivel N2 con menor puntuación (por ejemplo, al alumno A3 cuyas evidencias quedan plasmadas en los anexos de este capítulo) con el alumno del nivel N2 con mayor puntuación (al alumno A7 cuyas evidencias quedan también plasmadas en los anexos) observamos que, a pesar de poseer el mismo nivel de competencia digital, las diferencias entre las evidencias observadas en cada uno de los descriptores son suficientes para que no compartan el mismo nivel. Por lo tanto, es necesario refinar cada uno de los niveles de las dimensiones efectuadas.

5. REFINAMIENTO DE LA HERRAMIENTA DE EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA DIGITAL BASADA EN EL EOS

En este quinto apartado damos respuesta al cuarto objetivo de la investigación:

O4) Caracterizar la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria de matemáticas y determinar grados de desarrollo.

Que corresponde al segundo ciclo de la investigación, en donde nos planteamos la siguiente pregunta: ¿Qué descriptores de la caracterización de la competencia digital no se corresponden con las necesidades del futuro profesor de matemáticas? A partir de dar respuesta a esta pregunta podemos caracterizar el nivel de competencia digital en la formación inicial del futuro profesor de matemáticas de secundaria.

A partir de los estudios teóricos realizados, que siguen el modelo de EOS para el análisis evaluador de la competencia digital en educación matemática, consideramos que las dimensiones principales de lo digital en el desarrollo profesional se centran en las cinco dimensiones de los niveles de análisis de EOS.

5.1. Principales cambios de la herramienta refinada

A la hora de valorar las dimensiones y descriptores de la primera herramienta utilizada observamos que:

(1) En la dimensión *Información específica* vemos que en los descriptores: *Busca información en red, accede a ella y selecciona recursos de forma eficaz* y *Compara, contrasta, evalúa e integra información matemática de forma crítica*, los alumnos no se distribuyen de forma homogénea entre todos los niveles. Todos los alumnos de la muestra, en ambos descriptores, poseen un nivel 3. Esto es debido a que un futuro profesor ya ha fomentado estas habilidades a lo largo de los estudios que le capacitan para realizar esta profesión. Por lo tanto, estos descriptores no nos ayudan a inferir un nivel de competencia digital en nuestros alumnos y hemos decidido, en la caracterización refinada, prescindir de ellos. Sin embargo, vamos un poquito más allá en cuanto a la rigurosidad en la investigación e innovación didáctica e incluimos una nueva dimensión, *Análisis didáctico, innovación e investigación*, en la que realizamos un primer paso en la introducción al análisis didáctico y a la innovación e investigación en educación matemática. Esta nueva

dimensión está formada por dos indicadores: *Usa, revisa y valora información en el análisis didáctico para tomar decisiones profesionales* y *Reconoce el valor epistémico y didáctico del uso de los medios digitales que utiliza*. Sabemos de antemano, que un nivel tres en esta dimensión podrá ser alcanzada cuando tengan cierta experiencia profesional.

(2) En la dimensión *Creación y uso de contenidos específicos* hemos incluido en la rúbrica final los dos descriptores: *Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos digitales* y *Modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante*. Estos dos descriptores se han fusionado como primer indicador de la dimensión epistémica (*Lo epistémico*): *Crea y usa contenidos matemáticos específicos con medios digitales*. Es decir, la creación y uso de contenidos matemáticos mediante herramientas digitales contribuye a que emerjan distintas configuraciones epistémicas de forma que las matemáticas enseñadas sean unas “buenas matemáticas”.

(3) En la dimensión *Almacenamiento y comunicación* hemos incluido en la rúbrica final los tres descriptores. Los descriptores: *Entiende, gestiona, almacena y selecciona dispositivos/servicios en donde almacenar los recursos digitales y/o la información matemática* y *Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social* pasan a fusionarse como el segundo indicador de la dimensión epistémica (*Lo epistémico*) que se ha reescrito como *Almacena y comunica matemáticas mediante herramientas digitales*. Estos descriptores los hemos incluido en esta dimensión y en este indicador en tanto las herramientas digitales de almacenamiento y las herramientas digitales de interacción social ayudan a la co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática. Y el descriptor: *Utiliza tecnologías y medios para el trabajo en equipo, para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático* es el primer y único criterio de la dimensión interaccional (*Lo interaccional*). Es decir, las herramientas digitales van más allá de la comunicación como co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática, sino que contribuyen a los procesos de co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática entre otros colegas e investigadores de la profesión

fomentando los significados institucionales a partir de los significados personales.

(4) En la dimensión *Ética* hay descriptores de los que no hemos encontrado evidencias en ninguno de los TFM analizados. Estos descriptores son: *Entiende cómo se aplican los derechos de autor y las licencias a la información y a los contenidos digitales y Protege los dispositivos y comprende los riesgos y amenazas en red y los términos habituales de uso de los programas*. En cuanto al primero, el futuro profesor crea contenidos matemáticos para sus clases, pero sin fines divulgativos. Además, el futuro profesor puede conocer (o no) las diferentes licencias existentes pero no cree relevante aplicarlas a su contexto profesional. Y en cuanto al segundo descriptor, el futuro profesor utiliza los dispositivos digitales de los centros de prácticas de forma esporádica, como un usuario puntual. Además, no realiza acciones básicas para proteger los dispositivos que utiliza porque no entra dentro de sus funciones formativas.

Por el contrario, el descriptor *Está familiarizado con las normas de conducta en interacción en línea o virtuales y desarrolla estrategias para la identificación de las conductas inadecuadas* hemos podido constatarlo en diferentes TFM y en sus diferentes niveles. Este descriptor trata de incluir la dimensión ecológica de la comunicación de forma que el futuro profesor se adapte a las directrices incluidas en el documento del proyecto educativo del centro. Este descriptor se ha incluido en la dimensión «Lo ecológico y lo ético» como segundo indicador.

Además, para trabajar con las mismas dimensiones del modelo de EOS para el análisis evaluador de la competencia digital en educación matemática, hemos incluido nuevos indicadores en las dimensiones cognitiva (*Lo cognitivo*), afectiva (*Lo afectivo*) y ecológica (*Lo ecológico y lo ético*).

5.1.1. Nuevas dimensiones, criterios y niveles de la caracterización de la competencia digital

En este apartado, en el que se refina la herramienta de evaluación de la competencia digital, hemos decidido utilizar una rúbrica como forma de evaluar el nivel de desempeño. Una rúbrica es un instrumento cuya finalidad es compartir los criterios de evaluación de las tareas de aprendizaje entre los estudiantes y el profesorado. Estas tareas de aprendizaje están organizadas en diferentes niveles de cumplimiento: desde lo considerado como suspenso hasta lo excelente.

A continuación, se describen las categorías asociadas a EOS que consideramos como elementos a priori, para la elaboración de la rúbrica mostrada en las páginas siguientes, que consideramos que mejora lo anteriormente desarrollado (en la rúbrica, además de las dimensiones incluidas en el EOS, también se incluye la dimensión *Análisis didáctico, innovación e investigación*). Se trata de un instrumento creado “ad hoc” por el equipo investigador en el que han participado los directores del trabajo y surge como propuesta a partir de los datos empíricos de análisis de un grupo pequeño de trabajos de TFM (Carvajal, Font y Giménez, 2017).

Por ello, se consideran las dimensiones siguientes:

(1) *Lo epistémico*: uso y control de informaciones sobre los objetos matemáticos y su enseñanza /aprendizaje (lo digital que contribuye a las configuraciones epistémicas puestas de manifiesto); herramientas de almacenamiento y co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática (elementos de lo digital que tienen a ver con interacciones y recursos);

(2) *Lo cognitivo* en cuanto contribución de lo digital a los procesos reflexivos del alumnado (correspondiente a la idoneidad cognitiva en EOS) También, el uso de herramientas como por ejemplo ayudas representacionales; tutoriales basados en el árbol de problema; y, en cuanto lo didáctico: propuestas de estudios de caso, colecciones de recursos, experiencias de investigación, elementos de evaluación y artículos de apoyo.

(3) *Lo afectivo*: En cuanto la idoneidad emocional y normativa se piensa en el desarrollo de elementos motivacionales en el proceso de instrucción

(4) *Lo interaccional*, en cuanto contribución de lo digital en procesos de co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática (contribución de medios digitales en el fomento de significados institucionales a partir de los significados personales).

(5) *Lo ecológico*, no tiene una dimensión específica, pero se asocia fundamentalmente a lo ético y a las restricciones posibles del entorno.

Esta rúbrica nos puede servir como herramienta intermedia de concreción curricular para evaluar la competencia digital de las futuras promociones de alumnos del MFPSM. No es generalizable, pero constituye un material de

primera mano para el desarrollo e implementación de las rúbricas en la evaluación de las asignaturas del MFPSM. A continuación, la mostramos:

Tabla 6.6: Rúbrica final de la caracterización de la competencia digital

Dimensiones	Indicadores	Niveles			
		N0 (Suspenseo)	N1 (Aprobado)	N2 (Notable)	N3 (Excelente)
LO EPISTÉMICO	Crea y usa contenidos matemáticos específicos con medios digitales	No usa ni desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante formatos digitales.	Usa propuestas digitales realizadas por otros sin adaptaciones o con pocas adaptaciones; introduce propuestas en entornos cerrados (textos, tablas, imágenes, presentaciones, etc.) para establecer asociaciones, con objetivo de reconocer la adquisición de ideas u objetos matemáticos.	Usa instrumentos digitales para establecer relaciones entre representaciones, conexiones, etc. identificando las dificultades subyacentes y las implicaciones junto a otros mediadores.	Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos y/o diseña tareas en las que los alumnos tengan que utilizar diferentes programas informáticos.
		No usa ni desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante formatos digitales.	Problematiza con herramientas digitales usadas como desarrollo de procedimientos específicos, o bien introduciendo significados parciales del contenido.	Modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante y establecer rediseños.	Usa los medios digitales para establecer relaciones entre el conocimiento común y el matemático en la construcción de los objetos y sistemas matemáticos. Prepara análisis de la práctica con ayuda de dichos recursos digitales.
	Almacena y comunica matemáticas mediante herramientas digitales	No almacena información matemática mediante herramientas digitales.	Almacena en un único dispositivo/servicio los recursos digitales y/o la información matemática.	Gestiona, almacena y selecciona diferentes dispositivos/servicios en donde almacenar los recursos digitales y/o la información matemática (wikis, repositorios, fórums, blogs, etc).	Usa modos de interacción para establecer conocimiento matemático compartido en formato digital que se sitúa en un espacio nuevo para ser apropiado por otros.
		No comunica matemáticas mediante herramientas digitales.	Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social.	Utiliza de forma consciente tecnologías y medios para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático.	Usa, valora y analiza el uso de medios interactivos digitales para tener un control del proceso de enseñanza/aprendizaje y autorregular el aprendizaje matemático reconociendo las limitaciones y potencialidades de cada dispositivo o aplicación digital.

Capítulo 6: Análisis del uso de herramientas digitales y evaluación de la CD

LO COGNITIVO	Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad cognitiva de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje	No analiza elementos cognitivos de la instrucción con dispositivos digitales.	Establece diferencias entre el uso de mediadores (digitales o físicos) en función de un mejor aprendizaje. Explica por qué se usa un determinado medio digital.	Sugiere desarrollos digitales más allá de simples asociaciones o respuestas cerradas, analizando los resultados en términos de las conexiones establecidas, y contextos usados.	Analiza el uso de medios digitales con ayuda de herramientas teóricas o comparaciones sobre la práctica matemática, visualizando dificultades posibles del alumnado que se evidencian en su uso.
LO AFECTIVO	Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad afectiva y normativa de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje.	No consigue que los alumnos se impliquen con los medios digitales.	Consigue que el alumnado sea empático con actividades matemáticas mediante el uso de medios digitales.	Existen evidencias de que consigue que los alumnos se emocionen con las matemáticas e identifiquen significados matemáticos mediante el uso de medios digitales.	Analiza, mediante instrumentos digitales, aspectos emocionales que inciden en las prácticas matemáticas planificadas y/o implementadas.
LO INTERACCIONAL	Reconoce el valor interaccional del uso de los medios digitales que utiliza	No interactúa con otros colegas mediante medios digitales.	Colabora con otros colegas usando formatos tradicionales (teléfono móvil, correo electrónico, chat...).	Es capaz de debatir y elaborar productos nuevos en colaboración con otros colegas usando herramientas digitales nuevas.	Usa herramientas colaborativas en el análisis de procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación. Participa en procesos de investigación sobre las prácticas matemáticas realizadas.

Capítulo 6: Análisis del uso de herramientas digitales y evaluación de la CD

LO ECOLÓGICO Y LO ÉTICO	Reconoce el valor ecológico del uso de los medios digitales que utiliza.	No analiza la dimensión ecológica de los procesos de instrucción.	Usa medios digitales para establecer análisis de variables que influyen en la enseñanza. Elabora materiales de evaluación.	Construye documentos colaborativamente que explican variables que influyen en el desarrollo instructivo.	Organiza informaciones que aluden a lo ecológico en documentos de investigación que se escriben y documentan en la red. Asume la realidad matemática escolar, las restricciones de su entorno, etc. para tomar decisiones, justificando sus posicionamientos de forma pormenorizada
	Asume una conciencia ética en el uso de lo digital en el aula de matemáticas.	No está familiarizado con normas de conducta en interacción en línea o virtuales.	Conoce las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales.	Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y es capaz de aplicarlas al contexto profesional.	Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales aplicándolas al contexto profesional y desarrolla estrategias para la identificación y reorientación de las conductas inadecuadas en la red.
ANÁLISIS DIDACTICO, INNOVACIÓN E INVESTIGACIÓN	Usa, revisa y valora información en el análisis didáctico para tomar decisiones profesionales	No llega a usar herramientas digitales para identificar conocimientos sobre la enseñanza ni para trabajar elementos curriculares, no realiza búsquedas de recursos didácticos de interés, etc.	Usa herramientas digitales sobre el análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación. Incorpora la idea de repositorio.	Contrasta, evalúa e integra información matemática o de educación matemática en formato tecnológico más allá del simple repositorio. Identifica dificultades conceptuales, detecta errores, etc. para hacer innovaciones y mejoras en su práctica.	Usa críticamente instrumentos de reflexión y análisis de prácticas matemáticas que se encuentran en formato digital (construcción de mapas; establecimiento de redes de significados, etc.) y los considera al término de su práctica explicando las modificaciones que realizaría.
	Reconoce el valor epistémico y didáctico del uso de los medios digitales que utiliza.	No analiza configuraciones epistémicas con dispositivos digitales para mejorar prácticas matemáticas.	Reconoce proposiciones, argumentos y razonamientos plausibles que se desarrollan específicamente con medios digitales.	Reconoce el valor de generalización, definición, presente en las construcciones con variables en entornos digitales, para conjeturar propiedades y resolver problemas.	Sugiere propuestas de mejora de la práctica, que usan formatos digitales en base al análisis del efecto de los mediadores en el desarrollo epistémico, y el análisis de la configuración y trayectorias didácticas para la resolución de conflictos epistémicos, semióticos, cognitivos, etc.

Fuente: Elaboración propia

6. ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA DIGITAL CON LA HERRAMIENTA REFINADA DESPUÉS DEL TFM (ESTUDIO 2015-2016)

En este quinto apartado damos respuesta al quinto objetivo de la investigación:

O5) Evaluar el grado de desarrollo de la competencia digital en los alumnos.

Que corresponde al segundo ciclo de la investigación, en donde nos planteamos la siguiente pregunta: *¿Qué nivel de competencia digital se les podría inferir a los alumnos de la muestra?* A partir de dar respuesta a esta pregunta podemos inferir un nivel de competencia digital a los alumnos.

En este apartado, aplicamos la rúbrica elaborada a un grupo de 40 estudiantes del curso 2015-2016, desde la mirada del equipo investigador. Para realizar el análisis y mostrar los resultados correspondientes se incluyen los siguientes apartados: asignaciones de evidencias y codificación inicial (6.1) y asignación del nivel de competencia después del TFM (6.2).

6.1. Evidencias para la evaluación de la competencia digital

A continuación se justifica metodológicamente como se ha realizado la asignación de evidencias en el uso de este instrumento, mediante la explicación de ejemplos de dos alumnos, uno de nivel N1 y otro de nivel N2, vinculados a los niveles de cada uno de los indicadores.

6.1.1. Evidencias dimensión (1) “Lo epistémico”

Alumno A39

El alumno A39, que es un ejemplo de alumno de nivel N2, implementa su unidad didáctica sobre Trigonometría en un grupo de 4º ESO. En el indicador *Crea y usa contenidos matemáticos específicos con medios digitales* al alumno A39 se le ha inferido un nivel 3 ya que (1a) desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos y diseña tareas en las que los alumnos tengan que utilizar diferentes programas informáticos. También (1b) usa los medios digitales para establecer relaciones entre el conocimiento común y el matemático en la

construcció de les coses i sistemes matemàtics. El alumne cita textualment:

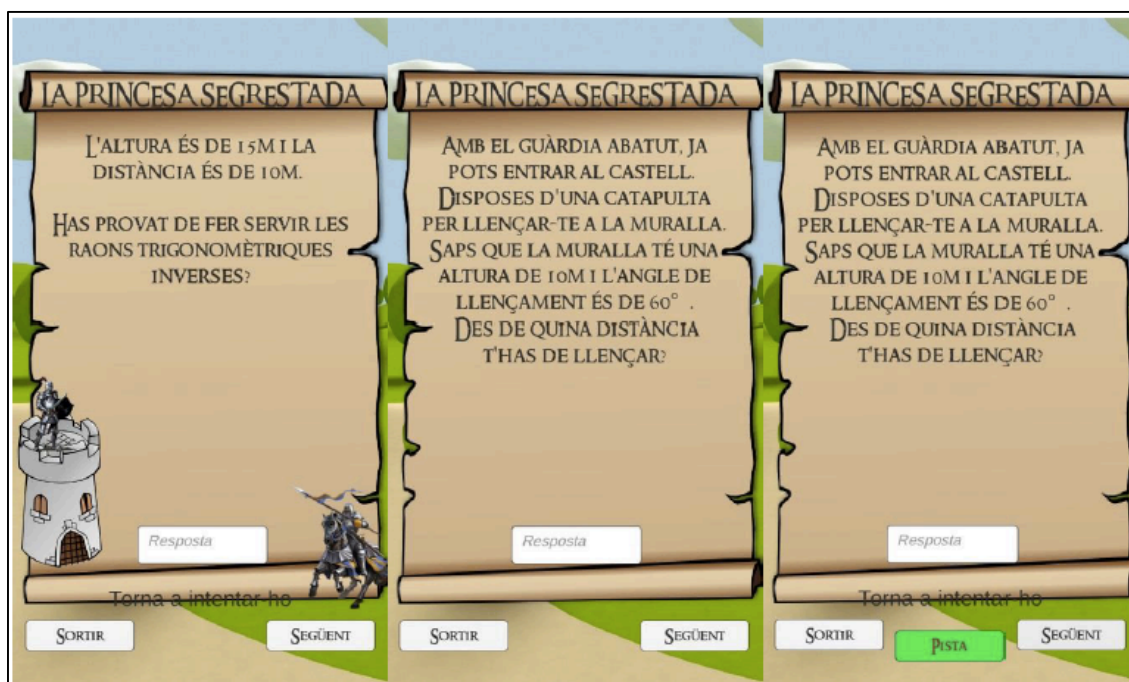
Cada vegada és més habitual trobar aplicacions que t'ensenyen qualsevol tema que se vulgui estudiar, per això, he creat una aplicació de trigonometria amb l'objectiu de facilitar el seu estudi. L'aplicació té dues seccions diferenciades, una on es fan exercicis estàndards generats aleatòriament i una on hi ha exercicis contextualitzats dins d'una història fictícia.

(...) S'ha considerat que la millor manera de fer aquest joc és creant una història on la trigonometria sigui vital perquè el personatge avanci en la història. Aquest personatge té que completar missions on s'enfrontarà a diferents reptes que tindrà que superar per poder passar de nivell.

Figura 6.6: Captures de pantalla del mode història de l'aplicació. Izquierda: inici de la història, centre: la missió, dreta: primer problema



Figura 6.7: Captures de pantalla del mode història de l'aplicació. Izquierda: la pista del problema 1, centro: problema 2 de la missió, derecha: botón y pista del problema 2 después de equivocarse



En otro fragmento del TFM indica: «Se utilizó la calculadora en todo momento como herramienta indispensable para calcular las razones trigonométricas. Además, se facilitaron dos programas de GeoGebra para que los alumnos pudieran trabajar con más facilidad la circunferencia goniométrica».

Figura 6.8: Captura de pantalla de la aplicación de GeoGebra utilizada para ver los valores de las funciones trigonométricas en los diferentes cuadrantes

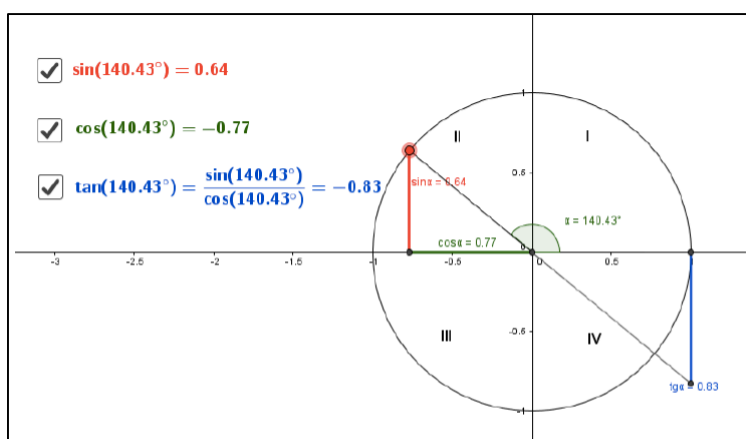
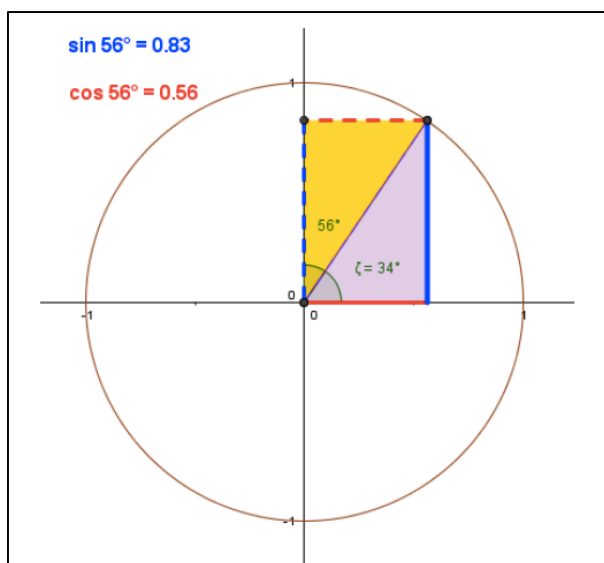


Figura 6.9: Captura de pantalla de la aplicación de GeoGebra utilizada para estudiar los ángulos complementarios y suplementarios



En el moodle también se incluyó un cuestionario con diferentes preguntas en las que los números de los enunciados se generaban de forma aleatoria. Las preguntas eran una muestra representativa del temario de trigonometría que tenían que saber de cara al examen.

Figura 6.10: Captura de pantalla del cuestionario del moodle

Pregunta 1
No s'ha respost encara
Puntuat sobre 2,00
▼ Marca la pregunta
⚙ Edita la pregunta

En Joan és aficionat a construir WaterRockets, avui ha superat el seu propi record i el coet ha pujat uns 4,8 metres. Per desgràcia, el coet s'ha desviat i no ha pujat tant com ha recorregut. Sabent que l'angle amb la vertical va ser de $19,8^\circ$. Quant hauria pujat el coet si no s'hagués desviat?

Resposta:

En el indicador *Almacena y comunica matemáticas mediante herramientas digitales* al alumno A39 se le ha inferido un nivel 2 (1c) y un nivel 1(1d). El alumno (1c) gestiona, almacena y selecciona diferentes dispositivos/servicios en donde almacenar los recursos digitales y/o la información matemática (wikis, repositorios, fóruns, blogs, etc.) ya que (1) colgó los programas de GeoGebra que creó en el repositorio de la aplicación, (2) utilizó el moodle como herramienta para almacenar toda la información matemática relevante de la unidad didáctica que implementó y (3) creó un programa online en el que se repasaban todos los conceptos de trigonometría que se habían trabajado en la unidad didáctica. Por ejemplo, cita textualmente:

Las listas de problemas que se prepararon se subieron al moodle con el objetivo de que los alumnos pudieran resolver en casa los problemas que no les había dado tiempo de acabar en clase. Posteriormente, se subían las soluciones para que pudieran autocorregirse.

El alumno A39 (1d) interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social ya que utiliza los foros del moodle así como los mensajes privados para establecer contacto social con sus alumnos.

Alumno A38

El alumno A38, que es un ejemplo de alumno de nivel N1, implementa su unidad didáctica sobre Proporcionalidad numérica en un grupo de 2º ESO. En el indicador *Crea y usa contenidos matemáticos específicos con medios digitales*, el alumno A38 (1a) desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos por lo que en este descriptor se le ha inferido un nivel de consolidación 3. El alumno cita textualmente:

Durante las sesiones se utilizaron explicaciones en la pizarra, presentaciones con Power Point, vídeos y programas de diferente tipo.

(...) En la sesión inicial se realizó un concurso tipo test con Socrative (haciendo uso del Smartphone).

(...) En todas las sesiones se hizo una aportación en formato de presentación Power Point para facilitar el desarrollo de las actividades.

(...) En algunos apartados trabajamos con GeoGebra para hacer la representación gráfica de la función.

También (1b) modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante y establecer rediseños por lo que en ese descriptor se le ha inferido un nivel de consolidación 2. El alumno A38 incluye una actividad en tres actos en la que a partir del estímulo inicial de un vídeo, los alumnos tienen que interpretar qué pregunta se les plantea y calcular cuál es la razón de proporcionalidad entre diferentes folios. El alumno cita textualmente:

Primeramente les presentamos un vídeo de Eduardo Sáenz de Cabezón denominado ¿Por qué una hoja de papel es de tamaño DIN A4? (primer acto).

Figura 6.11: Captura de pantalla del vídeo de Eduardo Sáenz de Cabezón: ¿Por qué una hoja de papel es de tamaño DIN A4? (YouTube)



En esta primera parte solo avanzamos hasta el minuto 1:06 ya que a partir de aquí en el vídeo se comprueban las proporciones de las hojas DIN y esta parte queremos que la hagan los alumnos.

A continuación, en este momento organizamos a los alumnos en grupos de cuatro y les entregamos el material con la ficha de la actividad. Hacemos que cada grupo escoja a un representante que recogerá el material y será el encargado de presentar los resultados del grupo. Para ampliar la ficha de la actividad hace falta que los grupos tomen la medida de los lados de las hojas y calculen el área de cada una de ellas. Tendrán que ver que hay cuatro que tienen alguna relación y calcularla. Les pedimos también que con esta razón de proporcionalidad calculen las dimensiones de una hoja A0 (segundo acto).

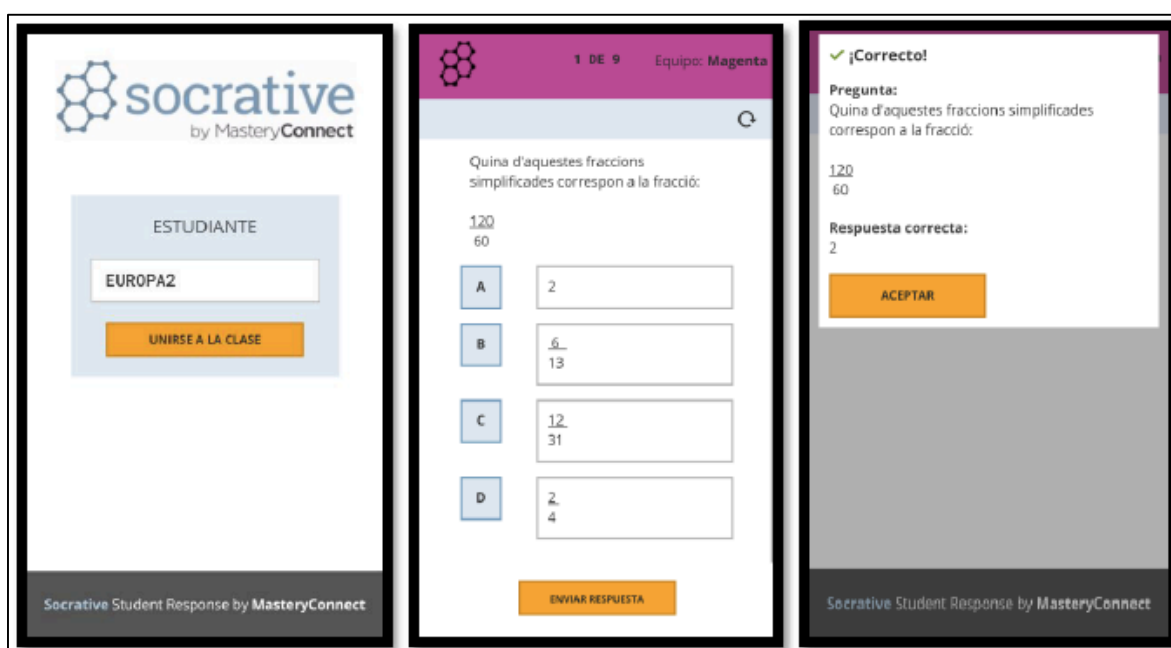
Finalmente, los alumnos presentan sus resultados delante del resto de la clase y los anotan en la pizarra. Para comprobar los resultados veremos los últimos minutos del vídeo (tercer acto).

En el indicador *Almacena y comunica matemáticas mediante herramientas digitales* al alumno A38 se le ha inferido un nivel 0 (1c) y un nivel 1(1d).

El alumno (1c) no almacena información matemática mediante herramientas digitales por lo que se le ha inferido un nivel 0 en este descriptor. Sin embargo, el alumno (1d) utiliza de forma consciente tecnologías y medios para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático. El alumno cita textualmente:

Para conocer los conocimientos previos necesarios para iniciar una unidad nueva podemos utilizar diversas herramientas como una prueba previa, ejercicios, etc. o podemos hacer un test en forma de juego (quiz) para obtener esta información. Este “quiz” se puede realizar con diversas aplicaciones y programas. En mi caso utilicé el programa Socrative». «Naturalmente esta actividad se puede llevar al aula no solo como una evaluación de conocimientos previos, sino que puede dar juego a trabajar cuestiones del temario, concursos del temario de las asignaturas, trabajo en grupo de alumnos, etc.

Figura 6.12: Captura de pantalla de la aplicación Socrative utilizada para evaluar los conocimientos previos de los alumnos



6.1.2. Evidencias dimensión (2) “Lo cognitivo”

Alumno A39

En el indicador *Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad cognitiva de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje* al alumno A39 se le ha inferido un nivel 2 (2) ya que sugiere desarrollos digitales más allá de simples asociaciones o respuestas cerradas, analizando los resultados en términos de las conexiones establecidas, y contextos usados. El alumno cita textualmente: *«El recurso se ha programado de forma que se han de descifrar los retos para poder ir avanzando en la historia. La teoría se introduce en forma de pistas, que aparecen cuando se falla una respuesta dos veces».*

Alumno A38

En el indicador *Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad cognitiva de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje* al alumno A38 se le ha inferido un nivel 1 (2) ya que establece diferencias entre el uso de mediadores (digitales o físicos) en función de un mejor aprendizaje y explica por qué se usa un determinado medio digital. El alumno cita textualmente:

Para conocer los conocimientos previos necesarios para iniciar una unidad nueva podemos utilizar diversas herramientas como una prueba previa, ejercicios, etc. o podemos hacer un test en forma de juego (quiz) para obtener esta información. Este “quiz” se puede realizar con diversas aplicaciones y programas. En mi caso utilicé el programa Socrative». «Naturalmente esta actividad se puede llevar al aula no solo como una evaluación de conocimientos previos, sino que puede dar juego a trabajar cuestiones del temario, concursos del temario de las asignaturas, trabajo en grupo de alumnos, etc..

6.1.3. Evidencias dimensión (3) “Lo afectivo”

Alumno A39

En el indicador *Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad afectiva y normativa de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje* al alumno A39 se le ha inferido un nivel 2 (3) ya que existen evidencias de que consigue que los alumnos se emocionen con las matemáticas e identifiquen significados matemáticos mediante el uso de medios digitales. El alumno indica en uno de los párrafos del TFM cuando habla sobre el programa matemático que ha implementado:

Crear una aplicación en forma de juego es un gran reto, este ha de ser atractivo y motivador, pero a la vez ha de incluir las herramientas matemáticas que se quieren practicar. Para llamar la atención y el interés de los alumnos el juego tiene que tener un objetivo, una finalidad más allá de las matemáticas. Este nuevo recurso incentiva el trabajo individual fuera del aula ya que es una forma más lúdica de resolver problemas.

Alumno A38

En el indicador *Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad afectiva y normativa de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje* al

alumno A38 se le ha inferido un nivel 2 (3) ya que existen evidencias de que consigue que los alumnos se emocionen con las matemáticas e identifiquen significados matemáticos mediante el uso de medios digitales. El alumno cita textualmente:

El concurso Socrative (para evaluar los conocimientos previos), la actividad de porcentajes con garbanzos y la actividad de proporcionalidad con hojas DIN fueron las más atractivas para los alumnos y considero que los contenidos de estas sesiones los alcanzaron completamente, en gran medida por la diversión que les ofrecían las actividades y que les creaban necesidades de aprendizaje.

6.1.4. Evidencias dimensión (4) “Lo interaccional”

En el indicador *Reconoce el valor interaccional del uso de los medios digitales que utiliza* tanto al alumno A39 como al alumno A38 se les ha inferido un nivel 1 (4) ya que colaboran con otros colegas usando formatos tradicionales. Por ejemplo, utilizan el correo electrónico, el moodle y el teléfono móvil para comunicarse con sus tutores de prácticas y con los compañeros del máster que realizan las prácticas en el mismo centro.

6.1.5. Evidencias dimensión (5) “Lo ecológico y lo ético”

Alumno A39

En el indicador *Reconoce el valor ecológico del uso de los medios digitales que utiliza* al alumno A39 se le ha inferido un nivel 1 (5a) ya que usa los medios digitales para establecer análisis de variables que influyen en la enseñanza. El alumno cita textualmente: «*La aplicación creada también tiene un apartado específico al menú principal para practicar problemas, de esta forma no es necesario pasar por toda la historia para hacer ejercicios de trigonometría y prepararse, por ejemplo, para el examen*».

En el indicador *Asume una conciencia ética en el uso de lo digital en el aula de matemáticas* al alumno A39 se le ha inferido un nivel 2 (5b) ya que entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales. El alumno expone en su TFM

El centro de prácticas se considera un centro innovador ya que se adapta rápidamente a las nuevas tecnologías y se impulsan nuevas metodologías educativas.

(...) En cuanto a la comunicación, los profesores dan feedback de algunas de las actividades planteadas en el aula a través de la plataforma moodle.

Alumno A38

En el indicador *Reconoce el valor ecológico del uso de los medios digitales que utiliza* al alumno A38 se le ha inferido un nivel 0 (5a) ya que no analiza la dimensión ecológica de los procesos de instrucción.

En el indicador *Asume una conciencia ética en el uso de lo digital en el aula de matemáticas* al alumno A38 se le ha inferido un nivel 1 (5b) ya que conoce las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales pero no las aplica en el periodo de prácticas.

6.1.6. Evidencias dimensión (6)“Análisis didáctico, innovación e investigación”

Alumno A39

En el indicador *Usa, revisa y valora información en el análisis didáctico para tomar decisiones profesionales* al alumno A39 se le ha inferido un nivel 2 (6a) ya que contrasta, evalúa e integra información matemática o de educación matemática en formato tecnológico más allá del simple repositorio para hacer innovaciones y mejoras en su práctica.

En el indicador *Reconoce el valor epistémico y didáctico del uso de los medios digitales que utiliza* al alumno A39 se le ha inferido un nivel 3 (6b) ya que sugiere propuestas de mejora de la práctica que usan formatos digitales en base al análisis del efecto de los mediadores en el desarrollo epistémico y el análisis de la configuración y trayectorias didácticas para la resolución de conflictos epistémicos, semióticos, cognitivos, etc.

A continuación indicamos alusiones del alumno A39 que hacen referencia a ambos indicadores. El alumno cita textualmente:

He hecho una búsqueda de aplicaciones como la que he propuesto pero no he encontrado ninguna adecuada para el nivel de la ESO. También he buscado información sobre este tipo de recursos y los que he encontrado son test similares a los del moodle o aplicaciones que se basan en problemas de geometría sin contextualizar. Además, la mayoría de estos recursos no son compatibles para el móvil.

Finalmente hemos decidido crear las bases del recurso que proponemos para este trabajo.

(...) Para que los alumnos utilizaran la aplicación, es necesario que les resulte atractiva. Pensé que para conseguirlo la mejor manera era preguntarles a ellos mismos mediante una encuesta anónima. Se les ha hecho la encuesta a 38 alumnos de 4 ESO del INS Lluís de Peguera.

(...) Sólo dos alumnos de 38 encuestados preferían que la aplicación tuviera un apartado de teoría. Además, estos dos alumnos forman parte del grupo que responde que no la utilizaría. También se les planteó que en caso de que la aplicación tuviera teoría, donde preferían que estuviera, es decir, al menú principal o bien que se pudiera acceder mientras hacían los problemas. Los resultados de la encuesta coincidían en los dos grupos en que el 60 % preferían que la teoría estuviera con los problemas. Estas dos respuestas nos indican que no utilizarían la aplicación para estudiar teoría sin solo problemas y que querían tener pistas que pudieran consultar si se encallaban en un apartado.

Alumno A38

En el indicador *Usa, revisa y valora información en el análisis didáctico para tomar decisiones profesionales* al alumno A38 se le ha inferido un nivel 1 (6a) ya que usa herramientas digitales sobre el análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación. El alumno cita textualmente:

Los alumnos trabajaron durante el anterior trimestre actividades y problemas relacionados con las ecuaciones de primer grado, por tanto, consideramos que los alumnos tendrían que saber:

- Reducir al mínimo común denominador.*
- Operaciones con fracciones.*
- Resolución de ecuaciones de primer grado.*
- Planteamiento de resolución de problemas.*

Para saber si los alumnos partían de estos conocimientos, la primera sesión se dedicó a hacer un juego utilizando la herramienta TIC Socrative. El resultado del juego/test fue muy bueno y los alumnos demostraron tener los conocimientos necesarios para

iniciar la unidad didáctica. Las dos últimas preguntas del test se aprovecharon para introducir la unidad didáctica».

En el indicador *Reconoce el valor epistémico y didáctico del uso de los medios digitales que utiliza* al alumno A38 se le ha inferido un nivel 0 (6b) ya que no analiza configuraciones epistémicas con dispositivos digitales para mejorar prácticas matemáticas.

6.2. Asignación del nivel de competencia digital después del TFM

En este apartado se explica el método de cálculo del nivel global asignado a cada alumno, considerando los puntajes correspondientes a las diferentes dimensiones (en los anexos de este capítulo se incluye una tabla que resume el puntaje de cada alumno de la muestra para cada uno de los indicadores de cada una de las dimensiones). En nuestra tradición, la evaluación aunque sea multidimensional, se traslada a un único dígito o medida. Así, en lo que sigue, justificamos razonablemente los niveles que hemos considerado.

En la tabla siguiente se muestra el nivel de competencia digital de los 40 alumnos de la muestra una vez analizadas las diferentes evidencias incluidas en sus TFM:

- En la primera columna: se incluyen a los alumnos objeto de estudio (40 alumnos de la promoción del 2015-2016 escogidos al azar entre los 50 que desarrollaron el TFM como revisión de la unidad didáctica del Prácticum.). Por cuestiones de privacidad de datos en lugar de sus nombres y apellidos se enumeran como A1, A2,....
- En la segunda columna: se incluye el puntaje obtenido que se infiere al utilizar la herramienta de evaluación de la competencia digital después de la propuesta de mejora incluida en sus TFM. Para ello, se tiene en cuenta los puntajes asignados a la emergencia de los diversos indicadores evidenciados. Se considera que obtendremos una medida más ajustada a la realidad intuida. En efecto, creemos que a veces el número de páginas limitado del TFM y no tener un esquema a priori, hace que prioricen indicadores y olviden dimensiones. Pensamos que podemos obtener una medida de grado de desarrollo en concordancia con el esquema teórico de los procesos generados.
- En la tercera columna: se incluye el nivel de competencia digital (de 0 a 3) asignado teniendo en cuenta que: (0) un futuro profesor posee un nivel 0 de competencia digital si ha obtenido un puntaje 7 o

menor; (1) un futuro profesor posee un nivel 1 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 8 y 14; (2) un futuro profesor posee un nivel 2 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 15 y 25 y (3) un futuro profesor posee un nivel 3 de competencia digital si ha obtenido un puntaje entre 26 y 33. La asignación ha tenido en cuenta que para obtener el nivel más alto de 26 puntos mínimos, ha debido compensar la ausencia de una dimensión, con un mayor número de evidencias diferentes en las otras dimensiones.

Tabla 6.7: Evaluación del nivel de competencia digital después del TFM

Alumno	Puntaje obtenido con la herramienta	Nivel de CD después del TFM
A1	17	N2
A2	12	N1
A3	11	N1
A4	10	N1
A5	13	N1
A6	20	N2
A7	14	N1
A8	19	N2
A9	14	N1
A10	14	N1
A11	17	N2
A12	10	N1
A13	15	N2
A14	15	N2
A15	12	N1
A16	14	N1
A17	14	N1
A18	22	N2
A19	19	N2
A20	21	N2
A21	9	N1
A22	12	N1
A23	14	N1
A24	16	N2
A25	21	N2
A26	15	N2
A27	15	N2
A28	8	N1
A29	11	N1
A30	5	N0
A31	21	N2
A32	16	N2
A33	9	N1
A34	13	N1
A35	2	N0
A36	9	N1
A37	7	N0
A38	13	N1
A39	22	N2
A40	21	N2

Fuente: Elaboración propia

Con estos datos podemos calcular el porcentaje de alumnos que poseen cada uno de los niveles de competencia digital que se le han sido asignados:

Tabla 6.8: Número de alumnos y porcentaje de cada uno de los niveles de competencia digital

N = 40	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Número de alumnos	3	20	17	0
Porcentaje	7,5 %	50 %	42,5 %	0 %

Fuente: Elaboración propia

7. AUTOEVALUACIÓN DEL NIVEL DE COMPETENCIA DIGITAL ANTES Y DESPUÉS DEL MÁSTER (ESTUDIO 2015-2016)

Los alumnos del MFPSM en sus memorias del TFM realizaron una autoevaluación (asignándose niveles N1, N2 ó N3) de una serie de competencias (el listado de competencias se encuentra incluido en los anexos de este apartado) extraídas del artículo de Godino (2011). En este listado hay una serie de competencias genéricas o transversales del profesor de secundaria y una serie de competencias específicas. En el listado de competencias transversales observamos que aparece la competencia digital. Esta competencia parte de la siguiente definición: “Usar la tecnología digital en los ámbitos profesional y social como herramienta de realización profesional adecuada y un desarrollo permanente”. Esta definición no es contradictoria con la definición de competencia digital de la LOMCE ni con la definición de competencia digital que se incluye en los planes docentes del Máster interuniversitario de formación del profesorado que nos ocupa (propuesta de Font, Giménez, Zorrillas y otros, 2012), definiciones incluidas en el capítulo 4 de esta tesis.

En la tabla siguiente se muestra la autoevaluación que los 40 alumnos de la promoción del 2015-2016 hicieron sobre la competencia digital y que incluyeron en sus TFM:

- En la primera columna: se incluyen a los alumnos objeto de estudio (40 alumnos de la promoción del 2015-2016). Son los mismos 40 alumnos con los que se ha realizado el estudio del apartado anterior. Por cuestiones de privacidad de datos en lugar de sus nombres y apellidos se enumeran como A1, A2,....
- En la segunda columna: se incluye el nivel de competencia digital que los alumnos decían poseer antes del MFPSM.
- En la tercera columna: se incluye el nivel de competencia digital que los alumnos creyeron alcanzar al finalizar el MFPSM. Algunos alumnos argumentaron qué habilidades de la competencia digital habían adquirido pero no incluían un nivel concreto. En estos casos,

a este grupo de alumnos no se les ha incluido un nivel numérico de competencia digital.

Tabla 6.9: Autoevaluación de la competencia digital antes y después del MFPSM

Alumno	Autoevaluación CD antes del MFPSM	Autoevaluación CD después del MFPSM
A1		
A2	N2	N3
A3	N1	N2
A4	N2	N3
A5	N1	N3
A6	N2	N3
A7	N2	N3
A8	N2	N3
A9	N1	N3
A10		
A11	N1	N3
A12	N2	N3
A13	N2	N3
A14	N1	N2
A15	N3	N3
A16		
A17	N2	N3
A18	N2	N3
A19		
A20	N2	N3
A21	N1	N3
A22	N1	N2
A23	N2	N3
A24	N3	N3
A25	N1	N3
A26	N1	N2
A27		
A28	N2	N3
A29	N1	N3
A30	N1	N2
A31		
A32		
A33	N2	N3
A34	N1	N2
A35	N2	N3
A36	N1	N2
A37	N1	N2
A38	N2	N3
A39	N2	N3
A40	N3	N3

Fuente: Elaboración propia

8. COMPETENCIA DIGITAL AUTOEVALUADA Y VALORACIÓN DEL EQUIPO INVESTIGADOR

En la tabla siguiente se compara el nivel de desarrollo de la competencia digital asignado según la herramienta de evaluación de la competencia digital basada en el EOS después del desarrollo de la propuesta de mejora incluida en sus TFM con el nivel de competencia digital que los propios alumnos afirmaron alcanzar en su autoevaluación incluida también en su TFM:

- En la primera columna: se incluyen a los alumnos objeto de estudio (promoción del 2015-2016).
- En la segunda columna: se incluye el nivel de competencia digital que los alumnos poseen al aplicar la herramienta de evaluación de la competencia digital basada en el EOS.
- En la tercera columna: se incluye el nivel de competencia digital que los alumnos creyeron alcanzar al finalizar el MFPSM.

Tabla 6.10: Comparación del nivel de competencia digital después del MFPSM inferido por la herramienta de evaluación e inferido por los propios alumnos

Alumno	Nivel de CD después del TFM	Autoevaluación CD después del MFPSM
A1	N2	—
A2	N1	N3
A3	N1	N2
A4	N1	N3
A5	N1	N3
A6	N2	N3
A7	N1	N3
A8	N2	N3
A9	N1	N3
A10	N1	—
A11	N2	N3
A12	N1	N3
A13	N1	N3
A14	N1	N2
A15	N1	N3
A16	N1	—
A17	N1	N3
A18	N2	N3
A19	N2	—
A20	N2	N3
A21	N1	N3

A22	N1	N2
A23	N1	N3
A24	N1	N3
A25	N2	N3
A26	N1	N2
A27	N1	—
A28	N0	N3
A29	N1	N3
A30	N0	N2
A31	N2	—
A32	N2	—
A33	N1	N3
A34	N1	N2
A35	N0	N3
A36	N1	N2
A37	N0	N2
A38	N1	N3
A39	N2	N3
A40	N2	N3

Fuente: Elaboración propia

A continuación, mostramos la misma información que la de la tabla anterior pero en formato de tabla de doble entrada:

Tabla 6.11: Comparación del nivel de competencia digital después del MFPSM inferido por la herramienta de evaluación e inferido por los propios alumnos en formato tabla de doble entrada

Autoevaluación CD después del MFPSM	N1	N2	N3
Valoración externa			
N0	—	A30, A37	A28, A35
N1	—	A3, A14, A22, A26, A34, A36	A2, A4, A5, A7, A9, A12, A13, A15, A17, A21, A23, A24, A29, A33, A38
N2	—	—	A6, A8, A11, A18, A20, A25, A39, A40
N3	—	—	—

Fuente: Elaboración propia

De esta forma podemos observar como no hay ningún alumno cuyo nivel de competencia digital inferido coincide con el nivel de competencia digital autoevaluado. El 42 % de los alumnos se ha autoevaluado con un nivel de competencia digital superior al inferido, el 52 % de los alumnos se ha autoevaluado con dos niveles de competencia digital superior al inferido y

el 6 % de los alumnos se ha autoevaluado con tres niveles de competencia digital superior al inferido.

9. RESULTADOS RELACIONADOS CON LOS OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN 3, 4 Y 5 (O3, O4 y O5)

9.1. Resultados O3

Resulta significativo que el 65 % de los futuros profesores no llegaron a utilizar las TIC en su periodo de prácticas. Y de ese 65 %, un 23 % tampoco creyó necesario incluir recursos digitales en sus propuestas de mejora.

Las razones que dan se pueden clasificar en dos grupos: 1) No se ha podido o 2) No se ha considerado pertinente. Los que dicen que no pudieron lo justifican por una (a) falta de infraestructuras y recursos generales en el centro, (b) por una falta de recursos específicos para la temática que tenían que explicar o bien por una (c) falta de tiempo. En el segundo grupo la justificación está relacionada con (a) el tipo de alumnos (ya que se considera que para poder usar recursos digitales los alumnos necesitan poseer unas habilidades previas) y (b) el momento en que se explicó la unidad didáctica (ya que se considera un necesario conocimiento matemático para el uso de la tecnología).

Los futuros profesores que sí usaron las TIC en la implementación de su unidad didáctica, las introdujeron en diferente grado. Clasificamos el uso de los recursos digitales en la implementación de su unidad didáctica en cinco niveles: considera, interpreta, aplica, practica y crea/produce. Decimos que el futuro profesor (1) “considera” el uso de las TIC cuando las utiliza para desarrollar materiales didácticos o de referencia para su clase. Según Shulman (1986), este nivel se corresponde con el conocimiento tecnológico (TK). Es el conocimiento sobre ciertos modos de pensar y trabajar con la tecnología, las herramientas y los recursos; (2) “interpreta” cuando las utiliza para obtener información útil para su labor profesional. Según Shulman (1986), este nivel corresponde con el conocimiento pedagógico del contenido (PCK). El maestro interpreta la materia, encuentra varias maneras de representarla, y se adapta y adapta los materiales de instrucción a las concepciones alternativas y conocimientos previos de los alumnos; (3) “aplica” cuando las utiliza para establecer contacto e intercambio social eficiente con colegas y alumnos. Según Shulman (1986), este nivel se corresponden con el conocimiento tecnológico-pedagógico (TPK). Se refiere a la comprensión sobre cómo la enseñanza y el aprendizaje pueden cambiar cuando se utilizan determinadas

tecnologías de manera particular. Esto incluye saber las posibilidades y limitaciones de una gama de herramientas tecnológicas y pedagógicas que se relacionan con diseños apropiados para el desarrollo y las estrategias pedagógicas; (4) “práctica” cuando usa recursos digitales creados por otros. Según Shulman (1986), este nivel corresponde con el conocimiento tecnológico del contenido (TCK). (5) “produce” cuando usa recursos digitales creados o producidos por el mismo (TPACK). Según Shulman (1986), es la base de la enseñanza efectiva con la tecnología, lo que requiere: (1) una comprensión de la representación de los conceptos que utilizan tecnologías; (2) técnicas pedagógicas que utilizan tecnologías de manera constructiva para enseñar los contenidos; (3) el conocimiento de lo que hace fáciles o difíciles los conceptos que hay que aprender y cómo la tecnología puede ayudar a corregir algunos de los problemas que afrontan los estudiantes; de forma que las tecnologías pueden ser utilizadas para construir el conocimiento existente y desarrollar nuevas epistemologías o fortalecer las ya existentes.

9.2. Resultados O4

A partir de los estudios teóricos realizados, que siguen el modelo de EOS para el análisis evaluador de la competencia digital en educación matemática, consideramos que las dimensiones principales de lo digital en el desarrollo profesional se centran en las cinco dimensiones de los niveles de análisis de EOS:

(1) *Lo epistémico*: uso y control de informaciones sobre los objetos matemáticos y su enseñanza /aprendizaje (lo digital que contribuye a las configuraciones epistémicas puestas de manifiesto); herramientas de almacenamiento y co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática (elementos de lo digital que tienen a ver con interacciones y recursos);

(2) *Lo cognitivo*: en cuanto contribución de lo digital a los procesos reflexivos del alumnado (correspondiente a la idoneidad cognitiva en EOS). También, el uso de herramientas como por ejemplo ayudas representacionales; tutoriales basados en el árbol de problema; y, en cuanto lo didáctico: propuestas de estudios de caso, colecciones de recursos, experiencias de investigación, elementos de evaluación y artículos de apoyo.

(3) *Lo afectivo*: En cuanto la idoneidad emocional y normativa se piensa en el desarrollo de elementos motivacionales en el proceso de instrucción

(4) *Lo interaccional*: en cuanto contribución de lo digital en procesos de co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática (contribución de medios digitales en el fomento de significados institucionales a partir de los significados personales).

(5) *Lo ecológico*: no tiene una dimensión específica, pero se asocia fundamentalmente a lo ético y a las restricciones posibles del entorno.

A partir de estas dimensiones, proponemos una rúbrica con diferentes indicadores para evaluar la competencia digital en el futuro profesor de secundaria de matemáticas:

Tabla 6.12: Rúbrica final de la caracterización de la competencia digital

		Niveles			
Dimensión	Indicador	Suspenso N0	Aprobado N1	Notable N2	Excelente N3
LO EPISTÉMICO	Crea y usa contenidos matemáticos específicos con medios digitales	No usa ni desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante formatos digitales.	Usa propuestas digitales realizadas por otros sin adaptaciones o con pocas adaptaciones; introduce propuestas en entornos cerrados (textos, tablas, imágenes, presentaciones, etc.) para establecer asociaciones, con objetivo de reconocer la adquisición de ideas u objetos matemáticos.	Usa instrumentos digitales para establecer relaciones entre representaciones, conexiones, etc. identificando las dificultades subyacentes y las implicaciones junto a otros mediadores.	Desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante diferentes formatos y/o diseña tareas en las que los alumnos tengan que utilizar diferentes programas informáticos.
		No usa ni desarrolla contenidos matemáticos para su clase mediante formatos digitales.	Problematiza con herramientas digitales usadas como desarrollo de procedimientos específicos, o bien introduciendo significados parciales del contenido.	Modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido y conocimiento nuevo, original y relevante y establecer rediseños.	Usa los medios digitales para establecer relaciones entre el conocimiento común y el matemático en la construcción de los objetos y sistemas matemáticos. Prepara análisis de la práctica con ayuda de dichos recursos digitales.
	Almacena y comunica matemáticas mediante herramientas digitales	No almacena información matemática mediante herramientas digitales.	Almacena en un único dispositivo/servicio los recursos digitales y/o la información matemática.	Gestiona, almacena y selecciona diferentes dispositivos/servicios en donde almacenar los recursos digitales y/o la información matemática (wikis, repositorios, fóruns, blogs, etc).	Usa modos de interacción para establecer conocimiento matemático compartido en formato digital que se sitúa en un espacio nuevo para ser apropiado por otros.
		No comunica matemáticas mediante herramientas digitales.	Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social.	Utiliza de forma consciente tecnologías y medios para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático.	Usa, valora y analiza el uso de medios interactivos digitales para tener un control del proceso de enseñanza/aprendizaje y autorregular el aprendizaje matemático reconociendo las limitaciones y potencialidades de cada dispositivo o aplicación digital.

LO COGNITIVO	Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad cognitiva de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje.	No analiza elementos cognitivos de la instrucción con dispositivos digitales.	Establece diferencias entre el uso de mediadores (digitales o físicos) en función de un mejor aprendizaje. Explica por qué se usa un determinado medio digital.	Sugiere desarrollos digitales más allá de simples asociaciones o respuestas cerradas, analizando los resultados en términos de las conexiones establecidas, y contextos usados.	Analiza el uso de medios digitales con ayuda de herramientas teóricas o comparaciones sobre la práctica matemática, visualizando dificultades posibles del alumnado que se evidencian en su uso.
LO AFECTIVO	Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad afectiva y normativa de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje.	No consigue que los alumnos se impliquen con los medios digitales.	Consigue que el alumnado sea empático con actividades matemáticas mediante el uso de medios digitales.	Existen evidencias de que consigue que los alumnos se emocionen con las matemáticas e identifiquen significados matemáticos mediante el uso de medios digitales.	Analiza, mediante instrumentos digitales, aspectos emocionales que inciden en las prácticas matemáticas planificadas y/o implementadas.
LO INTERACCIONAL	Reconoce el valor interaccional del uso de los medios digitales que utiliza	No interactúa con otros colegas mediante medios digitales.	Colabora con otros colegas usando formatos tradicionales (teléfono móvil, correo electrónico, chat...).	Es capaz de debatir y elaborar productos nuevos en colaboración con otros colegas usando herramientas digitales nuevas.	Usa herramientas colaborativas en el análisis de procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación. Participa en procesos de investigación sobre las prácticas matemáticas realizadas.

LO ECOLÓGICO Y LO ÉTICO	Reconoce el valor ecológico del uso de los medios digitales que utiliza.	No analiza la dimensión ecológica de los procesos de instrucción.	Usa medios digitales para establecer análisis de variables que influyen en la enseñanza. Elabora materiales de evaluación.	Construye documentos colaborativamente que explican variables que influyen en el desarrollo instructivo.	Organiza informaciones que aluden a lo ecológico en documentos de investigación que se escriben y documentan en la red. Asume la realidad matemática escolar, las restricciones de su entorno, etc. para tomar decisiones, justificando sus posicionamientos de forma pormenorizada
	Asume una conciencia ética en el uso de lo digital en el aula de matemáticas.	No está familiarizado con normas de conducta en interacción en línea o virtuales.	Conoce las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales.	Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y es capaz de aplicarlas al contexto profesional.	Entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales aplicándolas al contexto profesional y desarrolla estrategias para la identificación y reorientación de las conductas inadecuadas en la red.
ANÁLISIS DIDACTICO, INNOVACIÓN E INVESTIGACIÓN	Usa, revisa y valora información en el análisis didáctico para tomar decisiones profesionales	No llega a usar herramientas digitales para identificar conocimientos sobre la enseñanza ni para trabajar elementos curriculares, no realiza búsquedas de recursos didácticos de interés, etc.	Usa herramientas digitales sobre el análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación. Incorpora la idea de repositorio-	Contrasta, evalúa e integra información matemática o de educación matemática en formato tecnológico más allá del simple repositorio. Identifica dificultades conceptuales, detecta errores, etc. para hacer innovaciones y mejoras en su práctica.	Usa críticamente instrumentos de reflexión y análisis de prácticas matemáticas que se encuentran en formato digital (construcción de mapas; establecimiento de redes de significados, etc.) y los considera al término de su práctica explicando las modificaciones que realizaría.
	Reconoce el valor epistémico y didáctico del uso de los medios digitales que utiliza.	No analiza configuraciones epistémicas con dispositivos digitales para mejorar prácticas matemáticas.	Reconoce proposiciones, argumentos y razonamientos plausibles que se desarrollan específicamente con medios digitales.	Reconoce el valor de generalización, definición, presente en las construcciones con variables en entornos digitales, para conjeturar propiedades y resolver problemas.	Sugiere propuestas de mejora de la práctica, que usan formatos digitales en base al análisis del efecto de los mediadores en el desarrollo epistémico, y el análisis de la configuración y trayectorias didácticas para la resolución de conflictos epistémicos, semióticos, cognitivos, etc.

Fuente: Elaboración propia

9.3. Resultados O5

Una vez inferido el nivel de competencia digital de los alumnos de la muestra con la herramienta refinada hemos calculado el porcentaje de alumnos de cada uno de los niveles de competencia digital:

Tabla 6.13: Número de alumnos y porcentaje de cada uno de los niveles de competencia digital

N = 40	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Número de alumnos	3	20	17	0
Porcentaje	7,5 %	50 %	42,5 %	0 %

Fuente: Elaboración propia

Se observa que no hay ningún alumno que alcance un nivel 3 de competencia digital. Esto es debido a que los futuros profesores están iniciándose en el análisis sobre su propia práctica.

Un 50 % de los alumnos alcanza un nivel 1 de competencia digital. Esto es debido a que dos de los indicadores de la dimensión epistémica (que posee cuatro indicadores), el indicador de la dimensión afectiva, el indicador de la dimensión interaccional y los dos indicadores de la dimensión ecológica y ética tienen un promedio de puntaje de nivel 1 y estos seis indicadores corresponden a más de la mitad de los indicadores de la rúbrica.

Por otro lado, un 42,5 % de los alumnos alcanza un nivel 2 de competencia digital. Esto es debido a que los otros dos indicadores de la dimensión epistémica, el indicador de la dimensión cognitiva y los dos indicadores de la dimensión de análisis didáctico tienen un promedio de puntaje de nivel 2 y estos cinco indicadores corresponden a un porcentaje algo inferior a la mitad de los indicadores de la rúbrica.

Para acabar, un 7,5 % de los alumnos obtiene un nivel 0 de competencia digital. Es el caso de 3 alumnos de la muestra. De estos tres alumnos, dos argumentan el no incluir el uso de propuestas digitales ni en su unidad didáctica ni en su propuesta de mejora por motivos diferentes. Uno de los alumnos alude a la falta de infraestructuras en el centro:

El instituto donde hice las prácticas es un centro que trabaja poco con material manipulativo e informático. El centro disponía de dos aulas informáticas que solo podían acceder la mitad del grupo (mi grupo era de 27 alumnos) por tanto, hacer actividades TIC

conllevaba una dificultad extra, ya que solo se podría si se dividía el grupo.

El segundo alumno indica que no consideró pertinente utilizarlos:

No trabajo ninguno de las sesiones en el aula de informática ya que en una clase de diversidad se pueden crear discriminaciones ya que no todos tienen ordenador en casa y no todos saben utilizarlo con facilidad. Por ello creo que con estos alumnos es mejor trabajar con recursos manipulativos»

Y, el tercero de los alumnos únicamente expuso: *«No se utilizaron recursos materiales ni informáticos. Sólo se utilizó pizarra, papel y bolígrafos»*. Con estos tres ejemplos no podemos asegurar que no sean competentes digitalmente pues el nivel que se le ha asignado ha sido debido a la falta de evidencias en la mayoría de los indicadores que se trabajan en las diferentes dimensiones de la rúbrica.

A continuación, para cada uno de los indicadores de cada una de las dimensiones hemos calculado el porcentaje de alumnos de cada nivel. En la siguiente tabla se encuentran resumidos estos porcentajes:

Tabla 6.14: Porcentajes de cada uno de los indicadores y cada dimensión en los diferentes niveles de la muestra del curso académico 2015-2016

Dimensión	Indicador	N0	N1	N2	N3
«Lo epistémico»	Usa contenidos matemáticos específicos con medios digitales	2,5 %	15 %	50 %	32,5 %
	Crea contenidos matemáticos específicos con medios digitales	2,5 %	62,5 %	25 %	10 %
	Almacena y comunica matemáticas mediante herramientas digitales	5 %	65 %	17,5 %	12,5 %
	Comunica matemáticas mediante herramientas digitales	72,5 %	5 %	22,5 %	0 %
«Lo cognitivo»	Usa los medios digitales para reconocer la idoneidad cognitiva de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje.	12,5 %	30 %	47,5 %	10 %
«Lo afectivo»	Usa los medios digitales para reconocer	20 %	20 %	40 %	0 %

	la idoneidad afectiva y normativa de sus propuestas de enseñanza-aprendizaje.				
«Lo interaccional»	Reconoce el valor interaccional del uso de los medios digitales que utiliza	0 %	100 %	0 %	0 %
«Lo ecológico y lo ético»	Reconoce el valor ecológico del uso de los medios digitales que utiliza.	45 %	47,5 %	7,5 %	0 %
	Asume una conciencia ética en el uso de lo digital en el aula de matemáticas.	0 %	75 %	25 %	0 %
«Análisis didáctico, innovación e investigación»	Usa, revisa y valora información en el análisis didáctico para tomar decisiones profesionales	15 %	30 %	55 %	0 %
	Reconoce el valor epistémico y didáctico del uso de los medios digitales que utiliza.	25 %	7,5 %	50 %	17,5 %

Fuente: Elaboración propia

9.3.1. En cuanto a «Lo epistémico»

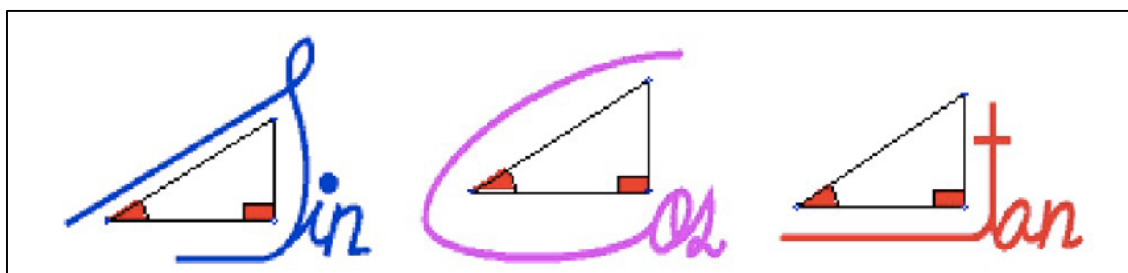
La idoneidad epistémica valora la calidad de las matemáticas impartidas, en nuestro caso, haciendo uso de los medios digitales.

A continuación, se muestran los resultados porcentuales asociados a cada uno de los niveles de los cuatro indicadores de esta dimensión. Los alumnos saben buscar información matemática o de educación matemática en red siendo críticos con la información que obtienen. Pero un 62,5 % de los alumnos no modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido nuevo, original y relevante. Es decir, son críticos con la información que seleccionan en Internet pero tienen dificultades para realizar modificaciones sobre la misma. Este grupo de alumnos usa las propuestas digitales creadas por otros sin adaptarlas o hace cambios mínimos sobre estas. La gran mayoría de recursos utilizados creados por terceros se engloban en:

- Programas de geometría dinámica (GeoGebra, Cabri, CAD 3D...).

- Vídeos colgados en diferentes canales (EDpuzzle, YouTube...).
- Actividades interactivas colgadas en diversas plataformas libres o de pago (Scratch, Matheutikos, Illuminations, NCTM...).
- Actividades que trabajan la metodología en tres actos. Los alumnos usan un estímulo visual (imagen, gif o vídeo) que acompaña al primer y al tercer acto. Este estímulo visual hace que, en el primer acto, el alumno se cuestione preguntas y, en el tercer acto, la solución a estas preguntas planteadas se dan respuesta a partir del mismo estímulo visual inicial.
- Actividades autoevaluables (ThatQuiz, Matheutikos, Kahoot, Socrative...) para que los alumnos conozcan en todo momento su ritmo de aprendizaje.
- Actividades no autoevaluables (Google) que el futuro profesor corrige para conocer el progreso de los alumnos.
- Fotografías que ayudan a relacionar imágenes visuales con conceptos matemáticos (ecocardiograma doppler del corazón para modelizar funciones, reglas nemotécnicas para recordar las razones trigonométricas...)

Figura 6.13: Captura de pantalla de las reglas nemotécnicas para recordar las razones trigonométricas



Además, un 32,5 % de los futuros profesores diseña tareas en las que los alumnos tienen que utilizar diferentes programas informáticos. Los alumnos implementan actividades digitales con programas como los que se listan a continuación:

- Programas de geometría dinámica (GeoGebra) u hojas de cálculo (Excel) en los que los alumnos representen relaciones de cambio (representan pares ordenados, tablas, funciones...).
- Hojas de cálculo (Excel) en las que los alumnos representan gráficas y parámetros estadísticos.

- Realización de fotografías matemáticas, especialmente como actividades introductorias, en las que las fotografías tienen relación con un contenido matemático y van acompañadas de un título identificativo y de una descripción explicando el motivo de su elección.

En cuanto al almacenamiento de contenidos matemáticos mediante herramientas digitales, un 65 % de los alumnos los almacenan en un único dispositivo/servicio. Las herramientas digitales más utilizadas a la hora de almacenar la información matemática son:

- Repositorios en los que el profesor decide qué recursos colgar (Drive, Moodle).
- Repositorios en los que los alumnos almacenan actividades evaluables por el profesor (Drive, Moodle...).
- Plataformas educativas en las que el contenido matemático viene determinado por la propia plataforma (Matheutikos, ONMAT...)
- Programas educativos en los que el profesor crea preguntas multirespuesta para que el alumnado practique conceptos matemáticos concretos (Kahoot, Socrative...).
- Vídeos colgados en diferentes canales (EDpuzzle, YouTube, Twitter, Drive...).

En cuanto a los procesos comunicativos de contenidos matemáticos, diversos autores afirman que la tecnología modifica la forma en que se transmite la información y la educación matemática debe tener en cuenta las nuevas formas de enseñanza-aprendizaje a través de la colaboración en red (Aldon, Cusi, Morselli, Panero y Sabena, 2017). Por otro lado, hemos observado que los niveles de la rúbrica del cuarto indicador no son contradictorios con la Taxonomía de Bloom para la Era Digital (Churches, 2009) que incluye nuevos verbos (que tendrían cabida en entornos digitales comunicativos) respecto de la Taxonomía de Bloom.

Tabla 6.15: Taxonomía de Bloom para la Era Digital

Categorías de la Taxonomía de Bloom	Habilidades comunicativas TIC
Recordar	Utilizar viñetas (bullet pointing), resaltar, marcar (bookmarking), participar en la red social (social bookmarking), marcar sitios favoritos (favoriting/local bookmarking), hacer búsquedas en Google (googling).
Comprender	Hacer búsquedas avanzadas, hacer búsquedas booleanas, hacer periodismo en formato de blog (blog journalism), “Twittering” (usar Twitter), categorizar, etiquetar, comentar, anotar, suscribir.
Aplicar	Correr, cargar, jugar, operar, “hackear” (hacking), subir archivos a un servidor, compartir, editar
Analizar	Recombinar, enlazar, validar, hacer ingeniería inversa (reverse engineering), “cracking”, recopilar información de medios (media clipping).
Evaluar	Comentar en un blog, revisar, publicar, moderar, colaborar, participar en redes (networking), reelaborar, probar.
Crear	Programar, filmar, animar, blogear, vídeo blogear (video blogging), mezclar, remezclar, participar en un wiki (wiki-ing), publicar, “videocasting”, “podcasting”, dirigir, transmitir

Fuente: Churches (2009)

En la siguiente tabla mostramos una comparativa de la taxonomía de Bloom para la Era Digital y los descriptores de la rubrica en cuanto a los procesos comunicativos de contenidos matemáticos:

Tabla 6.16: Comparativa de la taxonomía de Bloom para la Era Digital vs descriptores de la rúbrica del cuarto indicador de «Lo epistémico»

Categorías de la Taxonomía de Bloom	Descriptores de la rúbrica de evaluación de la CD
Recordar	No comunica matemáticas mediante herramientas digitales.
Comprender	Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social.
Aplicar	Utiliza de forma consciente tecnologías y medios para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático.
Analizar	Usa, valora y analiza el uso de medios interactivos digitales para tener un control del proceso de enseñanza/aprendizaje y autorregular el aprendizaje matemático reconociendo las limitaciones y potencialidades de cada dispositivo o aplicación digital.
Evaluar	
Crear	

Fuente: Elaboración propia

Observamos como la habilidad de “crear” no tiene correspondencia con ningún nivel de la rúbrica, ya que es un nivel superior al que se le pide a un profesor de secundaria de matemáticas en formación o en activo.

Sin embargo, en nuestro análisis, observamos que en cuanto a los procesos comunicativos de contenidos matemáticos mediante herramientas digitales, un 72,5 % no comunica matemáticas en sus clases. El 27,5 % restante lo hace mediante:

- Herramientas básicas de comunicación asíncrona: correo electrónico, Twitter, foros de discusión tipo Moodle, EDpuzzle...
- Herramientas básicas de comunicación síncrona: test online (Kahoot, Socrative...) en los que se practican conceptos concretos mediante preguntas que los alumnos tienen que responder a partir del teléfono móvil. En algunas de estas aplicaciones, los alumnos obtienen las soluciones en tiempo real así como la puntuación de cada alumno/grupo de la clase respecto del global.

9.3.2. En cuanto a «Lo cognitivo»

La idoneidad cognitiva mide si los significados implementados o pretendidos (definiciones, propiedades, procedimientos...) se sitúan en la zona de desarrollo potencial del alumno. En nuestro caso, analizamos si los medios digitales contribuyen en los procesos reflexivos del alumnado y hacen emerger las posibles dificultades de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

A continuación, se muestran los resultados porcentuales asociados a cada uno de los niveles del indicador de esta dimensión. Casi la mitad de los alumnos, un 47,5 %, sugiere desarrollos digitales más allá de simples asociaciones o respuestas cerradas, analizando los resultados en términos de las conexiones establecidas, y contextos usados. Pero únicamente un 10 % de los futuros profesores analiza el uso de medios digitales con ayuda de herramientas teóricas o comparaciones sobre la práctica matemática de forma que visualizan posibles dificultades del alumnado que se evidencian en su uso. Y un 77,5 % de los futuros profesores llevan a cabo diferentes actividades sobre el mismo contenido matemático mediante soportes diferentes (por ejemplo, representación de objetos matemáticos 2D con GeoGebra o lápiz, papel, regla y compás; construcción y visualización de objetos 3D a partir del GeoGebra o a partir de su desarrollo plano mediante material manipulativo) pero solo un 10 % de estos explican cómo el uso de medios digitales les ha llevado en la práctica a evidenciar dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje (por ejemplo, como gracias al uso del Excel ven de forma inmediata que un diagrama de barras o un diagrama de sectores necesita de los mismos datos estadísticos de partida o como el paso del desarrollo plano a un cuerpo geométrico mediante la animación realizada por el GeoGebra les ayudaba a entender cuáles eran las aristas compartidas del cuerpo geométrico de estudio).

9.3.3. En cuanto a «Lo afectivo»

La idoneidad emocional mide el grado de implicación, interés y motivación de los alumnos. En nuestro caso, analizamos si el uso de recursos digitales facilita el reconocimiento de la idoneidad afectiva y normativa de las propuestas de enseñanza-aprendizaje en los futuros profesores de matemáticas.

A continuación, se muestran los resultados porcentuales asociados a cada uno de los niveles del indicador de esta dimensión. En cuanto a porcentajes, solo hay un 20 % de los futuros profesores que no consigue que los alumnos se impliquen con los medios digitales. Por el contrario, el 60 % de los futuros profesores consigue que el alumnado sea empático con

actividades matemáticas mediante el uso de medios digitales. De este 60 %, el 40 % reflexiona sobre las mismas e identifica significados matemáticos mediante el uso de estos medios digitales. No hemos encontrado evidencias de ningún alumno que analice, mediante instrumentos digitales aspectos emocionales que inciden en las prácticas matemáticas planificadas y/o implementadas.

9.3.4. En cuanto a «Lo interaccional»

La idoneidad interaccional mide cómo los medios de interacción permiten identificar y resolver conflictos en la comprensión de los contenidos y favorece la autonomía en el aprendizaje. En nuestro caso, medimos la interacción de los futuros profesores de matemáticas con otros colegas mediante medios digitales.

A continuación, se muestran los resultados porcentuales asociados a cada uno de los niveles del indicador de esta dimensión.

Percibimos como no hay ningún futuro profesor que no interactúe con otros colegas mediante alguno de los medios digitales tradicionales. Todos los futuros profesores utilizan el teléfono móvil, el correo electrónico o el chat para comunicarse. Por el contrario, no hemos obtenido evidencias de ningún futuro profesor que utilice los medios digitales más avanzados para debatir y elaborar productos nuevos en colaboración con otros, que use herramientas colaborativas en el análisis de procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación o que participe en procesos de investigación sobre las prácticas matemáticas realizadas. Es decir, sí que se utilizan los medios digitales para establecer una comunicación entre colegas pero sin la intención de debatir matemáticas usando dichas herramientas.

9.3.5. En cuanto a «Lo ecológico y lo ético»

La idoneidad ecológica mide el grado de adaptación de los medios digitales a las necesidades de los procesos de instrucción. En esta dimensión se incluyen las restricciones posibles del entorno: falta de ordenadores, conexión WiFi ineficiente, dificultad de los alumnos para usar programas didáctico-matemáticos a nivel usuario, falta de tiempo para poder incluir recursos digitales en las sesiones establecidas en la unidad didáctica...

A continuación, se muestran los resultados porcentuales asociados a cada uno de los niveles de este indicador de esta dimensión. Un 45 % de los futuros profesores no analiza la dimensión ecológica de los procesos de instrucción surgidos a partir del uso de medios digitales. Un 47,5 % sí que

establece análisis de variables que influyen en la enseñanza o elabora materiales de evaluación en los que intervienen los medios digitales. Únicamente un 7,5 % de los futuros profesores construye documentos colaborativamente que explican variables que influyen en el desarrollo instructivo. Por otro lado, no hay ningún futuro profesor que:

- Organice informaciones que aluden a lo ecológico en documentos de investigación que se escriben y documentan en la red.
- Asuma la realidad matemática escolar, las restricciones de su entorno, etc. para tomar decisiones, justificando sus posicionamientos de forma pormenorizada.

La dimensión ética incide en la conciencia ética que debe tener el futuro profesor de matemáticas a la hora de hacer uso de medios digitales en el aula.

A continuación, se muestran los resultados porcentuales asociados a cada uno de los niveles de este último indicador de esta dimensión. No hemos encontrado evidencias de ningún futuro profesor que esté en el nivel más bajo ni en el nivel más alto de este indicador. Es decir, no hemos encontrado evidencias de ningún futuro profesor que no esté familiarizado con las normas de conducta en interacción en línea o virtuales. Tampoco hemos encontrado evidencias de ningún futuro profesor que las aplique al contexto profesional de forma que desarrolle estrategias para la identificación y reorientación de las conductas inadecuadas en la red.

Por el contrario, un 25 % de los futuros profesores conoce las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y un 75 % entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y es capaz de aplicarlas al contexto profesional.

9.3.6. En cuanto al «Análisis didáctico, innovación e investigación»

Desde las directrices que los tutores del TFM del MFPSM dan a los futuros profesores de matemáticas se les insta a analizar las prácticas profesionales que estos implementaron en su periodo de prácticas. Es decir, todos los futuros profesores usan, revisan y valoran su unidad didáctica para tomar decisiones profesionales relacionadas con la misma.

Otros grupos de investigación, como el GRADEM (Grupo de Investigación sobre Análisis Didáctico en Educación Matemática) se ha interesado, en el marco de diferentes proyectos de investigación, en analizar las prácticas

profesionales que los futuros profesores realizan para resolver las tareas profesionales propuestas, y el conocimiento matemático-didáctico activado en ellas, de forma que obtienen indicadores que justifiquen la asignación de grados de desarrollo de la competencia profesional que se pretenda evaluar (Font, Adán, Rubio y Ferreres, 2016).

A continuación, se muestran los resultados porcentuales asociados a cada uno de los niveles de los dos indicadores de esta dimensión.

El 15% de los futuros profesores no usa, revisa y valora información relacionada con el uso de medios digitales. Este hecho se debe a diversas razones: (1) que el futuro profesor crea que en su unidad didáctica ya utilizó los recursos digitales de un forma adecuada tanto en uso como en frecuencia; (2) que el futuro profesor crea conveniente decantarse por otro tipo de materiales didácticos o (3) que el futuro profesor no lo haya creído oportuno por el tipo de alumnado o por el momento en el que se explicó la unidad didáctica (ya que se considera que para poder usar recursos digitales los alumnos necesitan poseer unas habilidades previas). Es decir, analizan el conocimiento matemático-didáctico activado en las diferentes actividades que comportan la unidad didáctica pero no se centran en los medios digitales a la hora de realizar propuestas de mejora.

El 30% de los futuros profesores usa herramientas digitales sobre el análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación. Es decir, usa los medios digitales introduciendo un diseño de tareas nuevo que permite la mejora de la idoneidad mediacional, ya que según el análisis, este indicaba que se debía y podía mejorar. Es decir, estos futuros profesores no introdujeron los recursos digitales en su periodo de prácticas y después de la reflexión sobre su propia práctica deciden introducirlas.

Por otro lado, un 55 % de los futuros profesores, contrasta, evalúa e integra información matemática o de educación matemática en formato tecnológico más allá del simple uso de los mismos. Es decir, gracias a los medios digitales, identifican dificultades conceptuales, detectan errores, etc. para hacer innovaciones y mejoras en su práctica. Es decir, los alumnos, bien sea adaptando tareas ya diseñadas o bien sea introduciendo tareas nuevas, mejoran la idoneidad mediacional, ya que según el análisis, este indicaba que se debía y podía mejorar. Es decir, normalmente estos futuros profesores después de la reflexión sobre su propia práctica: (1) introdujeron actividades con herramientas digitales en su periodo de prácticas y deciden hacer cambios sobre las mismas con propuestas de mejora concretas (en el sentido de comparar la propuesta anterior con la nueva) o (2) no las introdujeron en un inicio pero deciden añadirlas argumentando de forma explícita dicha mejora.

Un punto débil competencial es que no hay ningún alumno que use críticamente instrumentos de reflexión y análisis de prácticas matemáticas que se encuentren en formato digital (construcción de mapas: establecimiento de redes de significados, etc.). Es decir, el TFM ha permitido reconocer los avances en la competencia de análisis didáctico y se ha convertido en elemento organizador y sintetizador de trabajos, reflexiones y prácticas escolares realizadas. Es el inicio del desarrollo de la competencia investigadora de los futuros docentes, en tanto ha posibilitado que los estudiantes aprendan a reconocer problemas de su contexto profesional (Giménez, Vanegas, Font y Ferreres, 2012). Es decir, los futuros profesores se inician en la competencia en análisis didáctico pero todavía les quedan años de formación permanente para poder alcanzar un nivel más elevado en este indicador de la rúbrica.

Las reflexiones (e investigaciones) sobre la calidad matemática de los procesos de instrucción de las matemáticas son numerosas en el área de Educación Matemática. Todas ellas ponen de manifiesto que hay muchos aspectos que inciden sobre esta calidad y que, por tanto, se trata de una noción multidimensional (Font, Adán, Rubio y Ferreres, 2016). En Font y Adán (2013), se tuvieron en cuenta dos aproximaciones que si bien consideran la calidad matemática de una manera multidimensional ponen el acento en dimensiones diferentes. Por una parte, las que destacan como elemento central de la calidad matemática el descriptor “riqueza matemática” y, por otra parte, las que toman como elemento central el descriptor “representatividad de las matemáticas enseñadas”.

En nuestro caso, al hablar de la calidad matemático-didáctica, los resultados de los porcentajes de la muestra son muy variados.

Un 25 % de los futuros profesores, para mejorar las prácticas matemáticas, no analiza configuraciones epistémicas mediante dispositivos digitales. Es decir, estas configuraciones epistémicas están constituidas por diferentes redes de objetos matemáticos (situaciones, acciones, lenguaje, conceptos, propiedades y argumentos) que no son abordados por los futuros profesores a la hora de integrar los medios digitales.

Un 7,5 % sí que reconoce proposiciones, argumentos y razonamientos plausibles que se desarrollan específicamente con medios digitales. Por ejemplo, uno de los futuros profesores de la muestra cita:

Los argumentos que utilicé en la unidad didáctica eran los adecuados al nivel educativo de primero de Bachillerato, intentando en todo momento no crear ambigüedades en mis explicaciones que pudieran dar lugar a confusiones en los alumnos. Estos argumentos,

se validaban de manera gráfica con el GeoGebra, observando que la función que se había obtenido, realmente representaba la derivada de la función (observando intervalos de crecimiento, extremos relativos...). En temas de continuidad también se comprobaba gráficamente dónde había discontinuidades (saltos, asíntotas...). En temas de rectas tangentes y normales también se podía ver gráficamente que la recta solución era efectivamente la tangente...

Exactamente la mitad de los futuros profesores de matemáticas reconoce el valor de definición y generalización presente en las construcciones con variables en entornos digitales, para conjeturar propiedades y resolver problemas. Existen un gran número de evidencias al respecto, uno de los futuros profesores cita textualmente:

Después de observar que la comprensión del concepto “vector equipolente” y de la forma de sumar y restar vectores gráficamente fue, en algunos casos, insuficiente, se propone atacar este problema mediante la interacción con un recurso TIC (un applet de GeoGebra) que puede ser manipulado para observar las infinitas posibilidades de la suma y la resta de dos vectores en el plano.

Otro comentario en la misma línea argumenta:

Justamente el único día que utilicé el aula de informática es cuando di más libertad utilizando el GeoGebra, jugando y explorando con él y viendo qué pasaba con las funciones trigonométricas al deslizar los ángulos del triángulo inscrito en la circunferencia goniométrica. El juego, que es fundamental en el aprendizaje de los mamíferos, también es válido para aprender trigonometría.

Y un tercer futuro profesor indica: «*Demostramos, con el simulador de GeoGebra, que cuantas más veces se hace un experimento (en nuestro caso, tirar dados) más se aproxima la probabilidad teórica con la real*». Y un 17,5 % sugiere propuestas de mejora en la práctica que usan formatos digitales en base al análisis del efecto de los mediadores en el desarrollo epistémico, y el análisis de la configuración y trayectorias didácticas para la resolución de conflictos epistémicos, semióticos, cognitivos, etc. Por ejemplo, un alumno cita textualmente: «*La intencionalidad de utilizar estos recursos digitales es la de, con ayuda de dicha herramienta, reconocer objetos matemáticos subyacentes para adquirir contenidos matemáticos específicos*».

CAPÍTULO 7

ANÁLISIS DEL USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES Y EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO CREATIVO

Resumen

En este capítulo damos respuesta a dos de los objetivos de investigación de esta tesis doctoral. Estos dos objetivos son:

- *O6) Buscar indicadores del pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales de los alumnos.*
- *O7) Evaluar el potencial creativo en el uso de herramientas digitales de los alumnos.*

En el primer apartado se resumen las ideas principales de la literatura científica sobre creatividad en la formación de profesores y de forma específica en la formación de profesores de secundaria de matemáticas.

En el segundo apartado se incluye la herramienta con la hemos analizado el pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales en los alumnos del MFPSM. Esta herramienta, basada en las cinco dimensiones de EOS, nos ha servido para dar respuesta al sexto objetivo de la investigación.

En el tercer apartado se justifica metodológicamente cómo se ha realizado la asignación de evidencias en el uso de este instrumento.

En el cuarto apartado se explica el método de cálculo de los diferentes niveles considerados y el nivel global asignado a cada alumno. Se visualiza la valoración global de cada una de las dimensiones en forma gráfica. Este gráfico, que nos permite realizar una evaluación gráfico-numérica del potencial creativo en el uso de herramientas digitales, nos ha servido para dar respuesta al séptimo objetivo de la investigación.

En el último apartado se incluyen las conclusiones de los dos objetivos de la investigación expuestos anteriormente.

1. CREATIVIDAD Y FORMACIÓN DE PROFESORES

La creatividad y, en particular, la creatividad matemática es un concepto complejo y polisémico que ha sido considerado en muchas investigaciones y se ha enfocado desde muchos puntos de vista.

A los profesores se les incentiva a que sean creativos, pero no se les da indicadores para que puedan crear tareas matemáticas creativas. En el mundo educativo se ofertan diferentes recursos manipulativos o recursos digitales que potencian la creatividad, pero no se da ningún tipo de justificación de porqué estos recursos la fomentan.

Las definiciones de creatividad propuestas por diversos investigadores, como Muñoz (1994), se pueden clasificar en cuatro tipos: las que se relacionan con el producto final, las que se relacionan con el proceso, las que se relacionan con la persona y las que se relacionan con el ambiente.

Definiendo la creatividad desde el punto de vista del producto final, Sternberg y Lubart (1999) la describen como la habilidad para crear un trabajo inesperado mientras que Chamberlin y Moon (2005) la definen como la habilidad excepcional de generar soluciones útiles y originales para los problemas.

La creatividad como proceso hace referencia a las fases por las que el producto ha de pasar hasta que este sea creativo.

Poincaré (1908) define tres fases: preparación, incubación e iluminación. La primera fase, la de preparación, es un proceso completamente consciente en el que el sujeto se adentra en el problema e investiga sobre él. La segunda fase, la de incubación, es un tiempo de descanso en el cual se producen una serie de procesos mentales involuntarios. Y en la tercera fase, la de iluminación, las ideas creativas se ordenan mientras estamos desprevenidos.

Hadamard (1954) recoge estas fases añadiendo una más a la que denomina de verificación. Esta fase comparte con la primera un trabajo consciente y deliberado en la que se comprueba la validez de la solución del problema.

Más tarde, García (1998) renombra y completa estas fases en: a) Encuentro con el problema: en la que el sujeto usa su pensamiento crítico y su sensibilidad a los problemas, haciéndose consciente de la necesidad de crear, de solucionar un problema o de exteriorizar unas ideas que le preocupan; b) Generación de las ideas: en la que el sujeto juega con sus ideas, dejando al mando a la inspiración y avanza imaginativamente hacia el encuentro de posibles soluciones al problema, para consumir el proceso

en la generación de la nueva idea; c) Elaboración de la idea: fase en la que se materializa el proyecto o creación, se recurre al pensamiento lógico, al intelecto y al juicio; d) Transferencia creativa: última fase del proceso creador que implica relacionar la idea nueva con otros saberes y con otros campos problemáticos.

Otros autores ponen el acento en las características que tiene que tener una persona para que esta sea creativa. Marín (1991) realiza una recopilación de diferentes autores (como Guilford, Lowenfeld y Torrance) de indicadores de una persona creativa: originalidad, flexibilidad, productividad o fluidez, elaboración, análisis, síntesis, apertura mental, comunicación, sensibilidad para los problemas, redefinición y nivel de inventiva, entre otros.

Otras investigaciones estudian las condiciones que posibilitan el desarrollo del potencial creativo. Por ejemplo, Hernández y Durán (1997) destacan la importancia del ambiente familiar, escolar y cultural en el desarrollo del potencial creativo. Según De la Torre (1995), los educadores tienen como misión identificar y desarrollar la creatividad, y precisan de ambientes adecuados para el aprendizaje creativo. Dicho aprendizaje requiere que sea flexible, asocie materiales e ideas, presente metodologías indirectas, motivantes e imaginativas y favorezca la relación entre alumno-profesor.

1.1. Creatividad matemática y formación de profesores

Font, Godino y Gallardo (2013) han enfatizado sobre cómo la creatividad pone en juego la emergencia de objetos y procesos matemáticos. Actualmente, hay un acuerdo de que los programas de formación de profesores deben proporcionar a los futuros profesores una formación amplia para enriquecer el diseño de tareas matemáticas con sus nuevos desafíos (Polo, 2017).

Tradicionalmente se indica que en un proceso de instrucción se potencia la creatividad matemática si se fomenta la originalidad, flexibilidad, fluidez (Meissner, 2000). En otros trabajos, no sólo se centran en el producto creativo, sino que establecen el potencial creativo de actividades de formación a partir de la categoría de elaboración de ideas matemáticas (Sequera, Giménez y Servat, 2005). Se define el potencial creativo, en la formación de maestros, al conjunto de evidencias u oportunidades que permiten reconocer progresos en la construcción del conocimiento personal o colectivo de los estudiantes así como nuevo conocimiento que a los sujetos les parezca original porque amplía, concreta, flexibiliza o

desarrolla la generación y estructuración elaborada de nuevas ideas o conocimientos (Sequera, 2007).

Para el análisis se consideran los siguientes elementos de *originalidad*: conexionismo y novedad. Se relacionan estándares matemáticos diferentes, se establecen analogías en la resolución de problemas y se desarrolla apertura.

Como elementos de *flexibilidad* se considera la interdisciplinariedad, fomentando aplicaciones de las matemáticas a contextos reales y a otras asignaturas, se fomenta la exploración, y se relacionan hechos cotidianos con la realidad científica. Para identificar la contextualización, se considera el desarrollo de la capacidad de observación matemática y se distingue entre problemas contextualizados y ejercicios. Para caracterizar la interpretación, hablamos de organizar datos de formas diferentes para seleccionar aquellos que se consideran relevantes, se traducen y analizan situaciones de diversas maneras para reconocer elementos nuevos, clasificándolos y jerarquizándolos. Al hablar de adaptabilidad, identificamos diferentes formas de resolución y se utilizan diversos enfoques matemáticos, relacionando situaciones problemáticas con ámbitos de significado para reconocer diferentes tipos de problemas.

Como elementos de *fluidez* se consideran la comunicación y el discernimiento. Los alumnos identifican semejanzas o diferencias entre acciones o procesos matemáticos para seleccionar los más adecuados para el quehacer matemático.

Como elementos de *elaboración* se consideran los siguientes indicadores: usa modos de representación diversos, construye jerarquías conceptuales y las explica; generaliza procedimientos a partir de esquemas o patrones; usa elementos representativos diferentes para reconocer el contenido; construye modelos y redes para facilitar la comprensión de diversas estructuras o situaciones semejantes.

Los indicadores aludidos se definen como se presenta en la tabla siguiente.

Criterios de creatividad

Tabla 6.1: Criterios de creatividad

INDICADOR	Descripción
ORIGINALIDAD	Respuesta estadísticamente poco frecuente, respuestas ingeniosas más que respuestas correctas, novedad, impredecibilidad, unicidad, sorpresa, asociaciones inusitadas y remotas.
FLEXIBILIDAD	Apertura, ausencia de rigidez, receptividad, tolerancia, versatilidad, libertad de cambios, cambio de interpretaciones, cambio de dirección, riqueza de la argumentación, contemplar la situación desde distintos ángulos.
FLUIDEZ	Generación de alternativas, producción de ideas, compleción y producción de relaciones, analogías, semejanzas.
ELABORACIÓN	Complejidad, cuidar detalles, formar estructuras, simbolización, síntesis, construir representaciones.

Fuente: Sequera, Giménez y Servat, 2005

En trabajos recientes sobre resolución de problemas, se usan de nuevo las viejas categorías de originalidad, fluidez y flexibilidad (Leikin, 2009).

Richter, Barquero, Font y Barajas (2014) en las primeras fases de investigación en el marco del proyecto europeo Mathematical Creativity Squared (MC2) proponen seis grandes procesos que promueven la Creatividad matemática y el Pensamiento matemático creativo (a partir de ahora, PMC):

- Procesos de problematización donde se plantea una situación o problema cercano a la realidad de los estudiantes y que les permita involucrarse.
- Establecer conexiones con otras disciplinas o áreas de conocimiento, mostrar las matemáticas como una herramienta para dar respuesta o explicar situaciones fuera de las matemáticas.
- Diversificar los medios y las representaciones para abordar diferentes estilos de aprendizaje, así como para favorecer las conexiones entre diferentes maneras de expresar o representar un mismo concepto.
- El proceso de análisis y la síntesis como guía en el desarrollo de la actividad, descomponiendo la situación o pregunta inicial en preguntas más concretas que vayan dando parcialmente respuesta a la pregunta de origen.

- Los procesos de comunicación y la colaboración entre estudiantes resulta un elemento importante para dejar que convivan y se comparen distintas propuestas o respuestas alternativas.
- Los procesos de evaluación y validación están presentes para ayudar a los estudiantes a validar sus propias respuestas y resultados, entre otros posibles.

Consideramos que es un referente importante porque esta noción permitió analizar propuestas creativas de actividades escolares con formatos digitales (Papadopoulos, Barquero, Richter, Daskolia, Barajas y Kynigos, 2015).

1.1.1. Indicadores del pensamiento matemático creativo

A partir de las observaciones explicadas por Sala, Font, Barquero y Giménez (2017) y el análisis sobre el constructo indagación realizado por Sala (2016), se consideró que el PMC es aquel en el cual se producen procesos creativos y que una primera manera de caracterizarlo, es descomponerlo en dimensiones. En este trabajo, dado que se pretende analizar cómo se visualiza el potencial del PMC en el desarrollo de tareas/prácticas docentes en las que se utilizan recursos digitales se usan las siguientes dimensiones: 1) Apertura (grado de apertura de los problemas propuestos y herramientas previstas), Versatilidad (capacidad de adaptación de la unidad a diferentes grupos) y Generalización; 2) Problematización; 3) Conexiones; 4) Conjeturación y Exploración; 5) Validación y Evaluación; 6) Aspectos emocionales y 7) Aspectos sociales.

(1) Apertura, versatilidad y generalización

1a) Incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas.

1b) Incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático.

1c) Estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones.

1d) Promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver el problema.

1e) Fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general.

(2) Exploración y experimentación

2a) Incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado.

2b) Promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial.

(3) Conexionismo y Articulación

3a) Ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinares, conexiones extra-matemáticas).

3b) Ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos.

3c) Ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático.

(4) Conjeturación, exploración y razonamiento

4a) Fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado.

4b) Estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas.

(5) Validación y evaluación.

Fomenta que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado.

(6) Aspectos emocionales

6a) Promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria.

6b) Promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.).

6c) Promuevo compromiso enérgicamente generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos.

(7) Aspectos sociales.

7a) Estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante.

7b) Promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado.

2. INSTRUMENTO PARA REALIZAR LA EVALUACIÓN DEL PMC EN EL USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES

Para evaluar el PMC hemos partido de la herramienta de evaluación del PMC basada en el EOS descrita en el capítulo 5 así como reubicada en el apartado anterior. A partir del análisis de los documentos relacionados con la asignatura PII (las unidades didácticas diseñadas en la asignatura de PII) y las memorias del TFM, hemos encontrado evidencias de cada uno de los indicadores de dicha herramienta.

2.1. Instrumento para realizar la evaluación del PMC basada en el EOS

A continuación, resumimos los indicadores y descriptores de la herramienta del PMC basada en el EOS descrita en el capítulo 5. A priori se consideran los siguientes indicadores para 1) la apertura: 1a) El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas; 1b) El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático. 1c) El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones. 1d) El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver el problema. 1e) El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general.

Para analizar 2) la problematización consideramos los indicadores siguientes: 2a) El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado; 2b) El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial. Para analizar 3) las conexiones consideramos si 3a) el uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas

de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas). 3b) El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos. 3c) Y también si el uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático.

Para analizar 4) la dimensión de exploración y conjeturación, observamos si 4a) el uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado. 4b) El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas. Para reconocer 5) la dimensión de validación y evaluación, consideramos si el uso de recursos digitales fomenta a que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado.

Para identificar 6) la dimensión emocional, buscamos evocaciones que reconozcan si 6a) el uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria. Asimismo, si 6b) el uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.). Y también, si 6c) el uso de recursos digitales promueve un compromiso enérgicamente generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos. Por último, consideramos que para analizar 7) la dimensión social, evidenciamos si 7a) el uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante. Y si 7b) el uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado.

3. EVIDENCIAS EN EL PMC EN EL USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES

Para cada uno de los alumnos de la muestra (20 alumnos del curso académico 2015-2016) hemos plasmado sus alusiones de cada uno de los descriptores de cada indicador (tanto de sus memorias de prácticas como de sus memorias de los TFM) en una tabla como la que mostramos a continuación:

Tabla 7.2: Tabla para registrar el pensamiento matemático creativo de uno de los alumnos de la muestra

	Indicadores	AX
1. Apertura, versatilidad y generalización	<i>a. El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas.</i>	<i>1a/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia]/[en blanco]</i>	
	<i>b. El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático.</i>	<i>1b/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia]/[en blanco]</i>	
	<i>c. El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones.</i>	<i>1c/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia]/[en blanco]</i>	
	<i>d. El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver el problema.</i>	<i>1d/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia]/[en blanco]</i>	
	<i>e. El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general.</i>	<i>1e/[en blanco]</i>
<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>		
2. Problematización	<i>a. El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado.</i>	<i>2a/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
	<i>b. El uso de recursos digitales promueve que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial (problem posing tasks).</i>	<i>2b/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
3. Conexiones	<i>a. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas).</i>	<i>3a/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
	<i>b. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos matemáticos (conexiones intra-matemáticas).</i>	<i>3b/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
	<i>c. El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático.</i>	<i>3c/[en blanco]</i>
<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>		

4. Exploración y conjeturación	<i>a. El uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado.</i>	<i>4a/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
	<i>b. El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas.</i>	<i>4b/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
5. Validación y evaluación	<i>a. El uso de recursos digitales fomenta que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado.</i>	<i>5/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
6. Aspectos emocionales	<i>a. El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria.</i>	<i>6a/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
	<i>b. El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.).</i>	<i>6b/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
	<i>c. El uso de recursos digitales promueve compromiso generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos.</i>	<i>6c/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
7. Aspectos sociales	<i>a. El uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante.</i>	<i>7a/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	
	<i>b. El uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado.</i>	<i>7b/[en blanco]</i>
	<i>[Descripción detallada de la evidencia] /[en blanco]</i>	

Fuente: Elaboración propia

En los primeros anexos de este capítulo se puede observar cómo se han plasmado las evidencias para tres alumnos de la muestra.

A continuación, a modo de ejemplo, para cada una de las dimensiones y cada uno de los descriptores de cada dimensión, se muestra una evidencia de diferentes alumnos de la muestra.

3.1. Dimensión 1. Apertura, versatilidad y generalización

En esta dimensión se analiza, a través del uso de recursos digitales, el grado de apertura de los problemas propuestos, la capacidad de adaptación de los problemas o cuestiones matemáticas a diferentes grupos y la generalización de los mismos.

3.1.1. Evidencia 1a)

El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas

La unidad didáctica que realiza el alumno A19 se implementa en un grupo de 3.º ESO y se centra en dos bloques del currículum: el bloque de espacio y forma (proporcionalidad y semejanza y transformaciones geométricas) y el bloque de medida (medidas directas e indirectas de ángulos y longitudes). Este alumno, en su propuesta de mejora, propone dividir la clase en siete grupos y que cada grupo sea el encargado de realizar un cortometraje de cinco minutos. Se plantean siete problemas en los que cada problema aborda un concepto clave de la unidad didáctica. Los alumnos de cada grupo tienen que asociar el contenido que se les ha asignado con una escena cinematográfica. A cada grupo se le indica una idea cinematográfica que puede aceptar o rechazar (e implementar una idea propia). El alumno A19 cita textualmente: «*La libertad en la creatividad del alumnado es muy importante, por lo que el profesor ha de ser únicamente el guía.*»

En los anexos se presentan los siete problemas y la propuesta cinematográfica que el alumno A19 propone a cada grupo.

3.1.2. Evidencia 1b)

El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático

La unidad didáctica que implementa el alumno A1 trabaja, al igual que el alumno A19, los bloques de: espacio y forma (trigonometría y geometría

analítica en el plano) y medida (medidas indirectas de semejanza y trigonometría). Se lleva a cabo en un grupo de 4.º ESO. El alumno A1 en su TFM indica que, como se vio en las sesiones de dudas y en los resultados del examen, no quedaron claros los conceptos de equipolencia ni las estrategias para sumar y restar vectores gráficamente. En la propuesta de mejora, incluye una actividad en la que a partir de un archivo GeoGebra pueden efectuar la suma y la resta de vectores gráficamente a partir de deslizadores. El alumno A19 expresa en su TFM: «... de esta forma pueden experimentar con las infinitas posibilidades que ofrece el simulador».

3.1.3. Evidencia 1c)

El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones

La unidad didáctica que implementa el alumno A2 se lleva a cabo en un grupo de 1.º ESO y en ella se trabajan los mismos dos bloques que trabajaron los dos alumnos anteriores: espacio y forma (clasificación y propiedades de figuras planas) y medida (cálculo de áreas, perímetros y ángulos). En una de las sesiones se repasa la clasificación de triángulos según sus ángulos (rectángulo, acutángulo, obtusángulo) y según la longitud de sus lados (equilátero, isósceles y escaleno). Para afianzarlos, el alumno A2 utiliza un applet creado por terceros (<http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4172>). En este applet se representa un triángulo con los tres vértices móviles de forma que al arrastrarlos por la pantalla, varía dinámicamente la amplitud de cada uno de sus ángulos. El enunciado cita textualmente:

Mueve el vértice C de forma que el triángulo \widehat{ABC} sea:

- *Recto*
- *Agudo*
- *Obtuso*
- *Isósceles*
- *Escaleno*
- *Equilátero*

Para probar diferentes soluciones utiliza el applet siguiente:

<http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4172>

3.1.4. Evidencia 1d)

El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver un problema

De nuevo, el alumno A2 promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver un problema a partir de la puesta en práctica de una actividad en tres actos. Esta actividad se ha seleccionado del repositorio de actividades en tres actos de Dan Meyer. En el primer acto se presenta un vídeo corto extraído de la película: “El coleccionista de huesos”. A partir de este vídeo: <https://drive.google.com/file/d/0B90NnueJp-TVamthNVNfTkdRVjA/view> se genera debate de forma que los alumnos lleguen a la incógnita que se plantea: ¿Cuál es el número de pie de la pisada? En este primer acto también tienen que realizar una estimación de cuál creen que es la respuesta a esta pregunta. En el segundo acto los alumnos tienen que recopilar toda la información necesaria para poder calcularlo. El alumno A2 cita textualmente: «No hay una única estrategia correcta con la que llegar a la solución. Cada alumno recopila la información que cree necesaria para dar solución a la pregunta planteada en el primer acto». Una vez calculado, se ponen en común todos los resultados. Finalmente, en el tercer acto, se visiona otro vídeo: <https://drive.google.com/file/d/0B90NnueJpTVWTkxZVZRUFJYd00/view> en el que se indica el número de pie de la pisada.

3.1.5. Evidencia 1e)

El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general

La unidad didáctica que implementa el alumno A9 trabaja el bloque de relaciones de cambio (introducción a las funciones). Se lleva a cabo en un grupo de 1.º ESO.

Los alumnos utilicen la hoja de cálculo para representar tablas y gráficos a partir de una actividad TAC. La actividad TAC consiste en rellenar de agua una botella vacía y representar en una gráfica los puntos P (volumen, altura). El volumen se mide con una probeta de 50 cm^3 de agua y, con un embudo, se introduce el agua dentro de la botella. La altura alcanzada por

el agua dentro de la botella se mide con una regla. Se representan varios puntos hasta que la botella esté completamente llena.

El enunciado de la actividad indica textualmente:

Responded a las siguientes preguntas:

- a) ¿A qué creéis que puede ser debido que haya muchos puntos que queden ligeramente fuera de la recta?
- b) ¿Creéis que en la representación de los puntos pueden influir errores de medida?

3.2. Dimensión 2. Problematización

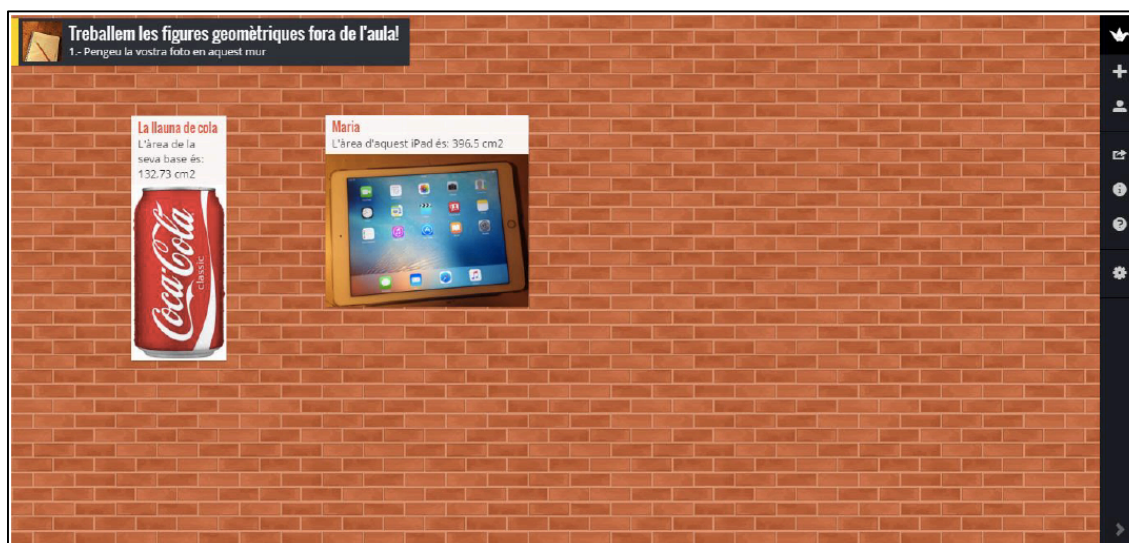
En esta dimensión el alumno propone situaciones que hacen emerger un contenido matemático por medio de sucesivas contextualizaciones y descontextualizaciones que promueven la creación de conjeturas.

3.2.1. Evidencia 2a)

El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado

La unidad didáctica que implementa el alumno A6 se lleva a cabo en un grupo de 3.º ESO en el que se trabajan varios contenidos del bloque de espacio y forma (figuras planas y áreas y perímetros de figuras planas, entre otros). En esta unidad didáctica, el alumno A6 sugiere una actividad en la que los alumnos tienen que calcular áreas y perímetros de figuras compuestas que observen en la realidad. Se les pide que hagan fotografías a las figuras planas que observen en su entorno, calculen sus áreas y perímetros y que las cuelguen en el *Padlet*, una pizarra virtual en donde los alumnos pueden trabajar de forma colaborativa y guardar y compartir diferente contenido multimedia.

Figura 7.1: Padlet colaborativo de uno de los grupos del grupo-clase del alumno A6



A pesar de que la actividad ha sido propuesta por el futuro profesor, son los alumnos los que tienen total libertad para escoger las fotografías, y, en el caso de figuras compuestas, calcular sus áreas a partir de diferentes estrategias.

3.2.2. Evidencia 2b)

El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial (problem posing tasks)

La unidad didáctica que realiza el alumno A13 se implementa en un grupo de 2.º ESO que se centra en el bloque de espacio y forma, más concretamente, en el cálculo de volúmenes de cuerpos geométricos. Una de las actividades que plantea en su unidad didáctica es el estudio del anuncio de Simyo (https://www.youtube.com/watch?v=f_TdjPczGdI), en el que se representa la cantidad de usuarios de la compañía mediante pirámides de teléfonos proporcionales en altura. El objetivo principal de la actividad es estudiar la ley cuadrática-cúbica que relaciona superficie y volumen de un cuerpo geométrico. Además, a partir de este vídeo los alumnos plantean diferentes preguntas de las que surgen nuevos planteamientos y redefiniciones del problema inicial.

3.3. Dimensión 3. Conexiones

En esta dimensión se promueven las conexiones con otras disciplinas y también entre diferentes campos dentro de lo matemático. En los diferentes campos matemáticos se promueve la multiplicidad de representaciones.

3.3.1. Evidencia 3a)

El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas)

La unidad didáctica que realiza el alumno A5 se implementa en un grupo de 2.º ESO y se centra en el bloque de estadística y azar. Los contenidos de estadística se han explicado a través de un proyecto interdisciplinar que utiliza las fuentes de energía (contenidos del área de Tecnología) para aplicar las matemáticas en un contexto real. Los alumnos utilizan el Excel para la implementación de las tablas de frecuencia, para la representación de los diagramas de barras y de los diagramas de sectores y para el cálculo de los parámetros de centralización.

3.3.2. Evidencia 3b)

El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos matemáticos (conexiones intra-matemáticas)

Este mismo alumno A5, en la mayoría de las actividades, trabaja contenidos matemáticos de diferentes bloques: numeración y cálculo, espacio y forma y estadística. Por ejemplo, los alumnos calculan el porcentaje y su correspondiente amplitud del ángulo del sector circular de las diferentes fuentes de energía que intervienen en el problema (numeración y cálculo, y, espacio y forma) y con estos datos representan el sector circular (estadística). Previamente, calculan el centro del círculo del sector circular mediante diferentes estrategias, por ejemplo, el punto de intersección de las mediatrices de dos cuerdas de la circunferencia (espacio y forma).

3.3.3. Evidencia 3c)

El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático

La unidad didáctica que realiza el alumno A3 se implementa en un grupo de 1.º ESO y se centra en el bloque de numeración y cálculo. A partir de un *applet* realizado por terceros (<https://www.geogebra.org/m/MHM7JSyT>), los alumnos trabajan las operaciones con fracciones tanto algebraicamente como gráficamente.

3.4. Dimensión 4. Exploración y conjeturación

En esta dimensión se explicita el salto de la contextualización a la abstracción y se promueve la argumentación y el razonamiento más allá de la simple respuesta a la pregunta planteada.

3.4.1. Evidencia 4a)

El uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado

El alumno A6 también trabaja los puntos notables del triángulo a partir de un archivo GeoGebra en el que aparece un triángulo con los vértices móviles. Los alumnos trazan y observan la ubicación de cada punto notable (ortocentro, baricentro, incentro y circuncentro). Al experimentar manipulando los vértices móviles del triángulo observan cómo dependiendo de la clasificación del triángulo, cada punto notable tienen unas características diferentes (se sitúa siempre en el interior del triángulo, algunas veces en el interior del triángulo y otras no, etc.).

3.4.2. Evidencia 4b)

El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas

El alumno A11 incluye tres actividades en tres actos. Para cada una de las actividades se aplica la misma metodología.

En el primer acto se visualiza un vídeo y se les pide a los alumnos que den una solución aproximada al problema:

La posible solución se pone en común con el grupo-clase de forma que el alumno se implique en el problema. El alumno hace una evaluación de la posible respuesta y la compara con las aproximaciones de los compañeros.

Los contenidos que se trabajan en esta actividad son el volumen de un prisma y el área y el volumen de un cilindro.

Los tres vídeos de los que parte la actividad son los siguientes:

<http://mrmeyer.com/threeacts/watertank/>

<http://mrmeyer.com/threeacts/youpourichoose/>

<http://threeacts.mrmeyer.com/popcornpicker/>

El futuro profesor utiliza las mismas actividades de la web, teniendo en cuenta el cambio de unidades de onzas a mililitros ($1 \text{ oz} = 28,41 \text{ mL}$).

En el segundo acto se les pide al grupo-clase que indiquen qué datos necesitan para poder efectuar los cálculos que les lleven a deducir la respuesta. Se les facilita a los alumnos los datos acordados y resuelven el problema individualmente.

En el tercer acto se muestra la respuesta exacta y se comprueba quién se ha aproximado más.

3.5. Dimensión 5. Validación y evaluación

En esta dimensión se valora la validación y la evaluación asumiendo criterios de idoneidad fundamentalmente epistémicos.

3.5.1. Evidencia 5)

El uso de recursos digitales fomenta a que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado

La unidad didáctica que realiza el alumno A15 se implementa en un grupo de 4.º ESO y se centra en el bloque de espacio y forma (trigonometría). Una de las actividades consiste en realizar el presupuesto para la construcción de un puente. Previamente, los alumnos tienen que calcular la anchura del río. Para calcular la anchura del río se construye un triángulo rectángulo en el que las medidas de los lados y los ángulos se toman a partir del Google Maps y mediante el programa interactivo GeoGebra. Los alumnos tienen que rellenar una ficha en la que se incluyen diferentes

preguntas que incitan a la reflexión. Esta ficha está incluida en los anexos de este capítulo.

3.6. Dimensión 6. Aspectos emocionales

En esta dimensión se promueve la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana en cuanto son útiles en el día a día y generan un placer estético, diversión o reto.

3.6.1. Evidencia 6a)

El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria

La unidad didáctica que realiza el alumno A20 se implementa en un grupo de 4.º ESO y se centra en los bloques de espacio y forma y medida, más concretamente, en los contenidos de los vectores en el plano y las transformaciones geométricas. El alumno acordó con su mentor incluir las transformaciones geométricas para relacionarlo con una de las aplicaciones de los vectores. Para que los alumnos estudien otro tipo de representación de vectores, también se introducen las coordenadas polares.

Una de las actividades contextualizadas de la unidad didáctica parte de que algunas especies de ballenas están en peligro de extinción y que se le implantan localizadores para seguir las en sus desplazamientos. Los múltiples desplazamientos de las ballenas se implementan a partir de vectores. Los alumnos tienen que situar a las ballenas en el plano e indicar sus posiciones mediante coordenadas polares ayudándose del programa interactivo GeoGebra.

3.6.2. Evidencia 6b)

El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.)

La unidad didáctica que realiza el alumno A18 se implementa en un grupo de 1.º ESO y se centra en el bloque de estadística y probabilidad (más concretamente, en estadística). Una de las actividades que planifica e

implementa este alumno en su unidad didáctica es una competición por parejas a través de la aplicación Socrative. El objetivo de esta actividad es repasar los contenidos matemáticos impartidos a través de la resolución de un conjunto de preguntas.

3.6.3. Evidencia 6c)

El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos

La unidad didáctica que implementa el alumno A8 se centra en el bloque de espacio y forma, más concretamente, se trabajan los movimientos en el plano en un grupo de 3.º ESO. A lo largo de la unidad, a los alumnos se les enseñan fotografías matemáticas donde aparecen transformaciones isométricas en el plano, especialmente en las sesiones introductorias a los conceptos. Se les plantea una actividad de carácter voluntario en la que los alumnos recopilan fotografías relacionadas con la unidad didáctica, acompañadas de un título identificativo y de una descripción argumentada explicando el motivo de la elección de la fotografía y cuáles transformaciones isométricas intervienen en la misma. Con esta actividad se quiere trabajar la creatividad de forma que se potencie la capacidad de ser críticos, de explorar, de investigar, de escoger, de argumentar... También se conectan las matemáticas con la vida cotidiana y otras áreas «introduciendo cualidades estéticas gracias a las matemáticas».

3.7. Dimensión 7. Aspectos sociales y comunicativos

En esta dimensión se promueve la comunicación entre el alumnado promoviendo la colaboración, la cooperación y la interacción.

3.7.1. Evidencia 7a)

El uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante

La unidad didáctica que realiza el alumno A16 se implementa en un grupo de 4.º ESO y se centra en el bloque de estadística y probabilidad, más concretamente en el bloque de probabilidad. En una de las actividades de la unidad didáctica los alumnos utilizan el GeoGebra para implementar un número elevado de lanzamientos de una moneda y calcular cuál es la

frecuencia relativa del número de caras. El alumno debe observar la tendencia de las frecuencias relativas a medida que aumenta el número de lanzamientos. A través de esta experiencia se les incita a deducir cuál es la probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda. Se les indica que esta estimación de la probabilidad será cada vez más fiable a medida que el número de experimentos aumente introduciendo La ley de los grandes números; *«Con esta actividad, se favorece el diálogo y la comunicación entre los estudiantes de forma que se autoconvenzan a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos».*

3.7.2. Evidencia 7b)

El uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado

La unidad didáctica que implementa el alumno A17 se centra en el bloque de espacio y forma, más concretamente, en las figuras geométricas en dos dimensiones en un grupo de 1.º ESO. En uno de los problemas se trabaja a partir de un vídeo de la final de 200 m mariposa de los campeonatos de Europa de Berlín (2014). Los alumnos tienen que calcular la distancia que recorren al dar una vuelta entera a la piscina cada vez que una nadadora vuelve a la posición de salida o cuántas personas caben en la piscina suponiendo que todos tienen que hacer pie; *«En esta actividad se fomenta el diálogo y el respeto, sobre todo manteniendo silencio mientras los compañeros hablan, y se facilita el tiempo necesario a los alumnos para que hagan sus argumentaciones sin ser tan esclavos del tiempo.»*

4. EVALUACIÓN DEL PMC DESPUÉS DEL TFM

Una vez obtenidas las alusiones al uso creativo de herramientas digitales de cada uno de los alumnos de la muestra y cumplimentadas las tablas del registro de pensamiento matemático creativo de cada uno de los alumnos, procedemos a (1) obtener los resultados porcentuales globales de cada uno de los descriptores de cada dimensión de la herramienta y a (2) visualizar la valoración global de las siete categorías en cada uno de los alumnos mediante un polígono de siete vértices en forma radial.

Para obtener los resultados porcentuales hemos necesitado de una tabla que resumiera para cada alumno los descriptores en los que hemos obtenido evidencias del uso creativo de recursos digitales. Esta tabla se encuentra en los anexos de este capítulo.

A continuación, para cada uno de los descriptores de cada una de las dimensiones hemos calculado el porcentaje de alumnos en los que hemos obtenido evidencias en el uso creativo de recursos digitales.

En la siguiente tabla se encuentran resumidos estos porcentajes:

Tabla 7.3: Porcentaje de alumnos para cada uno de los descriptores en los que encontramos evidencias en el uso creativo de recursos digitales

		Número de alumnos	Porcentaje
Apertura, versatilidad y generalización	<i>El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas</i>	6	30 %
	<i>El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático</i>	19	95 %
	<i>El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones</i>	5	25 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver un problema</i>	11	55 %
	<i>El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general</i>	16	80 %
Problematización	<i>El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado.</i>	3	15 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial (problema posing tasks)</i>	11	55 %
Conexiones	<i>El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas)</i>	10	50 %
	<i>El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos matemáticos (conexiones intra-matemáticas)</i>	10	50 %
	<i>El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático</i>	15	75 %

Exploración y conjeturación	<i>El uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado</i>	18	90 %
	<i>El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas</i>	16	80 %
Validación y evaluación	<i>El uso de recursos digitales fomenta a que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado</i>	18	90 %
Aspectos emocionales	<i>El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria</i>	9	45 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.)</i>	8	40 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos</i>	7	35 %
Aspectos sociales y comunicativos	<i>El uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante</i>	14	70 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado</i>	9	45 %

Fuente: Elaboración propia

En el heptágono, cada vértice corresponde a la puntuación de una dimensión. Para las dimensiones 2) Problematización, 4) Exploración y conjeturación y 7) Aspectos sociales, que tienen dos indicadores, se utiliza un cierto valor corrector. Si existen evidencias de los dos indicadores evaluamos la dimensión con un 8 (en lugar de con un 10). Para la dimensión 5) Validación y evaluación, que tiene únicamente un indicador, procedemos de manera análoga. Si existen evidencias del indicador evaluamos la dimensión con un 8.

A continuación, a modo de ejemplo, visualizamos la valoración global del alumno A8 mediante una tabla y mediante un diagrama radial:

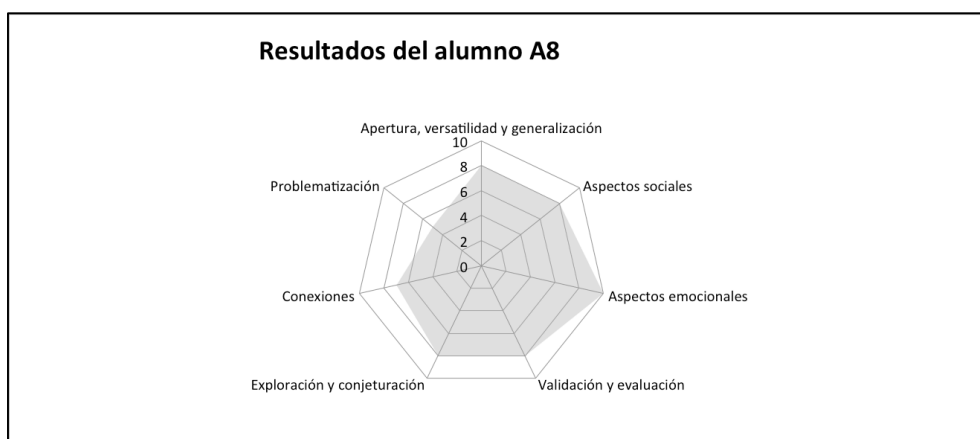
Tabla 7.4: Puntuación del alumno A8 en cada una de las dimensiones del pensamiento matemático creativo

Dimensiones	A8
1) Apertura, versatilidad y generalización	8
2) Problematización	5
3) Conexiones	7
4) Exploración y conjeturación	8
5) Validación y exploración	8
6) Aspectos emocionales	10
7) Aspectos sociales	8

Fuente: Elaboración propia

Las figuras 1, 2 y 3 muestran tres representaciones de la evaluación del PMC en el uso de herramientas digitales de tres alumnos del máster, que se consideran característicos de cada uno de los perfiles de futuro profesor.

Figura 7.2: Diagrama radial del alumno A8 con la valoración global de cada dimensión



Fuente: Elaboración propia

La puntuación mínima corresponde al centro del polígono y la máxima a cada uno de los vértices del polígono exterior. La proporción del polígono interior en relación con el exterior da una primera descripción gráfica-numérica del potencial creativo en el uso de herramientas digitales de los alumnos del Máster. Cada vértice del polígono interior indica en qué medida cada dimensión ha sido integrada en sus TFM al hacer uso de herramientas digitales.

A partir de estas observaciones, cada uno de los futuros docentes analizados se agrupa en tres tipos de perfiles, asociándolos a las formas de los polígonos encontrados. Así, caracterizamos tres tipos de futuros docentes: un perfil alto de la competencia asociado a un polígono cercano

al convexo (nivel 3); un perfil medio asociado a figuras con entrantes en donde se muestra ausencia de algunas de las dimensiones y por lo tanto aparece una asimetría evidente (nivel 2). Por último, una categoría de perfil bajo, que se observa en un polígono tendiente a la forma estrellada o incluso triangular, con bajos puntajes en las diversas dimensiones (nivel 1).

Al alumno A8 del que hemos mostrado anteriormente su diagrama radial le corresponde un nivel 3 ya que su diagrama tiende a lo convexo y con puntuaciones altas en prácticamente todas las dimensiones.

El A8 muestra una reflexión en la que hay apertura. Indica que es importante la realización de actividades con medios audiovisuales *«Se les propone un concurso de fotografía matemática como actividad individual y voluntaria»* (evidencia 1a).

Los alumnos realizan una actividad introductoria al concepto de vector mediante el programa interactivo GeoGebra. Parten de una hoja en blanco de GeoGebra y dibujan un vector a partir de dos puntos. Posteriormente, responden a diferentes preguntas sobre las características de sus elementos. Las preguntas las podrán responder observando, deduciendo y también experimentando (evidencia 1b).

En otros pasajes el FP3 muestra la idea no sólo de usar un software de geometría dinámica sino reconoce la importancia de los applets para trabajar con variables problemáticas. Así, indica que *«se incluye una actividad sobre las teselaciones de Escher en donde cada grupo recibe teselaciones diferente en un archivo GeoGebra. Los alumnos responden a las preguntas que se les plantean a partir de la manipulación del applet»* (evidencias 1d y 1e).

Es consciente del valor de la problematización y la flexibilidad, como se ve en diversos pasajes.

Se incluye como actividad un vídeo en el que se explican los movimientos en el plano aplicados al mundo real. Una de las preguntas que se les plantea a los alumnos es: ¿Cuántos mosaicos semiregulares se pueden formar a partir de polígonos regulares? Dibuja algunos (evidencia 2b).

El estudiante A8 explicita que en el trabajo de fotografía, permite conexiones extramatemáticas: *«(...) se conectan las matemáticas con otras disciplinas O bien intramatemáticas»* (evidencia 3a *«(...) en esta actividad el alumno relaciona la composición de los diferentes movimientos en el*

plano con los movimientos estudiados en las actividades anteriores (traslaciones, simetrías y giros)» (evidencia 3b).

En cuanto a la dimensión de conjeturación y exploración, el A8 explicita estos aspectos en sus comentarios, mostrando su consciencia de que es importante: «*Prácticamente todas las actividades de traslaciones, simetrías y giros se realizan a través de la exploración y experimentación por parte del alumnado*» (evidencia 4a). Alude al trabajo colaborativo:

Las preguntas las resuelven de manera individual, compartiendo las respuestas y ayudándolos, promoviendo la intervención de otros miembros del grupo para ampliarlas. Con esta actividad se trabaja en todo momento la comunicación, la exploración y la argumentación (evidencia 4b).

El A8 alude en diversas ocasiones a lo emocional cuando dice que

Se incluyen diferentes ejemplos en los que las traslaciones, los giros y las simetrías aparecen en nuestra vida cotidiana: simetría del cuerpo humano, simetrías y giros en la naturaleza, elementos ornamentales en manifestaciones arquitectónicas y artísticas, etc. (evidencia 6a).

El hecho de que la actividad fotográfica sea voluntaria, abierta, ambientada en el mundo real y que utilice la fotografía como recurso hace que el alumnado se motive (evidencia 6b).

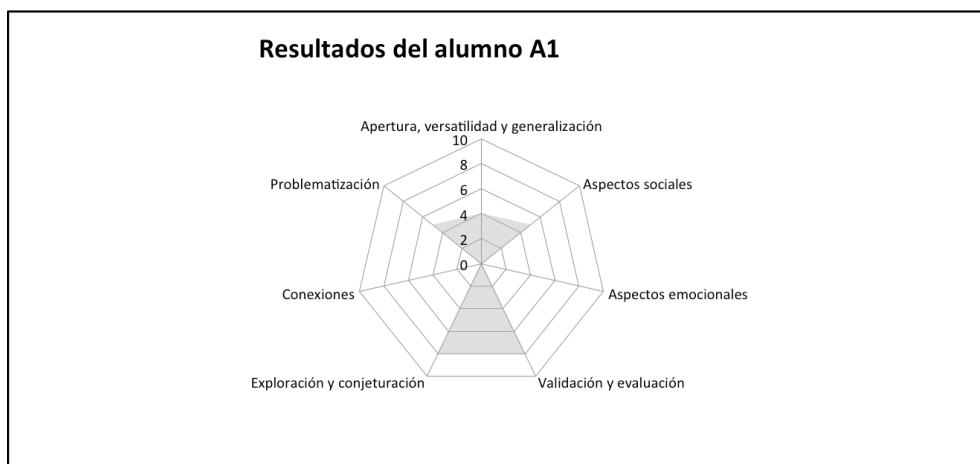
Se introducen cualidades estéticas gracias a las matemáticas (evidencia 6c).

El futuro docente A8 alude al valor matemático de lo social como la colaboración y una gestión no directiva. Así, indica que

Todas las actividades se han pensado para que los alumnos investiguen, deduzcan, experimenten y extraigan conclusiones en grupo. Son actividades pautadas mediante diferentes preguntas cuyo objetivo es que los alumnos secuestren lo que están haciendo y lleguen a los conceptos de manera autónoma (evidencias de indicadores 5, 7a y 7b).

A continuación, observamos el diagrama radial del alumno A1 al que le corresponde un nivel medio 2 ya que no hemos encontrado evidencias en las dimensiones de 3) Conexiones y 6) Aspectos emocionales y, por el contrario, si hemos encontrado evidencias de varios descriptores del resto de dimensiones obteniendo un diagrama asimétrico.

Figura 7.3: Diagrama radial del alumno A1 con la valoración global de cada dimensión



Fuente: Elaboración propia

En la figura 7.3., se muestran los resultados de un futuro profesor de secundaria (A1) que se considera de perfil medio, en donde se puede observar que hay una asimetría en cuanto al uso creativo de herramientas digitales: se promueve exploración y conjeturación y validación y evaluación con una alta puntuación, y, por otro lado, echamos en falta incluir la problematización y trabajar aspectos emocionales en actividades creativas con herramientas digitales.

La propuesta de enseñanza que implementó el A1 se centra en las operaciones con fracciones con alumnos de 11-12 años. Las únicas evidencias de apertura encontradas son que «El alumno, mediante dos applets, trabaja las operaciones con fracciones a partir de la representación gráfica de fracciones con denominador común» (evidencia 1b) y «utiliza de forma conjunta el método gráfico y el algebraico» (evidencias 1d y 3c).

En el guión que se les reparte a los alumnos se les enuncian preguntas como la siguiente que indican un cierto nivel de conjeturación y validación:

A continuación trabajaremos el producto de fracciones. Escribe en el applet del producto de fracciones, un tercio por seis séptimos. ¿En cuántos rectángulos se ha dividido el cuadrado? ¿Por qué? ¿Cuántos hay pintados? ¿Por qué? ¿Cuál es el resultado de la operación? (evidencias 4a y 4b).

Los alumnos tienen que validar si el resultado gráfico coincide con el resultado algebraico y plasmar el proceso efectuado respondiendo a las diferentes preguntas del guion (evidencia 5).

En la explicación sobre la metodología de la actividad el futuro profesor explica:

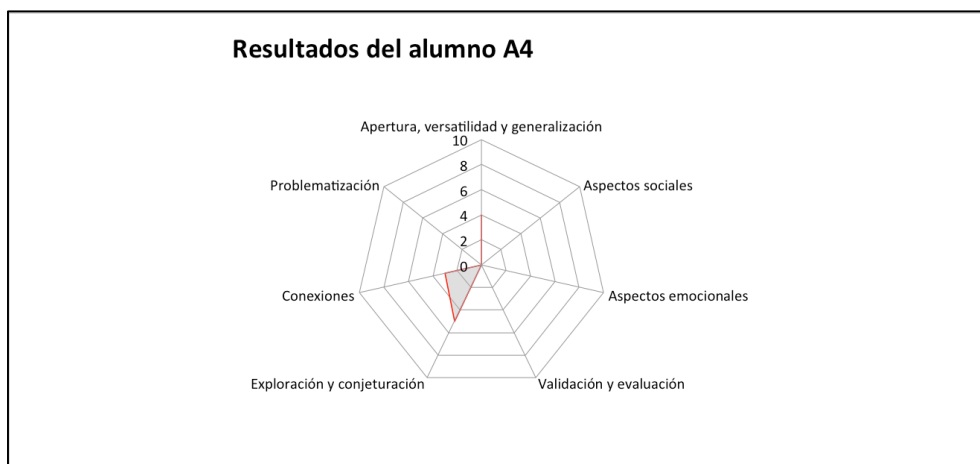
Primero, el profesor tendría que explicar, con la ayuda del proyector o la pantalla digital, cómo se utiliza el programa y, después, se tendría que hacer una lectura conjunta con toda la clase. Segundo, se procedería a responder las preguntas individualmente con la ayuda del applet del GeoGebra. Finalmente, se haría una puesta en común (evidencia 7b).

En la figura 7.4 se muestran los resultados de un futuro profesor de secundaria de matemáticas (A1) de perfil bajo, en donde se puede observar un marcado desequilibrio en la figura, en donde se promueve únicamente tres dimensiones y con una baja puntuación en apertura, versatilidad y generalización, conexiones y exploración y conjeturación.

La propuesta de enseñanza implementada trabaja las derivadas en alumnos de 15-16 años. En su propuesta, el A1 indica que «*las derivadas realizadas se validaban de manera gráfica con el programa GeoGebra observando intervalos de crecimiento, extremos relativos, etc.*» (evidencia 1b). Asimismo, indica que «*mediante el uso del GeoGebra los estudiantes resolvían los problemas mediante dos métodos: resolución algebraica y resolución gráfica*» (evidencias 1d y 3c). Y propone una actividad con el GeoGebra cuyo objetivo es que los alumnos dibujen diferentes funciones a “trozos” y comprueben si realmente estas funciones son continuas y derivables en los posibles puntos conflictivos susceptibles de discontinuidades (evidencia 4b).

Por último, observamos el diagrama radial del alumno A4 al que le corresponde un nivel 1 ya que obtiene bajas puntuaciones en las dimensiones 1) Apertura, versatilidad y generalización, 3) Conexiones y 4) Exploración y conjeturación y no encontramos evidencias de las dimensiones 2) Problematización, 5) Validación y exploración, 6) Aspectos emocionales y 7) Aspectos sociales.

Figura 7.4: Diagrama radial del alumno A4 con la valoración global de cada dimensión



Fuente: Elaboración propia

Para poder inferir el nivel de PMC en el uso de herramientas digitales de cada uno de los alumnos de la muestra, hemos partido de la tabla que resume qué descriptores se han evidenciado en cada alumno y, posteriormente, hemos representado la valoración global de todas las dimensiones de cada alumno en un único diagrama radial. Tanto la tabla resumen de análisis de creatividad en el uso de recursos digitales como el resumen gráfico por alumno se encuentran adjuntos en los anexos de este capítulo. Por último, a cada uno de los diagramas radiales se le ha inferido un nivel 1, 2 o 3 de creatividad en el uso de recursos digitales según la forma del polígono que se le haya asociado.

En la siguiente tabla, a modo de resumen, se infiere el nivel de pensamiento matemático creativo mediante el uso de herramientas digitales de los 20 alumnos de la muestra:

Tabla 7.5: Evaluación del nivel de pensamiento creativo mediante el uso de recursos digitales después del TFM

Alumno	Nivel de PMC después del TFM
A1	N2
A2	N2
A3	N2
A4	N1
A5	N1
A6	N3
A7	N2
A8	N3
A9	N3
A10	N3
A11	N3
A12	N1
A13	N3
A14	N1
A15	N1
A16	N2
A17	N3
A18	N3
A19	N3
A20	N3

Fuente: Elaboración propia

Podemos ver que en el perfil bajo se encuentran 5 futuros docentes (25 %), 9 en el perfil medio (45 %) y 6 en el perfil alto (30 %).

5. RESULTADOS RELACIONADOS CON LOS OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN 6 Y 7 (O6 y O7)

A partir de lo analizado en este capítulo, y para dar cuenta de lo que se pretendía en los objetivos 6 y 7 del trabajo, resumimos un conjunto de resultados.

5.1. Resultados O6

Los indicadores del pensamiento matemático creativo en el uso de herramientas digitales con los que hemos trabajado son los siguientes: para 1) la apertura: 1a) El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas; 1b) El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático. 1c) El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones. 1d)

El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver el problema. 1e) El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general.

Para analizar 2) la problematización consideramos los indicadores siguientes: 2a) El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado; 2b) El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial. Para analizar 3) las conexiones consideramos si 3a) el uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas). 3b) El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos. 3c) Y también si el uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático.

Para analizar 4) la dimensión de exploración y conjeturación, observamos si 4a) el uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado. 4b) El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas. Para reconocer 5) la dimensión de validación y evaluación, consideramos si el uso de recursos digitales fomenta a que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado.

Para identificar 6) la dimensión emocional, buscamos evocaciones que reconozcan si 6a) el uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria. Asimismo, si 6b) el uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.). Y también, si 6c) el uso de recursos digitales promueve un compromiso energicamente generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos. Por último, consideramos que para analizar 7) la dimensión social, evidenciamos si 7a) el uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante. Y si 7b) el uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado.

5.2. Resultados O7

El análisis realizado ha permitido constatar que los indicadores definidos a priori evalúan el potencial creativo del uso de herramientas digitales en las propuestas de enseñanza de sus TFM de manera que se caracterizan tres grupos de estudiantes futuros docentes : (1) un primer grupo con casi nula consideración de lo creativo, aunque propone tareas interesantes y adecuadas, (2) un segundo grupo en el se evidencian algunas de las dimensiones y se excluyen otras, y, por consiguiente, el resultado gráfico-cuantitativo es asimétrico en cuanto al uso de lo creativo y (3) un tercer grupo en el que se observan resultados cuya representación gráfica muestra cierto equilibrio creativo.

Observamos que existen determinados contenidos matemáticos cuyas propuestas de enseñanza en sus TFM muestran cierto equilibrio creativo y estas propuestas suelen trabajar contenidos matemáticos que se han abordado profundamente a lo largo del máster y, por lo tanto, los futuros profesores optan con más material. Por el contrario, existen otras propuestas en las que los futuros profesores no han considerado información complementaria a lo largo del máster y, en estos casos, los futuros profesores obtienen una puntuación en el uso creativo de recursos digitales muy baja.

Para cada uno de los indicadores de cada una de las dimensiones hemos calculado el porcentaje de alumnos en los que hemos obtenido evidencias en el uso creativo de recursos digitales. En la siguiente tabla se encuentran resumidos estos porcentajes:

Tabla 7.6: Porcentaje de alumnos para cada uno de los descriptores en los que encontramos evidencias en el uso creativo de recursos digitales

		Número de alumnos	Porcentaje
Apertura, versatilidad y generalización	<i>El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas</i>	6	30 %
	<i>El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático</i>	19	95 %
	<i>El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones</i>	5	25 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver un problema</i>	11	55 %
	<i>El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general</i>	16	80 %

Problematización	<i>El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado.</i>	3	15 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial (problema posing tasks)</i>	11	55 %
Conexiones	<i>El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas)</i>	10	50 %
	<i>El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos matemáticos (conexiones intra-matemáticas)</i>	10	50 %
	<i>El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático</i>	15	75 %
Exploración y conjeturación	<i>El uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado</i>	18	90 %
	<i>El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas</i>	16	80 %
Validación y evaluación	<i>El uso de recursos digitales fomenta a que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado</i>	18	90 %
Aspectos emocionales	<i>El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria</i>	9	45 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.)</i>	8	40 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos</i>	7	35 %
Aspectos sociales y comunicativos	<i>El uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante</i>	14	70 %
	<i>El uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado</i>	9	45 %

Fuente: Elaboración propia

De estos porcentajes podemos extraer las conclusiones siguientes:

5.2.1. En cuanto a «Apertura, versatilidad y generalización»

Estimular la formulación de problemas o cuestiones matemáticas abiertas es esencial para desarrollar la creatividad y la capacidad de investigación. Según Malaspina (2013) las preguntas abiertas son poco usadas en clases y evaluaciones. Las respuestas no tienen que ser exhaustivas en la clase, pero sí conducir a análisis basados en el uso de los conceptos estudiados, en gráficas e intuiciones. La formalización puede hacerse después o iniciarla sin llegar hasta los detalles. Efectivamente, podemos constatar como en nuestro estudio también hay muy pocos futuros profesores que incluyan problemas o cuestiones matemáticas abiertas en las clases implementadas en su periodo de prácticas. Este hecho está estrechamente relacionado con que fueron pocos los futuros profesores que estimularon al alumnado a buscar múltiples soluciones. La gran mayoría de alumnos utilizó recursos digitales que con su interacción daban respuesta a una pregunta realizada con anterioridad y cuya respuesta era única.

Casi todos los futuros profesores que incluyen construcciones digitales creen que estas estimulan el pensamiento matemático. Pero hacen alusiones al respecto sin tener perspectiva de lo que implica el trabajo digital en cuanto a la construcción de conocimiento matemático. Es decir, en muchas ocasiones incluyen recursos digitales porque el análisis que realizan sobre su propia práctica les alerta de una baja nota en la idoneidad mediacional y la incluyen como una metodología más. No tienen en cuenta que lo digital puede cambiar el paradigma clásico del conocimiento basado en una buena tarea. Sólo los alumnos que han probado experiencias de generalización mediante recursos digitales reconocen que los recursos digitales son instrumentos útiles que provocan que el alumno realice experimentos, conjeturas y generalizaciones (Christou, Mousoulides, Pittalis y Pitta-Pantazi, 2005). Sobre todo, vemos como el GeoGebra es un claro aliado a la hora de profundizar en conceptos e ideas matemáticas de una manera intuitiva por el hecho de trabajar con un entorno sintético y manipulable. La finalidad de la mayoría de los futuros profesores que utilizaron este programa de geometría dinámica fue la de experimentar con las infinitas posibilidades que ofrece el simulador (escoger dos vectores cualesquiera y sumarlos o restarlos gráfica y dinámicamente, calcular el área de una determinada figura a partir de una dimensión que varía mediante un deslizador...).

La mitad de los futuros profesores promueve que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver un problema mediante recursos digitales.

En la mayoría de las situaciones en las que se produce este hecho es en las actividades colaborativas o cooperativas en las que se genera debate en el aula. Creemos que este debate y puesta en común es beneficioso a la hora de buscar múltiples estrategias para resolver un problema. Lopes, Vanegas y Giménez (2017) asocian el diálogo inter grupos a la posibilidad de compartir estrategias diferentes de forma que se gane en flexibilidad y esto ayude a la hora de tomar decisiones matemáticas. Según estos autores, el diálogo inter grupos fomenta el pensamiento crítico, ya que según lo que aporta cada compañero, se debe razonar y decidir si lo que se dice es correcto o no en base a justificaciones.

5.2.2. En cuanto a «Problematización»

Se ha visto que la invención de problemas está fuertemente vinculada a la resolución de problemas. Por lo general, el estudiante que inventa problemas sabe cómo resolverlos, así como el que es un buen resolutor de problemas es capaz de inventarlos (Ayllón y Gómez, 2014).

Los estudios realizados en Educación Matemática por Ayllón y Gómez (2014) señalan diferentes factores positivos que la invención de problemas aporta en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas:

- El aumento del conocimiento matemático y lingüístico (Davidson y Pearce, 1988; Burçin, 2005; Whitin y Whitin, 2006).
- El incremento de la motivación (Silver, 1994; Akay y Boz, 2010).
- La disminución del miedo a las matemáticas (Burçin, 2005; Song, Yim, Shin y Lee, 2007)
- El vencimiento de errores matemáticos frecuentes por parte de los escolares (Brown y Walter, 1993).
- El aumento de la creatividad (Krutetskii, 1969; Ellertoh, 1986; Silver, 1994).
- Como herramienta evaluadora para que el docente conozca mejor los conceptos adquiridos por sus alumnos (Lin, 2004; Ayllón, 2005; Sheikhzade, 2008).

A pesar de que diversos autores recogen los beneficios que aporta la tarea de inventar problemas, los futuros profesores tienen dificultades para explicitar la problematización que surge a través del uso de herramientas digitales. La mitad de los futuros profesores incluyen problemas en los que

los alumnos puedan plantearse nuevas preguntas, pero más de tres cuartas partes de los futuros profesores no problematiza con herramientas digitales de forma que sea el alumno el que idee nuevos problemas.

Esto es debido a que la mayoría de las herramientas digitales que utilizan parten de situaciones matemáticas concretas y no se desarrollan diferentes formas de adquisición de significados de los objetos matemáticos.

Los pocos futuros profesores que si que incluyen problematización a partir de situaciones contextualizadas abiertas inciden en la importancia de trabajar a partir de estrategias flexibles para el alumnado. En otras investigaciones, autores como Lopes, Vanegas y Giménez (2017), concluyen que los profesores inciden en explicaciones en el proceso de resolución sin especificar la adquisición de significados de los objetos matemáticos. En nuestra investigación, también observamos como los futuros profesores o bien se centran en la adquisición de significados de los objetos matemáticos o bien en el proceso de resolución sin ahondar en el contenido matemático subyacente.

5.2.3. En cuanto a «Conexiones»

Tres cuartas partes de los futuros profesores inciden en cómo ciertos recursos digitales ofrecen al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático. Este uso de la tecnología está en la línea con las investigaciones realizadas por Drijvers (2013) en las que expone cómo la curiosidad y motivación de los estudiantes al trabajar con tecnología dinámica puede estimular al alumnado a establecer relaciones entre múltiples representaciones de un mismo objeto matemático (por ejemplo, en el caso de las funciones, asociar un enunciado verbal a una tabla de valores, a una representación algebraica o a una representación gráfica). Tanto en nuestra investigación como en las de Drijvers (2013) observamos como en la mayoría de los casos este objeto matemático es una función pero también podemos encontrar ejemplos que involucren a otros bloques matemáticos (estadística, álgebra, geometría...).

Por otro lado, la mitad de los futuros profesores ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones extra-matemáticas) y entre diferentes bloques dentro de la matemática (conexiones intra-matemáticas). Es decir, el uso de recursos digitales crea conexiones entre distintos conocimientos que se poseen separadamente de forma que se relacionan contenidos matemáticos con otras disciplinas o áreas de conocimiento o

con otros contenidos matemáticos presentes en el objeto matemático de estudio.

Los futuros profesores interpretan las conexiones interdisciplinarias como un objetivo prioritario, en base a no dejar las matemáticas aisladas del resto de disciplinas del currículum. Las conexiones extra-matemáticas surgen de contextualizaciones explícitas en enunciados-problemas relacionados con la geografía, la historia y el arte. Pero a pesar de explicitar la importancia de conectar con otras disciplinas diferentes a las matemáticas, no se vinculan las conexiones interdisciplinarias con la creación de propuestas originales.

5.2.4. En cuanto a «Exploración y conjeturación»

Prácticamente todos los futuros profesores coinciden en que los recursos digitales fomentan la actividad exploratoria y de experimentación y estimulan al alumnado para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas. Al igual que Drijvers (2013), observamos como el alumnado experimenta lo digital como un desafío. Lo que no tenemos claro es si persistiría el mismo efecto en el alumnado si este tipo de actividades se incluyeran de forma sistemática en el aula.

5.2.5. En cuanto a «Validación y evaluación»

Prácticamente todos los futuros profesores coinciden en que los recursos digitales fomentan que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado. Pero en la mayoría de las ocasiones el proceso de resolución mediante el uso de recursos digitales no aparece explicitado. Diferentes autores afirman que si los recursos digitales afectan al aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, este hecho también debe reflejarse en la evaluación. Existen varias ventajas en cuanto a la evaluación de las matemáticas mediante recursos digitales, como por ejemplo, la rápida adaptabilidad de niveles, la mejora de las barreras espacio-temporales y su evaluación automática. Pero la evaluación digital no puede perder las ventajas de la creatividad incluida en la evaluación en lápiz y papel. Según Stacey y William (2013), la evaluación de las matemáticas debe verificar y argumentar cada uno de los pasos evaluados de forma que se incluyan como válidas respuestas correctas que difieran de las esperadas. Y en la investigación que nos ocupa, los futuros profesores no han explotado todas las oportunidades que ofrece la evaluación digital.

5.2.6. En cuanto a «Aspectos emocionales»

Los futuros profesores, al igual que les pasaba con la problematización, tienen dificultades para explicitar los aspectos emocionales que surgen a través del uso de herramientas digitales. Según Gómez-Chacón (2010) es necesario ahondar en las actitudes matemáticas que denotan formas de proceder matemático con herramientas informáticas. Según esta autora existen distintos constructos que deberían estar integrados en una evaluación de las actitudes hacia la matemática con tecnología: afectos (emociones, sentimientos hacia el ordenador); cogniciones (evaluaciones, percepciones e información respecto al ordenador); voluntad de acción (intenciones de comportamiento y acciones con respecto al ordenador); comportamiento percibido (soltura o dificultad en el uso de ordenador) y percepción de la utilidad respecto a sus metas globales (el grado en el que el individuo considera que será útil en el futuro). Por lo tanto, existen diferentes elementos a evaluar en cuanto a las habilidades y actitudes hacia la matemática y las habilidades y actitudes hacia el ordenador. En nuestra investigación, hemos podido observar como los futuros profesores se limitan a aludir al sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos y tecnología.

5.2.7. En cuanto a «Aspectos sociales y comunicativos»

En prácticamente todas las actividades de las sesiones que el futuro profesor plantea en la unidad didáctica y en el TFM generan trabajo de discusión y de consenso y el futuro profesor gestiona la actividad de forma que distingue entre los significados y ayuda a construirlos. Pero a pesar de que el uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado, observamos que este proceso comunicativo no queda reflejado mediante lo digital sino que lo digital es una excusa para generar diálogo que el futuro profesor canaliza oralmente o mediante las anotaciones que los alumnos realizan en sus portafolios.

En muchas ocasiones, el futuro profesor pretende abrir un diálogo sobre el conocimiento previo. En algunos de estos casos, los conocimientos previos de los alumnos son almacenados en recursos digitales mediante cuestionarios online (plataforma Socrative, Kahoot, etc.) que los alumnos responden en tiempo real a través de sus dispositivos. Estos recursos digitales estimulan la colaboración, la cooperación y la interacción entre el alumnado participante pero creemos necesario ir un paso más allá y utilizar los recursos digitales de forma que implique tanto a los alumnos como al profesor una estrecha colaboración, más allá de un test de respuesta única. Estas afirmaciones están en consonancia con las investigaciones de Aldon,

Cusi, Morselli, Panero y Sabena (2017). Estos autores han resaltado la necesidad de potenciar un trabajo colaborativo entre alumnos y profesores cuando se trata de realizar una evaluación formativa mediante herramientas digitales.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIONES

Resumen

En este capítulo se presentan las conclusiones de la investigación desarrollada en el trabajo de investigación de esta tesis. En el primer apartado se presentan las conclusiones de la tesis en relación al primer objetivo: Analizar, revisar y tomar una posición propia sobre las diversas investigaciones que nos ofrece la literatura científica internacional sobre las diferentes formas de entender el término competencia digital y sus grados de desarrollo. A continuación, en el segundo apartado se da respuesta al segundo objetivo de forma que se analiza en qué grado contribuyen las diferentes asignaturas del máster de formación del profesorado de secundaria de matemáticas (de la Universidad de Barcelona e interuniversitario) en el desarrollo de la competencia digital. Seguidamente, en el tercer apartado se da respuesta al objetivo tres y se analiza cómo reciben los centros de prácticas las propuestas de incorporación de las TIC que los alumnos del máster incorporan en sus prácticas. En el cuarto apartado se da respuesta al cuarto objetivo y se incluye las principales dimensiones de la rúbrica de evaluación de la competencia digital desarrollada en esta investigación. En el quinto apartado se incluyen las principales conclusiones una vez utilizada esta rúbrica en una muestra de alumnos del MFPSM. En el sexto apartado se incluyen los indicadores del pensamiento matemático creativo que hemos utilizado al evaluar el PMC en el uso de herramientas digitales y en el séptimo apartado se exponen las conclusiones del potencial creativo en el uso de herramientas digitales que se obtienen a partir de utilizar estos indicadores en una muestra de alumnos del MFPSM. Para acabar, se incluye en el último apartado de este capítulo las limitaciones y las perspectivas de futuro de este trabajo así como las publicaciones derivadas.

1. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL PRIMER OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN

La competencia digital tanto en ciudadanos, alumnos y profesores está estrechamente relacionada. Por un lado, cualquier ciudadano habrá pasado por una etapa educativa en la que el currículum de secundaria habrá sido evaluado por competencias. Por otro, los alumnos de secundaria habrán

crecido en un contexto educativo en el que el desarrollo de estas competencias es un imperativo curricular y, por último, si el profesor de secundaria es competente digitalmente y las aplica en su día a día en el aula, los alumnos, en cierta manera, también ampliarán y mejorarán su competencia digital.

En nuestra propuesta unimos los planteamientos de Font, Giménez, Zorrilla y Larios (2012) centrados en objetivos de aprendizaje que parten de estudiar los procesos matemáticos que entren en juego, con la que se presenta en el Marco Común de Competencia Digital Docente (INTEF, 2013; INTEF, 2017). En ambas propuestas consideramos que debemos añadir descriptores específicos que estén relacionados con las materias y su didáctica -que se imparten en las diferentes etapas educativas-, en nuestro caso, en la matemática y su didáctica. Esta caracterización se describe para justificar la propuesta de rúbrica final que aparece en el capítulo 6 en la que se incluyen tres niveles de futuro docente y varios descriptores por nivel.

2. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL SEGUNDO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN

Del análisis realizado sobre el grado en el que contribuyen las diferentes asignaturas tanto del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria de la Universitat de Barcelona como del Máster Interuniversitario de Formación del Profesorado de Educación Secundaria (ambos en la especialidad de Matemáticas) en el desarrollo de la competencia digital, como se ve en las páginas 100-106 y 108-114, podemos concluir que las asignaturas del módulo genérico, del módulo específico y del Prácticum (que incluye el TFM) sirven para instruir a los futuros profesores de matemáticas de una formación inicial en la competencia digital.

Las asignaturas del módulo genérico asientan unas bases sobre la competencia digital a nivel usuario.

Las asignaturas del módulo específico sirven para completar esta formación de usuario con el manejo de diferentes herramientas informáticas en el aprendizaje de las matemáticas. Dentro del módulo específico, las primeras tareas con herramientas informáticas resueltas por los alumnos son para resolver tareas matemáticas propiamente dichas, mientras que las últimas tareas son implementadas por los futuros profesores para el desarrollo de su labor docente y contribuirán, en un futuro, a desarrollar la competencia digital en sus alumnos.

La asignatura del TFM sirve para reflexionar sobre las tareas que ellos realizaron incorporando el uso de las TIC y su posible rediseño en el caso de que tuvieran la oportunidad de realizar una nueva implementación con mejoras.

3. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL TERCER OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN

Resulta significativo que más de la mitad de los futuros profesores no llegaron a utilizar las TIC en su periodo de prácticas. Y de este grueso de futuros profesores, una tercera parte tampoco creyó necesario incluir recursos digitales en sus propuestas de mejora.

Las razones que incluyeron los futuros profesores para no utilizar las TIC en su periodo de prácticas son: (a) falta de infraestructuras: no tener suficientes ordenadores en clase para implementar la actividad diseñada, que la WiFi de los centros no estuviera dotada de suficiente ancho de banda o que los ordenadores no soportaran los programas informáticos con los que se quería trabajar en la sesión. Como pudimos observar en en la página 164, existen centros de prácticas que no están dotados de suficientes recursos para poder utilizar los recursos TIC/TAC de forma eficiente; (b) falta de recursos específicos para la temática que tenían que explicar. Los futuros profesores tienen dificultades para encontrar recursos específicos para algunos bloques matemáticos (sobre todo para el bloque de numeración y cálculo). Este hecho nos lleva a pensar que las asignaturas del Máster no parece que profundicen suficiente en el desarrollo de la competencia digital; (c) falta de tiempo: el número de sesiones en las que tenían que implementar la unidad didáctica no eran suficientes para trabajar correctamente las TIC; (d) tipo de alumnado: ya que se considera que para poder usar recursos digitales los alumnos necesitan poseer unas habilidades tecnológicas previas. Es decir, los futuros profesores creen que el tiempo de planificación y de formación de los alumnos impide programar sesiones con recursos digitales; (e) el momento en el que se explicó la unidad didáctica. Las evidencias mostradas en la página 167, nos indican que algunos futuros profesores tienen la creencia de que es necesario un conocimiento matemático para el uso de la tecnología.

Los futuros profesores que sí usaron las TIC en la implementación de su unidad didáctica, las introdujeron en diferente grado. Clasificamos el uso de los recursos digitales en la implementación de su unidad didáctica en cinco niveles: considera, interpreta, aplica, practica y crea/produce. Decimos que el futuro profesor (1) “considera” el uso de las TIC cuando las utiliza para desarrollar materiales didácticos o de referencia para su

clase (presentaciones en Power Point, fotografías obtenidas de Internet, un dossier en formato Word...). Según Shulman (1986), este nivel se corresponde con el conocimiento tecnológico (TK). Es el conocimiento sobre ciertos modos de pensar y trabajar con la tecnología, las herramientas y los recursos; (2) “interpreta” cuando las utiliza para obtener información útil para su labor profesional (obtención de información en diferentes repositorios y buscadores). Según Shulman (1986), este nivel corresponde con el conocimiento pedagógico del contenido (PCK). El maestro interpreta la materia, encuentra varias maneras de representarla, y se adapta y adapta los materiales de instrucción a las concepciones alternativas y conocimientos previos de los alumnos; (3) “aplica” cuando las utiliza para establecer contacto e intercambio social eficiente con colegas y alumnos (como por ejemplo el uso de plataformas virtuales que permite a los alumnos acceder a contenidos didácticos y promueve la comunicación entre los alumnos y el profesor y entre los propios alumnos). Según Shulman (1986), este nivel se corresponden con el conocimiento tecnológico-pedagógico (TPK). Se refiere a la comprensión sobre cómo la enseñanza y el aprendizaje pueden cambiar cuando se utilizan determinadas tecnologías de manera particular. Esto incluye saber las posibilidades y limitaciones de una gama de herramientas tecnológicas y pedagógicas que se relacionan con diseños apropiados para el desarrollo y las estrategias pedagógicas; (4) “practica” cuando usa recursos digitales creados por otros (applets, plataformas educativas y diferentes recursos digitales creados por terceros). Según Shulman (1986), este nivel corresponde con el conocimiento tecnológico del contenido (TCK). (5) “produce” cuando usa recursos digitales creados o producidos por el mismo (TPACK). Según Shulman (1986), es una forma emergente de conocimiento que va más allá de los tres componentes centrales (contenido, pedagogía y tecnología). El conocimiento del contenido pedagógico tecnológico surge de las interacciones entre el contenido, la pedagogía y la tecnología. TPACK es la base de la enseñanza eficaz con tecnología y requiere: una comprensión de la representación de conceptos usando tecnología,; técnicas pedagógicas que usan tecnología de forma constructivista para enseñar contenido y conocimiento de los conceptos fáciles o difíciles de aprender; y cómo la tecnología puede ayudar a corregir algunos de los problemas a los que los estudiantes se enfrentan para desarrollar nuevas epistemologías o fortalecer las ya existentes.

A pesar de que la mitad de los futuros profesores no llegaron a utilizar las TIC en su periodo de prácticas y una tercera parte de estos tampoco creyó necesario incluir recursos digitales en sus propuestas de mejora, las declaraciones de intenciones que hacen los alumnos en su TFM permiten inferir un mayor nivel de uso de las TIC en sus futuras clases. En la tabla

6.2 Clasificación de los futuros profesores según el desarrollo en el uso de las TIC en su práctica y después de su reflexión, observamos que hay seis grupos de futuros profesores y que todos los futuros profesores parten de un nivel inferior o igual de introducción del uso de las TIC en su periodo de prácticas que el que alcanzarían después de la reflexión sobre su propia práctica. A continuación, mostraremos los seis grupos de estudiantes por orden creciente de nivel reflexivo: (1) considera/interpreta en su práctica – considera/interpreta en su TFM; (2) considera/interpreta en su práctica – usa en su TFM; (3) considera/interpreta en su práctica – crea/produce en su reflexión; (4) usa en la práctica – usa en su TFM; (5) usa en la práctica – crea/produce en su TFM; (6) crea/produce en su práctica – crea/produce en su TFM. Es decir, observamos que el programa de formación ha promovido la reflexión sobre el uso de las TIC.

Estos grados de nivel de uso de las TIC están en consonancia con los niveles 1, 2 y 3 que se definen en la acreditación en tecnologías de la información y la comunicación (ACTIC) (Catalunya Generalitat de Catalunya, 2012). Este modelo de acreditación es el marco de referencia de la competencia digital instrumental, desde una perspectiva general. Cada uno de los certificados de los diferentes niveles acreditan las siguientes habilidades: (nivel 1) dominio elemental en el uso de las TIC; usuario básico de las TIC, que se puede considerar incluido en la sociedad digital; (nivel 2) dominio efectivo en el uso de las TIC en relación a los ámbitos generales de aplicación; usuario que goza de autonomía y capacidad crítica versus el uso de estas tecnologías; (nivel 3) dominio amplio en el uso de las TIC; usuario con capacidad para aprovechar al máximo las prestaciones de las TIC, de construir usos alternativos y de dar soporte a otras personas. De los seis grupos de estudiantes ordenados por orden creciente de uso reflexivo de las TIC, los grupos (1) considera/interpreta en su práctica – considera/interpreta en su TFM y (2) considera/interpreta en su práctica – usa en su TFM coinciden con el nivel 1 de acreditación ACTIC; los grupos (3) considera/interpreta en su práctica – crea/produce en su reflexión y (4) usa en la práctica - usa en su TFM coinciden con el nivel 2 de acreditación ACTIC y los grupos (5) usa en la práctica – crea/produce en su TFM y (6) crea/produce en su práctica – crea/produce en su TFM coinciden con el nivel 3.

4. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL CUARTO OBEJTIIVO DE INVESTIGACIÓN

A partir de los estudios teóricos realizados, que siguen el modelo de EOS para el análisis evaluador de la competencia digital en educación matemática, consideramos que las dimensiones principales de lo digital en

el desarrollo profesional se centran en las cinco dimensiones de los niveles de análisis de EOS:

(1) *Lo epistémico*: uso y control de informaciones sobre los objetos matemáticos y su enseñanza /aprendizaje (lo digital que contribuye a las configuraciones epistémicas puestas de manifiesto); herramientas de almacenamiento y co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática (elementos de lo digital que tienen a ver con interacciones y recursos);

(2) *Lo cognitivo*: en cuanto contribución de lo digital a los procesos reflexivos del alumnado (correspondiente a la idoneidad cognitiva en EOS) También, el uso de herramientas como por ejemplo ayudas representacionales; tutoriales basados en el árbol de problema; y, en cuanto lo didáctico: propuestas de estudios de caso, colecciones de recursos, experiencias de investigación, elementos de evaluación y artículos de apoyo.

(3) *Lo afectivo*: En cuanto la idoneidad emocional y normativa se piensa en el desarrollo de elementos motivacionales en el proceso de instrucción.

(4) *Lo interaccional*: en cuanto contribución de lo digital en procesos de co-construcción de significados matemáticos y de educación matemática (contribución de medios digitales en el fomento de significados institucionales a partir de los significados personales).

(5) *Lo ecológico*: no tiene una dimensión específica, pero se asocia fundamentalmente a lo ético y a las restricciones posibles del entorno.

A partir de estas dimensiones, proponemos una rúbrica con diferentes indicadores para evaluar la competencia digital en el futuro profesor de secundaria de matemáticas (capítulo 5, Refinamiento de la herramienta de evaluación de la competencia digital basada en el EOS, páginas 181-185)

Por otro lado, en la siguiente tabla podemos observar las dimensiones y los descriptores de la competencia digital docente (a partir de ahora, CDD) extraídas de Camacho y Gisbert (2017) (que a su vez se basan en la resolución ENS/1356/2016, del 23 de mayo, de la Generalitat de Catalunya):

Tabla 8.1: Dimensiones y descriptores de la CDD

Dimensión	Descripción
Diseño, planificación e implementación didáctica	Capacidad de selección, uso y evaluación de las tecnologías digitales de soporte en la definición y ejecución del proceso de enseñanza-aprendizaje (proceso de E-A), dentro y fuera del aula; para optimizar la planificación y la organización dinámica de las experiencias, las actividades y los recursos previstos para garantizar la adquisición de los aprendizajes y facilitar la colaboración y difusión entre la comunidad educativa.
Organización y gestión de espacios y recursos educativos	Capacidad para organizar y gestionar, de manera responsable y sostenible, las tecnologías digitales, de manera que faciliten y/o permitan mejorar las condiciones de trabajo, tanto en el ámbito de la gestión educativa como en el ámbito didáctico.
Comunicación y colaboración	Conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, estrategias y sensibilización que se requieren cuando se utilizan las tecnologías digitales para comunicarse, colaborar, crear y compartir contenidos y construir conocimiento en el marco del diseño, la implementación o evaluación de una acción educativa entre docentes y con los estudiantes.
Ética y civismo digital	Conocimiento y asunción de las implicaciones derivadas del uso de las tecnologías digitales en el ámbito educativo en las cuestiones de legalidad, seguridad e identidad digital. Formación de los alumnos sobre estas cuestiones para que hagan uso ético y responsable de estas tecnologías.
Desarrollo profesional	Práctica reflexiva del docente sobre su actividad profesional en relación con los retos educativos que plantea la sociedad actual; así como la implicación en entornos educativos virtuales, donde configura su identidad digital profesional, aporta y divulga recursos educativos y se forma de manera permanente.

Fuente: Generalitat de Catalunya (2016)

Observamos que cada una de estas dimensiones se pueden asociar a una de las dimensiones incluidas en la rúbrica de evaluación de la competencia digital (exceptuando la dimensión afectiva que no se asocia de forma directa con ninguna de las dimensiones de la CDD):

Tabla 8.2: Dimensiones de la CDD de la Generalitat de Catalunya (2016) vs dimensiones de la rúbrica de evaluación de la CD

Dimensión CDD	Dimensión EOS
Diseño, planificación e implementación didáctica	Lo epistémico/lo cognitivo
	Lo afectivo
Organización y gestión de espacios y recursos educativos	Lo interaccional
Comunicación y colaboración	Lo epistémico
Ética y civismo digital	Lo ecológico y lo ético
Desarrollo profesional	Análisis didáctico, innovación e investigación

Fuente: Elaboración propia

Si bien es cierto que la rúbrica elaborada no es competencial (se ha desarrollado sin tener en cuenta indicadores y criterios de evaluación), sí que constituye un material que se podría valorar de implementar en la evaluación de algunas de las asignaturas del MFPSM. Además, utilizaremos esta rúbrica para inferir el nivel de competencia digital de los alumnos de la muestra después del MFPSM.

5. CONCLUSIONES RELACIONADAS AL QUINTO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN

Una vez inferido el nivel de competencia digital de los alumnos de la muestra con la herramienta refinada se observa que:

- En los casos considerados de nivel cero, no podemos asegurar que no sean competentes digitalmente pues el nivel que se le ha asignado ha sido debido a la falta de evidencias en la mayoría de los indicadores que se trabajan en las diferentes dimensiones de la rúbrica y que un alumno no haga alusiones a estos indicadores en su TFM no quiere decir que no posea estas competencias sino que simplemente no las ha puesto en práctica en su periodo de prácticas. Es decir, no podemos asegurar que no sean competentes digitalmente pues las evidencias obtenidas no son negativas sino inexistentes.
- Prácticamente todos los alumnos de la muestra se encuentran entre el nivel uno y el nivel dos de competencia digital.
- No hay ningún alumno que alcance un nivel tres de competencia digital ya que los futuros profesores están iniciándose en el análisis sobre su propia práctica.

Estos resultados no son contradictorios con los niveles de CDD que la Generalitat de Catalunya incluyó en la resolución ENS/1356/2016, del 23 de mayo. En esta resolución, para poder favorecer el correcto desarrollo y la posterior evaluación de la competencia digital, se incluyeron tres niveles que se tendrían que ir superando conforme el futuro profesor posea mayor experiencia profesional:

- Nivel principiante: utiliza las tecnologías digitales como facilitadoras y como elementos de mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje. Este es el nivel mínimo que se ha de alcanzar durante el periodo de formación inicial.
- Nivel medio: utiliza las tecnologías digitales para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de forma flexible y adaptada al contexto educativo. Este es el nivel mínimo que se tendría que alcanzar durante los tres primeros años de práctica docente.
- Nivel experto: utiliza las tecnologías digitales de forma eficiente para mejorar los resultados académicos de los alumnos, su acción docente y la calidad del centro educativo. Este es el nivel mínimo que se tendría que exigir a todo el profesorado que quiera asumir tareas de coordinación y/o gestión de recursos TIC/TAC.

Es decir, prácticamente todos los alumnos de la muestra utilizan las TIC/TAC como facilitadoras y como elementos de mejora del proceso de enseñanza aprendizaje.

5.1. Dimensión «Lo epistémico» en la competencia digital

Según Cacheiro (2011), los recursos TIC se pueden clasificar como recursos para la información, recursos para el aprendizaje y recursos para la colaboración, si bien en la práctica educativa vamos a encontrar configuraciones híbridas.

En cuanto a los recursos para la información, los alumnos saben buscar información matemática o de educación matemática en red siendo críticos con la información que obtienen. Pero, en cuanto a los recursos para el aprendizaje, más de la mitad de los alumnos no modifica, perfecciona y combina los recursos existentes para crear contenido nuevo, original y relevante. Es decir, son críticos con la información que seleccionan en Internet pero tienen dificultades para realizar modificaciones sobre la misma. Es decir, si analizamos las evidencias obtenidas de esta dimensión, la gran mayoría de actividades planteadas son actividades adecuadas

obtenidas de diferentes repositorios de matemáticas o de educación matemática (applets creados por terceros, vídeos colgados en diferentes canales, actividades interactivas de diferentes plataformas libres o de pago, etc.) pero en las que los futuros profesores no han incluido modificaciones. Por otro lado, las actividades de nueva creación se focalizan en un pensamiento convergente, es decir, son actividades que incluyen una única solución correcta. Por lo tanto, a los futuros profesores les cuesta incluir actividades de pensamiento divergente con recursos digitales que involucren varias posibles respuestas a un problema determinado.

Una minoría de futuros profesores diseña tareas en las que los alumnos tengan que utilizar diferentes programas informáticos. Estos programas suelen ser el GeoGebra u hojas de cálculo (Excel, OpenOffice...). Este resultado sigue la misma línea de los resultados obtenidos por Font (2011) y Breda, Lima y Pereira (2015). Estos autores afirman que en relación a los programas de formación que incorporan las tecnologías en el proceso de instrucción, se observa un predominio del uso de software GeoGebra y la hoja de cálculo. Observan que los recursos TIC más utilizados son programas dinámicos gratuitos para trabajar geometría y la hoja de cálculo para trabajar contenidos de aritmética y funciones.

En cuanto al almacenamiento de contenidos matemáticos mediante herramientas digitales, más de la mitad de los alumnos los almacenan en un único dispositivo o servicio. Las herramientas digitales utilizadas son muy diversas pero el dispositivo usado por excelencia es el Moodle en el caso de que el instituto ya lo utilizara de forma habitual o en su defecto el Google Drive. El Google Drive es un repositorio en el que para compartir un vídeo o una carpeta de documentos únicamente tienen que enviar un email con un enlace a un fichero. Es decir, los futuros profesores “trabajan en la nube” teniendo la posibilidad de que el contenido matemático no resida en su propio ordenador.

En cuanto a los procesos comunicativos de contenidos matemáticos, diversos autores afirman que la tecnología modifica la forma en que se transmite la información y la educación matemática debe tener en cuenta las nuevas formas de enseñanza-aprendizaje a través de la colaboración en red (Aldon, Cusi, Morselli, Panero y Sabena, 2017). Por otro lado, hemos observado que los niveles de la rúbrica del cuarto indicador no son contradictorios con la Taxonomía de Bloom para la Era Digital (Churches, 2009) que incluye nuevos verbos (que tendrían cabida en entornos digitales comunicativos) respecto de la Taxonomía de Bloom.

Tabla 8.3: Taxonomía de Bloom para la Era Digital

Categorías de la Taxonomía de Bloom	Habilidades comunicativas TIC
Recordar	Utilizar viñetas (bullet pointing), resaltar, marcar (bookmarking), participar en la red social (social bookmarking), marcar sitios favoritos (favoriting/local bookmarking), hacer búsquedas en Google (googling).
Comprender	Hacer búsquedas avanzadas, hacer búsquedas booleanas, hacer periodismo en formato de blog (blog journalism), “Twittering” (usar Twitter), categorizar, etiquetar, comentar, anotar, suscribir.
Aplicar	Correr, cargar, jugar, operar, “hackear” (hacking), subir archivos a un servidor, compartir, editar
Analizar	Recombinar, enlazar, validar, hacer ingeniería inversa (reverse engineering), “cracking”, recopilar información de medios (media clipping).
Evaluar	Comentar en un blog, revisar, publicar, moderar, colaborar, participar en redes (networking), reelaborar, probar.
Crear	Programar, filmar, animar, blogear, vídeo blogear (video blogging), mezclar, remezclar, participar en un wiki (wiki-ing), publicar, “videocasting”, “podcasting”, dirigir, transmitir

Fuente: Churches (2009)

En la siguiente tabla mostramos una comparativa de la taxonomía de Bloom para la Era Digital y los descriptores de la rubrica en cuanto a los procesos comunicativos de contenidos matemáticos:

Tabla 8.4: Comparativa de la taxonomía de Bloom para la Era Digital vs descriptores de la rúbrica del cuarto indicador de «Lo epistémico».

Categorías de la Taxonomía de Bloom	Descriptores de la rúbrica de evaluación de la CD
Recordar	No comunica matemáticas mediante herramientas digitales.
Comprender	Interacciona por medio de diversos dispositivos y/o aplicaciones digitales para establecer contacto social.
Aplicar	Utiliza de forma consciente tecnologías y medios para los procesos colaborativos y para la creación y construcción común de recursos, conocimiento y contenido matemático.
Analizar	Usa, valora y analiza el uso de medios interactivos digitales para tener un control del proceso de enseñanza/aprendizaje y autorregular el aprendizaje matemático reconociendo las limitaciones y potencialidades de cada dispositivo o aplicación digital.
Evaluar	
Crear	

Fuente: Elaboración propia

Observamos como la habilidad de “crear” no tiene correspondencia con ningún nivel de la rúbrica, ya que es un nivel superior al que se le pide a un profesor de secundaria de matemáticas en formación o en activo.

Sin embargo, en nuestro análisis, observamos que a pesar de que la colaboración es una habilidad del siglo XXI de importancia creciente que debe incluirse a lo largo de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje (Churches, 2009), en cuanto a los procesos comunicativos de contenidos matemáticos, la mayoría de los futuros profesores no comunica matemáticas mediante herramientas digitales en sus clases. Es cierto que la colaboración no es parte integral del proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que no es necesario colaborar para aprender, pero con frecuencia se refuerza al hacerlo.

5.2. Dimensión «Lo cognitivo» en la competencia digital

Según Godino (2011) el primer paso para poder confeccionar un programa de estudio es determinar qué es idóneo desde los puntos de vista epistémico y cognitivo (así como la coordinación de estas idoneidades). En nuestro caso, desde el punto de vista epistémico y cognitivo, observamos que casi la mitad de los alumnos sugiere desarrollos digitales más allá de simples asociaciones o respuestas cerradas, analizando los resultados en términos de las conexiones establecidas, y contextos usados.

Más de tres cuartas partes de los futuros profesores llevan a cabo diferentes actividades sobre el mismo contenido matemático mediante soportes diferentes (por ejemplo, representación de objetos matemáticos 2D con GeoGebra o lápiz, papel, regla y compás; construcción y visualización de objetos 3D a partir del GeoGebra o a partir de su desarrollo plano mediante material manipulativo). Estos resultados están en consonancia con las investigaciones realizadas por Montiel (2013). Según Montiel (2013) en varias aproximaciones teóricas se le confiere un estatus importante al manejo de las diferentes representaciones de un concepto, ya sea en términos de imágenes del concepto, concepciones de acción, proceso, objeto y esquema (conocida en la jerga como teoría APOE) o en su doble estatus de herramienta y de objeto. La formación del pensamiento científico, particularmente en matemática, está íntimamente ligado al desarrollo de simbolismos específicos para representar a los objetos y a sus relaciones, por tanto, el progreso de los conocimientos implica la creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos y específicos (Farfán y Ferrari, 2002).

Pero son muy pocos los que analizan el uso de medios digitales con ayuda de herramientas teóricas o comparaciones sobre la práctica matemática de forma que visualizan posibles dificultades del alumnado que se evidencian en su uso (por ejemplo, como gracias al uso del Excel ven de forma inmediata que un diagrama de barras o un diagrama de sectores necesita de los mismos datos estadísticos de partida o como el paso del desarrollo plano a un cuerpo geométrico mediante la animación realizada por el GeoGebra les ayudaba a entender cuáles eran las aristas compartidas del cuerpo geométrico de estudio).

5.3. Dimensión «Lo afectivo» en la competencia digital

El principio de enseñanza del NCTM (2000) reclama atención a las conexiones entre aspectos cognitivos-afectivos e instruccionales ya que según estos, una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere saber y

comprender qué es lo que los estudiantes saben y necesitan aprender de las matemáticas; y luego motivarlos y apoyarlos para que las aprendan bien. Aunque el estudio de las actitudes hacia la matemática se viene desarrollando desde hace tiempo, el estudio de las actitudes hacia la tecnología en el aprendizaje matemático tiene una historia más corta (Gómez-Chacón, 2010).

En las páginas 195-196 podemos constatar con diferentes evidencias, como más de la mitad de los futuros profesores consigue que el alumnado sea empático con actividades matemáticas mediante el uso de medios digitales. De este grueso de futuros profesores, dos terceras partes reflexionan sobre estas actividades e identifican significados matemáticos mediante el uso de medios digitales. Los futuros profesores son conscientes de que gran parte de los fracasos matemáticos de muchos de nuestros estudiantes tienen su origen en un posicionamiento inicial afectivo totalmente destructivo de sus propias potencialidades en ese campo, que es provocado, en muchos casos, por la inadecuada introducción por parte de sus maestros (de Guzmán, 2007). En esta investigación observamos cómo a través de diversos medios digitales, los estudiantes pueden percibir el sentimiento estético y el placer lúdico que la matemática es capaz de proporcionar, a fin de involucrarlos. Estas conclusiones están en consonancia con los estudios realizados por De Guzmán (2007) sobre la conciencia de la importancia de la motivación en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

En el nivel más bajo de competencia digital encontramos a menos de un tercio de los futuros profesores que no consigue que los alumnos se impliquen con los medios digitales. Si bien es cierto que entre los futuros profesores que no consiguen que los alumnos se impliquen con los medios digitales se agrupan tanto a los futuros profesores que no incluyen alusiones de lo afectivo como a los que incluyen alusiones negativas hacia este indicador. Este hecho nos plantea el interrogante de saber qué hubiera ocurrido si todos los futuros profesores hubieran analizado lo afectivo mediante el uso de herramientas digitales. A pesar de no poder resolver este interrogante, sí que podemos concluir que en el aprendizaje matemático usando ordenador hay una fuerte correlación con las actitudes hacia el ordenador que con las actitudes hacia las matemáticas, en particular si se mide la confianza y la motivación hacia las matemáticas y los ordenadores (Gómez-Chacón, 2010). En nuestra investigación hemos podido observar como los futuros profesores por el hecho de trabajar con tecnología se les genera un sentimiento de confianza (o desconfianza) en las matemáticas que se relacionaba directamente con la confianza (o desconfianza) que les generaba el recurso digital en cuestión.

Por último, no hemos encontrado evidencias de ningún alumno que analice, mediante instrumentos digitales aspectos emocionales que incidan en las prácticas matemáticas planificadas y/o implementadas. Es decir, los futuros profesores están iniciándose en el análisis sobre su propia práctica y todavía no utilizan los recursos digitales de forma eficiente para mejorar los resultados académicos de los alumnos.

Por otro lado, para poder valorar esta dimensión nos hubiera gustado, no solo analizar las evidencias escritas en sus memorias de TFM, sino valorar también el lenguaje gestual en el aula de los futuros profesores cuando hablan del uso de las TIC. Esta limitación de los instrumentos de la muestra está en consonancia con las conclusiones de Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017) en las que indica que todo el complejo cognitivo-afectivo comprende tanto los aspectos operatorios como discursivos del conocimiento matemático e incluso la disposición para la acción.

5.4. Dimensión «Lo interaccional» en la competencia digital

En cuanto a los recursos de colaboración entre colegas, percibimos como no hay ningún futuro profesor que no interactúe con otros colegas mediante alguno de los medios digitales tradicionales. Todos los futuros profesores utilizan el teléfono móvil, el correo electrónico o el chat para comunicarse. Por el contrario, no hemos obtenido evidencias de ningún futuro profesor que utilice los medios digitales más avanzados para debatir y elaborar productos nuevos en colaboración con otros, que use herramientas colaborativas en el análisis de procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación o que participe en procesos de investigación sobre las prácticas matemáticas realizadas. Es decir, sí que se utilizan los medios digitales para establecer una comunicación entre colegas pero sin la intención de debatir matemáticas usando dichas herramientas. Creemos que este hecho se produce por la presencia de algunas componentes negativas (miedo, preocupación, tensión, desorientación, confusión) en el aprendizaje cooperativo online. Destacamos la importancia de que el profesorado necesita una competencia emocional significativa en el ejercicio de los procesos cooperativos de enseñanza-aprendizaje en entornos virtuales.

5.5. Dimensión «Lo ecológico y lo ético» en la competencia digital

En la dimensión ecológica hemos analizado si la unidad didáctica responde al proyecto educativo y es compatible con las restricciones del entorno (falta de ordenadores, conexión WiFi ineficiente, dificultad de los alumnos para usar programas didáctico-matemáticos a nivel usuario, falta de tiempo

para poder incluir recursos digitales en las sesiones establecidas en la unidad didáctica...).

Casi la mitad de los futuros profesores no analiza la dimensión ecológica de los procesos de instrucción surgidos a partir del uso de medios digitales. Hay que tener en cuenta que en este grupo de futuros profesores incluimos tanto a los que no utilizaron los recursos digitales en sus prácticas ni en su propuesta de mejora como a los que sí que las incluyeron pero no reflexionaron acerca de las diferentes variables que influyen en su uso. En este segundo grupo, observamos que en muchas ocasiones los recursos digitales que utilizan los futuros profesores en el aula aumentan la participación y la motivación del alumnado pero no generan calidad matemática. Por ejemplo, existen algunas actividades digitales (ThatQuiz, Kahoot, etc.) en las que no se le da importancia a la resolución, explicación y justificación matemática sino únicamente a la respuesta. Según Hill et al (2008) se puede definir la calidad matemática como un compuesto de varias dimensiones que caracterizan el rigor y la riqueza de las matemáticas de la clase, incluyendo la presencia y ausencia de errores matemáticos, explicación y justificación matemática, representaciones matemáticas y observaciones relacionadas.

Drijvers (2013) indica en varios de sus estudios cuan de importante es que el uso de la tecnología esté integrado en un contexto educativo que sea coherente y en el que el trabajo con tecnología se integre de forma natural. Para este autor existen tres factores que son decisivos en la integración exitosa de la tecnología en educación matemática: el diseño, el papel del profesor y el contexto educativo. En nuestra investigación prácticamente la mitad de los futuros profesores incide en la importancia del contexto educativo, principalmente, en el análisis de variables que influyen en la enseñanza de las matemáticas mediante la tecnología. Los futuros profesores coinciden en que si el centro educativo no está adecuado para trabajar con las TIC, muchas de las actividades implementadas a priori se tendrán que gestionar de forma diferente (por ejemplo, una actividad individual, si no hay suficientes equipos para todos los alumnos, se podría implementar en grupos de tres) perdiendo la intencionalidad con las que fueron creadas. De este grueso de futuros profesores también los hay que elaboran materiales de evaluación en los que intervienen los medios digitales (por ejemplo, mediante los ya citados cuestionarios tipo test). Pero estos medios digitales son utilizados para evaluar actividades que no necesariamente se han trabajado a partir de medios digitales. Muchos autores, como por ejemplo Drijvers (2013), señalan que la evaluación debe estar en consonancia con el trabajo realizado en el aula de forma que el uso de las TIC no sea algo esporádico y puntual.

Una minoría de futuros profesores sí que construyen documentos colaborativamente y explican variables que influyen en el desarrollo instructivo. Estos futuros profesores comparten un interés profesional para participar en una comunidad virtual y debaten matemáticas de forma colaborativa. En las página 168-169 podemos constatarlo con diferentes evidencias como la de un futuro profesor que creyó relevante utilizar una plataforma moodle para que los alumnos que por diferentes motivos se perdían alguna clase, pudieran ponerse al día y seguir las clases con normalidad. Esta idea está en consonancia con los estudios realizados por Drijvers (2013) en los que se observa como los profesores que se ofrecen voluntarios para trabajar con tecnología colaboran con la comunidad virtual de forma natural mientras que para otro grupo de profesores la colaboración entre colegas no se evidencia.

Godino (2011) considera que los diseños instruccionales tienen una idoneidad ecológica alta cuando tienen en cuenta e incorporan las aportaciones de las investigaciones didácticas sobre los contenidos abordados, en particular la integración del uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación. En nuestra investigación, no hemos encontrado evidencias de ningún futuro profesor que (1) organice informaciones que aludan a lo ecológico en documentos de investigación que se escriben y documentan en la red o que (2) asuma la realidad matemática escolar, las restricciones de su entorno, etc. para tomar decisiones, justificando sus posicionamientos de forma pormenorizada. Por ambas argumentaciones, podemos concluir que los diseños instruccionales analizados no tienen una alta idoneidad ecológica.

La dimensión ética incide en la conciencia ética que debe tener el futuro profesor de matemáticas a la hora de hacer uso de medios digitales en el aula.

No hemos encontrado evidencias de ningún futuro profesor que esté en el nivel más bajo ni en el nivel más alto de este indicador. Es decir, no hemos encontrado evidencias de ningún futuro profesor que no esté familiarizado con las normas de conducta en interacción en línea o virtuales. Tampoco hemos encontrado evidencias de ningún futuro profesor que las aplique al contexto profesional de forma que desarrolle estrategias para la identificación y reorientación de las conductas inadecuadas en la red.

Por el contrario, la gran mayoría de los futuros profesores entiende las normas básicas de conducta que rigen la comunicación con otros mediante herramientas digitales y es capaz de aplicarlas al contexto profesional. Ahora bien, no sabemos qué hubiera pasado en el caso de que se hubiera producido alguna conducta inadecuada en la red y qué estrategias hubieran

llevado a la práctica los futuros profesores para reorientar estos comportamientos.

5.6. Dimensión «Análisis didáctico, innovación e investigación» en la competencia digital

Desde las directrices que los tutores del TFM del MFPSM dan a los futuros profesores de matemáticas se les insta a analizar las prácticas profesionales que estos implementaron en su periodo de prácticas. Es decir, todos los futuros profesores usan, revisan y valoran su unidad didáctica para tomar decisiones profesionales relacionadas con la misma. Otros grupos de investigación, como el GRADEM (Grupo de Investigación sobre Análisis Didáctico en Educación Matemática) se ha interesado, en el marco de diferentes proyectos de investigación, en analizar las prácticas profesionales que los futuros profesores realizan para resolver las tareas profesionales propuestas, y el conocimiento matemático-didáctico activado en ellas, de forma que obtienen indicadores que justifiquen la asignación de grados de desarrollo de la competencia profesional que se pretenda evaluar (Font, Adán, Rubio y Ferreres, 2016).

Hay muy pocos futuros profesores que no usan, revisan y valoran información relacionada con el uso de medios digitales. Estos futuros profesores dan diferentes argumentaciones a este hecho: (1) creen que en su unidad didáctica ya utilizaron los recursos digitales de un forma adecuada tanto en uso como en frecuencia; (2) creen conveniente decantarse por otro tipo de materiales didácticos o (3) no lo han creído oportuno por el tipo de alumnado o por el momento en el que se explicó la unidad didáctica (ya que se considera que para poder usar recursos digitales los alumnos necesitan poseer unas habilidades previas). Es decir, analizan el conocimiento matemático-didáctico activado en las diferentes actividades que comportan la unidad didáctica pero no se centran en los medios digitales a la hora de realizar propuestas de mejora.

Casi un tercio de los futuros profesores usa herramientas digitales sobre el análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación. Es decir, usa los medios digitales introduciendo un diseño de tareas nuevo que permite la mejora de la idoneidad mediacional, ya que según el análisis, este indicaba que se debía y podía mejorar. Es decir, estos futuros profesores no introdujeron los recursos digitales en su periodo de prácticas y después de la reflexión sobre su propia práctica deciden introducirlas.

Por otro lado, la mitad de los futuros profesores, contrasta, evalúa e integra información matemática o de educación matemática en formato

tecnológico más allá del simple uso de los mismos. Es decir, gracias a los medios digitales, identifican dificultades conceptuales, detectan errores, etc. para hacer innovaciones y mejoras en su práctica. Es decir, los alumnos, bien sea adaptando tareas ya diseñadas o bien sea introduciendo tareas nuevas, mejoran la idoneidad mediacional, ya que según el análisis, este indicaba que se debía y podía mejorar. Es decir, normalmente estos futuros profesores después de la reflexión sobre su propia práctica: (1) introdujeron actividades con herramientas digitales en su periodo de prácticas y deciden hacer cambios sobre las mismas con propuestas de mejora concretas (en el sentido de comparar la propuesta anterior con la nueva) o (2) no las introdujeron en un inicio pero deciden añadirlas argumentando de forma explícita dicha mejora.

Un punto débil competencial es que no hay ningún alumno que use críticamente instrumentos de reflexión y análisis de prácticas matemáticas que se encuentren en formato digital (construcción de mapas: establecimiento de redes de significados, etc.). Es decir, el TFM ha permitido reconocer los avances en la competencia de análisis didáctico y se ha convertido en elemento organizador y sintetizador de trabajos, reflexiones y prácticas escolares realizadas. Es el inicio del desarrollo de la competencia investigadora de los futuros docentes, en tanto ha posibilitado que los estudiantes aprendan a reconocer problemas de su contexto profesional (Giménez, Vanegas, Font y Ferreres, 2012). Es decir, los futuros profesores se inician en la competencia en análisis didáctico pero todavía les quedan años de formación permanente para poder alcanzar un nivel más elevado en este indicador de la rúbrica.

Las reflexiones (e investigaciones) sobre la calidad matemática de los procesos de instrucción de las matemáticas son numerosas en el área de Educación Matemática. Todas ellas ponen de manifiesto que hay muchos aspectos que inciden sobre esta calidad y que, por tanto, se trata de una noción multidimensional (Font, Adán, Rubio y Ferreres, 2016). Por ejemplo, en Font y Adán (2013), se tuvieron en cuenta dos aproximaciones que si bien consideran la calidad matemática de una manera multidimensional ponen el acento en dimensiones diferentes. Por una parte, las que destacan como elemento central de la calidad matemática el descriptor “riqueza matemática” y, por otra parte, las que toman como elemento central el descriptor “representatividad de las matemáticas enseñadas”. Otros autores, como Drijvers, Boon y Van Reeuwijk (2010) se centran en las funcionalidades matemático-didácticas de los medios digitales y distinguen tres aspectos fundamentales: (a) los medios digitales que nos ayudan a resolver problemas matemáticos de forma eficiente (que también podríamos realizar con lápiz y papel); (b) los medios digitales con

los que practicamos habilidades; (c) los medios digitales con los que desarrollamos conceptos.

En nuestro caso, al hablar de la calidad matemático-didáctica, los resultados son muy variados. Un cuarto de los futuros profesores, no analiza configuraciones epistémicas mediante dispositivos digitales. Es decir, estas configuraciones epistémicas están constituidas por diferentes redes de objetos matemáticos (situaciones, acciones, lenguaje, conceptos, propiedades y argumentos) que no son abordados por los futuros profesores a la hora de integrar los medios digitales.

Más de la mitad de los futuros profesores, no solo comprueban mediante recursos digitales los problemas planteados, sino que también reconocen el valor de definición y generalización presente en las construcciones con variables en entornos digitales. Por ejemplo, los futuros profesores utilizan de forma sistemática el programa GeoGebra para demostrar casos concretos y, van un paso más allá, de forma que generalizan estas demostraciones con variables dinámicas (mediante deslizadores) hasta encontrar pautas y propiedades. Podríamos clasificar a los futuros profesores en dos grandes grupos: los que comprueban mediante recursos digitales los problemas planteados (que usan los medios digitales para practicar habilidades) y los que reconocen el valor de definición y generalización presente en las construcciones con variables (que usan los medios digitales para desarrollar conceptos). Según Drijvers (2013) esta última funcionalidad matemático-didáctica de los recursos digitales es la más desafiante y la que tendrían que explotar los profesores de matemáticas.

Son muy pocos los futuros profesores que sugieren propuestas de mejora en las que usan formatos digitales en base al análisis del efecto de los mediadores en el desarrollo epistémico, y el análisis de la configuración y trayectorias didácticas para la resolución de conflictos epistémicos, semióticos, cognitivos, etc. Es decir, muy pocos futuros profesores verbalizan en sus TFM la intencionalidad de utilizar recursos digitales para reconocer objetos matemáticos subyacentes con los que poder abordar conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

6. CONCLUSIONES RELACIONADAS AL SEXTO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN

A partir de las observaciones explicadas por Sala, Font, Barquero y Giménez (2017) y el análisis sobre el constructo indagación realizado por Sala (2016), se consideró que el PMC es aquel en el cual se producen

procesos creativos y que una primera manera de caracterizarlo, es descomponerlo en dimensiones. En este trabajo, dado que se pretende analizar cómo se visualiza el potencial del PMC en el desarrollo de tareas/prácticas docentes en las que se utilizan recursos digitales se usan los siguientes indicadores:

Para 1) la apertura: 1a) El uso de recursos digitales incluye problemas o cuestiones matemáticas abiertas; 1b) El uso de recursos digitales incluye construcciones que estimulan el pensamiento matemático. 1c) El uso de recursos digitales estimula al alumnado a buscar múltiples soluciones. 1d) El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver el problema. 1e) El uso de recursos digitales fomenta la generalización de fenómenos reales usando las matemáticas, yendo de lo concreto hacia lo general.

Para analizar 2) la problematización consideramos los indicadores siguientes: 2a) El uso de recursos digitales incluye problemas concebidos, ideados y formulados por el alumnado; 2b) El uso de recursos digitales promueve a que el alumnado genere nuevas y originales preguntas para ampliar la investigación del problema inicial.

Para analizar 3) las conexiones consideramos si 3a) el uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones interdisciplinarias, conexiones extra-matemáticas). 3b) El uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes campos o conceptos. 3c) Y también si el uso de recursos digitales ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático.

Para analizar 4) la dimensión de exploración y conjeturación, observamos si 4a) el uso de recursos digitales fomenta la actividad exploratoria y de experimentación del alumnado. 4b) El uso de recursos digitales estimula a los estudiantes para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas.

Para reconocer 5) la dimensión de validación y evaluación, consideramos si el uso de recursos digitales fomenta a que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado.

Para identificar 6) la dimensión emocional, buscamos evocaciones que reconozcan si 6a) el uso de recursos digitales promueve un importante compromiso generando la percepción de que las matemáticas son útiles, tanto en un contexto matemático como en la vida diaria. Asimismo, si 6b) el uso de recursos digitales promueve un importante compromiso

generando un sentimiento de placer, diversión, de reto (narrativas, características de los juegos, sentimientos de fluidez/inmersión en las actividades, etc.). Y también, si 6c) el uso de recursos digitales promueve compromiso enérgicamente generando un sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos.

Por último, consideramos que para analizar 7) la dimensión social, evidenciamos si 7a) el uso de recursos digitales estimula la colaboración, cooperación y la interacción entre el alumnado participante. Y si 7b) el uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado.

7. CONCLUSIONES RELACIONADAS AL SÉPTIMO OBEJTIVO DE INVESTIGACIÓN

El análisis realizado ha permitido constatar que los indicadores definidos a priori evalúan el potencial creativo del uso de herramientas digitales en las propuestas de enseñanza de sus TFM de manera que se caracterizan tres grupos de estudiantes futuros docentes : (1) un primer grupo con casi nula consideración de lo creativo, aunque propone tareas interesantes y adecuadas, (2) un segundo grupo en el se evidencian algunas de las dimensiones y se excluyen otras, y, por consiguiente, el resultado gráfico-cuantitativo es asimétrico en cuanto al uso de lo creativo y (3) un tercer grupo en el que se observan resultados cuya representación gráfica muestra cierto equilibrio creativo.

Observamos que existen determinados contenidos matemáticos cuyas propuestas de enseñanza en sus TFM muestran cierto equilibrio creativo y estas propuestas suelen trabajar contenidos matemáticos que se han abordado profundamente a lo largo del máster y, por lo tanto, los futuros profesores optan con más material. Por el contrario, existen otras propuestas en las que los futuros profesores no han considerado información complementaria a lo largo del máster y, en estos casos, los futuros profesores obtienen una puntuación en el uso creativo de recursos digitales muy baja.

7.1. En cuanto a «Apertura, versatilidad y generalización»

Estimular la formulación de problemas o cuestiones matemáticas abiertas es esencial para desarrollar la creatividad y la capacidad de investigación. Según Malaspina (2013) las preguntas abiertas son poco usadas en clases y evaluaciones. Las respuestas no tienen que ser exhaustivas en la clase, pero sí conducir a análisis basados en el uso de los conceptos estudiados, en

gráficas e intuiciones. La formalización puede hacerse después o iniciarla sin llegar hasta los detalles. Efectivamente, podemos constatar como en nuestro estudio también hay muy pocos futuros profesores que incluyan problemas o cuestiones matemáticas abiertas en las clases implementadas en su periodo de prácticas. Este hecho está estrechamente relacionado con que fueron pocos los futuros profesores que estimularon al alumnado a buscar múltiples soluciones. La gran mayoría de alumnos utilizó recursos digitales que con su interacción daban respuesta a una pregunta realizada con anterioridad y cuya respuesta era única.

Casi todos los futuros profesores que incluyen construcciones digitales creen que estas estimulan el pensamiento matemático. Pero hacen alusiones al respecto sin tener perspectiva de lo que implica el trabajo digital en cuanto a la construcción de conocimiento matemático. Es decir, en muchas ocasiones incluyen recursos digitales porque el análisis que realizan sobre su propia práctica les alerta de una baja nota en la idoneidad mediacional y la incluyen como una metodología más. No tienen en cuenta que lo digital puede cambiar el paradigma clásico del conocimiento basado en una buena tarea. Sólo los alumnos que han probado experiencias de generalización mediante recursos digitales reconocen que los recursos digitales son instrumentos útiles que provocan que el alumno realice experimentos, conjeturas y generalizaciones (Christou, Mousoulides, Pittalis y Pitta-Pantazi, 2005). Sobre todo, vemos como el GeoGebra es un claro aliado a la hora de profundizar en conceptos e ideas matemáticas de una manera intuitiva por el hecho de trabajar con un entorno sintético y manipulable. La finalidad de la mayoría de los futuros profesores que utilizaron este programa de geometría dinámica fue la de experimentar con las infinitas posibilidades que ofrece el simulador (escoger dos vectores cualesquiera y sumarlos o restarlos gráfica y dinámicamente, calcular el área de una determinada figura a partir de una dimensión que varía mediante un deslizador...).

La mitad de los futuros profesores promueve que el alumnado busque y use múltiples estrategias para resolver un problema mediante recursos digitales. En la mayoría de las situaciones en las que se produce este hecho es en las actividades colaborativas o cooperativas en las que se genera debate en el aula. Creemos que este debate y puesta en común es beneficioso a la hora de buscar múltiples estrategias para resolver un problema. Lopes, Vanegas y Giménez (2017) asocian el diálogo inter grupos a la posibilidad de compartir estrategias diferentes de forma que se gane en flexibilidad y esto ayude a la hora de tomar decisiones matemáticas. Según estos autores, el diálogo inter grupos fomenta el pensamiento crítico, ya que según lo que

aporta cada compañero, se debe razonar y decidir si lo que se dice es correcto o no en base a justificaciones.

7.2. En cuanto a «Problematización»

Se ha visto que la invención de problemas está fuertemente vinculada a la resolución de problemas. Por lo general, el estudiante que inventa problemas sabe cómo resolverlos, así como el que es un buen resolutor de problemas es capaz de inventarlos (Ayllón y Gómez, 2014).

Los estudios realizados en Educación Matemática por Ayllón y Gómez (2014) señalan diferentes factores positivos que la invención de problemas aporta en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas:

- El aumento del conocimiento matemático y lingüístico (Davidson y Pearce, 1988; Burçin, 2005; Whitin, 2006).
- El incremento de la motivación (Silver, 1994; Akay y Boz, 2010).
- La disminución del miedo a las matemáticas (Burçin, 2005; Song, Yim, Shin y Lee, 2007).
- El vencimiento de errores matemáticos frecuentes por parte de los escolares (Brown y Walter, 1993).
- El aumento de la creatividad (Krutetskii, 1969; Ellertoh, 1986; Silver, 1994).
- Como herramienta evaluadora para que el docente conozca mejor los conceptos adquiridos por sus alumnos (Lin, 2004; Ayllón, 2005; Sheikhzade, 2008).

A pesar de que diversos autores recogen los beneficios que aporta la tarea de inventar problemas, los futuros profesores tienen dificultades para explicitar la problematización que surge a través del uso de herramientas digitales. La mitad de los futuros profesores incluyen problemas en los que los alumnos puedan plantearse nuevas preguntas, pero más de tres cuartas partes de los futuros profesores no problematiza con herramientas digitales de forma que sea el alumno el que idee nuevos problemas.

Esto es debido a que la mayoría de las herramientas digitales que utilizan parten de situaciones matemáticas concretas y no se desarrollan diferentes formas de adquisición de significados de los objetos matemáticos.

Los pocos futuros profesores que si que incluyen problematización a partir de situaciones contextualizadas abiertas inciden en la importancia de trabajar a partir de estrategias flexibles para el alumnado. En otras investigaciones, autores como Lopes, Vanegas y Giménez (2017), concluyen que los profesores inciden en explicaciones en el proceso de resolución sin especificar la adquisición de significados de los objetos matemáticos. En nuestra investigación, también observamos como los futuros profesores o bien se centran en la adquisición de significados de los objetos matemáticos o bien en el proceso de resolución sin ahondar en el contenido matemático subyacente.

7.3. En cuanto a «Conexiones»

Tres cuartas partes de los futuros profesores inciden en cómo ciertos recursos digitales ofrecen al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes representaciones de un mismo concepto matemático. Este uso de la tecnología está en la línea con las investigaciones realizadas por Drijvers (2013) en las que expone cómo la curiosidad y motivación de los estudiantes al trabajar con tecnología dinámica puede estimular al alumnado a establecer relaciones entre múltiples representaciones de un mismo objeto matemático (por ejemplo, en el caso de las funciones, asociar un enunciado verbal a una tabla de valores, a una representación algebraica o a una representación gráfica). Tanto en nuestra investigación como en las de Drijvers (2013) observamos como en la mayoría de los casos este objeto matemático es una función pero también podemos encontrar ejemplos que involucren a otros bloques matemáticos (estadística, álgebra, geometría...).

Por otro lado, la mitad de los futuros profesores ofrece al alumnado oportunidades para establecer conexiones entre diferentes áreas de conocimiento y las matemáticas (conexiones extra-matemáticas) y entre diferentes bloques dentro de la matemática (conexiones intra-matemáticas). Es decir, el uso de recursos digitales crea conexiones entre distintos conocimientos que se poseen separadamente de forma que se relacionan contenidos matemáticos con otras disciplinas o áreas de conocimiento o con otros contenidos matemáticos presentes en el objeto matemático de estudio.

Los futuros profesores interpretan las conexiones interdisciplinares como un objetivo prioritario, en base a no dejar las matemáticas aisladas del resto de disciplinas del currículum. Las conexiones extra-matemáticas surgen de contextualizaciones explícitas en enunciados-problemas relacionados con la geografía, la historia y el arte. Pero a pesar de explicitar la importancia

de conectar con otras disciplinas diferentes a las matemáticas, no se vinculan las conexiones interdisciplinarias con la creación de propuestas originales.

7.4. En cuanto a «Exploración y conjeturación»

Prácticamente todos los futuros profesores coinciden en que los recursos digitales fomentan la actividad exploratoria y de experimentación y estimulan al alumnado para que formulen y contrasten sus conjeturas matemáticas. Al igual que Drijvers (2013), observamos como el alumnado experimenta lo digital como un desafío. Lo que no tenemos claro es si persistiría el mismo efecto en el alumnado si este tipo de actividades se incluyeran de forma sistemática en el aula.

7.5. En cuanto a «Validación y evaluación»

Prácticamente todos los futuros profesores coinciden en que los recursos digitales fomentan que el alumnado piense, reflexione, resuma y evalúe el trabajo matemático desarrollado. Pero en la mayoría de las ocasiones el proceso de resolución mediante el uso de recursos digitales no aparece explicitado. Diferentes autores afirman que si los recursos digitales afectan al aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, este hecho también debe reflejarse en la evaluación. Existen varias ventajas en cuanto a la evaluación de las matemáticas mediante recursos digitales, como por ejemplo, la rápida adaptabilidad de niveles, la mejora de las barreras espacio-temporales y su evaluación automática. Pero la evaluación digital no puede perder las ventajas de la creatividad incluida en la evaluación en lápiz y papel. Según Stacey y William (2013), la evaluación de las matemáticas debe verificar y argumentar cada uno de los pasos evaluados de forma que se incluyan como válidas respuestas correctas que difieran de las esperadas. Y en la investigación que nos ocupa, los futuros profesores no han explotado todas las oportunidades que ofrece la evaluación digital.

7.6. En cuanto a «Aspectos emocionales»

Los futuros profesores, al igual que les pasaba con la problematización, tienen dificultades para explicitar los aspectos emocionales que surgen a través del uso de herramientas digitales. Según Gómez-Chacón (2010) es necesario ahondar en las actitudes matemáticas que denotan formas de proceder matemático con herramientas informáticas. Según esta autora existen distintos constructos que deberían estar integrados en una evaluación de las actitudes hacia la matemática con tecnología: afectos

(emociones, sentimientos hacia el ordenador); cogniciones (evaluaciones, percepciones e información respecto al ordenador); voluntad de acción (intenciones de comportamiento y acciones con respecto al ordenador); comportamiento percibido (soltura o dificultad en el uso de ordenador) y percepción de la utilidad respecto a sus metas globales (el grado en el que el individuo considera que será útil en el futuro). Por lo tanto, existen diferentes elementos a evaluar en cuanto a las habilidades y actitudes hacia la matemática y las habilidades y actitudes hacia el ordenador. En nuestra investigación, hemos podido observar como los futuros profesores se limitan a aludir al sentimiento de placer estético a partir del contacto con conceptos matemáticos y tecnología.

7.7. En cuanto a «Aspectos sociales y comunicativos»

En prácticamente todas las actividades de las sesiones que el futuro profesor plantea en la unidad didáctica y en el TFM generan trabajo de discusión y de consenso y el futuro profesor gestiona la actividad de forma que distingue entre los significados y ayuda a construirlos. Pero a pesar de que el uso de recursos digitales promueve el desarrollo de las habilidades comunicativas del alumnado, observamos que este proceso comunicativo no queda reflejado mediante lo digital sino que lo digital es una excusa para generar diálogo que el futuro profesor canaliza oralmente o mediante las anotaciones que los alumnos realizan en sus porfolios.

En muchas ocasiones, el futuro profesor pretende abrir un diálogo sobre el conocimiento previo. En algunos de estos casos, los conocimientos previos de los alumnos son almacenados en recursos digitales mediante cuestionarios online (plataforma Socrative, Kahoot, etc.) que los alumnos responden en tiempo real a través de sus dispositivos. Estos recursos digitales estimulan la colaboración, la cooperación y la interacción entre el alumnado participante pero creemos necesario ir un paso más allá y utilizar los recursos digitales de forma que implique tanto a los alumnos como al profesor una estrecha colaboración, más allá de un test de respuesta única. Estas afirmaciones están en consonancia con las investigaciones de Aldon, Cusi, Morselli, Panero y Sabena (2017). Estos autores han resaltado la necesidad de potenciar un trabajo colaborativo entre alumnos y profesores cuando se trata de realizar una evaluación formativa mediante herramientas digitales.

8. LIMITACIONES DEL TRABAJO Y PERSPECTIVAS FUTURAS

En esta tesis doctoral nos hemos focalizado en la evaluación del pensamiento matemático creativo en el uso de recursos digitales y en la evaluación de la competencia digital en principalmente tres muestras de alumnos del MFPSM (curso académicos: 2013-2014, 2014-2015 y 2015-2016). La focalización del estudio en estos dos aspectos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas nos ha permitido obtener los resultados y conclusiones que se presentan en este trabajo, pero nos hubiera gustado que esta rúbrica de evaluación de la competencia digital la hubieran podido utilizar los propios alumnos del Máster para autoevaluarse antes y después del mismo. Este curso académico 2017-2018 sí que la han cumplimentado en los dos momentos del Máster mencionados anteriormente, pero nos ha sido imposible, por falta de tiempo, analizar los resultados.

También nos hubiera gustado adaptar la rúbrica de forma que esta fuera competencial y tuviera en cuenta indicadores y criterios de evaluación. De hecho, esta limitación nos la queremos tomar como una posibilidad de ampliación de este trabajo ya que tenemos suficientes datos recabados para poder analizarlos desde nuevos puntos de vista.

Consideramos que el resultado de este trabajo es un material que se podría utilizar en la evaluación de alguna de las asignaturas del MFPSM, principalmente las que trabajan la competencia digital con mayor profundidad. Es decir, esta rúbrica podría destinarse a las asignaturas que presentan y analizan recursos útiles para la enseñanza de los diversos bloques de contenidos del currículum de matemáticas de educación secundaria obligatoria dedicando una atención especial a los recursos asociados a las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) y a las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento (TAC).

Pero también somos conscientes de que la investigación parte de algunas desventajas, como por ejemplo, que en las asignaturas del Máster, debido a las limitaciones temporales, se aborden contenidos matemático-didácticos generales con el uso herramientas digitales. Este condicionante hace que el futuro profesor desconozca herramientas digitales acordes a los contenidos de sus unidad didáctica o no esté cómodo al trabajar con herramientas digitales en según qué bloques o qué contenidos del currículum y decida, en su periodo de prácticas, no utilizarlos. Por otro lado, también sucede que en los centros de prácticas, las restricciones del entorno (falta de ordenadores, conexión WiFi ineficiente, dificultad de los alumnos para usar programas didáctico-matemáticos a nivel usuario, falta de tiempo...) hace que los futuros profesores no implementen tareas en las que entren en juego las herramientas digitales trabajadas en el Máster. Estos factores hacen que los

indicios que nos muestra la herramienta refinada en cuanto a nivel de competencia digital del futuro profesor puedan no estar en consonancia con su nivel real.

9. DIFUSIÓN DE RESULTADOS

Del presente trabajo de investigación se han derivado las siguientes publicaciones en actas de congresos, revistas y capítulos de libros. Todos ellos han tenido revisión científica por pares.

También se incluye la participación en una estancia en Lima (Perú) en la Pontificia Universidad Católica del Perú a raíz de la obtención de una beca expedida por el Banco Santander.

Actas de Congresos:

Carvajal, S., Giménez, J., Font, V. y Breda, A. (2018). Rúbrica para evaluar la competencia digital en los futuros profesores de secundaria de matemáticas. *Actas de la Reunión Latinoamericana de Educación Matemática 2018 (RELME)*, Colombia.

Carvajal, S. y Font, V. (2017). Desarrollo de la competencia digital en la formación de futuros profesores a través del análisis sobre su propia práctica. *Actas del Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Carvajal, S., Font, V. y Giménez, J. (2017). Caracterización de la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria a través del análisis sobre su propia práctica. *Actas del Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*, Madrid.

Carvajal, S., Giménez, J., Font, V. y Breda, A. (2017). Creatividad, competencia digital y formación de docentes de matemáticas en secundaria. *Actas de la Reunión Latinoamericana de Educación Matemática 2017 (RELME)*, Perú.

Carvajal, S., Font, V. y Breda, A. (2016). Desarrollo de la competencia digital en la formación de futuros profesores a través del análisis sobre su propia práctica. *Actas de la Reunión Latinoamericana de Educación Matemática 2016 (RELME)*, México.

- Carvajal, S., Font, V. y Giménez, J. (2016). Caracterización de la competencia digital en la formación de profesores de matemáticas. *Actas del Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación 2016 (CIDUI)*, España.
- Carvajal, S. y Rubio, N. V. (2015). Relación entre el desarrollo de las competencias de análisis didáctico, digital y de la ciudadanía en la formación de profesores en el Perú. *Actas de la Reunión Latinoamericana de Educación Matemática 2015 (RELME)*, Panamá.
- Adán, M. y Carvajal, S. (2014). Análisis de la calidad matemática de tareas. *Actas del Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación 2014 (CIDUI)*, España.
- Carvajal, S., Font, V. y Giménez, J. (2014). Uso de las TIC en las prácticas de la formación de profesores de secundaria de matemáticas. *Actas del Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación 2014 (CIDUI)*, España.
- Font, V., Ferreres, S., Carvajal, S., Sekel, M. J., Larios, V. y Arias, F. (2013). Desarrollo de la competencia en el análisis y valoración de la idoneidad de las matemáticas enseñadas. *Actas del VIII Congreso Venezolano de Educación Matemática 2013 (COVEM)*, Venezuela.
- Font, V., Ferreres, S., Vanegas, Y.M., Rubio, N. V., Adán, M. y Carvajal, S. (2012). Desarrollo de la competencia en el análisis y valoración de la idoneidad de las matemáticas enseñadas. *Actas del Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación 2012 (CIDUI)*, España.

Artículos de revistas:

- Carvajal, S., Font, V. y Breda, A. (2017). Desarrollo de la competencia digital en la formación de futuros profesores a través del análisis sobre su propia práctica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 30, 1144-1152.
- Carvajal, S., Font, V. y Giménez, J. (2016). Caracterización de la competencia digital en la formación de profesores de matemáticas.

Actas revista del Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación 2016.

Carvajal, S. y Rubio, N. V. (2016). Relación entre el desarrollo de las competencias de análisis didáctico, digital y de la ciudadanía en la formación de profesores en el Perú. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 29, 24-32.

Carvajal, S. y Giménez, J. (2015). Uso de las TIC en las prácticas de la formación inicial de futuros profesores de secundaria de matemáticas en España. *Revista Práxis Educativa*, 11(19), 155-169.

Adán, M. y Carvajal, S. (2014). Análisis de la calidad matemática de tareas. *Actas revista del Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación 2014.*

Carvajal, S., Font, V. y Giménez, J. (2014). Uso de las TIC en las prácticas de la formación de profesores de secundaria de matemáticas. *Actas revista del Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación 2014.*

Font, V., Ferreres, S., Vanegas, Y.M., Rubio, N. V., Adán, M. y Carvajal, S. (2012). Desarrollo de la competencia en el análisis y valoración de la idoneidad de las matemáticas enseñadas. *Actas revista del Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación 2012.*

Artículos presentados a revistas con actas pendientes de publicación:

Carvajal, S., Giménez, J., Font, V. y Breda, A. (2019). Rúbrica para evaluar la competencia digital en los futuros profesores de secundaria de matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 32.

Carvajal, S., Giménez, J., Font, V. y Breda, A. (2018). Creatividad, competencia digital y formación de docentes de matemáticas en secundaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 31.

Capítulos de libros:

Font, V., Giménez, J., Vanegas, Y. M., Sala, G., Adán, M., Carvajal, S., y Ferreres, S. (2012). Un ciclo formativo para el desarrollo de la competencia en análisis didáctico. *Competencias del profesor de*

matemáticas de secundaria y bachillerato (pp. 71 – 75). (España): Publicaciones de la Universitat de Barcelona. ISBN 978-84- 475-355.

Capítulos de libros pendientes de publicación:

Carvajal, S., Giménez, J., Font, V. y Breda, A. (2018). La competencia digital en futuros profesores de matemáticas. En Fernández, C. (Ed) Red 8 Educación Matemática y Formación del Profesorado. ediciones Universidad de Salamanca: Salamanca (en prensa)

Participación en contratos de investigación con empresas:

Título del contrato: Becas Iberoamericana Jóvenes Profesores Investigadores España 2014

Entidad financiadora: BANCO SANTANDER, S.A.

Duración desde: 19/05/2014 hasta: 30/06/2015

Investigador responsable: Dra. Norma Rubio

Becaria: Silvia Carvajal

Participación en contratos de investigación con entidades públicas:

Título del proyecto/contrato: Desarrollo de la competencia en análisis didáctico en la formación de futuros profesores de matemáticas de secundaria

Tipo de contrato/Programa: REDI - Programa de Recerca en Docència Universitària REDICE (ICE-UB)

Empresa/Administración financiadora: ICEU - Institut de Ciències de l'Educació (ICE) - Universitat de Barcelona (UB)

Entidades participantes: ---

Número de proyecto/contrato: REDICE-ACCIO-13-14

Importe: 1.000,00

Duración, desde: 2013 hasta: 2013

Investigador/s responsable/s: Vicenç Font Moll

Número de investigadores participantes: 12

Palabras Clave:

Código de proyecto/contrato: 082662 **Orden:** 033

Título del proyecto/contrato: A Computational Environment to Stimulate and Enhance Creative Designs for Mathematical Creativity (M C Squared)

Tipo de contrato/Programa: 7COICT - COOPERATION. ICT. 7è Programa Marc. Information and Communication Technologies (Tecnologies de la Informació i la Comunicació).

Empresa/Administración financiadora: EUUN - Unió Europea

Entidades participantes: ---

Número de proyecto/contrato: 610467

Importe: 187.987,50

Duración, desde: 2013 hasta: 2016

Investigador/s responsable/s: Mario Barajas Frutos

Número de investigadores participantes: 4

Palabras Clave:

Código de proyecto/contrato: 082663 **Orden:** 034

Título del proyecto/contrato: Desarrollo de la competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria y de secundaria. Su impacto en otras competencias

Tipo de contrato/Programa: 0EDU - Ciencias de la Educación (EDUC)

Empresa/Administración financiadora: MCOC - Ministerio de Economía y Competitividad

Entidades participantes: ---

Número de proyecto/contrato: EDU201564646P

Importe: 24.500,00

Duración, desde: 2016 hasta: 2018

Investigador/s responsable/s: Vicenç Font Moll; Fco. Javier Diez Palomar

Número de investigadores participantes: 7

Palabras Clave: 016125 - Secundaria / 045193 - Competencia en análisis didáctico / 215330 - formación inicial profesorado / 011020 - Matemática / 026661 - Primaria

Código de proyecto/contrato: 095412 **Orden:** 042

Título del proyecto/contrato: Desarrollo y evaluación de la competencia en análisis e intervención didáctica en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Su impacto en el diseño creativo de secuencias didácticas que promuevan la creatividad matemática.

Tipo de contrato/Programa:

Empresa/Administración financiadora: Institut de Ciències de l'Educació (ICE) - Universitat de Barcelona (UB)

Entidades participantes: Universitat de Barcelona

Número de proyecto/contrato: REDICE16-1520

Importe: 2.010,75 €

Duración, desde: 30/06/2016 hasta: 02/12/2017

Investigador/s responsable/s: Vicenç Font Moll

Número de investigadores participantes: 10

Palabras Clave:

Código de proyecto/contrato: Orden:

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akay, H., y Boz, N. (2010). The effect of problem posing oriented analyses-II course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 35(1), 59-65.
- Aldon, G., Cusi, A., Morselli, F., Panero, M., y Sabena, C. (2017). Formative assessment and technology: reflections developed through the collaboration between teachers and researchers. En G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, y U. Gellert (Eds.), *Mathematics and Technology: a C.I.E.A.E.M. Sourcebook* (pp. 551-578). Basel, Suiza: Springer International Publishing
- Alsina, J., Argila, A., Aróztegui M., Arroyo, F.J., Badia, M., Carreras A., ... Vila B. (2013). Rúbricas para la evaluación de competencias. *Cuadernos de docencia universitaria*, 26.
- Arnau, D. y Puig, L. (2006). Formas de construir nombres y referirse a las cantidades en las actuaciones de alumnos de secundaria al resolver problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo. En P. Bolea, M^a. J. González, y M. Moreno. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Actas del Décimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 145-153). Huesca, España: Instituto de Estudios Altoaragoneses / Universidad de Zaragoza.
- Arnau, D. y Puig, L. (2005). Análisis de las actuaciones de los estudiantes de secundaria cuando resuelven problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Actas del Noveno Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 153-162). Córdoba, España: Universidad de Córdoba
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- Ayllón, M. F. (2005). *Invención de problemas con números naturales, enteros negativos y racionales. Tarea para profesores de educación primaria en formación. Trabajo de investigación tutelada*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Ayllón, M. F., y Gómez, I. (2014). La invención de problemas como tarea

- escolar. *Escuela abierta* 17, 29-40.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., y Mewborn, D. S. (2001). Mathematics. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching 4th Edition* (pp. 433-456). Washington, E.U.A.: American Educational Research Association.
- Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (Eds.). (2011). *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education. New ICMI Study Series*. Dordrecht, The Netherlands: Springer Netherlands.
- Bishop, A. J. (2003). *Second international handbook of mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Breda, A., Silva, J.F., y Carvalho, M.P. (2016). A formacao de professores de matemática por competências: trajetória, estudos e perspectivas do professor Vicenc Font, Universitat de Barcelona. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 5(8), 10-32.
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918.
- Breda, A., y Lima, V.M.R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT-Journal of Research in Mathematics Education*, 5(8), 10-32.
- Breda, A., Lima, V.M.R., y Font, V. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2), 1-41.
- Breda, A., Lima, V.M.R., y Pereira, M.V. (2015). Papel das TIC nos trabalhos de conclusão do mestrado profissional em matemática em rede nacional: o contexto do Rio Grande do Sul. *Práxis Educacional (Online)*, 11(19), 213-230.
- Brincones, I., Aparicio, J., y Rodríguez, M. (1991). *La Formación Inicial de Profesorado: El conocimiento de base, los métodos y su evaluación en la experiencia FIPS*. Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia y Universidad Autónoma de Madrid.
- Brown, S. I., y Walter, M. I. (1993). *Problem posing*. Hillsdale, E.U.A.: Lawrence Erlbaum Associates
- Burçin, B. (2005). *The effect of instruction with problem posing on tenth grade*

- students' probability achievement and attitudes toward probability* (tesis de máster). Middle East Technical University, Ankara, Turquía.
- Cacheiro, M. L. (2011). Recursos educativos TIC de información, colaboración y aprendizaje. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 39, 69-81.
- Camacho, M., y Gisbert, M. (2017). La innovació en la formació inicial del professorat. El desenvolupament de la competència digital docent per als mestres del futur. *Revista Catalana de Pedagogia*, 12, 85-106.
- Capraro, R.M. & Slough, S.W. (Eds). (2009). *Project-Based Learning. An Integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) Approach*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Carvajal, S., Font, V., y Giménez, J. (2017). Caracterización de la competencia digital en la formación de futuros profesores de secundaria a través del análisis sobre su propia práctica. En H. Ramos ,y S. Nieto (Eds.) *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 94-107). Madrid, España: CIBEM
- Catalunya. Generalitat de Catalunya. (2009). Decreto 89/2009 por el cual se regula la acreditación de competencias en tecnologías de la información y la comunicación (ACTIC). Barcelona: DOGC
- Catalunya. Generalitat de Catalunya. (2012). Anexo 2 del Decreto 89/2009. Barcelona: DOGC
- Chamberlin, S. A., y Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *RDM*, 19(2), 221-266.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., y Pitta-Pantazi, D. (2005). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Mathematics Enthusiast*, 2(2), 125-143.
- Churches, A. (2009). Taxonomía de Bloom para la era digital. *Eduteka*. Cali, Colombia: ICESI. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/TaxonomiaBloomDigital>
- Cobo, P., y Fortuny, J. M. (2005). El sistema tutorial AgentGeom y su contribución a la mejora de las competencias de los alumnos en la resolución de problemas de matemáticas. En A. Maz, B. Gómez, M. Torralbo (Eds.), *Noveno Simposio de la Sociedad Española de*

- Educación Matemática SEIEM* (pp. 55-70). Córdoba, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Cohen, L., y Manion, L. (2002). *Método de investigación educativa*: Madrid, España: La Muralla.
- The Design Based Collective (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Contreras, A., García, M., y Font, V. (2012). Análisis de un Proceso de Estudio sobre la Enseñanza del Límite de una Función. *Boletim de Educação Matemática*, 26(42 B), 667-690.
- da Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Boletim de Educação Matemática*, 19(25), 105-132.
- da Ponte, J. P., y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present & future* (pp. 461-494). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Davison, D. M., y Pearce, D. L. (1988). Using Writing Activities to Reinforce Mathematics Instruction. *Arithmetic teacher*, 35(8), 42-45.
- de Guzmán, M. (2007). Y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, 43, 19-58.
- de la Torre, S. (1995). *Creatividad aplicada: recursos para una formación creativa*. Madrid, España: Escuela Española.
- Drijvers, P. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment. Design research on the understanding of the concept of parameter*. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.
- Drijvers, P. (2013). Digital technology in mathematics education: why it works (or doesn't). *PNA*, 8(1), 1-20.
- Drijvers, P., Boon, P., y Reeuwijk, V. (2010). Algebra and technology. En P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown* (pp. 179-202). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., y Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234.

- Drijvers, P., Godino, J. D., Font, V., y Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 23-49.
- Eisenhardt, K. M. (1989). Building theories from case study research. *Academy of management review*, 14(4), 532-550.
- Ellerton, N. F. (1986). Children's made-up mathematics problems—a new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 261-271.
- English, L., Bartolini-Busi, M., Jones, G. A., Lesh, R., y Tirosh, D. (2008). Priority themes and issues in international research in mathematics education. En L. English y D. Krishna (Eds), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 720–749). New York, E.U.A.: Routledge.
- Escudero, J. M. (2009). La formación del profesorado de Educación Secundaria: contenidos y aprendizajes docentes. *Revista de educación*, 350, 79-103.
- España. Parlamento. (1970). Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa. Madrid: BOE
- España. Parlamento. (1990). Ley Orgánica General del Sistema Educativo. Madrid: BOE
- España. Parlamento. (2002). Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre de 2002, de Calidad de Educación. Madrid: BOE
- España. Parlamento. (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de 2006, de Educación. Madrid: BOE
- España. Parlamento. (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre de 2013, para la Mejora de la Calidad Educativa. Madrid: BOE Orden ministerial ECI/3858/2007. Madrid: BOE
- España. Ministerio de Educación. (1971). Orden de 8 de julio de 1971, sobre actividades docentes de los Institutos de Ciencias de la Educación en relación con la formación pedagógica de los universitarios. Madrid: BOE
- España. Gobierno.(2006). Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre de 2006, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Madrid:BOE
- España. Gobierno.(2008). Real Decreto 1843/2008, de 8 de noviembre de 2008,

por el que se definen las condiciones de formación para el ejercicio de la docencia en la educación secundaria obligatoria, el bachillerato, la formación profesional y las enseñanzas de régimen especial y se establecen las especialidades de los cuerpos docentes de enseñanza secundaria. Madrid:BOE

- Even, R., y Ball, D. L. (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics: The 15th ICMI study*. New York, E.U.A.: Springer.
- Farfán, R., y Ferrari, M. (2002). Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo. En C. Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 62-67). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Fauvel, J., y Maanen, J. (1997). The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 255-259.
- Ferrari, A. (2012). *Digital competence in practice: An analysis of frameworks*. Luxembourg: Publication office of the EU.
- Figueras, O. (2005). Atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación. En A. Maz, B. Gómez, y M. Torralbo (Eds.), *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 69-85). Córdoba, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Font, V. (2008). Enseñanza de las matemáticas. Tendencias y perspectivas. En C. Gaita (Ed.), *Actas del III Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 21-62). Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 26(1), 9-25.
- Font, V. (2013). La formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria en España durante el periodo 1971-2013. *Revista Binacional Brasil Argentina: Diálogo entre as Ciências – Diálogo entre las Ciencias*, 2(2), 49-62.
- Font, V., y Adán, M. (2013). Valoración de la idoneidad matemática de tareas. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 283-291). Bilbao, España: SEIEM.

- Font, V., Adán, M., Rubio, N., y Ferreres, S. (2016). La competencia en análisis didáctico. Una mirada desde el Enfoque ontosemiótico. En E. Badillo, G. A. Perafán, y A. Adúriz-Bravo (Eds.), *Conocimiento y emociones del profesorado. Contribuciones para su desarrollo e implicaciones didácticas* (pp. 239-264). Bogotá, Colombia: Aula.
- Font, V., Breda, A., y Sala, G. (2015). Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. *Praxis Educacional*, 11(19), 17-34.
- Font, V., Giménez, J., Zorrilla, J. F., y Larios, V. (2012) *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato*. Barcelona. España: Publicaciones de la Universitat de Barcelona.
- Font, V., Giménez, J., Zorrilla, J. F., Larios, V., Dehesa, N., Aubanell, A., y Benseny, A. (2012). Competencias del profesor y competencias del profesor de matemáticas. Una propuesta. En V. Font, J. Giménez, J. F. Zorrilla, y V. Larios (Eds.), *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato* (pp. 61-70). Barcelona, España: Publicaciones de la Universitat de Barcelona.
- Font, V., Godino, J. D., y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97-124.
- Font, V., Planas, N., y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Fortuny, J.M., Iranzo, N., Morera, L. (2010). Geometría y tecnología. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 69-85). Lleida, España: SEIEM.
- Fortus, D., Krajcik, J., Dershimer, R. C., Marx, R. W., y Mamlok-Naaman, R. (2005). Design-based science and real-world problem-solving. *International Journal of Science Education*, 27(7), 855-879.
- García, J. J. G. (1998). La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo. *Revista educación y pedagogía*, 10(21), 145-173.
- Giménez, J., Font, V., y Vanegas, Y. (2013). Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. En C. Margolinas (Ed) *Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22* (pp. 579-587). Oxford, Reino Unido: ESoE

- Giménez, J., Vanegas, Y., Font, V., y Ferreres, S. (2012). El papel del trabajo final de Máster en la formación del profesorado de Matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 61, 76-86.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática (Trabajos de la XIII CIAEM) Año 8*, 11, 111-132.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10(2), 7-37.
- Godino, J. D., Contreras, Á., y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y de Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque onto-semiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque onto-semiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113.
- Gómez-Chacón, I. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 28(2), 227-244.
- González, J., y Wagenaar, R. (Eds.).(2003). *Tuning Educational Structures in Europe. Informe final. Fase 1*. Bilbao, España: Universidad de Deusto.
- Goody, J. (2004). Competencias y educación: diversidad contextual. En D. S. Rychen y L. H. Salganik (Eds.), *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida* (pp. 302-325). Ciudad de México, México: Fondo de Cultura Económica.
- Grupo XV (1988). *Informe sobre las titulaciones universitarias correspondientes a la formación del profesorado*. Propuesta de nuevos títulos docentes elevada por la Comisión nº XV al Consejo de Universidades. Madrid: MEC.

- Guin, D., y Trouche, L. (1998). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195-227.
- Gutiérrez, A. (2005). *Aspectos de investigación sobre aprendizaje mediante exploración con tecnología*. En A. Maz, B. Gómez, y M. Torralbo (Eds.), *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 27-44). Córdoba, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Gutiérrez, A. (2001). *Estrategias de investigación cuando los marcos teóricos existentes no son útiles*. En *Quinto Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 83-94). Almería, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Servicio de publicaciones Universidad de Almería.
- Gutiérrez, A., y Boero, P. (Eds.). (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, Present & Future*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Hadamard, J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. New York, E.U.A.: Dover Publications
- Hanna, G. (1996). *Towards gender equity in mathematics education: An ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Springer Netherlands.
- Hernández, C., y Durán, G. (1997). *Educación, creatividad y cerebro*. Valencia, Venezuela: Universidad de Carabobo.
- Hill, H. C., Ball, D. L., y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for research in mathematics education*, 39(4), 372-400.
- Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M., y Ball, D. L. (2007). Assessing Teachers' mathematical knowledge. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 111-156). Charlotte, E.U.A.: NCTM y IAP.
- Holton, D. (Ed.). (2001). *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Hoyles, C., y Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? En A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, y F. Leung (Eds.), *Second international handbook of*

- mathematics education* (Vol. 1, pp. 323-349). Dordrech, The Netherlands: Kluwer Academic Publishing.
- Kelly, A. E. (2006). Quality criteria for design research: Evidence and Commitments. En J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, y N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 107-118). London, Reino Unido: Routledge.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., y Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington D.C, E.U.A.: The National Academy Press.
- Kolodner, J. L., Camp, P. J., Crismond, D., Fasse, B., Gray, J., Holbrook, J., Puntambekar, S., y Ryan, M. (2003). Problem-based learning meets case-based reasoning in the middle-school science classroom: Putting learning by design (tm) into practice. *The journal of the learning sciences*, 12(4), 495-547.
- Krutetskii, V. (1969). An investigation of mathematics abilities in school children. En J. Kilpatrick y I. Wirszup (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics* (Vol. 2, pp. 5-57). Chicago, E.U.A.: University of Chicago Press.
- Lagrange, J.B. (2000). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement: une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*, 43(1), 1-30.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. En R. Leikin, A. Berman, y B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129-145). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Lester, F. K. (Ed.).(2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)*. Reston, E.U.A.: IAP.
- Leung, A. (2008). Dragging in a dynamic geometry environment through the lens of variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 135-157.
- Lin, P. J. (2004). Supporting Teachers on Designing Problem-Posing Tasks as a Tool of Assessment to Understand Students' Mathematical Learning. En A. Berit, y M. Johnsen (Eds.) *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol.3 pp. 257-264). Bergen, Noruega: Bergen University College.

- Lo, J. -J., Leatham, K. R., y Van Zoest, L. R. (2014). *Research trends in Mathematics teacher Education*. Switzerland: Springer, Cham.
- Lopes, A. J., Vanegas, Y., y Giménez, J. (2017). Legitimación en una práctica matemática. Una mirada desde el enfoque ontosemiótico. En J.M. Contreras, P. Arteaga, G.R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone, y M.M. López-Martín (Eds.) *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Granada, España: Universidad de Granada
- Malaspina, U. (2013). La enseñanza de las matemáticas y el estímulo a la creatividad. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 63, 41-49.
- Mammana, C., y Villani, V. (1998). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: an ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Marín, R. (2000). Definición de la creatividad. En R. Marín y S. de la Torre (Eds), *Manual de la Creatividad* (pp. 95-99). Barcelona, España: Vicens Vives.
- Meissner, H. (2000). Creativity in Mathematics Education. In Proceedings of the International Conference “Creativity and Mathematics Education”. University of Muenster. Germany.
- Mishra, P., y Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers college record*, 108(6), 1017-1054.
- Montiel, G. (2013). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica* (tesis doctoral). Instituto politécnico nacional, Centro de investigación en ciencia aplicada y tecnología avanzada, Ciudad de México, México.
- Morera, L., y Fortuny, J. M. (2010). Momentos clave en el aprendizaje de isometrías. En M. Moreno, J. Carrillo, A. Estrada (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 435-450). Lleida, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Müller, I. (2000). Tendências atuais de Educação Matemática. . *UNOPAR Ciênc. Hum. Educ*, 1(1), 133-144.
- Muñoz, J. (1994). *El pensamiento creativo: desarrollo del programa Xénius*. Barcelona, España: Octaedro.
- Murillo, J. (1999). *Un entorno de aprendizaje para la enseñanza de la geometría en la ESO: actividades con Cabri*. En T. Ortega (Ed.), *Actas del III SEIEM*

- (pp. 25-51). Valladolid, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Murillo, J., y Marcos, G. (2005). *Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo*. En A. Maz, B. Gómez, y M. Torralbo (Eds.), *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 215-226). Córdoba, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- National Council of Teachers of Mathematics, y Grey, M. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, E.U.A.: NCTM
- National Research Council (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington DC, E.U.A.: The National Academies Press.
- Niess, M. L., Ronau, R. N., Shafer, K. G., Driskell, S. O., Harper, S. R., Johnston, C., . . . Kersaint, G. (2009). Mathematics teacher TPACK standards and development model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 4-24. Disponible en <http://www.citejournal.org/vol9/iss1/mathematics/article1.cfm>
- Nieveen, N. (1999). Prototyping to Reach Product Quality. En J. Van Den Akker, R. Branch, K. Gustafson, N. Nieveen, y T. Plomp (Eds.), *Design approaches and tools in education and training* (pp. 125-135). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Papadopoulos, I., Barquero, B., Richter, A., Daskolia, M., Barajas, M., y Kynigos, C. (2015). Representations of creative mathematical thinking in collaborative designs of c-book units. En K. Krainer, y N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp.2381-2387). Prague, República Checa: Charles University Prague, Faculty of Education y ERME
- Pino-Fan, L. R., Assis, A., y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' Didactic-Mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456.
- Pino-Fan, L. R., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., y Font, V. (2016). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(1), 63-94.

- Plomp, T. (2013). Educational design research: an introduction. En T. Plomp y N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 9-36). Enschede, The Netherlands: SLO.
- Poblete, A., y Díaz, V. (2003). Competencias profesionales del profesor de matemáticas. *Números*, 53, 3-13.
- Pochulu, M., y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 14(3), 361-394.
- Pochulu, M., Font, V., y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 19(1), 71-98.
- Poincaré, H. (1908). *Science et méthode*. París, Francia: Flammarion.
- Polo, M. (2017). The professional development of mathematics teachers: Generality and specificity. En G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, y U. Gellert (Eds.), *Mathematics and Technology. Advances in Mathematics Education* (pp. 495-521). Basel, Suiza: Springer International Publishing.
- Rabardel, P. (2002). *People and technology: a cognitive approach to contemporary instruments*. Paris, Francia: Université Paris VIII
- Ramos, A. B., y Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 233-265.
- Recio, A. M. (2005). *Replica a la ponencia "Atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación"*. En A. Maz, B. Gómez, y M. Torralbo (Eds.), *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 17-26). Córdoba, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Richter, A., Barquero, B., Font, V., y Barajas, M. (2014). ¿Cómo promover la creatividad matemática? El papel de las comunidades de interés y del diseño de c-unidades. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 731-738.
- Rychen D.S., y Salganik L.H.(Eds.) (2003). *Key competencies for a successful life and well-functioning society (Traducción al Español: Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida, 1.ª ed. en español, 2006)*. Cambridge, E.U.A.: Hogrefe & Huber Publishers

- Rodríguez, G. (2009). Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-Géomètre II en el aprendizaje de la simetría en Secundaria. En M.J. González, M.T. González, y J. Murillo (Eds.), *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 463-472). Santander, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM
- Romero-Ariza, M. (2014). Uniendo investigación, política y práctica educativas: DBR, desafíos y oportunidades. *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 7(14), 159.
- Rowland, T., Huckstep, P., y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos* (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona, Barcelona, España.
- Sala, G. (2016). *Competència d'Indagació matemàtica en contextos històrics a Primària i Secundària* (tesis doctoral). Universitat de Barcelona, Barcelona, España.
- Sala, G., Font, V., Barquero, B., y Giménez, J. (2017). Contribución del EOS en la construcción de una herramienta de evaluación del pensamiento matemático creativo. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Salganik L.H., Rychen D.S., Moser U., y Konstant J. W. (1999). *Projects on competencies in the OECD context: Analysis of the theoretical and conceptual foundations (Traducción al español: Proyectos sobre competencias en el contexto de la OECD: Análisis de las fundaciones teóricas y conceptuales, 1.ª ed. en español, 2000)*. Neuchâtel, Switzerland: Swiss Federal Statistical Office.
- Schoenfeld, A. H., y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. *International handbook of mathematics teacher education*, 2, 321-354.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: how professionals think in action*. New York, E.U.A.: Routledge
- Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática* (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona, Barcelona, España.

- Seckel, M. J., y Font, V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Praxis Educativa*, 11(19), 55-75.
- Sequera, E. C. (2007). *Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la educación primaria* (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona, Barcelona, España.
- Sequera, E. C., Gimenez, J., y Servat, J. (2005). Detecting Traits Of Creativity Potential In Mathematics Tasks With Prospective Primary Teachers. En *ICMI-EARCOME 3: The third East Asia Conference on Mathematics Education proceedings*. Shangai, China: East China Normal University.
- Sheikhzade, M. (2008). Promoting skills of problem-posing and problem-solving in making a creative social studies classroom. En *4th Global Conference*, Mansfield College, Oxford, Reino Unido, 17-19 de Septiembre de 2008.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silverman, J., y Thompson, P. W. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(6), 499-511.
- Song, S., Yim, J., Shin, E., y Lee, H. (2007). Posing problems with use the ‘what if not?’ strategy in NIM game. En Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S., y Seo, D. Y. (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 193-200) Seoul, Corea del Sur: PME
- Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 157-224). Charlotte, E.U.A.: NCTM y IAP.
- Stacey, K., Chick, H., y Kendal, M. (2004). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Springer Netherlands.
- Stacey, K., y William, D. (2013). Technology and Assessment in Mathematics. En M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick y A. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 721–751). New York, E.U.A.: Springer.
- Stahnke, R., Schueler, S., y Roesken-Winter, B. (2016). Teachers’ perception,

interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM*, 48(1-2), 1-27.

Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

Sternberg, R. J., y Lubart, T. I. (1999). The concept of creativity: Prospects and paradigms. En R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (Vol. 1, pp. 3-15). Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.

Sullivan, P., y Wood, T. (2008). *The Handbook of Mathematics Teacher Education: Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development (Vol. 1)*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

The Design-Based Research Collective. (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.

Trouche, L. (2000). La parabole du gaucher et de la casserole à bec verseur: étude des processus d'apprentissage dans un environnement de calculatrices symboliques. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 239-264.

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for mathematical learning*, 9(3), 281.

Trouche, L., y Drijvers, P. (2010). Handheld technology for mathematics education: flashback into the future. *ZDM*, 42(7), 667-681.

UNESCO (2008). Estándares de competencias en TIC para docentes. Disponible en <http://www.oei.es/tic/UNESCOEstandaresDocentes.pdf>

Unión Europea. INTEF Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado.(2013). Marco Común de Competencia Digital Docente.

Unión Europea. INTEF Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado.(2017). Marco Común de Competencia Digital Docente v 2.0.

Unión Europea. Parlamento Europeo y Consejo. (2006) Recomendación 2006/962/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente. Madrid: DOUE.

Vanegas, Y.M. (2013). *Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en*

- matemáticas* (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona, Barcelona, España.
- Van den Akker, J. (1999). Principles and methods of development research. En J. Van den Akker, R. M. Branch, K. Gustafson, N. Nieveen, y T. Plomp (Eds.), *Design approaches and tools in education and training* (pp 1-14). Boston, E.U.A.: Kluwer.
- Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. *Actes de la 8ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp.174-185). Clermont-Ferrand, Francia: IREM de Clermont Ferrand
- Verillon, P., y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European journal of psychology of education*, 10(1), 77.
- Viñao, A. (2013). Modelos de formación inicial de profesorado de educación secundaria en España (siglos XIX-XXI). *Revista Española de Educación Comparada*, 22, 19-37.
- Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. En D. S. Rychen, y L. H. Salganik (Eds.), *Definition and selection key competencies* (pp. 45-65). Gottingen, Alemania: Hogrefe & Huber.
- Whitin, D. (2006). Learning to Solve Problems in Primary Grades. *Teaching children mathematics*, 13(1), 14-18.
- Wilson, P. S., Cooney, T. J., y Stinson, D. W. (2005). What constitutes good mathematics teaching and how it develops: Nine high school teachers' perspectives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(2), 83-111.