



**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional**

**Unidad Distrito Federal
Departamento de Matemática Educativa**

**VALORACIÓN DE VIDEOTUTORIALES DE MATEMÁTICAS
DISPONIBLES EN INTERNET. NUEVOS INSTRUMENTOS PARA EL
ANÁLISIS DE LOS PROCESOS EDUCATIVOS**

Tesis doctoral que presenta
Jorge Alonso Santos Mellado
para obtener el grado de
Doctor en Ciencias
en la especialidad de
Matemática Educativa

Directores de tesis:
Dra. Claudia Margarita Acuña Soto
Dr. Vicente Liern Carrión

México, Ciudad de México

febrero de 2018

Índice

| | |
|---|----|
| RESUMEN | 7 |
| INTRODUCCIÓN | 8 |
| 1. ANTECEDENTES | 15 |
| 1.1. Las condiciones de la producción de VEM | 16 |
| 1.2. Los consumidores de VEM y sus características | 20 |
| 1.3. Escuesta aplicada a estudiantes de licenciatura y bachillerato | 23 |
| 1.3.1. Conclusiones de la encuesta | 26 |
| 2. MARCO CONCEPTUAL | 29 |
| 2.1. El Enfoque Ontosemiótico y las Idoneidades Didácticas | 29 |
| 2.2. Consideraciones para la adaptación de las Idoneidades Didácticas del EOS | 32 |
| 2.3. La idea de incetidumbre e imprecisión | 34 |
| 2.4. La Lógica Difusa | 36 |
| 2.5.1. Conjuntos Difusos | 37 |
| 2.5.2. Operaciones con conjuntos difusos | 41 |
| 2.5.3. Distancias y Lógica Difusa | 42 |
| 2.5.4. Ordenación y Lógica Difusa | 44 |
| 2.5. Uso de la Lógica Difusa en el ámbito de la educación | 46 |
| 2.6. Toma de Decisiones Multicriterio: Método TOPSIS | 47 |
| 2.6.1. Método TOPSIS estándar | 50 |
| 2.6.2. Método TOPSIS con intervalos | 51 |
| 3. METODOLOGÍA | 57 |
| 3.1. Esquema general de la metodología | 57 |
| 3.2. Funcionamiento de la metodología con datos consensuados | 59 |
| 3.3. Funcionamiento de la metodología con datos sin consenso | 63 |
| 3.4. Modificaciones en los datos y los parámetros | 66 |

| | |
|---|------------|
| 4. MODELOS DE VALORACIÓN DE LOS VIDEOS EDUCATIVOS DE MATEMÁTICAS | 71 |
| 4.1. Experimento 1: Valoraciones obtenidas con diferentes tipos de datos | 71 |
| 4.1.1. Valoraciones con números reales consensuados entre varios expertos | 72 |
| 4.1.2. Valoraciones con intervalos y consenso entre varios expertos | 73 |
| 4.1.3. Valoraciones con intervalos de varios expertos sin consenso | 75 |
| 4.1.4. Comparación entre las distintas valoraciones realizadas en el Experimento 1 | 76 |
| 4.2. Experimento 2: Valoraciones con distintas ponderaciones | 78 |
| 4.2.1. Aplicación del método a los diferentes escenarios del Experimento 2 | 79 |
| 4.2.2. Comparación entre las distintas valoraciones realizadas en el Experimento | 81 |
| 5. CONCLUSIONES Y RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN | 85 |
| 5.1. Conclusiones | 85 |
| 5.2. Respuestas a las preguntas de investigación | 86 |
| ANEXO 1. ENCUESTA APLICADA Y DATOS RECABADOS | 91 |
| ANEXO 2. INDICADORES PROPUESTOS EN EL EOS | 104 |
| ANEXO 3. DATOS DEL EXPERIMENTO 1 | 107 |
| A.3.1. Valoraciones numéricas | 107 |
| A.3.2. Aplicación de TOPSIS en el Experimento 1 (con valoraciones numéricas) | 109 |
| A.3.3. Valoraciones con intervalos | 110 |
| A.3.4. Matrices de decisión con intervalos para el Experimento 1 | 114 |
| ANEXO 4: DATOS DEL EXPERIMENTO 2 | 115 |
| A.3.1. Valoraciones numéricas | 115 |
| A.3.2. Valoraciones con intervalos | 115 |
| REFERENCIAS | 119 |

Resumen

Resumen

Este trabajo proponemos un modelo de valoración para los videos educativos de matemáticas (VEM) disponibles en Internet con el objetivo de contribuir a su consumo informado. Iniciamos analizando las condiciones de producción de los videos, así como las necesidades de la comunidad de interés, conformada por los estudiantes de licenciatura y bachillerato. Presentamos el modelo en el marco conceptual en el que se conjugan un componente didáctico que tiene origen en las Idoneidades Didácticas del EOS, y un componente matemático que hace uso de la Lógica Fuzzy o Difusa que transforma las opiniones de los evaluadores, de naturaleza incierta, en datos ciertos que luego pueden ser tratados mediante la metodología Multicriterio que nos permite ordenar los videos con base en las consideraciones que se hayan hecho de antemano.

Discutimos la metodología general del modelo y consideramos: 1. La naturaleza de los datos a través de los distintos tratamientos y variaciones; 2. La flexibilidad del modelo con base en el consenso y cambio en la ponderación además de mencionar algunos escenarios posibles. Encontramos que el modelo es flexible, fiable y muy sensible para ser usado en la valoración de videos de enseñanza de Matemáticas disponibles en Internet.

Introducción

El presente trabajo de investigación está relacionado con el actual uso de videos educativos de matemáticas (VEM) disponibles en Internet que hacen los estudiantes como parte de su proceso de aprendizaje. En ese sentido, nuestra investigación está inserta en un contexto en el cual ellos recurren a videos educativos, lo cual genera diversas implicaciones que es deseable atender desde la investigación en Matemática Educativa.

Partimos, en este trabajo, de que el acceso y uso de Internet cada vez se extiende y populariza más a nivel global y tiene implicaciones en múltiples ámbitos de la sociedad. Mostramos que son los jóvenes quienes principalmente utilizan Internet y sus recursos, por ejemplo, las plataformas de almacenamiento, distribución y visualización de videos que hoy en día existen. Aunado a esto, los dispositivos móviles, al igual que el Internet, se han popularizado en tiempos recientes y posibilita que los estudiantes puedan consultar videos educativos prácticamente en cualquier momento y lugar.

En este contexto, nuestra investigación aborda como un factor decisivo que, en años recientes, haya crecido el número de estudiantes que recurren a videos y, consecuentemente, haya aumentado el número de videos educativos que se encuentran disponibles en la Red. Actualmente los estudiantes tienen acceso a una cantidad prácticamente ilimitada de videos educativos, sin embargo, no existe una regulación comúnmente aceptada para la calidad de tales recursos. Esto hace que no se cuente con mecanismos que permitan orientar a los consumidores de videos sobre la calidad de los mismos. Así como se puede acceder a un video adecuado educativamente hablando, se puede acceder a uno que no lo sea. Ante tal situación es conveniente contar con métodos para determinar la calidad educativa de los videos, con lo cual se estaría condiciones, por ejemplo, de recomendar a los estudiantes, aquellos que cumplan con ciertos estándares de calidad.

Por lo anterior, consideramos que es útil contar con métodos que nos permitan valorar los VEM desde una perspectiva integral que tome en cuenta tanto aspectos matemáticos como didácticos, con la finalidad de poder determinar si un video cumple con los requerimientos mínimos que lo hagan un recurso adecuado para la educación matemática de los estudiantes. Este tipo de métodos, también podrán ser empleados por profesores para seleccionar VEM adecuados para sus estudiantes y para sus cursos.

Es por esto que el objetivo fundamental de la presente investigación es proponer un modelo que permita valorar los VEM disponibles en Internet. Tres componentes esenciales en el diseño del modelo que propondremos son que: 1) Tomamos en cuenta la noción de Idoneidad Didáctica establecida en el Enfoque Ontosemiótico (EOS), 2) Para considerar la evaluación mediante una opinión de las comunidades de interés usamos la Lógica Difusa y 3) Luego de la valoración de éstas comunidades, estaremos haciendo uso de los Métodos Milticriterio que nos permiten ordenar los datos obtenidos de manera que podremos tomar decisiones a partir de ellos. Por lo anterior el objeto de estudio son

aplicaciones del presente modelo a través de experimentos llevados a cabo bajo distintas consideraciones de consenso o de pesos en las ponderaciones de las idoneidades didácticas. Esto nos ha permitido ver la pertinencia de modelo, así como la sensibilidad de este bajo diversas las condiciones establecidas de antemano para valorar VEM dependiendo de distintas condiciones con la idea de establecer su funcionamiento, eficiencia y utilidad.

Con respecto a la organización del presente trabajo, comentamos que en el capítulo correspondiente a los antecedentes, argumentamos el contexto ya descrito con la finalidad de mostrar que existe una problemática educativa que es necesario abordar. En especial presentamos el análisis y resultados de una encuesta realizada con estudiantes de España y México sobre el Uso, Utilidad y Preferencias que ellos consideran con respecto a los videos educativos de matemáticas disponibles en Internet.

El análisis de los datos nos permitió contextualizar y establecer algunas conclusiones sobre el papel que en la actualidad están teniendo los VEM en el aprendizaje de los estudiantes. Algunos de esos resultados son: (1) El alumno aprecia, en primer lugar, la explicación y los ejemplos de los videos y, en menor medida, la claridad y el orden. (2) El uso del VEM por parte de los estudiantes es mayoritariamente un acto personal, actualmente desvinculado del salón de clases y del profesor. (3) El alumno es capaz de establecer por cuenta propia si un video cuenta con una adecuada calidad técnica y no así con respecto a la calidad matemática o didáctica.

En el segundo capítulo proponemos el Marco Referencial, allí presentamos las consideraciones teóricas que estructuran y articulan nuestros modelos de valoración de VEM. Tres son las fuentes usadas en este trabajo 1. las Idoneidades didácticas del EOS, 2. por otro lado la Lógica Difusa y 3. el Método Multicriterio TOPSIS.

En lo que respecta al Enfoque Ontosemiótico en el ámbito de la Matemática Educativa, hacemos especial énfasis en la noción de Idoneidad Didáctica como constructo que permite valorar los procesos de instrucción matemática de una clase presencial, discutimos cómo también en nuestro caso ésta puede ser útil para la valoración de los VEM y damos paso a una adaptación que nos permita reproducir la esencia general de la idoneidad, al mismo tiempo que dar a los evaluadores una referencia que les permita enfocar la atención en un aspecto matemático o didáctico específico.

En el caso de la Lógica Difusa mostramos aspectos de su funcionamiento matemático, luego de lo cual discutimos la naturaleza de los datos modelo de valoración de manera general especificando la de los que estaremos trabajando en este trabajo. Proponemos un esquema general que da cuenta del proceso llevado a cabo con los datos, en particular proponemos el caso en el que hay un consenso entre los evaluadores y cuando no lo hay, finalmente hacemos mención de las posibles modificaciones de ponderación en el modelo usado.

Una vez obtenidos los valores con base en los recursos matemáticos de la Lógica, es necesario procesarlos para ordenarlos y tomar decisiones lo que será llevado a cabo con el Método Multicriterio TOPSIS del que proponemos un esquema de siete pasos en dos modalidades una llamado estandar y otro para el caso de valoraciones hechas con intervalos, en cada caso se puede ordenar los videos para decidir cuales son aquellos mejor puntuados dependiendo de las consideraciones iniciales.

El capítulo tres hace referencia a la Metodología del Modelo, discutimos la naturaleza de los datos inciertos, así como de los llamados ciertos y las características de la incertidumbre que se presenta en fenómenos de opinión que es a los que se refiere este trabajo. El tratamiento general de la opinión que puede ser valorada es mostrada a través de esquemas en donde situamos el presente trabajo dentro del estudio de la incertidumbre. Luego mencionamos la importancia de trabajar con números o intervalos, así como con valoraciones consensuadas o no, lo que establece características particulares de este tipo de valoración, así como de ventajas de uno u otro acercamiento. Finalmente reflexionamos brevemente acerca de la forma cómo, modificando los pesos, las funciones distancia, etc., la metodología que proponemos, se puede adaptar fácilmente a las necesidades de los procesos educativos concretos.

En el capítulo cuatro para mostrar la dimensión de las posibilidades de valoración distintas del modelo propuesto hemos llevado a cabo dos experimentos con valoraciones de dos grupos de expertos. En el primero de ellos se analiza el efecto del consenso lo que amplía el universo de aplicación del modelo y que es resuelto con el uso de números o con intervalos. En el segundo caso hemos propuesto variaciones sobre los pesos asignados a las Idoneidades, lo cual incluye distintas posibles necesidades de quienes quisieran valorar el impacto de cada idoneidad ampliando nuevamente el universo de aplicación en otro contexto, de hecho se incluyen casos en los que alguna de estas tienen asignando un peso cero.

En el capítulo dedicado a las conclusiones establecemos que la noción de Idoneidad Didáctica nos permitió la ponderación de indicadores que dotan de flexibilidad al modelo de valoración. Por otro lado, hemos adoptado el tratamiento de la incertidumbre y con ello las técnicas propias de la Lógica Difusa que han logrado modelar la opinión de quienes valoran videos y que se ajustan a las necesidades e intereses de los evaluadores.

Los experimentos realizados muestran la riqueza y sensibilidad del modelo en las distintas aproximaciones, lo que nos permite tomar decisiones sobre los videos mejor puntuados, dependiendo de las consideraciones iniciales, con el objeto establecer aquellos que pueden apoyar, de mejor manera, las clases de matemáticas.

Las investigaciones a futuro pueden plantearse en varias direcciones una de ellas incluye la valoración de otros productos de la educación, lo que plantearía posiblemente una ampliación o cambio de las idoneidades en dependencia del objeto valorado, tal es el caso de libros de matemáticas, capítulos de libros, clases presenciales, entre otros.

A continuación proponemos nuestras hipótesis de trabajo, las de investigación, así como las preguntas de investigación que respondemos al final de este texto:

HIPÓTESIS: Los estudiantes usan los videos con fines educativos y su valoración es una necesidad que debe ser atendida por profesores e instituciones educativas.

HIPÓTESIS: Actualmente los videos tutoriales de matemáticas están impactando el aprendizaje, independientemente de su valoración general, al mismo tiempo que se perfilan como un buen apoyo para el aprendizaje

Así como nuestra hipótesis de investigación:

HIPÓTESIS: las idoneidades parciales que configuran la idoneidad didáctica pueden ser utilizadas como una base de modelos de valoración de productos educativos

En seguida planteamos nuestras preguntas de investigación:

1. ¿Cuáles son las ventajas de valorar VEM con apoyo en la Lógica Fuzzy a diferencia del uso de recursos como la probabilidad o la estadística?
2. ¿De qué manera la sensibilidad del Modelo a los cambios en consenso y ponderación es benéfica para la valoración de VEM?
3. ¿Qué papel juega la opinión de los evaluadores a la valoración de VEM con este modelo?

En seguida pasaremos establecer los antecedentes de este trabajo mediante tres temas centrales: 1. El desarrollo de las condiciones de producción de videos, 2. Las características de los consumidores y 3. Los resultados de una encuesta llevada a cabo con estudiantes en México y España sobre su consumo de videos, la trascendencia de éstos en clase, las fuentes de las sugerencias, así como de sus necesidades instruccionales básicas.

Capítulo 1

Antecedentes

1. Antecedentes

La disponibilidad masiva de los videos a través de internet ha hecho de éste un instrumento barato y portable, de manera que es posible el acceso a este producto en cualquier momento a través de a una computadora, tablet e incluso un teléfono celular. Esto ha hecho que su consumo, además de popular, sea casi inmediato y global, lo que incide en la clase de matemáticas de casi cualquier lugar del mundo. Sin duda, esta circunstancia resulta relevante para aquellos que estamos interesados en mejorar las condiciones de la enseñanza de la matemática.

En el contexto de la sociedad actual, la comunicación de los contenidos de enseñanza no se restringen al ámbito escolar, ya que actualmente se cuenta con recursos disponibles con una sencilla elaboración y posibilidades de circulación inmediata que están a la disposición de cualquiera. Las grandes plataformas como Youtube son el vehículo de difusión de este tipo de productos. El consumo contabilizado por esta plataforma habla de cantidades que hasta hace poco eran inimaginable, sus estadísticas que dan idea de la magnitud de este fenómeno¹.

Los videos o los instrumentos de comunicación que han sido puestos en línea, también han avanzado en la dirección de estructurar formas de instrucción específica usando este tipo de recursos, ya sea de forma diferida o personalizada, en los que se ha planificado la forma cómo los videos apoyarán la educación comunicando, organizando o analizando la enseñanza Kößler y Nitzschner (2015). Igualmente los encontramos usados para llevar registros de procesos de enseñanza en donde la posibilidad de manipularlos puede ser una ventaja para quienes observan detenidamente los procesos con la intención de detectar normas de trabajo, por ejemplo de enseñanza Herbst y Chazan (2011), o la visualización de procesos de la enseñanza como en el trabajo de Badillo, Figueiras, Font y Martínez (2013).

En el caso de los VEM, dominan aquellos que no son parte de un plan general de educación, incluso los que son visitados por muchos estudiantes, esto no los imposibilita para hacer una aportación a la educación general. La proliferación de producciones se debe a la facilidad para “colgar” o insertar un video y a la posibilidad de contar con recursos simples para elaborar videos con mucha facilidad. Generalmente tienen una duración que les permite abordar un tema o problema puntual y casi independiente de cualquier otro video; sin embargo, otros sí responden a proyectos amplios y están hilvanados entre ellos. Esto sucede casi siempre cuando los productores son más estables y son los que vamos a encontrar en las llamadas plataformas.

Por otro lado, los videos educativos de matemáticas (VEM) son ampliamente solicitados por los estudiantes que pretenden resolver alguna problemática educativa. Desde nuestro punto de vista, es importante atender este fenómeno y particularmente valorar a los VEM de manera que su uso trascienda positivamente.

¹ <http://www.uq.edu.au/teach/video-teach-learn/ped-benefits.html>.

En el caso que nos ocupa, podemos observar el consumo de videos de contenido educativo a través del número de visitas que pueden ser de unos cientos a unos millones, lo que nos permite ver la dimensión de la actividad que se desarrolla en torno a estos productos, al mismo tiempo que la necesidad de opinar al respecto.

En el siguiente apartado queremos enfatizar algunas de las características de la producción de videos ligados a la enseñanza actual de la matemática, lo que nos lleva a establecer: 1) Las condiciones de la producción de VEM; 2) Las características de los consumidores de VEM y 3) Las necesidades de los usuarios, lo que reportaremos, como antes mencionamos, con base en una exploración de opinión entre estudiantes mexicanos y españoles.

1.1. Las condiciones de la producción de VEM

Los videos de educación matemática disponibles en internet van desde el video casero puesto en circulación, hasta lo que podríamos llamar videos de autor, pasando por los elaborados por profesores para sus estudiantes, dentro de un curso específico y que luego son también incorporados a alguna plataforma.

La búsqueda de VEM inicia al declarar un tema o palabra en el buscador, lo que desencadena un mar de opciones en donde los canales con más visitas serán, probablemente, los que aparezcan primero como sugerencias de la plataforma. Este hecho establece una dinámica circular: si los videos con determinadas palabras clave han sido visitados frecuentemente, éstos son los más propensos a seguir siendo visitados, debido a que el número de visitas es uno de los criterios que los buscadores usan para presentar los resultados de la búsqueda. Tenemos entonces que algunos videos son masivamente consumidos y se perpetúan como la opción tanto por su contenido como por su aproximación didáctica.

Por otro lado, los videos que no cuentan con el respaldo de un gran número de visitas, tienen menos oportunidades de trascender independientemente de su calidad matemática y didáctica. Valorar los videos con base en lo adecuado del tratamiento matemático y didáctico permitiría establecer un mejor equilibrio respecto a otros videos, en el cual se enfatizan el tratamiento de sus contenidos y no sólo el número de visitas logradas.

Consideramos que el número de visitas podría ser un tipo de indicador sobre la popularidad de video, pero esto no es suficiente para afirmar la calidad de su contenido, como lo observan Sian, Osop, Hoe-Lian y Kelni, (2017). Este es otro de los motivos para valorarlos a partir de criterios que fijen la mirada en el tratamiento de los aspectos matemáticos y didácticos.

Los instrumentos de valoración que actualmente se utilizan para las producciones alojadas en Internet son, además del número de visitas y de suscriptores, las llevadas a cabo por comunidades de interés, las cuales también van adquiriendo presencia. Un

ejemplo de esto lo constituye la página Educación 3.0², quienes sugieren una lista de los mejores 30 canales educativos en Youtube en español. En esta página podemos observar que el número de visitas y seguidores no es la razón para establecer la lista, sino la conveniencia educativa que éstos aportan. A continuación destacamos los relacionados con la enseñanza de la matemática, así como una breve descripción de su oferta.

El segundo canal comentado en la lista es el llamado Math2me³ que sirve: “Para ayudar con los problemas de matemáticas relacionados con aritmética o cálculo, entre otros. Sus vídeos son clases de unos 7 minutos de duración que explican los temas de forma y sencilla. También proporcionan trucos, chistes o retos” (Educación 3.0, 2017).

Educatina⁴ que aparece en 8º lugar y se caracteriza por abordar: “Análisis Matemático, Aritmética, Lengua, Antropología, Biología... Todas estas materias están representadas en este canal. También se puede acceder a todos los vídeos desde su web, desde donde ordenan los más de 3,000 videos por materias e incluye un buscador y un conjunto de actividades de repaso” (Educación 3.0, 2017).

En el sitio 12º, Lasmatemáticas.es⁵: “Creado por el profesor Juan Medina, profesor de Matemáticas en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de la Universidad Politécnica de Cartagena. Es un canal pionero en este ámbito y ofrece prácticamente todos los contenidos de Secundaria, Bachillerato y primer curso universitario de las carreras técnicas para estudiantes de cualquier lugar del mundo que anden rezagados con esta materia. El canal cuenta con cerca de 88,000 suscriptores” (Educación 3.0, 2017).

En el 13º encontramos a Unicoos⁶: “El canal de David Calle trata de ayudar a aprobar o superar el miedo a las Matemáticas, la Física y la Química con vídeos dirigidos a estudiantes de Secundaria y Bachillerato y ordenados por estas tres asignaturas, cursos y temas. Sus videos están más enfocados a la práctica que a la teoría y recibe muchas dudas y preguntas que contesta puntualmente, lo que le ha permitido darse a conocer gracias al boca a boca de estudiantes, o sus padres, satisfechos con el resultado. Su canal cuenta con más de 256,000 suscriptores” (Educación 3.0, 2017).

Los buscadores de videos de matemáticas útiles para resolver problemas específicos en latinoamerica buscan masivamente a Julioprofe⁷, quien atiende la resolución de problemas concretos de matemáticas, química y física de manera organizada, sin omisiones y con gran claridad. El autor está inclinado al uso de reglas mnemotécnicas, lo que le ha valido la preferencia de los estudiantes latinoamericanos.

² <http://www.educacionrespuntocero.com/recursos/canales-videos-educativos-en-youtube/17025.html>

³ <https://www.youtube.com/user/asesoriasdematecom>

⁴ <https://www.youtube.com/user/educatina/featured>

⁵ <https://www.youtube.com/user/juanmemol>

⁶ <https://www.youtube.com/user/davidcpv>

⁷ <https://www.youtube.com/user/julioprofenet>

Las producciones de estas páginas, en gran medida, deben su popularidad a distintos atributos que podrían ser adecuados para algunos estudiantes, o para otros, dependiendo de sus estilos de trabajo y hasta de la afinidad con la personalidad del expositor o la lengua. Un trabajo de organización valorada sobre estos rubros también sería un servicio para quienes consumen los VEM o para quienes los usan para ampliar, reforzar o profundizar la matemática escolar.

Además de valoraciones como la anteriores, actualmente se llevan a cabo iniciativas por investigar las diferentes habilidades promovidas por algunos autores de videos, las cuales están respaldadas por sus producciones, independientemente de su contenido matemático o tratamiento didáctico. En este sentido, en Acuña y Liern (en prensa), se indican las diferencias en el tipo de aprendizaje promovido por dos reconocidos productores de videos de habla hispana cuando abordan los mismos contenidos: David Calle (del canal Unicoos) y Julio Rios (del canal JulioProfeNet).

El adecuado uso de recursos en la producción de un video es importante para su adecuada recepción por parte de los estudiantes. En especial, la claridad en la comunicación oral y una escritura legible por parte del expositor del video, son elementos accesibles con un mínimo de recursos tecnológicos. Por otra parte, la sofisticación de los recursos tecnológicos utilizados en la producción de un video, no es la principal razón para su aceptación por parte de los estudiantes. Incluso los videos diseñados con los recursos más elementales pueden tener gran éxito. Por ejemplo, David Calle -candidato al Global Teacher Prize 2017 como uno de los mejores profesores del mundo- usa un pizarrón, un marcador, un borrador y escribe a mano con mala letra. Parece claro que los motivos para considerarlo candidato al mencionado premio son otros, como lo corrobora la opinión de un grupo de expertos en el tema y la gran cantidad de estudiantes que lo siguen puntualmente.

Aunque el ser reconocido como un buen profesor no deriva directamente del tipo de recursos usados, éstos deben ser cuidados, en particular aquéllos que hacen de un video un medio de comunicación claro, con técnicas adecuadas para los contenidos tratados, que no llegue a representar un obstáculo para el aprendizaje. Es importante eliminar el exceso de distractores y enfatizar el carácter estructural, así como el contenido matemáticamente relevante.

Por otro lado, respecto al uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, tenemos que las directivas actuales sugieren el uso de recursos como las computadoras, tabletas o calculadoras. Se trata de contribuir a formar una sociedad que esté instruida en la dirección del consumo de información y formación, mediado por este tipo de herramientas. Es por esto que consideramos que actualmente los estudiantes presentan cualidades distintas a las de generaciones anteriores, con respecto al uso de la tecnología. En este sentido, Trouche y Drijvers (2010), expresan que: “el pensamiento matemático de los estudiantes se ve profundamente afectado por su trabajo con la tecnología de una manera compleja y sutil”(p. 667). Esto coloca a los estudiantes de hoy

en día en una situación en la que son más receptivos a producciones como los videos disponibles en Internet, como ayuda didáctica.

En el caso del uso de los videos, hay posturas más organizadas que van más adelante como el caso del movimiento educativo en la dirección de usar estratégicamente al video tutorial como respaldo de la clase normal de matemáticas. Ejemplo de esto es la Universidad de Queensland (Australia), en donde se ha adoptado este recurso bajo el lema: “El profesor da la clase y el video la refuerza”⁸. Esta actitud es relevante no sólo por los buenos resultados que está consiguiendo, sino también por el propio prestigio de esta universidad (en el último *ranking* de Shangai, se sitúa en el lugar 77º del mundo). Apropiarse de este recurso con el fin de apoyar la clase de matemáticas, da frutos prometedores de los cuales los usuarios comunes podrían beneficiarse y aún más si los videos estuviesen valorados para diferenciar sus cualidades.

Por otro lado, diversas investigaciones (Jiménez y Marín, 2012; Jiménez y Sánchez, 2014) afirman que esta herramienta innovadora contribuye a la mejora cualitativa de los procesos de aprendizaje de los alumnos. Particularmente, dan evidencia de la manera cómo el videotutorial permite reforzar la comprensión de contenidos que han sido impartidos previamente mediante el método clásico de exposición magistral. Esto sugiere, para estas producciones, un papel de apoyo para los profesores, quienes podrían sugerir a los estudiantes algunos de estos videos como material complementario de la clase normal.

Por todo lo anterior, estamos en condiciones de establecer la primera de nuestras hipótesis de trabajo:

HIPÓTESIS: Actualmente los videos tutoriales de matemáticas están impactando el aprendizaje, independientemente de su valoración general, al mismo tiempo que se perfilan como un buen apoyo para el aprendizaje

Por otro lado, sin pretender que los VEM puedan perfilarse como un sustituto de la clase presencial en una escuela, siempre hay la inquietud latente, entre algunos sectores de la población académica, por conocer hasta dónde éstos podrían ser parte de la educación autodirigida.

Por ejemplo, en una investigación reciente, Sian, Osop, Hoe-Lian y Kelni (2017), analizaron el uso de YouTube como plataforma de aprendizaje autodirigido en línea. Los autores indagaron la posibilidad de que este tipo de tecnologías socializadas fuesen viables para difundir instrucción y no sólo difusión educativa, de manera que el objeto de estudio se dirige hacia la intención de que los estudiantes se hicieran cargo de su propio aprendizaje. Obtuvieron sus datos a partir de los comentarios que hicieron los usuarios sobre 150 videos educativos de YouTube. En cuanto a la metodología, llevaron a cabo dos tipos de análisis: uno cualitativo respecto a su contenido y otro relativo a las

⁸ <http://www.uq.edu.au/teach/video-teach-learn/ped-benefits.html>

opiniones, juicios, actitudes y sentimientos surgidos de ellos (llamado análisis de sentimientos).

Los resultados de la investigación anterior, lleva a los autores a conclusiones en las que se dice que plataformas como YouTube pueden desempeñar un papel importante en la facilitación de aprendizaje autodirigido en línea, debido a la variedad de recursos didácticos y sociales que ofrecen. Sin embargo, se deben tener precaución en lo referente a la calidad de los videos educativos. A este respecto, Sian, Osop, Hoe-Lian y Kelni (2017), expresan que:

[...] encontramos que videos con altos porcentajes de comentarios que expresan fuertes comentarios negativos son populares. Esto puede ser visto como una falla de YouTube como plataforma de aprendizaje. A pesar del potencial de YouTube para mejorar el aprendizaje, investigaciones previas también han advertido que YouTube, al igual que otras plataformas sociales de medios de comunicación, puede tener efectos perjudiciales en el aprendizaje. Por lo tanto, se debe prevenir a los estudiantes, especialmente a los jóvenes, cuando usan videos de YouTube como herramientas de aprendizaje. (p. 620)⁹.

En el caso que nos ocupa consideramos que, una vez más se encuentra que este tipo de recursos pueden ser relevantes para la educación, y aunque desconocemos los criterios para la selección de dichos videos, vemos en esta investigación una valoración sobre la ingerencia de éstos en la educación.

En este trabajo no compartimos el objetivo de la autodirección de la enseñanza, debido a que es en el salón de clase en el que lo aprendido puede ser contrastado, enriquecido y socializado. Además, la autoinstrucción cabe sólo en los casos en los que no es posible otra forma de instrucción. En esa investigación se enfatiza también la importancia que está teniendo la injerencia de este tipo de productos educativos en la educación. Con respecto a que se debe advertir a los estudiantes sobre posibles efectos perjudiciales en el aprendizaje, consideramos que es una tarea que le corresponde a la comunidad de profesionales de la educación.

Pasaremos a comentar algunas características de los estudiantes que consumen VEM con intención de apoyar su aprendizaje.

1.2. Los consumidores de VEM y sus características

El consumo de productos informativos de Internet tiene actualmente un crecimiento acelerado. Por ejemplo, la organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2014), calcula que el número de usuarios de Internet en los países de la OCDE

⁹ [...] we found that videos with high proportions of strong negative sentiments comments were popular. This can be viewed as a pitfall of YouTube as a learning platform. Despite YouTube's potential to enhance learning, prior research has also warned that YouTube, like other social media platforms, can have detrimental effects on learning. Hence, learners, especially young students, must be warned when using YouTube videos as learning tools.

aumenta año con año. En esta expansión encontramos que para el 2013, el 95% de los jóvenes entre 15 y 24 años ya hacía uso de la Red y el consumo de esta porción de la población está por encima de la media de consumo total (Gráfico 1.1). En definitiva, la disponibilidad y el consumo de este tipo productos está prácticamente ligado al hecho de ser joven, por lo que no extraña que le den un uso escolar a diversos tipos de videos. La gama de recursos que se incorporan a la educación, van desde la consulta de diccionarios y materiales informativos, hasta plataformas especializadas como Google Académico, Google Maps, o de arte y cultura, entre otras, las cuales están disponibles en prácticamente todos los idiomas.

Respecto a la cantidad de estudiantes con acceso a Internet, el 90% de los considerados por la OCDE tienen su primer acceso antes de los 13 años de edad, por otro lado, sólo el 0.5% de estudiantes con 15 años o más, reportaron nunca haber accedido a Internet. El tiempo promedio que un estudiante de 15 años destina a Internet es de cerca de 3 horas al día.

Otro de los recursos que nos ofrece Internet, son las plataformas de almacenamiento, distribución y visualización de videos, por ejemplo, la plataforma YouTube, la cual se ha convertido en un sitio de referencia mundial dentro de los medios masivos de comunicación. Si bien YouTube no es la única plataforma, es la más conocida y utilizada.

Encontramos que el crecimiento del número de videos alojados, reproducciones, vistas, visitas, etc. de YouTube, crece exponencialmente (Gallardo, 2013; Arandas, 2012; Lardinois, 2010; Abramovich, 2014).

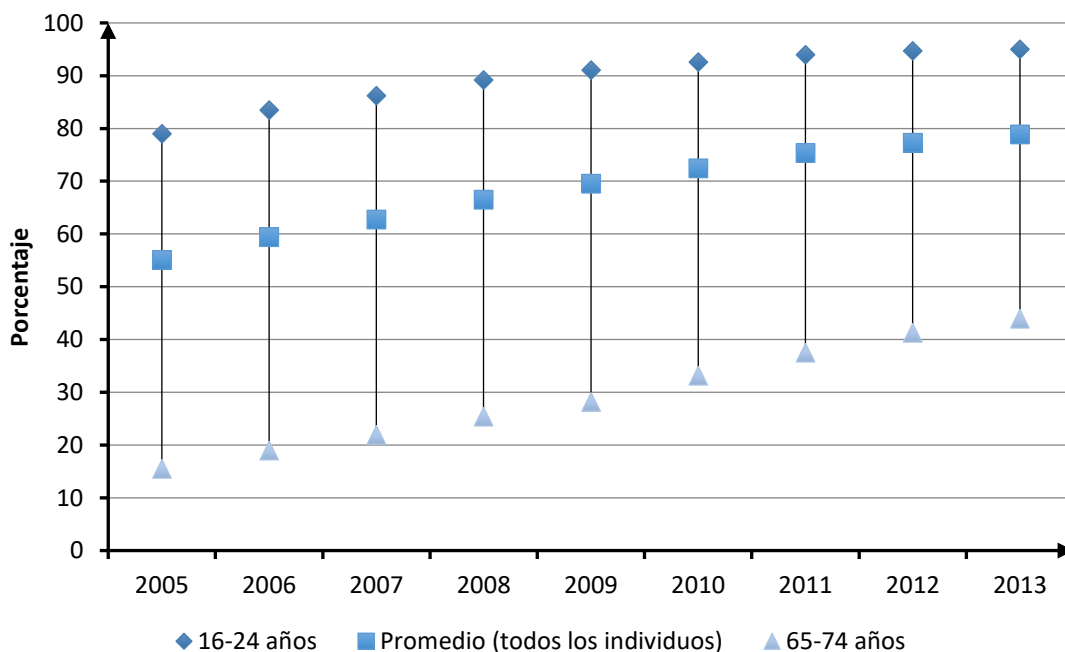


Gráfico 1.1: Porcentajes de uso de Internet reportado por la OCDE por grupo de edad de 2005 a 2013. Fuente: (OCDE, 2014) <http://dx.doi.org/10.1787/888933147770>

Las publicaciones que dan cuenta de estos datos nos permiten observar algunos resultados estadísticos entre los que se destacan:

- YouTube cuenta con más de mil millones de usuarios (casi un tercio de las personas conectadas a Internet), que miran cientos de millones de horas de videos en YouTube y generan miles de millones de vistas todos los días.
- La cantidad de horas que las personas usan para mirar contenido en YouTube al mes aumenta en un 50% año tras año. YouTube (2015)

Respecto a los consumidores y sus características, la propia plataforma YouTube proporciona información sobre el consumo de videos. Particularmente ofrece una caracterización de los consumidores jóvenes, dado que es su principal audiencia. A tal segmento de la población se le ha llamado *Millennials*, esto es, el grupo de personas nacidos después de 1990 y, casi por añadidura, nativos digitales. Los nacidos en la década de 1980 están igualmente interesados por la tecnología.

En el estudio sobre las audiencias de YouTube (Google e Ipsos, 2013), definen a tal generación como las personas que tienen gran interés por la creación de productos audiovisuales, la conectividad y la participación de las comunidades virtuales. Agregan que no se trata de un grupo de edad específico, sin embargo, reconocen que el 80% son jóvenes y son la principal audiencia de YouTube.

Por otro lado, según Google e Ipsos (2013), 4 de cada 5 de estos jóvenes declara que visitan YouTube para aprender y cultivar sus intereses, de igual modo, es el primer lugar al que se dirigen para buscar videos *online*. Además, los usuarios de YouTube son tres veces más propensos a crear contenido *online* y dos veces más propensos a crear, cargar o compartir contenido de este tipo para expresarse, que quienes no pertenecen a esta generación.

Los datos anteriores nos permiten sugerir que los alumnos actualmente recurren y confían en lo materiales informativos y formativos disponibles en la Red, situación que profesores e investigadores hemos tardado en entender. Plataformas como YouTube cumplen la función de nicho para los intereses de las generaciones jóvenes y en particular para la difusión y consulta de videos que les auxilien en sus labores escolares. Dado que esta población es la consumidora por excelencia de los VEM, entonces sería importante saber cuáles son sus características para considerarlos al valorar videos.

A continuación mostraremos los resultados de una encuesta que hemos realizado, con el objeto de tener información de primera mano sobre la opinión de estudiantes de licenciatura de matemáticas, en México y en España, sobre el consumo de videos, así como un grupo de estudiantes de bachillerato de México. La encuesta trata sobre la trascendencia de los VEM en clase, las fuentes de las sugerencias de consumo, así como de sus necesidades instruccionales básicas.

1.3. Encuesta aplicada a estudiantes de licenciatura y bachillerato

La encuesta que diseñamos (véase Anexo 1), se llevó a cabo a través de un cuestionario de 17 preguntas con estudiantes de bachillerato y universitarios (de la carrera de matemáticas) debido a que pretendíamos ver si había diferencia en el consumo, por ejemplo, si los bachilleres consumían menos videotutoriales que los estudiantes de licenciatura de matemáticas, debido a que éstos últimos están más enfocados en temas matemáticos por el carácter de la carrera y porque no se pueden evadir de ver con mayor detalle los contenidos vistos en clase.

La muestra de bachilleres incluyó sólo estudiantes mexicanos, mientras que los estudiantes de licenciatura fueron tanto mexicanos como españoles. Esta muestra responde a la hipótesis de que el comportamiento de ambas poblaciones nos permitiría ver rastros de globalización o diferencia cultural.

Nuestras poblaciones contaron con 62 estudiantes del último año de bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) Azcapotzalco de la UNAM. Y en el caso de los estudiantes de licenciatura contamos con 41 estudiantes de la carrera de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), y 45 de la Universidad de Valencia, España.

Las preguntas estaban agrupadas por tema en las que usamos distintos formatos debido a la naturaleza de la pregunta, en algunas se pidió la opinión de los estudiantes que podía ser respondidas tanto de forma ligüística como en formato de intervalos por los encuestados. Se incluyeron también tres preguntas abiertas de las que haremos un análisis cualitativo. Los temas abordados por bloques de preguntas hacían referencia a:

La frecuencia del uso puede detectarse en las preguntas 1, 2 y 3, la Utilidad en 4 y 5. En estas últimas preguntas nos interesaba el tipo de uso y el propósito de este cuando buscan *definiciones* o *ejemplos*, lo que sugiere una utilización puntual o más dirigida a aclarar dudas. Otro aspecto de la utilidad, es medido por la pregunta (6) en la que se interroga *¿cuántos consideras que te han servido?* Dando por sentado que se trata de un usuario más o menos frecuente para detectar la trascendencia de los mismos.

Una pregunta sobre la duración adecuada de un video (7) además de su carácter técnico como aspecto comunicativo, da por sentado que el estudiante ha visto suficientes videos como para tener preferencias respecto a su longitud, lo que refuerza la pregunta sobre el uso frecuente de los tutoriales. En la misma dirección va la pregunta (8) que indaga sobre los sitios de Internet preferidos.

En cuanto a las recomendaciones de los sitios de videos (9, 10 y 11) nos interesa detectar el protagonismo de los profesores, contrastado con el de las comunidades de estudiantes. Esto podría indicar dos cosas: que los profesores toman parte activa de este fenómeno o que los estudiantes están solos y por su cuenta en la elección y asimilación de los contenidos propuestos en los VEM.

La pregunta (12) relativa a los videos que “te han salvado la vida” hace referencia a la eficiencia y eficacia de alguno de éstos, que sería la cota superior de la pregunta en la que se inquiriere por el grado de ayuda que les han proporcionado (13) y la búsqueda de una segunda opción habla de una apropiación del recurso (14). El gusto o disgusto de las producciones consultadas se concentran en las preguntas abiertas (15 y 16). Finalmente en la pregunta (17) se indaga que es lo que les falta a los VEM.

Enseguida mostramos los resultados obtenidos, así como algunas observaciones sobre ellos:

Los estudiantes de nuestra muestra sí usan VEM, el 95% declara su uso cuando tiene un problema en la clase de matemáticas y el 40%, reconoce que los VEM apoyan “suficiente” su clase de matemáticas. Por lo que es posible determinar que los estudiantes, ante un problema no sólo de duda , sino incluso ante la falta de comprensión en la clase de matemáticas, recurren a los VEM, que estos apoyan y les sirven para la clase y sí les han estado ayudando.

En cuanto a las preferencias de los estudiantes y sus plataformas preferidas, descubrimos que la mayoría de los que sí usan VEM (71%) los prefieren con muchos ejemplos y detalles, que no sean excesivamente largos y el 68% declara no tener un sitio preferido lo que muestra lo azaroso del consumo de videos.

Otro aspecto que se puede analizar, es lo que los estudiantes esperan de un VEM, así como si son utilizados en clase y quién los recomienda. En nuestro caso, el 89% espera una explicación lo que vas más allá de un contacto puntual para obtener una definición o el resultado de un problema; el 84% manifiesta que el profesor “nunca” apoya la clase con videos, lo que indirectamente muestra que los profesores no han tomado la iniciativa todavía de su recomendación. Por lo tanto, en este terreno los estudiantes no cuentan con indicaciones institucionales; mientras que el 81% busca por cuenta propia los videos más útiles información que no retroalimenta a las comunidades de estudiantes porque se usan de manera marginal.

En la pregunta: ¿Cómo prefieres el video? (con las alternativas: “con definiciones y resultados”, “con muchos ejemplos y detalles” y “que aclare dudas”), obtuvimos un predominio de la respuesta: “con muchos ejemplos y detalles”, seguida por la respuesta: “que aclare dudas” mostrando que el VEM se ve como un recurso alternativo viable para las dudas de clase de matemáticas.

Mientras que en la pregunta: ¿Qué esperas de un video de matemáticas? (con respuestas: un resultado; una explicación y resolver la tarea), es marcada la preferencia de la opción “una explicación” con el 89.8%. Estos datos concuerdan con los obtenidos en el análisis de las preguntas abiertas y refuerzan la idea de que los alumnos en realidad no recurren a los videos sólo para resolver los ejercicios de la tarea, sino también para reforzar los conocimientos.

Las preguntas abiertas pueden organizarse a través de relaciones duales como las que mostramos enseguida

- Práctica- Teórica
- Claridad-Confusión
- Orden-Desorden
- Ameno- Aburrido
- Breve-Extenso
- Concreto-Disperso
- Buena Calidad Técnica (CT)-Mala Calidad Técnica (CT)

En la siguiente tabla mostramos las respuestas dadas de manera general a las preguntas abiertas sobre las preferencias de los VEM

| Categorías duales de las características de los VEM | |
|--|--|
| Categoría | Preferencias |
| Práctica-Teoría | Práctica: resolución de ejercicios, presentar ejemplos y problemas de aplicación. Teoría: dar la explicación de lo presentado, hacer demostraciones, profundizar en el tema. |
| Claridad-Confusión | Claridad en el sentido de que lo presentado sea claro y entendible. |
| Orden-Desorden | Orden al presentar el contenido ya sea oralmente o por escrito. Orden que implique no omitir pasos. |
| Ameno-Aburrido | Ameno: Atractivo, interesante, que llame la atención el contenido |
| Breve-Extenso | Poca duración del video. En general, de unos cuantos minutos. |
| Concreto-Disperso | Que se enfoque en el contenido del video. Abordar sólo las cosas útiles para los fines del video. |
| Buena CT-Mala CT | Adecuado uso de la tecnología en el diseño, creación y edición del video (entre otras cosas, adecuada imagen y audio). Del mismo modo, hace referencia a la correcta dicción del expositor, escritura legible. |

*Tabla 1.3: Categorías duales de las principales características de los VEM.
Fuente: Elaboración propia.*

De manera general, encontramos que el consumo de VEM por parte de los estudiantes, es un acto eminentemente personal. No obedece a recomendaciones del profesor u otras personas, más bien los estudiantes confían en que en ellos mismos encontrarán el que les explique, a su ritmo lo que quedó confuso en clase. De igual forma, los profesores usan poco los videos en sus cursos y, en general, no los ven como una opción que puede ser incluida en la enseñanza.

En lo referente a la pregunta abierta correspondiente a: ¿Qué te gusta de un video de matemáticas?, tenemos que el 48% del total de alumnos expreso que le gusta una

buena explicación en el VEM. Al 37.8% de los alumnos les agradaría que el video fuera claro, que aclare dudas. Esto es consistente con las observaciones anteriores.

Finalmente encontramos mediante esta encuesta que los estudiantes usan los videos con fines educativos. En particular los buscan para tener explicaciones claras de los contenidos de clase, explorando por su cuenta, sin que los profesores participen del proceso. En cuanto a sus necesidades, la claridad, la objetividad y la eficiencia son sus grandes reclamos.

1.3.1. Conclusiones de la encuesta

- Si bien sólo consideramos tres grupos de estudiantes de tres comunidades distintas, los resultados mostrados están en la dirección de exhibir que, actualmente, un sector mayoritario de la muestra (en nuestro caso alrededor de dos terceras partes) recurren frecuentemente a los VEM para llevar a cabo sus labores escolares.
- Los videos son buscados por necesidades específicamente educativas.
- El consumo de VEM por parte de los estudiantes es un acto esencialmente personal. No es fomentado institucionalmente, ni obedece a recomendaciones del profesor u otras personas.
- Lo que más aprecian los alumnos de un VEM es su contenido matemático, ya sea teórico o práctico. No obstante, destacamos que los elementos de claridad y orden son altamente apreciados por ellos.
- Hay elementos de los VEM como el caso de la calidad técnica que los alumnos dan por descontados, si están presentes casi no son percibidos, pero si están ausentes se percibe y magnifica su ausencia pues ésta obstaculiza o incluso impide que el VEM sea utilizado.
- Los alumnos, independientemente de que sean usuarios frecuentes o no de los VEM, tienen claras preferencias con respecto a ellos.

De lo anterior podemos establecer la siguiente hipótesis de trabajo:

HIPÓTESIS: Los estudiantes usan los videos con fines educativos y su valoración es una necesidad que debe ser atendida por profesores e instituciones educativas.

Las consideraciones teóricas que nos permitirán conformar esos modelos de valoración, las presentaremos en nuestro marco conceptual, que se describe el siguiente capítulo.

Capítulo 2

Marco conceptual

2. Marco Conceptual

La presente investigación tiene como objeto de estudio las diversas aplicaciones que puede tener un modelo de valoración de productos educativos, que en el presente caso se refiere a los videos educativos disponibles en Internet, por considerar que éstos deben ser valorados para apoyar el aprendizaje de la matemática, proporcionando un instrumento que los valore, considerando los puntos de vista educativos y especialmente la opinión de las distintas comunidades interesadas.

Para llevar a cabo una valoración de videos educativos de matemáticas disponibles en Internet estaremos haciendo uso de tres vertientes teóricas básicas: 1) una de ellas se refiere a la aportación didáctica del Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática (EOS) el que expondremos en primer lugar, de manera general, para luego mencionar otra fuente que se apoya en 2) la Lógica Fuzzy (o Difusa) que nos permitirá transformar las opiniones de miembros de comunidades de interés en datos que luego pueden ser tratados mediante la última componente del modelo: 3) Los Métodos Multicriterio que nos aportan un sustento para la ordenación y toma de decisiones para establecer cuál video está mejor valorado, bajo las consideraciones hechas de antemano.

2.1. El Enfoque Ontosemiótico y las Idoneidades Didácticas

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), es un marco teórico del aprendizaje y la enseñanza de la matemática donde:

El punto de partida del EOS es la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado (Godino et al, 2009, p.4).

En esta postura se pretende articular las facetas relativas a la ontológica (tipos de objetos y su naturaleza) epistemológica (acceso al conocimiento), sociocultural e instruccional (enseñanza y aprendizaje organizado en el seno de las instituciones escolares). En este ámbito, en principio se asumen:

los presupuestos de la epistemología pragmatista y los objetos que se derivan de las prácticas matemáticas, de hecho se considera que los objetos matemáticos son emergentes de sistemas de prácticas. Dicha emergencia es un fenómeno complejo cuya explicación implica considerar, como mínimo dos niveles de objetos que emergen de la actividad matemática. En el primer nivel tenemos aquellas actividades que se pueden observar en un texto matemático (problemas, definiciones, proposiciones, etc.). En un segundo nivel tenemos una tipología de objetos que emergen de las distintas maneras de ver, hablar, operar, etc. sobre los objetos del nivel anterior; nos referimos a objetos personales o institucionales, ostensivos o no ostensivos, etc.(Godino et al, 2009, p. 6).

Más explícitamente en el primer nivel encontramos los llamados objetos matemáticos primarios, en donde el objeto es: “todo aquello que puede ser indicado, todo lo que puede señalarse o a lo cual puede hacerse referencia” (Godino, 2002, p. 245). Cuando aprendemos matemáticas, los objetos son:

1. Elementos lingüísticos (términos expresiones, notaciones, gráficos, ...).
2. Situaciones-problema (tareas extra-matemáticas, tareas, ejercicios, ...).
3. Conceptos-definición (introducidos mediante definiciones, descripciones y procedimientos).
4. Proposiciones (enunciados sobre conceptos, ...).
5. Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...).
6. Argumentos (enunciados usados para o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos y de otro tipo ...).

A su vez, estos objetos se organizan en entidades más complejas como sistemas conceptuales, teorías, etc.

Los elementos participantes de la actividad donde encontramos las situaciones-problema que son el origen o la razón de ser de la actividad también se estructuran. Por otro lado, el lenguaje funciona en términos de las restantes entidades cuyo papel es el de ser un instrumento para la acción; mientras que los argumentos justifican los procedimientos y proposiciones que relacionan a los conceptos entre sí.

En un segundo nivel de este enfoque encontramos los llamados *atributos contextuales*: "que junto con las funciones semióticas como entidad relacional entre los distintos tipos de entidades, permite describir y relacionar una variedad de nociones cognitivas" (Godino, 2002, p. 247).

A estos atributos se añade la noción de juego de lenguaje (Wittgenstein, 1953) que junto con la de institución: “relativizan los significados de los objetos matemáticos y atribuyen a éstos una naturaleza funcional” (Godino, 2009, p. 8). Los objetos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas y los emergentes de las mismas, pueden ser consideradas desde las siguientes facetas o dimensiones duales:

1. Personal –Institucional;
2. Ostensivo-no ostensivo;
3. Expresión-contenido (antecedente y consecuente de cualquier función semiótica);
4. Extensivo-Intensivo (ejemplar-tipo) y
5. Unitario-Sistémico.

Godino nos sugiere que, tanto las dualidades como las configuraciones de objetos primarios se pueden analizar desde la perspectiva proceso-producto, lo cual nos lleva a los procesos duales propuestos anteriormente.

Por otro lado, como parte integral del EOS, encontramos la llamada Teoría de las Configuraciones Didácticas (Godino, Contreras y Font, 2006) que:

modeliza la enseñanza y el aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional) con sus respectivas trayectorias y estados potenciales. Como unidad primaria de análisis didáctico se propone la *configuración didáctica* ... (que) lleva asociada una *configuración epistémica*... (y) *una configuración instruccional* (Godino et al, 2009, p. 12).

Las nociones descritas se complementan con la noción de Idoneidad Didáctica. En concreto, para esta idoneidad los autores sugieren distintos tipo de idoneidades parciales para el proceso de instrucción, lo que para el presente trabajo es de suma importancia, debido a que nos llevan a establecer una de nuestras hipótesis de investigación:

HIPÓTESIS: las idoneidades parciales que configuran la idoneidad didáctica pueden ser utilizadas como una base de modelos de valoración de productos educativos

Precisamente ésta será un de las hipótesis que intentaremos validar a lo largo de este trabajo en el caso de los VEM.

Para los fines de valoración de los videos disponibles en Internet, contar con los componentes necesarios para el buen desempeño de una clase de matemáticas, puede ser una sólida base sobre la que podemos trabajar. En particular, tomaremos en cuenta la llamada noción de Idoneidad Didáctica de un proceso de instrucción, que implica la articulación coherente y sistémica de las seis facetas descritas a continuación:

- *Idoneidad Epistémica*, que se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto a un significado de referencia.
- *Idoneidad Cognitiva*, expresa el grado en que los significados pretendidos-implementados estén en la zona de desarrollo potencial (Vigotski, 1934).
- *Idoneidad Interaccional*, encargada de detectar las discordancias durante el proceso de instrucción entre las configuraciones y trayectorias didácticas.
- *Idoneidad Mediacional*, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales necesarios para el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje.
- *Idoneidad Emocional*, grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio.
- *Idoneidad Ecológica*, grado en el que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del entorno en que se desarrolla. (Pochulu y Font, 2011).

Estas facetas han sido utilizadas para una clase presencial tradicional (Godino, Contreras y Font, 2006), (ver Anexo 2). En nuestro caso tenemos videos que, si bien coinciden en la

intencionalidad, está claro que se deben considerar diferencias a las cuales nos referimos enseguida.

2.2. Consideraciones para la adaptación de las Idoneidades Didácticas del EOS

El tratamiento de los VEM como producto educativo, no puede ser el mismo que se hace de una clase convencional, sin embargo, las idoneidades son adecuadas para su estudio. Por ello queremos discutir una diferencia entre un VEM y un proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula y cómo estas diferencias pueden ser reconsideradas en el caso de los VEM.

La clase convencional implica normalmente la presencia de alumnos y profesor en el aula, mientras que un video de matemáticas carece del carácter presencial que permite el contacto entre el maestro/expositor y el alumno/observador. Este aspecto es relevante para la formación de los estudiantes según las orientaciones que enfatizan el papel de la socialización del conocimiento (Constructivismo o Enseñanza por Competencias, por ejemplo).

Pese a ello, en los VEM encontramos otras manifestaciones sociales y culturales como la transmisión de información de manera puntual que está caracterizada por elementos culturales presentes en expresiones particulares, acento y gestos característicos que pueden ser factores para la adopción, por parte de los estudiantes, de ciertos VEM. Aunque no es un aspecto que trataremos en este trabajo, también se detecta una tendencia a la globalización de la comunicación, lo que hablaría de una cultura que tiende a la generalización del tratamiento de los contenidos matemáticos.

La falta de interacción personal, ocasionalmente es remediada por algunos autores a través de listas de preguntas o conversaciones con apoyo de las plataformas, sin embargo, el uso de este recurso no es la norma, por lo que en este trabajo nos restringiremos a lo que está disponible en el propio video.

Lo que sí parece relevante, como aportación sociocultural de los VEM, es que el tratamiento del contenido matemático puede ser enriquecido por los autores/expositores con ejemplos que permiten ampliar los conceptos o el planteamiento de aplicaciones interesantes, al igual que sucedería en una clase magistral.

También consideramos importante tener en cuenta la empatía con los expositores. Este aspecto suele estar presente desde la elección del video, dada la gran oferta de opciones de cada tema que se desee consultar. La empatía con los estudiantes por parte de los autores/expositores es una característica presente particularmente entre los expositores más consolidados, ésta termina siendo un atractivo más de estas producciones.

De manera general, podríamos comparar el video con una exposición magistral, que pueden jugar un papel importante en la enseñanza aunque ciertamente no

desarrollan todos los aspectos socioculturales necesarios para la enseñanza de la matemática, es por ello que pensamos en estos productos educativos como apoyo para la educación. Por otro lado, los videos presentan instrumentos comunicativos con los que no cuenta la clase, como la posibilidad de detener, repetir o incluso desechar el VEM dependiendo de las necesidades y gustos del usuario.

En el caso que nos ocupa, vamos a considerar a las idoneidades didácticas como categorías y no como criterios para determinar un buen video desde el punto de vista de la didáctica. En el modelo que sugerimos, y que se apoya matemáticamente en los Métodos de Decisión Multicriterio y la Lógica Fuzzy, se requieren formulaciones que puedan ser valoradas de manera lingüística, numérica o por intervalos por quienes emiten su opinión sobre distintos procesos o productos de la educación, por lo que necesitamos indicaciones concisas para llevar a cabo su valoración. Es por ello que adaptamos las llamadas idoneidades didácticas de las que tomamos el espíritu general y las planteamos como preguntas sintéticas que se proponen a quienes participan de la valoración de VEM.

Así, para los videos observados deben responder a las cuestiones siguientes:

1. *¿Poseen un contenido matemático adecuado?* (Idoneidad Epistémica).
Cada VEM es localizado en la red por el nombre del tema elegido, entonces las sugerencias concuerdan con lo que el video reconoce como tema, por ello la solicitud conecta título-contenido-matemático, lo que resta constatar es si este contenido es lo suficientemente robusto para cumplir el objetivo de respaldo educativo.
2. *¿Enseñan de forma didáctica dicho contenido?* (Idoneidad Cognitiva).
En esta pregunta se cuestiona sobre las habilidades didácticas del expositor para llevar a cabo la tarea comunicativa y educativa del contenido del video.
3. *¿Son amenos, atractivos, empáticos?* (Idoneidad Emocional).
La disponibilidad del estudiante hacia los contenidos tratados es lograda por el expositor mediante la presentación, lo que permite conocer el dominio del contenido y las habilidades de comunicación que pueden catalogarlo como ameno, atractivo o empático.
4. *¿Enseñan concretamente un tema?* (Idoneidad Mediacional).
Los videos que logran concretar el tema tratado frente a su público, tienen resueltos los aspectos de la disponibilidad de los recursos materiales necesarios para plantear los contenidos.
5. *¿Se adaptan y responden a las necesidades de los estudiantes?* (Idoneidad Ecológica).
Tanto los profesionales de la educación como los estudiantes que se apoyan en el video, conocen de manera general la pertinencia de los temas tratados dependiendo de los grados escolares a los que pertenecen, lo que nos indicaría su adecuación a un grado escolar determinado.
6. *¿Son sencillos y comprensibles?* (Idoneidad Interaccional)
Esta categoría nos permitiría observar hasta dónde el expositor logra una presentación que considere posibles conflictos, con base en su experiencia, lo que se verá reflejado en una exposición comprensible, incluso en los temas complejos.

Para facilitar nuestro objetivo, que es valorar los VEM a través de las Idoneidades Didácticas, la forma en la que plantaremos las cuestiones anteriores a un experto, o un grupo de expertos o de interés, las cuestiones anteriores, toman la forma siguiente:

| Idoneidad | Cuestión: Valore... |
|---------------------|---|
| I_1 Epistémica | ...la corección de los contenidos matemáticos. |
| I_2 Cognitiva | ... la fluidez o completitud con que se exponen los contenidos. |
| I_3 Interaccional | ... la capacidad para llamar la atención del contenido. |
| I_4 Mediacional | ... el tiempo y recursos de exposición que desperdicia. |
| I_5 Emocional | ... la adaptación a los contenidos escolares. |
| I_6 Ecológica | ... la dificultad para entender al expositor. |

Tabla 1.3: Categorías duales de las principales características de los VEM.

Fuente: Elaboración propia.

Como es habitual en las valoraciones que se establecen en el área de Ciencias Sociales, hemos optado porque en algunas idoneidades lo deseable sea alcanzar valores altos (I_1 , I_2 , I_3 , I_5), mientras que en otras, lo óptimo es alcanzar valores bajos (I_4 , I_6). Por ello lo hemos planteado con preguntas cuya valoración con números altos equivale a decir “MUCHO” y con números bajos, a decir “POCO”. Por ejemplo, en I_3 valorar con 0.9 significa que considera que tiene mucha capacidad para llamar la atención del contenido, y en I_4 valorar con 0.9 significa que en el VEM hay mucho desperdicio de tiempo y recursos.

La adaptación de las Idoneidades Didácticas nos proporciona categorías de interés para la valoración de los VEM que servirán como base para la valoración de las opiniones que los evaluadores de videos. La naturaleza imprecisa de la concepción de cada idoneidad, así como de su valoración, aconseja utilizar la Lógica Difusa para llevar a cabo una valoración de tales opiniones para terminar tomando decisiones con ayuda de los Métodos Multicriterio.

Para los fines de valoración y toma de decisiones mencionadas requerimos asignar pesos para cada idoneidad, los cuales se asignan con valores entre 0 y 1. Por esto, estaremos asignando a cada idoneidad un peso que resulte representativo para esta investigación y dado que los componentes que nos parecen más importantes en un video de matemáticas son las idoneidades epistémica y cognitiva les asignamos un peso de 0.25 a cada una, en tanto que a las idoneidades emocional y mediacional, les asignamos un peso de 0.15. Finalmente, a la ecológica e interaccional, les asignamos 0.1 por ser las que, a nuestro juicio, no son tan relevantes como las anteriores.

Enseguida mostraremos algunos de los fundamentos generales del funcionamiento de la Lógica Difusa y de la valoración de datos inciertos.

2.3. La idea de incetidumbre e imprecisión

Kaufmann y Gil Aluja (1987), en su libro *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incetidumbre*, abordan dicha noción y la refieren de la siguiente manera:

Azar, aleatoriedad, estocástico y también suerte, son palabras ligadas de manera más o menos explícita a la teoría de las probabilidades. Así, cuando se ponen en una urna y se mezclan 7 bolas rojas y 3 bolas verdes, la probabilidad de sacar una roja es de $7/10$ y $3/10$ para una verde. La extracción efectuada es una aleatoriedad, se puede “medir” la suerte de sacar una bola roja o una verde. Para ello, es necesario conocer con antelación, a priori, la proporción de los colores de las bolas introducidas.

Supongamos ahora que desconocemos esta proporción y que sólo podemos realizar una extracción, ya no se puede “medir” la “suerte”. El fenómeno ya nos se refiere al azar, sino a la incertidumbre” (p. 17).

Entonces adoptaremos, como los autores que: “El azar es la incertidumbre medible con ayuda del concepto de probabilidad” (p. 17) y que “el tratamiento de la incertidumbre es una cosa, el de la aleatoriedad, es decir del azar, es otra; aunque sea posible combinarlos sin que con ello se confundan.” (p. 19)

González Morcillo (2012) propone el siguiente ejemplo para aclarar la diferencia entre azar e incertidumbre: Supongamos un superviviente de un accidente de avión se encuentra en medio del desierto. Hace dos días que está caminando sin agua en busca de algún poblado cercano donde puedan socorrerle. De repente, encuentra dos cajas con botellas de líquido transparente. En la caja A está escrito: “el 80% de las botellas que contiene son potables”. En la caja B, el cartel dice: “Las botellas contienen líquido que es potable en un 80%”. ¿Cuál debería ser la elección del superviviente?

La caja B indica que el líquido que contiene es bastante similar a otros que son potables, tiene un grado de parecido del 80% con ellos. La caja A indica que, 8 de cada diez botellas son totalmente potables (la probabilidad de ser potable es 0.8), pero, ¿qué ocurre el otro 20 % de las veces? En estas ocasiones, el líquido no era potable y, por tanto, hay un 20% de probabilidad de que el líquido sea tóxico. Por lo tanto, el superviviente debería beber líquido de la caja B y poder tener algunos problemas gastrointestinales en lugar de arriesgarse a envenenarse bebiendo una botella de la caja A.

¿Qué debería elegir el superviviente si en las dos etiquetas del ejemplo anterior pusiese 50% en lugar del 80%? Una botella de la caja A tendría 0.5 de probabilidad de ser potable (también es incertidumbre total), pero tendría idéntica probabilidad de que el líquido no fuera potable. Si elige una botella de la caja B, con un grado de pertenencia de 0.5, sabemos que el contenido de la botella no es muy parecido a los líquidos potables. En este caso, podría ser más razonable arriesgarse y elegir una botella de la caja A.

Los fenómenos estudiados como inciertos son abordados a través de cierto tipo de datos, así tenemos que: “Los datos, que sirven para cuantificarlas pueden ser exactos y ciertos; cuando son aleatorios, se puede recurrir a la teoría de las probabilidades. Pero los datos no se presentan siempre de manera cierta y precisa: son en la mayoría de los casos inciertos.” (Introducción Gil Aluja, 1987).

Valorar los eventos inciertos, es posible mediante la Lógica Fuzzy que, como comentan Trillas y Moraga (2002), debe:

Habérselas con la representación del conocimiento impreciso, generalmente a través de reglas del tipo 'Si la comida ha sido sólo buena y el servicio correcto, entonces la propina debe ser moderada', ha puesto en contacto a científicos e ingenieros con problemas en los que bien no se conoce un modelo matemático clásico, bien éste es conocido, pero no permite una computación adecuada con los datos de entrada. Ejemplos de ello son el control por medios computacionales de un péndulo invertido y el de una planta potabilizadora de agua.

En el caso del péndulo invertido se trata de un sistema dinámico que puede describirse perfectamente por un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales; sin embargo, a partir de él no hay manera de controlar computacionalmente el péndulo debido a que hay que linealizarlo y entonces su sensibilidad a las pequeñas variaciones lo hace imposible. Pero una persona con entrenamiento suficiente lo logra mediante un conjunto de entre 5 y 7 reglas empíricas conteniendo predicados imprecisos; es el caso de mantener un palo verticalmente en la palma de la mano. Tales reglas empíricas, una vez expresadas lingüísticamente y expresadas como superficies mediante las técnicas que ofrece la teoría de los conjuntos borrosos, llevan a construir máquinas que, por medio de un ordenador de propósito específico llamado controlador borroso, consiguen el control del péndulo invertido con gran precisión (p. 3).

En los fenómenos de opinión se manifiesta este tipo de incertidumbre. Por ejemplo, pocas veces podemos decir exactamente cuánto nos gusta o disgusta algo, sin faltar un poco a la verdad. Para resolver esta situación, coloquialmente usamos expresiones lingüísticas con matices que acotan nuestros gustos, como en una posible secuencia, para expresar cuánto nos gustó algo que comimos. Por ello decimos que aquello era: muy malo, malo, regular, bueno o muy bueno. Atributos que pese a ser inciertos nos dan una idea bastante exacta de lo buena, o no, que estuvo la comida.

Los fenómenos de naturaleza incierta que pretendemos valorar se refieren a la opinión de los distintos tipos de usuarios de VEM, con base en las categorías adaptadas del EOS antes mencionadas, las que darán cierta dirección a la valoración llevada a cabo con la Lógica Fuzzy. Revisaremos algunos elementos de la Metodología Multicriterio que es la que nos permite ordenar las valoraciones a través de los criterios adoptados para establecer un orden entre los VEM analizados.

2.4. La Lógica Difusa

Siguiendo a Morales (2002), el origen de la Lógica Fuzzy o Difusa podría haberse fijado en 1922 cuando Lukasiewicz cuestionó la lógica booleana y propuso una lógica pluralente, incluyendo en particular tres valores de verdad. A partir de estos principios,

en los años treinta, aparecieron lógicas multivaluadas para un número cualquiera de valores ciertos (mayor o igual que dos), identificados mediante números racionales en el intervalo $[0,1]$. Posteriormente, Black, publicó en 1937 el artículo "Vagueness: An exercise in Logical Analysis" y en los años 1942 y 1951; Menger, publicó "Statistical Metrics" y "Ensembles Flous et Fonctions Aléatoires"; encontramos dos artículos sobre relaciones difusas de indistinguibilidad que fueron autoría de Liern (2009). Sin embargo, el origen comúnmente aceptado de Lógica Difusa está en el trabajo Sets que Lotfi A. Zadeh publicó en 1965.

La Lógica Difusa como una lógica multivaluada permite valorar matemáticamente la incertidumbre y proporciona herramientas formales para su tratamiento que en nuestro caso se refiere a las opiniones de los usuarios de VEM.

A continuación, introduciremos, muy brevemente y mostrando ejemplos, los conceptos y operaciones de la Lógica Difusa que utilizaremos en nuestro trabajo.

2.5.1. Conjuntos Difusos

La Lógica Difusa se apoya en las llamadas funciones de pertenencia, definidas a partir de ciertas generalizaciones de la teoría de conjuntos. De manera intuitiva, podemos considerar que un conjunto es una colección bien definida de elementos en la que es posible determinar para un objeto cualquiera, en un universo dado, si pertenece o no al conjunto, es decir si está o no en la colección.

Para introducir el concepto de conjunto difuso, partimos de la idea de subconjunto de la lógica clásica (booleana o en este contexto también llamada *crisp*). Consideramos, X , un conjunto no vacío (al que llamaremos universo), cuyos elementos se denotan como x . En la teoría clásica de conjuntos, un conjunto C se define sobre X (C es un subconjunto de X) mediante la función característica de C como:

$$f_C(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in C \\ 0 & \text{si } x \notin C \end{cases}$$

Es decir, si el elemento pertenece a C , su función característica vale 1, mientras que si el elemento no pertenece a C , se obtiene el valor 0.

Supongamos que en el universo de discurso, X , es el conjunto de los números reales y que C es el intervalo abierto $(37,38)$. Calcular la función característica de cualquier número real no tiene dificultad. Por ejemplo, algunos de los valores calculados serían los siguientes,

$$f_C(30) = 0, f_C(37) = 0, f_C(37.2) = 1, f_C(37.5) = 1, f_C(37.9) = 1, f_C(38) = 0$$

Este primer acercamiento a la función característica nos proporciona un modelo que no tiene repercusiones para su interpretación: el número está o no está, entonces en el primer caso su valor es 1 en el segundo 0.

Sin embargo, esta función puede adquirir connotaciones distintas si se asocia por ejemplo a establecer cuando un paciente tiene febrícula¹⁰ o no, esto es, si su temperatura corporal está entre 37 y 38 grados centígrados, y dado que es nuestra intención que las consideraciones hechas sirvan para diagnosticar adecuadamente al enfermo, debemos poder referirnos a rangos de incertidumbre como en el caso en el afirmaríamos que una temperatura de 37 pertenece más al intervalo (37, 38) que una de 35, en cuyo caso estaríamos ante una situación grave.

Con el objeto de incorporar márgenes de imprecisión a nuestros cálculos, debemos generalizar la función característica f_C , de modo que pueda tomar más valores que el 0 y el 1. Así, si μ_C es la función “característica generalizada”, podría tomar, por ejemplo, los siguientes valores:

$$\mu_C(36) = 0, \mu_C(37) = 0.664, \mu_C(37.25) = 0.83, \mu_C(37.5) = 1, \mu_C(38) = 0.5$$

Está claro que estos “valores de pertenencia” reflejan la situación de manera mucho más útil para la interpretación del médico, quien podrá establecer si su paciente tiene febrícula o no. Las simples opciones “sí tiene febrícula” o “no tiene febrícula”, haría que se considerase que un paciente con 38° y otro con 38.1° estuviesen en situaciones médicas muy diferentes y esto, desde luego, no suele ser así.

En la siguiente gráfica sugerimos una función característica que muestra el grado de verdad de la afirmación “el paciente tiene febrícula” o alternativamente “el paciente pertenece al grupo de pacientes con febrícula”. En esta función, que asigna valores entre 0 y 1, hemos considerado que el grado es 1 (o sea, el máximo posible) cuando el paciente tiene 37.5° y que este grado llega a ser 0 cuando el paciente tiene menos de 36° o más de 38.5° (ver Gráfico 2.1).

¹⁰ El Diccionario Mosby Pocket de Medicina, Enfermería y Ciencias de la Salud, define la febrícula como “temperatura superior a 37°C pero inferior a 38°C, durante 24 horas.”

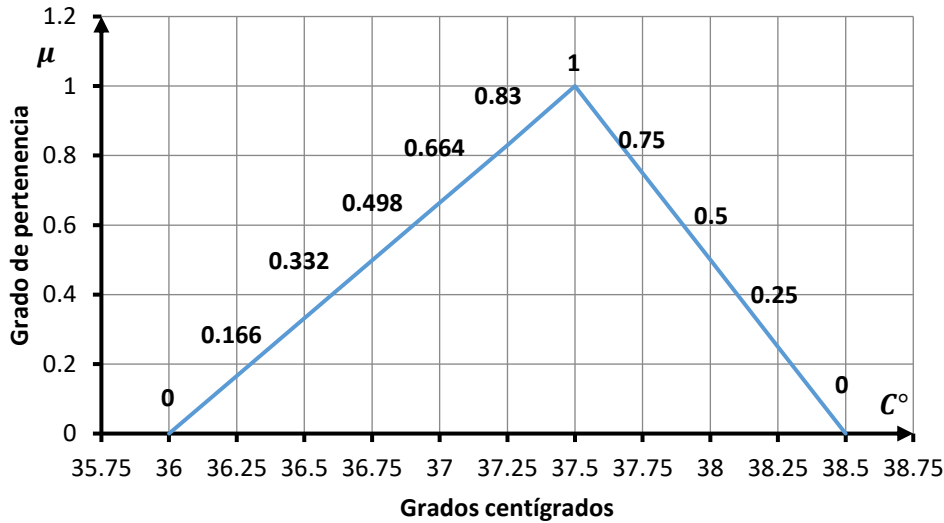


Gráfico 2.1: Función de pertenencia de un número difuso triangular.

Fuente: Elaboración propia

Esta generalización de la función característica se conoce como *función de pertenencia*, μ_A . Formalmente, la función μ_A que caracteriza el conjunto difuso A_f , será de la forma siguiente:

$$\mu_A = X \rightarrow [0,1],$$

donde $\mu_A(x) = 1$ si x está en A , $\mu_A(x) = 0$ si x no está en A y $0 < \mu_A(x) < 1$ si x está parcialmente en A . Este valor entre 0 y 1 representa el grado de pertenencia (también llamado valor de pertenencia de un elemento x a un conjunto A).

Por supuesto, la situación real tratada marcará la forma de la función de pertenencia (Kaufmann y Gil Aluja, 1987). De hecho, es habitual que estas funciones tengan forma de “meseta” como la que se expresa en el ejemplo siguiente.

Supongamos que queremos determinar si una persona es de estatura alta, para ello fijamos la estatura de 180 cm. como referencia para establecer que una persona lo es. En este caso, el conjunto universo es el de las estaturas de las personas en centímetros. Si utilizásemos lógica booleana, diríamos que una persona es alta si su estatura es mayor o igual a 180 cm. y que no lo es si su estatura es menor. La función característica de algunas estaturas sería:

$$f_c(155) = 0, f_c(165) = 0, f_c(175) = 0, f_c(180) = 1, f_c(190) = 1, f_c(205) = 1$$

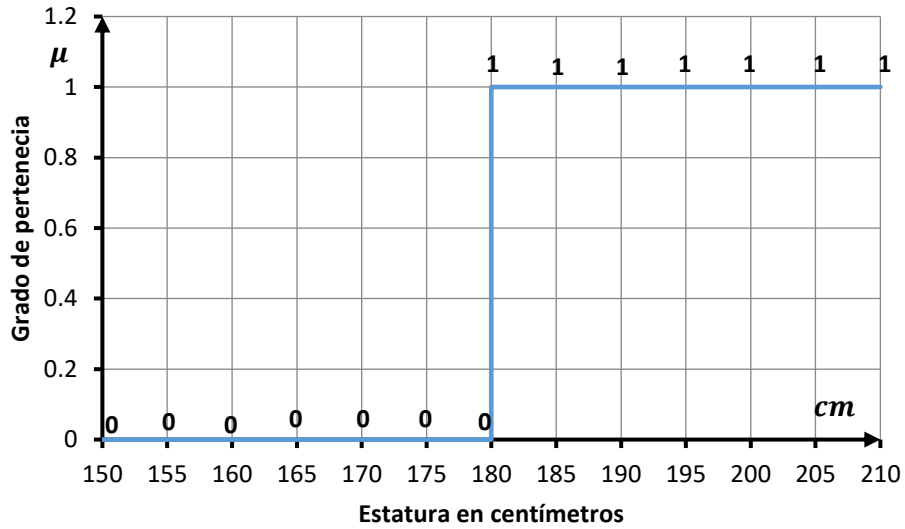


Gráfico 2.2: Función característica en lógica clásica de persona alta.
Fuente: Elaboración propia

En la representación de la lógica clásica o *crisp*, del Gráfico 2.2, la línea separa claramente a los individuos altos de los que no lo son, esto a partir de asociar el valor estricto de 180 cm. para determinar cuándo una persona es alta. Sin embargo, los conjuntos difusos permiten expresar que una persona específica tiene un grado de pertenencia al conjunto de los altos de 0.75, por ejemplo. Podemos establecer los valores de pertenencia para diversas estaturas de personas, por ejemplo:

$$\mu_c(155) = 0, \mu_c(170) = 0.5, \mu_c(175) = 0.75, \mu_c(180) = 1, \mu_c(190) = 1$$

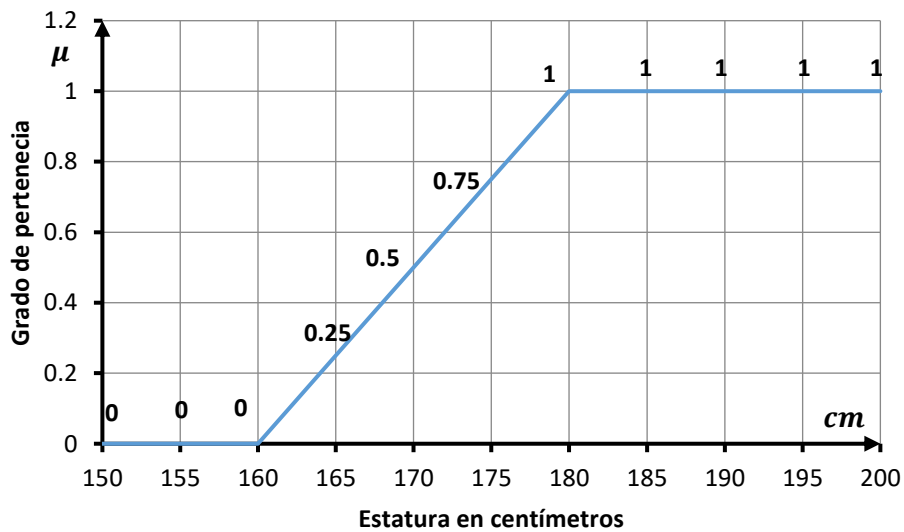


Gráfico 2.3: Función de pertenencia de persona alta.
Fuente: Elaboración propia

Un conjunto difuso proporciona una transición suave entre los límites de un conjunto crisp. En el anterior podemos ver que en lógica clásica una persona que mide 179 cm. se considera no alta, esto no refleja lo que en la realidad se diría de la estatura de esa persona. En cambio, utilizando los conjuntos difusos, podemos decir que una persona de 175 cm. de estatura tiene un grado de pertenencia al conjunto de los altos de $\mu_c(175) = 0.75$.

Trabajar globalmente con las funciones de pertenencia no siempre resulta sencillo, por esta razón se recurre a trabajar con intervalos. Esto nos puede dar cierto grado de libertad para incluir situaciones que varían dentro de ciertos rangos, como sería el caso de tener que tomar una decisión, es decir, en los casos en los que el fenómeno observado revela grados de satisfacción que puede estimar para una función de pertenencia.

Si observamos la *Gráfico 2.1*, para un grado de pertenencia mayor o igual que 0.75, se tiene:

$$Febrícula_{0.75} = \{x \in R: \mu(x) \geq 0.75\}$$

Es decir, en el intervalo [37.13, 37.75] consideramos que se tiene febrícula, al menos, en un grado de 0.75. Este intervalo contiene toda la información necesaria para el nivel 0.75.

A este intervalo se le llama α – corte, con $\alpha \in [0,1]$, de un conjunto difuso A_F arbitrario sobre un conjunto universal X , y su expresión formal es la siguiente:

$$(A_F)_\alpha = \{x \in R: \mu(x) \geq \alpha\} = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$$

Está claro que si recorremos todos los valores de alfa entre 0 y 1, se recubre todo el conjunto A_F ,

$$A_F = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$$

En la práctica, suele fijarse un nivel de exigencia o grado de verdad $\alpha \in [0,1]$, así en lugar de trabajarse con todo el conjunto difuso, se trabaja en un intervalo. De ahí la importancia de que más adelante definamos el concepto de distancia entre intervalos.

2.5.2. Operaciones con conjuntos difusos

La Lógica Difusa posee una estructura matemática sustentada, como ya hemos comentado, en la teoría de conjuntos y posee una lógica plurivalente. Definimos a continuación algunas de las operaciones que utilizaremos en este trabajo.

- *Complemento*: El complemento de un conjunto difuso D_F , que escribiremos D_F^C , asigna a cada objeto x el grado “complementario”:

$$\mu_{D^C}(x) = 1 - \mu_D(x).$$

- *Intersección:* La intersección de dos conjuntos difusos D_F y E_F asocia el mínimo de los grados de pertenencia, es decir, para cada objeto

$$\mu_{D \cap E}(x) = \text{Mín}(\mu_D(x), \mu_E(x)).$$

- *Unión:* De manera similar, la unión de dos conjuntos difusos D_F y E_F asocia el máximo de los grados de pertenencia, es decir, para cada objeto

$$\mu_{D \cup E}(x) = \text{Máx}(\mu_D(x), \mu_E(x)).$$

A los conjuntos difusos $(D \cap E)_F$ y $(D \cup E)_F$ se les llama mínimo y máximo (respectivamente) de los números difusos D_F y E_F .

2.5.3. Distancias y Lógica Difusa

Aunque nuestra intención no será medir distancias entre conjuntos difusos, sino entre intervalos (que resulta mucho más sencillo), creemos conveniente introducir el concepto de distancia para que se pueda comprobar que la medición que haremos con intervalos es compatible con ella.

Dados dos números difusos A_F, B_F los podemos describir mediante sus α -cortes, para todo $\alpha \in [0,1]$:

$$A_F = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] \quad B_F = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$$

Para calcular la distancia entre ellos, calcularemos la “diferencia” entre ellos:

$$d(A_F, B_F) = \int_{\alpha=0}^1 |a_1(\alpha) - b_1(\alpha)| d\alpha + \int_{\alpha=0}^1 |a_2(\alpha) - b_2(\alpha)| d\alpha$$

Si lo particularizamos a los dos conjuntos difusos que aparecen en el *Gráfico 2.4* desde el punto de vista geométrico, el concepto de distancia es equivalente a calcular el área de las regiones marcadas con las letras A, B, C y D, teniendo en cuenta que el del área marcada con la letra D se cuenta dos veces.

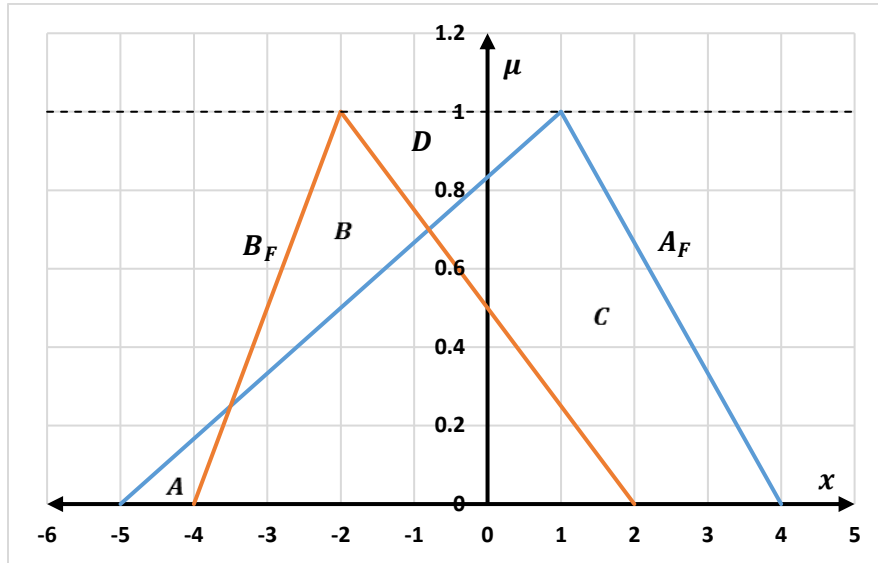


Gráfico 2.4: Distancia entre los conjuntos difusos A_F y B_F .
Fuente: Elaboración propia.

Si en lugar de dos conjuntos difusos consideramos dos intervalos $A = [a_1, a_2]$ y $B = [b_1, b_2]$ (que podrían ser dos α -cortes concretos de un conjunto difuso), se define la *distancia Manhattan*, de Hamming o *taxi-cab* como:

$$d_M(A, B) = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2|$$

Para poder comparar distancias entre intervalos de diferentes magnitudes, se suelen normalizar tanto los intervalos como las distancias, es decir partiremos de $A = [a_1, a_2]$, $B = [b_1, b_2]$ contenidos en $[0, 1]$ y definimos la distancia:

$$d(A, B) = \frac{1}{2}(|a_1 - b_1| + |a_2 - b_2|)$$

Cuando no trabajamos con intervalos sino con n -uplas en las que cada coordenada es un intervalo contenido en $[0, 1]$:

$$A = ([a_1^1, a_2^1], [a_1^2, a_2^2], \dots, [a_1^n, a_2^n]) \quad B = ([b_1^1, b_2^1], [b_1^2, b_2^2], \dots, [b_1^n, b_2^n])$$

Para calcular la distancia hacemos:

$$d(A, B) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (|a_1^i - b_1^i| + |a_2^i - b_2^i|)$$

Por ejemplo, dados:

$$A = ([0.1, 0.3], [0.2, 0.5], [0.9, 1]) \quad B = ([0.3, 0.3], [0.4, 0.5], [0.7, 0.9])$$

La distancia entre ellos es:

$$d(A, B) = \frac{1}{2 \cdot 3} (|0.1 - 0.3| + |0.3 - 0.3| + |0.2 - 0.4| + |0.5 - 0.5| + |0.9 - 0.7| + |1 - 0.9|) \\ = 0.1166$$

Por supuesto, todo lo que hemos hecho con la distancia de Hamming, podría haberse hecho con la distancia Euclídea:

$$d_E(A, B) = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$$

o cualquier otra función distancia (Carlsson y Fullér, 2002).

2.5.4. Ordenación y Lógica Difusa

Existen multitud de métodos para ordenar números difusos (Carlsson y Fullér, 2002), pero como nosotros sólo necesitaremos ordenaciones básicas, seguiremos el esquema propuesto en Kaufmann y Gil Aluja (1987).

Dados n números difusos $A_{1F}, A_{2F}, \dots, A_{nF}$ para ordenarlos actuamos de la forma siguiente:

Paso 1: Construimos M_F , el número difuso máximo de todos ellos.

Paso 2: Medimos la distancia de cada A_{iF} a M_F .

Paso 3: A_{iF} es mayor que A_{jF} , $A_{iF} \succ A_{jF}$, si y sólo si $d(A_{iF}, M_F) > d(A_{jF}, M_F)$.

En muchas ocasiones, como veremos en el ejemplo siguiente, no es necesario calcular el máximo, sino que es suficiente con elegir un número auxiliar que sea mayor que todos ellos y medir la distancia de cada número al auxiliar.

Para ordenar los dos conjuntos difusos que aparecen en el ejemplo que acabamos de desarrollar (ver *Gráficos 2.4 y 2.5*), utilizamos un “conjunto difuso” auxiliar que claramente sea mayor que ellos, por ejemplo, $C_F = 6$. Para calcular las distancias de A_F y B_F al número C_F , sólo tenemos que calcular el área de dos trapezios:

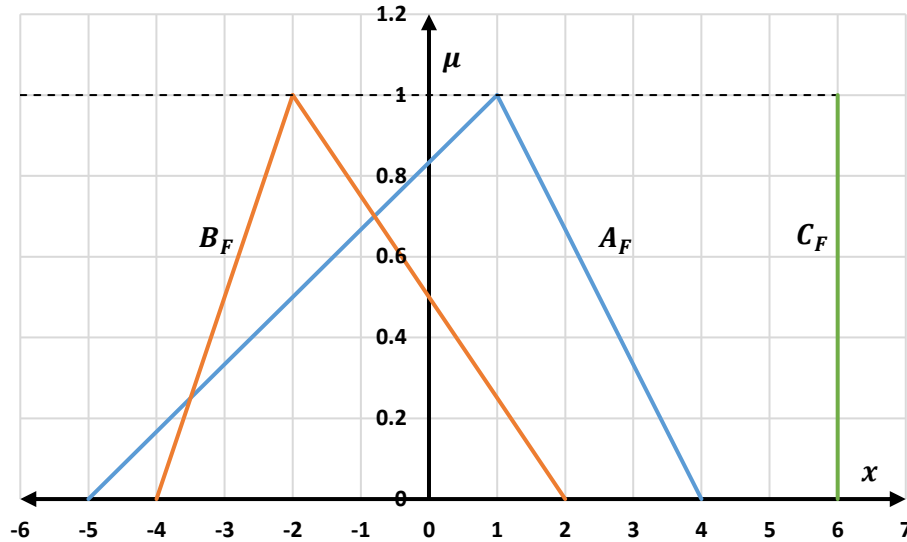


Gráfico 2.5: Distancia entre los conjuntos difusos A_F y B_F con C_F
Fuente: Elaboración propia.

$$d(A_F, C_F) = \frac{11 + 5}{2} + \frac{5 + 2}{2} = 11.5 \quad d(B_F, C_F) = \frac{10 + 8}{2} + \frac{8 + 2}{2} = 15$$

Por lo tanto, como C_F es mayor que los otros dos conjuntos y A_F dista menos de él que B_F , se tiene la siguiente ordenación:

$$C_F \succ A_F \succ B_F$$

Al igual que en el caso de las distancias, también se pueden realizar ordenaciones con intervalos. Existen muchos métodos para ordenar intervalos, pero siguiendo a Canós y Liern (2008), en nuestro trabajo usaremos el siguiente:

Dados dos intervalos $A = [a_1, a_2]$ y $B = [b_1, b_2] \in \mathbb{R}$, decimos que A es mayor que B , si y sólo si:

$$A \succ B \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 a_1 + k_2 a_2 > k_1 b_1 + k_2 b_2, & k_1 a_1 + k_2 a_2 \neq k_1 b_1 + k_2 b_2 \\ a_1 > b_1, & k_1 a_1 + k_2 a_2 = k_1 b_1 + k_2 b_2 \end{cases}$$

donde k_1 y k_2 son dos constantes positivas pre-establecidas que suelen sumar 1.

Por ejemplo, dados $A = [0.3, 0.5]$ y $B = [0.1, 0.6]$, vamos a ordenar los intervalos considerando que, por el objeto de nuestro estudio, el extremo inferior es para nosotros el triple de importante que el otro. Esto significa que $k_1 = 0.75$ y $k_2 = 0.25$. Entonces, se tiene lo siguiente:

$$k_1 a_1 + k_2 a_2 = 0.75 \cdot 0.3 + 0.25 \cdot 0.5 = 0.225 + 0.125 = 0.35$$

$$k_1 b_1 + k_2 b_2 = 0.75 \cdot 0.1 + 0.25 \cdot 0.6 = 0.075 + 0.15 = 0.225$$

Por lo tanto: $A \succ B$.

Con la perspectiva anterior sobre el tipo de resultados que es posible obtener con la lógica difusa, explicitaremos el modelo que propondremos para realizar valoraciones de los VEM que los asuman como procesos en los que la incertidumbre está presente.

Lo que hasta aquí hemos expuesto es la justificación matemática de los elementos de lógica difusa que requeriremos. A continuación, con la intención de contextualizarla con el uso que en este trabajo haremos de ella, ofreceremos un breve encuadre del uso que se ha hecho de la Lógica Difusa en el ámbito de la educación.

2.5. Uso de la Lógica Difusa en el ámbito de la educación

La Lógica Difusa ha provocado una auténtica renovación en diversos campos, fundamentalmente a la hora de estudiar procesos complejos. Esto se debe a que los algoritmos sólo pueden dar razón de procesos determinados y, en consecuencia, quedan alejados de los contextos complejos, es decir, sólo se pueden utilizar para la aplicación concreta para la que fueron diseñados. Por otro lado, la Lógica Difusa se muestra pertinente para dar cuenta de situaciones indeterminadas. En este sentido cabe decir que la Lógica Difusa es una herramienta básica en las programaciones de sistemas expertos (*software* que emula el comportamiento de un experto humano en la solución de un problema) y, por tanto, de utilidad en el campo de la inteligencia artificial, que es donde ha experimentado su mayor aplicación.

Según Ballester y Colom (2006), la Lógica Difusa ha tenido aplicaciones en diversos campos en los que se requiere de control, de evaluación, de toma de decisiones, como la inteligencia artificial, la economía, las finanzas o la medicina. Hasta el momento, la aplicación de la Lógica Difusa en la educación se encuentra relacionada con el diseño, la evaluación y la calidad de la enseñanza de los sistemas expertos, así como de sistemas de aprendizaje mediados por tecnología (educación a distancia u *on line*) y en el aprendizaje de la propia teoría de los *fuzzy sets*. Cabe mencionar el trabajo de Ibrahim (2001), quien realizó una evaluación de la calidad de la educación a distancia basada en Internet utilizando un modelo de conjuntos difusos.

Concordamos con Ballester y Colom (2006), en que en el ámbito educativo aún no se ha apreciado ni se ha sacado provecho de la utilización y funcionalidad de los métodos propios de la Lógica Difusa. Un ejemplo de esto es el libro de Ragin (2002), dedicado al uso de la lógica y conjuntos difusos en las Ciencias Sociales, el cual se propone como un material para ser aplicado en las investigaciones en donde se trate con fenómenos de causalidad compleja, en los cuales muchos de sus aspectos son indeterminados con lo cual el fenómeno, en su conjunto, está afectado por la incertidumbre y no obstante es posible estudiarlo y obtener resultados de él.

Se propone su aplicación en áreas como la sociología, ciencia política, antropología, etc. No se menciona su aplicación en el ámbito educativo. Por último, estos

autores puntualizan que las investigaciones en el ámbito educativo, se han elaborado fundamentalmente con auxilio de la lógica clásica del tipo sí/no, aunque la comprensión de la realidad educativa no permite este tipo de dicotomías debido a las múltiples clases y categorías que intervienen en ella. Proponen a la Lógica Difusa como estrategia para concretar los valores de las realidades hipercomplejas presentes en cualquier aspecto de la educación.

En otra investigación (Huapaya, Lizarralde y Arona, 2011), se aborda la valoración del estado cognitivo de los estudiantes a partir de un modelo basado en Lógica Difusa. Se comenta que valoraciones como la anterior, realizadas con puntuaciones rígidas, son inapropiadas debido a la imprecisión presente tanto el fenómeno mismo, como en la evaluación del educador. Se diseñó un modelo basado en reglas difusas y la opinión experta de los profesores.

Otra investigación, implementa la calificación del desempeño de los estudiantes en una asignatura, a través de un sistema de Lógica Difusa (Gómez, Quiroga y Jaspón, 2009). Estos autores comentan que el determinar si un estudiante aprueba, puede producir incertidumbre cuando la nota final se encuentra en la proximidad numérica del umbral, establecido como valor aprobatorio. Por tanto, se propuso un método en el cual se integran, además de las calificaciones asignadas a pruebas escritas y trabajos, variables de tipo subjetivo: el interés en los temas expuestos y en el curso en general, la participación, entre otros como paliativos.

Los anteriores, son ejemplos del uso de la Lógica Difusa hasta ahora en terrenos propios de la educación. En nuestro caso usamos esta lógica para dar cuenta de valoraciones que se apoyan en la opinión de ciertas comunidades de interés. El fenómeno de la opinión está en el terreno de la incertidumbre por ello aprovecharemos esta posibilidad para valorar productos de la educación con base en las opiniones de distintos grupos de interés.

La adaptación de las Idoneidades Didácticas nos proporciona categorías de interés para la valoración de los VEM, las cuales servirán como base para la valoración de las opiniones que los evaluadores de videos. Dichas opiniones tienen naturaleza imprecisa por lo que podemos utilizar Lógica Fuzzy para llevar a cabo una valoración de tales opiniones para, al final, tomar decisiones con ayuda de los Métodos Multicriterio.

Enseguida pasaremos a mencionar al Método Multicriterio que usaremos luego de las valoraciones y como éste nos apoyará para llevar a cabo la toma de decisiones sobre los videos.

2.6. Toma de Decisiones Multicriterio: Método TOPSIS

En el modelo que presentamos, luego de asignar valores a cada video, usaremos un método Multicriterio para abordar la toma de decisiones, a partir de los valores proporcionados por los miembros de una comunidad de interés.

Pasaremos a comentar en qué consiste la puesta en marcha del método multicriterio que usaremos para completar la valoración de los VEM. Este tipo de métodos ha venido siendo usado en la Ingeniería de Sistemas debido que una situación constante en ella es enfrentar la problemática que supone la toma de decisiones, esto es, confrontan la necesidad de elegir entre diferentes alternativas que han de evaluarse con base en varios criterios.

En particular Romero (1996), nos dice al respecto que: “La ingeniería de sistemas aborda problemas de naturaleza muy diversa que sin embargo tienen un denominador común: la necesidad de elegir entre diferentes alternativas que han de evaluarse en base a varios criterios” (p.12). Además:

En su dimensión más básica un proceso de toma de decisión puede concebirse como la elección por parte de un centro decisor (un individuo o un grupo de individuos) de «lo mejor» entre «lo posible». Los problemas analíticos surgen a la hora de definir «lo mejor» y «lo posible» en un determinado contexto decisional (p. 14).

Respecto a las categorías “lo posible” y “lo mejor” el autor nos comenta que: “El valor de las variables de decisión que satisfacen las restricciones constituyen lo que se denomina el conjunto factible o alcanzable que estructura y formaliza lo que se entiende por lo posible” (p.14). Así, en esta clase de problemas, las soluciones posibles son aquellas que satisfacen las restricciones del problema: “Una vez determinado lo posible (conjunto factible) se aborda la determinación de lo mejor. Para ello, se define una función de criterio que refleja adecuadamente las preferencias o deseos del centro decisor” (p. 14). Para determinar el conjunto factible sólo se necesita información no preferencial: “Las preferencias reales del centro decisor aparecen en la segunda fase cuando se establece la función de criterio o de utilidad” (p. 15).

De entre los muchos métodos utilizados para el tratamiento de las decisiones con varios criterios (Romero, 1996), en nuestro caso debemos seleccionar alguno que maneje datos discretos. La razón es que el conjunto de alternativas, y en ocasiones las valoraciones, son colecciones discretas de valores. Por ejemplo, si se analizan 100 videos, las alternativas son 100 y carece de sentido considerar valores intermedios entre un video y otro. Por otro lado, cuando queremos valorar VEM podemos suponer que los criterios (idoneidades del EOS) son monótonamente crecientes o decreciente, es decir, que el óptimo sería el máximo o el mínimo, pero no valores intermedios.

Por estas razones, en el presente trabajo, el procedimiento usado para establecer la valoración de los VEM es el llamado *Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*, conocido por sus siglas TOPSIS, que fue introducido por Hwang y Yoon en 1981, y consta de siete pasos, que serán los que aplicaremos en el presente trabajo a las valoraciones de los VEM.

ESQUEMA GENERAL DE TOPSIS

PASO 1. DETERMINAMOS LA MATRIZ DE DECISIÓN. Se tienen n criterios C_j y m alternativas A_i para evaluar. Expresamos estas valoraciones en una matriz $D = (x_{ij})_{m \times n}$.

PASO 2. CONSTRUIMOS LA MATRIZ DE DECISIÓN NORMALIZADA. Los criterios pueden estar expresados en diferentes escalas, por lo tanto es necesario normalizar los datos (trasladarlas al intervalo $[0,1]$) para poder compararlos. Así obtenemos la matriz de decisión normalizada $R = (r_{ij})_{m \times n}$.

PASO 3. DETERMINAMOS LOS PESOS NORMALIZADOS Y CONSTRUIMOS LA MATRIZ NORMALIZADA Y PONDERADA. En los problemas de toma de decisiones, es bien conocido que los criterios no tienen por qué tener el mismo peso, por esta razón a cada criterio se le asigna el peso que se considera (o se consensúa), de manera que la suma de todos los pesos sea 1. Se construye así la matriz $T = (w_j r_{ij})_{m \times n}$, donde w_j es el peso asignado al criterio j .

PASO 4. DETERMINAMOS EL IDEAL POSITIVO (PIS) Y EL IDEAL NEGATIVO O ANTI-IDEAL (NIS). Normalmente en los criterios en los que lo deseable es el máximo, el valor más grande es el ideal y el menor el anti-ideal. Y al contrario, para los criterios a minimizar, el ideal será el valor más bajo y el anti-ideal el valor más alto.

PASO 5. CALCULAMOS LA MEDIDA DE SEPARACIÓN. Medimos la distancia entre cada alternativa y la mejor solución PIS, y después con la peor solución NIS.

PASO 6. MEDIMOS LA PROXIMIDAD RELATIVA CON UNA SOLUCIÓN IDEAL. Cálculo de la proximidad relativa de cada alternativa al PIS y NIS utilizando el índice de proximidad siguiente:

$$R_i = \frac{\text{distancia de } A_i \text{ al anti-ideal}}{\text{distancia de } A_i \text{ al anti-ideal} + \text{distancia de } A_i \text{ al ideal}}$$

PASO 7. ORDENAMOS LAS ALTERNATIVAS. Teniendo en cuenta el valor R_i , podemos ordenar las alternativas de la forma siguiente:

$$A_i \succcurlyeq A_k \Leftrightarrow R_i \geq R_k$$

es decir, la alternativa i es preferida a la k si y sólo si R_i es mayor o igual que R_k .

En este esquema general hay muchos aspectos que deben ser fijados de acuerdo con las características propias de la situación a estudiar. Por ejemplo, las valoraciones de los criterios (Paso 1) pueden ser números reales o intervalos, existen multitud de métodos para normalizar los datos (Paso 2), como puede verse por ejemplo en Ouenniche et al (2017). La determinación del peso asignado a cada criterio (Paso 3) es una faceta crucial y controvertida de los métodos de decisión multicriterio. Como veremos más adelante, en la valoración de VEM, la asignación de los pesos hará que el video se adapte mejor al proceso educativo al que se va a aplicar. El ideal y anti-ideal de cada criterio (Paso 4) pueden determinarse con los valores máximos y mínimos de los datos o bien fijándolos a

priori con otra perspectiva. En cuanto a la medida de las distancias (Paso 5), por supuesto dependerá de la función distancia elegida.

Ante esta perspectiva, creemos conveniente mostrar brevemente cuáles han sido las elecciones que haremos en este trabajo.

Si la valoración de los videos la hacen varios expertos, la valoración que finalmente se asigna a cada video en cada criterio puede hacerse mediante algún método de agregación (por ejemplo, la media aritmética de la opinión de los expertos) y con ello cada dato sería un número real. Sin embargo, si la opinión de los expertos se recoge en un intervalo (por ejemplo, [valor mínimo dado por los expertos, valor máximo dado por los expertos]), desde el Paso 1 los elementos de las matrices no serían números reales sino intervalos. Por esta razón, vamos a exponer a continuación de forma explícita cómo procederemos en cada caso.

2.6.1. Método TOPSIS estándar

Decimos que el método TOPSIS es estándar cuando se dispone de valoraciones de todas las alternativas en todos criterios mediante números reales, porque en este caso podemos aplicar directamente el método TOPSIS propuesto por Hwang y Yoon en 1981. Es importante resaltar que esto no significa que haya un único experto que valore todas las alternativas. Si participan varios expertos, las valoraciones de consenso para cada criterio y cada alternativa podrían obtenerse con alguno de los métodos siguientes:

- Usar la media aritmética de las valoraciones de todos los expertos.
- Utilizar media ponderada, media geométrica, etc. de las valoraciones.
- Elegir la valoración más baja obtenida para cada criterio y cada alternativa.
- Elegir la valoración más alta obtenida para cada criterio y cada alternativa.
- Otros métodos de agregación (Canós y Liern, 2008).

En cualquier caso, cuando tenemos todas las valoraciones hechas, podemos aplicar los siguientes pasos:

Paso 1: Determinar la matriz de decisión. Se tienen n criterios y hay m alternativas para evaluar.

$$D = (x_{ij})_{m \times n}$$

Paso 2: Construir la matriz de decisión normalizada. Los criterios pueden estar expresados en diferentes escalas, por lo tanto, es necesario normalizar para poder compararlos. Seguiremos el método de normalización de Hwang y Yoon, (1981):

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (x_{ij})^2}}; i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Así obtenemos la matriz de decisión normalizada $R = (r_{ij})_{m \times n}$

Paso 3: Determinar los pesos normalizados y construir la matriz normalizada y con pesos. Es bien conocido que los pesos de los criterios, en los problemas de toma de decisiones, no tienen por qué tener el mismo peso, por esta razón a cada criterio se le asigna el peso que se considera (o se consensúe), $w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$. Con ello se define:

$$v_{ij} = w_j r_{ij}; i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

y se construye la matriz $V = (v_{ij})_{m \times n}$

Paso 4: Determinar el Ideal Positivo (PIS) y el Ideal Negativo (NIS). El conjunto ideal positivo A^+ y el conjunto ideal negativo A^- son los siguientes:

$$A^+ = \{v_1^+, \dots, v_n^+\} = \{(máx_i v_{ij}, j \in J)(mín_i v_{ij}, j \in J')\} i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$A^- = \{v_1^-, \dots, v_n^-\} = \{(mín_i v_{ij}, j \in J)(máx_i v_{ij}, j \in J')\} i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

Donde J está asociado con los criterios en los que lo deseable es obtener una puntuación alta y J' con los que es mejor una baja puntuación.

Paso 5: Calcular la medida de separación. Medimos la distancia entre cada alternativa y la mejor solución PIS, y después con la peor solución NIS, respectivamente:

$$d_i^+ = \left\{ \sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

$$d_i^- = \left\{ \sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

Paso 6: Medir la proximidad relativa con una solución ideal. Calculamos la proximidad relativa de cada alternativa al PIS y al NIS, usando el índice de proximidad:

$$R_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-} i = 1, \dots, m \quad (7)$$

Paso 7: Ordenación de las alternativas. A partir de los valores R_i , podemos ordenar las alternativas de la forma siguiente:

$$A_i \succcurlyeq A_k \Leftrightarrow R_i \geq R_k$$

2.6.2. Método TOPSIS con intervalos

Cuando no existe un consenso para expresar la opinión de varios expertos mediante números reales, podemos expresar la opinión de éstos mediante intervalos. Como ocurría en la sección anterior, la forma de hacerlo no es única. Pueden darse intervalos de confianza a partir de los datos de los expertos, usar medidas de dispersión, etc. Nosotros,

de acuerdo con Jahanshahloo et al (2006), construiremos los intervalos haciendo, para cada alternativa y cada criterio,

$$[\text{valor m\u00ednimo dado por los expertos, valor m\u00e1ximo dado por los expertos}]. \quad (8)$$

En este caso, el m\u00e9todo que proponen Jahanshahloo et al (2006) es el que expresamos a continuaci\u00f3n:

Paso 1: Determinar la matriz de decisi\u00f3n. Se tienen m alternativas evaluadas en n criterios mediante intervalos, es decir:

$$D = ([x_{ij}^L, x_{ij}^R])_{m \times n}$$

Suponemos que existen n_1 criterios en los que lo deseable obtener una puntuaci\u00f3n alta y n_2 con los que es mejor una baja puntuaci\u00f3n.

Podemos suponer, sin p\u00e9rdida de generalidad, que $I = \{1, 2, \dots, n_1\}$ son los criterios a maximizar y $J = \{n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n\}$ son los criterios a minimizar.

Paso 2: Construir la matriz de decisi\u00f3n normalizada adaptando el m\u00e9todo de normalizaci\u00f3n de Hwang y Yoon (1981), es decir:

$$r_{ij}^L = \frac{x_{ij}^L}{\sqrt{\sum_{l=1}^m (x_{ij}^L)^2 + \sum_{l=1}^m (x_{ij}^R)^2}}; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$r_{ij}^R = \frac{x_{ij}^R}{\sqrt{\sum_{l=1}^m (x_{ij}^L)^2 + \sum_{l=1}^m (x_{ij}^R)^2}}; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

As\u00ed obtenemos la matriz de decisi\u00f3n normalizada $R = ([r_{ij}^L, r_{ij}^R])_{m \times n}$

Paso 3: Determinar los pesos normalizados y construir la matriz normalizada y con pesos. Para los pesos w_j (no negativo) que se conceden a cada criterio, $w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$, se construye la matriz:

$$T = (\bar{v}_{ij} := [\frac{w_j}{2} r_{ij}^L, \frac{w_j}{2} r_{ij}^R])_{m \times n}; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Paso 4: Determinar el Ideal Positivo (PIS) y el Ideal Negativo (NIS). El conjunto ideal positivo A^+ y el conjunto ideal negativo A^- son los siguientes:

$$A^+ = \{v_1^+, \dots, v_n^+\} = \{(m\u00e1x_i v_{i1}^R, \dots, m\u00e1x_i v_{in_1}^R, m\u00edn_i v_{in_1+1}^L, \dots, m\u00edn_i v_{in}^L)\} \quad (12)$$

$$A^- = \{v_1^-, \dots, v_n^-\} = \{(m\u00edn_i v_{i1}^R, \dots, m\u00edn_i v_{in_1}^R, m\u00e1x_i v_{in_1+1}^L, \dots, m\u00e1x_i v_{in}^L)\} \quad (13)$$

Paso 5: Calcular la medida de separaci\u00f3n. Medimos la distancia entre cada alternativa y la mejor soluci\u00f3n PIS, y despu\u00e9s con la peor soluci\u00f3n NIS, respectivamente:

$$d_i^+ = \left\{ \sum_{j=1}^{n_1} (v_{ij}^L - v_j^+)^2 + \sum_{j=n_1+1}^n (v_{ij}^R - v_j^+)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

$$d_i^- = \left\{ \sum_{j=1}^{n_1} (v_{ij}^R - v_j^-)^2 + \sum_{j=n_1+1}^n (v_{ij}^L - v_j^-)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

Paso 6: Medir la proximidad relativa con una solución ideal. Calculamos la proximidad relativa de cada alternativa al PIS y al NIS, mediante el índice de proximidad:

$$R_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad i = 1, \dots, m \quad (16)$$

Paso 7: Ordenación de las alternativas. A partir de los valores R_i , podemos ordenar las alternativas de la forma siguiente:

$$A_i \succcurlyeq A_k \Leftrightarrow R_i \geq R_k$$

En el Capítulo 3, correspondiente a la metodología, mostramos un ejemplo de aplicación de este proceso para el caso estándar y para el caso de intervalos.

Capítulo 3

Metodología

3. Metodología

En este capítulo mostramos como organizar los tres marcos teóricos que precisamos en nuestro estudio: las idoneidades del EOS, la Lógica Difusa y los Métodos de Decisión Multicriterio. Veremos que para poder hacer una valoración útil de los VEM son necesarias estas áreas de conocimiento, pero, sin duda, esto exige una coordinación coherente y bien secuenciada de todas ellas.

En primer lugar, reflexionaremos acerca de los tipos de información disponible, de los datos existentes y de sus características, lo que nos lleva a precisar de la Lógica Difusa como sustento teórico de nuestras valoraciones de las seis idoneidades del Enfoque Ontosemiótico. Si entendemos cada idoneidad como un objetivo a conseguir, estamos ante un modelo multicriterio del cuál debemos extraer una decisión. Expresamos todo esto en un esquema general de nuestra metodología y mostramos en dos ejemplos sencillos el funcionamiento de la misma cuando se tienen unos datos de valoración consensuados y cuando no es así.

Para acabar el capítulo, reflexionamos brevemente acerca de la forma cómo modificando los pesos, las funciones distancia, etc. La metodología que proponemos se puede adaptar fácilmente a las necesidades de los procesos educativos concretos.

En el siguiente apartado estaremos comentando los dos aspectos metodológicos de este trabajo que conforman la metodología del modelo presentado en este trabajo. En primer lugar, mencionaremos aspectos sobre los tipos de datos existentes y las características de aquéllos con los que trabajaremos, luego trataremos un ejemplo específico en el que se pone en funcionamiento el Método Multicriterio TOPSIS en un caso específico.

3.1. Esquema general de la metodología

Como antes hemos mencionado “el tratamiento de la incertidumbre es una cosa, el de la aleatoriedad, es decir del azar, es otra”, Kaufmann y Gil Aluja (1987) por lo que desde el punto de vista de la metodología de este trabajo resulta relevante establecer cómo en un trabajo en el que la opinión es valorada, lo que está presente es la aleatoriedad.

Enseguida mostramos un esquema general de la metodología propuesta en este trabajo, distinguiendo varios casos. Aunque en este trabajo, por la naturaleza de nuestro objeto de estudio, sólo analizaremos la secuencia de la figura marcada con flechas azules, creemos interesante hacer una breve reflexión de todos los casos.

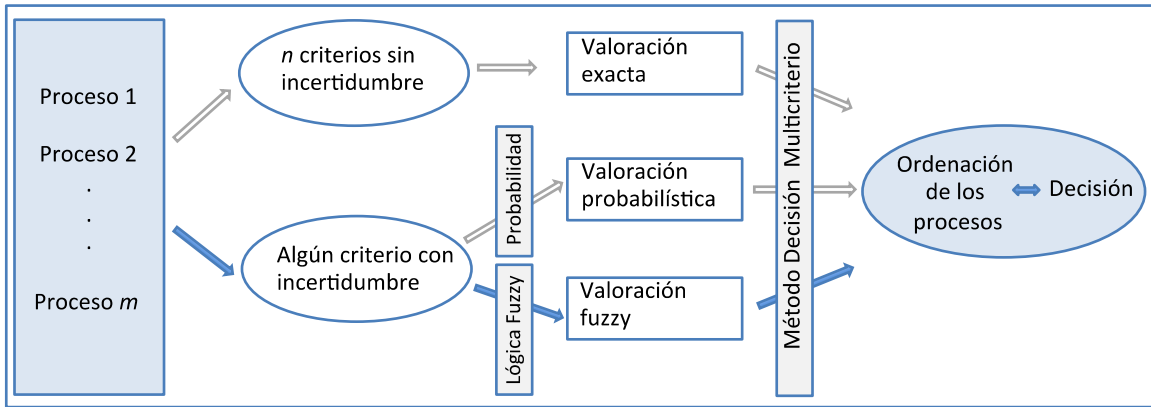


Gráfico 3.1: Esquema general de valoración.
 Fuente: Elaboración propia.

Supongamos que para realizar una actividad con éxito debemos seleccionar el mejor de n procesos. La selección se va a basar en la valoración de cada proceso en m criterios. Según sea la naturaleza de éstos tenemos dos escenarios:

- A. Si los m criterios se pueden valorar de forma cierta mediante números reales, obtenemos una valoración exacta de cada proceso en cada criterio:

$$\begin{array}{l}
 \text{Proceso 1: } v_{1^1} \quad v_{2^1} \quad \dots \quad v_{m^1} \\
 \text{Proceso 2: } v_{1^2} \quad v_{2^2} \quad \dots \quad v_{m^2} \\
 \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots \\
 \text{Proceso } n: v_{1^n} \quad v_{2^n} \quad \dots \quad v_{m^n}
 \end{array}$$

Si a estas valoraciones les aplicamos un método de decisión multicriterio, obtendremos una ordenación de los procesos y, por lo tanto, podemos decidir el más adecuado para nuestra actividad.

- B. Si todos o alguno de los m criterios no se pueden valorar de forma cierta, por ejemplo, porque los criterios no se pueden formular de manera precisa, debemos recurrir a metodologías capaces de manejar la incertidumbre. En este caso, aparecen dos posibilidades:

- a. Cuando las valoraciones tienen ciertas probabilidades de ser verdaderas, es decir cuando repetir muchas veces el experimento aleatorio nos acerca cada vez más a las valoraciones ciertas. En este caso, establecemos valoraciones teniendo en cuenta la probabilidad que tienen de ser verdaderas. Una vez obtenidas las valoraciones, aplicamos un método de decisión multicriterio, ordenamos los procesos y podemos decidir cuál es el más adecuado.
- b. Cuando no es posible asignar probabilidades a las valoraciones, es decir que repetir el experimento no aporta información, porque la incertidumbre está en la propia esencia de los criterios. En este caso, establecemos valoraciones teniendo en cuenta la Lógica Discreta, que permite trabajar con afirmaciones y enunciados imprecisos a los que se les asigna un grado

de verdad que está entre 0 y 1. A las valoraciones les aplicamos un método de decisión multicriterio, ordenamos y tomamos una decisión.

En particular, el esquema anterior en el caso de la valoración de VEM que proponemos, sería el que aparece en el Gráfico 3.2.

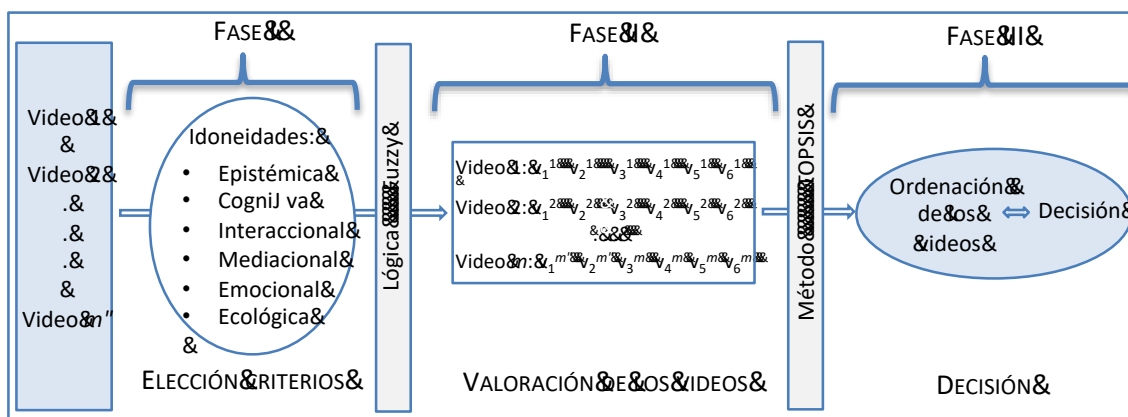


Gráfico 3.2: Esquema de valoración de videos.

Fuente: Elaboración propia.

En nuestro estudio, los procesos educativos a los que hace referencia el Gráfico 3.1 son videos y los criterios son las seis idoneidades didácticas establecidas por el EOS, es decir idoneidades epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica. Como el grado de consecución de cada idoneidad no se puede establecer de forma precisa, la valoración se hace utilizando la Lógica Difusa.

Una vez obtenidos los datos de las valoraciones, usamos el método TOPSIS para ordenar los videos y con esto tenemos ciertas garantías de que la selección es adecuada y pondremos en funcionamiento los siete pasos mencionados anteriormente.

A continuación mostramos con dos ejemplos la aplicación del esquema que aparece en el Gráfico 3.2 en dos escenarios diferentes: cuando los valoraciones se han consensado (porque provienen de un único evaluador o porque cuentan con consenso) y cuando las valoraciones no cuentan con un consenso.

3.2. Funcionamiento de la metodología con datos consensuados

Para facilitar la explicación, vamos a considerar el ejemplo siguiente:

EJEMPLO 1: Supongamos que queremos elegir un video para complementar los materiales del aula, y para esto el profesor ha valorado 5 videos.

Si seguimos el esquema general expresado en el Gráfico 3.2, para completar la valoración y tomar una decisión, debemos seguir las tres fases que exponemos a continuación.

FASE I: En la primera fase se seleccionan los criterios para evaluar los 5 videos. En nuestro caso son las 6 idoneidades establecidas por EOS: epistémica (I_1), cognitiva (I_2), interaccional (I_3), mediacional (I_4), emocional (I_5) y ecológica (I_6).

FASE II: En la segunda fase se establece cómo valorar las 6 idoneidades anteriores, y por tratarse de apreciaciones no cuantificables, imprecisas e incluso subjetivas, recurrimos a la Lógica Difusa. En primer lugar, interpretamos que cada idoneidad representa un conjunto y el grado de pertenencia se valora a través de una cuestión. Así por ejemplo, para la Idoneidad Epistémica podemos proponer “*Valore entre 0 y 1 la corrección del contenido matemático del video*”. Una valoración de 0.7 nos proporciona el grado de pertenencia al conjunto.

$$I_1 = \{\text{videos de matemáticas con contenido correcto}\}$$

Como el valor es 0.7 significa que pertenece con un 0.7, es decir que no es totalmente correcto, pero sí lo es en alrededor de un 70%.

Las preguntas que se plantean a los que deben valorar las idoneidades deben permitir reflejar adecuadamente su opinión, por esto suelen plantearse de manera que en alguna idoneidad sea bueno obtener una puntuación alta y en otras lo deseable sea obtener una puntuación baja, como antes hemos comentado. En nuestro caso, hemos establecido que en las idoneidades 1, 2, 3 y 5 sea bueno obtener una puntuación alta y en las otras dos al revés.

Supongamos que se tienen las siguientes valoraciones

| Video | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V₁ | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.7 | 0.8 | 0.7 |
| V₂ | 0.6 | 0.8 | 0.7 | 0.9 | 0.6 | 0.6 |
| V₃ | 0.6 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.3 | 0.9 |
| V₄ | 0.2 | 0.7 | 0.6 | 0.7 | 0.9 | 0.3 |
| V₅ | 0.7 | 0.8 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 0.6 |

FASE III: En la última fase, partimos de los valores de la Fase II y debemos ordenar los videos mediante el método TOPSIS.

PASO 1. DETERMINAMOS LA MATRIZ DE DECISIÓN. En este caso ya tenemos los datos en forma de matriz:

| Video | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V₁ | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.7 | 0.8 | 0.7 |
| V₂ | 0.6 | 0.8 | 0.7 | 0.9 | 0.6 | 0.6 |
| V₃ | 0.6 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.3 | 0.9 |
| V₄ | 0.2 | 0.7 | 0.6 | 0.7 | 0.9 | 0.3 |
| V₅ | 0.7 | 0.8 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 0.6 |

| | | | | | | |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| <i>máx</i> | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| <i>mín</i> | 0.2 | 0.5 | 0.4 | 0.5 | 0.3 | 0.3 |

PASO 2. CONSTRUIMOS LA MATRIZ DE DECISIÓN NORMALIZADA. En primer lugar elevamos cada dato anterior al cuadrado.

| Video | <i>I</i>₁ | <i>I</i>₂ | <i>I</i>₃ | <i>I</i>₄ | <i>I</i>₅ | <i>I</i>₆ |
|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| V₁ | 0.49 | 0.64 | 0.81 | 0.49 | 0.64 | 0.49 |
| V₂ | 0.36 | 0.64 | 0.49 | 0.81 | 0.36 | 0.36 |
| V₃ | 0.36 | 0.25 | 0.25 | 0.25 | 0.09 | 0.81 |
| V₄ | 0.04 | 0.49 | 0.36 | 0.49 | 0.81 | 0.09 |
| V₅ | 0.49 | 0.64 | 0.16 | 0.36 | 0.64 | 0.36 |
| suma | 1.74 | 2.66 | 2.07 | 2.4 | 2.54 | 2.11 |

Y calculamos, como se indica en el Paso 2 descrito en el algoritmo $\frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m (x_{ij})^2}}$, la matriz normalizada:

| Suma de Cuadrados | 1.74 | 2.66 | 2.07 | 2.4 | 2.54 | 2.11 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Raíz Cuadrada | 1.3191 | 1.631 | 1.4387 | 1.5492 | 1.5937 | 1.4526 |
| Valores Normalizados | | | | | | |
| V₁ | 0.5307 | 0.4905 | 0.6255 | 0.4518 | 0.502 | 0.4819 |
| V₂ | 0.4549 | 0.4905 | 0.4865 | 0.5809 | 0.3765 | 0.4131 |
| V₃ | 0.4549 | 0.3066 | 0.3475 | 0.3227 | 0.1882 | 0.6196 |
| V₄ | 0.1516 | 0.4292 | 0.417 | 0.4518 | 0.5647 | 0.2065 |
| V₅ | 0.5307 | 0.4905 | 0.278 | 0.3873 | 0.502 | 0.4131 |

PASO 3. DETERMINAMOS LOS PESOS NORMALIZADOS Y CONSTRUIMOS LA MATRIZ NORMALIZADA Y CON PESOS. En nuestro caso caso, los pesos que asignamos a los criterios normalizados, correspondientes a las idoneidades didácticas bajo la asignación que antes hemos comentado, son los siguientes:

| | <i>I</i>₁ | <i>I</i>₂ | <i>I</i>₃ | <i>I</i>₄ | <i>I</i>₅ | <i>I</i>₆ |
|-----------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Escenario | 0.25 | 0.25 | 0.15 | 0.15 | 0.1 | 0.1 |

Si multiplicamos la matriz normalizada por los pesos, obtenemos la matriz siguiente:

| Video | <i>I</i>₁ | <i>I</i>₂ | <i>I</i>₃ | <i>I</i>₄ | <i>I</i>₅ | <i>I</i>₆ |
|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| V₁ | 0.1327 | 0.1226 | 0.0938 | 0.0678 | 0.0502 | 0.0482 |
| V₂ | 0.1137 | 0.1226 | 0.073 | 0.0871 | 0.0376 | 0.0413 |
| V₃ | 0.1137 | 0.0766 | 0.0521 | 0.0484 | 0.0188 | 0.062 |
| V₄ | 0.0379 | 0.1073 | 0.0626 | 0.0678 | 0.0565 | 0.0207 |
| V₅ | 0.1327 | 0.1226 | 0.0417 | 0.0581 | 0.0502 | 0.0413 |

PASO 4. DETERMINAMOS EL IDEAL POSITIVO (PIS) Y EL IDEAL NEGATIVO (NIS). Dependiendo de que los criterios se deban maximizar (I_1, I_2, I_3, I_5) o minimizar (I_4, I_6), el ideal y el anti-ideal son los siguientes:

| | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Ideal | 0.1327 | 0.1226 | 0.0938 | 0.0484 | 0.0565 | 0.0207 |
| Antiideal | 0.0379 | 0.0766 | 0.0417 | 0.0871 | 0.0188 | 0.062 |

PASO 5. CALCULAMOS LA MEDIDA DE SEPARACIÓN. De acuerdo con el Paso 5 del algoritmo, calculamos la distancia al ideal y al anti-ideal.

| Video | Al ideal | Al anti-ideal |
|-------|------------------|------------------|
| V_1 | $d_1^+ = 0.0342$ | $d_1^- = 0.1239$ |
| V_2 | $d_2^+ = 0.0555$ | $d_2^- = 0.0981$ |
| V_3 | $d_3^+ = 0.0857$ | $d_3^- = 0.0858$ |
| V_4 | $d_4^+ = 0.1028$ | $d_4^- = 0.0698$ |
| V_5 | $d_5^+ = 0.0572$ | $d_5^- = 0.1155$ |

PASO 6. MEDIMOS LA PROXIMIDAD RELATIVA CON UNA SOLUCIÓN IDEAL. La proximidad relativa se obtiene dividiendo la distancia al antiideal entre la suma de las distancias al ideal y al anti-ideal.

| Video | Proximidad relativa |
|-------|---------------------|
| V_1 | 0.7835 |
| V_2 | 0.6388 |
| V_3 | 0.5003 |
| V_4 | 0.4044 |
| V_5 | 0.6687 |

PASO 7. ORDENAMOS LAS ALTERNATIVAS. Los valores de proximidad relativa nos permiten ordenar los videos.

| Video | Posición relativa |
|-------|-------------------|
| V_1 | 0.7835 |
| V_5 | 0.6687 |
| V_2 | 0.6388 |
| V_3 | 0.5003 |
| V_4 | 0.4044 |

Por lo tanto, la decisión sería elegir el video 1.

Si llevamos todos los resultados que se han obtenido en el Ejemplo 1 al Gráfico 3.2, podemos particularizar el esquema general a los 5 videos del Ejemplo 1, con lo cuál creemos que resulta más sencillo seguir las fases de nuestra metodología (ver Gráfico 3.3).

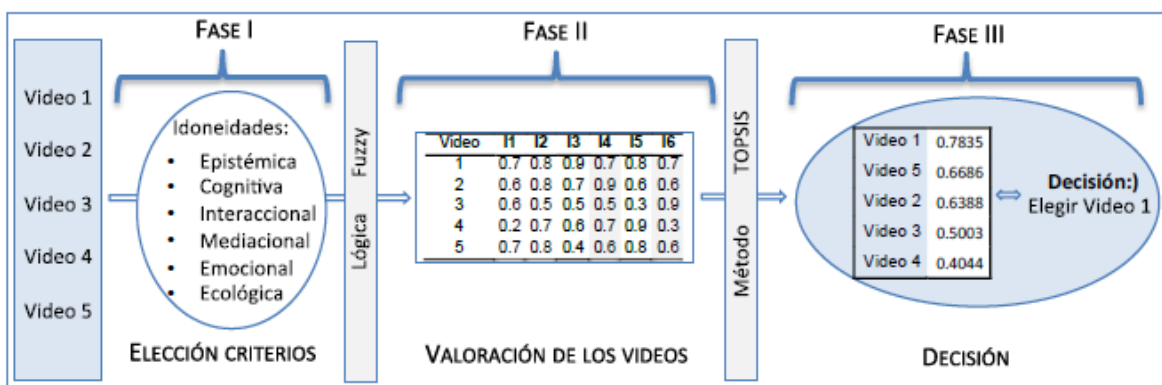


Gráfico 3.3: Esquema de la metodología aplicada al Ejemplo 1.

Fuente: Elaboración propia

3.3. Funcionamiento de la metodología con datos sin consenso

A continuación mostramos en un nuevo ejemplo la aplicación del esquema que aparece en el Gráfico 3.2 para valoraciones que, por no contar con consenso, se han dado mediante intervalos.

EJEMPLO 2: Supongamos que queremos elegir un video para complementar los materiales del aula, y para esto contamos con 5 videos que han sido valorados por 3 profesores del centro escolar.

En el Ejemplo 1 sólo valoraba un profesor, con lo cuál, era razonable que las valoraciones estuviesen dadas por números reales. Sin embargo, si son 3 los profesores que valoran los videos podemos actuar de dos maneras:

- Si calculamos la media aritmética de las valoraciones de los tres profesores, cada dato es un número real y lo resolvemos como el Ejemplo 1 (en este caso se ha consensuado que la media representa adecuadamente la opinión global).
- Si expresamos las valoraciones mediante intervalos [valor mínimo dado por los 3 profesores, valor máximo dado por los 3 profesores], debemos seguir el método TOPSIS expuesto en 2.6.2 (en este caso no se ha llegado a un consenso que represente la opinión global).

Evidentemente, la Fase I coincide con la que hemos mostrado en el Ejemplo 1. En la Fase II, contamos con las tres valoraciones siguientes:

| | Profesor 1 | | | | | | Profesor 2 | | | | | | Profesor 3 | | | | | |
|-------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
| V_1 | 0.6 | 0.7 | 0.9 | 0.7 | 0.85 | 0.6 | 0.5 | 0.85 | 0.8 | 0.6 | 0.8 | 0.7 | 0.7 | 0.6 | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.5 |
| V_2 | 0.55 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.7 | 0.6 | 0.75 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.7 | 0.6 | 0.6 | 0.8 | 0.7 | 0.9 | 0.6 | 0.65 |
| V_3 | 0.6 | 0.5 | 0.4 | 0.5 | 0.4 | 0.9 | 0.65 | 0.4 | 0.4 | 0.5 | 0.4 | 0.9 | 0.5 | 0.7 | 0.6 | 0.6 | 0.3 | 0.8 |
| V_4 | 0.2 | 0.6 | 0.5 | 0.6 | 1 | 0.3 | 0.3 | 0.7 | 0.6 | 0.6 | 0.9 | 0.4 | 0.2 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.8 | 0.3 |
| V_5 | 0.5 | 0.8 | 0.35 | 0.5 | 0.7 | 0.6 | 0.8 | 0.5 | 0.55 | 0.5 | 0.7 | 0.5 | 0.6 | 0.9 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 0.7 |

FASE III: En la última fase, partimos de los valores de la Fase II y debemos ordenar los vídeos mediante el método TOPSIS. Lo primero que debemos hacer es construir la matriz de decisión, y para ello construimos los intervalos que contienen las valoraciones de los tres profesores.

PASO 1. DETERMINAMOS LA MATRIZ DE DECISIÓN. Partimos de datos,

| Video | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-------|--------------|-------------|--------------|------------|-------------|-------------|
| V_1 | [0.5, 0.7] | [0.6, 0.85] | [0.8, 0.9] | [0.6, 0.8] | [0.7, 0.85] | [0.5, 0.7] |
| V_2 | [0.55, 0.75] | [0.7, 0.8] | [0.7, 0.8] | [0.9, 0.9] | [0.6, 0.7] | [0.6, 0.65] |
| V_3 | [0.5, 0.65] | [0.4, 0.7] | [0.4, 0.6] | [0.5, 0.6] | [0.3, 0.4] | [0.8, 0.9] |
| V_4 | [0.2, 0.3] | [0.6, 0.7] | [0.5, 0.7] | [0.6, 0.7] | [0.8, 1] | [0.3, 0.4] |
| V_5 | [0.5, 0.8] | [0.5, 0.9] | [0.35, 0.55] | [0.5, 0.6] | [0.7, 0.8] | [0.5, 0.7] |

PASO 2. CONSTRUIMOS LA MATRIZ DE DECISIÓN NORMALIZADA. En primer lugar, elevamos cada dato anterior al cuadrado, es decir, los extremos de los intervalos.

| Video | I_1 | | I_2 | | I_3 | | I_4 | | I_5 | | I_6 | |
|----------------------------|------------|--------|-------------|--------|-------------|--------|-------------|------|-------------|--------|-------------|--------|
| V_1 | 0.25 | 0.49 | 0.36 | 0.7225 | 0.64 | 0.81 | 0.36 | 0.64 | 0.49 | 0.7225 | 0.25 | 0.49 |
| V_2 | 0.3025 | 0.5625 | 0.49 | 0.64 | 0.49 | 0.64 | 0.81 | 0.81 | 0.36 | 0.49 | 0.36 | 0.4225 |
| V_3 | 0.25 | 0.4225 | 0.16 | 0.49 | 0.16 | 0.36 | 0.25 | 0.36 | 0.09 | 0.16 | 0.64 | 0.81 |
| V_4 | 0.04 | 0.09 | 0.36 | 0.49 | 0.25 | 0.49 | 0.36 | 0.49 | 0.64 | 1 | 0.09 | 0.16 |
| V_5 | 0.25 | 0.64 | 0.25 | 0.81 | 0.1225 | 0.3025 | 0.25 | 0.36 | 0.49 | 0.64 | 0.25 | 0.49 |
| Raíz de sumas de cuadrados | 1.81590198 | | 2.184605227 | | 2.065187643 | | 2.165640783 | | 2.254440064 | | 1.990602924 | |

Como se indica en el Paso 2, descrito en la sección 2.5.2 de esta tesis, calculamos la matriz normalizada con intervalos dividiendo los intervalos del Paso 1 por los valores de la última fila de la tabla anterior.

| Video | I_1 | | I_2 | | I_3 | | I_4 | | I_5 | | I_6 | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| V_1 | 0.2753 | 0.3854 | 0.2746 | 0.3890 | 0.3873 | 0.4357 | 0.2770 | 0.3694 | 0.3104 | 0.3770 | 0.2511 | 0.3516 |
| V_2 | 0.3028 | 0.4130 | 0.3204 | 0.3661 | 0.3389 | 0.3873 | 0.4155 | 0.4155 | 0.2661 | 0.3104 | 0.3014 | 0.3265 |
| V_3 | 0.2753 | 0.3579 | 0.1830 | 0.3204 | 0.1936 | 0.2905 | 0.2308 | 0.2770 | 0.1330 | 0.1774 | 0.4018 | 0.4521 |
| V_4 | 0.1101 | 0.1652 | 0.2746 | 0.3204 | 0.2421 | 0.3389 | 0.2770 | 0.3232 | 0.3548 | 0.4435 | 0.1507 | 0.2009 |
| V_5 | 0.2753 | 0.4405 | 0.2288 | 0.4119 | 0.1694 | 0.2663 | 0.2308 | 0.2770 | 0.3104 | 0.3548 | 0.2511 | 0.3516 |

PASO 3. DETERMINAMOS LOS PESOS NORMALIZADOS Y CONSTRUIMOS LA MATRIZ NORMALIZADA Y CON PESOS. Como en el Ejemplo 1, los pesos que asignamos a los criterios normalizados, correspondientes a las idoneidades didácticas, son los siguientes:

| | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pesos | 0.25 | 0.25 | 0.15 | 0.15 | 0.1 | 0.1 |

Si multiplicamos la matriz normalizada por la mitad de los pesos respectivos, obtenemos la matriz siguiente:

| Video | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| V_1 | 0.0344 | 0.0481 | 0.0343 | 0.0486 | 0.0290 | 0.0326 | 0.0207 | 0.0277 | 0.0155 | 0.0188 | 0.0125 | 0.0175 |
| V_2 | 0.0378 | 0.0516 | 0.0400 | 0.0457 | 0.0254 | 0.0291 | 0.0311 | 0.0311 | 0.0133 | 0.0155 | 0.0150 | 0.0163 |
| V_3 | 0.0344 | 0.0447 | 0.0221 | 0.0401 | 0.0145 | 0.0217 | 0.0173 | 0.0207 | 0.0066 | 0.0088 | 0.0200 | 0.0226 |
| V_4 | 0.0137 | 0.0206 | 0.0343 | 0.0401 | 0.0181 | 0.0254 | 0.0207 | 0.0242 | 0.0177 | 0.0221 | 0.0075 | 0.0100 |
| V_5 | 0.0344 | 0.0550 | 0.0286 | 0.0515 | 0.0127 | 0.0199 | 0.01731 | 0.0207 | 0.0155 | 0.0177 | 0.0125 | 0.0175 |

PASO 4. DETERMINAMOS EL IDEAL POSITIVO (PIS) Y EL IDEAL NEGATIVO (NIS). Dependiendo de que los criterios se deban maximizar (I_1, I_2, I_3, I_5) o minimizar (I_4, I_6), el ideal y el anti-ideal son los siguientes:

| | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| IDEAL | 0,05506905 | 0,05149671 | 0,03268468 | 0,01731589 | 0,02217845 | 0,00753540 |
| ANTIIDEAL | 0,01376726 | 0,01376726 | 0,01271070 | 0,03116860 | 0,00665353 | 0,02260621 |

PASO 5. CALCULAMOS LA MEDIDA DE SEPARACIÓN. De acuerdo con el Paso 5 del algoritmo descrito en 2.5.2, calculamos la distancia al ideal y al anti-ideal.

| Video | al ideal | al anti-ideal |
|-------|-------------|---------------|
| V_1 | 0.031423931 | 0.051031665 |
| V_2 | 0.028770682 | 0.048577442 |
| V_3 | 0.045330073 | 0.039239596 |
| V_4 | 0.047806626 | 0.032858763 |
| V_5 | 0.038813181 | 0.054707395 |

PASO 6. MEDIMOS LA PROXIMIDAD RELATIVA CON UNA SOLUCIÓN IDEAL. La proximidad relativa R_i es la siguiente:

| Video | Proximidad relativa |
|-------|---------------------|
| V_1 | 0.618898746 |
| V_2 | 0.628036462 |
| V_3 | 0.463991367 |
| V_4 | 0.407346487 |
| V_5 | 0.584977100 |

PASO 7. ORDENAMOS LAS ALTERNATIVAS. Los valores de proximidad relativa nos permiten ordenar los videos.

| Video | Proximidad relativa |
|-------|---------------------|
| V_2 | 0.628036462 |
| V_1 | 0.618898746 |
| V_5 | 0.584977100 |

$$V_3 \quad 0.463991367$$

$$V_4 \quad 0.407346487$$

Por lo tanto, en este caso, la decisión sería elegir el video 2.

Si llevamos todos los resultados que se han obtenido en el ejemplo al Gráfico 3.2, podemos ver esquemáticamente cómo se han aplicado las fases de nuestra metodología a los 5 videos del Ejemplo 2 (ver Gráfico 3.4).

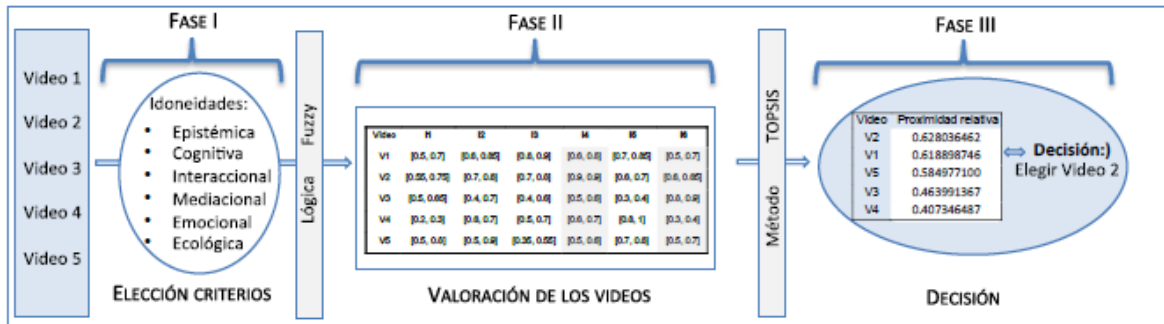


Gráfico 3.4: Esquema de la metodología aplicada al Ejemplo 2.

Fuente: Elaboración propia

En la sección siguiente haremos una reflexión acerca de los parámetros y elementos de la metodología que podrían ser modificados de manera que la valoración y la decisión fuesen más acordes con las características de la situación real para la que se van a utilizar los VEM.

3.4. Modificaciones en los datos y los parámetros

Con lo expuesto hasta aquí hemos sido capaces de ordenar los videos que fueron valorados por un grupo de interesados, con base en las idoneidades propuestas y los pesos asignados. Si observamos los ejemplos anteriores, podemos darnos cuenta de que hay parámetros que son establecidos según nuestra conveniencia y que pueden ser modificados dependiendo de las necesidades:

1. Las variables correspondientes a las idoneidades didácticas que hemos usado en este trabajo, podrían ser cambiadas en la investigación, siendo posible usar otro tipo de paradigmas dependiendo del objetivo de esta. Por ejemplo, podríamos añadir el nivel de experiencia del autor del VEM, la calidad técnica, calidad de la imagen, número de comentarios, etc.
2. Si se valorase otro instrumento de un proceso educativo, como por ejemplo libros de texto, grabaciones de clases, etc., además de las mencionadas idoneidades habría que añadir otras facetas que describiesen el proceso de la mejor manera posible.
3. Los pesos de los criterios sugeridos para las idoneidades, dependerán de la postura respecto a la educación que tenga el responsable del proceso educativo. Nosotros hemos asignado los pesos.

| Idoneidad | Epistémica | Cognitiva | Interaccional | Mediacional | Emocional | Ecologica |
|-----------|------------|-----------|---------------|-------------|-----------|-----------|
| Peso | 0.25 | 0.25 | 0.15 | 0.15 | 0.1 | 0.1 |

Con esta asignación estamos concediendo el 50% del peso al contenido matemático y la corrección de éste. Sin embargo, sólo se concede un 10% al aspecto emocional del video. Si el docente pretende que que el VEM tenga como principal utilidad la de llamar la atención de sus alumnos con el objeto de motivarlos, quizás debería dar más peso a la idoneidad emocional en detrimento de otras.

4. Las comunidades de interés que valoran los videos, así como los videos valorados, pueden pertenecer a contextos muy diferentes y perseguir objetivos que no tienen por qué ser coincidentes. En este caso la posibilidad de establecer valoraciones con intervalos puede resultar de gran ayuda, puesto que con ellos se puede contemplar un amplio grupo de intereses.
5. El mismo video puede tener valoraciones diferentes dependiendo de la fase del proceso de aprendizaje para la que se quiera usar: una cuestión es si se quiere que el VEM ayude a descubrir un concepto matemático y otra, bien distinta, es que con él se pretenda reforzar la aplicación del concepto.
6. Dada la gran cantidad de VEM disponibles en Internet, poder contar con listados ordenados de VEM, que puedan servir como guía a los potenciales usuarios puede resultar muy útil. Esta metodología, que además permite adecuar los parámetros a posteriori, abre la posibilidad de establecer ordenaciones de VEM que puedan servir como guía.

Además de las modificaciones en los parámetros a los que acabamos de hacer referencia, hay otro tema que debemos comentar: Debemos aclarar qué razones pueden hacer que se opte por datos consensuados o por datos sin consensuar. Para responder a esta cuestión, pensemos que en un video que ha sido valorado en una de las idoneidades con un 0 (por el experto 1) y con 0.8 (por el experto 2). Si se llega al consenso de utilizar la media aritmética, el video anterior tendría una valoración de 0.4, mientras que si se opta por los intervalos descritos anteriormente, el video se valoraría con $[0, 0.8]$. La valoración 0.4 no informa de si se trata de las valoraciones $\{0, 0.8\}$, $\{0.4, 0.4\}$, $\{0.3, 0.5\}$, etc.; mientras que el intervalo sí que muestra la dispersión entre las valoraciones.

Con lo que se ha dicho, podría parecer que siempre será más razonable utilizar datos no consensuado, pero esto tampoco es cierto: Si evalúan un video diez expertos y nueve de ellos lo valoran con 1 y uno de ellos le asigna un 0.2, el intervalo resultante sería $[0.2, 1]$, que desde luego, no refleja la realidad de lo que ha ocurrido con las valoraciones.

En definitiva, antes de aplicar la tercera fase de la metodología expuesta, debería tenerse en cuenta que:

- a) Los datos expresados por intervalos ofrecen una muestra de la dispersión de las valoraciones.

- b) Amplitudes grandes en los intervalos de valoración suelen mostrar que los expertos no son comparables (por diferentes niveles de conocimiento del tema, no han entendido de manera semejante las cuestiones a valorar, etc.)

Por estas razones conviene reflexionar previamente el tratamiento que se va a dar a los datos posteriormente.

Dado que las aplicaciones del modelo propuesto son el objeto de estudio del presente trabajo y para mostrar su versatilidad para la valoración de VEM, dependiendo de las necesidades de los grupos de interés que lo usen, en la siguiente sección propondremos variaciones a los parámetros para contrastar las diferencias para analizarlas.

Capítulo 4

Modelos de valoración de los VEM

4. Modelos de valoración de los videos educativos de matemáticas

En este capítulo abordaremos nuestro objeto de investigación y comprobaremos la viabilidad y versatilidad del modelo presentado en la secciones precedentes. Con este fin, llevaremos a cabo dos experimentos, que pretenden mostrar la sensibilidad del método ante dos situaciones diferentes:

- (a) EXPERIMENTO 1: Se analiza el efecto que provoca en la ordenación el hecho de que haya consenso para agrupar los datos o que no lo haya. Si una vez se tienen las valoraciones se ha acordado una forma de agruparlas, los datos de la matriz de decisión serán números reales, independientemente de si los expertos las han dado en forma de números o de intervalos. Si, por el contrario, no ha habido un acuerdo para agrupar los datos, tendremos que recurrir a que los elementos de la matriz de decisión sean intervalos.
- (b) EXPERIMENTO 2: Se analiza el efecto que produce en la ordenación la importancia que se asigna a cada idoneidad, hecho que comprobamos modificando los pesos. Además, para asegurar la polivalencia de los resultados, se ha pedido que los expertos evalúen con números reales y con intervalos.

Como se verá con los resultados de este capítulo, el método de valoración se adapta bien a todas las circunstancias descritas, lo cuál permite validar nuestra propuesta que tiene como objetivo validar productos de la educación de maneras ad hoc según las necesidades de los usuarios a partir de las opiniones de los grupos de interés respectivos.

4.1. Experimento 1: Valoraciones obtenidas con diferentes tipos de datos

Se propone a 13 estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad Nacional Autónoma de México que valoren los 9 videos y que en adelante son considerados como expertos. Se les ha solicitado que hagan dos tipos de valoraciones:

- a) TAREA 1: En primer lugar, se les ha pedido que vean los 9 videos y valoren las idoneidades mediante números entre 0 y 1 y que entreguen sus valoraciones (ver Anexo A.3.1).
- b) TAREA 2: En segundo lugar, se ha solicitado que de nuevo vean los videos y valoren las idoneidades con intervalos contenidos en $[0, 1]$ (ver Anexo A.3.3).

A los 13 estudiantes no se les ha dicho que la intención es ordenar los videos, ni si se quiere seleccionar un video de cada uno de los temas tratados. Su labor será solamente establecer las valoraciones.

Los videos seleccionados han sido los siguientes con el buscador de YouTube México han sido los siguientes:

| | |
|---------|--|
| Video 1 | Aplicando el teorema de Tales (https://youtu.be/e2SdoARhAwg) |
| Video 2 | Teorema de Thales. Ejercicio. (1 de 2). (https://youtu.be/D6fxliozKFc) |
| Video 3 | Teorema de Thales-Parte 1 (Demostración) (https://youtu.be/YvUwxGs8n30) |

Tema 2: Álgebra – División de polinomios

| | |
|---------|--|
| Video 4 | División de polinomios (https://youtu.be/RVp0Awn-ZAs) |
| Video 5 | División de polinomios (https://youtu.be/LcuAglfR4AQ) |
| Video 6 | División de polinomios (https://youtu.be/8xPi9q549hs) |

Tema 3: Cálculo – Límites

| | |
|---------|---|
| Video 7 | Límites algebraicos - Ejercicio 1 (https://youtu.be/rrbS5l--1Ss) |
| Video 8 | Límites indeterminados / ejercicios 1 y 2 (https://youtu.be/lv7sONoclWM) |
| Video 9 | Introducción al concepto de límite de una función parte1(https://youtu.be/Uf9QXgjqfdo) |

Los videos 1, 2 y 3 se obtuvieron de internet con la expresión “Teorema de Tales”, los videos 4, 5 y 6 se obtuvieron con la palabra “límites” y para los videos 7, 8 y 9 se escribió “división de polinomios”. En los tres casos se eligió los tres primeros que aparecieron, con la restricción de que no se repitiera el autor del video.

En todos los escenarios que propondremos a continuación, los pesos que daremos a las idoneidades son los mismos:

| Idoneidad | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Peso | 0.25 | 0.25 | 0.15 | 0.15 | 0.1 | 0.1 |

No se modificarán, porque que en el Experimento 1 no estamos interesados en los efectos que producen los cambios en los pesos.

4.1.1. Valoraciones con números reales consensuados entre varios expertos

Una vez se cuenta con la valoración de cada experto mediante un número real entre 0 y 1 de cada idoneidad y de cada video (Anexo A.3.1). Debemos establecer qué hacer con las 13 valoraciones que tenemos de cada idoneidad y cada video. En esta ocasión, la forma de agregar las 13 valoraciones será la siguiente:

CONSENSO: Para cada idoneidad y cada video el valor que aparecerá en la matriz de decisión será la media aritmética de los valores proporcionados por los 13 expertos.

De esta forma se obtiene la matriz de decisión siguiente:

| Promedios | Id. Ep. | Id. Co. | Id. Em. | Id. Me. | Id. Ec. | Id. In. |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| V ₁ | 0.8 | 0.7063 | 0.7188 | 0.3188 | 0.713 | 0.4 |
| V ₂ | 0.7875 | 0.6875 | 0.4563 | 0.4063 | 0.619 | 0.58 |
| V ₃ | 0.6625 | 0.5813 | 0.3313 | 0.75 | 0.45 | 0.66 |
| V ₄ | 0.6846 | 0.6692 | 0.4462 | 0.5462 | 0.654 | 0.48 |
| V ₅ | 0.8308 | 0.8308 | 0.7731 | 0.2385 | 0.815 | 0.27 |
| V ₆ | 0.8385 | 0.7769 | 0.6769 | 0.3154 | 0.815 | 0.35 |
| V ₇ | 0.7231 | 0.6615 | 0.5269 | 0.5308 | 0.692 | 0.42 |
| V ₈ | 0.8692 | 0.9154 | 0.8154 | 0.2462 | 0.831 | 0.11 |
| V ₉ | 0.3462 | 0.4692 | 0.3769 | 0.7846 | 0.438 | 0.67 |

Aplicando el método TOPSIS descrito en el Anexo A.3.2, llegamos a la siguiente ordenación:

| Video | Proximidad relativa | Posición de mayor a menor |
|----------------|---------------------|---------------------------|
| V ₁ | 0.705 | V ₈ |
| V ₂ | 0.55 | V ₅ |
| V ₃ | 0.296 | V ₆ |
| V ₄ | 0.463 | V ₁ |
| V ₅ | 0.862 | V ₂ |
| V ₆ | 0.768 | V ₇ |
| V ₇ | 0.519 | V ₄ |
| V ₈ | 0.993 | V ₈ |
| V ₉ | 0.033 | V ₉ |

Es decir, que orden de preferencia de los 9 videos valorados es el siguiente:

$$V_8 > V_5 > V_6 > V_1 > V_2 > V_7 > V_4 > V_3 > V_9$$

Si nuestra intención fuese seleccionar un video entre los 9, según los resultados, deberíamos elegir V₈. Sin embargo, dado que consideramos videos de tres temas distintos, a partir de la ordenación anterior también podríamos determinar, cuál es el mejor video de cada tema:

- V₈ sería el elegido para LÍMITES,
- V₅ el elegido para la DIVISIÓN DE POLINOMIOS
- V₁ el elegido para el TEOREMA DE TALES.

4.1.2. Valoraciones con intervalos y consenso entre varios expertos

Para la Tarea 2, consideramos los mismos 9 videos del apartado anterior, pero esta vez se ha pedido a los 13 evaluadores que expresen su opinión a través de intervalos contenidos en [0, 1].

En general, el hecho de que los evaluadores expresaron sus puntuaciones para cada una de las idoneidades de los videos a través de un intervalo, pone de manifiesto el componente difuso de la valoración y el evaluador suele desempeñar mejor su función si otorga un intervalo como valoración que si se ve obligado a emitir un número exacto. Sin embargo, como veremos los resultados que se obtienen con este apartado y el anterior son muy similares.

En cada video, para cada una de sus idoneidades, se contó con 13 intervalos a partir de la valoración realizada por los expertos. A fin de poder establecer la matriz de decisión debimos considerar un solo intervalo por idoneidad,

CONSENSO1: Para construir un intervalo para cada idoneidad se consideró como extremo inferior la media aritmética de los extremos inferiores y como extremo superior la media aritmética de los extremos superiores de los intervalos proporcionados por los 13 expertos

Así tenemos la siguiente matriz de decisión:

| Video | Id. Ep. | Id. Co. | Id. Em. | Id. Me. | Id. Ec. | Id. In. |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| V ₁ | [0.75,0.88] | [0.66,0.82] | [0.71,0.84] | [0.22,0.33] | [0.68,0.79] | [0.28,0.41] |
| V ₂ | [0.76,0.86] | [0.66,0.78] | [0.39,0.52] | [0.34,0.44] | [0.52,0.62] | [0.5,0.64] |
| V ₃ | [0.52,0.66] | [0.53,0.65] | [0.26,0.39] | [0.64,0.73] | [0.39,0.5] | [0.5,0.7] |
| V ₄ | [0.58,0.74] | [0.6,0.73] | [0.36,0.51] | [0.53,0.66] | [0.57,0.7] | [0.45,0.56] |
| V ₅ | [0.75,0.88] | [0.78,0.89] | [0.73,0.84] | [0.13,0.28] | [0.73,0.83] | [0.22,0.32] |
| V ₆ | [0.76,0.87] | [0.72,0.83] | [0.6,0.71] | [0.26,0.38] | [0.77,0.85] | [0.3,0.42] |
| V ₇ | [0.65,0.77] | [0.58,0.71] | [0.49,0.6] | [0.48,0.6] | [0.65,0.76] | [0.34,0.46] |
| V ₈ | [0.78,0.91] | [0.83,0.93] | [0.78,0.87] | [0.19,0.28] | [0.77,0.88] | [0.05,0.15] |
| V ₉ | [0.25,0.42] | [0.4,0.5] | [0.31,0.39] | [0.73,0.82] | [0.39,0.5] | [0.6,0.73] |

Una vez obtenida la matriz de decisión, optamos por representar cada intervalo de ella por su punto medio.

CONSENSO 2: Para construir una matriz de decisión cuyos elementos sean números reales, tomamos los puntos medios de los intervalos de la matriz de decisión con intervalos.

Aplicando el método TOPSIS similar al descrito en el Anexo A.3.2, llegamos a la siguiente ordenación:

| Video | Proximidad relativa | Posición de mayor a menor |
|----------------|---------------------|---------------------------|
| V ₁ | 0,775 | V ₈ |
| V ₂ | 0,579 | V ₅ |
| V ₃ | 0,415 | V ₁ |
| V ₄ | 0,429 | V ₆ |
| V ₅ | 0,875 | V ₂ |
| V ₆ | 0,753 | V ₇ |

| | | |
|-------|-------|-------|
| V_7 | 0,521 | V_4 |
| V_8 | 0,968 | V_3 |
| V_9 | 0,015 | V_9 |

La ordenación que se obtiene es la siguiente:

$$V_8 > V_5 > V_1 > V_6 > V_2 > V_7 > V_4 > V_9 > V_3$$

Al igual que en el caso de las valoraciones numéricas, si nuestra intención fuese seleccionar un video entre los 9, según los resultados, deberíamos elegir V_8 . Sin embargo, si lo que se persigue es elegir el mejor video de cada tema:

- V_8 sería el elegido para LÍMITES,
- V_5 el elegido para la DIVISIÓN DE POLINOMIOS
- V_1 el elegido para el TEOREMA DE TALES.

De esta manera tenemos que, a pesar de haber hecho las valoraciones con intervalos (lo cuál suele hacer que el evaluador se sienta más cómodo), la ordenación es prácticamente la misma que en el caso anterior: los resultados son prácticamente los mismos, excepto en la tercera y cuarta posición, pues los videos 1 y 6 aparecen en orden inverso que en el caso anterior.

4.1.3. Valoraciones con intervalos de varios expertos sin consenso

Una situación diferente es la que se plantea cuando no se da una situación de consenso, sino que los intervalos que se toman para la matriz de decisión se obtienen, para cada idoneidad y cada video, como:

[mínima valoración de los 13 expertos, máxima valoración de los 13 expertos]

Con esto, la matriz de decisión a la que se llega es la siguiente:

| Vídeo | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| V_1 | [0.4, 1] | [0.3, 1] | [0.3, 1] | [0, 1] | [0.2, 1] | [0, 0.75] |
| V_2 | [0.4, 1] | [0.2, 1] | [0, 0.9] | [0, 0.9] | [0, 1] | [0.1, 1] |
| V_3 | [0, 1] | [0, 1] | [0, 0.7] | [0, 1] | [0, 1] | [0, 1] |
| V_4 | [0, 1] | [0, 1] | [0, 0.9] | [0.2, 1] | [0, 1] | [0.2, 1] |
| V_5 | [0.2, 1] | [0.4, 1] | [0.3, 1] | [0, 0.9] | [0.3, 1] | [0, 0.9] |
| V_6 | [0.4, 1] | [0.3, 1] | [0.3, 1] | [0, 0.7] | [0.4, 1] | [0, 0.9] |
| V_7 | [0, 1] | [0, 1] | [0, 1] | [0, 1] | [0.2, 1] | [0, 1] |
| V_8 | [0.4, 1] | [0.7, 1] | [0.5, 1] | [0, 0.9] | [0.4, 1] | [0, 0.3] |
| V_9 | [0, 0.8] | [0, 0.8] | [0, 0.8] | [0.2, 1] | [0, 0.9] | [0.2, 1] |

Tal y como se decía en el apartado 3.4 de esta tesis, el hecho de que los intervalos tengan tanta amplitud, parece mostrar que los expertos no han interpretado de manera semejante las cuestiones a valorar.

Aplicando el método TOPSIS para datos sin consenso descrito en el apartado 3.3 de esta tesis, la ordenación a la que se llega es la siguiente:

| Video | Proximidad relativa | Posición de mayor a menor |
|----------------|---------------------|---------------------------|
| V ₁ | 0,5789 | V ₈ |
| V ₂ | 0,5468 | V ₆ |
| V ₃ | 0,4915 | V ₁ |
| V ₄ | 0,4875 | V ₅ |
| V ₅ | 0,5719 | V ₂ |
| V ₆ | 0,5951 | V ₇ |
| V ₇ | 0,5022 | V ₃ |
| V ₈ | 0,6443 | V ₄ |
| V ₉ | 0,4460 | V ₉ |

La ordenación que se obtiene es la siguiente:

$$V_8 > V_6 > V_1 > V_5 > V_2 > V_7 > V_3 > V_4 > V_9$$

Como ocurría en los dos casos anteriores, si nuestra intención fuese seleccionar un video entre los 9, deberíamos elegir V₈. Sin embargo, si queremos es elegir el mejor video de cada tema, nuestra decisión sería la siguiente:

- V₈ sería el elegido para LÍMITES,
- V₆ el elegido para la DIVISIÓN DE POLINOMIOS
- V₁ el elegido para el TEOREMA DE TALES.

Esta ordenación y, por consiguiente, la decisión difiere de las dos anteriores y la razón no está en la valoración individual, puesto que hemos usado los mismos intervalos que en el caso 4.1.2, sino que está en la no existencia de consenso posterior a las valoraciones. En el apartado siguiente comparamos las ordenaciones obtenidas en cada caso.

4.1.4. Comparación entre las distintas valoraciones realizadas en el Experimento 1

Para poder compara las ordenaciones de los videos establecidas en cada caso, las mostramos juntas en la tabla siguiente:

| Odenación 4.1.1 | Odenación 4.1.2 | Odenación 4.1.3 |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| V ₈ | V ₈ | V ₈ |
| V ₅ | V ₅ | V ₆ |
| V ₆ | V ₁ | V ₁ |
| V ₁ | V ₆ | V ₅ |

| | | |
|-------|-------|-------|
| V_2 | V_2 | V_2 |
| V_7 | V_7 | V_7 |
| V_4 | V_4 | V_3 |
| V_3 | V_3 | V_4 |
| V_9 | V_9 | V_9 |

A la vista de la tabla, está claro que las dos primeras ordenaciones (en las que hay consenso) son prácticamente la misma, mientras que en la tercera (que no hay consenso) la ordenación es diferente.

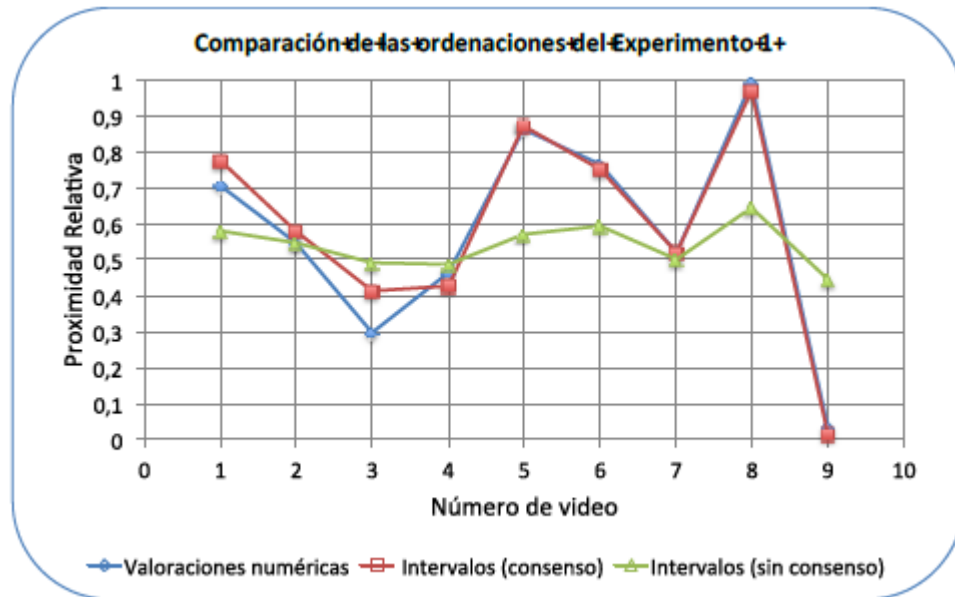


Gráfico 4.1: Valores de proximidad relativa en los tres casos del Experimento 1
Fuente: Elaboración propia

Además, la diferencia entre los valores de la proximidad relativa que se obtienen con la tercera ordenación son claramente más bajos que con las otras dos (ver Gráfico 4.1). De hecho, en el caso 4.1.3 todas las proximidades relativas están en el intervalo $[0,4460, 0,6443]$, mientras que en los otros casos, los intervalos son $[0,033, 0,993]$ y $[0,015, 0,968]$, para el caso 4.1.1 y 4.1.2, respectivamente.

El motivo por el que resulta sensiblemente más baja la proximidad relativa (en el caso 4.1.3) es que los intervalos que aparecen en la matriz de decisión tienen un rango muy amplio. Esto hace que la distancia al ideal y al anti-ideal sean muy parecidas y, cuando esto es así:

$$R_i = \frac{\text{distancia del video } V_i \text{ al anti-ideal}}{\text{distancia del video } V_i \text{ al anti-ideal} + \text{distancia del video } V_i \text{ al ideal}} \approx \frac{1}{2}$$

A pesar de que lo anterior no impide que podamos ordenar los videos, el hecho de que los intervalos sean muy amplios debería hacernos cuestionar la idoneidad del grupo de

expertos, puesto que la valoración de una idoneidad con $[0, 1]$ es equivalente a no haberla valorado.

Por último, queremos resaltar que, sin duda, a la vista de los resultados, parece imprescindible reflexionar previamente al estudio, cuál es el tratamiento de los datos más adecuado para el uso que se va a hacer después de ellos.

4.2. Experimento 2: Valoraciones con distintas ponderaciones

A continuación, con la finalidad de dar muestra de la sensibilidad del método de valoración, presentaremos la valoración de 6 videos distintos a los del Experimento 1, todos del mismo tema valorados por un grupo de 6 expertos (3 son profesores y 3 estudiantes), a los que se les asigna las tareas siguientes:

- a) TAREA 1: En primer lugar, se les ha pedido que vean los 6 videos y valoren las idoneidades mediante números entre 0 y 1 y que entreguen sus valoraciones (ver Anexo A.4.1).
- b) TAREA 2: En segundo lugar, se ha solicitado que de nuevo vean los videos y valoren las idoneidades con intervalos contenidos en $[0, 1]$ (ver Anexo A.4.2).

En esta ocasión los evaluadores sí saben que se van a ordenar los videos de acuerdo con sus valoraciones y que tanto para números reales como intervalos, las valoraciones que se utilizarán serán las medias aritméticas de los 6 expertos.

La selección de videos se llevó a cabo escribiendo la expresión “Factorización de un trinomio cuadrado perfecto” en el buscador del portal YouTube México y se eligieron los de mayor número de visualizaciones, con la restricción de que no se repitiera el autor del video. Los videos fueron los siguientes:

| Tema: Factorización de un trinomio cuadrado perfecto | |
|---|---|
| Video 1 | Factorización de un trinomio cuadrado perfecto. (https://youtu.be/sXNm9C34APU) |
| Video 2 | Factorización de un trinomio cuadrado perfecto. (https://youtu.be/1dvGz8vQCeU) |
| Video 3 | Factorización de un trinomio cuadrado perfecto ejemplo 1 de 12 (https://youtu.be/BHEr2kDqYBw) |
| Video 4 | Trinomio cuadrado perfecto (https://youtu.be/FIDgcsy0VUU) |
| Video 5 | Factorización: Trinomio cuadrado perfecto (https://youtu.be/wT6vxmk-yiw) |
| Video 6 | Trinomio cuadrado perfecto (https://youtu.be/t5rGDCnhPIA) |

Aplicando las fases I y II de nuestro método obtenemos la matriz de valoraciones. Cuando se ha hecho con números entre 0 y 1, la matriz será la siguiente:

Promedio de las valoraciones numéricas

| Video | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| V_1 | 0,9 | 0,8833 | 0,7833 | 0,2166 | 0,9 | 0,2333 |
| V_2 | 0,9 | 0,9166 | 0,8166 | 0,2333 | 0,8833 | 0,2833 |
| V_3 | 0,9 | 0,8666 | 0,9166 | 0,1166 | 0,8833 | 0,3 |
| V_4 | 0,9166 | 0,8833 | 0,7666 | 0,3833 | 0,9 | 0,3333 |
| V_5 | 0,95 | 0,875 | 0,75 | 0,1833 | 0,9 | 0,1833 |
| V_6 | 0,9166 | 0,8666 | 0,75 | 0,55 | 0,9333 | 0,4333 |

Sin embargo, cuando las opiniones se han expresado mediante intervalos, la matriz que se obtiene es la siguiente:

Promedio de las valoraciones con intervalos

| Video | <i>Id. Ep.</i> | <i>Id. Co.</i> | <i>Id. Em.</i> | <i>Id. Me.</i> | <i>Id. Ec.</i> | <i>Id. In.</i> |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| V_1 | [0.72,0.92] | [0.73,0.90] | [0.65,0.85] | [0.13,0.35] | [0.78,0.98] | [0.13,0.33] |
| V_2 | [0.80,0.95] | [0.82,0.97] | [0.68,0.87] | [0.13,0.36] | [0.75,0.95] | [0.18,0.40] |
| V_3 | [0.75,0.95] | [0.73,0.90] | [0.80,0.95] | [0.07,0.23] | [0.77,0.95] | [0.25,0.45] |
| V_4 | [0.77,0.95] | [0.73,0.92] | [0.70,0.85] | [0.27,0.50] | [0.77,0.95] | [0.17,0.37] |
| V_5 | [0.82,0.98] | [0.80,0.97] | [0.65,0.83] | [0.07,0.30] | [0.75,0.97] | [0.07,0.27] |
| V_6 | [0.77,0.93] | [0.75,0.92] | [0.68,0.87] | [0.44,0.62] | [0.80,0.97] | [0.32,0.52] |

En esta última matriz, como se ha advertido al principio del experimento, tomamos los puntos medios de los intervalos. Con ello, la matriz a la que aplicaremos la Fase III de nuestro método es la siguiente:

Puntos medios de los intervalos

| Video | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| V_1 | 0,8167 | 0,8167 | 0,7500 | 0,2417 | 0,8833 | 0,2333 |
| V_2 | 0,8750 | 0,8917 | 0,7750 | 0,2500 | 0,8500 | 0,2917 |
| V_3 | 0,8500 | 0,8167 | 0,8750 | 0,1500 | 0,8583 | 0,3500 |
| V_4 | 0,8583 | 0,8250 | 0,7750 | 0,3833 | 0,8583 | 0,2667 |
| V_5 | 0,900 | 0,8833 | 0,7417 | 0,1833 | 0,8583 | 0,1667 |
| V_6 | 0,8500 | 0,8333 | 0,7750 | 0,5292 | 0,8833 | 0,4167 |

Una vez se cuenta con las dos matrices de decisión, como se ha hecho en el Experimento 1, aplicaremos el método TOPSIS con diferentes pesos, para analizar la sensibilidad a posibles cambios.

4.2.1. Aplicación del método a los diferentes escenarios del Experimento 2

Para aplicar TOPSIS, vamos a suponer cinco posibilidades en la elección de pesos

| | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pesos 1 | 0.25 | 0.25 | 0.15 | 0.15 | 0.10 | 0.10 |
| Pesos 2 | 0.17 | 0.17 | 0.17 | 0.16 | 0.17 | 0.16 |
| Pesos 3 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.0 | 0.3 | 0.1 |

| | | | | | | |
|---------|------|-----|------|-----|-----|-----|
| Pesos 4 | 0.1 | 0.1 | 0.3 | 0.1 | 0.4 | 0.0 |
| Pesos 5 | 0.45 | 0.5 | 0.05 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

Si aplicamos TOPSIS a la matriz de decisión con datos numéricos, se tienen los siguientes valores de Proximidad Relativa:

| Video | Proximidad relativa (datos numéricos) | | | | |
|----------------|---------------------------------------|--------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
| V ₂ | 0,745223928 | 0,756217184 | 0,551419039 | 0,634476923 | 0,231410082 |
| V ₅ | 0,698857578 | 0,685067398 | 0,516109886 | 0,643221476 | 0,530055352 |
| V ₄ | 0,830568146 | 0,786649980 | 0,636422994 | 0,864838567 | 0,217358152 |
| V ₁ | 0,381535535 | 0,384352464 | 0,309677349 | 0,343471525 | 0,319634399 |
| V ₃ | 0,806902897 | 0,824572395 | 0,562040458 | 0,632045879 | 0,492611980 |
| V ₆ | 0,031020650 | 0,034956497 | 0,138986052 | 0,128653714 | 0,192727017 |
| Pesos | $I_1 = 0.25, I_2 = 0.25$ | $I_1 = 0.17, I_2 = 0.17$ | $I_1 = 0.1, I_2 = 0.2$ | $I_1 = 0.1, I_2 = 0.1$ | $I_1 = 0.45, I_2 = 0.5$ |
| | $I_3 = 0.15, I_4 = 0.15$ | $I_3 = 0.17, I_4 = 0.16$ | $I_3 = 0.3, I_4 = 0.0$ | $I_3 = 0.3, I_4 = 0.1$ | $I_3 = 0.05, I_4 = 0.0$ |
| | $I_5 = 0.1, I_6 = 0.1$ | $I_5 = 0.17, I_6 = 0.16$ | $I_5 = 0.3, I_6 = 0.1$ | $I_5 = 0.4, I_6 = 0.0$ | $I_5 = 0.0, I_6 = 0.0$ |

Por lo tanto, las ordenaciones de videos que se obtienen son:

| Proximidad relativa (datos numéricos) | | | | |
|---------------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| V ₃ | V ₅ | V ₃ | V ₃ | V ₂ |
| V ₅ | V ₃ | V ₅ | V ₂ | V ₅ |
| V ₁ | V ₁ | V ₁ | V ₁ | V ₄ |
| V ₂ | V ₂ | V ₂ | V ₅ | V ₁ |
| V ₄ | V ₄ | V ₄ | V ₄ | V ₃ |
| V ₆ | V ₆ | V ₆ | V ₆ | V ₆ |
| Pesos 1 | Pesos 2 | Pesos 3 | Pesos 4 | Pesos 5 |

A pesar de que los videos analizados, en opinión de los expertos, poseen características que hacen bastante robusta la ordenación, a la vista de las ordenaciones anteriores se puede comprobar que éstas dependen de los pesos. Además, se comprueba que cualquier elección de pesos hace que el video 6 quede en última posición.

Veamos a continuación si ocurre lo mismo cuando las opiniones se han expresado mediante intervalos. Aplicando TOPSIS, se llega a los siguientes valores de proximidad relativa:

| Video | Proximidad relativa (datos con intervalos) | | | | |
|----------------|--|--------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
| V ₂ | 0.701507190 | 0.723005225 | 0.525202073 | 0.615519469 | 0.008404536 |
| V ₅ | 0.680103926 | 0.644461142 | 0.451462243 | 0.632682145 | 0.787253544 |
| V ₄ | 0.731759459 | 0.663114104 | 0.463435906 | 0.892357099 | 0.273812057 |
| V ₁ | 0.420431082 | 0.453697567 | 0.490590681 | 0.363551518 | 0.330564056 |
| V ₃ | 0.860351345 | 0.872138458 | 0.623442637 | 0.672686591 | 0.856776053 |
| V ₆ | 0.061868654 | 0.046791879 | 0.162371693 | 0.139979378 | 0.315314010 |
| Pesos | $I_1 = 0.25, I_2 = 0.25$ | $I_1 = 0.17, I_2 = 0.17$ | $I_1 = 0.1, I_2 = 0.2$ | $I_1 = 0.1, I_2 = 0.1$ | $I_1 = 0.45, I_2 = 0.5$ |
| | $I_3 = 0.15, I_4 = 0.15$ | $I_3 = 0.17, I_4 = 0.16$ | $I_3 = 0.3, I_4 = 0.0$ | $I_3 = 0.3, I_4 = 0.1$ | $I_3 = 0.05, I_4 = 0.0$ |

$$I_5 = 0.1, I_6 = 0.1 \quad I_5 = 0.17, I_6 = 0.16 \quad I_5 = 0.3, I_6 = 0.1 \quad I_5 = 0.4, I_6 = 0.0 \quad I_5 = 0.0, I_6 = 0.0$$

Y estos valores de proximidad relativa determinan las ordenaciones siguientes:

| Proximidad relativa (datos con intervalos) | | | | |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| V ₅ | V ₅ | V ₅ | V ₃ | V ₅ |
| V ₃ | V ₁ | V ₁ | V ₅ | V ₂ |
| V ₁ | V ₃ | V ₄ | V ₂ | V ₄ |
| V ₂ | V ₂ | V ₃ | V ₁ | V ₆ |
| V ₄ | V ₄ | V ₂ | V ₄ | V ₃ |
| V ₆ | V ₆ | V ₆ | V ₆ | V ₁ |
| Pesos 1 | Pesos 2 | Pesos 3 | Pesos 4 | Pesos 5 |

Las ordenaciones son diferentes en cada caso. A pesar de ello, la primera posición siempre la ocupa el video 3 o el 5 y la última la ocupa el video 6.

Con este experimento se pone de manifiesto que el método muestra suficiente sensibilidad a los cambios de pesos, como para permitir reflejar la voluntad de quien tiene que tomar la decisión de elegir un VEM para incorporarlo a su proceso educativo.

4.2.2. Comparación entre las distintas valoraciones realizadas en el Experimento

En esta sección vamos a comparar algunas de las ordenaciones obtenidas con los cinco elecciones de pesos realizadas en la sección anterior.

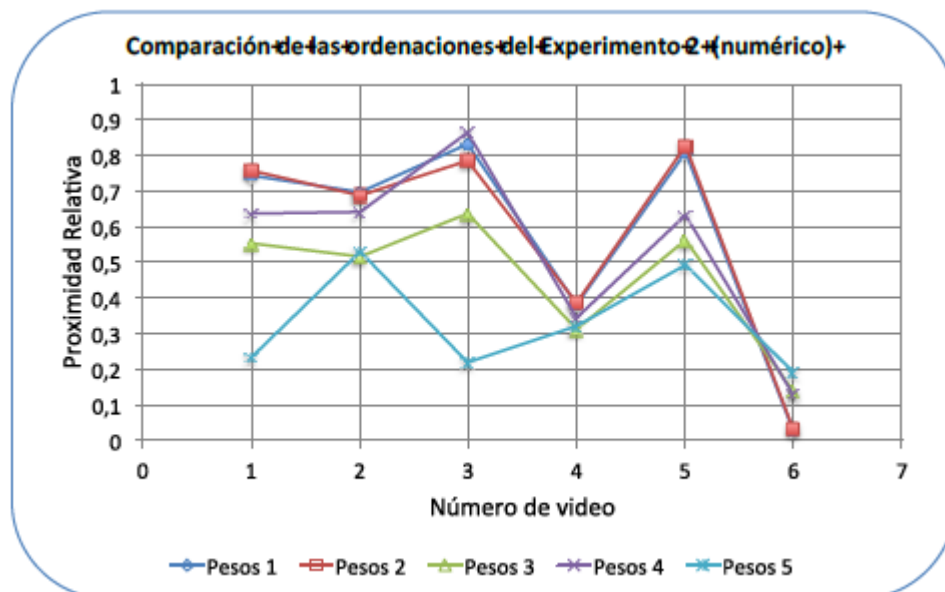


Gráfico 4.2: Valores de proximidad relativa del Experimento 1 (numéricos).
Fuente: Elaboración propia

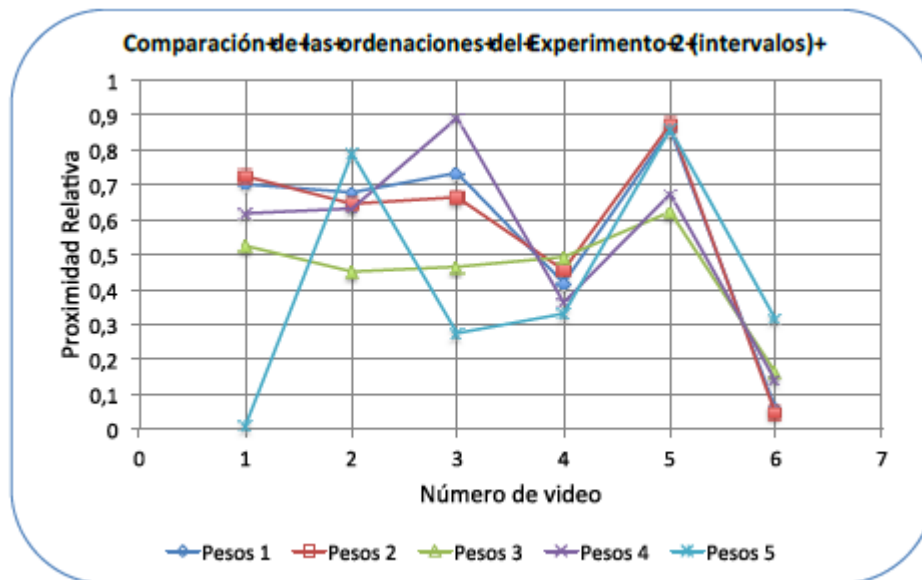


Gráfico 4.3: Valores de proximidad relativa del Experimento 1 (intervalos).
Fuente: Elaboración propia

Basta con mirar las ordenaciones obtenidas con datos numéricos (Gráfico 4.2) o con intervalos (Gráfico 4.3) para observar que el método presenta gran sensibilidad al cambio de pesos. Además, como hemos podido comprobar el método contempla la posibilidad de reducir el número de idoneidades valoradas sin más que asignarle un peso nulo.

Como suponíamos antes de realizar el experimento, cuando los datos de cada evaluador en cada idoneidad se expresan mediante intervalos, la sensibilidad a los pesos es mayor que si las valoraciones son numéricas desde el principio.

Esta situación se explica porque al aumentar el grado de incertidumbre, cosa que ocurre al evaluar con intervalos, los pesos juegan un papel mucho más importante. De ahí, la importancia de que quien va a coordinar el proceso educativo, normalmente el profesor, decida claramente qué importancia quiere dar a cada idoneidad.

Capítulo 5

Conclusiones y respuestas a las preguntas de investigación

5. Conclusiones y respuestas a las preguntas de investigación

En este capítulo presentamos las conclusiones y reflexiones generales de nuestro trabajo de investigación.

5.1. Conclusiones

Como se vio en marco conceptual, la noción de Idoneidad Didáctica aporta elementos originales y significativos para elaborar una teoría de diseño instruccional apropiada para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Tal noción proporciona un puente entre una didáctica descriptiva-explicativa y una normativa orientada hacia la intervención efectiva en el aula (Godino, 2011). Aportan la idea fundamental de valorar los procesos de instrucción matemática a partir de seis idoneidades didácticas parciales y a partir de indicadores. En este trabajo se propone una forma práctica de valoración de los procesos que además incorpora la posibilidad de ponderar los indicadores. Con estas dos aportaciones las valoraciones reflejan las necesidades específicas del evaluador, así como el contexto en el cual sucede el proceso de instrucción. En ese sentido la ponderación de los indicadores dota de flexibilidad al modelo de valoración.

Por otro lado, hemos incorporado explícitamente la idea de que los procesos de instrucción, al ser complejos, muchos de los elementos que intervienen en ellos no son susceptibles de registro empírico directo. La incertidumbre está presente en ellos, razón por la cual incorporamos las técnicas propias de la Lógica Difusa. Con este aporte logramos modelar de forma racional cuestiones para las cuáles no es posible responder de manera precisa.

La Lógica Difusa como herramienta clave para modelar matemáticamente la valoración de VEM, nos ha proporcionado también opciones de cambios que consideran el consenso o la ponderación, cambios que se ajustan a las necesidades e intereses de los evaluadores, lo que proporciona un instrumento de valoración de productos de la educación para establecer cuáles cumplen con las necesidades de la enseñanza.

Los resultados de los experimentos realizados en este trabajo nos permiten apreciar la riqueza que proporciona la valoración llevada a cabo, así como la sensibilidad del modelo en las distintas aproximaciones, lo que nos permitiría tomar decisiones sobre la conveniencia de sugerir los videos que resultan mejor puntuados para cada situación concreta, dependiendo de las consideraciones iniciales. Esto permitirá que se tengan ciertas garantías de que los estudiantes puedan utilizar determinados VEM como refuerzo de las clases de matemáticas.

Quedan por investigar muchos aspectos de la aplicación de este modelo de valoración a otros productos de la educación, lo que plantearía posiblemente una ampliación o cambio de las idoneidades en dependencia del objeto de valoración como

podrían ser libros de matemáticas, capítulos de libros, clases presenciales entre otros, además de los ya comentados.

5.2. Respuestas a las preguntas de investigación

1. ¿Cuáles son las ventajas de valorar VEM con apoyo en la Lógica Difusa a diferencia del uso de recursos como la probabilidad o la estadística?

Las ventajas inician cuando las opiniones, que son un fenómeno incierto pueden ser traducidas en datos medibles. De esta manera, la medida asignada por cada evaluador a cada video incorpora puntos de vista de índole distinta, con apoyo en las idoneidades modificadas, lo que hace que en la opinión participen distintos aspectos relevantes para la valoración del video.

Por otro lado, al tener que tomar decisiones basadas en las seis idoneidades del EOS, entran en juego los Métodos Multicriterio que, bajo consideraciones establecidas de antemano, permiten la decisión sobre los videos estudiados.

2. ¿De que manera la sensibilidad del Modelo a los cambios en consenso y ponderación es benéfica para la valoración de VEM?

Cuando se quiere tomar decisiones basadas en indicadores de fenómenos que no son de naturaleza cuantitativa, la flexibilidad, sensibilidad y adaptabilidad de los métodos utilizados resultan cruciales para expresar la realidad.

La sensibilidad atiende por ejemplo el aspecto de las distintas necesidades de los usuarios de este modelo, por ejemplo éstas podrían dirigirse a consideraciones puntuales como, por ejemplo que tan empáticos son los videos valorados con los estudiantes con necesidades especiales, o cuáles son aquéllos cuya carga matemática e innovación es destacada en independencia de los otros rubros. O podríamos estar en casos en los que los evaluadores tuviesen grandes diferencias de opinión, lo que puede ser resuelto como vimos a lo largo del texto.

3. ¿Qué papel juega la opinión de los evaluadores a la valoración de VEM con este modelo?

El método propuesto parte de las valoraciones de los VEM y las utiliza como datos iniciales, en este sentido la opinión de los evaluadores es importante. Sin embargo, hemos querido evitar que valoraciones de algún experto, que estén muy sesgadas en sentido positivo o negativo, afecten a una correcta decisión. Para este fin, como se ha visto en el trabajo, se han tomado dos precauciones: el método funciona también con intervalos (que recoge la opinión de uno o varios expertos) o con medias (que agregan la opinión de varios expertos). De esta manera se intenta paliar la distorsión de podría provocar algún dato que estuviese al margen o fuera de las tendencias más comunes.

Por lo que hemos dicho, la opinión de un evaluador contribuye a la valoración general tanto como la de los otros, en independencia del grado de incertidumbre de ésta, pero una ventaja del modelo es que puede ser usado tanto con grandes cantidades de evaluadores como con muestras pequeñas. Una vez que las opiniones son consideradas dentro de la Lógica Difusa, todo evento puede ser valorado, dado que ha cambiado su dominio de definición. Por ejemplo, lo que empezó siendo “¿cómo de correcto, matemáticamente hablando, es un VEM?” cambia su dominio de definición y se transforma en “¿cuál sería el grado de verdad de ‘este VEM es matemáticamente correcto’?” Este cambio, que no parece importante, resulta muy útil para nuestra propuesta. Como se muestra en el trabajo, dentro de la Lógica Difusa todos los elementos (puntos, eventos, situaciones, etc.) están valorados por su grado de pertenencia.

Anexos

Anexo 1. Encuesta aplicada y datos recabados

Mostramos el cuestionario completo que se aplicó es estudiantes para conocer sus hábitos de consumo, gustos y preferencias con respecto a los VEM.

| Encuesta: Preferencias y uso de videos de matemáticas de internet | | | | | | |
|---|--|-------------------------------|--------------------------|--------------------------------|----------------------|---------------------|
| Edad: | | | Grado de estudio: | | | |
| 1. ¿Usas videos de internet para la clase de matemáticas? | | | SÍ | NO | | |
| 2. ¿Buscas un video si tienes un problema con la clase de matemáticas? | | | SÍ | NO | | |
| 3. Valora ¿Cuánto apoyan los videos tu clase de matemáticas? (siendo 0 nada y 10 mucho) | | [0, 2] Nada | [2, 4] Algo | [4, 6] Más o menos | [6, 8] Suficiente | [8, 10] Mucho |
| 4. ¿Cómo prefieres el video? | | Con definiciones y resultados | | Con muchos ejemplos y detalles | | Que aclare dudas |
| 5. ¿Qué esperas de un video de matemáticas? | | Un resultado | | Una explicación | | Resolver la tarea |
| 6. De los videos de matemáticas que has visto, ¿cuántos te han servido? | | Ninguno | Algunos | Alrededor de la mitad | Más de la mitad | Todos o casi todos |
| 7. ¿Cuánto debe durar un video de matemáticas para explicar bien? | | [1min, 5min] | | [5min, 10min] | | Más de 10min |
| 8. Cuando buscas un video, ¿Tienes sitios preferidos? | | SÍ | NO | ¿Por qué? | | |
| 9. ¿Quién te recomienda los mejores videos? | | Mis amigos | | Mi profesor | | Busco por mi cuenta |
| 10. ¿El profesor apoya la clase con videos? | | A veces | | Siempre | | Nunca |
| 11. En general, ¿los videos que te sugieren tus amigos son buenos? | | A veces | | Siempre | | Nunca |
| 12. ¿Algún video te ha "salvado la vida"? | | Siempre | | Casi siempre | | Casi nunca |
| 13. Valora, ¿Cuánto te han ayudado los videos de matemáticas? (siendo 0 nada y 10 mucho). | | [0, 2] Nada | [2, 4] Algo | [4, 6] Más o menos | [6, 8] Suficiente | [8, 10] Mucho |
| 14. ¿Buscas un segundo video para comparar? | | A veces | | Siempre | | Nunca |
| 15. ¿Qué te gusta de un video de matemáticas? | | | | | | |
| 16. ¿Qué no te gusta de un video de matemáticas? | | | | | | |
| 17. ¿Qué crees que falta en los videos de matemáticas que has visto? | | | | | | |

| | | | 1: ¿Usas videos de internet para la clase de matemáticas? | | 2: ¿Buscas un video si tienes un problema con la clase de matemáticas? | |
|-------------------|---------------------------|------------|---|-------|--|-------|
| | | | Sí | No | Sí | No |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 94 | 53 | 106 | 41 |
| | | Porcentaje | 63.51 | 35.81 | 71.62 | 27.7 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 26 | 15 | 26 | 15 |
| | | Porcentaje | 63.4 | 36.6 | 63.4 | 36.6 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 28 | 16 | 34 | 10 |
| | | Porcentaje | 62.2 | 35.6 | 75.6 | 22.2 |
| CCH UNAM | Suma | 40 | 22 | 46 | 16 | |
| | Porcentaje | 64.5 | 35.5 | 74.2 | 25.8 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | | | 90 | 4 |
| | | Porcentaje | | | 95.74 | 4.26 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | | | 24 | 2 |
| | | Porcentaje | | | 92.31 | 7.69 |
| | Universidad de Valencia | Suma | | | 27 | 1 |
| | | Porcentaje | | | 96.43 | 3.57 |
| | CCH UNAM | Suma | | | 39 | 1 |
| | | Porcentaje | | | 97.5 | 2.5 |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | | | 16 | 37 |
| | | Porcentaje | | | 30.19 | 69.81 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | | | 2 | 13 |
| | | Porcentaje | | | 13.33 | 86.67 |
| | Universidad de Valencia | Suma | | | 7 | 9 |
| | | Porcentaje | | | 43.75 | 56.25 |
| | CCH UNAM | Suma | | | 7 | 15 |
| | | Porcentaje | | | 31.82 | 68.18 |

| | | | 3: Valora ¿Cuánto apoyan los videos tu clase de matemáticas? | | | | |
|-------------------|---------------------------|------------|--|---------------|-------------------------|---------------------|-----------------|
| | | | [0,2] Nada | [2,4] Algo | [4,6] Más o menos | [6,8] Suficiente | [8,10] Mucho |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 20 | 26 | 46 | 44 | 13 |
| | | Porcentaje | 13.51 | 17.57 | 31.08 | 29.73 | 8.78 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 5 | 10 | 11 | 13 | 4 |
| | | Porcentaje | 12.2 | 24.39 | 26.83 | 31.71 | 9.76 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 6 | 9 | 15 | 11 | 2 |
| | | Porcentaje | 13.33 | 20 | 33.33 | 24.44 | 4.44 |
| CCH UNAM | Suma | 9 | 7 | 20 | 20 | 7 | |
| | Porcentaje | 14.52 | 11.29 | 32.26 | 32.26 | 11.29 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 1 | 14 | 31 | 38 | 10 |
| | | Porcentaje | 1.06 | 14.89 | 32.98 | 40.43 | 10.64 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 0 | 5 | 7 | 12 | 2 |
| | | Porcentaje | 0 | 19.23 | 26.92 | 46.15 | 7.69 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 1 | 5 | 12 | 8 | 2 |
| | | Porcentaje | 3.57 | 17.86 | 42.86 | 28.57 | 7.14 |
| CCH UNAM | Suma | 0 | 4 | 12 | 18 | 6 | |
| | Porcentaje | 0 | 10 | 30 | 45 | 15 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 19 | 12 | 15 | 5 | 3 |
| | | Porcentaje | 35.85 | 22.64 | 28.3 | 9.43 | 5.66 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 5 | 5 | 4 | 1 | 2 |
| | | Porcentaje | 33.33 | 33.33 | 26.67 | 6.67 | 13.33 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 5 | 4 | 3 | 2 | 0 |
| | | Porcentaje | 31.25 | 25 | 18.75 | 12.5 | 0 |
| CCH UNAM | Suma | 9 | 3 | 8 | 2 | 1 | |
| | Porcentaje | 40.91 | 13.64 | 36.36 | 9.09 | 4.55 | |

| | | | 4: ¿Cómo prefieres el video? | | | 5: ¿Qué esperas de un video de matemáticas? | | |
|-------------------|---------------------------|------------|-------------------------------|--------------------------------|------------------|---|-----------------|-------------------|
| | | | Con definiciones y resultados | Con muchos ejemplos y detalles | Que aclare dudas | Un resultado | Una Explicación | Resolver la tarea |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 17 | 96 | 43 | 1 | 133 | 15 |
| | | Porcentaje | 11.49 | 64.86 | 29.05 | 0.68 | 89.86 | 10.14 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 10 | 23 | 9 | 1 | 38 | 2 |
| | | Porcentaje | 24.39 | 56.1 | 21.95 | 2.44 | 92.68 | 4.88 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 3 | 21 | 21 | 0 | 40 | 3 |
| | | Porcentaje | 6.67 | 46.67 | 46.67 | 0 | 88.89 | 6.67 |
| CCH UNAM | Suma | 4 | 52 | 13 | 0 | 55 | 10 | |
| | Porcentaje | 6.45 | 83.87 | 20.97 | 0 | 88.71 | 16.13 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 11 | 67 | 22 | 1 | 88 | 8 |
| | | Porcentaje | 11.7 | 71.28 | 23.4 | 1.06 | 93.62 | 8.51 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 5 | 15 | 6 | 1 | 25 | 0 |
| | | Porcentaje | 19.23 | 57.69 | 23.08 | 3.85 | 96.15 | 0 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 3 | 14 | 12 | 0 | 26 | 2 |
| | | Porcentaje | 10.71 | 50 | 42.86 | 0 | 92.86 | 7.14 |
| CCH UNAM | Suma | 3 | 38 | 4 | 0 | 37 | 6 | |
| | Porcentaje | 7.5 | 95 | 10 | 0 | 92.5 | 15 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 6 | 29 | 20 | 0 | 44 | 7 |
| | | Porcentaje | 11.32 | 54.72 | 37.74 | 0 | 83.02 | 13.21 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 5 | 8 | 3 | 0 | 13 | 2 |
| | | Porcentaje | 33.33 | 53.33 | 20 | 0 | 86.67 | 13.33 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 0 | 7 | 8 | 0 | 13 | 1 |
| | | Porcentaje | 0 | 43.75 | 50 | 0 | 81.25 | 6.25 |
| CCH UNAM | Suma | 1 | 14 | 9 | 0 | 18 | 4 | |
| | Porcentaje | 4.55 | 63.64 | 40.91 | 0 | 81.82 | 18.18 | |

| | | | 6: De los videos de matemáticas que has visto, ¿cuántos te han servido? | | | | |
|-------------------|---------------------------|------------|---|---------|-----------------------|-----------------|--------------------|
| | | | Ninguno | Algunos | Alrededor de la mitad | Más de la mitad | Todos o casi todos |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 12 | 59 | 37 | 27 | 10 |
| | | Porcentaje | 8.11 | 39.86 | 25 | 18.24 | 6.76 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 5 | 18 | 9 | 6 | 3 |
| | | Porcentaje | 12.2 | 43.9 | 21.95 | 14.63 | 7.32 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 2 | 22 | 7 | 10 | 2 |
| | | Porcentaje | 4.44 | 48.89 | 15.56 | 22.22 | 4.44 |
| CCH UNAM | Suma | 5 | 19 | 21 | 11 | 5 | |
| | Porcentaje | 8.06 | 30.65 | 33.87 | 17.74 | 8.06 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 0 | 31 | 32 | 22 | 9 |
| | | Porcentaje | 0 | 32.98 | 34.04 | 23.4 | 9.57 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 0 | 9 | 9 | 5 | 3 |
| | | Porcentaje | 0 | 34.62 | 34.62 | 19.23 | 11.54 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 0 | 14 | 4 | 9 | 1 |
| | | Porcentaje | 0 | 50 | 14.29 | 32.14 | 3.57 |
| CCH UNAM | Suma | 0 | 8 | 19 | 8 | 5 | |
| | Porcentaje | 0 | 20 | 47.5 | 20 | 12.5 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 12 | 28 | 4 | 5 | 1 |
| | | Porcentaje | 22.64 | 52.83 | 7.55 | 9.43 | 1.89 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 5 | 9 | 0 | 1 | 0 |
| | | Porcentaje | 33.33 | 60 | 0 | 6.67 | 0 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 2 | 8 | 2 | 1 | 1 |
| | | Porcentaje | 12.5 | 50 | 12.5 | 6.25 | 6.25 |
| CCH UNAM | Suma | 5 | 11 | 2 | 3 | 0 | |
| | Porcentaje | 22.73 | 50 | 9.09 | 13.64 | 0 | |

| | | | 7: ¿Cuánto debe durar un video de matemáticas para explicar bien? | | | 8: Cuando buscas un video, ¿Tienes sitios preferidos? | |
|-------------------|---------------------------|------------|---|---------------|-------------------|---|-------|
| | | | [1min, 5min] | [5min,10 min] | Más de 10 minutos | Sí | No |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 15 | 94 | 33 | 42 | 104 |
| | | Porcentaje | 10.14 | 63.51 | 22.3 | 28.38 | 70.27 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 3 | 29 | 8 | 11 | 30 |
| | | Porcentaje | 7.32 | 70.73 | 19.51 | 26.83 | 73.17 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 8 | 29 | 7 | 14 | 29 |
| | | Porcentaje | 17.78 | 64.44 | 15.56 | 31.11 | 64.44 |
| CCH UNAM | Suma | 4 | 36 | 18 | 17 | 45 | |
| | Porcentaje | 6.45 | 58.06 | 29.03 | 27.42 | 72.58 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 4 | 63 | 26 | 30 | 64 |
| | | Porcentaje | 4.26 | 67.02 | 27.66 | 31.91 | 68.09 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 0 | 21 | 5 | 7 | 19 |
| | | Porcentaje | 0 | 80.77 | 19.23 | 26.92 | 73.08 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 3 | 20 | 6 | 10 | 18 |
| | | Porcentaje | 10.71 | 71.43 | 21.43 | 35.71 | 64.29 |
| CCH UNAM | Suma | 1 | 22 | 15 | 13 | 27 | |
| | Porcentaje | 2.5 | 55 | 37.5 | 32.5 | 67.5 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 11 | 30 | 7 | 12 | 39 |
| | | Porcentaje | 20.75 | 56.6 | 13.21 | 22.64 | 73.58 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 3 | 8 | 3 | 4 | 11 |
| | | Porcentaje | 20 | 53.33 | 20 | 26.67 | 73.33 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 5 | 8 | 1 | 4 | 10 |
| | | Porcentaje | 31.25 | 50 | 6.25 | 25 | 62.5 |
| CCH UNAM | Suma | 3 | 14 | 3 | 4 | 18 | |
| | Porcentaje | 13.64 | 63.64 | 13.64 | 18.18 | 81.82 | |

| | | | 9: ¿Quién te recomienda los mejores videos? | | | 10: ¿El profesor apoya la clase con videos? | | |
|-------------------|---------------------------|------------|---|-------------|---------------------|---|---------|-------|
| | | | Mis amigos | Mi profesor | Busco por mi cuenta | A veces | Siempre | Nunca |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 17 | 8 | 120 | 20 | 0 | 125 |
| | | Porcentaje | 11.49 | 5.41 | 81.08 | 13.51 | 0 | 84.46 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 2 | 6 | 31 | 12 | 0 | 29 |
| | | Porcentaje | 4.88 | 14.63 | 75.61 | 29.27 | 0 | 70.73 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 7 | 1 | 35 | 5 | 0 | 38 |
| | | Porcentaje | 15.56 | 2.22 | 77.78 | 11.11 | 0 | 84.44 |
| CCH UNAM | Suma | 8 | 1 | 54 | 3 | 0 | 58 | |
| | Porcentaje | 12.9 | 1.61 | 87.1 | 4.84 | 0 | 93.55 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 4 | 6 | 83 | 14 | 0 | 78 |
| | | Porcentaje | 4.26 | 6.38 | 88.3 | 14.89 | 0 | 82.98 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 0 | 5 | 20 | 10 | 0 | 16 |
| | | Porcentaje | 0 | 19.23 | 76.92 | 38.46 | 0 | 61.54 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 4 | 1 | 23 | 2 | 0 | 25 |
| | | Porcentaje | 14.29 | 3.57 | 82.14 | 7.14 | 0 | 89.29 |
| CCH UNAM | Suma | 0 | 0 | 40 | 2 | 0 | 37 | |
| | Porcentaje | 0 | 0 | 100 | 5 | 0 | 92.5 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 13 | 2 | 36 | 6 | 0 | 46 |
| | | Porcentaje | 24.53 | 3.77 | 67.92 | 11.32 | 0 | 86.79 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 2 | 1 | 11 | 2 | 0 | 13 |
| | | Porcentaje | 13.33 | 6.67 | 73.33 | 13.33 | 0 | 86.67 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 3 | 0 | 11 | 3 | 0 | 12 |
| | | Porcentaje | 18.75 | 0 | 68.75 | 18.75 | 0 | 75 |
| CCH UNAM | Suma | 8 | 1 | 14 | 1 | 0 | 21 | |
| | Porcentaje | 36.36 | 4.55 | 63.64 | 4.55 | 0 | 95.45 | |

| | | 11: En general, ¿los videos que te sugieren tus amigos son buenos? | | | 12: ¿Algún video te ha "salvado la vida"? | | | |
|-------------------|---------------------------|--|---------|-------|---|--------------|------------|-------|
| | | A veces | Siempre | Nunca | Siempre | Casi siempre | Casi nunca | |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 99 | 11 | 24 | 7 | 51 | 85 |
| | | Porcentaje | 66.89 | 7.43 | 16.22 | 4.73 | 34.46 | 57.43 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 27 | 5 | 8 | 2 | 9 | 30 |
| | | Porcentaje | 65.85 | 12.2 | 19.51 | 4.88 | 21.95 | 73.17 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 30 | 2 | 5 | 2 | 17 | 22 |
| | | Porcentaje | 66.67 | 4.44 | 11.11 | 4.44 | 37.78 | 48.89 |
| CCH UNAM | Suma | 42 | 4 | 11 | 3 | 25 | 33 | |
| | Porcentaje | 67.74 | 6.45 | 17.74 | 4.84 | 40.32 | 53.23 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 65 | 8 | 15 | 7 | 43 | 42 |
| | | Porcentaje | 69.15 | 8.51 | 15.96 | 7.45 | 45.74 | 44.68 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 17 | 4 | 4 | 2 | 8 | 16 |
| | | Porcentaje | 65.38 | 15.38 | 15.38 | 7.69 | 30.77 | 61.54 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 23 | 1 | 2 | 2 | 14 | 11 |
| | | Porcentaje | 82.14 | 3.57 | 7.14 | 7.14 | 50 | 39.29 |
| CCH UNAM | Suma | 25 | 3 | 9 | 3 | 21 | 15 | |
| | Porcentaje | 62.5 | 7.5 | 22.5 | 7.5 | 52.5 | 37.5 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 34 | 3 | 9 | 0 | 7 | 43 |
| | | Porcentaje | 64.15 | 5.66 | 16.98 | 0 | 13.21 | 81.13 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 10 | 1 | 4 | 0 | 1 | 14 |
| | | Porcentaje | 66.67 | 6.67 | 26.67 | 0 | 6.67 | 93.33 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 7 | 1 | 3 | 0 | 2 | 11 |
| | | Porcentaje | 43.75 | 6.25 | 18.75 | 0 | 12.5 | 68.75 |
| CCH UNAM | Suma | 17 | 1 | 2 | 0 | 4 | 18 | |
| | Porcentaje | 77.27 | 4.55 | 9.09 | 0 | 18.18 | 81.82 | |

| | | | 13: Valora, ¿Cuánto te han ayudado los videos de matemáticas? (siendo 0 nada y 10 mucho). | | | | |
|-------------------|---------------------------|------------|---|---------------|-------------------------|---------------------|-----------------|
| | | | [0,2] Nada | [2,4] Algo | [4,6] Más o menos | [6,8] Suficiente | [8,10] Mucho |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 19 | 32 | 41 | 39 | 14 |
| | | Porcentaje | 12.84 | 21.62 | 27.7 | 26.35 | 9.46 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 6 | 12 | 12 | 8 | 3 |
| | | Porcentaje | 14.63 | 29.27 | 29.27 | 19.51 | 7.32 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 5 | 10 | 13 | 10 | 5 |
| | | Porcentaje | 11.11 | 22.22 | 28.89 | 22.22 | 11.11 |
| CCH UNAM | Suma | 8 | 10 | 16 | 21 | 6 | |
| | Porcentaje | 12.9 | 16.13 | 25.81 | 33.87 | 9.68 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 1 | 11 | 36 | 31 | 14 |
| | | Porcentaje | 1.06 | 11.7 | 38.3 | 32.98 | 14.89 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 0 | 5 | 11 | 7 | 3 |
| | | Porcentaje | 0 | 19.23 | 42.31 | 26.92 | 11.54 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 1 | 3 | 12 | 7 | 5 |
| | | Porcentaje | 3.57 | 10.71 | 42.86 | 25 | 17.86 |
| CCH UNAM | Suma | 0 | 3 | 13 | 17 | 6 | |
| | Porcentaje | 0 | 7.5 | 32.5 | 42.5 | 15 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 18 | 21 | 5 | 7 | 0 |
| | | Porcentaje | 33.96 | 39.62 | 9.43 | 13.21 | 0 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 6 | 7 | 1 | 1 | 0 |
| | | Porcentaje | 40 | 46.67 | 6.67 | 6.67 | 0 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 4 | 7 | 1 | 2 | 0 |
| | | Porcentaje | 25 | 43.75 | 6.25 | 12.5 | 0 |
| CCH UNAM | Suma | 8 | 7 | 3 | 4 | 0 | |
| | Porcentaje | 36.36 | 31.82 | 13.64 | 18.18 | 0 | |

| | | | 14: ¿Buscas un segundo video para comparar? | | |
|-------------------|---------------------------|------------|---|---------|-------|
| | | | A veces | Siempre | Nunca |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 79 | 31 | 36 |
| | | Porcentaje | 53.38 | 20.95 | 24.32 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 22 | 12 | 7 |
| | | Porcentaje | 53.66 | 29.27 | 17.07 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 21 | 7 | 15 |
| | | Porcentaje | 46.67 | 15.56 | 33.33 |
| CCH UNAM | Suma | 36 | 12 | 14 | |
| | Porcentaje | 58.06 | 19.35 | 22.58 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 53 | 25 | 17 |
| | | Porcentaje | 56.38 | 26.6 | 18.09 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 15 | 10 | 1 |
| | | Porcentaje | 57.69 | 38.46 | 3.85 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 14 | 5 | 10 |
| | | Porcentaje | 50 | 17.86 | 35.71 |
| CCH UNAM | Suma | 24 | 10 | 6 | |
| | Porcentaje | 60 | 25 | 15 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 26 | 6 | 18 |
| | | Porcentaje | 49.06 | 11.32 | 33.96 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 7 | 2 | 6 |
| | | Porcentaje | 46.67 | 13.33 | 40 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 7 | 2 | 4 |
| | | Porcentaje | 43.75 | 12.5 | 25 |
| CCH UNAM | Suma | 12 | 2 | 8 | |
| | Porcentaje | 54.55 | 9.09 | 36.36 | |

15: ¿Qué te gusta de un video de matemáticas?

| | | | Práctica (ejemplos)-Teoría (explicación) Que explique bien | Práctica (ejercicios)-Teoría (explicación) Que tenga ejemplos | Claridad-Confusión Que sea claro, aclare dudas | Orden-Desorden Que sea ordenado, paso a paso | Ameno-Aburrido Que sea ameno | Breve-Extenso Que sea breve | Concreto-Disperso Que sea concreto | Buena CT-Mala CT Que tenga CT |
|-------------------|---------------------------|------------|--|---|--|--|------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 72 | 61 | 56 | 28 | 4 | 10 | 11 | 11 |
| | | Porcentaje | 48.65 | 41.22 | 37.84 | 18.92 | 2.7 | 6.76 | 7.43 | 7.43 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 18 | 13 | 17 | 8 | 3 | 2 | 2 | 5 |
| | | Porcentaje | 43.9 | 31.71 | 41.46 | 19.51 | 7.32 | 4.88 | 4.88 | 12.2 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 15 | 11 | 11 | 5 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| | | Porcentaje | 33.33 | 24.44 | 24.44 | 11.11 | 2.22 | 2.22 | 4.44 | 2.22 |
| CCH UNAM | Suma | 39 | 37 | 28 | 15 | 0 | 7 | 7 | 5 | |
| | Porcentaje | 62.9 | 59.68 | 45.16 | 24.19 | 0 | 11.29 | 11.29 | 8.06 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 50 | 43 | 39 | 20 | 2 | 8 | 8 | 7 |
| | | Porcentaje | 53.19 | 45.74 | 41.49 | 21.28 | 2.13 | 8.51 | 8.51 | 7.45 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 14 | 9 | 12 | 7 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| | | Porcentaje | 53.85 | 34.62 | 46.15 | 26.92 | 3.85 | 7.69 | 7.69 | 7.69 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 9 | 8 | 8 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | Porcentaje | 32.14 | 28.57 | 28.57 | 10.71 | 3.57 | 3.57 | 3.57 | 3.57 |
| CCH UNAM | Suma | 27 | 26 | 19 | 10 | 0 | 5 | 5 | 4 | |
| | Porcentaje | 67.5 | 65 | 47.5 | 25 | 0 | 12.5 | 12.5 | 10 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 21 | 18 | 17 | 8 | 2 | 2 | 3 | 4 |
| | | Porcentaje | 39.62 | 33.96 | 32.08 | 15.09 | 3.77 | 3.77 | 5.66 | 7.55 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 4 | 4 | 5 | 1 | 2 | 0 | 0 | 3 |
| | | Porcentaje | 26.67 | 26.67 | 33.33 | 6.67 | 13.33 | 0 | 0 | 20 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 5 | 3 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | | Porcentaje | 31.25 | 18.75 | 18.75 | 12.5 | 0 | 0 | 6.25 | 0 |
| CCH UNAM | Suma | 12 | 11 | 9 | 5 | 0 | 2 | 2 | 1 | |
| | Porcentaje | 54.55 | 50 | 40.91 | 22.73 | 0 | 9.09 | 9.09 | 4.55 | |

16: ¿Qué no te gusta de un video de matemáticas?

| | | Práctica (ejemplos) -Teoría (explicación) Mala explicación, no demuestre | Práctica (ejercicios) -Teoría (explicación) Que NO tenga ejemplos, o no los útiles | Claridad-Confusión Que sea confuso, desordenado | Orden-Desorden Que se salte pasos | Ameno-Aburrido o Que sea aburrido | Breve-Extenso Que tenga larga duración | Concreto-Disperso Que divague o dé circunloquios | Buena CT-Mala CT Que tenga mala CT | |
|-------------------|---------------------------|--|--|---|-----------------------------------|-----------------------------------|--|--|------------------------------------|-------|
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 30 | 19 | 35 | 18 | 13 | 22 | 13 | 23 |
| | | Porcentaje | 20.27 | 12.84 | 23.65 | 12.16 | 8.78 | 14.86 | 8.78 | 15.54 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 8 | 5 | 6 | 9 | 3 | 6 | 4 | 6 |
| | | Porcentaje | 19.51 | 12.2 | 14.63 | 21.95 | 7.32 | 14.63 | 9.76 | 14.63 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 5 | 5 | 9 | 1 | 1 | 2 | 4 | 7 |
| | | Porcentaje | 11.11 | 11.11 | 20 | 2.22 | 2.22 | 4.44 | 8.89 | 15.56 |
| | CCH UNAM | Suma | 17 | 9 | 20 | 8 | 9 | 14 | 5 | 10 |
| | | Porcentaje | 27.42 | 14.52 | 32.26 | 12.9 | 14.52 | 22.58 | 8.06 | 16.13 |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 18 | 14 | 24 | 13 | 7 | 11 | 10 | 15 |
| | | Porcentaje | 19.15 | 14.89 | 25.53 | 13.83 | 7.45 | 11.7 | 10.64 | 15.96 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 6 | 3 | 4 | 7 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| | | Porcentaje | 23.08 | 11.54 | 15.38 | 26.92 | 11.54 | 11.54 | 15.38 | 15.38 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 3 | 2 | 7 | 1 | 0 | 1 | 2 | 5 |
| | | Porcentaje | 10.71 | 7.14 | 25 | 3.57 | 0 | 3.57 | 7.14 | 17.86 |
| | CCH UNAM | Suma | 9 | 9 | 13 | 5 | 4 | 7 | 4 | 6 |
| | | Porcentaje | 22.5 | 22.5 | 32.5 | 12.5 | 10 | 17.5 | 10 | 15 |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 11 | 5 | 10 | 5 | 6 | 11 | 3 | 8 |
| | | Porcentaje | 20.75 | 9.43 | 18.87 | 9.43 | 11.32 | 20.75 | 5.66 | 15.09 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 3 | 0 | 2 |
| | | Porcentaje | 13.33 | 13.33 | 13.33 | 13.33 | 0 | 20 | 0 | 13.33 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 1 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| | | Porcentaje | 6.25 | 18.75 | 6.25 | 0 | 6.25 | 6.25 | 12.5 | 12.5 |
| | CCH UNAM | Suma | 8 | 0 | 7 | 3 | 5 | 7 | 1 | 4 |
| | | Porcentaje | 36.36 | 0 | 31.82 | 13.64 | 22.73 | 31.82 | 4.55 | 18.18 |

| | | 17: ¿Qué crees que falta en los videos de matemáticas que has visto? | | | | | | | | |
|-------------------|---------------------------|--|-----------------|--|--|---|---|--|----------------------------------|-------|
| | | Práctica (ejemplos)- Teoría (explicación) | | Claridad - Confusión Claridad | Orden- Desorden Orden, paso a paso | Ameno- Aburrido o Que sea ameno | Breve- Extenso Que sea breve, sucinto | Concret o- Disperso Concret o, al grano | Buena CT- Mala CT Mejor CT | |
| | | Explicación, más teoría, demostración | Más ejemplos | | | | | | | |
| Todos los alumnos | Total de alumnos | Suma | 33 | 40 | 16 | 11 | 7 | 7 | 6 | 28 |
| | | Porcentaje | 22.3 | 27.03 | 10.81 | 7.43 | 4.73 | 4.73 | 4.05 | 18.92 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 17 | 11 | 3 | 5 | 2 | 1 | 3 | 5 |
| | | Porcentaje | 41.46 | 26.83 | 7.32 | 12.2 | 4.88 | 2.44 | 7.32 | 12.2 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 6 | 10 | 3 | 3 | 0 | 2 | 0 | 7 |
| | | Porcentaje | 13.33 | 22.22 | 6.67 | 6.67 | 0 | 4.44 | 0 | 15.56 |
| CCH UNAM | Suma | 10 | 19 | 10 | 3 | 5 | 4 | 3 | 16 | |
| | Porcentaje | 16.13 | 30.65 | 16.13 | 4.84 | 8.06 | 6.45 | 4.84 | 25.81 | |
| Sí ven videos | Total de alumnos | Suma | 20 | 32 | 9 | 7 | 4 | 3 | 3 | 21 |
| | | Porcentaje | 21.28 | 34.04 | 9.57 | 7.45 | 4.26 | 3.19 | 3.19 | 22.34 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 11 | 8 | 3 | 4 | 1 | 1 | 2 | 4 |
| | | Porcentaje | 42.31 | 30.77 | 11.54 | 15.38 | 3.85 | 3.85 | 7.69 | 15.38 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 3 | 7 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 5 |
| | | Porcentaje | 10.71 | 25 | 7.14 | 7.14 | 0 | 3.57 | 0 | 17.86 |
| CCH UNAM | Suma | 6 | 17 | 4 | 1 | 3 | 1 | 1 | 12 | |
| | Porcentaje | 15 | 42.5 | 10 | 2.5 | 7.5 | 2.5 | 2.5 | 30 | |
| No ven videos | Total de alumnos | Suma | 13 | 8 | 7 | 4 | 3 | 4 | 3 | 6 |
| | | Porcentaje | 24.53 | 15.09 | 13.21 | 7.55 | 5.66 | 7.55 | 5.66 | 11.32 |
| | Facultad de Ciencias UNAM | Suma | 6 | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| | | Porcentaje | 40 | 20 | 0 | 6.67 | 6.67 | 0 | 6.67 | 6.67 |
| | Universidad de Valencia | Suma | 3 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | | Porcentaje | 18.75 | 18.75 | 6.25 | 6.25 | 0 | 6.25 | 0 | 6.25 |
| CCH UNAM | Suma | 4 | 2 | 6 | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | |
| | Porcentaje | 18.18 | 9.09 | 27.27 | 9.09 | 9.09 | 13.64 | 9.09 | 18.18 | |

Anexo 2. Indicadores propuestos en el EOS

| Componentes e indicadores de la idoneidad epistémica (matemática) | |
|---|--|
| Componentes | Indicadores |
| Situaciones-problema | <ul style="list-style-type: none"> Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización). |
| Lenguajes | <ul style="list-style-type: none"> Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica), traducciones y conversiones entre los mismos. Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige. Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación. |
| Reglas: definiciones, proposiciones, procedimientos | <ul style="list-style-type: none"> Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos. |
| Argumentos | <ul style="list-style-type: none"> Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar. |
| Relaciones | <ul style="list-style-type: none"> Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas. |

Tabla 5: Componentes e indicadores de la idoneidad epistémica.
Fuente: Godino (2011)

| Componentes e indicadores de la idoneidad cognitiva | |
|---|---|
| Componentes | Indicadores |
| Conocimientos previos (se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica) | <ul style="list-style-type: none"> Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes. |
| Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales. | <ul style="list-style-type: none"> Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo. Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes. |
| Aprendizaje (se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica) | <ul style="list-style-type: none"> Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva. La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia. Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones. |

Tabla 6: Componentes e indicadores de la idoneidad cognitiva

Fuente: Godino (2011).

| Componentes e indicadores de la idoneidad emocional | |
|--|---|
| Componentes | Indicadores |
| Intereses y necesidades | <ul style="list-style-type: none"> Las tareas tienen interés para los alumnos. Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional. |
| Actitudes | <ul style="list-style-type: none"> Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice. |
| Emociones | <ul style="list-style-type: none"> Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas. |

Tabla 7: Componentes e indicadores de la idoneidad emocional.

Fuente: Godino (2011).

| Componentes e indicadores de la idoneidad interaccional | |
|--|---|
| Componentes | Indicadores |
| Interacción docente-discente | <ul style="list-style-type: none"> El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.). Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.). Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento. Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase. |
| Interacción entre alumnos | <ul style="list-style-type: none"> Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes. Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos. Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión. |
| Autonomía | <ul style="list-style-type: none"> Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos). |
| Evaluación formativa | <ul style="list-style-type: none"> Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos. |

Tabla 8: Componentes e indicadores de la idoneidad interaccional.

Fuente: Godino (2011).

Componentes e indicadores de la idoneidad mediacional

| Componentes | Indicadores |
|---|---|
| Recursos materiales (manipulables, calculadoras, ordenadores) | <ul style="list-style-type: none"> • Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido. • Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones. |
| Número de alumno, horario y condiciones del aula | <ul style="list-style-type: none"> • El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. • El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora). • El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido. |
| Tiempo (de enseñanza colectiva o tutoría y tiempo de aprendizaje) | <ul style="list-style-type: none"> • El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida. • Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema. • Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión. |

Tabla 9: Componentes e indicadores de la idoneidad mediacional.

Fuente: Godino (2011).

Componentes e indicadores de la idoneidad ecológica

| Componentes | Indicadores |
|---|--|
| Adaptación al currículo | <ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares. |
| Apertura hacia la innovación didáctica | <ul style="list-style-type: none"> • Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva. • Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo. |
| Adaptación socio-profesional y cultural | <ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes. |
| Educación en valores | <ul style="list-style-type: none"> • Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico. |
| Conexiones intra e interdisciplinares | <ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares. |

Tabla 10: Componentes e indicadores de la idoneidad ecológica.

Fuente: Godino (2011).

Anexo 3. Datos del Experimento 1

A.3.1. Valoraciones numéricas

Video 1

| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| E ₁ | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,8 | 0,5 |
| E ₂ | 0,9 | 0,5 | 0,5 | 0,7 | 0,5 | 0,7 |
| E ₃ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,1 | 0,9 | 0,1 |
| E ₄ | 0,6 | 0,7 | 0,9 | 0,5 | 0,2 | 0,5 |
| E ₅ | 1 | 0,9 | 0,8 | 0,1 | 0,9 | 0,6 |
| E ₆ | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| E ₇ | 0,7 | 0,8 | 1 | 0,2 | 0,9 | 0,3 |
| E ₈ | 1 | 0,5 | 0,5 | 0,9 | 0,5 | 0,6 |
| E ₉ | 1 | 0,9 | 0,8 | 0,2 | 0,9 | 0,3 |
| E ₁₀ | 1 | 0,7 | 0,7 | 0 | 1 | 0,7 |
| E ₁₁ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,1 | 0,8 | 0 |
| E ₁₂ | 0,9 | 1 | 1 | 0 | 0,5 | 0 |
| E ₁₃ | 0,8 | 0,7 | 0,6 | 0,4 | 0,7 | 0,4 |

Video 2

| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| E ₁ | 0,5 | 0,8 | 0,8 | 0,2 | 0,7 | 0,2 |
| E ₂ | 0,9 | 0,8 | 0,5 | 0,2 | 0,8 | 0,5 |
| E ₃ | 0,9 | 0,7 | 0,5 | 0,1 | 0,4 | 0,6 |
| E ₄ | 0,6 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,6 | 0,8 |
| E ₅ | 1 | 0,9 | 0,7 | 0,2 | 0,8 | 0,5 |
| E ₆ | 1 | 0,9 | 0,9 | 0,5 | 1 | 0,1 |
| E ₇ | 0,9 | 0,6 | 0,3 | 0,8 | 0,9 | 0,5 |
| E ₈ | 1 | 0,8 | 0,4 | 0,2 | 1 | 1 |
| E ₉ | 0,8 | 0,9 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,3 |
| E ₁₀ | 1 | 0,3 | 0 | 0,9 | 0 | 1 |
| E ₁₁ | 0,8 | 0,9 | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,3 |
| E ₁₂ | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,7 | 0,4 | 0,8 |
| E ₁₃ | 0,8 | 0,5 | 0,3 | 0,6 | 0,3 | 0,9 |

Video 3

| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| E ₁ | 0,1 | 0,6 | 0,6 | 0,3 | 0,6 | 0,3 |
| E ₂ | 0,9 | 0,9 | 0,2 | 0,8 | 0,7 | 0,5 |
| E ₃ | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,7 | 0,4 | 0,6 |
| E ₄ | 0,4 | 0,6 | 0,6 | 0,4 | 0,7 | 0,6 |
| E ₅ | 1 | 0,7 | 0,2 | 1 | 0,9 | 1 |
| E ₆ | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 1 | 0,5 | 1 |
| E ₇ | 0,6 | 0,9 | 0,6 | 0,9 | 0,2 | 0,7 |
| E ₈ | 1 | 0,9 | 0,4 | 0,2 | 1 | 0,3 |
| E ₉ | 0,9 | 0,9 | 0,2 | 0,8 | 0 | 0,5 |
| E ₁₀ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| E ₁₁ | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,9 | 0,1 | 0,8 |
| E ₁₂ | 0,7 | 0,2 | 0,2 | 1 | 0,4 | 0,7 |
| E ₁₃ | 0,7 | 0,2 | 0,1 | 0,8 | 0,2 | 0,8 |

Video 4

| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| E ₁ | 0,8 | 0,8 | 0,6 | 0,2 | 0,8 | 0,3 |
| E ₂ | 0,5 | 0,7 | 0,5 | 0,9 | 0,2 | 1 |
| E ₃ | 0,5 | 0,8 | 0,3 | 0,5 | 0,4 | 0,2 |
| E ₄ | 0,5 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,7 | 0,5 |
| E ₅ | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,2 | 0,8 | 0,3 |
| E ₆ | 0,9 | 0,7 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,2 |
| E ₇ | 0,8 | 0,9 | 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,3 |
| E ₈ | 1 | 0,9 | 0,9 | 0,3 | 0,9 | 0,2 |
| E ₉ | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,7 | 0,6 |
| E ₁₀ | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,7 | 0,7 | 0,5 |
| E ₁₁ | 0,4 | 0,2 | 0,4 | 0,8 | 0,4 | 0,9 |
| E ₁₂ | 0,8 | 0,3 | 0 | 0,9 | 1 | 0,8 |
| E ₁₃ | 0,8 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,8 | 0,5 |

Video 5

| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| E ₁ | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0 | 0,9 | 0 |
| E ₂ | 0,7 | 0,9 | 0,5 | 0,2 | 0,5 | 0,5 |
| E ₃ | 0,8 | 0,5 | 0,3 | 0,5 | 0,4 | 0,1 |
| E ₄ | 0,9 | 1 | 0,9 | 0,1 | 1 | 0,1 |

Video 6

| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| E ₁ | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,1 | 0,8 | 0,1 |
| E ₂ | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,8 |
| E ₃ | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,6 | 0,4 | 0,3 |
| E ₄ | 1 | 1 | 0,9 | 0,3 | 1 | 0,1 |

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| E ₅ | 0,7 | 0,5 | 0,6 | 0,3 | 0,8 | 0,4 | E ₅ | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,2 | 0,9 | 0,1 |
| E ₆ | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,1 | 1 | 0,1 | E ₆ | 0,9 | 0,8 | 0,7 | 0,2 | 0,9 | 0,5 |
| E ₇ | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0 | 1 | 0,3 | E ₇ | 0,7 | 1 | 0,3 | 0,3 | 0,7 | 0,9 |
| E ₈ | 1 | 0,9 | 0,95 | 0,1 | 0,9 | 0,1 | E ₈ | 1 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,9 | 0,3 |
| E ₉ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,2 | 0,8 | 0,2 | E ₉ | 0,9 | 0,9 | 0,7 | 0,2 | 0,8 | 0,4 |
| E ₁₀ | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,3 | 0,7 | 0,2 | E ₁₀ | 0,8 | 0,7 | 0,5 | 0,7 | 0,8 | 0,6 |
| E ₁₁ | 0,6 | 0,8 | 1 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | E ₁₁ | 0,9 | 0,8 | 1 | 0,1 | 1 | 0 |
| E ₁₂ | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,2 | 0,9 | 0,4 | E ₁₂ | 1 | 0,8 | 0,8 | 0,2 | 1 | 0,3 |
| E ₁₃ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,2 | 0,9 | 0,2 | E ₁₃ | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,1 | 0,9 | 0,1 |

Video 7

| Eval. | I ₁ | I ₂ | I ₃ | I ₄ | I ₅ | I ₆ |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| E ₁ | 0,9 | 0,8 | 0,7 | 0,3 | 0,9 | 0,2 |
| E ₂ | 1 | 0,9 | 0,9 | 0,2 | 0,5 | 0,1 |
| E ₃ | 0,9 | 0,8 | 0,6 | 0,2 | 0,7 | 0,2 |
| E ₄ | 1 | 1 | 0,9 | 0,1 | 1 | 0 |
| E ₅ | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,2 | 0,8 | 0,3 |
| E ₆ | 0,8 | 0,8 | 0,6 | 0,8 | 0,7 | 0,6 |
| E ₇ | 0,6 | 0,3 | 0,5 | 0,8 | 0,7 | 0,5 |
| E ₈ | 0,6 | 0,6 | 0,05 | 0,9 | 0,5 | 0,7 |
| E ₉ | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,5 | 0,7 | 0,5 |
| E ₁₀ | 0,4 | 0,3 | 0,6 | 0,8 | 0,7 | 0,8 |
| E ₁₁ | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 1 | 0,4 | 1 |
| E ₁₂ | 1 | 0,7 | 0,3 | 0,6 | 0,7 | 0,2 |
| E ₁₃ | 0,7 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,7 | 0,4 |

Video 8

| Eval. | I ₁ | I ₂ | I ₃ | I ₄ | I ₅ | I ₆ |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| E ₁ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,1 | 0,8 | 0,1 |
| E ₂ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,2 |
| E ₃ | 0,5 | 0,9 | 0,6 | 0,3 | 0,4 | 0,1 |
| E ₄ | 1 | 1 | 0,9 | 0,1 | 1 | 0 |
| E ₅ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,3 | 0,8 | 0,1 |
| E ₆ | 1 | 0,9 | 0,9 | 0,1 | 1 | 0,1 |
| E ₇ | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,2 |
| E ₈ | 0,9 | 0,8 | 0,6 | 0,2 | 0,8 | 0,2 |
| E ₉ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,2 | 0,9 | 0,1 |
| E ₁₀ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,1 | 0,8 | 0,1 |
| E ₁₁ | 0,8 | 1 | 1 | 0,2 | 1 | 0 |
| E ₁₂ | 0,8 | 1 | 0,8 | 0,2 | 0,9 | 0 |
| E ₁₃ | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,2 | 0,9 | 0,2 |

Video 9

| Eval. | I ₁ | I ₂ | I ₃ | I ₄ | I ₅ | I ₆ |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| E ₁ | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,2 | 0,7 | 0,3 |
| E ₂ | 0,7 | 0,7 | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,5 |
| E ₃ | 0,2 | 0,4 | 0,4 | 0,8 | 0,5 | 0,6 |
| E ₄ | 0,5 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,3 | 0,5 |
| E ₅ | 0,4 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,7 | 0,3 |
| E ₆ | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 1 | 0,3 | 0,8 |
| E ₇ | 0,2 | 0,5 | 0,1 | 1 | 0,2 | 0,8 |
| E ₈ | 0,2 | 0,5 | 0,1 | 0,9 | 0,5 | 0,8 |
| E ₉ | 0,1 | 0,4 | 0,4 | 1 | 0,2 | 0,8 |
| E ₁₀ | 0,1 | 0,3 | 0,6 | 1 | 0,2 | 0,8 |
| E ₁₁ | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 1 | 0,1 | 1 |
| E ₁₂ | 0,4 | 0 | 0,1 | 1 | 0,8 | 0,8 |
| | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,7 |

A.3.2. Aplicación de TOPSIS en el Experimento 1 (con valoraciones numéricas)

Paso 1: Construcción de la matriz de decisión.

| Promedios | Id. Ep. | Id. Co. | Id. Em. | Id. Me. | Id. Ec. | Id. In. |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| V ₁ | 0.8 | 0.7063 | 0.7188 | 0.3188 | 0.713 | 0.4 |
| V ₂ | 0.7875 | 0.6875 | 0.4563 | 0.4063 | 0.619 | 0.58 |
| V ₃ | 0.6625 | 0.5813 | 0.3313 | 0.75 | 0.45 | 0.66 |
| V ₄ | 0.6846 | 0.6692 | 0.4462 | 0.5462 | 0.654 | 0.48 |
| V ₅ | 0.8308 | 0.8308 | 0.7731 | 0.2385 | 0.815 | 0.27 |
| V ₆ | 0.8385 | 0.7769 | 0.6769 | 0.3154 | 0.815 | 0.35 |
| V ₇ | 0.7231 | 0.6615 | 0.5269 | 0.5308 | 0.692 | 0.42 |
| V ₈ | 0.8692 | 0.9154 | 0.8154 | 0.2462 | 0.831 | 0.11 |
| V ₉ | 0.3462 | 0.4692 | 0.3769 | 0.7846 | 0.438 | 0.67 |

Paso 2: Normalización de la matriz de decisión.

| Suma de Cuadrados | 4.9592 | 4.5467 | 3.174 | 2.2417 | 4.212 | 1.99 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|-------|------|
| Raíz Cuadrada | 2.2269 | 2.1323 | 1.7816 | 1.4972 | 2.052 | 1.41 |
| Valores Normalizados | | | | | | |
| V ₁ | 0.3592 | 0.3312 | 0.4034 | 0.2129 | 0.347 | 0.28 |
| V ₂ | 0.3536 | 0.3224 | 0.2561 | 0.2713 | 0.301 | 0.41 |
| V ₃ | 0.2975 | 0.2726 | 0.1859 | 0.5009 | 0.219 | 0.47 |
| V ₄ | 0.3074 | 0.3139 | 0.2504 | 0.3648 | 0.319 | 0.34 |
| V ₅ | 0.3731 | 0.3896 | 0.4339 | 0.1593 | 0.397 | 0.19 |
| V ₆ | 0.3765 | 0.3644 | 0.38 | 0.2106 | 0.397 | 0.25 |
| V ₇ | 0.3247 | 0.3102 | 0.2958 | 0.3545 | 0.337 | 0.3 |
| V ₈ | 0.3903 | 0.4293 | 0.4577 | 0.1644 | 0.405 | 0.08 |
| V ₉ | 0.1554 | 0.2201 | 0.2116 | 0.524 | 0.214 | 0.47 |

Paso 3: Construcción de la matriz de decisión normalizada y ponderada.

| Ponderación | Id. Ep. | Id. Co. | Id. Em. | Id. Me. | Id. Ec. | Id. In. |
|--------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 0.25 | 0.25 | 0.15 | 0.15 | 0.1 | 0.1 |
| Matriz normalizada y ponderada | | | | | | |
| V ₁ | 0.0898 | 0.0828 | 0.0605 | 0.0319 | 0.035 | 0.03 |
| V ₂ | 0.0884 | 0.0806 | 0.0384 | 0.0407 | 0.03 | 0.04 |
| V ₃ | 0.0744 | 0.0681 | 0.0279 | 0.0751 | 0.022 | 0.05 |
| V ₄ | 0.0769 | 0.0785 | 0.0376 | 0.0547 | 0.032 | 0.03 |
| V ₅ | 0.0933 | 0.0974 | 0.0651 | 0.0239 | 0.04 | 0.02 |
| V ₆ | 0.0941 | 0.0911 | 0.057 | 0.0316 | 0.04 | 0.02 |
| V ₇ | 0.0812 | 0.0776 | 0.0444 | 0.0532 | 0.034 | 0.03 |
| V ₈ | 0.0976 | 0.1073 | 0.0687 | 0.0247 | 0.04 | 0.01 |

| | | | | | | |
|-------|--------|-------|--------|--------|-------|------|
| v_9 | 0.0389 | 0.055 | 0.0317 | 0.0786 | 0.021 | 0.05 |
|-------|--------|-------|--------|--------|-------|------|

Paso 4: Obtención de la solución ideal positiva (PIS) y de la solución ideal negativa (NIS).

| | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|-------|------|
| Máximo | 0.0976 | 0.1073 | 0.0687 | 0.0786 | 0.04 | 0.05 |
| Mínimo | 0.0389 | 0.055 | 0.0279 | 0.0239 | 0.021 | 0.01 |
| PIS | 0.0976 | 0.1073 | 0.0687 | 0.0239 | 0.04 | 0.01 |
| NIS | 0.0389 | 0.055 | 0.0279 | 0.0786 | 0.021 | 0.05 |

Paso 5: Cálculo de las medidas de distancia.

| Video | Al ideal | Al anti-ideal |
|-------|------------------|-----------------|
| v_1 | $d_1^+ = 0.0354$ | $d_1^- = 0.085$ |
| v_2 | $d_2^+ = 0.0566$ | $d_2^- = 0.069$ |
| v_3 | $d_3^+ = 0.0907$ | $d_3^- = 0.038$ |
| v_4 | $d_4^+ = 0.063$ | $d_4^- = 0.054$ |
| v_5 | $d_5^+ = 0.0162$ | $d_5^- = 0.101$ |
| v_6 | $d_6^+ = 0.0275$ | $d_6^- = 0.091$ |
| v_7 | $d_7^+ = 0.0561$ | $d_7^- = 0.061$ |
| v_8 | $d_8^+ = 0.0008$ | $d_8^- = 0.113$ |
| v_9 | $d_9^+ = 0.1118$ | $d_9^- = 0.004$ |

Paso 6 y paso 7: Cálculo de la proximidad relativa a la solución ideal y ordenación de las preferencias.

| Video | Proximidad relativa | Posición de mayor a menor |
|-------|---------------------|---------------------------|
| v_1 | 0.705 | v_8 |
| v_2 | 0.55 | v_5 |
| v_3 | 0.296 | v_6 |
| v_4 | 0.463 | v_1 |
| v_5 | 0.862 | v_2 |
| v_6 | 0.768 | v_7 |
| v_7 | 0.519 | v_4 |
| v_8 | 0.993 | v_8 |
| v_9 | 0.033 | v_9 |

A.3.3. Valoraciones con intervalos

| Video 1 (Tales) | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-------|------|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|------|
| | I_1 | | I_2 | | I_3 | | I_4 | | I_5 | | I_6 | |
| V_1 | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,9 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,9 | 0,4 | 0,6 |
| V_2 | 0,8 | 0,95 | 0,4 | 0,6 | 0,4 | 0,6 | 0,6 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,65 | 0,75 |
| V_3 | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 |
| V_4 | 0,4 | 0,6 | 0,5 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,5 | 0,6 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,5 |

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| V ₅ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,9 | 0 | 0,1 | 0,9 | 0,9 | 0,5 | 0,7 |
| V ₆ | 0,9 | 1 | 0,8 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,9 | 1 | 0 | 0 |
| V ₇ | 0,6 | 0,8 | 0,6 | 0,9 | 1 | 1 | 0,2 | 0,4 | 0,7 | 0,9 | 0,1 | 0,3 |
| V ₈ | 0,8 | 1 | 0,3 | 0,5 | 0,3 | 0,6 | 0,9 | 1 | 0,5 | 0,7 | 0,4 | 0,6 |
| V ₉ | 0,8 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 | 0,9 | 1 | 0,3 | 0,4 |
| V ₁₀ | 0,9 | 1 | 0,6 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0,6 | 0,7 |
| V ₁₁ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0 | 0,1 | 0,7 | 0,8 | 0 | 0,1 |
| V ₁₂ | 0,9 | 0,9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,5 | 0,5 | 0 | 0 |
| V ₁₃ | 0,6 | 0,8 | 0,6 | 0,8 | 0,5 | 0,7 | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,9 | 0,3 | 0,5 |

Video 2 (Tales)

| | <i>I</i> ₁ | <i>I</i> ₂ | <i>I</i> ₃ | <i>I</i> ₄ | <i>I</i> ₅ | <i>I</i> ₆ | | | | | | |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| V ₁ | 0,4 | 0,5 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,3 |
| V ₂ | 0,85 | 0,95 | 0,8 | 0,85 | 0,4 | 0,6 | 0,1 | 0,2 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,6 |
| V ₃ | 0,9 | 1 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0 | 0,1 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |
| V ₄ | 0,5 | 0,6 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,6 | 0,8 |
| V ₅ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,9 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 1 | 0,2 | 0,6 |
| V ₆ | 0,9 | 1 | 0,7 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,4 | 0,5 | 1 | 1 | 0,1 | 0,2 |
| V ₇ | 0,9 | 1 | 0,6 | 0,8 | 0,2 | 0,4 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 1 | 0,4 | 0,6 |
| V ₈ | 0,9 | 1 | 0,8 | 1 | 0,2 | 0,4 | 0 | 0,2 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 |
| V ₉ | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,4 |
| V ₁₀ | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 | 0 | 0,1 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 |
| V ₁₁ | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 0,3 | 0,4 | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,3 |
| V ₁₂ | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,7 | 0,7 | 0,4 | 0,4 | 0,8 | 0,8 |
| V ₁₃ | 0,6 | 0,8 | 0,5 | 0,7 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 0,2 | 0,4 | 0,8 | 1 |

Video 3 (Tales)

| | <i>I</i> ₁ | <i>I</i> ₂ | <i>I</i> ₃ | <i>I</i> ₄ | <i>I</i> ₅ | <i>I</i> ₆ | | | | | | |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| V ₁ | 0 | 0,2 | 0,6 | 0,8 | 0,6 | 0,7 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,2 | 0,3 |
| V ₂ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,3 | 0,5 |
| V ₃ | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |
| V ₄ | 0,2 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,5 | 0,7 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 0,5 | 0,7 |
| V ₅ | 0,6 | 1 | 0,5 | 0,7 | 0 | 0,2 | 1 | 1 | 0,8 | 0,9 | 1 | 1 |
| V ₆ | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,2 | 0,3 | 1 | 1 | 0,4 | 0,5 | 1 | 1 |
| V ₇ | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 |
| V ₈ | 0,9 | 1 | 0,7 | 0,9 | 0 | 0,4 | 0 | 0,2 | 0,9 | 1 | 0 | 0,3 |
| V ₉ | 0,7 | 0,9 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 | 0 | 0,1 | 0,4 | 0,5 |
| V ₁₀ | 0 | 0,1 | 0 | 0,1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 |
| V ₁₁ | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 | 0,7 | 0,8 |
| V ₁₂ | 0,7 | 0,7 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 1 | 1 | 0,4 | 0,4 | 0,7 | 0,7 |
| V ₁₃ | 0,7 | 0,8 | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,7 | 0,8 |

Video 4 (Div. Pol.)

| | <i>I</i> ₁ | <i>I</i> ₂ | <i>I</i> ₃ | <i>I</i> ₄ | <i>I</i> ₅ | <i>I</i> ₆ |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|
| V ₁ | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 0,5 | 0,6 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,3 |
| V ₂ | 0,5 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,5 | 0,5 | 0,9 | 0,9 | 0,2 | 0,2 | 1 | 1 |
| V ₃ | 0,2 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,3 | 0,5 | 0,2 | 0,3 |
| V ₄ | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,6 |
| V ₅ | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 | 0,3 | 0,4 |
| V ₆ | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,5 | 0,2 | 0,3 |
| V ₇ | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,3 | 0,4 |
| V ₈ | 1 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,85 | 0,95 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 |
| V ₉ | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 |
| V ₁₀ | 0,4 | 0,5 | 0,4 | 0,6 | 0,1 | 0,3 | 0,7 | 0,9 | 0,7 | 0,7 | 0,4 | 0,5 |
| V ₁₁ | 0 | 0,4 | 0 | 0,3 | 0,1 | 0,6 | 0,8 | 1 | 0 | 0,6 | 0,8 | 1 |
| V ₁₂ | 0,7 | 0,9 | 0,1 | 0,3 | 0 | 0,2 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 1 |
| V ₁₃ | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 |

Video 5 (Div. Pol.)

| | <i>I</i> ₁ | | <i>I</i> ₂ | | <i>I</i> ₃ | | <i>I</i> ₄ | | <i>I</i> ₅ | | <i>I</i> ₆ | |
|-----------------|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|------|-----------------------|-----|
| V ₁ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 |
| V ₂ | 0,7 | 0,7 | 0,9 | 0,9 | 0,5 | 0,5 | 0,2 | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,7 |
| V ₃ | 0,6 | 0,8 | 0,4 | 0,6 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,5 | 0,1 | 0,2 |
| V ₄ | 0,9 | 1 | 1 | 1 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,2 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 |
| V ₅ | 0,7 | 0,8 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,3 | 0,4 | 0,7 | 0,7 | 0,4 | 0,5 |
| V ₆ | 0,8 | 0,9 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,1 | 1 | 1 | 0,1 | 0,1 |
| V ₇ | 0,8 | 0,9 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0,3 | 0,4 |
| V ₈ | 1 | 1 | 0,9 | 1 | 0,95 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 0,95 | 0 | 0,1 |
| V ₉ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 |
| V ₁₀ | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,6 | 0,7 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 | 0,1 | 0,2 |
| V ₁₁ | 0,2 | 0,8 | 0,8 | 1 | 0,7 | 1 | 0 | 0,9 | 0,5 | 0,8 | 0,8 | 0,9 |
| V ₁₂ | 0,8 | 1 | 0,7 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,2 | 0,4 | 0,8 | 1 | 0,3 | 0,5 |
| V ₁₃ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 | 0,7 | 0,8 | 0,1 | 0,2 |

Video 6 (Div. Pol.)

| | <i>I</i> ₁ | | <i>I</i> ₂ | | <i>I</i> ₃ | | <i>I</i> ₄ | | <i>I</i> ₅ | | <i>I</i> ₆ | |
|-----------------|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|
| V ₁ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 |
| V ₂ | 0,6 | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,7 | 0,8 |
| V ₃ | 0,4 | 0,6 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0,7 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,5 |
| V ₄ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,3 | 0,4 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,2 |
| V ₅ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 |
| V ₆ | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,7 | 0,1 | 0,2 | 0,9 | 0,9 | 0,5 | 0,8 |
| V ₇ | 0,6 | 0,7 | 0,9 | 1 | 0,3 | 0,4 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,9 |
| V ₈ | 1 | 1 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,6 | 0,4 | 0,5 | 0,8 | 1 | 0,2 | 0,3 |
| V ₉ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,7 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 0,9 | 0,4 | 0,5 |
| V ₁₀ | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,6 | 0,6 |
| V ₁₁ | 0,8 | 1 | 0,6 | 0,9 | 0,8 | 1 | 0 | 0,3 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 |
| V ₁₂ | 0,8 | 1 | 0,8 | 1 | 0,6 | 0,8 | 0,2 | 0,4 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,4 |

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| V ₁₃ | 0,8 | 0,9 | 0,9 | 0,95 | 0,9 | 0,95 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 |
|-----------------|-----|-----|-----|------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

Video 7 (Límites)

| | I ₁ | I ₂ | I ₃ | I ₄ | I ₅ | I ₆ | | | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| V ₁ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 0,3 | 0,4 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,2 |
| V ₂ | 1 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,2 | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0,1 | 0,1 |
| V ₃ | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,9 | 0,6 | 0,7 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 | 0,1 | 0,2 |
| V ₄ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 |
| V ₅ | 0,6 | 0,7 | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,6 | 0,2 | 0,3 | 0,8 | 0,9 | 0,2 | 0,3 |
| V ₆ | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 |
| V ₇ | 0,5 | 0,6 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,4 | 0,5 |
| V ₈ | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,65 | 0 | 0,05 | 0,9 | 1 | 0,4 | 0,6 | 0,6 | 0,8 |
| V ₉ | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,6 |
| V ₁₀ | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,6 | 0,8 |
| V ₁₁ | 0 | 0,4 | 0 | 0,3 | 0 | 0,2 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,6 | 0,8 | 1 |
| V ₁₂ | 0,9 | 1 | 0,7 | 0,8 | 0,3 | 0,6 | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,1 | 0,3 |
| V ₁₃ | 0,7 | 0,75 | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,5 |

Video 8 (Límites)

| | I ₁ | I ₂ | I ₃ | I ₄ | I ₅ | I ₆ | | | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| V ₁ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,7 | 0,8 | 0 | 0,1 | 0,8 | 1 | 0 | 0,1 |
| V ₂ | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,1 | 0,3 |
| V ₃ | 0,4 | 0,5 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,6 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,1 | 0,1 |
| V ₄ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 |
| V ₅ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,2 | 0,3 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 |
| V ₆ | 1 | 1 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,1 | 1 | 1 | 0,1 | 0,1 |
| V ₇ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,3 | 0,4 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,3 |
| V ₈ | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,85 | 0,5 | 0,6 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 0,81 | 0,1 | 0,2 |
| V ₉ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,3 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 |
| V ₁₀ | 0,8 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 1 | 0 | 0,1 | 0,6 | 0,8 | 0 | 0,1 |
| V ₁₁ | 0,5 | 0,9 | 0,8 | 1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,2 | 0,8 | 1 | 0 | 0,1 |
| V ₁₂ | 0,7 | 0,9 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 | 0,8 | 1 | 0 | 0,1 |
| V ₁₃ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,2 | 0,3 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 |

Video 9 (Límites)

| | I ₁ | I ₂ | I ₃ | I ₄ | I ₅ | I ₆ | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| V ₁ | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 0,8 | 0,3 | 0,4 |
| V ₂ | 0,5 | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,6 | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,5 |
| V ₃ | 0,1 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,7 |
| V ₄ | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,6 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| V ₅ | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,5 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,8 | 0,2 | 0,3 |
| V ₆ | 0,1 | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,1 | 0,2 | 1 | 1 | 0,2 | 0,3 | 0,8 | 0,9 |
| V ₇ | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,5 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,2 | 0,7 | 0,8 |
| V ₈ | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,5 | 0,1 | 0,15 | 0,9 | 1 | 0,4 | 0,5 | 0,8 | 0,9 |
| V ₉ | 0 | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 | 0,8 | 0,9 |

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| V ₁₀ | 0,1 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 0,8 |
| V ₁₁ | 0 | 0,3 | 0,1 | 0,3 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,2 | 0,8 | 1 |
| V ₁₂ | 0,1 | 0,5 | 0 | 0,1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0,7 | 0,9 | 0,8 | 1 |
| V ₁₃ | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,5 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,55 | 0,7 | 0,8 |

A.3.4. Matrices de decisión con intervalos para el Experimento 1

| Video | I ₁ | I ₂ | I ₃ | I ₄ | I ₅ | I ₆ | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------|--------|--------|--------|---------|--------|
| V ₁ | 0,7461 | 0,8807 | 0,6615 | 0,8153 | 0,7076 | 0,8384 | 0,2230 | 0,3307 | 0,6846 | 0,7923 | 0,2807 | 0,4115 |
| V ₂ | 0,7576 | 0,8576 | 0,6615 | 0,7807 | 0,3923 | 0,5230 | 0,3384 | 0,4384 | 0,5230 | 0,6230 | 0,5 | 0,6384 |
| V ₃ | 0,5153 | 0,6615 | 0,5307 | 0,6461 | 0,2615 | 0,3923 | 0,6384 | 0,7307 | 0,3923 | 0,5 | 0,5923 | 0,7 |
| V ₄ | 0,5846 | 0,7384 | 0,6 | 0,7307 | 0,3615 | 0,5076 | 0,5269 | 0,6576 | 0,5692 | 0,7 | 0,4538 | 0,5615 |
| V ₅ | 0,7461 | 0,8846 | 0,7846 | 0,8923 | 0,7346 | 0,8384 | 0,1307 | 0,2846 | 0,7307 | 0,8346 | 0,2153 | 0,3230 |
| V ₆ | 0,7615 | 0,8692 | 0,7230 | 0,8346 | 0,6 | 0,7115 | 0,2615 | 0,3769 | 0,7692 | 0,8461 | 0,3 | 0,4230 |
| V ₇ | 0,6538 | 0,7730 | 0,5846 | 0,7115 | 0,4923 | 0,6038 | 0,4846 | 0,6 | 0,6461 | 0,7615 | 0,3384 | 0,4615 |
| V ₈ | 0,7846 | 0,9076 | 0,8307 | 0,9346 | 0,7769 | 0,8692 | 0,1923 | 0,2846 | 0,7692 | 0,8776 | 0,05384 | 0,1461 |
| V ₉ | 0,2461 | 0,4153 | 0,4 | 0,5 | 0,3076 | 0,3884 | 0,73076 | 0,8153 | 0,3923 | 0,4961 | 0,6 | 0,7307 |

| Video | I ₁ | I ₂ | I ₃ | I ₄ | I ₅ | I ₆ | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| V ₁ | 0,4 | 1 | 0,3 | 1 | 0,3 | 1 | 0 | 1 | 0,2 | 1 | 0 | 0,75 |
| V ₂ | 0,4 | 1 | 0,2 | 1 | 0 | 0,9 | 0 | 0,9 | 0 | 1 | 0,1 | 1 |
| V ₃ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0,7 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| V ₄ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0,9 | 0,2 | 1 | 0 | 1 | 0,2 | 1 |
| V ₅ | 0,2 | 1 | 0,4 | 1 | 0,3 | 1 | 0 | 0,9 | 0,3 | 1 | 0 | 0,9 |
| V ₆ | 0,4 | 1 | 0,3 | 1 | 0,3 | 1 | 0 | 0,7 | 0,4 | 1 | 0 | 0,9 |
| V ₇ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0,2 | 1 | 0 | 1 |
| V ₈ | 0,4 | 1 | 0,7 | 1 | 0,5 | 1 | 0 | 0,9 | 0,4 | 1 | 0 | 0,3 |
| V ₉ | 0 | 0,8 | 0 | 0,8 | 0 | 0,8 | 0,2 | 1 | 0 | 0,9 | 0,2 | 1 |

Anexo 4: Datos del Experimento 2

A.3.1. Valoraciones numéricas

| Video 1 | | | | | | | Video 2 | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 | Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
| E ₁ | 0,8 | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,9 | 0,5 | E ₁ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,4 | 0,8 | 0,3 |
| E ₂ | 0,9 | 0,8 | 0,7 | 0,1 | 0,9 | 0,1 | E ₂ | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,5 | 0,8 | 0,2 |
| E ₃ | 1 | 0,9 | 0,9 | 0 | 0,9 | 0,2 | E ₃ | 1 | 1 | 0,9 | 0 | 1 | 0,1 |
| E ₄ | 1 | 1 | 0,8 | 0,1 | 1 | 0 | E ₄ | 1 | 1 | 0,9 | 0,1 | 1 | 0,2 |
| E ₅ | 0,8 | 0,8 | 0,7 | 0,2 | 0,8 | 0,5 | E ₅ | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,2 | 0,8 | 0,8 |
| E ₆ | 0,9 | 1 | 0,9 | 0,2 | 0,9 | 0,1 | E ₆ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,2 | 0,9 | 0,1 |

| Video 3 | | | | | | | Video 4 | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 | Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
| E ₁ | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,4 | 0,8 | 0,7 | E ₁ | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,4 | 0,8 | 0,8 |
| E ₂ | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,9 | 0,1 | E ₂ | 1 | 0,8 | 0,6 | 0,5 | 0,8 | 0,2 |
| E ₃ | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0,1 | E ₃ | 1 | 0,9 | 0,8 | 0,6 | 0,9 | 0,3 |
| E ₄ | 1 | 1 | 1 | 0,1 | 1 | 0 | E ₄ | 1 | 1 | 0,8 | 0,1 | 1 | 0,4 |
| E ₅ | 0,8 | 0,7 | 0,9 | 0,1 | 0,8 | 0,9 | E ₅ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,4 | 1 | 0,1 |
| E ₆ | 0,9 | 1 | 0,9 | 0 | 0,8 | 0 | E ₆ | 0,8 | 1 | 0,9 | 0,3 | 0,9 | 0,2 |

| Video 5 | | | | | | | Video 6 | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 | Eval. | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 |
| E ₁ | 0,9 | 0,8 | 0,7 | 0,3 | 0,8 | 0,3 | E ₁ | 1 | 0,9 | 0,7 | 0,5 | 0,9 | 0,3 |
| E ₂ | 1 | 0,9 | 0,7 | 0,2 | 0,9 | 0,1 | E ₂ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,4 | 0,8 | 0,1 |
| E ₃ | 1 | 0,9 | 0,8 | 0,1 | 1 | 0,2 | E ₃ | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 1 | 0,2 |
| E ₄ | 1 | 0,8 | 0,7 | 0,1 | 0,9 | 0,2 | E ₄ | 1 | 0,8 | 0,7 | 0,4 | 1 | 0,2 |
| E ₅ | 0,9 | 0,95 | 0,8 | 0,2 | 1 | 0,1 | E ₅ | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 1 | 1 | 0,9 |
| E ₆ | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,2 | 0,8 | 0,2 | E ₆ | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,4 | 0,9 | 0,9 |

A.3.2. Valoraciones con intervalos

| Video 1 | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|--|
| Eval. | I_1 | | I_2 | | I_3 | | I_4 | | I_5 | | I_6 | | |
| E ₁ | 0,6 | 0,7 | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,7 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,4 | 0,5 | |
| E ₂ | 0,8 | 1 | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,8 | 0 | 0,2 | 0,8 | 1 | 0 | 0,2 | |
| E ₃ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,2 | |
| E ₄ | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 | |
| E ₅ | 0,6 | 0,8 | 0,7 | 0,9 | 0,5 | 0,7 | 0,2 | 0,4 | 0,8 | 1 | 0,3 | 0,5 | |
| E ₆ | 0,8 | 1 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,2 | 0,8 | 1 | 0 | 0,1 | |

| Video 2 | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|--|
| Eval. | I_1 | | I_2 | | I_3 | | I_4 | | I_5 | | I_6 | | |
| E ₁ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,8 | 0,3 | 0,4 | |

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| E ₂ | 0,8 | 0,9 | 0,9 | 1 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,9 | 0,1 | 0,3 |
| E ₃ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 |
| E ₄ | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 |
| E ₅ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0 | 0,2 | 0,8 | 1 | 0,7 | 0,9 |
| E ₆ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,6 | 0,9 | 0 | 0,3 | 0,8 | 1 | 0 | 0,2 |

Video 3

| Eval. | I ₁ | | I ₂ | | I ₃ | | I ₄ | | I ₅ | | I ₆ | |
|----------------|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|
| E ₁ | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 |
| E ₂ | 0,8 | 1 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 |
| E ₃ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 |
| E ₄ | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 |
| E ₅ | 0,7 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 1 | 0 | 0,1 | 0,8 | 1 | 0,8 | 1 |
| E ₆ | 0,8 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0 | 0,1 | 0,7 | 0,9 | 0 | 0,2 |

Video 4

| Eval. | I ₁ | | I ₂ | | I ₃ | | I ₄ | | I ₅ | | I ₆ | |
|----------------|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|
| E ₁ | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,3 | 0,4 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 |
| E ₂ | 0,8 | 1 | 0,6 | 0,8 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,1 | 0,3 |
| E ₃ | 0,9 | 1 | 0,7 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 |
| E ₄ | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 |
| E ₅ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,3 | 0,5 | 0,8 | 1 | 0 | 0,1 |
| E ₆ | 0,7 | 0,9 | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,4 | 0,8 | 1 | 0 | 0,2 |

Video 5

| Eval. | I ₁ | | I ₂ | | I ₃ | | I ₄ | | I ₅ | | I ₆ | |
|----------------|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|
| E ₁ | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,7 | 0,3 | 0,4 | 0,8 | 0,9 | 0,3 | 0,4 |
| E ₂ | 0,9 | 1 | 0,8 | 1 | 0,6 | 0,8 | 0 | 0,3 | 0,7 | 1 | 0 | 0,1 |
| E ₃ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,7 | 0,8 | 0 | 0,1 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,2 |
| E ₄ | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 |
| E ₅ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,1 | 0,2 | 0,8 | 1 | 0 | 0,1 |
| E ₆ | 0,8 | 1 | 0,9 | 1 | 0,6 | 0,8 | 0 | 0,3 | 0,7 | 0,9 | 0 | 0,3 |

Video 6

| Eval. | I ₁ | | I ₂ | | I ₃ | | I ₄ | | I ₅ | | I ₆ | |
|----------------|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|
| E ₁ | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,6 | 0,9 | 1 | 0,2 | 0,3 |
| E ₂ | 0,9 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 0,9 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,9 | 0 | 0,2 |
| E ₃ | 0,9 | 1 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 | 0,5 | 0,6 | 0,9 | 1 | 0,1 | 0,2 |
| E ₄ | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 | 0,6 | 1 | 0 | 0,5 |
| E ₅ | 0,6 | 0,8 | 0,8 | 1 | 0,6 | 0,7 | 0,95 | 1 | 0,9 | 1 | 0,8 | 1 |
| E ₆ | 0,7 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,9 | 0,3 | 0,5 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 0,9 |

Referencias

Referencias

- Abramovich, G. (2014): 15 Mind-Blowing Stats About YouTube. En CMO.com, Insight/Online Media, 21 de mayo de 2014. Disponible en línea: http://www.cmo.com/features/articles/2014/5/19/mind_blowing_stats_youtube.html#gs.nC0TDVM (consultado el 13 de marzo de 2017).
- Arandas, A. (2012): Las redes sociales potencian el crecimiento de YouTube. En BBC Mundo.com, tecnología, 24 de enero de 2012. Disponible en línea: http://www.bbc.com/mundo/noticias/2012/01/120124_tecnologia_youtube_crecimiento_aa.shtml (consultado el 13 de marzo de 2017).
- Badillo, E.; Figueiras, L.; Font, V.; Martínez, M. (2013): Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula. *Enseñanza de las Ciencias*, 31 (3), 207-225.
- Ballester, L. y Colom, A. (2006). Lógica difusa: una nueva epistemología para las Ciencias de la Educación. *Revista de Educación*, mayo-agosto, 995-1008.
- Breda, A. (2016). Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado profmat no Rio Grande do Sul: Uma análise dos trabalhos de conclusão de curso. Tesis de Doctorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
- Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8 (2), 1-41.
- Breda, A. y Lima, V. M. R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 5(1), 74-103.
- Canós, L., Casasús, T., Lara, T., Liern, V., Pérez, J. C. (2008): Modelos flexibles de selección de personal basados en la valoración de competencias, *Rect@* 9, pp. 101-122.
- Canós L. y Liern V. (2008). Soft computing-based aggregation methods for human resource management, *European Journal of Operational Research*, 189, 669 –681.
- Carlsson, C. y Fullér, R. (2002). *Fuzzy Reasoning in Decision Making and Optimization*, Ed. Springer-Verlag, Berlin.
- Carrasco, S. (1999): Análisis factorial aplicado a indicadores socioculturales de la Comunidad Valenciana [tesis doctoral]. Valencia: Universitat de València.

- Domínguez Serrano, M.; Blancas Peral, F. J.; Guerrero Casas, F. M.; González Lozano, M. (2011): Una revisión crítica para la construcción de indicadores sintéticos. En: Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa. Sevilla: Universidad Pablo de Olavide, vol.11, ISSN: 1886-516X.
- Educación 3.0 (2017). 30 canales con videos educativos en YouTube. Recuperado de: <http://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/canales-videos-educativos-en-youtube/17025.html>
- Fan, L., Chen, J., Zhu, Y., Qiu, X. y Hu, Q. (2004). Textbook use within and beyond Chinese mathematics classrooms: A study of 12 secondary schools in Kunming and Fuzhou of China. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders. Singapore: World Scientific.
- Fan, L., Zhu, Y. y Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. ZDM Mathematics Education. 45, 633-646.
- Gallardo, J. (2013): Análisis del fenómeno YouTube: relación con los espectadores y con los generadores de contenidos tradicionales. En portalcomunicacion.com, Disponible en línea: http://portalcomunicacion.com/lecciones_det.asp?id=77 (consultado el 13 de marzo de 2017).
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.
- Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. Disponible en, http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009) Versión ampliada y revisada al 8 de marzo de 2009 del artículo, Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H. y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 8(1), 46-74. doi:<http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p46>

- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221-252.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta_valoracion_idoneidad_5enero07.pdf
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y De Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de la Ciencias*. v. 27, n. 1, 59-76.
- Godino, J. D., Rivas, H. y Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Práxis Educativa*, *Pronta Grossa*. v 7, n 2, 331-354. Disponible en: <http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>
- Gómez, I. D., Quiroga, J. E. y Jaspón, N. M. (2009). Calificación de estudiantes por medio de un sistema de lógica difusa. *Revista de Educación en Ingeniería*. 8, 49-56.
- González Morcillo, C. (2012). Lógica difusa. Una introducción práctica. Obtenido de http://www.esi.uclm.es/www/cglez/downloads/docencia/2011_Softcomputing/LogicaDifusa.pdf.
- Google (2013). Introducing Gen C The YouTube Generation. En thinkwithgoogle.com. Disponible en línea. (consultado el 12 de agosto de 2015).
- Google, Ipsos (2013). Estudio sobre la audiencia de YouTube. En thinkwithgoogle.com. Disponible en línea (consultado el 12 de agosto de 2015).
- Huapaya, C., Lizarralde, F. y Arona, G. (2011). Modelo basado en Lógica Difusa para el Diagnóstico del Estudiante. *Formación Universitaria*, 5(1), 13-20.
- Hwang, C. L. y Yoon, K. (1981). *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. New York: Springer-Verlag.
- Ibrahim, A. M. (2001). Assesment of distance education quality using fuzzy sets model. *International conference on engineering education*. Oslo, session 6E4, 8-10.
- Jahanshahloo, G. R., Hosseinzadeh Lotfi, F. & Izadikhah, M. (2006). An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data. *Applied Mathematics and Computation* 175, pp.1375–1384

- Jiménez, D. y Marín, G. M. (2012). Asimilación de contenidos y aprendizaje mediante el uso de videotutoriales. *Enseñanza & Teaching*, 30 (2), 63-79.
- Jiménez, D. y Sánchez Fernández, R. (2014). The impact of combining videopodcasting and lectures on students' assimilation of additional knowledge: An empirical examination. En Jean-Eric Pelet (Ed). *E-Learning 2.0 Technologies And Web Applications In Higher Education*. (65–87). Francia: Igi Global.
- Johnsen, E. B. (1993). *Textbooks in the kaleidoscope: A critical survey of literature and research on educational texts*. Oslo: Scandinavian University Press.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J (1987): *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Hispano Europea. Barcelona.
- Kößler, F. y Nitzschner, M. (2015). Learning Online: A Comparison of Different Media Types. En *Technology, Knowledge and Learning* (133-146). Holanda: Springer.
- Lardinois, F. (2010): Perfil de audiencia de YouTube: ¿quién incrusta más videos? En *TICbeat.com*. 19 de febrero de 2010. Disponible en línea: <http://www.ticbeat.com/analisis/demografia-bloggers-videos-mas-vistos-incrustados-youtube/> (consultado el 13 de marzo de 2017).
- Lepik, M. (2015). Analyzing the use of textbook in mathematics education: the case of Estonia. *Acta Paedagogica Vilnensia*. 35, 90-102.
- Liern, V. (2009). Las matemáticas de los músicos, *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 60, 123-129.
- Marques, R.A. y Almeida, R. (2003). Aggregation with generalized mixtura operators using weighting functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 137, pp. 43-58.
- Morales-Luna, G. (2002). Introducción a la lógica difusa. Obtenido de <http://delta.cs.cinvestav.mx/~gmorales/ldifll/ldifll.html>
- OECD (2014), *Measuring the Digital Economy: A New Perspective*, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264221796-en>
- Österholm, M. (2006). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 325-346.
- Österholm, M. (2008). Do students need to learn how to use their mathematics textbooks? The case of reading comprehension. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13(3), 53-73.
- Ouenniche, J., Pérez-Gladish, B., Bouslah, K., (2017) An out-of-sample framework for TOPSIS-based classifiers with application in bankruptcy prediction, *Technol.*

- Pascual, I. (2015). *Acercamiento de la Música Clásica al Público del Siglo XXI*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia.
- Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.14 (3): 361-394
- Ragin, C. (2002). *Fuzzy-Set Social Science*. Chicago, The University of Chicago press.
- Randahl, M. (2012). First-year engineering students' use of their mathematics textbook - opportunities and constraints. *Mathematics Education Research Journal*, 24(3), 239–256.
- Romero, C. (1996). *Análisis de las decisiones multicriterio*. Idefe. Madrid.
- Sfard, A. (2002). Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of theories of learning mathematics. En J. Kilpatrick, Martin, G., & Schifter, D. (Eds.), *A Research Companion for NCTM Standards*. Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics.
- Sian, C., Osop, H., Hoe-Lian, D. y Kelni, G. (2017). Making sense of comments on YouTube educational videos: a self-directed learning perspective, *Online Information Review*, Vol. 41 Issue: 5, pp.611-625, <https://doi.org/10.1108/OIR-09-2016-0274>
- Trillas, E. y Moraga, C. (2002). *Los conjuntos borrosos: Qué son y para qué se aplican* [archivo PDF]. Recuperado de https://www.inf.utfsm.cl/~hallende/download/borrosos_trillas-Moraga.pdf
- Trouche, L. y Drijvers, P. (2010). Handheld technology for mathematics education: flashback into the future. En *ZDM Mathematics Education* (667-681). Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/s11858-010-0269-2>
- Yager, R.R. (1988): On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 18, pp. 183-90.
- YouTube, (2015). *Estadísticas*. En YouTube.com, Prensa. Disponible en línea: <https://www.youtube.com/yt/press/es-419/statistics.html> (consultado el 13 de marzo de 2017).
- Zeleny, M. (1974). A Concept of Compromise Solutions and the Method of the Displaced Ideal, *Computers and Operations Research*, 1, 479-496.