

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

ADRIANA BREDAS

MELHORIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA CONCEPÇÃO DE PROFESSORES
QUE REALIZAM O MESTRADO PROFMAT NO RIO GRANDE DO SUL: UMA
ANÁLISE DOS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO.

Porto Alegre
2016

ADRIANA BREDÁ

MELHORIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA CONCEPÇÃO DE PROFESSORES
QUE REALIZAM O MESTRADO PROFMAT NO RIO GRANDE DO SUL: UMA
ANÁLISE DOS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO.

Tese apresentada como requisito para a obtenção do grau de doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Faculdade de Física da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Dra. Valderez Marina do Rosário Lima
Co-orientador: Dr. Marcos Villela Pereira

Porto Alegre
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

B831m Breda, Adriana

Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado Profmat no Rio Grande do Sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso / Adriana Breda. – 2016.

335 f.

Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS.

Orientação: Prof.^a Dr.^a Valderez Marina do Rosário Lima.

Co-orientação: Prof. Dr. Marcos Villela Pereira.

1. Matemática – Ensino – Rio Grande do Sul. 2. Trabalhos de Conclusão de Curso. 3. Professores – Formação Profissional. 4. Educação. I. Lima, Valderez Marina do Rosário. II. Pereira, Marcos Villela. III. Título.

CDD 23 ed. 372.7

Ficha Catalográfica elaborada por Ramon Ely – CRB10/2165

ADRIANA BRED A

MELHORIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA CONCEPÇÃO DE PROFESSORES
QUE REALIZAM O MESTRADO PROFMAT NO RIO GRANDE DO SUL: UMA
ANÁLISE DOS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO.

Tese apresentada como requisito para a obtenção do grau de doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Faculdade de Física da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

Aprovada em: _____ de _____ de _____.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dra. Valdevez Marina do Rosário Lima
Orientadora

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - PUCRS

Prof. Dr. Lorí Viali

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - PUCRS

Prof. Dra. Maira Ferreira

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Vicenç Font Moll

Programa de Pós-Graduação em Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica - Universitat de Barcelona

Porto Alegre
2016

*Dedico esta tese às minhas irmãs
Sissi e Yara, que tanto apoiam e
incentivam o meu crescimento
pessoal e profissional.*

AGRADECIMENTOS

À CAPES e ao PDSE pelo apoio financeiro;

Ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática por oportunizar um ótimo espaço de reflexões e estudos;

Aos professores Valderez e Marcos pelas orientações e ensinamentos;

À Universidade de Barcelona, especialmente ao professor Vicenç Font e aos colegas María, Gemma, José e Marcos pelos valiosos momentos de orientação, convivência e aprendizagens;

Ao meu esposo Vinícius, à minha família e aos meus amigos, que conviveram comigo e me apoiaram durante o tempo de realização deste trabalho.

*Nenhum trabalho de qualidade
pode ser feito sem concentração e
auto-sacrifício, esforço e dúvida.
Max Beerbohm.*

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo geral analisar, a partir do estudo dos trabalhos de conclusão de curso, o significado de melhoria do ensino de matemática atribuído pelos professores que cursaram o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Para isso, apresentou-se uma revisão da literatura sobre: i) a eficácia dos programas de desenvolvimento profissional docente e ii) as principais tendências relacionadas à Educação Matemática, as quais se apresentam como um guia para a implementação de processos de ensino de matemática de qualidade. Realizou-se, também, um estudo sobre os argumentos dados pelos professores para justificar a qualidade de suas propostas didáticas, utilizando como marco teórico, os critérios de idoneidade didática propostos pelo Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS). Metodologicamente foram selecionados vinte e nove trabalhos de conclusão de curso apresentados no estado do Rio Grande do Sul e publicadas nos anos de 2013 e 2014. A análise dos dados, de cunho qualitativo, desenvolveu-se em duas etapas: na primeira, classificaram-se os vinte e nove TCC segundo o tipo de inovação proposto e segundo a fase do processo de instrução contemplada; na segunda etapa, por meio de um processo de triangulação de investigadores que trabalham com o EOS, analisaram-se as razões que os autores dos TCC utilizam para justificar a qualidade da inovação que propõem. Tal análise consistiu basicamente na seleção de evidências que mostram o uso explícito ou implícito de alguns dos componentes e descritores dos diferentes critérios de idoneidade didática propostos por dito enfoque. Os resultados mostram que os professores têm em conta, basicamente, três tipos de inovação: i) *matemática*, na qual se contempla ou a incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica, ou o estabelecimento de conexões intramatemáticas ou extramatemáticas); (ii) inovação em *recursos*, que se caracteriza pela incorporação de materiais visuais e manipulativos ou pela incorporação de recursos informáticos; (iii) em *valores* onde se introduz o pensamento crítico e a cidadania. Quanto à fase do processo de instrução contemplada, treze dos TCC apresentam o planejamento de uma sequência didática, onze realizam a implementação, apenas um incorpora o redesenho e quatro não apresentam processo de instrução. Com relação aos critérios de idoneidade utilizados pelos autores para justificar que suas propostas promovem uma melhora no ensino de matemática, observou-se, sobre tudo, o uso dos critérios de idoneidade epistêmica e ecológica e, em menor medida, o critério mediacional; contudo, outros critérios como o cognitivo, o emocional e o interacional, ou não foram contemplados ou foram utilizados com pouca profundidade. Por fim, destaca-se que os professores que implementaram sua proposta didática em sala de aula, realizam uma análise em didática mais detalhada comparado com os que não implementaram, visto que: i) manejam um maior número de critérios, ii) aprofundam, de maneira significativa, o uso de componentes relacionados a determinado critério e iii) mostram-se preocupados em conseguir um equilíbrio entre os diferentes critérios (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional e ecológico).

Palavras-chave: Mestrado Profissional em Matemática. Trabalho de Conclusão de Curso. Critérios de Idoneidade. Análise em Didática.

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo general analizar, por medio de los trabajos de fin de máster, el significado de la mejora de la enseñanza de las matemáticas asignado por los profesores que realizaron el Máster Profesional en Matemáticas en la Red Nacional. Para ello, se realizó primero una revisión de la literatura sobre: i) la eficacia de los programas de desarrollo profesional docente y ii) las principales tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas, las cuales se presentan como una guía para la implementación de procesos de enseñanza de matemáticas de calidad. A continuación, se realizó un estudio sobre las argumentaciones que dan los profesores en sus TFM para justificar la calidad de sus propuestas didácticas, utilizando para ello los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y Instrucción Matemática (EOS) como marco teórico. Para ello, fueron seleccionadas veintinueve memorias de trabajo de fin de máster, presentadas en el estado de Rio Grande del Sur y publicadas en los años 2013 y 2014. El análisis de los datos, de carácter cualitativo, se desarrolló en dos etapas: en la primera, se clasificaron los veintinueve TFM según el tipo de innovación propuesto y la fase del proceso de instrucción contemplada; en la segunda etapa, mediante un proceso de triangulación de expertos en el uso del EOS, se analizaron las razones que los autores de los TFM utilizan para justificar la calidad de la innovación que proponen. Este análisis consistió básicamente en la selección de evidencias que muestran el uso explícito o implícito de algunos de los componentes y los descriptores de los diferentes criterios de idoneidad didáctica propuestos por el EOS. Los resultados muestran que los profesores tienen en cuenta, básicamente, tres tipos de innovación: i) *matemática*, en la que se contempla la incorporación de contenidos de nivel superior en la Educación Básica, o bien el establecimiento de conexiones intramatemáticas o extramatemáticas; ii) de *recursos*, que se caracteriza por la incorporación de materiales visuales y manipulativos y la incorporación de recursos informáticos; iii) en *valores*, dónde se introduce el pensamiento crítico y la ciudadanía. Con relación a la fase del proceso de instrucción contemplada, trece de los TFM presentan la planificación de una secuencia didáctica, 11 realizan la implementación, sólo uno incluye el rediseño y cuatro no presentan ningún proceso de instrucción. Con relación a los criterios de idoneidad utilizados por los autores para justificar que sus propuestas promueven una mejora en la enseñanza de las matemáticas, se observó, sobre todo, el uso de los criterios de idoneidad epistémica y ecológica y, en menor medida, el criterio mediacional; sin embargo, otros criterios como el cognitivo, emocional e interaccional, o no fueron contemplados o bien se utilizaron con poca profundidad. Por último hay que destacar que los profesores que implementaron su propuesta didáctica en el aula realizan un análisis didáctico más detallado en comparación con los profesores que no lo hicieron ya que: i) manejan un mayor número de criterios, ii) los componentes y descriptores de los criterios de idoneidad que utilizan, se infieren a partir de argumentaciones que muestran un alto nivel de reflexión y iii) se muestran preocupados por conseguir un equilibrio entre los diferentes criterios (epistémico, cognitivo, mediacional, interaccional, emocional y ecológico).

Palabras clave: Máster Profesional en Matemáticas. Trabajo de Fin de Máster. Criterios de Idoneidad Didáctica. Análisis Didáctico.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - A avaliação de competências matemáticas.....	71
Figura 2 - Competência matemática e competência profissional.....	72
Figura 3 - Avaliação e desenvolvimento de competências profissionais.....	73
Figura 4 - Hexágono explicado.....	77
Figura 5 - Mapa de idoneidade de uma estudante realizado a partir de sua auto-avaliação descrito em seu TFM.....	77
Figura 6 - Exemplo de questão objetiva proposta para o ingresso do PROFMAT.....	94
Figura 7 - Exemplo de questão discursiva proposta para o ingresso no PROFMAT.....	94
Figura 8 - Exemplo de questão abordada no exame de qualificação.....	96
Figura 9 - Representação das perspectivas do programa.....	101
Figura 10 - Processo de pesquisa qualitativa no âmbito pragmatista.....	105
Figura 11 - Distribuição das instituições associadas que oferecem o PROFMAT em rede nacional.....	107
Figura 12 - Síntese da proposta apresentada no TCC de Pinz (2013).....	145
Figura 13 - Síntese do TCC de Lopes (2014).....	155
Figura 14 - Inscrição e circunscrição de polígonos no círculo.....	163
Figura 15 - Imagens que apresentam retângulos inscritos no círculo.....	164
Figura 16 - Figura que ilustra a situação-problema apresentada no início do trabalho de aplicação.....	165
Figura 17 - Construção do círculo no GeoGebra.....	167
Figura 18 - Síntese da proposta de Conceição (2013).....	174
Figura 19 - Síntese da proposta de Dierings (2014).....	186
Figura 20 - Gráfico da atividade 04.....	191
Figura 21 - Gráfico da atividade 06 letra a.....	192
Figura 22 - Proposta didática planejada por Ehlert (2014).....	198
Figura 23 - Modelo de baralho.....	202
Figura 24 - Síntese do TCC de Abegg (2014).....	209
Figura 25 - Lista de tarefas e objetivos.....	212
Figura 26 - Registro da dupla Pé sobre a regularidade observada na atividade didática.....	213
Figura 27 - Registro da dupla Gama sobre a relação existente na representação gráfica.....	213
Figura 28 - Proporcionalidade relacionada com outros conteúdos matemáticos.....	214
Figura 29 - Esquema sobre a representatividade das proporções abordada no TCC de Abegg (2014).....	217
Figura 30 - Gráfico obtido após serem inseridos os pares ordenados no TCC de Abegg (2014).....	227
Figura 31 - Figura que indica o registro da dupla de alunos Beta.....	229
Figura 32 - Síntese da proposta de Rocha (2013).....	234
Figura 33 - Síntese do TCC de Bastos (2014).....	247
Figura 34 - Questionamentos propostos e realizados pela autora na implementação de sua proposta.....	249
Figura 35 - Dicas para o professor.....	254
Figura 36 - Figura relacionada ao exercício 4.....	256
Figura 37 - Esquema que sintetiza a proposta didática planejada por Martinatto (2013).....	265
Figura 38 - Exemplo de polígonos regulares.....	268
Figura 39 - Figura correspondente ao exercício 3.....	269
Figura 40 - Exemplo da figura 26.....	272

Figura 41 - Síntese da proposta pedagógica apresentada por Reis (2013).....	279
Figura 42 - Atividade na planilha.....	287

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Quantificação de artigos que tratam do Mestrado Profissional no âmbito da Formação de Professores.	31
Quadro 2. Componentes e descritores no âmbito epistêmico.	52
Quadro 3. Componentes e descritores no âmbito cognitivo.	53
Quadro 4. Componentes e descritores no âmbito mediacional.	54
Quadro 5. Componentes e descritores no âmbito interacional.	54
Quadro 6. Componentes e descritores no âmbito emocional.	55
Quadro 7. Componentes e descritores no âmbito ecológico.	55
Quadro 8. Lista de trabalhos que se utilizaram dos critérios de idoneidade em investigações relacionadas à formação de professores de matemática.	62
Quadro 9. Avaliação final de um estudante com relação às diversas idoneidades a partir de sua sequência didática.	77
Quadro 10. Disciplinas oferecidas no PROFMAT.	95
Quadro 11. Quadro que relaciona processos de instrução <i>versus</i> inovação matemática.	114
Quadro 12. Quadro que relaciona processos de instrução <i>versus</i> inovação em recursos.	121
Quadro 13. Quadro que relaciona processos de instrução <i>versus</i> inovação no desenvolvimento da cidadania e do pensamento crítico.	123
Quadro 14 - Nível de utilização dos critérios nos TCC do PROFMAT (RS).	138
Quadro 15 - Quadro que relaciona V e V'.	216

LISTA DE ABREVIACÕES

ARGs - *Association Review Groups*

CAPES - Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

DP - Desenvolvimento Profissional

EOS - Enfoque Ontossemiótico da Instrução e Cognição Matemática

ESO - Ensino Secundário Obrigatório

FFPSM - *Formación de Formadores de Profesores de Secundária en Matemáticas*

FPSM - *Formación de Profesores de Secundária en Matemáticas*

FURG - Universidade Federal de Rio Grande

GRADEM - *Grupo de Investigación de Análisis Didáctico en Educación Matemática*

ID - Investigação e desenvolvimento

IDD - Investigação, Difusão e Desenvolvimento

INFD - *Instituto Nacional de Formación Docente*

MIFPSM - *Máster Interuniversitario en Formación de Profesores de Secundária en Matemáticas*

MFPSM - *Máster en Formación de Profesores de Secundária en Matemáticas*

MP - Mestrado Profissional

NCTM - *National Council of Teachers of Mathematics*

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PD - Programa de desenvolvimento

PEC - Programa de Educação Continuada

SBM - Sociedade Brasileira de Matemática

TCC - Trabalho de Conclusão de Curso

TFM - Trabalho final de mestrado

UFMS - Universidade Federal de Santa Maria

SUMÁRIO

<i>Capítulo I. Aspectos introdutórios: da justificativa do estudo à construção da questão e dos objetivos de pesquisa</i>	17
<i>Capítulo II. Aspectos teóricos: da eficácia dos programas de formação docente ao detalhamento da análise em didática</i>	26
2.1 Da eficácia dos programas de desenvolvimento docente	28
2.2 Das tendências no ensino de matemática.....	35
2.3 Da qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática: perspectiva positivista <i>versus</i> perspectiva consensual	40
2.4 Da análise em didática dos processos de instrução.....	47
2.5 Dos critérios de idoneidade e seus descritores.....	50
2.6 Das investigações que utilizaram os critérios de idoneidade didática na formação de professores	56
2.6.1 Critérios de idoneidade como construto teórico e primeiras investigações	57
Fonte: o autor.	66
2.6.2 Investigações na formação de futuros professores de matemática de primária (Educação Infantil e Ensino Fundamental) que se utilizaram dos critérios de idoneidade didática	67
2.6.3 Investigações na formação de futuros professores de matemática de secundária (Ensino Médio) que se utilizaram dos critérios de idoneidade didática.....	69
2.6.3.1 O caso da Universidade de Granada (Espanha).....	69
2.6.3.2 O caso das Universidades da Catalunha (Espanha).....	70
2.6.3.3 O caso da Universidade Nacional de Villa María (Argentina).....	79
2.6.3.4 O caso da Universidad Autónoma de Querétaro (México)	81
2.6.3.5 O caso da Formação de Professores de Matemática (Brasil)	81
2.6.4 Outras investigações que se dotaram do uso dos critérios de idoneidade propostos pelo EOS	83
2.6.4.1 O caso da formação de futuros engenheiros.....	83
2.6.4.2 O caso do uso critério epistêmico para avaliar um tema matemático no currículo	84
2.6.4.3 Os casos do desenvolvimento e avaliação de programas de formação	84
<i>Capítulo III. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional: das características do programa às atuais avaliações e investigações</i>	87
3.1 Dos mestrados profissionais e mestrados profissionais em ensino.....	88
3.2 Do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	91

3.2.1 Dos objetivos, estrutura e funcionamento do curso	92
3.2.2 Da Avaliação externa e atuais investigações.....	97
<i>Capítulo IV. Aspectos metodológicos: do pano de fundo pragmatista às ferramentas eleitas para dar nova forma aos dados.....</i>	<i>102</i>
<i>Capítulo V. Os dados em movimento: da classificação dos trabalhos de conclusão de curso ao detalhamento da análise em didática de dez casos</i>	<i>111</i>
5.1 Processos de instrução <i>versus</i> inovação: da classificação dos trabalhos finais de curso	112
5.1.1 As justificativas dadas à incorporação de conteúdos de matemática de nível superior na Educação Básica.....	125
5.1.2 As justificativas dadas ao estabelecimento de relações intramatemáticas	128
5.1.3 As justificativas dadas ao estabelecimento de relações extramatemáticas	129
5.1.4 As justificativas dadas para a incorporação de recursos informáticos	131
5.1.5 As justificativas dadas à incorporação de materiais visuais e manipulativos	134
5.1.6 As justificativas dadas à introdução da ideia de contexto para desenvolver a cidadania e o pensamento crítico	135
5.2 Análise em didática dos processos de instrução: o detalhamento de dez trabalhos de conclusão de curso	141
5.2.1 Estudo de um caso onde se apresenta o planejamento de uma proposta de introdução de conteúdos de nível superior na Educação Básica.....	142
5.2.2 Estudo de um caso onde se apresenta a implementação de uma proposta de introdução de conteúdos de nível superior na Educação Básica.....	152
5.2.3 Estudo de um caso onde se apresenta o planejamento de uma proposta didática para a Educação Básica que tem como inovação o estabelecimento de conexões intramatemáticas	172
5.2.4 Estudo de um caso onde se apresenta a implementação de uma proposta que tem como inovação o estabelecimento de conexões intramatemáticas na Educação Básica.	183
5.2.5 Estudo de um caso onde se apresenta o planejamento de uma proposta que aborda o estabelecimento de relações extramatemáticas na Educação Básica.	196
5.2.6 Estudo de um caso onde se apresenta a aplicação de uma proposta didática que tem como inovação o estabelecimento de conexões extramatemáticas na Educação Básica	206
5.2.7 Estudo de um caso onde se apresenta o planejamento de uma proposta para a Educação Básica que tem como inovação a incorporação de recursos tecnológicos.....	232
5.2.8 Estudo de um caso onde se apresenta o redesenho de uma proposta que tem como inovação a incorporação de recursos tecnológicos na Educação Básica	243

5.2.9 Estudo de um caso onde se apresenta o planejamento de uma proposta didática que aborda a incorporação de recursos visuais e materiais manipulativos	262
5.2.10 Estudo de um caso onde se apresenta o planejamento de uma proposta didática para a Educação Básica que tem como inovação o desenvolvimento da cidadania e do pensamento crítico.....	275
<i>Capítulo VI. Das considerações finais: resultados e perspectivas do estudo</i>	294
REFERÊNCIAS DOS TRABALHOS DE CONCLUSÃO ANALISADOS	323
ANEXO A - Detalhamento das disciplinas oferecidas no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	¡Error! Marcador no definido.
ANEXO B - Banco Indutor de Trabalho de Conclusão de Curso	¡Error! Marcador no definido.

*Capítulo I. Aspectos introdutórios: da justificativa do
estudo à construção da questão e dos objetivos de
pesquisa*

Começo este texto abordando os porquês das minhas escolhas para este trabalho de pesquisa. Por meio de uma rápida discussão, inclusive comento a importância que o tema do desenvolvimento profissional docente tem para mim, enquanto sujeito-professora e sujeito-pesquisadora, e algumas das contribuições que desta linha para que seja possível repensar o ensino de matemática. Outro aspecto importante a destacar é que neste capítulo começo a pincelar os traços nas cores que escolhi para a constituição do problema desta investigação e dos objetivos norteadores deste trabalho.

Meu interesse em investigar a problemática desta tese está relacionado à minha trajetória de investigação em Educação Matemática, a qual gira em torno de estudar, com maior profundidade, aspectos relacionados à formação continuada de professores de matemática, em particular, aos saberes pedagógicos e ao desenvolvimento profissional docente.

O limiar deste construto aconteceu nos anos finais da minha graduação em Licenciatura em Matemática, quando estive envolvida em dois projetos desenvolvidos na faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob coordenação do professor Dr. Samuel Bello: um projeto de extensão (2006)¹ e um projeto de iniciação científica (2006-2007)². Enquanto que o primeiro estava voltado à construção de um espaço

¹ O programa *Universitário para Formação Continuada de Professores de Matemática* era uma proposta dos professores do DEC/FACED/UFRGS da área de Educação Matemática e alunos do Curso de Pós-graduação em Educação com a finalidade de constituir um espaço de discussão e formação para os professores de matemática em nível Fundamental e Médio. Entre seus objetivos estavam: 1.contribuir para a formação profissional do professor na área de Educação Matemática, por meio da interação do programa com as disciplinas de formação pedagógica do curso de Licenciatura em Matemática 2.contribuir para a formação do professor-pesquisador na área de Educação Matemática por meio de atividades que visem à divulgação, intercâmbio, orientação e discussão de estudos e pesquisas; 3.contribuir para a atualização dos professores dos ensinos médio e fundamental; 4.recuperar, dinamizar e socializar a produção científica em Educação Matemática por meio de: constituição de um centro de documentação e referência que deverá incluir material impresso, tais como: anais de encontros e congressos nacionais e internacionais de Educação Matemática, documentos legais e propostas oficiais referentes à Educação Matemática, material xerográfico, bem como materiais pedagógicos, vídeos, entre outros; de uma *home page* e revista eletrônica; 5.desenvolver propostas individuais ou coletivas de extensão visando, por meio de delas, consolidar as linhas de pesquisa e os grupos de estudo na área de Educação Matemática da FACED. Disponível em: <<http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.jsp?id=W2675292>> acesso em: 15 mar. 2015.

² O projeto de pesquisa: *A produção de saberes pedagógicos nos processos de vídeo-formação na formação inicial de professores de matemática* objetivava perpassar pela complexidade de inter-relações das práticas pedagógicas dos futuros professores de matemática em relação ao cotidiano de sala de aula e tinha por objetivo investigar a produção de saberes pedagógicos por meio de processos de vídeo-formação, refletindo sobre suas implicações na ação pedagógica e na formação profissional do futuro docente. Participaram desta pesquisa alguns alunos selecionados aleatoriamente das disciplinas: Didática e organização Curricular para Matemática e Prática de Ensino de Matemática I e II do curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, inclusive do período noturno, dos semestres 2006-II e 2007-I, e ainda, 2007-II. As categorias de análise e os processos de sistematização foram definidos a partir dos aportes de pesquisadores nas áreas de Educação e Educação Matemática. Disponível em: <<http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.jsp?id=W2675292>> acesso em: 15 mar. 2015. Os resultados dessa investigação podem ser acompanhados em BELLO, S. E. L., BREDA, A.

de discussão e formação para os professores de Matemática em nível Fundamental e Médio no intuito de contribuir para a atualização profissional destes professores, o segundo preocupava-se em investigar a produção de saberes pedagógicos, com alguns graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, por meio de processos de vídeo-formação, no intuito de refletir sobre a produção destes saberes e quais suas implicações na ação pedagógica e na formação profissional do futuro docente de matemática.

No âmbito do mestrado acadêmico³ estive preocupada em promover uma discussão aprofundada de como ao tema Etnomatemática, que, ao ser trabalhado em cursos de Formação de Professores de Matemática, implica na produção de subjetividades dos sujeitos investigadores. Para isso, analisei discursos de formadores que trabalharam na linha da Etnomatemática no âmbito da formação continuada.

Os aspectos acima descritos que, resumidamente, tangenciam minha trajetória no campo investigativo, tocam em um ponto muito particular relacionado à construção do desenvolvimento profissional docente na área de Matemática e a implicação deste para fomentar a melhora do ensino de matemática. Por isso, salientamos a importância de se trabalhar com cursos de extensão na formação continuada para aprimoramento profissional de professores de matemática da Educação Básica; com vídeo-formação para a construção de saberes pedagógicos em estudantes em formação inicial; e com a análise de discursos de investigadores em processo de formação acadêmica em nível de mestrado no intuito de compreender como uma tendência da Educação Matemática. Tudo isso implica na constituição de suas subjetividades, carrega, no âmbito institucional escola-universidade-escola, mesmo que de maneira implícita, a ideia de que os processos de formação implicam não só em um aprimoramento no âmbito disciplinar, mas também, nos âmbitos pedagógico, didático, pessoal, profissional, político, social e científico.

Saberes, práticas e dificuldades pedagógicas: implicações curriculares para novos estágios de docência nos cursos de Licenciatura em Matemática. In: *IX Encontro Nacional de Educação Matemática ENEM*, Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2007.

³ Os resultados desta investigação estão publicados na Revista Latinoamericana de Etnomatemática - RLE (Pasto), da Universidade de Nariño, San Juan de Pasto, Colômbia: BREDA, A., do ROSÁRIOLIMA, V. M., e GUIMARÃES, G. T. D. A Etnomatemática nos cursos de formação continuada de professores: implicações das regularidades discursivas e das relações de poder na produção de subjetividades. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 5(1), 116-148, 2012 e BREDA, A.; LIMA, V. M. R. Etnomatemática sob dois pontos de vista: a visão D'Ambrosiana e a visão Pós-Estruturalista. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, v. 4, n. 2, p. 4-31, 2011.

A construção do "Desenvolvimento Profissional Docente" tem sua origem nas políticas de formação continuada realizadas, de maneira geral, pela administração educativa. Um dos objetivos das administrações educativas é que os professores realizem uma prática que seja cada vez "melhor", de mais "qualidade".

Temos em conta que existem diferentes políticas de formação continuada. De maneira particular, há dois modelos organizativos claramente diferenciados. No primeiro, realizam-se assessorias no próprio centro educativo, para que se consiga uma reflexão crítica sobre a própria prática, na qual, podem-se derivar mudanças. No segundo caso, com o objetivo de alcançar o desenvolvimento profissional dos docentes, se oferecem cursos de formação permanente, nos quais o professor se inscreve a título pessoal. Neste último aspecto, supõe-se que o desenvolvimento alcançado produzirá uma mudança nas práticas do professor assistente e que, desde sua vez, essas mudanças possam ser estendidas a seus companheiros de escola ou instituição educacional.

A segunda modalidade de desenvolvimento profissional dos professores de matemática consiste em uma oferta de cursos de formação, em particular, de mestrados profissionais, os quais apresentam um formato organizado por certo refinamento e evolução em torno de capacidades profissionais. O debate sobre o conteúdo destes programas de formação tem-se centrado em duas posturas fundamentais e opostas: de um lado, se insiste em que se deveria dar ênfase nas matérias e disciplinas do currículo, àquilo que conhecemos como *conhecimento do conteúdo*; por outro lado, o debate gira em torno de que os conhecimentos mais pertinentes neste contexto são, evidentemente, *os conhecimentos relacionados com o ensino e a aprendizagem*: os conhecimentos profissionais sobre os alunos (no Ensino Médio, por exemplo, entender o comportamento dos adolescentes é de vital importância), a gestão da aula, a metodologia de ensino, a avaliação e, de modo geral, à escola enquanto organização dedicada à geração de conhecimento e aprendizagem. Independentemente de que o programa de formação aponte ênfase em um destes dois tipos de conhecimentos, também se contempla o denominado *conhecimento didático do conteúdo*, que é o conhecimento específico e especializado sobre os processos de ensino e aprendizagem de uma disciplina determinada (SHULMAN, 1987).

No cenário brasileiro, a Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) propõe o Mestrado Profissional (MP) como uma modalidade de Pós-

Graduação *stricto sensu*⁴ voltada para a capacitação de profissionais nas diversas áreas do conhecimento, mediante o estudo de técnicas, processos, ou temáticas que atendam a alguma demanda do mercado de trabalho. Dentre os principais objetivos do Mestrado Profissional, está o de capacitar profissionais qualificados para o exercício da prática profissional avançada e transformadora de procedimentos com a finalidade de promover uma articulação integrada da formação profissional com entidades demandantes, visando melhorar a eficácia e a eficiência das organizações públicas e privadas por meio da solução de problemas e geração e aplicação de processos de inovação apropriados. Nesse sentido, as propostas de cursos que seguem tal modalidade devem apresentar uma estrutura curricular que enfatize a articulação entre conhecimento atualizado, domínio da metodologia pertinente e aplicação orientada para o campo de atuação profissional específico. (BRASIL, 2009).

Na tentativa de capacitar professores de matemática em exercício e de atender à meta dezesseis, disposta na lei 13.005/2014, referente ao Plano Nacional de Educação (PNE), de formar cinquenta por cento dos professores da Educação Básica em nível de pós-graduação até o ano de 2020, (BRASIL, 2014), iniciou-se, em 2010, por meio da recomendação do Conselho Técnico-Científico da Educação Superior da Capes, o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

O PROFMAT se constitui como um curso de pós-graduação *strictusensu*, semipresencial, oferecido em todo território nacional brasileiro, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e tem como principal objetivo atender professores de Matemática em exercício no ensino básico, especialmente na escola pública, que busquem aprimoramento em sua formação profissional, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo matemático relevante para sua atuação docente, levando em conta a missão estatutária da SBM de "*Estimular a melhoria do ensino de matemática em todos os níveis*". Uma das características do PROFMAT é a importância que este programa propõe em formar os professores no âmbito do conhecimento do conteúdo matemático, o qual se explicita claramente em um dos seus principais objetivos, (BRASIL, 2013a; 2013b):

1. Estimular a melhoria do ensino de Matemática em todos os níveis;

⁴ A pós-graduação brasileira, tal como definida pelo Conselho Federal de Educação, em 1965, por meio do Parecer Sucupira, distingue os níveis *lato sensu* e *stricto sensu*, ressaltando o teor de especialização eventual, não necessariamente acadêmica, dos cursos *lato sensu*, em contraposição à natureza acadêmica e de pesquisa dos cursos *stricto sensu* – mestrado e doutorado. De acordo com o documento, a pós-graduação *lato sensu* tem caráter eminentemente prático-profissional e emite certificado, ao passo que os estudos de natureza *stricto sensu* conferem grau acadêmico – mestre e doutor - traduzido como atestado de alta competência científica, Vicente (2013).

2. Qualificar professores de Matemática que atuam na Educação Básica em nível de pós-graduação *stricto sensu*, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo, oferecendo um curso de formação profissional que contemple as necessidades advindas do trabalho cotidiano no espaço da escola;
3. Incentivar uma postura crítica acerca das aulas de Matemática nos níveis do Ensino Fundamental e Médio, que enfatize o papel central do conhecimento de matemática frente às exigências da sociedade moderna;
4. Buscar a valorização profissional do professor por meio do aprimoramento de sua formação.

Percebe-se que o interesse nacional em investigar quais as características que devem ter os programas de formação e desenvolvimento profissional de professores para que estes sejam eficazes é algo recente. Belfort e Mandarino (2011), por exemplo, refletem que os programas de formação continuada de professores devem promover o aprofundamento dos saberes disciplinares, porém sem dissociá-los dos saberes pedagógicos, pois é esta articulação de saberes que vai gerar práticas de ensinar que contribuam para o aprendizado dos alunos. A título de exemplificação, citam um programa de formação continuada denominado Pré-Letramento em Matemática, voltado para professores dos anos iniciais de todo Brasil, Belfort e Mandarino (2008). Já Gatti (2008) discute a forma como processos de educação continuada de professores, presenciais ou à distância têm sido implementados no contexto das políticas educacionais da União, de estados e municípios na última década, e, em particular, apresenta uma discussão quanto à oferta e à qualidade destes programas no cenário brasileiro. Miranda (1999) também apresenta reflexões sobre a eficácia do Programa de Educação Continuada (PEC). Em particular, algumas destas investigações estão centradas na eficácia dos programas de formação do professor de matemática no Brasil (BAIRRAL, 2002; SANTOS, 2012a; SILVA FILHO, 2013; FRANÇA, 2012; FERREIRA, 2013; PRADO, SILVA e ARAUJO, 2011).

Essa mesma preocupação pode ser encontrada em investigações de cunho internacional, tanto no cenário europeu, como no mundo anglo-saxão, conforme os trabalhos de vários pesquisadores (PONTE 1994; DARLING-HAMMOND, 1995; DARLING-HAMMOND e SYKES, 1999; FRANKE, CARPENTER y FENNEMA, 2001; BIRMAN, DESIMONE, PORTER, e GARET, 2000; DESIMONE *et. al.*, 2002; ELMORE e BURNEY, 1997; LEE, 2005; GUSKEY, 2003; GUSKEY e YOON, 2009; INGVARSON, MEIERS, e BEAVIS, 2005; GODINO, BATANERO, RIVAS e ARTEAGA, 2013). Algumas destas investigações serão apresentadas, com maior detalhe, na seção 2.1 da presente tese.

Nessa linha de investigação sobre a eficácia dos programas de desenvolvimento profissional docente, consideramos relevante investigar em que medida o objetivo proposto - estimular a melhoria do ensino de matemática - vem sendo alcançado pelo Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT), de tal forma que se possam ter elementos de *feedback* que permitam dar sugestões de melhora ao programa. Isso tendo em vista que os programas de formação continuada voltados à formação docente devem, de maneira geral, visar o desenvolvimento de habilidades fundamentadas na ética da inovação e no manejo de conteúdos e metodologias que ampliem a visão do professor a fim de que ele seja capaz de criar estratégias para a melhoria do ensino e da aprendizagem de seus alunos (BRASIL, 2013c).

O desenvolvimento de tais habilidades, de alguma maneira, está implicado na capacidade do professor em analisar a sua própria prática, ao perguntar-se por que fez certas escolhas e tomou certas atitudes. Assim, na busca da compreensão dessas escolhas e de seus processos, é possível pensar em novas estratégias e possibilidades a fim de avaliar o que foi considerado bom resultado e melhorar o que não foi satisfatório.

A partir das reflexões acima, nosso problema geral de investigação é o seguinte: ***de que maneira os professores que realizam o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional concebem a melhoria do ensino de matemática?*** Embora o PROFMAT seja oferecido em todo Brasil, esta investigação focou-se em estudar o caso do estado do Rio Grande do Sul, Brasil, tomando como material de análise vinte e nove trabalhos de conclusão de curso (TCC) publicados nos anos de 2014 e 2015 pelas duas universidades (Universidade Federal de Santa Maria e Universidade Federal de Rio Grande) que participam deste programa de mestrado no referido estado.

Partimos do pressuposto de que o trabalho final de mestrado busca a inter-relação entre o conhecimento teórico e prático e por esta razão, as orientações⁵ fornecidas pelo PROFMAT mostram que o trabalho final deve ser desenvolvido de acordo com temas específicos do currículo de Matemática do Ensino Básico, de forma inovadora e que tenha,

⁵ As orientações fornecidas pelo PROFMAT para a realização do TCC encontram-se em um documento denominado *Banco Indutor*. Tal documento aponta que o Trabalho Conclusão de Curso (TCC) do PROFMAT deve consistir, preferencialmente, em projeto com aplicação direta na sala de aula de Matemática na Educação Básica, contribuindo para o enriquecimento do ensino da disciplina e que tal projeto poderá ser desenvolvido em grupos (dependendo da regulamentação local de cada instituição). Porém deverá necessariamente ser acompanhado de trabalho dissertativo individual, de autoria de cada mestrando. Além disso, o banco indutor sugere que a elaboração do TCC siga as seguintes modalidades: a primeira refere-se à elaboração de proposta de atividades educacionais, ao passo que a segunda refere-se à aplicação de atividades em sala de aula e avaliação de resultados. Ver documento na íntegra no Anexo II desta tese.

preferencialmente, aplicação direta em sala de aula, contribuindo para o enriquecimento do ensino da disciplina. (BRASIL, 2013a). Portanto, o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) é um trabalho de reflexão final no qual o estudante deve mostrar, por meio de uma apresentação oral e pública, que, em alguma medida, alcançou os objetivos do PROFMAT, que o capacita para melhorar sua atuação como professor de matemática em um centro de Educação Básica. Nesse sentido, segundo as orientações do PROFMAT, o TCC deve ser um espaço para que se efetue um trabalho transversal contemplando boa parte dos saberes previstos no mestrado.

Levando em conta estas características do trabalho final de curso, nos propomos, como objetivo geral, *analisar o significado de melhoria do ensino de matemática atribuído pelos professores que cursaram o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional*. Tendo em conta os aspectos descritos acima, o objetivo geral desta proposta se concretiza nos seguintes objetivos específicos:

- I. Classificar as propostas de inovação desenvolvidas nos trabalhos de conclusão de curso;
- II. Identificar as fases contempladas no processo de instrução propostos nos trabalhos finais;
- III. Mapear as características da análise em didática realizada nos trabalhos de conclusão de curso para justificar que a proposta apresentada representa uma melhoria no ensino de matemática;
- IV. Estudar a relação que há entre a realização das propostas que foram implementadas e o tipo de análise em didática realizada.

Neste primeiro capítulo, apresentamos à justificativa a relevância e os objetivos deste estudo investigativo. No capítulo II, que trata do referencial teórico e estado da arte, apresentamos uma breve revisão sobre a eficácia dos programas de desenvolvimento docente; abordamos a problemática do que se deve entender por melhora do ensino de matemática, revisando as principais tendências que se apresentam como uma espécie de guia para implementar processos de ensino de matemática de qualidade; explicamos a opção pela perspectiva consensual para avaliar a qualidade dos processos de instrução matemática; abordamos a problemática do uso de critérios para avaliar e justificar a melhora dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, como uma parte da análise em didática que os professores devem realizar; explicamos a análise em didática sob à luz do Enfoque Ontossemiótico da Instrução e Cognição Matemática (EOS) e algumas investigações

correlacionadas; detalhamos os critérios de idoneidade⁶, juntamente com os componentes e os descritores que os formam, utilizados para a análise em didática e apresentamos um estudo de revisão de literatura em que se utilizaram tais critérios na formação de professores de matemática em escala mundial.

No capítulo III, detalhamos a origem, características e funcionamento dos mestrados profissionais e mestrados profissionais em ensino, em particular o PROFMAT, além de apresentarmos as investigações que estão sendo realizadas sobre este programa de mestrado. No capítulo IV, explicamos o pano de fundo metodológico para essa investigação, o tipo de material que foi analisado e os procedimentos e ferramentas utilizadas para tal análise.

No capítulo V, apresentamos a análise dos dados em duas etapas (seções 5.1 e 5.2). A primeira etapa refere-se a uma análise que possibilita a classificação de todo o *corpus* - vinte e nove trabalhos de conclusão de curso - quanto ao tipo de inovação e às etapas do processo de instrução, além de apresentar as justificativas dadas pelos autores de cada TCC para argumentar que a inovação proposta por eles fomenta uma melhoria no ensino de matemática. A segunda etapa refere-se à análise detalhada de dez trabalhos de conclusão de curso, a fim de mostrar quais foram os critérios de idoneidade utilizados pelos autores dos TCC e qual o nível de utilização dessas pesquisas quando elas propõem e/ou implementam uma sequência didática que tem como intuito melhorar o ensino de matemática.

Já, no capítulo VI, retomamos alguns aspectos que aparecem no decorrer deste trabalho. Nessa etapa, especificamos os resultados que respondem a cada um dos objetivos específicos propostos nesta tese e apontamos alguns possíveis desdobramentos dela para estudos futuros.

⁶ Embora o termo idoneidade tenha um maior uso na língua portuguesa para se referir a um conjunto de qualidades que distinguem um indivíduo pela sua boa prática dos deveres e dos costumes, (FERREIRA, 2010), neste trabalho, utilizaremos o termo critérios de idoneidade no sentido de critérios de adequação, visto que este é o termo utilizado pelos autores Godino, Font, Wilhelmi e Castro (2009) e Breda, Font e Lima (2015) quando tratam de definir e explicar o quinto nível do Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática. Além disso, alguns artigos que tratam do tema, publicados em língua portuguesa, mantêm o termo original, como, por exemplo, em Godino, Batanero e Font (2008).

*Capítulo II. Aspectos teóricos: da eficácia dos
programas de formação docente ao detalhamento da
análise em didática*

Iniciamos este capítulo com uma breve revisão, na seção 2.1, sobre a investigação a respeito da eficácia dos programas de desenvolvimento docente. O interesse da investigação recai nas características necessárias a esses programas para que eles possam contribuir com "a melhora do ensino" de matemática. Também utilizou-se como base de pesquisa o levantamento de algumas investigações realizadas, em nível nacional, que analisam as contribuições de programas de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática na formação docente. Na continuação, a seção 2.2 abordou a problemática do que se deve entender por melhora do ensino de matemática. Nessa abordagem, revisamos as principais tendências que atualmente apresentam-se como guia para implementar processos de ensino de matemática de qualidade. Algumas destas tendências são específicas do ensino de matemática, enquanto que outras são aplicáveis, também, no ensino de outras matérias.

Na seção 2.3, apresentamos a problemática de que na Educação Matemática não há um consenso sobre a noção de "qualidade" e, em particular, não há consenso sobre os "métodos para a avaliação e melhora dos processos de ensino e aprendizagem da matemática". Após, discutirmos sobre duas perspectivas distintas - a perspectiva positivista e a consensual - sobre como avaliar a qualidade dos processos de instrução matemática⁷. Nesta investigação, optamos pela última. Em outras palavras, acreditamos que a qualidade deve ser avaliada a partir da incorporação de uma racionalidade axiológica⁸ na Educação Matemática, que permita a análise, a crítica, a justificativa da eleição dos meios e dos fins, a justificativa da mudança, etc. Dita racionalidade deve estar embasada no consenso de um dos princípios que servem para guiar e avaliar os processos de instrução.

⁷ Em Godino, Contreras e Font (2006), encontra-se o entendimento de processo de instrução sobre um conteúdo ou tema matemático, um processo que se desenvolve em um tempo dado, mediante uma sequência de configurações didáticas. Estas configurações estão associadas a três aspectos: (I) configuração epistêmica, que se referem a uma tarefa, os procedimentos para sua resolução, linguagens, conceitos, proposições, argumentações; (II) configuração instrucional, que diz respeito à rede de objetos docentes, discentes e mediacionais postos em jogo, quando da tarefa matemática abordada; (III) configuração cognitiva, rede de objetos intervenientes e emergentes dos sistemas de práticas pessoais que se colocam em jogo na implementação de uma configuração epistêmica. Neste trabalho, assumimos como primeira fase de um processo de instrução o desenho de uma sequência de tarefas para ensinar um determinado tema. Esta sequência deve ter em conta o seguinte: um tempo determinado, um público a quem se destina e, preferencialmente, o detalhamento das atividades propostas. A segunda fase é a implementação deste planejamento. Já a terceira fase é a avaliação do processo de instrução realizado e, no caso, seu redesenho.

⁸ Ação axiológica, termo apresentado por Max Weber, está voltado à ideia de tomar a racionalidade em um âmbito subjetivo no sentido em que cada sujeito deve provar por si mesmo, em sua experiência pessoal, o que tem mais validade quando se trata de avaliar sua própria ação. (POSE, 2014).

Na seção 2.4, abordamos a problemática do uso de critérios para avaliar e justificar a melhora dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, como uma parte da análise em didática na qual os professores deveriam realizar. Revisamos diversos autores e enfoques - entre eles o Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) - que tem investigado sobre a forma que o conhecimento dos professores se faz evidente na justificativa que apresentam sobre a qualidade de suas propostas didáticas.

Nesta investigação, optamos por utilizar algumas ferramentas teóricas propostas pelo EOS para analisar, a partir da leitura dos TCC, como os professores concebem a melhora do ensino de matemática. Em particular, optamos por utilizar os critérios de idoneidade didática e os componentes e descritores que os fazem operativos, explicados na seção 2.5. Para finalizar, na seção 2.6, abordamos uma revisão da literatura, na qual, apresentamos algumas investigações que se utilizaram de tais critérios na formação de professores de matemática em diferentes países do mundo.

2.1 Da eficácia dos programas de desenvolvimento docente

Conforme comentado anteriormente, em meados da década de noventa, percebe-se um interesse internacional em investigar quais as características que devem apresentar os programas de formação e desenvolvimento profissional dos professores de matemática para que estes sejam eficazes.

Segundo Darling-Hammond (1995), por exemplo, há investigações em que se produziram evidências no sentido de que o conhecimento do professor, sobre os processos de ensino e aprendizagem, está mais relacionado com o rendimento dos alunos do que com o conhecimento do conteúdo disciplinar da área curricular. Lee (2005) identifica cinco componentes para um Programa de Desenvolvimento (PD), no âmbito da formação docente, ser de elevada qualidade: um PD eficaz é constituído de múltiplas estratégias, tais como: deve ocorrer em um período de longo prazo, requer a colaboração entre os participantes e deve haver coerência entre as normas e diretrizes do PD e as estratégias utilizadas para melhorar as práticas de ensino. Elmore e Burney (1997) fornecem uma definição mais focada e concreta de um PD eficaz. De acordo com suas sugestões, um PD eficaz baseia-se em problemas concretos da sala de aula; ajuda os professores a se concentrar na prática laboral; fornece espaço para os professores observar e discutir suas ideias e propostas pedagógicas; promove a colaboração e o trabalho em equipe entre os funcionários da escola, série e departamento; e envolve a avaliação deliberada e um retorno às práticas.

O objetivo de um PD eficaz é melhorar as práticas de sala de aula dos professores. De fato, em muitos estudos, a eficácia é determinada pelo impacto que um programa de PD exerce sobre o ensino e a aprendizagem. Pesquisas apontam que quando um PD se concentra em uma determinada prática instrucional, promove a colaboração de professores, e envolve oportunidades ativas de aprendizagem e coerência (DESIMONE *et. al.*, 2002). Ingvarson *et. al.* (2005) identificam várias qualidades associadas com as práticas de um programa de desenvolvimento de alto impacto. Tais práticas se concentram em problemas atuais e necessidades de aprendizagem dos alunos, nas quais se permite que os professores reflitam sobre suas práticas, em que se criem ambientes nos quais os professores possam aprender, testar novas estratégias de ensino, ter um *feedback* sobre os pontos fortes, além de receber informações sobre os pontos fracos das práticas. A qualidade de um PD requer o investimento de recursos fiscais e humanos substanciais. Dada a ênfase atual na escola e responsabilidade do professor, há uma pressão sem precedentes sobre as decisões políticas e sobre os profissionais que nos leva a um investimento em PD voltado à "melhora do ensino dos estudantes" de tal forma em que os professores abram oportunidades para trabalhar de maneira colaborativa com os alunos (INGVARSON, *et. al.* 2005).

Embora existam investigações preocupadas em desenvolver características para que um programa de desenvolvimento docente seja de qualidade, há poucas pesquisas sobre a associação entre PD e o desempenho do aluno, (HUFFMAN, THOMAS, e LAWRENZ, 2003; YOON, JACOBSON, GARET, BIRMAN, LUDWIG, 2004). Por exemplo, Huffman *et. al.*(2003) investigaram a relação entre vários tipos de PD de matemática e ciência, testando dezenas de estudantes. Alguns aspectos específicos considerados no estudo incluíram a prática de avaliação, desenvolvimento curricular, implementação do currículo e trabalho colaborativo. O estudo constatou que apenas o desenvolvimento do currículo para professores de Matemática foi significativamente associado com os resultados dos testes realizados com os estudantes. Em um relatório, Yoon *et. al.*(2004) examinaram nove estudos, verificando a ligação entre o aprendizado do aluno e o desenvolvimento profissional (DP) de um programa de aprimoramento docente. Nesse estudo, concluíram que os professores que recebem um desenvolvimento profissional significativo podem impulsionar o desempenho dos alunos em vinte e um pontos percentuais.

No cenário nacional, apresentamos algumas investigações que se preocupam com o impacto de programas de formação continuada de professores de Ciências e Matemática nos três seguintes aspectos: o caso dos que se propuseram a desenvolver programas de desenvolvimento profissional docente (BAIRRAL, 2002); outras, que a partir de estudos

muito particulares avaliam programas de formação continuada (FRANCA, 2012; SILVA FILHO, 2013) e as que consideramos mais relevantes para este estudo, investigações que avaliam o impacto de Programas de Mestrado Profissional em Ensino, especialmente no âmbito do Ensino de Matemática, no desenvolvimento profissional docente (PRADO, SILVA e ARAÚJO, 2011; CEVALLOS, 2011; SCHÄFER, 2013; FERREIRA, 2013), entre outros.

No caso do desenvolvimento de programas de capacitação continuada em Ensino de Matemática, Bairral (2002), por exemplo, apresenta uma investigação sobre o papel das tecnologias na formação à distância e no desenvolvimento profissional docente. Concretamente, buscou verificar de que forma um planejamento de um curso para formação de professores de matemática à distância focado no ensino de geometria (para alunos de 11 a 14 anos de idade) contribui no desenvolvimento crítico do conteúdo do conhecimento profissional do professor de matemática. Além disso e, em particular, que componentes do conhecimento profissional se desenvolvem a partir das distintas interações docentes estabelecidas das ferramentas disponibilizadas pela Internet.

No caso de avaliação de programas de formação continuada em educação Matemática promovido por organismos governamentais, Franca (2012), com o objetivo identificar e analisar limites e potencialidades de diferentes Programas de Formação Continuada em Educação Matemática na perspectiva de professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental da Rede Pública de Três Lagoas, analisou os Programas de Formação Continuada oferecidos e ministrados a esses professores no período de 2005 a 2009. Os resultados obtidos revelam, quanto às potencialidades, o baixo alcance relativo ao conteúdo específico de Matemática dos Programas de Formação Continuada oferecidos no período, cujo foco central privilegia a Alfabetização e Linguagem. Além da escassez desses programas para as áreas específicas, no caso da Matemática, a autora aponta que os professores entendem como limite que os conteúdos e as abordagens dos conceitos foram insuficientes para que operassem mudanças em suas práticas de sala de aula. Ainda entendem ser importante assessoria e acompanhamento por profissionais capacitados após o processo de formação, para que tenham auxílio para enfrentar as dificuldades do dia a dia da sala de aula com segurança e autonomia.

Já Silva Filho (2013), com o objetivo geral de analisar como a *práxis* docente é compreendida no âmbito da proposta político-pedagógica do Programa GESTAR II de Matemática na Bahia, investigou a formação continuada do professor de Matemática a partir de uma análise crítica do contexto em que a política educacional é produzida. A partir de uma análise de bibliografias, questionário e documentos, o autor conclui que a concepção de

práxis docente, via proposta político-pedagógica de formação continuada de professores na Bahia, ainda encontra alguns limites. Um deles é que o programa não tem conseguido formar uma aceção verdadeira e significativa da *práxis* docente. Além disso, não tem promovido significativas mudanças estruturais e funcionais de trabalho voltadas para o desenvolvimento pessoal, profissional e social do professor.

Com o objetivo de avaliar o impacto que Mestrados Profissionais em Ensino apresentam no desenvolvimento profissional docente e na melhoria do ensino de Ciências e Matemática, Schäfer (2013) apresenta um levantamento de trabalhos que tratam do Mestrado Profissional na perspectiva da formação de professores no intervalo de 2004-2012,

Quadro 1- Quantificação de artigos que tratam do Mestrado Profissional no âmbito da Formação de Professores.

Periódico	Classificação CAPES	Nº de Artigos
Ciência & Educação (UNESP. Impresso)	A1	11
Enseñanza de las Ciencias	A1	4
International Journal of Science Education	A1	1
Physics Education (Bristol. Print)	A1	1
Science & Education (Dordrecht)	A1	1
Revista Brasileira de Ensino de Física (Online)	A1	2
Cadernos CEDES (Impresso)	A2	1
Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências	A2	18
Investigações em Ensino de Ciências (Online)	A2	16
REEC:Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias.	A2	13
Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências	A2	7
Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (En línea)	A2	1
Caderno Brasileiro de Ensino de Física (catarinense)	B1	4
Revista de Enseñanza de la Física	B1	0

Fonte: (SCHÄFER, 2013, p. 54).

Além disso, Schäfer (2013) discute, em sua tese de doutorado, trabalhos que têm como objetivo mostrar o impacto e a eficácia dos Mestrados Profissionais em Ensino de Ciências e Matemática na prática docente são raros na literatura brasileira. Contudo, tais investigações levantadas pela autora evidenciam a importância do Mestrado Profissional para a formação profissional docente e apontam a necessidade da investigação sobre os produtos educacionais, sobre o impacto de tais mestrados no contexto escolar e da necessidade de aprofundamento e compartilhamento dos resultados. Além das investigações levantadas pela autora (ARAÚJO e AMARAL, 2005; ARAÚJO e AMARAL, 2006a; ARAÚJO e AMARAL, 2005b; ARAÚJO e

AMARAL, 2006c; BRANDÃO *et. al.*, 2006; FREIRE e GERMANO, 2009; MOREIRA e NARDI, 2009; OSTERMANN e REZENDE, 2009; NOVIKOFF *et. al.*, 2009; SOUZA e LEODORO 2009; PENA, 2009; NARDI, 2011), destacamos as que seguem:

Prado, Silva e Araújo (2011) descrevem e analisam impactos causados pela formação, em nível de mestrado, de mestres em Ensino de Ciências Naturais e Matemática que atuam no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, formados no Mestrado Profissional do PPGECNM/UFRN. Eles acompanharam 08 mestres formados no período de 2004 a 2010. Por meio de entrevistas e análise de dissertações, procuraram compreender como se redimensiona o papel dos docentes no ambiente escolar e na atuação profissional após o mestrado. Através das entrevistas, identificaram que motivações individuais e incentivo institucional levaram os docentes a procurar o mestrado, de modo que este refletiu nas suas carreiras, salários, na progressão dos estudos e na prática docente. Por meio da análise dos trabalhos finais, os mestrados puderam especificar as áreas, focos e subfocos temáticos abordados, como estes se projetam no seio da Instituição, verificando as inovações propostas pelas pesquisas, as possíveis mudanças de percepção e de atitudes - em função de sua participação no Programa - e o investimento em ações formativas para outros professores.

Com o objetivo investigar as contribuições do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática para o desenvolvimento profissional do professor da Educação Básica, Cevallos (2011) adotou diferentes autores para analisar o desenvolvimento profissional do professor egresso, levando em consideração uma formação apoiada na prática e na produção de pesquisa para a compreensão do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Além disso, analisou as políticas de cursos de Pós-Graduação na modalidade profissional no Brasil, trazendo o que se tem discutido sobre as Portarias de Regulamentação. A autora elaborou um mapeamento dos trabalhos produzidos no período analisado, identificando as tendências temáticas e sua relação com as propostas do curso de Mestrado Profissional em Ensino em Matemática de uma universidade brasileira. O estudo qualitativo dividiu-se em duas fases. Na primeira, ela aplicou questionários para 46 egressos do Mestrado Profissional e, na segunda, realizou o mesmo procedimento com seis egressos e duas professoras do Programa de Pós-Graduação que participaram do processo de implantação do curso. Além disso, a autora analisou documentos oficiais, como as Portarias e regulamentações que versam sobre Mestrado Profissional e o currículo do curso investigado.

Como resultados desse processo de reflexão, Cevallos (2011) mostra que as contribuições do curso para a atuação profissional dos egressos estão fortemente apoiadas nas

relações partilhadas com os pares, com os formadores, a partir das discussões e leituras dos teóricos. Revela também que a pesquisa desencadeia um refletir e um pensar sistemáticos sobre o trabalho do professor, culminando, dessa forma, em mudanças na postura dos egressos frente às suas atuações ao se tornarem mais questionadores e mais atentos às práticas desenvolvidas no contexto da sala de aula.

Pires e Iglioni (2013) apresentam resultados de pesquisa sobre um curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática implantado, em 2002, na PUC/SP. Os dados coletados - documentos do processo de criação do curso, em entrevistas com alunos e no levantamento dos temas dos cem primeiros trabalhos de conclusão - indicam que a formação do professor é um processo que envolve inserções em diferentes domínios de conhecimento, que é importante adotar a concepção do professor como pesquisador, e tornar possível o desenvolvimento da pesquisa articulada ao trabalho docente.

Sob a perspectiva bakhtiniana (BAKHTIN, 2003; 2006) e com objetivo principal de verificar o impacto de um Mestrado Profissional de Ensino de Física na vida profissional de seus alunos, Schäfer (2013) analisou entrevistas semiestruturadas (com vinte alunos em diferentes situações em relação ao curso), estudo de caso (com dois alunos-professores oriundos do Mestrado Profissional) e coleta de dados não presencial (investigação documental). Os resultados mostram que as ações envolvidas na prática pedagógica dos alunos desde a questão curricular, passando pelo planejamento, crenças e concepções estão impregnadas de elementos do racionalismo técnico. Dentre os participantes da pesquisa, apenas um aluno-professor exerce sua autonomia profissional em todos os quesitos investigados, aproximando-se do modelo de professor chamado de intelectual crítico. Dessa forma, entende-se que a formação obtida parece não abalar o modelo da racionalidade técnica, que ainda está presente na prática docente da maior parte dos professores investigados. Por outro lado, encontra-se presente nos enunciados uma voz autoritária oriunda da escola, que detém o poder para determinar como e de que forma o aluno-professor pode atuar.

Ferreira (2013) investigou as práticas pedagógicas e os objetos de estudo (dissertações de mestrado) dos mestres das turmas dos anos de 2007 e 2008 do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), analisando documentos, questionários, observações e entrevistas. A pesquisa revelou que as práticas pedagógicas dos professores de Matemática variam tanto do ponto de vista técnico quanto conceitual; também indicou a construção da identidade das professoras, (re) construção de saberes docentes, reelaboração e reflexão da prática docente. O estudo também mostra que os professores, a partir das reflexões oportunizadas pela pesquisa, da leitura dos

teóricos e das questões das discussões em sala de aula, adotaram postura de reflexão diante dos embates vividos em seu cotidiano escolar e um novo olhar sobre os diferentes modos de ensinar. A participação dos professores Mestres no Programa de Mestrado Profissional da UEPB, e, em particular, o objeto de estudo (dissertação), indicam mudança de postura em suas atuações na sala de aula, concluindo-se que o Programa de Mestrado Profissional da UEPB tem contribuído para a formação do professor de matemática da Educação Básica.

Os trabalhos acima apresentados revelam as seguintes constatações sobre os professores que participam de programas de desenvolvimento docente: estão focados em problemas concretos da sala de aula; fornecem espaço para os professores observar e discutir suas ideias e propostas pedagógicas; promovem a colaboração e o trabalho em equipe; apresentam coerência entre as normas e as estratégias utilizadas para melhorar as práticas de ensino e, sobretudo, apresentam conexões entre o conhecimento do conteúdo a ser ensinado e os processos de ensino e de aprendizagem. Podem, dessa forma, de maneira muito mais efetiva, impulsionar o desempenho e aprendizagem de seus alunos, independente da área de conhecimento.

As investigações que apresentam um estudo sobre o impacto desses programas de desenvolvimento docente, em particular de Mestrados Profissionais em Ensino de Ciências e Matemática no Brasil, mostram que tais programas contribuem para a formação docente, pois as discussões teóricas e as práticas de pesquisa realizadas em tais espaços possibilitam uma prática de questionamento e reflexão mais profunda. Assim, essas pesquisas reafirmam que a formação do professor é um processo que envolve inserções em diferentes domínios de conhecimento (por exemplo, em sala de aula, em pesquisa). Além disso, os trabalhos mostram a importância em analisar as produções finais dos alunos que realizam esses programas de mestrado profissional (dissertações), pois, por meio das análises desses trabalhos, foi possível perceber de que forma esses alunos se projetam no seio da instituição na qual estudaram, quais as inovações propostas pelos mesmos e quais as possíveis mudanças de percepção, de atitudes e de postura em sala de aula.

Nessa esteira, reiteramos a importância desta tese, pois, embora não estejamos concentrados em avaliar, de maneira direta, o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, propomo-nos verificar, a partir do estudo dos trabalhos finais de curso produzidos em dito mestrado (TCC), como os redatores de tais TCC concebem, nas propostas didáticas que apresentam, a melhoria do ensino de matemática e quais critérios usam para isso.

2.2 Das tendências no ensino de matemática

As investigações sobre as características que os programas de formação e desenvolvimento profissional dos professores de matemática devem apresentar, para que sejam eficazes, comentada na seção anterior, está relacionada com a ideia da "melhoria do ensino", dado que o objetivo final de tais programas é conseguir um impacto na melhoria do ensino de matemática. Aparece, então, o problema do que se deve entender por *melhora* do ensino de matemática. Uma maneira implícita de responder esta questão é considerar que a melhora consiste em seguir algumas determinadas tendências atuais sobre o ensino de matemática, já que se considera que o ensino realizado segundo estas tendências é de *qualidade*. Algumas destas tendências são específicas do ensino de matemática, enquanto outras são aplicáveis, inclusive, em outras áreas do conhecimento.

Recentemente, na área da Educação Matemática, aumentou-se o interesse sobre quais são as tendências os professores devem seguir em suas aulas para que consigam um ensino de qualidade. Tais tendências podem ser inferidas nas publicações mais relevantes da área - por exemplo, *handbooks* sobre investigação em Educação Matemática (BISHOP, CLEMENTS, KEITEL, KILPATRICK, e LEUNG, 2003; GUTIERREZ e BOERO, 2006; LESTER, 2007; ENGLISH, BARTOLINI-BUSI, JONES, LESH, e TIROSH, 2008), ou publicações da série ICMI *studies* (HANA, 1996; MAMMANA, VILLANI, 1998; FAUVEL, MAANEN, 2000; HOLTON, 2001; STACEY, CHICK, KENDAL, 2004; BATANERO, BURRILL, READING, 2011) -, a criação de *Topic Study Group*, em congressos (por exemplo, o TSG4 *New developments and trends in mathematics education at upper secondary level* do ICME 11), ou na publicação de revistas relacionadas, especificamente, com essa temática (como o *Journal of Mathematics Education Trends and Research*). Diversos outros autores do campo da Educação Matemática também têm refletido de maneira sistemática sobre quais são as tendências atuais no ensino de matemática (MÜLLER, 2000; GUZMÁN, 2007; FONT, 2008). Estes autores, embora apresentem algumas diferenças nas linhas de atuação que assumem como relevantes, coincidem em uma série de orientações comuns ou, ao menos, não contraditórias. Estas tendências tiveram seu impacto nas orientações oficiais em diferentes estados de Brasil. Por exemplo, as diretrizes curriculares do estado do Paraná (2009) apresentam as tendências metodológicas que compõem o campo de estudo da Educação Matemática: Etnomatemática, Modelagem Matemática, Mídias Tecnológicas, História da Matemática, Investigação Matemática e Resolução de Problemas. A influência dessas abordagens metodológicas é clara nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000). São elas: a incorporação de novos

conteúdos; apresentação de uma matemática contextualizada e aplicação a contextos extramatemáticos; importância ao ensino de processos matemáticos (resolução de problemas, modelagem matemática, etc.); ensino e aprendizagem do tipo ativo (construtivista); princípio da equidade na Educação Matemática obrigatória e incorporação das novas Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC).

Incorporação de novos conteúdos

Há uma tendência em incorporar, na Educação Básica, novos conteúdos de geometria Guzmán (2007); estatística e probabilidade, Batanero, Burrill e Reading (2011); matemática discreta e métodos modernos de cálculo, Guzmán (2007). A necessidade de uma recuperação dos conteúdos geométricos no ensino de matemática e no aumento ou ampliação dos conteúdos de estatística e probabilidade é uma tendência com a qual todos os sistemas educativos parecem concordar, e, efetivamente, são muitos os países que incluem em seus programas de Ensino Médio estes conteúdos. Também se considera que determinadas partes da Matemática Discreta são suficientemente elementares para poder formar parte, com êxito, do ensino não universitário, Guzmán (2007, p. 43). A combinação clássica, assim como os aspectos modernos dela, tais como a teoria de grafos ou a geometria combinatória, juntamente com a teoria elementar dos números são consideradas as mais adequadas para serem implementadas no ensino de matemática da Educação Básica.

Apresentação de uma matemática contextualizada e aplicação a contextos extramatemáticos

Atualmente, observa-se uma tendência em substituir a matemática formalista por uma matemática mais empírica (contextualizada, realista, indutiva, etc.). Esta matemática empírica pressupõe certa concepção prática da matemática. Uma concepção que considera a matemática uma (ou pode ser ensinada como) generalização da experiência; uma concepção da matemática que supõe que, ao aprender matemática, recorreremos às nossas experiências sobre o comportamento dos objetos materiais.

São diversas as razões que podem ser dadas para justificar essa tendência. Uma das mais importantes está relacionada com a ênfase que se dá ao contexto na tentativa de relacionar aquilo que os psicólogos aprenderam sobre a forma como os seres humanos raciocinam, sentem, recordam, imaginam e decidem. E também consideram a visão dos antropólogos sobre a maneira que o significado é construído, aprendido, ativado e

transformado, Font (2007). Outra razão importante está relacionada com a ideia de que as investigações em Didática da Matemática têm ressaltado a importância que se deve dar à competência dos alunos para aplicar a matemática escolar aos contextos extramatemáticos da vida real. Atualmente, considera-se que "saber matemática" é "fazer matemática", o que implica, entre outros aspectos, a resolução de problemas da vida cotidiana, inclusive com a prática do uso de matemáticas próprias geradas em determinado contexto ou grupo social (LAVE, 1988; SCRIBNER, 1984; D'AMBRÓSIO, 1993; D'AMBRÓSIO, 1996).

Do ponto de vista curricular, ou seja, da institucionalização escolarizada, segundo De Lange (1996), há basicamente quatro razões para incorporar os problemas contextualizados no currículo da Educação Básica: a) facilitam a aprendizagem da matemática, b) desenvolvem competências relacionadas à cidadania, c) desenvolvem competências e atitudes gerais relacionadas à resolução de problemas, d) permitem que os estudantes vejam a utilidade da matemática para resolver situações de outras áreas e situações de sua própria vida cotidiana, (FONT, 2008).

Além disso, atualmente, há uma tendência que considera que saber matemática implica na competência de saber aplicá-la a situações não-matemáticas da vida real. Essa tendência, em alguns países, está concretizada no desenho de currículos por competências. Ademais, essa tendência está relacionada com a importância atribuída aos exames de avaliação nacional (por exemplo, ENEM) e internacional, como é o caso do exame Pisa. Para este último, consideram-se as seguintes competências: pensar e raciocinar, argumentar, comunicar, modelar, propor e resolver problemas, representar, utilizar diferentes linguagens (simbólica, formal e técnica), utilizar recursos, dentre eles, os tecnológicos.

Importância ao ensino de processos matemáticos

Uma das tendências atuais é a importância que se dá ao ensino dos processos de pensamento próprios implicados na matemática. Neste aspecto, já não se considera que o ensino seja uma mera transferência de conteúdos, pois se entende que a matemática é uma ciência em que o método predomina sobre o conteúdo. Nesse sentido, pode-se dizer que a comunidade que se dedica à Educação Matemática é consciente de que os processos matemáticos são densos e que o processo de ensino e aprendizagem tem que levar isso em conta. Por isso, atribui-se uma grande importância ao estudo dos processos em geral, em especial, aos processos de Resolução de Problemas (SMOLE e DINIZ, 2001; POLYA, 2006);

Modelagem Matemática, (BIEMBENGUT, 1996; BASSANEZI, 1994); e processos de Conexão Intramatemática e Extramatemática.

Ensino e aprendizagem do tipo ativo (construtivista)

Há uma tendência em aceitar que a aprendizagem não é uma simples reprodução do conteúdo que se quer aprender, mas também, implica em um processo de construção ou reconstrução, em que os conhecimentos dos alunos apresentam um papel decisivo, (BECKER, 1999; 2012; SMOLE, 2003; RANGEL, 1992). Além disso, há uma tendência em considerar certos aspectos psicopedagógicos. Segundo Font (2008), as ideias básicas que devem estar presentes em um processo de instrução são: 1) ter em conta os níveis de desenvolvimento dos alunos, 2) procurar uma aprendizagem ativa e significativa, 3) ser consciente da importância dos conhecimentos prévios dos alunos para o êxito de qualquer atividade de ensino e aprendizagem que se pretende realizar, 4) avaliar a importância dos aspectos afetivos para a aprendizagem, 5) ter em conta as diferentes explicações que estão expostas nas diferentes teorias psicopedagógicas e as dificuldades dos alunos em aprender matemática, 6) saber que aquilo que um aluno é capaz de aprender por si mesmo provém de seu nível de desenvolvimento evolutivo e por seus conhecimentos prévios, contudo, esta capacidade de aprender é diferente da capacidade de aprender com a ajuda ou estímulo de outra pessoa. A diferença entre estes dois níveis de capacidade é o que Vygostsky chama de zona de desenvolvimento proximal.

Princípio da equidade na Educação Matemática obrigatória

Os diferentes países apresentam uma tendência em aumentar a idade em que se finaliza o ensino obrigatório ou antecipar a idade para a entrada no Ensino Fundamental. Este aumento da etapa do ensino obrigatório pressupõe que a diversidade própria de uma etapa obrigatória está presente em idades nas quais, anteriormente, os grupos eram mais homogêneos. Por outro lado, o processo de globalização em que estamos imersos produz, em muitos países, um aumento da diversidade cultural. Nesse sentido, há uma tendência em aumentar tanto a diversidade no ritmo de aprendizagem, quanto a diversidade cultural, (NCTM, 2015; GUZMÁN, 2007).

Diante desta diversidade, existe uma tendência em buscar a equidade na Educação Matemática. Para conseguir tal equidade, devem-se apresentar aos alunos tarefas matemáticas

que, de uma maneira, permitam uma atividade matemática rica e, de outra maneira, permitam a inclusão de todos os alunos. Trata-se de conseguir, não a exclusão, mas sim a inclusão dos alunos que apresentam mais dificuldades, apresentando a estes tarefas relevantes do ponto de vista matemático, (FONT, 2005).

Incorporação das novas Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC)

Uma tendência que se observa, em nível geral, é a incorporação das TIC no ensino de matemática, (FRANT, 1994; BORBA e PENTEADO, 2001). Esta incorporação afeta tanto os novos conteúdos matemáticos, quanto aqueles que sempre formaram parte do currículo. A incorporação de novas formas de fazer matemáticas geradas pelo uso das TIC pode levar os alunos a desenvolverem novas maneiras de pensar e de resolver determinadas tarefas, visto que podem passar a trabalhar, em maior escala, com representações gráficas, testar hipóteses, etc.

Em um primeiro momento pensava-se, de maneira ingênua, que tudo se transformava em vantagens quando da incorporação das TIC, ao passo que em um segundo momento, superou-se esta ingenuidade, (VALENTE e ALMEIDA, 1997). Isso porque, se por um lado as novas tecnologias no ensino de matemática podem facilitar o desenvolvimento de uma nova atitude matemática, podem também gerar obstáculos epistemológicos - principalmente no que tange à questão dos erros e das ambiguidade - ao entendimento de determinados conceitos, (FONT, 1999 e FRANT *et. al.*, 2004).

Um exemplo desta natureza seria problematizar as seguintes questões: como e quando incorporar o uso de um determinado *software*? Quais as vantagens e desvantagens? Como se insere o uso das TIC na gestão da sala de aula? Os conhecimentos gerados por um determinado programa (por exemplo, o *GeoGebra*) se transferem a outros contextos? Observa-se também que programas de formação em países como Espanha, por exemplo, há um predomínio do uso de *softwares* (PAQUES *et.al.*, 2002) como planilhas eletrônicas e de programas de geometria dinâmica, como *Cabri-Géomètre* e *GeoGebra*, (FONT, 2008).

Compreendemos que, mesmo que se incorpore ou se siga as tendências apresentadas nesta seção - no intuito de alcançar um ensino de matemática de maior qualidade -, pode-se afirmar que na Educação Matemática existe um problema importante a respeito da noção de "qualidade", pois não há consenso de como esta deve se caracterizar, em particular, não há consenso sobre os "métodos para avaliar e melhorar os processos de ensino e de aprendizagem de matemática". Nesse sentido, apresentamos na próxima seção, nossa

preocupação em assumir a perspectiva que direciona nosso entendimento a respeito da qualidade dos processos de ensino e aprendizagem de matemática: a perspectiva consensual.

2.3 Da qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática: perspectiva positivista *versus* perspectiva consensual

Na seção anterior, detalhamos algumas das tendências atuais no ensino de matemática e ressaltamos a ideia de que seguir estas tendências pode implicar em uma melhora no ensino de tal disciplina. Tendo em vista essa aceitação, há uma pressão para que estas tendências sejam assumidas pelos professores em atividade e, também, para que sejam levadas em conta nos programas de formação inicial (FONT, 2011b). Desta maneira, as técnicas que devem ser utilizadas para que os professores incorporem estas tendências, converte-se em um desafio para os programas de formação docente.

No intuito de pensar a melhor maneira de "guiar a melhora dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática", entendemos que, na literatura filosófica, segundo Habermas (2004), podem-se assumir diferentes correntes que nos levam a entender a verdade. Dentre essas correntes, listamos as seguintes: a verdade como correspondência (Tomás de Aquino, Tarski, Rusell); a verdade como coerência (Hegel); a verdade como valor pragmático (James, Dewey, Peirce, Rorty); a verdade do ponto de vista da linguística (Wittgenstein); verdade segundo a teoria do consenso (Apel, Habermas).

Embora existam diferentes modos de perceber ou assumir a ideia de verdade, nesta seção apontaremos dois deles: o posicionamento que trata a verdade como correspondência e o posicionamento que trata a verdade como teoria do consenso. Este último é o que levamos em conta quando tratamos de assumir a ideia do uso de critérios que possibilitam guiar a melhora do ensino de matemática.

A melhora como aplicação de resultados científicos

Conforme exposto anteriormente, uma das formas de se olhar a "verdade" é conhecida normalmente pela ideia de "verdade como correspondência". Essa perspectiva geralmente está associada a pontos de vista do tipo positivista. Considerando um posicionamento positivista, recorre-se à Didática da Matemática para responder ao seguinte questionamento: quem decide o que é ou o que não é correto e com base em quê?" A partir dessa perspectiva, a investigação

científica realizada na área da Didática⁹ da Matemática nos dirá quais são as causas que devem ser modificadas para que se consigam os objetivos desejados, ou, no mínimo, nos dirá quais são as condições e restrições que devem ser levadas em conta para o alcance desses objetivos.

A partir deste ponto de vista, a estratégia para melhorar os processos de ensino e de aprendizagem de matemática deve ser do tipo vertical, de cima para baixo, pois a mudança começa a partir da produção de materiais curriculares elaborados por especialistas que aplicam conhecimentos científicos para realizá-los. Esta inovação, então, é transmitida aos professores e posta em prática pelo corpo docente. Trata-se de um modelo ID (Investigação e Desenvolvimento) ou IDD (Investigação, Difusão e Desenvolvimento), em que a legitimidade das inovações provém da elaboração por parte dos especialistas, que utilizam o conhecimento científico gerado pela Didática da Matemática.

O principal problema que apresenta esta maneira de entender a mudança é que os professores não estão incluídos no processo e se limitam a aplicar materiais curriculares planejados por especialistas dedicados à investigação, (FONT e GODINO, 2011). Esta perspectiva dá bastante importância ao papel da teoria, limita o papel do professor ao de usuário e não leva em conta os fatores sociopolíticos e culturais que afetam a Educação Matemática (D'AMBRÓSIO, 2005).

A melhora baseada na ideia consensual

Entendemos que a teoria da verdade como correspondência resulta problemática quando aplicada à Didática da Matemática - visto a complexidade da área - e, portanto, optamos pelo que se conhece como "teoria consensual da verdade". Segundo este ponto de vista, a teoria consensual da verdade permite, por um lado, conservar a intuição básica da teoria da verdade por correspondência e, por outro lado, superar as dificuldades com as que esta teoria se encontra.

Iniciado pelos discursos dos filósofos pragmatistas (especialmente por Peirce) e seguido pelos discursos de Habermas (1997), que nos diz que "a melhora dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática" deve emergir do discurso argumentativo da comunidade científica, quando esta está orientada a chegar a um consenso sobre "o que pode ser considerado como melhor". Desde a perspectiva da teoria consensual da verdade, faz-se

⁹ Em Godino (2010) há uma discussão aprofundada sobre a perspectiva da Didática da Matemática como disciplina tecno-científica.

necessário estabelecer as condições que possibilitam uma situação de ação comunicativa, ou seja, possibilitar situações de igualdade nas quais prevaleça o melhor argumento e não o que se deriva das situações verticalizadas de poder - como o caso da teoria da verdade como aplicação dos resultados científicos produzidos na academia sem a participação da comunidade educativa. Em uma situação comunicativa, segundo Habermas (1997), a argumentação tem por objeto a resolução de diferenças de opinião. O interesse está em chegar a um acordo com os pares e não à ideia de persuasão ou dominação. Trata-se de criar uma atitude que entende a discussão por intermédio da análise crítica de diferentes posturas, no intuito de assumir a tomada de decisão com base no melhor argumento.

Considerar que a Didática da Matemática deve aspirar à melhoria do funcionamento dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática implica na necessidade de obter critérios de "idoneidade" ou adequação que permitam avaliar os processos de instrução efetivamente realizados e "guiar" a sua melhora. Trata-se de realizar uma meta-ação (avaliação) que recaia sobre as ações (ações realizadas nos processos de instrução). Entendemos que se fazem necessários critérios de idoneidade que permitam responder à seguinte pergunta: sobre que aspectos se podem incidir para melhorar os processos de instrução matemática?

Por critério de idoneidade, deve-se entender como uma regra de correção que estabelece a forma como deveria ser realizado um processo de instrução. Contudo, estes critérios devem ser entendidos como regras de correção advindas do discurso argumentativo da comunidade científica, quando este está orientado a conseguir um consenso sobre "o que se pode considerar como melhor". Em suma, devem ser entendidos como horizonte de todos os critérios que a comunidade científica possa ir formulando e consensuando sobre a melhora dos processos de instrução. Trata-se de uma noção inspirada na ideia da teoria consensual da verdade de Peirce e de seus desdobramentos e adaptações posteriores realizadas por Apel (1997) e Habermas (1997).

Nesta perspectiva, a Didática da Matemática pode nos oferecer princípios (ou critérios de idoneidade) que servam, em primeiro lugar, para guiar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática e, em segundo lugar, para avaliar a sua implementação. Os princípios e critérios de idoneidade são regras de correção úteis em dois momentos dos processos de estudos matemáticos. *A priori*, os critérios são princípios que orientam "como as coisas devem ser feitas". *A posteriori*, os critérios servem para avaliar o processo de estudo efetivamente implementado (GODINO, BATANERO e FONT, 2008; FONT, PLANAS e GODINO, 2010).

Nesse sentido, esta perspectiva de investigação em Didática da Matemática se interessa por (1) caracterizar estes critérios de qualidade e (2) realizar investigações concretas nas quais possam ser aplicados ditos critérios com o objetivo de avaliar o processo de ensino e aprendizagem e, conseqüentemente, possam propor ações para a melhora em futuras implementações.

Tudo isso nos leva a experiências de inovações adaptadas aos contextos locais, nas quais, devem contar com a implicação do corpo de professores. Isso se deve ao fato de que a aplicação concreta destas regras de correção é "local" e "situada". Em outras palavras, a aplicação, prioridade, etc., de ditas regras depende do contexto institucional em que se desenvolve o processo de instrução e do critério pedagógico e didático do professor que as deve ter em conta. Trata-se de um guia de orientação para melhorar os processos de instrução, e não de princípios ou critérios que produzam a frustração do professor "normal", quando este não os pode alcançar.

Na continuidade, comentamos brevemente duas propostas de princípios e critérios para guiar a melhora dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática. Referimo-nos à proposta de Princípios e Padrões do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) e à proposta dos critérios de idoneidade formulada pelo Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (GODINO, BENCOMO, FONT e WILHELMI, 2006), que está baseada na primeira delas e que será o principal referencial teórico e analítico da investigação que aqui se apresenta.

Princípios e padrões do NCTM

O *National Council of Teachers of Mathematics*(NCTM) se apresenta como uma organização profissional internacional comprometida com a excelência do ensino e da aprendizagem de matemática para todos os estudantes. A maioria dos seus membros é proveniente dos Estados Unidos e Canadá. Trata-se de uma associação de professores que também inclui investigadores em Educação Matemática.

Ao refletir sobre as características necessárias a um processo de ensino de matemática para que este seja considerado de qualidade, é bastante útil analisar alguns documentos desenvolvidos que dão conta desta problemática pelo NCTM. Tal associação elaborou no ano de 1991 um documento intitulado *Padrões Profissionais* para o ensino de matemática (NCTM, 1991) com o propósito de que este fosse uma referência para orientar o trabalho dos professores de matemática na década de 90 do século passado. Este documento teve alto

impacto na comunidade da Educação Matemática. No ano 2000, foi publicado um novo documento intitulado *Princípios e Estandartes para a Educação Matemática* (NCTM, 2000), cujo objetivo também era converter-se em um referente mundial para guiar processos de ensino de matemática de qualidade.

A primeira questão a ser destacada é a de que na elaboração destes princípios, tinha-se como objetivo elaborar um documento que pudesse conseguir o máximo consenso possível na comunidade da Educação Matemática. O processo seguido apresentou-se da seguinte forma: em 1995, designou-se uma comissão para supervisionar o projeto, sintetizar informação, difundir, interpretar e executar futuros padrões; em 1997, foi constituída a equipe de redação e formato eletrônico; em 1998, houve uma ampla difusão dos standartes; em 1998 e 1999, realizaram-se sessões de discussão do documento e levantaram-se as perspectivas teóricas relacionadas ao ensino e aprendizagem de matemática (MARÍN e LUPIÁÑEZ, 2005, p. 106-107).

Os *Princípios e Padrões para a Educação Matemática* tinham como finalidades (NCTM, 2000): expor um conjunto amplo e coerente de objetivos para a matemática, desde *Prekindergarten* (Pré-escola no Brasil) até o nível 12 (Ensino Médio no Brasil); servir como recurso aos professores, responsáveis educativos e políticos, para analisar e melhorar a qualidade dos programas de instrução matemática; guiar o desenvolvimento de diretrizes curriculares, avaliações e materiais de ensino; estimular ideias e conversações contínuas nos âmbitos nacional, estadual, regional e local a respeito de como ajudar os estudantes para que consigam uma profunda compreensão da matemática.

Além dos objetivos, os padrões apresentavam os seguintes princípios curriculares:

- ✓ *Igualdade*: a boa educação matemática requer igualdade, ou seja, altas expectativas e uma base potente para todos os estudantes;
- ✓ *Currículo*: um currículo é mais do que uma coleção de atividades - deve ser coerente, focado em matemáticas importantes e bem articulado em graus;
- ✓ *Ensino*: um ensino efetivo da matemática requer que os estudantes compreendam o que conhecem e o que necessitam aprender e, portanto, propõe-se o desafio de apoiar-se em uma aprendizagem "correta";
- ✓ *Aprendizagem*: os estudantes devem aprender matemática, compreendendo-a, construindo ativamente novo conhecimento, desde a experiência e o conhecimento prévio;

- ✓ *Avaliação*: a avaliação deve apoiar a aprendizagem de matemáticas relevantes e proporcionar informações úteis tanto aos docentes quanto aos estudantes;
- ✓ *Tecnologia*: a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática, influencia as matemáticas que são ensinadas e estimula a aprendizagem dos estudantes;

A ideia de apresentar as finalidades e os princípios curriculares dos "Padrões" é a de que eles oferecem, de alguma forma, uma resposta ao seguinte questionamento: que conteúdos e processos matemáticos os estudantes deveriam aprender a conhecer e serem capazes de usar quando avançam em sua aprendizagem? Desta maneira, estruturam-se em estandartes de conteúdo e processo. Os cinco padrões de conteúdo são: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade. No entanto, existem outros cinco padrões de processos, nos quais, apresentam-se modos destacados de adquirir e usar o conhecimento: Resolução de Problemas, Raciocínio e Demonstração, Comunicação, Conexão e Representação.

No ano de 2015, por meio do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2015, p. 05) publicam-se os princípios da Educação Matemática que devem guiar o trabalho educativo para garantir o êxito matemático. São eles:

- ✓ *Ensino e aprendizagem*: um programa de matemática de excelência necessita um ensino eficaz que envolva os estudantes a uma aprendizagem significativa mediante experiências individuais e coletivas que fomentem sua habilidade para dar sentido às ideias matemáticas e para que pensem de maneira matemática;
- ✓ *Acesso e equidade*: um programa de matemática de excelência requer que todos os estudantes tenham acesso a um currículo de matemática de qualidade com técnicas de ensino e de aprendizagem eficazes;
- ✓ *Currículo*: um programa de matemática de excelência inclui um currículo que amplie uma matemática significativa e desenvolvimentos coerentes de aprendizagem, assim como acrescente as conexões extramatemáticas;
- ✓ *Ferramentas e tecnologia*: um programa de matemática de excelência utiliza ferramentas e tecnologia com o objetivo de auxiliar os estudantes a aprender, dar sentido às ideias matemáticas, raciocinar e comunicar seu pensamento matemático;
- ✓ *Avaliação*: um programa de matemática de excelência garante que a avaliação seja parte integral do ensino, incluindo variedade de estratégias e fontes documentais, auxiliando nas decisões do ensino e na melhora do programa;

- ✓ *Profissionalismo*: em um programa de matemática de excelência os professores e seus colegas se assumem responsáveis pelo êxito matemático de cada estudante, assim como de seu avanço profissional, pessoal e coletivo.

Crêterios de idoneidade propostos pelo EOS

A partir dos diferentes programas de investiga o que emergiram na área da Didática da Matemática foram elaboradas propostas de cr terios que permitem a avalia o e melhora dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática. Trata-se de propostas que se baseiam nos princípios do NCTM, mas que não contam com o consenso gerado por estes princípios, já que não   o resultado de um amplo processo de busca de acordos na comunidade da Educa o Matemática. Trata-se de propostas realizadas por investigadores, as quais podem ter maior ou menor impacto em dita comunidade. Um exemplo   o Enfoque Ontossemiótico da Cogni o e Instru o Matemática (GODINO, BENCOMO, FONT e WILHELMI, 2006; GODINO, FONT, WILHELMI e CASTRO, 2009). Esse enfoque propõe os seguintes cr terios de idoneidade que serão explicados, com maior detalhe, na se o 2.5: idoneidade epist mica, idoneidade cognitiva, idoneidade interacional, idoneidade mediacional, idoneidade afetiva e idoneidade ecológica.

Nesta se o, buscamos apresentar uma reflexão sobre a perspectiva positivista e consensual no quesito de como avaliar a qualidade dos processos de instru o matemática. Para explicar uma possível maneira de entender o ensino de matemática como sendo de qualidade, apresentamos as diretrizes e os cr terios - constituídos desde o ponto de vista consensual - tanto os propostos pelo NCTM, como os propostos pelo enfoque EOS¹⁰. Na sequência, damos continuidade a essa problemática, explicando a ideia de análise em didática dos processos de instru o, que pode ser entendida em dois aspectos: o primeiro, como uma constru o baseada no consenso que tem como principal foco o uso de cr terios de adequa o que auxiliam o professor a refletir sobre os processos de instru o matemática que foram realizados, a fim de que se busque sua efetiva melhora. Já o segundo, como um campo investigativo na área da Didática da Matemática que se ocupa em criar ferramentas para investigar a forma em que o conhecimento do conteúdo matemático dos professores se faz

¹⁰ Cabe ressaltar que Godino *et. al.* (2016) concebe a ideia "consensual" dos cr terios propostos pelo EOS, pois tal enfoque está relacionado a outros enfoques da área da Educa o Matemática, como a Teoria das Situa es Didáticas, Educa o Matemática Realística, documentos e diretrizes curriculares, entre outros.

evidente em suas práticas, ou seja, como planejam, implementam e avaliam sequências didáticas.

2.4 Da análise em didática dos processos de instrução

De um ponto de vista *lato sensu*, é desejável que os professores que trabalham na Educação Básica valham-se de critérios que os permitam realizar uma análise de suas próprias práticas. O uso de critérios para avaliar e justificar a melhora dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática forma parte do que diferentes investigadores chamam de competência em análise em didática de processos de instrução. Segundo Font (2011a), esta competência deve ser entendida como planejamento, aplicação e avaliação de sequências de aprendizagem próprias ou alheias, mediante técnicas de análise em didática e uso de critérios de qualidade, com a finalidade de estabelecer ciclos de planejamento, implementação, avaliação e melhora dos processos de instrução (FONT, BREDA e SALA, 2015, p. 28). Esta constituição da competência em análise em didática apresenta um "território compartilhado" com outras formulações similares que estão postas na literatura sobre formação de professores de matemática e, de maneira geral, apresenta relação com as investigações realizadas na área da Educação Matemática no intuito de conhecer a forma em que o conhecimento do conteúdo matemático dos professores se faz evidente em suas aulas sob a forma de boas práticas. Entre elas, destacamos as que seguem:

- ✓ A metodologia “*Concept Study*” proposta por Davis e colaboradores (DAVIS e RENERT, 2013). Trata-se de uma metodologia na qual os investigadores se comprometem com os professores na realização de exames de avaliação e na elaboração de modelos sobre a compreensão matemática;
- ✓ Conhecimento matemático para um ensino de matemática de qualidade. A partir da noção de conhecimento matemático para o ensino (BALL, THAMES e PHELPS, 2008), o grupo de Ball e colaboradores investigaram quais são as características que este conhecimento deve ter para que atinja um ensino de qualidade (HILL, *et. al.*, 2008);
- ✓ *The Knowledge Quartet*: Rowland e colaboradores (ROWLAND, HUCKSTEP e THWAITES, 2005) se interessam em conhecer como o conhecimento do conteúdo matemático do professor se faz evidente em suas classes, para isso analisam aulas gravadas em vídeo, com o objetivo de caracterizar o conhecimento do professor ativado durante a instrução;

- ✓ Competência "olhar com sentido": algumas investigações sobre o desenvolvimento profissional docente sobressaltam a importância de "olhar com sentido" o pensamento matemático dos estudantes (MASON, 2002). Esta competência permite ao professor de matemática ver as situações de ensino e de aprendizagem de matemática de uma forma profissional, a qual o diferencia da maneira de olhar de um profissional que não é professor de matemática;
- ✓ A metodologia de análise de conteúdo: na Universidade de Granada (GÓMEZ, 2006) desenvolveu uma metodologia de análise em didática dos processos de instrução que inclui a análise do conteúdo matemático a partir de três dimensões, que são as seguintes: estrutura conceitual, sistemas de representação e fenomenologia;
- ✓ A metodologia de análise em didática desenvolvida no marco do Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (GODINO, BATANERO e FONT, 2008). Neste enfoque, propõe-se cinco níveis para a análise em didática dos processos de instrução, cada um com suas respectivas ferramentas (FONT, PLANAS e GODINO, 2010; POCHULU e FONT, 2011; CONTRERAS, GARCÍA e FONT, 2012);

Nesta investigação, para fins de análise dos dados, optamos pelo modelo de análise em didática proposto pelo Enfoque Ontossemiótico (EOS), pois tal como afirmam Godino, Batanero e Font (2007); Godino (2012); Font, Planas e Godino (2010) e Pochulu e Font (2011), é um marco teórico que trata de integrar diversas aproximações e modelos teóricos usados na investigação em Educação Matemática a partir de pressupostos antropológicos e semióticos sobre a matemática, adotando princípios didáticos do tipo socioconstrutivista e interacionista para o estudo dos processos de ensino e de aprendizagem. Por um lado, a análise das práticas, objetos e processos matemáticos permite descrever a matemática do processo de instrução analisado, enquanto que a análise das interações e da dimensão normativa permite descrever as relações produzidas nos processos de instrução e as normas que as regulam.

Por último, como já escrevemos anteriormente, o uso de critérios de idoneidade permite a análise, a crítica, a justificativa da escolha dos meios e dos fins, da mudança, entre outros aspectos. Nesse sentido, pode-se dizer que o conjunto de noções teóricas que, atualmente, compõem o Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) classifica-se em cinco grupos, cada um deles permite um nível de análise dos processos de ensino e de aprendizagem de temas específicos de matemática, conforme segue:

I. Identificação das práticas matemáticas;

- II. Elaboração das configurações de objetos e processos matemáticos;
- III. Análise das trajetórias e interações didáticas;
- IV. Identificação do sistema de normas e metanormas;
- V. Avaliação dos processos de instrução.

Muito mais do que um marco teórico, o EOS é considerado, pelos seus próprios fundadores, uma caixa de ferramentas altamente complexa, que serve para inúmeros tipos de investigações no campo da Educação Matemática. Na sequência, faremos uma síntese explicativa dos níveis I, II, III e IV. Isso porque, nesta tese de doutoramento, vamos aprofundar o debate sobre o V nível, escolhido como a fundamentação teórica e analítica para os dados que compõem a esta pesquisa.

O primeiro nível de análise explora as práticas matemáticas realizadas em um processo de instrução matemático. Pode ser entendida como a narração que um professor faria para explicar ao seu colega o que aconteceu em aula a partir do ponto de vista matemático.

A análise em didática deve começar de uma situação problema e ir em direção às práticas matemáticas necessárias para sua resolução (nível I), aos objetos e processos matemáticos que possibilitam tais práticas. O segundo nível está centrado nos objetos e processos matemáticos que intervêm na realização das práticas, assim como os que emergem delas. O terceiro nível de análise em didática está orientado, sobretudo, na descrição dos padrões de interação, nas configurações didáticas e sua articulação sequencial nas trajetórias didáticas (nível III); as configurações e trajetórias estão condicionadas e suportadas por um feixe de normas e metanormas que não apenas regulam a dimensão epistêmica dos processos de instrução (níveis I e II), mas também as outras dimensões destes processos (cognitiva, afetiva, etc.). O quarto nível se preocupa com este aspecto.

Os quatro primeiros níveis de análise são ferramentas para uma didática descritivo-explicativa, enquanto o quinto nível está centrado na avaliação da adequação didática (GODINO, BENCOMO, FONT e WILHELMI, 2006). Este último nível está baseado nas quatro análises prévias e é uma síntese orientada à identificação de potenciais melhoras das implementações dos novos processo de instrução.

Em particular, optamos por utilizar somente o quinto nível de análise (os critérios de idoneidade), pois eles implicam à incorporação de uma racionalidade axiológica na Educação Matemática que permite a análise, a crítica, a justificativa da escolha dos meios e dos fins, da mudança, etc. e, portanto, são adequados para analisar as justificativas e avaliações que os professores apresentam em seus TCC. A opção de considerar que os critérios de idoneidade são úteis para organizar as justificativas e avaliações que os professores realizam em seus

TCC foi levada em conta por meio da conclusão realizada em Ramos (2006) e Ramos e Font (2008):

Os professores em suas reuniões de trabalho, em suas conversas informais, etc. quando avaliam os processos de instrução que realizam ou, por exemplo, quando avaliam uma possível mudança, jogam um determinado jogo de linguagem, conforme os termos de Wittgenstein (1953). Quando os professores entram em jogo de linguagem no qual não se limitam a uma mera descrição de deixar tudo como está e aspiram a melhora deste estado das coisas, utilizam de maneira implícita ou explícita os critérios de "idoneidade" - entendidos como regras de correção que estabelecem o como se deve realizar um processo de instrução, seja um discurso emanado dos argumentos da comunidade (científica ou a profissional), quando este está orientado a conseguir um consenso sobre "o que se pode considerar como melhor" - que permitem avaliar os processos de instrução efetivamente realizados e guiar sua melhora. Para ser mais preciso, trata-se de realizar uma ação ou metação (o avaliar) que recai sobre outras ações (as ações realizadas nos processos de instrução). Trata-se de uma racionalidade axiológica que permite a análise, a crítica, a justificativa de escolha dos meios e dos fins, a justificativa da mudança, etc. (RAMOS e FONT, 2008, p. 262, tradução nossa).

Nesta seção, apresentamos um estudo realizado acerca dos diferentes enfoques para realizar a análise em didática, detalhando a opção escolhida para esta investigação, o quinto nível de análise proposto pelo EOS. Na próxima seção, apresentamos os critérios de idoneidade e seus descritores propostos por dito enfoque.

2.5 Dos critérios de idoneidade e seus descritores

Nesta seção, detalharemos o que entendemos por critérios de idoneidade, especificando os componentes e os descritores de cada um deles, além de descrevermos, como, de alguma maneira, eles se fazem operativos para avaliar os processos de instrução matemática e justificar os aspectos a serem melhorados.

Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2006) propõem seis critérios de fundamentação para uma didática avaliativa:

- ✓ *Epistêmica*: refere-se a que a matemática ensinada seja "boa matemática". Para isso, além de tomar como referência o currículo prescrito, trata-se de tomar como referência a matemática institucional que se transposta no currículo;
- ✓ *Cognitiva*: expressa o grau em que as aprendizagens pretendidas/implementadas estão na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como a proximidade das aprendizagens adquiridas às que foram pretendidas ou implementadas;
- ✓ *Emocional*: distribuição temporal dos estados afetivos (atitudes, emoções, afetos, motivações) de cada aluno em relação com os objetos matemáticos e com o processo de estudo seguido;

- ✓ *Interacional*: grau em que os modos de interação permitem identificar e resolver conflitos de significado e favorecem a autonomia da aprendizagem;
- ✓ *Mediacional*: grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem;
- ✓ *Ecológica*: grau de adaptação do processo de estudo ao projeto educativo do centro, às diretrizes curriculares, às condições do entorno social;

A operatividade dos critérios apresentados acima reside na possibilidade de definir um conjunto de indicadores observáveis que permitam avaliar o grau de adequação de cada componente do processo de estudo. Por exemplo, todos nós concordamos que é necessário ministrar boa matemática, mas podemos entender coisas muito diferentes por “boas” matemáticas. Para alguns critérios, os descritores são relativamente fáceis de consensuar (por exemplo, o critério de idoneidade dos meios), para outros, como o caso da idoneidade matemática, é mais difícil, visto a sua complexidade.

Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2007) aportam um sistema de indicadores empíricos que servem de guia de análise e avaliação da idoneidade didática. Na sequência, apresentamos uma breve descrição dos indicadores descritos abaixo.

Pode-se aumentar a idoneidade epistêmica das seguintes maneiras: apresentando aos alunos uma mostra representativa, variada e articulada de situações-problema (contextualizados com diferentes níveis de dificuldade, etc.); procurando explorar o uso dos modos de expressão verbal, gráfica, simbólica, etc., e as conversões que podem surgir entre eles; adequando a linguagem matemática e a clareza e correção de definições e procedimentos conforme o nível educativo em que se está trabalhando; dando os enunciados básicos do tema e adequando explicações, comprovações e demonstrações dentro do nível escolar a que se está voltado; estabelecendo relações significativas entre definições, propriedades, problemas do tema estudado, entre outros.

O aumento da idoneidade cognitiva pode ser realizado, assegurando que os alunos apresentem os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema e que os conteúdos que se pretendem ensinar sejam alcançáveis, ou seja, apresentem um grau de dificuldade manejável. Dessa forma, procura-se incluir atividades de ampliação e reforço, realizando uma avaliação formativa durante o processo de estudo, etc.

A interacional pode ser aumentada se o professor realiza uma apresentação adequada do tema, com ênfase nos conceitos-chave. Dessa forma, o professor atua da seguinte maneira: procurando reconhecer e resolver os conflitos de significado dos alunos (interpretando corretamente seus silêncios, expressões faciais, perguntas, etc.); utilizando recursos

argumentativos para melhorar a implicação; procurando facilitar sua inclusão na dinâmica da aula; favorecendo a comunicação entre os estudantes; contemplando momentos nos quais os estudantes se responsabilizam pelo estudo (exploração, formulação, validação); etc.

Já quanto à mediacional, pode-se fazer uso de materiais manipulativos e de informática, da seguinte forma: procurando que as definições e propriedades sejam contextualizadas pelo viés de situações-problema, modelos e visualizações; buscando investir o tempo nos conteúdos mais importantes e nos que, primeiramente, geram maior dificuldade de compreensão; etc.

A idoneidade emocional pode ser ampliada das seguintes maneiras: selecionando tarefas de interesse para os alunos; promovendo a avaliação da utilidade da matemática na vida cotidiana e profissional; promovendo a implicação nas atividades, a perseverança, responsabilidade, etc.; favorecendo a argumentação, de modo que se avalie o argumento, evitando o desgosto ou o medo de matemática; etc.

A ecológica pode ser aumentada, revisando e verificando, por exemplo, se os conteúdos que estão sendo ensinados apresentam correspondência com as diretrizes curriculares; assegurando que tais conteúdos contribuam para a formação social e profissional dos estudantes; buscando relacionar os conteúdos ensinados com outros conteúdos matemáticos e de outras disciplinas; tendo em conta as fontes de diversidades dos alunos; etc.

O *Máster en Formación de Profesores de Secundária en Matemáticas* (MFPSM), da Universidade de Barcelona (UB), durante os cursos de 2010-2013, e o *Máster Interuniversitario en Formación de Profesores de Secundária en Matemáticas* (MIFPSM), da Catalunha, durante os cursos de 2014-2015, utilizaram e reformularam a pauta proposta em Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007). Nesta investigação, utilizaremos a reformulação realizada por Font (2015), que, atualmente, está sendo utilizada no *Máster Interuniversitario en Formación de Profesores de Secundária en Matemáticas* (MIFPSM) durante todo o curso do ano de 2015. Na sequência, apresentamos os seis critérios de idoneidade que abordaremos nesta investigação, seus respectivos componentes e de forma mais detalhada, os descritores que os fazem operativos.

Idoneidade Epistêmica

Quadro 2. Componentes e descritores no âmbito epistêmico.

Componentes	Descritores
-------------	-------------

Erros	✓ Não se observam práticas que são consideradas incorretas do ponto de vista matemático.
Ambiguidades	✓ Não se observam ambiguidades que possam levar os alunos a cometerem confusões, conforme segue: definições e procedimentos claros e corretamente enunciados, adaptados ao nível educativo ao qual se dirigem; adequação das explicações, comprovações, mostrações no nível educativo ao qual se dirigem; uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de processos	✓ A sequência de tarefas contempla a realização de processos relevantes para a atividade matemática (modelação, argumentação, resolução de problemas, conexões, etc.).
Representatividade	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que se quer ensinar contemplada no currículo; ✓ Os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que se quer ensinar; ✓ Para um ou vários significados parciais há uma amostra representativa de problemas; ✓ Para um ou vários significados parciais, há o uso de diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico, etc.), tratamentos e conversões entre eles.

Fonte: Font (2015), não publicado.

Idoneidade Cognitiva

Quadro 3. Componentes e descritores no âmbito cognitivo.

Componentes	Descritores
Conhecimentos prévios (Componentes similares à dimensão epistêmica)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Os alunos apresentam os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema (se estudaram anteriormente ou o professor planeja o seu estudo). ✓ Os significados pretendidos podem ser alcançados (apresentam uma dificuldade manejável) em suas diversas componentes.
Adaptação curricular às diferenças individuais	✓ Estão incluídas atividades de ampliação e de reforço.
Aprendizagem	✓ Os diversos modos de avaliação mostram a apropriação dos conhecimentos/competências pretendidas ou implementadas.

Alta demanda cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ativa processos cognitivos relevantes (generalização, conexões intramatemáticas, câmbios de representação, conjecturas, etc.) ✓ Promove processos metacognitivos.

Fonte: Font (2015), não publicado.

Idoneidade Mediacional

Quadro 4. Componentes e descritores no âmbito mediacional.

Componentes	Descritores
Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Uso de materiais manipulativos e informáticos que permitem introduzir boas situações, linguagens, procedimentos, argumentações adaptadas ao significado pretendido; ✓ As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações, modelos concretos e visualizações.
Número de alunos, horário e condições da sala de aula	<ul style="list-style-type: none"> ✓ O número e a distribuição dos alunos permite que se realize a prática de ensino pretendida; ✓ O horário do curso é apropriado (por exemplo, não se ensina todas as seções em última hora); ✓ A aula e a distribuição dos alunos é adequada para o desenvolvimento do processo instrucional pretendido.
Tempo (Do ensino coletivo, tempo de aprendizagem)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Há adequação dos significados pretendidos ou implementados no tempo disponível (presencial e não-presencial); ✓ Investimento do tempo nos conteúdos mais importantes ou centrais do tema proposto; ✓ Investimento do tempo nos conteúdos que apresentam maior dificuldade.

Fonte: Font (2015), não publicado.

Idoneidade Interacional

Quadro 5 - Componentes e descritores no âmbito interacional.

Componentes	Descritores
Interação docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> ✓ O professor faz uma apresentação adequada do tema (apresentação clara e bem organizada, enfatiza os conceitos-chave do tema, etc.); ✓ Se reconhecem e se resolvem os conflitos de significado dos alunos (se interpretam corretamente os silêncios dos alunos, suas expressões faciais, suas perguntas, se faz um jogo de perguntas e respostas adequado, etc.);

	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se busca chegar a consensos com base no melhor argumento; ✓ Se usam diversos recursos retóricos e argumentativos para implicar e captar a atenção dos alunos; ✓ Se facilita a inclusão dos alunos durante a dinâmica da sala de aula ao invés da exclusão.
Interação entre discentes	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se favorece o diálogo e a comunicação entre os estudantes; ✓ Se favorece a inclusão em grupo, evitando a exclusão.
Autonomia	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se contemplam momentos nos quais os estudantes assumem a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação).
Avaliação formativa	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.

Fonte: Font (2015), não publicado.

Idoneidade Emocional

Quadro 6 - Componentes e descritores no âmbito emocional.

Componentes	Descritores
Interesses e necessidades	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Apresenta uma seleção de tarefas interessantes para os alunos; ✓ Propõe situações que permitem avaliar a utilidade da matemática na vida cotidiana e profissional.
Atitudes	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se promove a implicação nas atividades, a perseverança, a responsabilidade, etc. ✓ Favorece a argumentação em um contexto de igualdade, ou seja, o argumento é avaliado em si mesmo e não por quem o disse.
Emoções	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se promove a autoestima, evitando o rechaço, fobia ou medo da matemática; ✓ Se destacam as qualidades de estética e precisão da matemática.

Fonte: Font (2015), não publicado.

Idoneidade Ecológica

Quadro 7. Componentes e descritores no âmbito ecológico.

Componentes	Descritores
--------------------	--------------------

Adaptação ao currículo	✓ Os conteúdos, sua implementação e avaliação fazem correspondência com as diretrizes curriculares.
Conexões intra e interdisciplinares	✓ Os conteúdos se relacionam com outros conteúdos intra (conexão de outras matemáticas com matemáticas do currículo e conexão entre os conteúdos matemáticos dentro do próprio currículo) e interdisciplinares (contexto extramatemático com outras disciplinas da Educação Básica).
Utilidade sócio-laboral	✓ Os conteúdos são úteis para a inserção sócio-laboral.
Inovação didática	✓ Inovação baseada na investigação e prática reflexiva (introdução de novos conteúdos, recursos tecnológicos, formas de avaliação, organização da sala de aula, etc).

Fonte: Font (2015), não publicado.

Nesta seção, buscamos mostrar de forma detalhada os critérios de idoneidade propostos pelo quinto nível de análise em didática do EOS, especificando os componentes e descritores nos seguintes aspectos: epistêmico, cognitivo, interacional, mediacional, emocional e ecológico. Na próxima seção, exemplificamos o uso de tais critérios em investigações realizadas em diversos países, especialmente, no âmbito da formação de professores

2.6 Das investigações que utilizaram os critérios de idoneidade didática na formação de professores

A formação matemática e didática dos professores constitui um campo de investigação que chama a atenção por parte da comunidade de investigadores em Didática da Matemática. A principal razão é que o desenvolvimento do pensamento e das competências matemáticas dos alunos depende, de maneira muito particular, da formação dos seus respectivos professores. No caso do sistema educativo brasileiro, são bem conhecidas as carências dos atuais planos de formação de professores da Educação Básica em matemática, didática da matemática e na história e contextos de aplicação desta disciplina. Essas carências tentaram ser enfrentadas mediante a incorporação de uma formação didática no âmbito da Licenciatura em Matemática.

Recentemente, houve um aumento notável de investigações sobre a formação de professores de matemática. Essas pesquisas podem ser estudadas em algumas revisões publicadas como capítulos de livro dos *handbooks* de investigação em Educação Matemática

(BISHOP, CLEMENTS, KEITEL, KILPATRICK E LABORDE, 1996; BISHOP, CLEMENTS, KEITEL, KILPATRICK, E LEUNG, 2003; RICHARDSON, 2001; CLEMENTS, BISHOP, KEITEL, KILPATRICK E LEUNG, 2013; ENGLISH, BARTOLINI-BUSI, JONES, LESH E TIROSH, 2002; GROWS, 1992; GUTIÉRREZ E BOERO, 2006; LESTER, 2007; CZARNOCHA, 2008; WOOD, 2008; LERMAN, 2014). Também podem ser vistas na publicação de revistas específicas, como *Journal of Mathematics Teacher Education* ou a criação de grupos de trabalho sobre professores nos congressos mais relevantes da área. Com relação ao professorado, estes *handbooks* mostram que uma das problemáticas mais recorrentes se refere a determinar qual o conhecimento didático-matemático que os professores devem ter para ensinar matemática.

Nesta investigação, faremos uma extensa revisão da literatura gerada para responder a esta problemática, uma vez que nos limitaremos a considerar aquela pesquisa que se interessou por um aspecto muito específico. Concretamente, nosso foco estará voltado para as investigações sobre os discursos que os docentes realizam para justificar a qualidade das suas propostas didáticas e, mais especificamente, nas investigações que se interessaram por estudar o uso dos critérios de idoneidade didática como organizadores desta reflexão.

2.6.1 Critérios de idoneidade como construto teórico e primeiras investigações

Nesta subseção abordaremos o surgimento dos critérios de idoneidade enquanto construto teórico além de apresentarmos as primeiras investigações realizadas nesta perspectiva.

Em Godino (2012) está explicada a origem e os aportes da perspectiva ontossemiótica de investigação em didática da matemática (EOS). Segundo este autor, o desenvolvimento deste enfoque seguiu três etapas, visto que a origem da primeira foi uma tentativa de dar resposta ao seguinte problema formulado nos seguintes termos:

PE (problema epistemológico): o que é um objeto matemático? Ou, de outra forma, qual é o significado de um objeto matemático (número, derivada, média, etc.) em um contexto ou marco institucional determinado? Este problema epistemológico, isto é, referente ao objeto matemático como entidade cultural ou institucional, complementa-se dialeticamente com o problema cognitivo associado, ou seja, o objeto como entidade pessoal ou psicológica: *PC (problema cognitivo):* o que significa o objeto *O* para um sujeito em um determinado momento e numa determinada circunstância dada? (GODINO, 2012, p. 52, tradução nossa).

Como resposta a este problema se desenvolveram e se especificaram as noções de "significado institucional e pessoal de um objeto matemático", ambos entendidos em termos

de sistemas de práticas nas quais um determinado objeto matemático é determinante para a sua realização.

Nesta problematização inicial abordada pelo EOS, existe uma questão epistemológica de base que, em uma segunda fase do desenvolvimento deste enfoque, levou à elaboração de uma ontologia matemática explícita (tipos de objetos e processos matemáticos) que permitiu descrever, de maneira operacional, o significado do objeto matemático, tanto do ponto de vista institucional, como pessoal. O duo - *sistemas de práticas, configuração de objetos primários¹¹ e processos* - (GODINO, BATANERO e FONT, 2007; FONT, GODINO e GALLARDO, 2013) são considerados noções-chave para abordar a análise epistemológica e cognitiva requeridas no campo da didática da matemática. Essas ferramentas teóricas permitem reformular o problema epistêmico (conhecimento institucional, sociocultural) e cognitivo (conhecimento pessoal) da didática da matemática nos seguintes termos:

- ✓ *Significado institucional de referência*: quais são as práticas matemáticas institucionais e as configurações dos objetos primários e dos processos ativados em ditas práticas, necessárias para resolver um tipo de matemática?
- ✓ *Significado pessoal*: que práticas, objetos e processos matemáticos o estudante põe em jogo para resolver um determinado tipo de tarefa matemática?
- ✓ *Compreensão do objeto por parte do sujeito*: que práticas pessoais, objetos e processos implicados pelo estudante são válidos na perspectiva institucional?

Uma terceira etapa do desenvolvimento do EOS consistiu em criar ferramentas teóricas para investigar os processos de instrução. Uma vez obtidas tais ferramentas para analisar as dimensões epistemológica e cognitiva dos processos de ensino e aprendizagem de matemática, o EOS abordou questões centrais para o planejamento relacionado à instrução, formulado na sequência:

PIM (Problema da instrução matemática significativa): que tipos de interações didáticas deveriam ser implementados nos processos de instrução de modo que permitam aperfeiçoar a aprendizagem em matemática? *PN (Problema normativo)*: que normas condicionam o desenvolvimento dos processos de instrução, como elas se estabelecem e como podem mudar para aperfeiçoar a aprendizagem em matemática? (GODINO, 2012, p. 53, tradução nossa).

¹¹ De uma determinada prática matemática, pode-se se isolar determinados aspectos. Por exemplo, o objeto matemático *função* pode ser pensado como uma definição, uma propriedade, um argumento, um procedimento, uma proposição, uma tarefa e uma notação (símbolo). A este isolamento de um elemento que compõe a gama de aspectos de um objeto matemático específico, chamamos de objeto primário.

Como primeira resposta a este questionamento, em Godino, Contreras e Font (2006) são introduzidas novas noções teóricas para analisar processos de instrução matemática que estão apoiados na modelagem do ensino e de aprendizagem de um conteúdo matemático, como um processo estocástico multidimensional composto de seis subprocessos: epistêmico, docente, discente, mediacional, cognitivo e emocional e suas respectivas trajetórias e estados potenciais. Como unidade primária de análise em didática, foi proposta a configuração didática, constituída pelas interações entre professor e aluno quando da realização de uma tarefa, utilizando recursos materiais específicos. As novas ferramentas teóricas foram aplicadas na análise de uma aula de um curso de bacharelado, quando foram estudadas as regras de derivação, descrevendo os significados implementados, os padrões de interação didática e identificados os conflitos semióticos manifestados nessas interações.

A introdução das dimensões epistêmica, docente, discente, mediacional, cognitiva e emocional realizadas em Godino, Contreras e Font (2006) são aprofundadas em Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2006), que apresenta um sistema de noções teóricas para descrever os processos de ensino e de aprendizagem de matemática e avaliar a idoneidade didática de tais processos, a partir de um olhar holístico. Tal idoneidade é concebida como uma articulação coerente e eficaz das distintas dimensões que estão implicadas nos processos do estudo matemático: epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, emocional e ecológica. As noções teóricas introduzidas se aplicam na análise do processo estudado em uma experiência de ensino referente à noção de função, que foi realizada com estudantes universitários.

Dados a introdução e a eficácia dos critérios de idoneidade para avaliar curtos episódios de aula, percebeu-se a necessidade de encontrar alguns descritores que os tornassem mais operativos e que permitissem sua aplicação, não só a sessões completas de uma aula, como também, a sessões de várias aulas. Em Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007) foi proposto uma primeira pauta de componentes e descritores para que os critérios se tornassem operacionalizáveis.

No ano de 2007, foi publicado um *paper*, referenciado em diversas investigações, o qual pode ser considerado a apresentação do EOS no universo anglo-saxão (GODINO, BATANERO e FONT, 2007). Neste artigo, os critérios de idoneidade didática são apresentados como um construto teórico central do Enfoque Ontossemiótico (EOS).

Ramos e Font (2008) apresentam os resultados de uma pesquisa alocada dentro do EOS, cujo objetivo central foi o de analisar o papel dos critérios de idoneidade nos argumentos dos professores quando estes avaliam a introdução de mudanças institucionais em

um processo de instrução. Em particular, investigou-se a avaliação da incorporação de situações contextualizadas no processo de ensino e de aprendizagem das funções em uma disciplina denominada *Introducción a la Matemática*, oferecida na Faculdade de Ciências Econômicas e Sociais da Universidade de Carabobo (Venezuela). Estes autores chegaram à conclusão de que os professores, em suas reuniões de trabalho, em suas conversas informais, etc., quando avaliam uma possível transformação, utilizam de maneira implícita ou explícita, os critérios de idoneidade.

Alsina e Domingo (2010) aplicam os critérios de idoneidade para avaliar um protocolo, planejado a partir de uma perspectiva sociocultural, que descreve uma possível maneira de levar em conta a prática matemática das sessões de aulas da *enseñanza secundaria obligatoria de España* (ESO), na qual foi implementado. Trata-se de outra investigação em que se apresenta a eficácia dos critérios de idoneidade para avaliar processos de instrução.

Font, Planas e Godino (2010) propõem um modelo de análise em didática dos processos de instrução (descrito na seção 2.4), cujo quinto nível é o uso dos critérios para avaliação dos processos de instrução. Nesta investigação, mostra-se o modelo utilizado para analisar um breve episódio de uma aula.

Nessa primeira fase em que acabamos de resumir os critérios de idoneidade e, de forma geral, o modelo de análise em didática proposto pelo EOS, percebemos, em um primeiro momento, que estes se apresentam como uma proposta teórica e mostram seu potencial em analisar curtos episódios de classe. Já, numa segunda fase, estes critérios são aplicados a sessões de aulas completas. (por exemplo, em POCHULU e FONT, 2011).

A partir daí, percebeu-se que o modelo de análise em didática proposto pelo EOS e, em particular, os critérios de idoneidade didática, podiam ser ferramentas úteis na formação de professores de matemática (GODINO, FONT e WILHELMI, 2008). Por essa razão, em uma terceira fase, diversas investigações se interessaram em estudar a introdução do modelo de análise em didática proposto pelo EOS, em especial, no uso dos critérios, em cursos de formação de professores.

Entre as principais tarefas do professor, encontram-se o desenho e a implementação dos processos de estudo e a avaliação da própria prática docente com a finalidade de favorecer a aprendizagem dos estudantes. Neste trabalho utilizamos algumas noções teóricas para definir cinco níveis de análise dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, que podem ajudar aos professores para que reflitam sobre a sua própria prática docente. A introdução destes níveis abre, também, novas perspectivas de investigação em didática da matemática. As noções utilizadas estão baseadas no enfoque teórico denominado "ontossemiótico" (EOS), onde o conhecimento matemático se modela tendo em conta as dimensões epistêmica, cognitiva e instrucional da atividade matemática. Assim mesmo, têm-se em conta as

dimensões normativa e axiológica, as quais são abordadas usando os tipos de objetos, processos, significados propostos no enfoque ontossemiótico. As ferramentas teóricas que descrevemos são aplicadas na análise de uma experiência de ensino de noções elementares de estatística (GODINO, FONT e WILHELMI, 2008, p. 1, tradução nossa).

Visto a importância do uso dos critérios de idoneidade, tanto na análise de episódios (curtos e longos) de aulas, quanto na operacionalização deles para a capacitação de professores de matemática, nas próximas seções apresentamos todas as investigações realizadas, até o momento, que se utilizaram dos critérios de idoneidade no âmbito da formação de professores. Dentre estes trabalhos, constam: dissertações de mestrado, teses de doutorado, projetos de investigação, artigos científicos e conferências internacionais. Além disso, apresentamos também, outras investigações - que adotaram tais critérios - voltadas à formação de profissionais de outras carreiras, avaliações de programas institucionais, entre outros. No quadro abaixo, pode-se verificar, quantitativamente, o levantamento realizado e, na sequência, uma breve explicação de cada um deles.

Quadro 8. Lista de trabalhos que se utilizaram dos critérios de idoneidade em investigações relacionadas à formação de professores de matemática.

Tipo de Trabalho	Quantidade	Referência
Teses de Doutorado	3	<p>RUBIO, N. <i>Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemático</i>. 2012. Tesis doctoral no publicada, Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas, Universitat de Barcelona, España, 2012.</p> <p>SANTOS, E. C. <i>Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: Una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional</i>. 2012b. 546f. Tese de doutorado - Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, Granada, 2012b.</p> <p>SECKEL, M. J. S. <i>Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática</i>. Tesis doctoral no publicada, Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas, Universitat de Barcelona, España, 2016.</p>
Dissertações de Mestrado	2	<p>POSADAS, P. <i>Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre ecuaciones de segundo grado en 3º de educación secundaria obligatoria</i>. 2013. Dissertação de mestrado. Universidad de Granada, Granada, 2013.</p> <p>SANTOS, S. S. <i>Análise de uma experiência com tarefas matemáticas que exploram a dimensão metacognitiva</i>. 2015. 202f. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, Bahia, 2015.</p>
Projetos de Investigação	3	<p>(REDICE-12-1980-02) <i>Desarrollo de la competencia en análisis didáctico en la formación de futuros profesores de matemáticas de secundaria</i> (ESPAÑA, 2012).</p> <p>(EDU2012-32644) <i>Desarrollo de un programa por competencias en la formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas</i> (ESPAÑA, 2012).</p> <p>(EDU2009-08120/EDUC) <i>Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en</i></p>

		<i>la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato</i> (ESPANHA, 2009).
Programas de Mestrado Profissional de Formação de Professores de Matemática	2	<i>Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona (2009-2013)</i> <i>Máster Interuniversitario de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de Catalunya (2013-2015)</i>
Livros e capítulos de livros	4	FONT, V. Investigación en didáctica de las matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria. In: RODRÍGUEZ, M., GARCÍA, BLANCO, G.L., MEDINA, M. (Eds.) <i>Investigación en Educación Matemática XV</i> (165-194). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática y Servicio de publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha, 2011b. LARIOS, V. O., FONT, V., NIETO, J. A. Prácticas docentes en la Secundaria del Estado de Querétaro. In: LARIOS, V., O. e BARRIGA, A. D. C (Eds). <i>Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro</i> . Querétaro: Universidad Autónoma de Querétaro, 2013, p. 93-185. TORRES, R. H., HERNÁNDEZ, F. H., MEDINA, M.C., AGUILAR, V. A. A. e RODRÍGUEZ, N. A. G. Prácticas docentes y creencias de profesores de Matemáticas en el estado de Querétaro en el nivel Bachillerato. In: LARIOS, V., O. e BARRIGA, A. D. C (Eds). <i>Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro</i> . Querétaro: Universidad Autónoma de Querétaro, 2013, p. 187-232. LARIOS, V. e FONT, V. El estudio de la práctica docente para un diseño de formación para profesores de matemáticas. In J. HERNÁNDEZ, L. SOSA y C. DOLORES (Eds.). <i>Matemática Educativa: La formación de profesores</i> . Guadalajara (223-239), México: CIMATE de la Universidad Autónoma de Guadalajara, 2014.
Artigos Científicos	13	GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. <i>UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática</i> , 20, p. 13-31, 2009. GODINO, J. D., RIVAS, M., CASTRO, W. e KONIC, P. Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. <i>Revmat, Revista Eletrônica de Educação Matemática</i> , 7 (2), 1-21, 2012.

	<p>GODINO, J. D., RIVAS, H., ARTEAGA, P., LASA, A. e WILHELMI, M. R. Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. <i>Recherches en Didactique des Mathématiques</i>, 34 (2/3), 167-200, 2014.</p> <p>POSADAS, P. e GODINO, J. D. <i>Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático</i>. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2014.</p> <p>GODINO, J.D.; CONTRERAS A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. <i>Recherches en Didactique des Mathématiques</i>, 26 (1),39-88, 2006.</p> <p>FONT, V. Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. <i>UNIÓN</i>, 26, 9-25, 2011a.</p> <p>FERRERES, S e VANEGAS, Y. Uso de criterios de calidad en la reflexión sobre la práctica de los futuros profesores de secundaria de matemáticas. <i>Procedia</i> (en prensa), 2015.</p> <p>GIMÉNEZ, J.; VANEGAS, Y.; FONT, V. e FERRERES, S. El papel del trabajo final de Máster en la formación del profesorado de Matemáticas. <i>UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas</i>, 61, 76-86, 2012.</p> <p>POCHULU, M., FONT, V e RODRÍGUEZ, M. Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. <i>Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME</i>, 2016 (em prensa).</p> <p>ROBLES, M. G., DELCASTILLO, A. G. e FONT, V. Análisis y valoración de un proceso de instrucción de la derivada. <i>Educación Matemática</i>, 24, 5-41, 2012.</p> <p>ROBLES, M. G., TELECHEA, E. e FONT, V. Una propuesta de acercamiento alternativo al teorema fundamental del cálculo. <i>Educación Matemática</i>, 26(2), 69-109, 2014.</p> <p>PINO-FAN, L., CASTRO, W. F., GODINO, J. D. e FONT, V. Idoneidad epistémica del significado de la derivada</p>
--	---

		<p>en el currículo de bachillerato. <i>PARADIGMA</i>, 34(2), p. 123 – 150, 2013.</p> <p>CASTRO, C. H. La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. <i>Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN</i>, nº 11, p. 59-77, 2007.</p>
<p>Artigos em Conferências Nacionais e Internacionais</p>	<p>8</p>	<p>GODINO, J. D. e BATANERO, C. <i>Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica</i>. Ampliación de la Conferencia Invitada al VI CIBEM, Puerto Montt (Chile), 4-9 Enero, 2008. Documento interno de la Universidad de Granada.</p> <p>GODINO, J. D.; BATANERO, C.; ROA, R.; WILHELMI, M. R. Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. In BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C.; ROSSMAN, A. (Eds.), <i>Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education</i>. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference, 2008.</p> <p>GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. <i>XIII CIAEM-IACME</i>, Recife, Brasil, 2011.</p> <p>FONT, V. e ADÁN, M. Valoración de la idoneidad matemática de tareas. In BERCIANO, A., GUTIÉRREZ, G., ESTEPA, A. e CLIMENT, N. (Eds.), <i>Investigación en Educación Matemática XVII</i> (pp. 283-291). Bilbao: SEIEM, 2013.</p> <p>GIMÉNEZ, J.; FONT, V. e VANEGAS, Y. Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. In: MARGOLINAS, C. (Ed.), <i>Task Design in Mathematics Education</i>. Proceedings of ICMI Study 22: Oxford, 2013.</p> <p>VANEGAS, Y., FONT, V., e GIMÉNEZ, J. How future teachers improve epistemic quality of their own mathematical practices. <i>Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education</i> (en prensa). Prague, Czech Republic, 2015.</p> <p>VANEGAS, Y.; GIMÉNEZ, J.; FONT, V. e DÍEZ-PALOMAR, J. Improving reflective analysis of a secondary</p>

		<p>school mathematics teachers program, In: NICOL, C., OESTERLE, S., LILJEDAHN, P., e ALLAN, D. (Eds.) <i>Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36</i>, Vol. 5, pp. 321-328. Vancouver, Canada: PME, 2014.</p> <p>SECKEL, M. J. S., FONT, V. Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile. <i>Conferencia Interamericana de Educación Matemáticas XIV CIAEM</i>, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, 2015.</p>
Total de Trabalhos	35	_____

Fonte: o autor.

2.6.2 *Investigações na formação de futuros professores de matemática de primária (Educação Infantil e Ensino Fundamental) que se utilizaram dos critérios de idoneidade didática*

O grupo de investigação de *Teoría y Metodología de Investigación en Educación Matemática* da Universidade de Granada realizou inúmeras investigações sobre a introdução do modelo de análise em didática de processos de instrução propostos pelo EOS (que abordam, inclusive, os critérios de idoneidade) na formação inicial de professores de primária (correspondente à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental no Brasil) da Educação Básica na Espanha. Investigaram, também, a relação que há entre as ferramentas teóricas propostas por este modelo e o conhecimento do professor. Na sequência, apresentamos algumas delas.

Em Godino e Batanero (2008), apresenta-se um modelo de formação matemática e didática de professores baseado na aplicação dos "guias de análise em didática", elaborados a partir do modelo de análise do EOS e ilustrados mediante o planejamento, implementação e avaliação de um processo de estudo referente ao tema *estocástica* com um grupo de estudantes do magistério. Para estes autores, trata-se de operacionalizar as noções de prática matemática, configuração epistêmica e cognitiva, configuração didática, dimensão normativa e idoneidade didática mediante alguns "guias" para o reconhecimento de objetos e processos matemáticos, interações didáticas, normas e metanormas que sustentam ou limitam o processo de estudo e para avaliar a idoneidade didática dos mesmos. Esses guias disponibilizam ferramentas para a análise e reflexão didática que os formadores de professores e investigadores podem aplicar, e que, devidamente adaptadas, podem ser úteis para o professor de matemática de qualquer nível escolar.

Já o trabalho de Godino (2009) apresenta uma reflexão sobre os modelos de "conhecimento matemático para o ensino", elaborados a partir das investigações em Educação Matemática, concluindo que estes modelos apresentam categorias muito gerais. Para este autor, as noções de configuração dos objetos matemáticos primários e dos processos introduzidos no EOS para a análise epistêmico-cognitiva, juntamente com as noções de configuração e idoneidade didática para a análise dos processos de instrução, são ferramentas que aportam categorias úteis sobre o tipo de conhecimento didático-matemático que deveria ser desenvolvido no professor de matemática por meio de ciclos formativos especificamente projetados.

Seguindo a sugestão da investigação citada no parágrafo acima, em Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008) e em Godino, Rivas, Castro e Konic (2012) se explica a investigação sobre a experimentação de *ciclos formativos* sobre o ensino e a aprendizagem de matemática e sua didática para futuros professores de educação primária, os quais incluem os seguintes tipos de situações matemático-didáticas:

- ✓ Resolução de problemas com referência a um modelo didático sócio-construtivo-instrucional;
- ✓ Reflexão epistêmico-cognitiva sobre os objetos e significados postos em jogo quando da resolução de problemas;
- ✓ Análise das interações que ocorrem em uma aula de matemática;
- ✓ Reconhecimento do sistema de normas que condicionam e sustentam a atividade do estudo matemático;
- ✓ Avaliação da idoneidade didática do processo de estudo matemático experimentado.

Nestes processos de estudo foi, abordada uma trajetória didática que contempla as seguintes fases ou momentos: apresentação de slogans; exploração de pessoal; trabalho cooperativo em equipes para elaborar respostas compartilhadas; apresentação e discussão; institucionalização, por parte do formador, com o objetivo de explicitar os conhecimentos pretendidos; estudo pessoal de trabalhos selecionados apoiados pelas orientações individuais e em grupo.

Em Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008) o *ciclo formativo* trata do estudo de noções elementares de estatística a partir de um projeto de análise de dados. Já, em Godino, Rivas, Castro e Konic (2012) o *ciclo formativo* trata da resolução de um problema aritmético - algébrico.

Para Godino (2009) e Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008), o tipo de ação formativa que propõem e o modelo de análise em didática aplicado supõe uma ampliação operativa do modelo "conhecimento matemático para o ensino" desenvolvido por Ball e colaboradores (BALL, 2000; BALL, LUBIENSKI e MEWBORN, 2001; HILL, BALL, e SCHILLING, 2008).

A revisão de literatura nos mostra que, inicialmente, os critérios de idoneidade didática do EOS foram planejados e utilizados para avaliar processos de instrução efetivamente implementados. Posteriormente, investigaram-se o uso dos critérios como ferramentas para planejar processos de instrução. Em Godino, Rivas, Arteaga, Lasa e Wilhelmi (2014), aborda-se o problema do planejamento instrucional da estatística e da probabilidade. Nesse trabalho, os autores exploram as possibilidades oferecidas pelo EOS como pano de fundo para a

investigação focada no desenho dos processos de ensino e aprendizagem, ou seja, para o desenvolvimento daquilo que se conhece como engenharia didática.

Já a investigação realizada por Seckel (2016) e Seckel e Font (2015), com o objetivo de fazer um diagnóstico sobre o nível de reflexão sobre a prática (própria ou alheia) de um grupo de dezessete futuros professores da Educação Básica com ênfase em Matemática de uma universidade chilena, analisou a reflexão realizada por esses futuros professores, quando estes faziam observações a respeito de um episódio (gravado e transcrito) de uma aula de matemática do sétimo ano da Educação Básica. Para analisar tais observações, a autora assumiu a ideia de competência em análise, numa didática proposta pelo EOS de forma que, não com o intuito de avaliar (por isso não utilizou o termo critério de idoneidade), classificou a reflexão realizada pelos sujeitos de pesquisa dentro das seis facetas propostas por dito enfoque (epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, emocional e ecológica).

A autora conclui que a faceta interacional é a que está mais presente nos comentários dos futuros professores, estando presente na reflexão de 13 sujeitos, ao passo que proposta ecológica aparece no discurso de apenas um participante. As facetas epistêmica, cognitiva, emocional, mediacional aparecem em menos da metade do grupo, o que leva à conclusão de que os futuros professores que participaram desse estudo apresentam um baixo nível de desenvolvimento da competência reflexiva.

2.6.3 Investigações na formação de futuros professores de matemática de secundária (Ensino Médio) que se utilizaram dos critérios de idoneidade didática

Nesta subseção, apresentamos algumas investigações que utilizaram os critérios de idoneidade didática propostos pelo EOS na formação de professores de matemática de secundária (Ensino Médio no Brasil). Nesse contexto, citamos, além de trabalhos realizados em nível de tese doutoral e alguns projetos de investigação mais amplos, desenvolvidos especialmente na Universidade de Barcelona, o uso de tais critérios no processo de elaboração das práticas e dos trabalhos finais de curso.

2.6.3.1 O caso da Universidade de Granada (Espanha)

Recentemente, na Universidade de Granada, foram realizados alguns trabalhos finais de mestrado (TFM) que avaliam os processos de instrução utilizando os critérios de idoneidade. Posadas e Godino (2013) descrevem o processo formativo realizado pela primeira

autora, sob a supervisão e o apoio do segundo autor, enfatizando o papel da noção de idoneidade didática como um instrumento de reflexão sistemática sobre a própria prática. Esses autores explicam o foco do TFM realizado por (POSADAS, 2013), pois esta apresentou uma reflexão sobre a sua experiência vivenciada na fase das práticas de ensino, na qual, teve a oportunidade de assumir a responsabilidade sobre trabalhar o tema referente ao estudo da função quadrática no terceiro ano do Ensino Secundário Obrigatório (ESO). Tal reflexão está sustentada na noção de idoneidade didática e no sistema de indicadores de idoneidade desenvolvidos em diversos trabalhos (Godino, Contreras e Font, 2006; Godino, 2011). A finalidade do estudo foi a de obter critérios para o replanejamento da unidade didática, de tal forma que permitissem introduzir mudanças no ensino do tema acima citado.

2.6.3.2 O caso das Universidades da Catalunha (Espanha)

Neste item, comentamos os projetos de investigação que se dotaram do desenvolvimento e aplicação dos critérios de idoneidade postos em funcionamento pelo *Grupo de Investigación sobre Análisis Didáctico en Educación Matemática (GRADEM)* da Universidade de Barcelona, coordenado pelo professor Dr. Vicenç Font.

Problemática de investigação do Grupo de Investigación sobre Análisis Didáctico en Educación Matemática (GRADEM) da Universidade de Barcelona

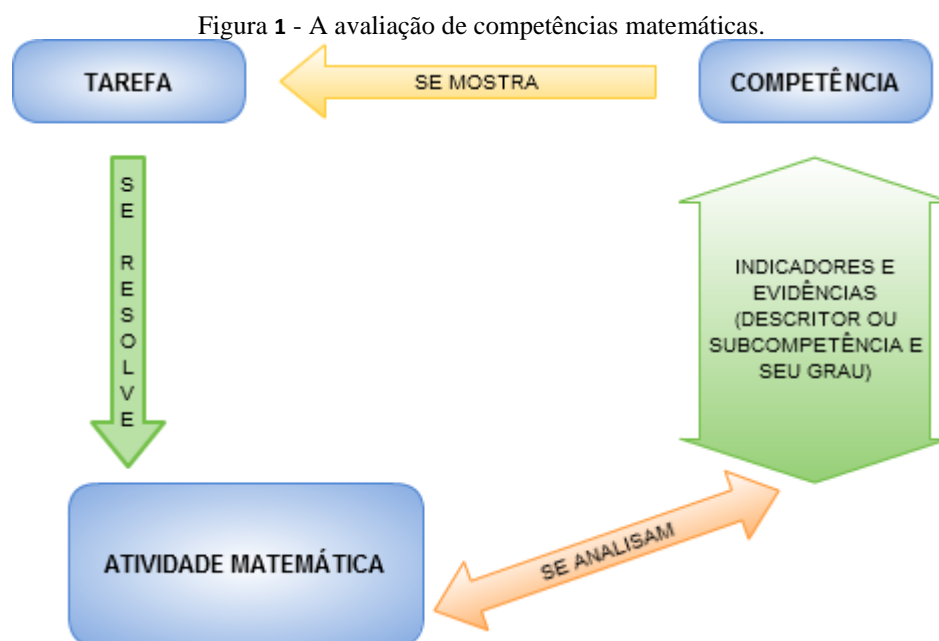
Hoje, em diversos países, os planos de estudos universitários têm se organizado de acordo com competências profissionais, dentre elas, destacamos as gerais e as específicas. Esse tipo de organização tem levantado questões relevantes para a formação inicial de professores de matemática, tais como: quais são estas competências? Como se desenvolvem e se avaliam? No caso da formação de professores, a tendência descrita acima vai ao encontro daquela que consiste em organizar os currículos dos alunos, também, por competências.

As duas tendências acima comentadas convergem ao seguinte questionamento: de que maneira é possível conseguir que futuros professores de secundária tenham as competências profissionais que os permitam o desenvolvimento e a avaliação da competência matemática sugerida no currículo da Educação Secundária?

Há um consenso que as competências matemáticas se desenvolvem a partir da resolução de tarefas e que, por sua vez, se avaliam a partir da atividade matemática realizada para resolver tal tarefa, (BREDA, FONT e LIMA, 2015). No caso da avaliação, o professor

propõe determinada atividade ao aluno, este a resolve realizando certa atividade matemática e, em seguida, o professor analisa a atividade matemática do aluno e encontra evidências com certo grau de desenvolvimento de uma ou várias competências.

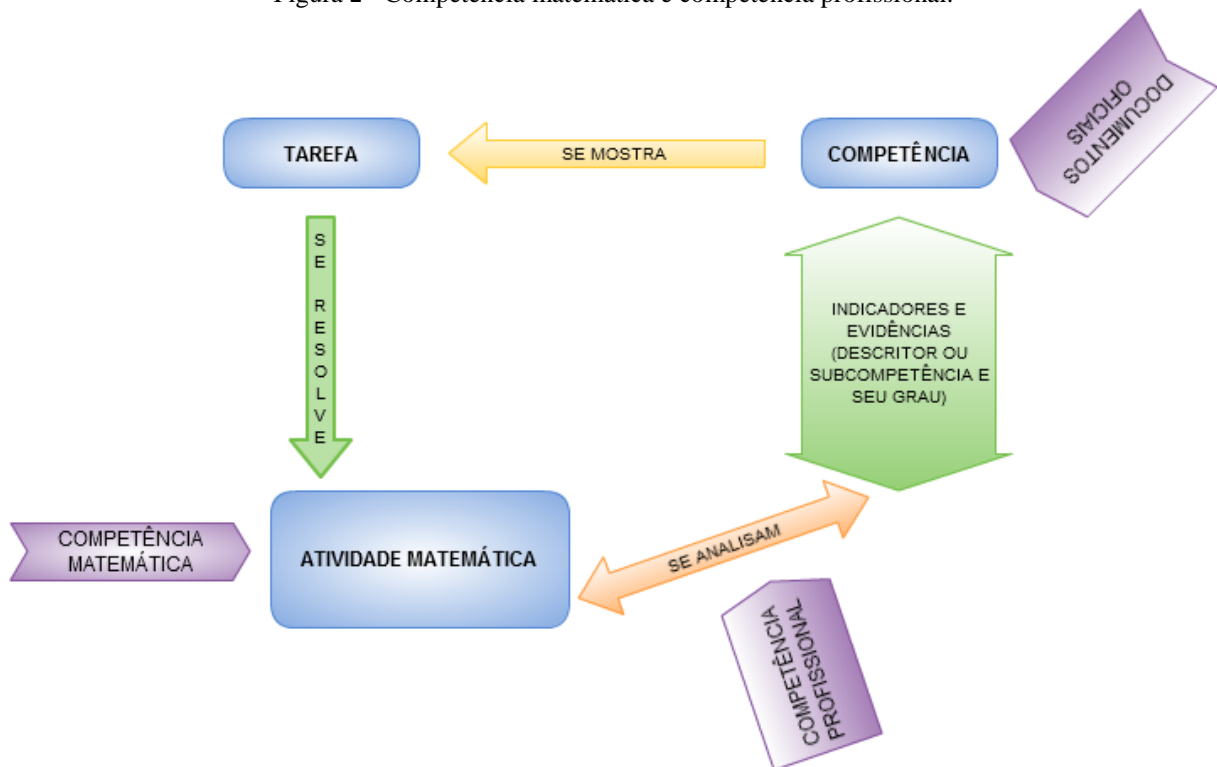
Em Rubio (2012), enfatiza-se que, para realizar a avaliação da competência matemática dos seus alunos, o futuro professor, de acordo com o esquema da figura 1, deve ter a competência matemática. Contudo, esta não é suficiente, pois também deve ter a competência na análise da atividade matemática. Enquanto a primeira não é específica da profissão professor, pois faz parte de um conhecimento específico de diversas áreas, a segunda é.



Fonte: (RUBIO, 2012, p. 117, tradução nossa).

Em outra direção, a atividade matemática mostra a competência matemática do aluno e a análise de tal atividade, com o objetivo de encontrar evidências de que estão sendo cumpridos os indicadores de certo grau de competência, uma competência profissional específica do professor de matemática, conforme figura abaixo.

Figura 2 - Competência matemática e competência profissional.



Fonte: (RUBIO, 2012, p. 118, tradução nossa).

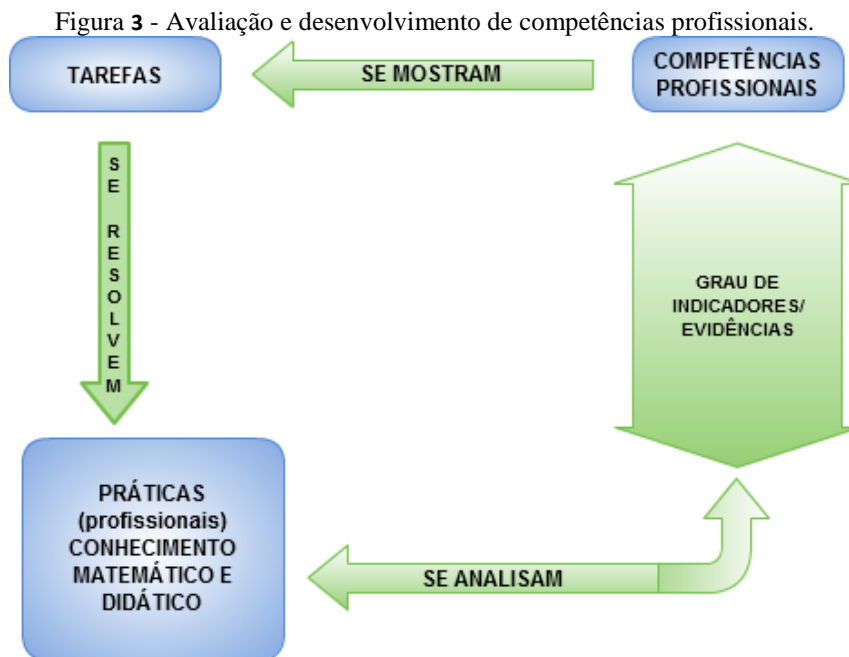
O Grupo de Investigación sobre Análisis Didáctico en Educación Matemática (GRADEM) da Universidade de Barcelona, coordenado pelo professor Dr. Vicenç Font, em estudo realizado, buscou responder o seguinte questionamento: de que maneira é possível conseguir que os futuros professores de secundária tenham as competências profissionais que os permitam o desenvolvimento e a avaliação da competência matemática sugerida no currículo da Educação Secundária? Para responder a esta problemática, foram desenvolvidos três projetos de investigação, que são denominados: *Desarrollo de la competencia en análisis didáctico en la formación de futuros profesores de matemáticas de secundaria* (REDICE-12-1980-02); *Desarrollo de un programa por competencias en la formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas* (EDU2012-32644) e *Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato* (EDU2009-08120/EDUC). De forma particular, este grupo mostrou-se interessado em investigar as seguintes questões:

- ✓ Caracterizar globalmente as competências profissionais na formação inicial do professor de secundária em matemática, seus graus e descritores;
- ✓ Desenhar ciclos formativos (presenciais e à distância), para o desenvolvimento de competências profissionais na formação inicial de professores de matemática de

secundária (em especial, a competência em análise em didática dos processos de instrução);

- ✓ Desenhar e aplicar instrumentos de avaliação das competências profissionais dos futuros professores de secundária em matemática.

O grupo de investigação GRADEM se interessou em analisar as práticas profissionais que os futuros professores realizam para resolver as tarefas profissionais propostas e o conhecimento didático-matemático ativado nelas, a fim de encontrar indicadores que justifiquem a classificação de graus de desenvolvimento da competência profissional que se pretende avaliar. Esses aspectos podem ser vinculados conforme o esquema apresentado pela figura 3, o qual mostra a relação entre as tarefas de um ciclo formativo, além do desenvolvimento e avaliação das competências profissionais.



Fonte: (FONT e ADÁN, 2013, p. 284, tradução nossa).

Para realizar suas investigações o GRADEM utiliza como principal referencial teórico o modelo de análise em didática proposto pelo EOS e toma como ponto de partida as seguintes hipóteses (FONT, 2011a):

- I. Para desenvolver um programa por competências na formação inicial de professores se faz necessário: a) determinar as competências que o programa deve ter; b) determinar o grau de desenvolvimento esperado para cada uma das competências ao término do programa; c) determinar indicadores para cada grau de competência; d) conectar as competências no conjunto das diferentes disciplinas; e) determinar critérios de

- avaliação das competências; f) elaborar ciclos formativos para desenvolver competências.
- II. Considerar a competência matemática e a competência em análise em didática como duas macro-competências necessárias para desenvolver e avaliar a competência matemática.
 - III. Com relação à competência em análise em didática dos processos de instrução, considerar que seu núcleo fundamental consiste em: desenhar, aplicar e avaliar sequências de aprendizagens próprias ou de outros, mediante técnicas de análise em didática e critérios de qualidade, para estabelecer ciclos de planejamento, implementação, avaliação e disponibilizar propostas de melhora. E, além disso, consiste em que podem ser encontrados critérios e indícios de desenvolvimento dessa competência e relacioná-los com as competências profissionais do futuro professor de matemática de secundária (digital, modelagem, etc.).

Na sequência, apresentamos algumas investigações realizadas pelo grupo GRADEM.

Investigação sobre o desenvolvimento e a avaliação da competência matemática

Entende-se que o professor deve realizar a análise da atividade matemática para encontrar indicadores que permitam avaliar as competências matemáticas de seus alunos. Contudo, encontra-se um problema relevante de que não há um modelo consensual na Educação Matemática para caracterizar a atividade matemática. Ou seja, não há um acordo sobre qual é a resposta para a seguinte pergunta: como descrever ou analisar a atividade matemática que emerge da resposta do aluno para a tarefa proposta? Mesmo que não haja acordo, é importante salientar que a investigação em Educação Matemática tem oferecido diversas ferramentas teóricas para analisar a atividade matemática. Segundo Font (2011b), encontramos três dimensões para análise do conteúdo, utilizadas nos trabalhos do *Grupo de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA) de España*: estrutura conceitual, sistemas de representação e fenomenologia (situações-problema) (GÓMEZ, 2006); construto da *praxis* utilizado com regularidade nos trabalhos que usam como marco teórico a Teoria Antropológica da Didática (TAD) (BOSCH, ESPINOZA e GASCÓN, 2003); o construto da configuração epistêmica utilizado com regularidade nos trabalhos que usam como marco teórico o Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) (FONT e GODINO, 2006).

Essa falta de consenso aponta a alternativa de optar a não oferecer ao professor um modelo para a análise da atividade matemática ou a optar por algum dos modelos que têm emergido na área da Educação Matemática para investigar a atividade matemática e fazer sua transposição didática na formação de futuros professores de secundária (Ensino Médio) de matemática. Nesta última opção, é que se encontra o trabalho de Rubio (2012), o qual considerou que a resposta para a pergunta - como descrever e analisar a atividade matemática que se infere da resposta do aluno na tarefa proposta? - consistiu nos dois primeiros níveis de análise em didática propostos pelo EOS, ou seja, descrevendo as práticas matemáticas e os objetos e processos nelas ativados.

Em Rubio (2012), foi desenvolvida uma proposta de avaliação analítica, a *posteriori* e global das competências PISA 2003, baseada na técnica de análise de práticas matemáticas e dos objetos e processos matemáticos ativados em ditas práticas, o que propõe o EOS. O primeiro passo para que esse método fosse operativo, foi disponibilizar um protocolo de resolução do problema que podia ser o de um aluno real ou o que faria um aluno "ideal" (nesse caso, o protocolo teria sido a resposta de um professor especialista em matemática); na continuação, foi realizada uma análise de práticas, objetos e processos matemáticos de acordo com o que propõe o EOS. O terceiro momento consistiu em construir uma ferrameta que permitisse avaliar, em uma escala de um a três, cada competência (reprodução, conexão e reflexão) tendo em conta a análise realizada nos passos anteriores. O último passo consistiu em extrair conclusões sobre as competências, ativadas ou não, que se deveriam desenvolver no futuro processo de instrução.

Nessa mesma investigação, também foi descrito o desenho e a implementação de um ciclo formativo no *Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona*, que consistia, primeiramente, no ensino da técnica de análise de práticas, objetos e processos (EOS) e, depois, à técnica de avaliação analítica e global das competências matemáticas descritas acima. Tratou-se de um tipo de estudo da prática docente em que não se baseou naquilo que os professores ou outros informantes diziam, mas sim, na observação direta de ditas práticas (por meio de diários, vídeo, etc.). Como conclusão, Rubio (2012) afirmou que se os professores não são competentes na análise de práticas, processos e objetos matemáticos, não serão na avaliação de competências.

Investigação sobre o uso dos critérios de idoneidade nos Trabalhos Finais de Mestrado

A caracterização da competência em análise em didática necessita ferramentas para análise e também ferramentas para avaliação. Para esta última, o EOS propõe os critérios de idoneidade didática. Para cada um destes critérios, propõe-se um sistema de indicadores associados que podem ser avaliados em uma escala de uma a três, por exemplo. Trata-se de um sistema que permite avaliar ou auto avaliar de maneira completa e equilibrada os elementos que, em conjunto, compreendem um processo de instrução de qualidade na área da matemática.

Durante os cursos 2009-2010, 2010-2011, 2011-2012 y 2012-2013, no *Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona*, e durante os cursos 2013-2014, 2014-2015 no *Máster Interuniversitario de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de Catalunya*, os formadores de futuros professores sugeriram a seus alunos o uso de uma rubrica baseada nos critérios de idoneidade propostos pelo EOS para:

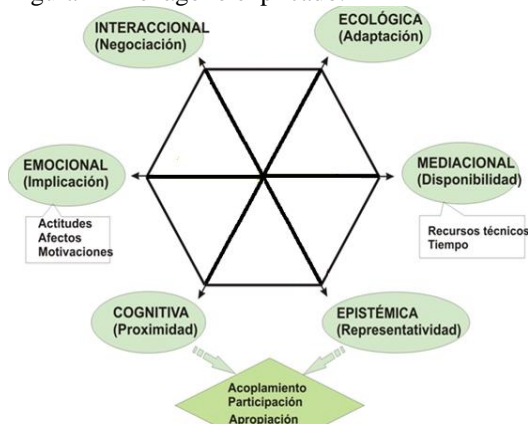
- ✓ Avaliar sua prática;
- ✓ Desenhar, no trabalho final de mestrado, uma proposta de melhora da unidade didática, implementada no período de práticas, que melhorasse alguns aspectos que a avaliação anteriormente realizada indicasse que deviam ser melhorados.

Em Giménez, Vanegas, Font e Ferreres (2012) e Ferreres e Vanegas (2015) foi realizada uma investigação sobre o uso dos critérios de idoneidade pelos futuros professores de secundária em seus trabalhos finais de mestrado (TFM). Nesse caso, o estudo das práticas dos futuros professores se baseou na análise dos produtos finais das práticas docentes e, concretamente, nas memórias escritas de seus TFMs. Nessa investigação, observou-se que os critérios de idoneidade foram uma ferramenta útil para organizar a reflexão dos futuros professores sobre sua própria prática, mesmo que tiveram pouco em conta na fase de planejamento. Em outras palavras, os alunos não foram conscientes da potência dos critérios como ferramentas *a priori* para desenhar uma sequência didática. No entanto, os critérios foram muito úteis para que eles realizassem a reflexão sobre sua prática desenvolvida anteriormente, fazendo-se úteis quando os professores tinham que justificar uma sequência didática que melhoraria a implementação realizada no seu período de prática.

Para representar a avaliação global que faziam de suas práticas, usavam, frequentemente, um esquema na forma de um hexágono que tinha sido proposto durante o ciclo formativo (figura 4). Na figura 5, podemos observar a representação da avaliação de uma estudante quando da implementação de sua própria unidade didática. No esquema, se supõe que todas as idoneidades parciais apresentam um mesmo valor representado pelo

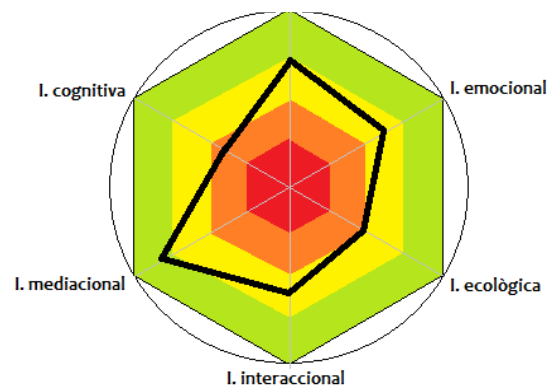
segmento que une o centro com o vértice. A partir dele, foi construído um polígono irregular que representa as idoneidades parciais que o próprio aluno considera que atingiu. Nesse caso, a estudante mostra que não contemplou muito os aspectos cognitivo, interacional, emocional e ecológico. Contudo, é importante ressaltar que um aluno se deu conta, por exemplo, de que se tratava de um processo evolutivo e utilizou tabelas ou gráficos para indicar como mudaram as idoneidades ao longo do tempo (quadro 9).

Figura 4 - Hexágono explicado.



Fonte: (GIMÉNEZ *et. al.*, 2012, p. 81).

Figura 5 - Mapa de idoneidade de uma estudante realizado a partir de sua auto-avaliação descrito em seu TFM.



Fonte: (GIMÉNEZ, *et. al.*, 2012, p. 81).

Quadro 9 - Avaliação final de um estudante com relação às diversas idoneidades a partir de sua sequência didática.

Idoneidade	Seção									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Epistêmica	Baixa	Alta	Alta	Alta	Alta	Baixa	Alta	Alta	Alta	
Cognitiva	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	
Mediacional	Alta	Média	Alta	Média	Média	Baixa	Média	Baixa	Média	
Emocional	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Média	Alta	Baixa	Média	
Interacional	Média	Alta	Alta	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Baixa	Baixa	
Ecológica	Alta	Média	Alta	Média	Média	Média	Média	Média	Média	

Fonte: (GIMÉNEZ *et. al.*, 2012, p. 82, nossa tradução).

Investigação sobre o desenvolvimento da competência em análise em didática a partir de ciclos formativos

Uma das conclusões da investigação descrita anteriormente foi a de que era necessário desenhar ciclos formativos mais estruturados para que os futuros professores tivessem ferramentas para avaliar a qualidade de processos de instrução, tanto próprios como alheios.

No marco do grupo GRADEM, foram realizadas diferentes investigações sobre o planeamento, implementação e redesenho de ciclos formativos para o desenvolvimento e avaliação de alguns componentes da competência em análise em didática. Por exemplo, em Giménez, Font e Vanegas (2013), explica-se um processo de desenho, avaliação e redesenho de tarefas profissionais para o professor que vai atuar na escola secundária, baseado no modelo do EOS e na análise reflexiva associada às práticas. Esse processo teve andamento durante três anos consecutivos no contexto do mestrado para a formação de professores de matemática que ocorre na Espanha. O estudo mostrou como as sucessivas revisões promovem o crescimento na análise das práticas escolares dos futuros professores de matemática

Em Vanegas, Font e Giménez (2015), explicam-se como os futuros professores de matemática melhoram sua autorreflexão em relação à competência em análise em didática. Basearam-se nos dados coletados com dois grupos de professores, utilizando métodos qualitativos. Dotaram-se de um futuro professor como exemplo para discutir como a capacitação no uso de critérios de idoneidade didática e as ferramentas de reflexão conduzem a uma aprendizagem acerca da experiência, explicando, de maneira mais profunda, como vão mudar suas próprias práticas no futuro.

Para Vanegas *et. al.* (2014), o redesenho de tarefas profissionais na formação de professores de secundária influencia nas mudanças em análise em didática dos futuros professores do ensino secundário. Os autores baseiam o estudo com dados de três grupos de futuros professores, utilizando métodos qualitativos. Eles discutem como o treinamento no uso de ferramentas didáticas para redesenhar tarefas levou futuros professores a desenvolver ainda mais a sua competência profissional para analisar tarefas matemáticas desde um rigoroso ponto de vista didático.

Font e Adan (2013) descrevem parte de uma investigação, que se preocupou em estudar o desenvolvimento da competência em análise em didática em um processo de formação direcionado a futuros professores de matemática. Em particular, focaliza-se no desenho de tarefas que permitam a emergência de ferramentas teóricas para a avaliação da qualidade matemática dos processos de instrução. Trata-se da emergência de alguns dos indicadores do critério de idoneidade epistêmica, que, depois, deveriam ser utilizados nos

trabalhos finais de mestrado e completá-los com outros indicadores provenientes de outros enfoques, que não o EOS.

Nesse sentido, esses autores descrevem o desenho, a implementação e o redesenho de tarefas que permitam a emergência de ferramentas teóricas para que os futuros professores realizem a avaliação da qualidade matemática dos seus próprios processos de instrução e cheguem à conclusão de que o olhar holístico do EOS sobre os objetos matemáticos leva a pensá-los em objetos complexos formados por partes ou componentes. A ideia de representatividade, como critério de qualidade matemática em uma sequência de tarefas, é consequência da complexidade que apresenta um objeto matemático e dela se derivam outros critérios que estão relacionados com a articulação dos elementos nos quais se descompõe a complexidade, como, por exemplo, a conexão e a coerência. Dito de outra maneira, para esses autores, a noção de conexão pode ser utilizada como ponte entre os dois principais critérios de qualidade matemática considerados em suas investigações (representatividade e riqueza de processos matemáticos). Contudo, para ter êxito na relação desses dois olhares sobre a conexão, é necessário entendê-la mais como uma articulação entre diferentes partes da matemática do que como a conexão da matemática com a realidade (conexão extramatemática).

2.6.3.3 O caso da Universidade Nacional de Villa María (Argentina)

Em Pochulu, Font e Rodríguez (2016), explicam-se diferentes experiências formativas destinadas a desenvolver a competência em análise em didática dos professores de matemática, tanto os que estão em formação, quanto dos que já estão formados, nas quais se utilizaram critérios de idoneidade didática. Essas experiências foram desenvolvidas na *Universidad Nacional de Villa María* (UNVM) na *Formación de Profesores de Secundária en Matemáticas* (FPSM) e em um curso de *Formación de Formadores de Profesores de Secundária en Matemáticas* (FFPSM) realizado no período de 2011-2012, organizado pelo *Instituto Nacional de Formación Docente* (INFD) da Argentina.

Na UNVM, em formação de futuros professores de matemática, foram utilizadas as noções de configuração epistêmica e cognitiva de objetos primários e dos critérios de idoneidade didática com seus indicadores. Observou-se que os estudantes podiam fazer uma boa análise da qualidade matemática do processo de instrução realizado por "outro professor", utilizando os critérios de idoneidade didática (particularmente, o epistêmico), mas não faziam uma boa análise quando se tratava da sua própria aula. A explicação dada a este fato foi a de

que os alunos tinham dificuldades para descrever e avaliar a atividade matemática quando esta apresentava-se rica em processos e objetos matemáticos e, também, porque, em alguns casos, eles mesmos não estavam acostumados a realizar esse tipo de atividade matemática.

O ciclo formativo com formadores de professores (FFPMS) organizado *pele Instituto Nacional de Formación Docente* (INFD) dividiu-se em seis etapas:

- ✓ *Seminário Virtual*, cujo propósito foi atribuir ferramentas e acompanhamento para que o grupo de formadores desenhasse e fundamentasse uma sequência didática para a FPMS;
- ✓ *Encontro presencial inicial*, registrado em vídeo, no qual os grupos assistentes apresentaram as tarefas desenhadas no FPMS e sua fundamentação. Ao mesmo tempo, foram realizados redesenhos e ajustes nas tarefas de forma colaborativa, tomando como base a análise em didática realizada;
- ✓ *Implementação da sequência de tarefas (ciclo FPMS)*, foram registradas, em vídeo, duas aulas consecutivas para serem utilizadas nas análises posteriores com todos os participantes da capacitação (grupos de assistentes, professores do curso e equipe técnica especializada do INFD);
- ✓ *Seleção de alguns episódios de aula registrados em vídeo*. Os professores selecionaram os episódios tomando em conta dois aspectos: o primeiro é que a duração do vídeo fosse aproximadamente de cinco minutos e o segundo foi que a seus critérios, puderam observar aspectos relevantes relacionados com a matemática implementada, a gestão da classe e a utilização dos recursos;
- ✓ *Análise em didática presencial dos episódios das aulas*. As análises foram realizadas pelo grupo que realizou o ciclo formativo FPMS, um membro pertencente a um outro grupo, coordenado pelos professores. A coordenação desta análise esteve a cargo de um dos professores responsáveis pela capacitação e por um técnico do INFD;
- ✓ *Encontro presencial final*, registrado em vídeo, em que foram analisados seis episódios por todos os grupos. O critério de seleção dos episódios foi que estes tivessem uma boa qualidade didática ou que permitissem a discussão de pontos a serem melhorados. Nessa seção, os participantes puderam dar sugestões pensando em futuras capacitações.

Quando realizamos a revisão de literatura, percebemos que, inicialmente, os critérios de idoneidade didática do EOS foram desenhados e utilizados para avaliar processos de instrução efetivamente implementados. Uma novidade que vemos na investigação citada acima foi a de utilizar os critérios diretamente no processo de planejamento de uma sequência

de tarefas. Nesse sentido, pode-se considerar que estes critérios podem ser elementos relevantes no processo de planejamento instrucional, sempre e quando são acompanhados com indicações relacionadas a uma implementação hipotética que os faça ser operacionalizáveis.

2.6.3.4 O caso da Universidad Autónoma de Querétaro (México)

Em Larios, Font e Nieto (2013) e Torres *et. al.* (2013), apresentam-se alguns resultados referentes à parte de um projeto de investigação - desenvolvido, no período de 2009 a 2011, no estado *Querétaro*, pela *Universidad Autónoma de Querétaro*, México em que tinha como objetivo identificar e caracterizar as práticas docentes de matemática nos níveis educativos de primária, secundária e bacharelado, observando aulas de professores de diferentes instituições escolares de dito estado. Essa pesquisa ocorria por meio da preparação e aplicação de instrumentos de observação e da análise das informações coletadas via o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (GODINO, FONT E WILHELMI, 2008) - nos quais se infere que os autores utilizaram os critérios para observar as aulas de secundária e bacharelado no intuito de, a partir do desenvolvimento da investigação, oferecer à comunidade educativa ferramentas que permitam melhorar a prática docente em matemática, por meio da reflexão dessa prática, ou da formação pessoal continuada, ou da proposta de programas de formação institucional, etc.

2.6.3.5 O caso da Formação de Professores de Matemática (Brasil)

A tese de Santos (2012b) intitulada *Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: Una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional* teve como objetivo caracterizar os conhecimentos sobre a idoneidade didática dos processos de estudo do *cálculo integral* para a formação de professores de matemática, a fim de aportar conhecimentos sistemáticos e fundamentados sobre como elaborar planejamentos de instrução de qualidade para a formação de futuros professores de matemática, no marco profissional da Licenciatura em Matemática do Brasil. Para isso, o autor realizou a caracterização de tais conhecimentos mediante a articulação dos resultados de uma investigação sobre a didática do cálculo com os conhecimentos de profissionais que formam professores de matemática. A determinação dos conhecimentos sobre a didática do cálculo se deu por meio de estudos documentais focados em três aspectos: investigações sobre o pensamento matemático avançado, em particular,

sobre os processos de ensino e de aprendizagem da integral com relação ao tema integral; um estudo histórico e epistemológico orientado ao encontro da reconstrução dos significados parciais da integral e suas articulações; análise de livros-texto usados no contexto da Licenciatura em Matemática no Brasil. Já a determinação dos conhecimentos profissionais de especialistas se deu a partir da análise das narrativas provenientes de entrevistas com dez formadores de professores de matemática, de distintas universidades - (Belo Horizonte y Ouro Preto (Minas Gerais), Campinas (São Paulo), Vitória (Espírito Santo), Florianópolis (Santa Catarina), y Brasília (Distrito Federal) -, inferindo que estes conhecimentos se categorizam tendo em conta as dimensões epistêmica, cognitiva, mediacional, afetiva, ecológica e instrucional (interações e recursos) dos processos de estudo do cálculo.

A pesquisa revela que a utilização conjunta da noção de idoneidade didática desenvolvida pelo EOS juntamente com a metodologia de análise de narrativas realizada, foram potentes para analisar os conhecimentos profissionais manifestados pelos professores-formadores e para caracterizar os processos de estudo da integral no contexto sócio profissional da formação dos futuros professores de matemática do Ensino Médio. Nesse sentido, o autor considera que os conhecimentos profissionais dos professores-formadores - desenvolvidos a partir de suas práticas profissionais e investigações acadêmicas, tendo em conta seus interesses e necessidades pessoais e institucionais, a satisfação, o êxito profissional e a melhora da aprendizagem dos conteúdos matemáticos -, convertem-se em conhecimentos produzidos por eles desde suas próprias práticas.

Santos (2015) investigou como um grupo de professores que ensinam matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (AFEFs) analisam o papel da metacognição tendo como base o planejamento, a implementação, a avaliação e o replanejamento de tarefas de alta qualidade metacognitiva. Para isso, formou um grupo de estudos com quatro professores da Educação Básica da rede pública municipal de ensino da cidade de Amargosa, interior do estado da Bahia. A investigação de cunho qualitativo teve como pressupostos teóricos o Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS), a teoria da Metacognição e os estudos a respeito das Tarefas Matemáticas. A análise do memorial de campo, das gravações em áudio dos encontros do grupo, das produções escritas elaboradas pelos professores participantes da pesquisa, das observações de aulas, da entrevista semiestruturada e do questionário revelam que foi possível constatar a importância dos aspectos metacognitivos para a prática pedagógica em matemática, uma vez que tais aspectos oportunizaram a construção de um ambiente privilegiado para reflexão dos professores, os quais puderam ampliar a competência em análise didática, ao tornarem-se mais

conscientes dos conhecimentos que dominam e dos conhecimentos que não dominam, das estratégias adequadas ou inadequadas para apresentação de determinada tarefa em sala de aula, reconhecendo, assim, a influência que suas ações têm sobre os processos de ensino e de aprendizagem.

2.6.4 Outras investigações que se dotaram do uso dos critérios de idoneidade propostos pelo EOS

Visto o impacto do uso dos critérios propostos pelo EOS no âmbito da formação de professores de matemática, no contexto de diferentes universidades, nesta subseção, consideramos pertinente apresentar outras investigações que se dotaram dos critérios de idoneidade didática, de tal forma que o leitor possa compreender como o uso de tais critérios é válido em outros tipos de investigação. Dentre elas, destacamos: investigações que trabalharam ditos critérios na formação de futuros engenheiros, o caso do uso do critério epistêmico para avaliar o tema *derivada* no currículo mexicano e casos do desenvolvimento e avaliação de programas de formação.

2.6.4.1 O caso da formação de futuros engenheiros

O estudo realizado por Robles, Castillo e Font (2012) apresenta a descrição e a avaliação da implementação de uma sequência didática elaborada e aplicada, na modalidade *online*, para alunos do curso de Cálculo Diferencial e Integral do curso de engenharia da universidade de Sonora, no México. As atividades implementadas tinham como objetivo promover a construção do significado da função derivada, buscando constituir, a partir da noção de linearidade local, com ajuda de um software, uma primeira introdução a este objeto matemático. Para realização e avaliação das atividades, foram utilizadas as noções do EOS e para cada critério assumido (epistêmico, cognitivo, interacional, mediacional, emocional e ecológico), estudou-se aquilo que era esperado, a partir do desenho da sequência (*a priori*) e o observado como resultado da implementação (*a posteriori*).

Com este estudo, os autores concluíram que, a partir da avaliação a posteriori do processo de instrução investigado, evidenciaram-se os pontos fortes e as limitações associadas a distintos aspectos. Mesmo que as idoneidades epistêmica, cognitiva, ecológica e emocional se notam de maneira elevada, as idoneidades mediacional e emocional não resultaram tão bem

avaliadas como o esperado e, por esse feito, percebe-se a necessidade de fazer modificações e adaptações na sequência de forma que se desenvolva um planejamento mais refinado.

Já no trabalho realizado por Robles, Tellechea e Font (2014), apresenta-se, de forma detalhada, o desenho de uma sequência didática de tarefas, na modalidade *online*, para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo para alunos das ciências exatas e engenharias, de tal forma que, nessas atividades, estejam contemplados a complexidade e a articulação dos objetos matemáticos associados (variação, acumulação, derivada, integral, função e limite) e que, do ponto de vista da aprendizagem, se promova a aproximação intuitiva, a conjectura e o descobrimento do teorema. Para o planejamento das tarefas, os autores tomaram em conta os critérios de idoneidade (epistêmico, cognitivo, interacional, mediacional, emocional e ecológico) propostos pelo EOS. Concluem que a proposta desenhada contribui para a promoção da compreensão do teorema Fundamental do Cálculo, pois permite uma melhor articulação intramatemática e, ao mesmo tempo, contempla uma riqueza de processos matemáticos.

2.6.4.2 O caso do uso critério epistêmico para avaliar um tema matemático no currículo

Pino-fan *et. al.* (2013) utilizou algumas ferramentas teóricas propostas pelo EOS e apresentaram um estudo que foca em uma síntese da reconstrução do significado global da derivada e o significado pretendido (significado curricular) de dito tema no currículo de Bacharelado, via análise dos Planos de Estudo e dos livros didáticos. A comparação de ambos os significados (global e curricular) permitiu avaliar a idoneidade epistêmica do significado curricular. Os autores concluíram que existem alguns vieses nos significados curriculares da derivada, privilegiados pelo próprio currículo, que poderiam ser evitados para melhorar o ensino da derivada nos cursos de Bacharelado.

2.6.4.3 Os casos do desenvolvimento e avaliação de programas de formação

Na investigação realizada por Godino *et. al.* (2013), que tem o intuito de colocar como problemática o desenvolvimento e a avaliação dos programas de formação de professores de matemática, procura identificar os componentes e indicadores didaticamente adequados para os processos de formação de professores de matemática. Consequentemente, propõem um modelo para o conhecimento didático-matemático e critérios de seu desenvolvimento (critérios de idoneidade propostos pelo Enfoque Ontossemiótico) em futuros professores do

Ensino Fundamental de uma universidade chilena. O objetivo foi "pôr a prova" a validade dos indicadores, além de exemplificar o uso, por meio da análise de um desenho curricular. Dessa forma, mostra que, na verdade, trata-se de uma família de instrumentos que sintetizam, em cada caso, os princípios didático-matemáticos para o ensino e aprendizagem de conteúdos específicos em níveis e circunstâncias determinadas, e que o domínio deles pelos professores, mediante processos formativos adequados, permite o desenvolvimento e a adaptação das orientações curriculares correspondentes. Os autores ilustram o uso de tais critérios no desenho formativo de dita universidade, identificando alguns pontos críticos nos quais poderiam haver processos de melhora.

O trabalho realizado por Larios e Font (2014), no intuito de mostrar a relação entre a investigação sobre a prática docente e a formação de futuros docentes, expõe o desenvolvimento dos programas de formação docente na Universidade Autônoma de Querétaro, enfatizando a necessidade de transformar os programas de capacitação para programas de formação profissional. Para eles, uma proposta de perfil docente baseada no enfoque de competências reclama um tipo de formação que reconheça diversos aspectos (matemáticos, educativos, sociais, epistemológicos e semióticos) que se relacionem de maneira sistemática. Essas propostas de formação se baseiam na ideia de que as características de um professor de Matemática se desenvolvem no âmbito das competências profissionais que este deve ter, tanto as genéricas (cidadania, comunicação, aprender a aprender, digital), quanto as específicas da profissão (do conteúdo, sua epistemologia, contextualização, valor interdisciplinar, conhecimento e desenvolvimento dos alunos, elementos socioculturais, análise de normas, conteúdos e sequências, planejamento e avaliação). Neste aspecto, baseiam-se nos critérios de idoneidade propostos pelo EOS. Os autores concluem que ainda persiste o desafio de desenvolver processos e instrumentos de avaliação que permitam determinar, com certo grau de confiança, as competências e os níveis de desenvolvimento que os professores possuem, para daí propor recomendações particulares e instrumentar processos específicos de melhora.

Castro (2007) mostra como utilizar os critérios propostos pelo EOS para elaborar uma proposta de avaliação de métodos, em particular, o método *Kumon*, para o ensino e aprendizagem de matemática voltada à Educação Infantil. O autor conclui que o uso dos critérios de idoneidade serve como ferramenta para orientar os profissionais sobre o uso adequado de um determinado método, visto que conhecer as possibilidades e as carências de tal método pode servir de ajuda para complementar o que é necessário realizar a fim de que se promova, na Educação Infantil, a aprendizagem adequada da matemática.

Neste capítulo, apresentamos os seguintes itens: uma discussão sobre a investigação a respeito da eficácia dos programas de desenvolvimento docente, a qual tem se interessado pelas características que devem possuir estes programas para contribuir com "a melhora do ensino" de matemática; abordamos a problemática do que se deve entender por melhora do ensino de matemática e revisamos as principais tendências que atualmente apresentam-se como guia para implementar processos de ensino de matemática de qualidade; fizemos uma reflexão sobre o caso de que, mais além de incorporar algumas destas tendências, na Educação Matemática, não há um consenso sobre a noção de "qualidade" e, em particular, não há consenso sobre os "métodos para a avaliação e melhora dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática". Então, apresentando de forma mais detalhada, a perspectiva positivista e a consensual sobre como avaliar a qualidade dos processos de instrução matemática, justificando a nossa opção pela última; abordamos a problemática do uso dos critérios para avaliar e justificar a melhora dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, como uma parte da análise em didática que os professores deveriam realizar; revisamos diversos autores e enfoques - entre eles, o Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) - que tem investigado sobre a forma em que o conhecimento dos professores se faz evidente na justificativa que dão sobre a qualidade de suas propostas didáticas; justificamos a nossa opção por utilizar os critérios de idoneidade didática e os descritores que os fazem operativos. Além disso, abordamos uma revisão da literatura, na qual apresentamos algumas investigações que se utilizaram destes critérios, especialmente na formação de professores de matemática no contexto de diferentes níveis de distintas universidades de vários países.

No próximo capítulo, apresentamos um estudo sobre as diretrizes que compõem os mestrados profissionais no Brasil, em especial os mestrados profissionais em ensino, além de detalhar os objetivos, as características, o funcionamento e as avaliações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

*Capítulo III. Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional: das características do programa às
atuais avaliações e investigações*

Neste capítulo, apresentamos um estudo sobre o surgimento e a legalização dos mestrados profissionais postos em funcionamento no Brasil, em especial, algumas das características que devem apresentar os Mestrados Profissionais em Ensino. Mostramos também, de maneira detalhada, a origem, os objetivos e o funcionamento do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Finalizamos, apontando alguns resultados da avaliação externa deste programa, realizada pela CAPES, no ano de 2013, e alguns trabalhos que, atualmente, estão sendo desenvolvidos no intuito de investigar aspectos relacionados a este programa de formação continuada de professores de matemática.

3.1 Dos mestrados profissionais e mestrados profissionais em ensino

No Brasil, a ideia de mestrado profissional teve início com a Resolução n.º 01/95 da CAPES, pois a qualificação dos profissionais no âmbito acadêmico-científico já não era mais suficiente para dar conta da formação de profissionais altamente qualificados para a atuação nos laboratórios industriais e nos institutos tecnológicos, visto o alto crescimento de produção técnico-industrial que se desenvolvia na época. Então, com a ideia de flexibilizar o modelo de pós-graduação *stricto sensu*, em nível de mestrado, no ano de 1995, abriu-se a possibilidade de desenvolvimento de cursos que formassem mestres, não para o desempenho de atividades em nível acadêmico, mas para o mercado de trabalho industrial e empresarial, com no aprofundamento do saber prático.

Nesse sentido, a Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior propõe o Mestrado Profissional (MP), como uma modalidade de Pós-Graduação *stricto sensu* voltada para a capacitação de profissionais, nas diversas áreas do conhecimento, mediante o estudo de técnicas, processos, ou temáticas que atendam a alguma demanda do mercado de trabalho dispondo, dentre os principais objetivos (BRASIL, 2009, Art. 4º):

- ✓ Capacitar profissionais qualificados para o exercício da prática profissional avançada e transformadora de procedimentos, visando atender demandas sociais, organizacionais ou profissionais e do mercado de trabalho;
- ✓ Transferir conhecimento para a sociedade, atendendo demandas específicas e de arranjos produtivos com vistas ao desenvolvimento nacional, regional ou local;
- ✓ Promover a articulação integrada da formação profissional com entidades demandantes de naturezas diversas, visando melhorar a eficácia e a eficiência das

organizações públicas e privadas por meio da solução de problemas e geração e aplicação de processos de inovação apropriados;

Visando atingir os objetivos descritos acima, de maneira concreta, as propostas de cursos que seguem tal modalidade devem apresentar uma estrutura curricular que enfatize a articulação entre conhecimento atualizado, domínio da metodologia pertinente e aplicação orientada para o campo de atuação profissional específico e, nesse aspecto, os produtos finais que devem ser realizados nesse âmbito podem ser apresentados em diferentes formatos, desde que contribuam de alguma maneira para o desenvolvimento profissional voltado ao mercado de trabalho. Os trabalhos podem ser apresentados sob a forma de:

Dissertação, revisão sistemática e aprofundada da literatura, artigo, patente, registros de propriedade intelectual, projetos técnicos, publicações tecnológicas; desenvolvimento de aplicativos, de materiais didáticos e instrucionais e de produtos, processos e técnicas; produção de programas de mídia, editoria, composições, concertos, relatórios finais de pesquisa, softwares, estudos de caso, relatório técnico com regras de sigilo, manual de operação técnica, protocolo experimental ou de aplicação em serviços, proposta de intervenção em procedimentos clínicos ou de serviço pertinente, projeto de aplicação ou adequação tecnológica, protótipos para desenvolvimento ou produção de instrumentos, equipamentos e kits, projetos de inovação tecnológica, produção artística; sem prejuízo de outros formatos, de acordo com a natureza da área e a finalidade do curso, desde que previamente propostos e aprovados pela CAPES, (BRASIL, 2009, art 7, parágrafo 3º).

Para o campo dos mestrados profissionais em ensino, Moreira (2004) levanta a discussão de que os mestrados acadêmicos atuais não atendem às necessidades emergentes da prática docente e, nesse sentido, defende a ideia da criação dos mestrados profissionais em ensino, visto que esse tipo de mestrado será proporcionado a professores em exercício, com um currículo que contemple sua área específica de conhecimento e sua formação didático-pedagógica. O referido autor aponta, também, as características que esses mestrados devem apresentar para que, efetivamente, contribuam para o desenvolvimento profissional do professor quanto a, (MOREIRA, 2004):

- ✓ *População alvo*: os participantes devem ser professores em exercício na Educação Básica (Ensino Fundamental e médio) ou do ensino superior que atuam nas licenciaturas ou em disciplinas básicas de outros cursos de graduação;
- ✓ *Natureza*: deve ter caráter de preparação profissional na área docente, focalizando o ensino, a aprendizagem, o currículo, a avaliação e o sistema escolar. Deverá, também, estar sempre voltado explicitamente para a evolução do sistema de ensino, seja pela ação direta em sala de aula, seja pela contribuição na solução de problemas dos sistemas educativos;

- ✓ *Especificidade e identidade*: deverá ser específico para cada área de conhecimento. Além disso, deverá ter identidade própria enquanto curso, podendo compor um programa de pós-graduação em ensino de determinada disciplina;
- ✓ *Currículo*: deverá contemplar, necessariamente, (i) formação (de 30% a 50% da carga horária total do curso) na área específica por meio de disciplinas, com ementas próprias, direcionadas ao ensino, enfatizando a conceituação, a fenomenologia e a transposição didática; (ii) formação didático-pedagógica relevante à especificidade da área, destacando visões contemporâneas de ensino, aprendizagem, currículo e avaliação, e uso de novas tecnologias; (iii) prática docente supervisionada, mesmo tendo-se em conta que o programa destina-se a docentes já em atuação na sala de aula; (iv) elaboração de um trabalho final de pesquisa profissional aplicada, descrevendo o desenvolvimento de processos ou produtos de natureza educacional, visando à melhoria do ensino na área específica, sugerindo-se fortemente que, em forma e conteúdo, este trabalho se constitua em material que possa ser utilizado por outros profissionais. Este trabalho será avaliado por uma banca examinadora na qual se recomenda a participação de um membro externo, (MOREIRA, 2004, p. 134);
- ✓ *Corpo docente e localização*: o corpo docente deverá ser constituído de doutores em ensino da área específica, doutores na área específica ou afins e doutores em Educação ou Psicologia da Educação ou áreas afins e profissionais de notórios saberes na área;
- ✓ *Duração e peculiaridades*: no mínimo dois anos (máximo três anos), preferencialmente, mantendo o docente na sala de aula. Para isso, podem-se oferecer disciplinas e atividades em horários vespertinos ou noturnos, concentradas em um ou dois dias semanais ou períodos intensivos em julho, janeiro e fevereiro, desde que não exclusivamente. Fica aberta a possibilidade de ensino à distância, desde que não exclusivamente, ou seja, essa possibilidade deverá, obrigatoriamente, contemplar períodos presenciais que correspondam a uma porção significativa da carga horária total do curso, (MOREIRA, 2004, p.135);
- ✓ *Condições gerais*: os professores mestrandos deverão ter alguma forma de apoio (redução de carga horária e/ ou bolsa, por exemplo) que viabilize sua participação. Em se tratando de bolsas, visto que o docente deverá permanecer em serviço, as mesmas deverão ter o caráter de ajuda de custo e equivaler a uma fração – um terço, por exemplo – do valor das bolsas de mestrado acadêmico que supõem dedicação exclusiva.

Nessa esteira, para um professor realizar um mestrado profissional em ensino, ele deve, preferencialmente, estar atuando em sala de aula, de modo que possa refletir sobre sua prática. Além disso, em um segundo momento, o professor, ao cursar este tipo de curso, tem a oportunidade de associar o conhecimento do conteúdo da sua disciplina com o conhecimento didático. Essa associação deve ser materializada na elaboração de um “produto final” que sirva como material de apoio para a melhoria do ensino na Educação Básica.

Para Garcia (2008), os cursos de mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática apresentam a característica de serem terminais, isto é, o trabalho tem início, meio e fim; visam à qualificação docente e são oferecidos a professores em exercício da profissão. Entretanto, a autora questiona: qual é a produção esperada pelo professor que frequenta o mestrado profissional?

O trabalho de conclusão de curso, segundo Moreira e Nardi (2009), constitui-se em um relato de uma experiência e intervenção com uso de estratégias/metodologia de ensino ou produtos de natureza educacional, preferencialmente apresentando os resultados. Já o produto da dissertação pode ser, por exemplo: objetos de aprendizagem (Software, simulações, hipermídias, etc.); texto didático para alunos; texto de apoio aos professores; vídeos; equipamentos educacionais; unidades de ensino; experimentos de bancada; entre outros. O produto é a principal diferença entre os mestrados profissionais (MPs) e os Mestrados Acadêmicos (RIBEIRO, 2005; OSTERMANN e REZENDE, 2009). Segundo Moreira e Nardi (2009), o produto é produção técnica indispensável para a conclusão do mestrado profissional em ensino e deve ser um processo ou ferramenta de natureza educacional que possa ser disseminado, analisado e utilizado por outros professores.

Nesta seção, buscamos mostrar algumas normas que regem o mestrado profissional no Brasil, adentrando, de modo mais específico, nas características que devem apresentar os mestrados profissionais em ensino, especialmente as características implicadas para a realização do trabalho final de curso. Maiores detalhamentos sobre os mestrados profissionais em ensino podem ser consultados em Schäfer (2013). Na sequência, detalharemos aspectos relacionados ao Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT), mostrando suas características, funcionamento e, além disso, avaliações e atuais investigações que estão sendo realizadas.

3.2 Do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

Nesta subseção, detalhamos as características do programa em estudo, destacando os objetivos do programa, sua estrutura, seu funcionamento e o contexto deste programa no estado do Rio Grande do Sul. Além disso, apresentamos alguns resultados da avaliação externa realizada pela CAPES no ano de 2013 e algumas investigações que estão sendo desenvolvidas no intuito de estudar alguns aspectos referentes a este programa.

3.2.1 *Dos objetivos, estrutura e funcionamento do curso*

Na tentativa de capacitar professores de matemática em exercício e de atender a meta dezesseis disposta na lei 13.005/2014 referente ao Plano Nacional de Educação (PNE), de formar cinquenta por cento dos professores da Educação Básica em nível de pós-graduação até o ano de 2020, (BRASIL, 2014), iniciou-se, em 2010, por meio da recomendação do Conselho Técnico-Científico da Educação Superior da Capes, o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), que se constitui como um curso de pós-graduação *strictusensu*, semipresencial, oferecido em todo território nacional brasileiro, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM).

O principal objetivo do projeto é atender professores de Matemática em exercício no ensino básico, especialmente na escola pública, que busquem aprimoramento em sua formação profissional, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo matemático relevante para sua atuação docente, visando dar ao aluno participante qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática (2013a), levando em conta a missão estatutária da SBM de "*Estimular a melhoria do ensino de matemática em todos os níveis*".

Uma das características do PROFMAT é a importância que este dá para formar os professores no conhecimento do conteúdo matemático, o qual se explicita claramente nos seus principais objetivos, (BRASIL, 2013a; 2013b):

1. Estimular a melhoria do ensino de Matemática em todos os níveis;
2. Qualificar professores de Matemática que atuam na Educação Básica em nível de pós-graduação *stricto sensu*, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo, oferecendo um curso de formação profissional que contemple as necessidades advindas do trabalho cotidiano no espaço da escola;
3. Incentivar uma postura crítica acerca das aulas de Matemática nos níveis do Ensino Fundamental e Médio, que enfatize o papel central do conhecimento de matemática frente às exigências da sociedade moderna;

4. Buscar a valorização profissional do professor por meio do aprimoramento de sua formação.

Este programa parte da constatação de que o professor de Matemática do ensino básico público possui formação deficiente, chegando à sala de aula despreparado e ignorando o conteúdo que deve ensinar. Nesse sentido, o programa visa promover no professor o conhecimento do conteúdo que ele vai ensinar, habilitando-o a empregar esses conhecimentos em situações da vida real, de maneira que possa mostrar aos alunos que a matemática é um instrumento para resolver problemas, elucidar situações e fornecer respostas.

Segundo informações de Lorenzoni (2015)¹², o PROFMAT foi criado em 2011 e hoje atende 27 unidades da Federação. A rede compreende 66 instituições de educação superior públicas e uma confessional, que ministram o curso em 84 polos da Universidade Aberta do Brasil (UAB). É um mestrado profissional semipresencial, que destina 80% das vagas a professores que lecionam matemática nas redes públicas da Educação Básica (Fundamental I, II e Ensino Médio). De 2011 a 2014, ingressaram no mestrado 7.411 professores, dos quais 1.426 já concluíram a formação. Outros 2.880 continuam estudando. Em fevereiro de 2015, uma nova turma, de 1.575 educadores, selecionados em 2014, iniciou o curso. Além destas informações, o mentor e coordenador do programa explica que a evasão do curso é baixa — cerca de 10% —, e que a maior perda de alunos ocorre no exame de qualificação (prova nacional escrita composta por oito questões, na qual, o mestrando tem a possibilidade de realizá-la duas vezes, dentro de um intervalo de quatro meses).

Na sequência, apresentamos de que forma o curso está organizado e como ele se põe em funcionamento. Dentre os principais elementos, destacamos como acontece o ingresso dos alunos, de que maneira se organiza a grade curricular e como deve ser realizado o trabalho de conclusão de curso.

Sobre o ingresso no curso

O candidato ingressa por intermédio de um exame nacional de acesso único, elaborado pela coordenação nacional e executado pelas Instituições associadas simultaneamente em todo o país. O exame de acesso é uma prova de matemática com 35 questões objetivas e três

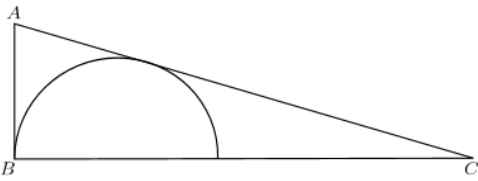
¹²Essas informações foram extraídas da página > <http://www.capes.gov.br/component/content/article?id=7304:mestrado-em-matematica-tem-nota-maxima-em-avaliacao-trienal> > Acesso em 03 de março de 2016.

discursivas em relação aos respectivos temas. Um exemplo de questão objetiva e discursiva, respectivamente, pode ser visualizada nas figuras 2 e 3:

- ✓ Construção de significados para os números;
- ✓ O conhecimento geométrico e a realidade;
- ✓ Grandezas e medidas e resolução de problemas do cotidiano;
- ✓ Variações de grandezas;
- ✓ Resolução de problemas algébricos;
- ✓ Organização de dados e tratamento da informação.

Figura 6 - Exemplo de questão objetiva proposta para o ingresso do PROFMAT.

O semicírculo da figura está inscrito no triângulo retângulo ABC de catetos $AB = 7$ e $BC = 24$.



O raio do semicírculo é igual a

(A) $2\sqrt{5}$	(B) 5
(C) $3\sqrt{3}$	(D) $\frac{21}{4}$
(E) $\frac{16}{3}$	

Fonte: prova objetiva de 2013.

Figura 7 - Exemplo de questão discursiva proposta para o ingresso no PROFMAT.

Decida se cada uma das duas afirmações seguintes é verdadeira ou falsa, justificando sua decisão.

(A) “ $|a - b| \leq ||a| - |b||$, para quaisquer números reais a e b ”.

(B) “ $|a + b| \leq |a| + |b|$, para quaisquer números reais a e b ”.

Fonte: prova discursiva de 2013.

A pontuação final do candidato é a soma da pontuação obtida na prova objetiva, composta de trinta e cinco questões, com a da prova discursiva, composta de três questões. Para cada questão correta da prova objetiva são computados dois pontos e para cada questão errada, não se computam pontos. Já, para as questões discursivas, a pontuação pode variar de

zero a dez em cada questão. O candidato é reprovado se zerar a prova discursiva ou se fizer menos de vinte pontos na prova objetiva.

Sobre as disciplinas ofertadas

O projeto pedagógico nacional do programa oferece atividades didáticas, presenciais ou à distância, organizadas em disciplinas obrigatórias, disciplinas eletivas e Trabalho de Conclusão de Curso. As disciplinas¹³ do PROFMAT, detalhadas no anexo I, são oferecidas em três períodos letivos: Semestre 1 (março-junho), Semestre 2 (agosto-novembro) e período de verão (janeiro-fevereiro), conforme quadro abaixo:

Quadro 10 - Disciplinas oferecidas no PROFMAT.

	Verão	1º Período	2º Período
1º Ano		MA11–Números, Conjuntos e Funções Elementares	MA13–Geometria I
		MA12–Matemática Discreta	MA14–Aritmética I
2º Ano	MA21–Resolução de Problemas	MA22–Fundamentos de Cálculo	MA23–Geometria Analítica
	MA3X–Eletiva I	MA3X–Eletiva II	MA3X–Eletiva III
3º Ano	MA24–Trabalho de Conclusão de Curso		

Fonte: (BRASIL, 2010).

Além disso, segundo as normas acadêmicas do PROFMAT¹⁴, o funcionamento das disciplinas pode ocorrer da seguinte forma: 1) as disciplinas realizadas no período regular têm duração de 12 (doze) semanais. As atividades presenciais de cada disciplina, assim como os horários e locais são definidos e divulgados pela Instituição associada, ocorrem em todas as semanas do período letivo, em todos os campi, com duração mínima de 3 (três) horas por semana, sendo que o discente deve dedicar, pelo menos, 6 (seis) horas por semana por

¹³ Além das disciplinas que já eram ofertadas, o catálogo de disciplinas publicado em 2016 acrescenta quatro novas matérias eletivas: MA 41 – Probabilidade e Estatística; MA 42 - Avaliação Educacional; MA 43 - Cálculo Numérico; MA 44 – Matemática e Atualidade. Pode-se acompanhar o número de disciplinas obrigatórias e eletivas e suas respectivas ementas por meio da página *web*: http://www.profmatsbm.org.br/images/pdf/PROFMAT_Catalogo_das_disciplinas_2016.pdf. Acesso em 06 de março de 2016.

¹⁴ As normas podem ser visualizadas, na íntegra, por meio da página: > <http://www.profmatsbm.org.br/funcionamento/normas>> Acesso em 03 de março de 2016.

disciplina para leitura dos textos, resolução das listas de exercícios e outras atividades; 2) as disciplinas em período de Verão (janeiro e/ou fevereiro) são ministradas em regime presencial, em todos os campi de atendimento nas respectivas instituições associadas. O calendário acadêmico deve ser definido por cada instituição, obedecendo às seguintes regras: as aulas se darão em três a quatro semanas, durante os meses de janeiro e/ou fevereiro e para cada disciplina, a carga horária mínima presencial será de 60 horas.

Além das disciplinas ofertadas, na metade o curso, o aluno deve prestar um exame de qualificação. Este exame é oferecido duas vezes ao ano sob forma de uma prova discursiva, composta de oito questões, que aborda conteúdo de matemática estudado nas disciplinas básicas do curso e, nesse sentido, o aluno está autorizado a prestar o exame desde que tenha sido aprovado em todas as disciplinas básicas. Além disso, cada discente dispõe de duas oportunidades para obter aprovação no exame de qualificação e só poderá ter aprovação no trabalho final, desde que tiver aprovação no referido exame. Na sequência segue exemplo de questão abordada no exame de qualificação.

Figura 8 - Exemplo de questão abordada no exame de qualificação.

Questão 7. (pontuação: 1,5)

Seja $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ e considere os conjuntos:

$$A = \{d \in \mathbb{N}; d|n\} \quad \text{e} \quad B = \left\{ \frac{n}{c}; c \in A \right\}.$$

Denotemos por $S(n)$ a soma dos divisores naturais de n e por $S^*(n)$ a soma dos seus inversos.

a) Mostre que $A = B$ e com isto conclua que

$$S^*(n) = \frac{S(n)}{n}.$$

b) Mostre que n é um número perfeito se, e somente se,

$$S^*(n) = 2.$$

Fonte: exame de qualificação de 2013.

Sobre o trabalho de conclusão de curso (TCC)

O Trabalho de Conclusão do Curso (TCC) deve ser inovador, desenvolvido de acordo com temas específicos do currículo de Matemática do Ensino Básico e que tenham impacto na prática didática em sala de aula. Cabe à Comissão Acadêmica Institucional, ou seja, à comissão de cada universidade que oferece o curso, a definição de avaliação do Trabalho de Conclusão do Curso. A composição da banca examinadora deve incluir pelo menos um membro externo à Instituição na qual o discente realizou o estudo (BRASIL, 2013a, 14).

Dentre as características que compõem a realização do TCC, encontra-se que este deve ser realizado no último período de verão (janeiro e fevereiro do terceiro ano); deve ser apresentado na forma de uma aula expositiva sobre o tema do projeto e de um trabalho escrito, com a opção de apresentação de produção técnica relativa ao tema.

Segundo o Banco Indutor¹⁵ do programa, o TCC deve se consistir, preferencialmente, de projeto com aplicação direta na sala de aula de Matemática na Educação Básica, contribuindo para o enriquecimento do ensino da disciplina. Também sugere duas modalidades de trabalho final: (1) elaboração de proposta de atividades educacionais e (2) aplicação de atividades em sala de aula e avaliação de resultados.

O contexto do programa no Rio Grande do Sul

No Rio Grande do sul, o Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional é ofertado pela Universidade Federal de Rio Grande (FURG), via Instituto de Matemática Estatística e Física, disponibilizando, atualmente, quatorze dissertações defendidas e publicadas. É ofertado, também, pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), por meio do Centro de Ciências Exatas. Esta aderiu à rede PROFMAT em 2011, e pôs-se em funcionamento após a autorização dada pela Resolução 027/2011. Quanto ao número de produção, esta universidade apresenta, atualmente, quinze dissertações defendidas e publicadas.

3.2.2 Da Avaliação externa e atuais investigações

No ano de 2013, realizou-se, pela CAPES¹⁶, a primeira avaliação externa do referido programa na ocasião do fechamento do primeiro triênio de seu funcionamento. Nesta avaliação, predominantemente quantitativa, avaliou-se a posição, tanto dos professores quanto dos alunos egressos do curso. Participaram da avaliação 1775 estudantes (professores em formação). A avaliação foi realizada por meio de questionário *online*, incluindo questões

¹⁵O Banco Indutor de trabalho de conclusão de curso é composto de dois ítems: um documento que orienta a confecção do trabalho final (anexo II) e uma plataforma onde estão anexados os trabalhos já realizados e publicados no PROFMAT em âmbito nacional. Disponível em: <http://www.profmatsbm.org.br/dissertacoes>. Acesso em nov. 2014.

¹⁶ Embora o PROFMAT seja um mestrado profissional voltado para a formação do professor de matemática, ele não está vinculado à antiga área 46 da CAPES (Ensino). O PROFMAT foi o primeiro mestrado profissional em rede implementado e avaliado pela CAPES.

fechadas (objetivas) e questões abertas que permitiram, além de avaliar do grau de satisfação dos estudantes, coletar sugestões para o aperfeiçoamento do programa (BRASIL, 2013a).

Aqui, vamos descrever a posição dos alunos egressos no PROFMAT, de forma a clarificar como os alunos do programa (professores em exercício) avaliam sua própria aprendizagem e seu desenvolvimento durante a realização do curso. Dentre todas as questões de cunho quantitativo realizadas pela CAPES, consideramos relevantes as que tratam de: dependência administrativa e número de escolas em que os alunos estão trabalhando; objetivos do curso; conteúdo do curso; aspectos didáticos do curso; expectativas de mudança na prática docente; trabalho de conclusão de curso. Os dois últimos aspectos são de extrema relevância para este trabalho investigativo.

Quanto à dependência administrativa, dos 1775 alunos respondentes, 81% atuam como professores na escola pública e 71% trabalham apenas em uma escola. Segundo a avaliação, quase 30% dos professores trabalham em mais de uma escola, fato que mostra a alta carga de trabalho, podendo dificultar o rendimento durante a realização do curso. Quanto à questão do alcance dos objetivos, a maioria dos alunos respondeu que os objetivos alcançados foram melhoria do ensino de Matemática na Educação Básica e melhoria na formação dos professores nesse nível de ensino. No aspecto relacionado ao conteúdo, 43% do total dos alunos questionados informaram que o conteúdo do PROFMAT está atendendo a 100% das necessidades da Educação Básica; 42% dos respondentes apontaram 75%; 12% deles responderam que atende em 50%; já 3% dos respondentes apontaram as proporções de atendimento mais baixas.

No âmbito dos aspectos didáticos, a alternativa referente a mostrar a aplicabilidade da Matemática teve 45% das respostas, seguida pela que apontava tornar a matemática mais interessante, com 40% dos participantes. Já aumentar o uso das novas tecnologias na Educação Básica obteve 37% das respostas. Duas observações importantes: a resposta menos frequente em ambas as categorias é melhorar a didática do professor na sala de aula, que obteve 32% dos apontamentos dos discentes, indicando uma menor preocupação do curso com a questão didática. Os alunos também apontaram algumas dificuldades em relação ao acesso e manipulação do material didático oferecido pelo curso.

Na visão dos alunos, a mudança na prática refere-se a que estes se tornem capazes de aplicar melhor o conteúdo, conforme apontou 80% dos discentes. Além disso, 57% dos egressos ressaltam a questão da interatividade com os alunos, 56%, a capacidade de fazer com que seus alunos tenham mais facilidade na aprendizagem e 53% apontam a capacidade de produzir conteúdo didático. Já 33% dos alunos afirmaram a importância da capacidade de dar

mais conteúdo (na prática os alunos conseguem ministrar mais conteúdo matemático em sala de aula do que ministravam antes de realizar o mestrado) e 49% apontou a importância da tecnologia. No que concerne à proporção de tempo para o trabalho de conclusão de curso, 70% dos alunos consideraram a proporção de tempo bastante pequena.

Qualitativamente, as perguntas abertas fornecidas aos alunos foram analisadas em duas planilhas e, por meio de técnicas estatísticas e de processamento, foram pré-selecionadas categorias que poderiam agrupar respostas similares. Nessa análise, contemplaram-se os seguintes aspectos: os principais objetivos do PROFMAT na visão dos alunos; pontos fracos e fortes do curso; e sugestões para aprimoramento do programa.

Na maioria das respostas fornecidas pelos alunos, os principais objetivos do programa são estes: qualificar, aprimorar, preparar, aperfeiçoar ou capacitar o professor de matemática e melhorar a qualidade do ensino de matemática. Quanto aos pontos fortes do curso, a maioria das respostas girou em torno do conteúdo trabalhado, disciplinas e grade curricular, com 629 respostas. Apenas 180 apontaram a qualificação do professor e a melhoria do ensino de matemática. No que tange os pontos fracos, a maioria das respostas foi a falta de tempo, seguido de problemas com os docentes e com a didática do curso. Como sugestão para melhora do programa, os alunos apontaram a disponibilização de mais material didático, inclusão de disciplinas e tempo mais amplo para realizar o TCC.

A partir desse levantamento, consideramos relevante apontar que, do ponto de vista dos alunos egressos do programa, os objetivos do curso que alcançados foram: a melhoria do ensino de Matemática na Educação Básica e a melhoria na formação dos professores nesse nível de ensino. Contudo, quando analisamos as respostas referentes às questões qualitativas realizadas na avaliação, percebemos que poucas respostas apontaram a qualificação do professor e a melhoria do ensino de matemática como pontos fortes do curso. O mesmo se passou com o conteúdo ministrado no programa. No primeiro questionário (quantitativo), quase metade dos alunos respondentes apontaram que o conteúdo atende a 100% das necessidades da Educação Básica. Quando comparamos esse resultado com a resposta qualitativa, percebemos que, como sugestão de melhora do programa, os alunos apontam a inclusão de disciplinas, disponibilização de mais material didático e tempo mais amplo para realizar o trabalho final. Esses apontamentos mostram, dessa forma, uma contradição quanto aos aspectos descritos neste parágrafo.

Algumas pesquisas ainda em andamento procuram problematizar alguns dos aspectos referentes ao programa PROFMAT, pois, embora o mestrado seja um mestrado profissional em matemática, tem como público alvo educadores matemáticos, ou seja, professores que

atuam nas mais diversas escolas da Educação Básica do país. Nesse sentido, Farias (2013) apresenta uma discussão, parte de uma pesquisa de doutorado em andamento, previamente intitulada *Formação continuada de professores de matemática: o caso dos egressos do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática (PROFMAT)*. Nessa pesquisa, o autor problematiza o seguinte questionamento: em que medida o PROFMAT é um programa que cumpre com o objetivo de formar professores do Ensino Básico para o exercício de sua profissão?

Para a continuidade do estudo, o autor descreve que serão analisados os documentos oficiais do programa bem como aqueles constituídos ao longo da pesquisa. Como ferramenta analítica, utilizar-se-á os conceitos desenvolvidos pelo sociólogo Pierre Bourdieu, principalmente em relação aos conceitos de campo e capital e estudos a respeito da formação continuada de professores. A análise buscará identificar elementos que caracterizam as relações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar nos seguintes aspectos: a idealização, a construção, a organização do programa, os objetivos propostos, a organização da grade curricular, o funcionamento do PROFMAT e a orientação para o Trabalho de Conclusão do Curso.

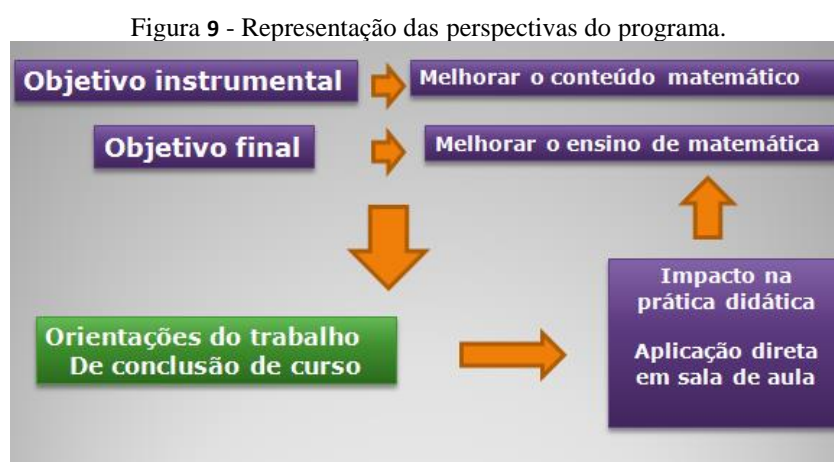
O trabalho realizado por Vicente (2013) parte de uma pesquisa de mestrado, teve como objetivo realizar uma análise crítica a respeito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, com base em uma pesquisa bibliográfica e documental em que, partindo das políticas brasileiras para educação dos anos 1990, mostra a institucionalização do conceito de desenvolvimento de competências e a utilização de mecanismos de formação massiva com otimização de custos, em cujas características, segundo o autor, se enquadra a descrição do PROFMAT.

O autor conclui que a mensuração da qualidade do ensino e do desempenho de alunos e docentes institucionaliza uma nova cultura na sociedade brasileira, a partir da educação e do trabalho. O que resulta na busca permanente por aperfeiçoamento e a conformação do indivíduo ao hábito de ser avaliado, inserindo o estudante e o trabalhador num universo competitivo em busca de qualificação e oportunidades. Nesse sentido, para o autor, as novas possibilidades na formação docente são alinhadas às necessidades do mercado, que demanda maior dinamismo e o ensino focado em aspectos práticos, com a internalização por parte do indivíduo do conceito de desenvolvimento de competências e a aceitação da meritocracia como norteadora do mundo do trabalho e dos estudos.

Neste capítulo, buscamos mostrar algumas normas que regem o mestrado profissional no Brasil, adentrando, de modo mais específico, nas características que devem apresentar os

mestrados profissionais em ensino, especialmente às características implicadas para a realização do trabalho final de curso. Detalhamos, também, aspectos relacionados ao Mestrado Profissional em Rede Nacional, mostrando seus objetivos, características e funcionamento, além de apresentar alguns resultados da avaliação externa realizada pela CAPES no ano de 2013 e as investigações que, atualmente, estão sendo realizadas.

As discussões apresentadas neste capítulo organizam, de alguma maneira, de que forma o programa pretende dar continuidade à formação do professor participante. A figura abaixo representa um entendimento, por nossa parte, de tal perspectiva.



Fonte: o autor.

Com o objetivo final de melhorar o ensino de matemática, o programa, além de disponibilizar, predominantemente, disciplinas de cunho matemático, orienta que os trabalhos finais, estes entendidos como a materialização das aprendizagens ocorridas durante a realização do curso, devam ser inovadores e que tenham, preferencialmente¹⁷, a aplicação direta em sala de aula, de modo que permitam causar impacto na prática didática. Partindo dessa ideia, nossa investigação apresenta o intuito de analisar de que forma os professores que realizam o programa PROFMAT concebem a melhoria do ensino de matemática e, para isso, vamos tomar como objeto de estudo os produtos finais realizados por eles, analisando, por meio de suas justificativas, quais os critérios por eles contemplados no âmbito de sua própria análise em didática e qual a profundidade em que cada critério é utilizado. No próximo capítulo, especificamos de que forma vamos trabalhar com as produções finais destes professores.

¹⁷ É importante ressaltar que, atualmente, não é obrigatória a aplicação das sequências didáticas em sala de aula.

Capítulo IV. Aspectos metodológicos: do pano de fundo pragmatista às ferramentas eleitas para dar nova forma aos dados

Neste capítulo, além de explicarmos a proveniência dos dados coletados, nos posicionamos em relação ao paradigma desta investigação, detalhando de que maneira vamos proceder na análise e interpretação dos dados selecionados para esta pesquisa. Sabemos que, no campo da Educação Matemática, a discussão sobre as vantagens e desvantagens das diversas perspectivas metodológicas não é algo novo. Nesse aspecto, clarear o tratamento da metodologia de pesquisa neste campo do conhecimento é um desafio frente toda a diversidade que existe.

Acreditamos que a escolha de uma determinada metodologia de pesquisa está diretamente relacionada com a perspectiva teórica adotada pelo pesquisador, que comumente é referida como paradigma de investigação. Na literatura sobre pesquisa multi-métodos, segundo Petrou (2007), existem diferentes posições em que os paradigmas de pesquisa arquitetam o seu próprio tipo de seu estudo. Nesse sentido, a teoria é um meio de fazer uma análise *a priori* dos aspectos inerentes a uma determinada situação, e ela permite fazer escolhas, de tal forma que estas escolhas sejam fundamentadas de maneira coerente.

A análise *a priori* formata, de alguma maneira, a visão da realidade a ser investigada e abre uma perspectiva particular sobre essa realidade, equipando o pesquisador com uma linguagem própria para formular suas questões, bem como orienta a coleta de dados e a análise deles. Portanto, a teoria adotada é um fator determinante do método de pesquisa a ser utilizado (HEJNY, 1999).

Consideramos, conforme Guba (1990), que a escolha de uma teoria posiciona, de alguma maneira, o paradigma de investigação adotado pelo pesquisador, em que este caracteriza-se de tal forma que se possa responder três questões fundamentais que priorizam os seguintes aspectos: i) ontológico, ii) epistemológico e iii) metodológico. Do ponto de vista ontológico, a pergunta que deveríamos nos implementar seria: qual a natureza da realidade? Do ponto de vista epistemológico, a questão está voltada para outra questão: qual a natureza da relação entre o sujeito investigador e àquilo que pode ser conhecido? Já no âmbito metodológico, teríamos a seguinte pergunta: de que forma o investigador pode chegar a uma resposta em relação àquilo que acredita que possa ser conhecido?

Nesse sentido, entendemos que escolher um paradigma de investigação trata-se de construir um quadro interpretativo de "uma visão de mundo que guia o investigador, não somente nas escolhas dos métodos, mas também, nas vias ontológica e epistemológica fundamentais" (GUBA e LINCON, 1994, p. 105, tradução nossa).

A partir desse princípio, dentre os diversos paradigmas de investigação disponíveis no mundo acadêmico (positivista, pós-positivista, crítico, construtivista, participativo, pós-estruturalista, entre outros), assumimos, para esta investigação, o paradigma conhecido como pragmatista. Embora este paradigma seja abordado por seus criadores Charles Sanders Peirce (1839-1914) - dividido em dois períodos, (NASCIMENTO, 2011) -; William James (1842-1910) e John Dewey (1859-1952) - este último apresentando múltiplas abordagens sobre o tema (SOUZA, 2010) -, vamos assumir, nesta tese, algumas características que guiam a pesquisa pragmatista segundo as orientações de Jhonson e Onwuegbuzie (2004), Creswell (2009) e Creswell (2013).

Creswell (2013) nos diz que em uma pesquisa pragmatista o que importa é o problema que está sendo estudado e as perguntas feitas sobre esse problema e, além disso, apresenta algumas ideias básicas que caracterizam esse tipo de pesquisa. Uma delas é a de que os pesquisadores têm uma certa liberdade de escolha sobre as técnicas e os procedimentos de pesquisa que melhor repondam aos seus objetivos, podendo dotarem-se de diversas abordagens para a coleta e análise dos dados; a outra é a de que os pesquisadores pragmatistas se voltam para “o quê?” e o “como?” da pesquisa, concordando que a pesquisa sempre ocorre em contextos sociais, históricos, políticos, institucionais, entre outros. Tais características formam o que Jhonson e Onwuegbuzie (2004) e Creswell (2009) chamam de tripé ontológico, epistemológico e metodológico do paradigma pragmatista:

- ✓ *Ontológico*: neste aspecto, o paradigma pragmatista rejeita o dualismo entre realismo e relativismo, assumindo uma posição moderada em relação aos mais diversos elementos do dualismo filosófico (racionalismo *versus* empirismo; subjetivismo *versus* objetivismo; aparência *versus* realidade, etc.). Reconhece a importância, tanto do mundo físico e natural, quanto do mundo social e psicológico (linguagem, cultura, instituição humana, pensamento subjetivo, etc.). A investigação pragmatista não se focaliza na "realidade" ou na "verdade", mas sim no "como funciona", nesse sentido, as ideias são provisórias e estão sujeitas a mudanças sob a luz de futuras investigações. Além disso, considera o humano como socialmente e historicamente construído, de tal forma que este conhece e controla o mundo, no mínimo, parcialmente.
- ✓ *Epistemológico*: neste aspecto, o conhecimento, além de ser considerado construído, é baseado na realidade do mundo que nós experimentamos e vivemos. Do ponto de vista investigativo, assume-se a ideia da estreita relação entre o objeto de estudo e o investigador. Nesse sentido, assume-se que os objetos podem estar assujeitados a múltiplas descrições ou interpretações. A pesquisa não está livre de valores pré-

determinados, que implica um processo de reflexão crítica sobre o tipo de conhecimento produzido na investigação e o modo em que este foi desenvolvido;

- ✓ *Metodológico*: o pesquisador pragmatista se focaliza na pergunta de pesquisa e escolhe o melhor método para respondê-la, podendo dotar-se de diferentes métodos, como quantitativo e qualitativo - conhecido como método de tipo misto, (JHONSON E ONWUEGBUZIE, 2004) -, ou com abordagens qualitativas múltiplas (CRESWELL, 2013, p. 38). Em outras palavras, o investigador escolhe os métodos, as técnicas e os procedimentos de investigação que melhor possam satisfazer às exigências e os escopos da sua pesquisa.

A decisão de escolha dos métodos ou procedimentos a serem utilizados e investigados estão estreitamente ligados à questão de pesquisa e esta está altamente conectada aos aspectos ontológico, epistemológico e metodológico do investigador, de tal forma que apresentam uma interação dinâmica com base nos estudos teóricos e nos fatores contextuais da pesquisa, conforme imagem abaixo.

Figura 10 - Processo de pesquisa qualitativa no âmbito pragmatista.



Fonte: o autor.

Partindo do ponto de vista pragmatista em que, ontologicamente, assumimos a posição do "como funciona" e de que o sujeito é um construto social e histórico; epistemologicamente assumimos que a pesquisa não está livre de valores pré-determinados, visto que o conhecimento está baseado na realidade do mundo que nós experimentamos e vivemos; e, metodologicamente, entendemos que os métodos, as técnicas e os procedimentos de investigação podem ser eleitos de tal forma que satisfaçam às exigências e os escopos da nossa investigação. Dessa forma, tentaremos buscar a compreensão da seguinte problemática:

de que maneira os professores que realizam o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional concebem a melhoria do ensino de matemática?

Embora autores como Jhonson e Onwuegbuzie (2004) apresentem a possibilidade de uma abordagem mista no campo da pesquisa pragmatista, nós optamos pela possibilidade apontada em Creswell (2013), com abordagem qualitativa, visto que estamos interessados em aprofundar a compreensão dos fenômenos a serem estudados a partir de uma análise rigorosa e criteriosa das informações, compreendendo e reconstruindo os conhecimentos existentes sobre os temas investigados (MORAES e GALIAZZI, 2007).

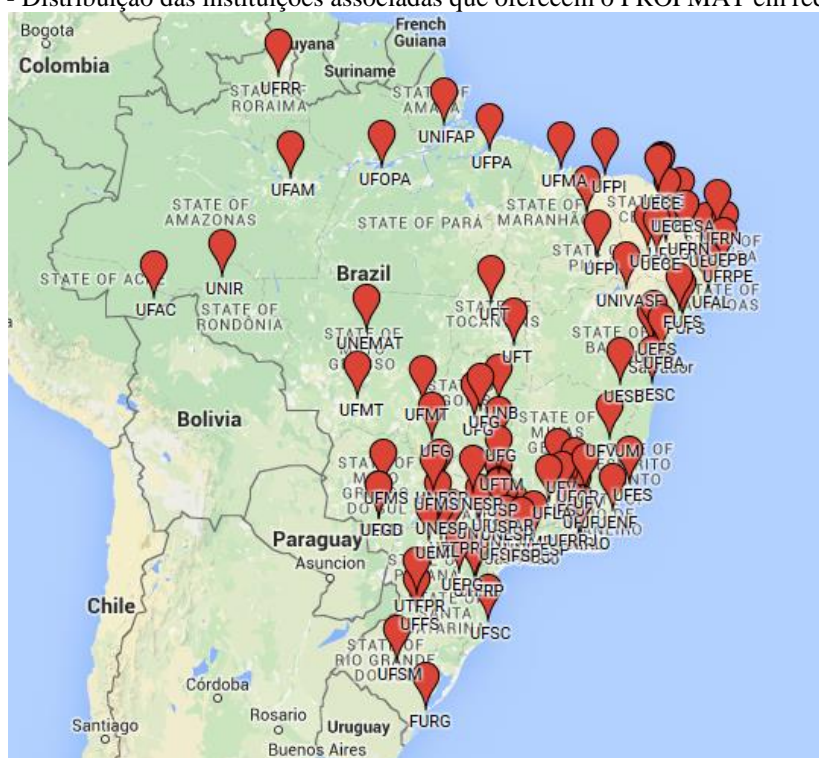
Sabemos que, para respondermos à questão proposta anteriormente, necessitamos esclarecer, em um primeiro momento, as justificativas que utilizamos para a coleta e seleção dos dados e, em um segundo momento, os procedimentos eleitos para a análise dos mesmos.

Coleta e seleção dos dados

Esta investigação trata de realizar um estudo de vinte e nove documentos (trabalhos de conclusão de curso), publicados pelas universidades do Rio Grande do Sul participantes do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, nos anos de 2013 e 2014. Influenciou na decisão quanto à quantidade determinada o fato de que os vinte e nove trabalhos significam toda a produção realizada e publicada no dito estado, até o momento.

A justificativa para a seleção do estado escolhido é a de que, primeiramente, observou-se a distribuição de universidades participantes do programa e verificou-se que, em treze estados, há a participação de apenas uma universidade, em quatro estados há a participação de duas universidades e, nos demais estados, há a participação de três ou mais universidades, conforme figura 12.

Figura 11 - Distribuição das instituições associadas que oferecem o PROFMAT em rede nacional.



Fonte: disponível em: <<https://www.google.com/maps/d/viewer?mid=zRSkrnejxlag.kPUDOO4kjGQA>>. Acesso em 14 de agosto de 2015.

Em um segundo momento, selecionou-se o estado do Rio Grande do Sul, pois - embora este estado participe do programa por meio de duas universidades distintas (Universidade Federal de Santa Maria e Universidade Federal de Rio Grande) -, as produções realizadas pelos alunos (TCC) apresentam certa regularidade em sua confecção - os trabalhos seguem o formato de uma dissertação de mestrado em que, em sua maioria, contempla-se uma proposta de sequência didática -. Ademais, o estado apresenta um número de produções razoável para que se possa realizar uma análise qualitativa abordando todas as produções já publicadas (2013-2014), além da facilidade de acesso aos documentos eleitos para a análise¹⁸.

Análise dos dados

Para respondermos à nossa pergunta de investigação, dado o *corpus* eleito para análise, entendemos que devemos perpassar por algumas etapas intermediárias, diretamente

¹⁸ Podem-se acompanhar as publicações dos trabalhos de conclusão realizados pelas Universidades Federais de Rio Grande (FURG) e Federal de Santa Maria (UFSC), por meio de das respectivas páginas: http://www.profmtat.furg.br/index.php/dissertacoes_defendidas.html e <http://coral.ufsm.br/profmtat/>. Último acesso em 13 de ago. de 2015.

vinculadas aos objetivos específicos, que tratam do seguinte: (i) classificar as propostas de inovação desenvolvidas nos trabalhos de conclusão de curso, (ii) identificar, em cada um deles, as fases contempladas no processo de instrução propostos; (iii) apresentar um mapeamento das características da análise em didática realizada nos trabalhos de conclusão de curso para justificar que a proposta apresentada representa uma melhoria no ensino de matemática, (iv) estudar a relação que há entre a realização das propostas que foram implementadas e o tipo de análise em didática realizada.

Nos itens descritos acima, inferem-se os valores de três aspectos qualitativos: tipos de inovação, processos de instrução e critérios de avaliação da idoneidade didática. O estudo qualitativo relacionado aos itens (i) e (ii) não está baseado em um construto teórico pré-estabelecido, mas sim, está focado na emergência sistemática dos dados, ou seja, as inovações e os processos de instrução emergiram da análise dos trabalhos de conclusão de curso. O procedimento que utilizamos para análise desse item foi o de que, para cada TCC, realizamos uma primeira leitura. Então, essa leitura nos possibilitou constituir um resumo de cada trabalho e classificar o tipo de inovação e os processos de instrução utilizados, organizando-os em um quadro¹⁹ de dupla entrada, relacionando duas categorias de classificação para os trabalhos finais de curso, inovação e processos de instrução.

Por outro lado, o estudo qualitativo referente ao item (iii) e (iv) está baseado, tanto no construto teórico pré-estabelecido (pois analiticamente serão usados critérios propostos por um determinado enfoque teórico), como na emergência dos dados, pois as justificativas dadas pelos autores e relação entre tais justificativas e a sequência didática apresentada emergem dos enunciados implicados em cada TCC.

Visto a posição pragmatista assumida neste trabalho, a qual enfatiza o valor do uso das ideias e das teorias produzidas pela comunidade de investigadores, para trabalharmos o mapeamento das características da análise em didática realizada nos trabalhos de conclusão de curso, em um primeiro momento, tomamos como base a dimensão ontológica do paradigma escolhido. Isso como forma de defender que as justificativas apresentadas nos TCC não estão relacionadas a uma verdade ou realidade, mas sim a como os enunciados e os discursos ali apresentados se põem em funcionamento, levando em conta que são constituídos institucionalmente, socialmente e historicamente. Já, em um segundo momento, reforçando a ideia pragmatista de que a pesquisa não está livre de valores pré-determinados e de teorias que iluminam os dados *a priori*, para compreendermos as características da análise didática

¹⁹Os quadros estão apresentados no capítulo V, numerados como quadros 11, 12 e 13.

realizada e a relação que há entre esta e as propostas que foram implementadas, contamos com o modelo de análise em didática de processos de instrução proposto pelo Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática²⁰ (GODINO, BATANERO e FONT (2007); FONT, PLANAS e GODINO, 2010; POCHULU e FONT, 2011; CONTRERASGARCÍA e FONT, 2012). Em particular, levamos em conta os critérios, os componentes e os descritores de avaliação didática (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico) propostos por este enfoque, especificado anteriormente na seção 2.4, detalhadamente nos quadros 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

A análise, segundo os critérios, dar-se-á em duas etapas: a primeira será por meio da construção de um quadro²¹, que resultará da análise de cada TCC para mensurar o nível em que cada critério é utilizado em cada trabalho. O nível de uso de cada critério em cada TCC foi definido por meio da metodologia de triangulação de especialistas do Enfoque Ontossemiótico, ou seja, a construção de tal quadro foi realizada mediante a implicação de investigadores do mesmo campo teórico a fim de trazer diferentes reflexões e pontos de vista durante a realização da análise dos TCC. Esse é o procedimento que Lincoln e Guba (1985) denominam de *Member Checking*. A escala dos níveis está explicada, mais adiante, capítulo V, seção 5.1.

Em uma segunda etapa, mostraremos, por extenso e com detalhe²², a análise de um TCC de cada célula pertencente ao quadro formado pelas categorias inovação *versus* processo de instrução, totalizando, então, 10 TCC. Por essa razão, desde o ponto de vista da extensão, embora na primeira etapa tenhamos analisado os vinte e nove TCC, entendemos que, por mostrarmos a análise detalhada de dez casos, assumimos nossa investigação como um estudo de caso múltiplo, o qual se caracteriza na escolha dos casos que sejam típicos ou representativos do fenômeno que se quer estudar (MILES e HUBERMAN, 1994).

²⁰ É importante ressaltar que o próprio Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) nasceu desde um paradigma pragmatista (explicado no capítulo II deste projeto). Isto é evidente quando Godino, Batanero e Font (2007) argumentam que a ideia de que o significado de um objeto matemático (média aritmética, por exemplo) nada mais é que um sistema de práticas que uma pessoa realiza (significado pessoal), ou um sistema de práticas compartilhado no seio de uma instituição (significado institucional) para resolver um tipo de situação-problema. Esse sistema de práticas está vinculado não a uma verdade ou realidade, mas sim, no como as coisas funcionam, ou seja, na ação. E este é o principal apontamento que caracteriza o EOS como um marco de cunho pragmatista.

²¹O quadro está presente no capítulo V, numerado como quadro 14.

²²É importante ressaltar que a descrição detalhada foi realizada em dez TCC - escolhidos por enfatizarem as categorias inovação *versus* processo de instrução - Tal análise apresenta-se na seção 5.2 do capítulo V desta tese.

Esclarecidas as escolhas metodológicas para este estudo, no próximo capítulo, apresentamos os resultados desta investigação, dentre eles a classificação dos vinte e nove trabalhos quanto ao tipo de inovação e os processos de instrução descritos, a justificativa dada pelos autores dos TCC para suas propostas de inovadoras, o nível do uso dos critérios de idoneidade utilizados em cada TCC e a análise descritiva de dez casos - guiada pelas pautas propostas nos critérios de idoneidade do Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS).

***Capítulo V. Os dados em movimento: da classificação
dos trabalhos de conclusão de curso ao detalhamento
da análise em didática de dez casos***

Depois de explicados, de maneira detalhada, os fundamentos teóricos e os processos metodológicos que orientam a tese que aqui se apresenta, neste capítulo, mostramos os resultados desta investigação - que tem como objetivo geral compreender, a partir do estudo dos TCC, o significado de melhoria do ensino de matemática atribuído pelos professores que cursaram o mestrado PROFMAT no Rio Grande do Sul.

Na tentativa de responder aos dois primeiros objetivos específicos desta tese, apresentamos a classificação dos vinte e nove trabalhos quanto ao tipo de inovação e quanto aos processos de instrução e, na tentativa de responder aos demais objetivos específicos, mostramos: 1) alguns enunciados descritos em tais trabalhos que, de alguma forma, servem para mostrar as justificativas dadas pelos autores para defender que as suas propostas são inovadoras e representam uma melhoria no ensino de matemática; 2) dada a classificação dos 29 trabalhos, analisamos o nível de uso dos critérios de idoneidade em cada um deles; 3) a análise descritiva e detalhada de dez casos - guiada pelas pautas propostas nos critérios de idoneidade do Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (FONT, PLANAS e GODINO, 2010; POCHULU e FONT, 2011; CONTRERAS, GARCÍA e FONT, 2012; BREDÁ, FONT e LIMA, 2015) - no intuito de buscar informações que permitam verificar em que medida e quais os tipos de critérios de idoneidade estão sendo contemplados na análise em didática de cada um dos 10 autores

5.1 Processos de instrução *versus* inovação: da classificação dos trabalhos finais de curso

Para realizarmos a primeira parte da análise, tomamos como objeto de estudo os vinte e nove documentos (trabalhos de conclusão de curso), publicados pelas universidades do Rio Grande do Sul (Universidade Federal de Rio Grande e Universidade Federal de Santa Maria) participantes do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, no período entre o primeiro semestre de 2013 e segundo semestre de 2014. O número de trabalhos foi definido na qualificação do projeto desta tese, pois, no naquele momento, era o número total disponível de todos os trabalhos realizados, defendidos e publicados pelas instituições supracitadas. Nesse sentido, embora tenham sido publicados outros trabalhos, limitamo-nos em analisar os que definimos como *corpus* na data²³ da qualificação do projeto desta tese.

Para cada TCC, realizamos uma primeira leitura, a qual nos possibilitou constituir um resumo de cada trabalho e classificar o tipo de inovação e os processos de instrução

²³O projeto que deu origem a esta tese foi aprovado dia 14 de setembro de 2015.

utilizados. Este primeiro estudo permitiu-nos estabelecer duas categorias de classificação para os trabalhos finais de curso: processos de instrução e inovação. Quanto ao primeiro aspecto, percebemos que, nos trabalhos finais, surgiram diferentes tipos de processo de instrução. São eles: planejamento; planejamento e implementação; e planejamento, implementação e redesenho. Além destes, surgiu a questão de que quatro²⁴ trabalhos de conclusão de curso não se enquadraram em nenhum nível dos processos de instrução, pois, conforme explicado no capítulo II (nota de rodapé número 06), alguns destes TCC não apresentam o planejamento de uma sequência de tarefas para ensinar um determinado tema que leve em conta um tempo determinado, um público a quem se destina e um detalhamento das atividades propostas.

Quanto ao segundo aspecto, relacionado com o tema inovação, classificamos que os trabalhos se apresentam como propostas inovadoras para o ensino de matemática, pois apresentam argumentos relacionados a: i) inovação matemática, entendida como a sugestão de trabalhar novos conteúdos de matemática (especialmente conteúdos de nível superior) na Educação Básica; a sugestão de trabalhar com atividades que desenvolvam aspectos intramatemáticos (por exemplo, no estudo da circunferência propor atividades que relacionem: geometria, álgebra, linguagem simbólica, gráfica, etc.); e a sugestão de trabalhar com atividades extramatemáticas (aplicação da matemática a contextos da vida real e às outras disciplinas); ii) inovação em recursos, estes entendidos como a sugestão de trabalhar atividades com diferentes materiais manipulativos ou com recursos informáticos (como questionários online, *softwares* de geometria dinâmica, planilha de cálculo, etc.); iii) inovação em propostas que buscam desenvolvimento da cidadania e do pensamento crítico. Na sequência, apresentamos a classificação dos trabalhos conforme os quadros 11, 12 e 13²⁵.

²⁴ Os quatro TCC que não apresentam processo de instrução foram organizados, pelos seus respectivos autores, de tal forma que tivessem como foco: abordagem de conteúdos de matemática de nível superior, abordagem de temas matemáticos por meio de da história da matemática e soluções alternativas para questões das Olimpíadas Brasileiras de Matemática.

²⁵Da classificação "inexistente" entende-se que não há nenhum TCC que contemple a categorização inovação *versus* processo de instrução.

Quadro 11. Quadro que relaciona processos de instrução *versus* inovação matemática.

Processo de instrução	Inovação Matemática: Introdução de conteúdos de matemática de nível superior na Educação Básica
<p>Não há processo de instrução (Não se apresenta uma proposta didática)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ O trabalho de Savóis (2014) <i>Método para resolver equações diofantinas com coeficientes no conjunto dos números racionais</i> apresenta uma proposta que pretende explicar aos professores alguns conceitos envolvidos no estudo das equações diofantinas, relações destas equações com conteúdos da Educação Básica, como a Progressão Aritmética e Função Afim, além de apresentar alguns exemplos contextualizados que podem ser resolvidos com tal conteúdo. O autor do TCC conclui que seu trabalho final pode auxiliar o professor de matemática em dois aspectos: a desenvolver um novo conteúdo na Educação Básica, relacionando-o com outros conteúdos e trabalhar este novo conteúdo na resolução de problemas contextualizados. ✓ No trabalho de Silva (2014), <i>Propostas para o ensino de números complexos no Ensino Médio</i>, apresentam-se cinco propostas alternativas de trabalho, direcionadas ao professor de matemática do terceiro ano do Ensino Médio, que têm por objetivo ampliar as formas de abordagem sobre os números complexos enfatizando sua representação geométrica e as conexões com a geometria analítica. No trabalho, a autora contempla uma abordagem histórica, a formalização de conceitos desde sua forma algébrica até as recorrências geométricas. Neste último, examina as operações de contração, rotação e dilatação no plano, além de exibir a demonstração do Teorema de Napoleão, utilizando o produto de números complexos. A autora do TCC conclui que cabe aos professores revelar e comentar aos alunos a versatilidade da representação geométrica do produto dos números complexos e suas correlações. ✓ Pinheiro (2013), em seu trabalho <i>Soluções não clássicas para problemas da OBMEP</i>, tem por objetivo apresentar soluções alternativas para quatro problemas da OBMEP no intuito de encorajar o professor do Ensino Médio a abordar e utilizar a ideia de recorrência como uma ferramenta na construção de modelos e soluções gerais para problemas matemáticos. Nesse sentido, em sua dissertação, apresenta um estudo sobre equações recursivas em diferentes áreas e um estudo sobre recorrências lineares de primeira e segunda ordem sob o ponto de vista de diferentes autores. O autor do TCC conclui que o estudo sobre recorrências de primeira e segunda ordem é indispensável ao currículo do Ensino Médio, e deve ser estimulado pelo professor, pois serve como uma oportunidade para os estudantes desenvolverem seu raciocínio, percebendo padrões, fazendo conjecturas e, com isso, aprendendo a organizar ideias e a construir modelos. ✓ D'Acampora (2014), em <i>Soluções dos três problemas clássicos da matemática grega por curvas mecânicas</i>, a partir de uma abordagem histórica, desenvolve uma discussão sobre a resolução de três problemas clássicos de geometria: a quadratura do círculo, a trisseção do ângulo e a duplicação do cubo. O autor propõe o trabalho a qualquer interessado em aprofundar este assunto e conclui que são importantes, tanto as construções geométricas, quanto às soluções dos problemas advindos destas e que uma forma de introduzir este tipo de problema no Ensino Básico, para explorar a ideia de áreas de polígonos e do círculo, além de números irracionais, pode ser utilizando a espiral de Arquimedes no problema da quadratura do círculo e, além disso, trabalhar as proporções

	e o volume por meio do problema de duplicação do cubo por meio da redução de Hipócrates.
Planejamento	<p>✓ O trabalho de Pinz (2013), intitulado <i>Dígitos Verificadores e Detecção de Erros</i>, trata de apresentar um estudo formal dos conceitos matemáticos que embasam os sistemas verificadores de dígitos, propondo uma sequência de quatro atividades que podem ser adaptadas e realizadas, segundo a autora, em qualquer nível da Educação Básica. O trabalho refere-se a uma proposta não implementada e apresenta como ideia de inovação, a introdução de novos conteúdos matemáticos na Educação Básica. No caso da pesquisa, a proposta gira em torno dos dígitos verificadores e detecção de erros por meio de seis atividades consideradas contextualizadas e motivadoras de forma a considerar a matemática como ciência do cotidiano. A autora do TCC conclui que, além da atividade proposta permitir fixar a teoria da divisibilidade, ela é um incentivo ao estudo dos professores. Ademais, conclui que se pode e se deve trabalhar com temas novos da Educação Básica, pois estes têm a capacidade de entusiasmar estudantes, despertá-los e ampliar seus conhecimentos.</p> <p>✓ O trabalho de Mohnsam (2014), intitulado <i>As contribuições de Arquimedes para o cálculo de áreas</i>, tem como proposta pedagógica introduzir os conceitos de área abaixo de curvas, conforme as contribuições de Arquimedes, por meio do uso do <i>GeoGebra</i> para alunos do Ensino Médio por meio da resolução de um problema. Nesse sentido, o trabalho tem como objetivo apresentar um estudo histórico sobre Arquimedes, apresentar a prova da quadratura da parábola por alavancas e exaustão, relacionar as ideias de Arquimedes com outros matemáticos e realizar estimativas de erros nos cálculos de área abaixo de curvas, mostrando numericamente que o aumento de retângulo melhora a aproximação da área. Conclui que as ideias de Arquimedes são intuitivas e, nesse sentido, podem ser usadas por estudantes do Ensino Médio para construir os conceitos de áreas mais gerais. Enfatizando, ainda, que o Software livre <i>Geogebra</i> é uma excelente ferramenta neste processo.</p>
Planejamento e implementação	<p>✓ O trabalho de Martins (2014), <i>Equações de Recorrência na Educação Básica</i>, aborda a introdução de um novo conteúdo de matemática discreta, equações de recorrência de primeira e segunda ordem homogêneas e não homogêneas de forma que sejam modeladas situações do cotidiano. A proposta, aplicada no oitavo e nono ano do Ensino Fundamental, implica uma série de 7 atividades que envolvem equações de recorrências lineares de primeira ordem e 3 de segunda ordem, todas com uso de planilhas eletrônicas a fim de desenvolver o raciocínio recursivo e obter uma noção de gráficos discretos. O autor conclui o TCC, afirmando que o raciocínio recursivo está presente no cotidiano e deve ser trabalhado para que as aulas sejam mais atrativas.</p> <p>✓ Gonçalves (2013) apresenta em seu trabalho final - <i>Uma Introdução à Geometria Projetiva para o Ensino Fundamental</i> -, uma proposta para introduzir o estudo da Geometria Descritiva/Projetiva no Ensino Fundamental. Para isso, apresenta uma discussão teórica sobre a Geometria Projetiva, desenha e aplica uma proposta didática composta por seis atividades em uma turma de nono ano do Ensino Fundamental. Com a realização do trabalho, o próprio autor considera que refinou o conceito de Geometria Projetiva por via do estudo da história da matemática e considera que os alunos foram mobilizados à aprendizagem da atividade proposta.</p>

<p>Planejamento e implementação</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Lopes (2014), em <i>Um relato sobre a introdução às somas de Riemann na Educação Básica</i>, apresenta em seu trabalho o desenho e a implementação de uma proposta didática para uma turma de alunos do terceiro ano do Ensino Médio no intuito de introduzir, intuitivamente, o cálculo integral por meio do estudo das áreas de figuras geométricas planas. Para isso, trabalha uma revisão sobre o conceito de área de quadriláteros e triângulos e em seguida introduz o cálculo de área de figuras planas com contornos curvilíneos pelos métodos de Arquimedes e <i>Riemann</i>. O autor, nas considerações finais, aponta que percebeu a falta de conhecimentos prévios, por parte dos alunos, quando trabalhou o método de Arquimedes. Além disso, embora os alunos tenham entendido o conceito do cálculo do limite implicitamente, tiveram dificuldades de formalizá-lo. Ademais, por falta de tempo, a aplicação do método de <i>Riemann</i> foi aplicado no cálculo de área descrito pelo gráfico de uma função quadrática. Para o autor, para o tipo de atividade que envolve a construção do conhecimento não se pode ter tempo limitado, pois o aluno deve ter o tempo necessário para assimilar a construção do seu conhecimento. ✓ A dissertação de Matos (2014), intitulada <i>Estudo das equações do terceiro grau no Ensino Médio a partir da Equação de Van Der Waals</i>, apresenta como objetivo verificar a viabilidade do estudo das equações cúbicas no Ensino Médio a partir de um problema motivador que problematizava encontrar o número aproximado de moléculas de ar atmosférico (gás real) contido em um pneu de carro em condições de rodagem. O processo de instrução implementado em um grupo de 13 alunos voluntários do segundo ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio foi baseada nas quatro etapas contempladas pela Engenharia Didática, Artigue (1996): na primeira, tomando em conta a dimensão cognitiva, foi elaborada uma lista de exercícios de sondagem baseada em conteúdos matemáticos necessários para o desenvolvimento da prática pedagógica, com objetivo de verificar deficiência dos alunos na aprendizagem. Na segunda fase, sobre a formulação de hipóteses, foram listados todos os conceitos necessários para o desenvolvimento da experiência. Dentre eles, o estudo da resolução da equação cúbica por radicais. Na terceira etapa, coletou-se dos dados no experimento, reescreveu-se a Equação de Van der Waals de modo a encontrar uma equação cúbica na incógnita e estudou-se a obtenção da fórmula resolutive da equação do terceiro grau por radicais. A última fase, da validação, consistiu, tanto na aplicação dos dados coletados experimentalmente na equação obtida na terceira etapa, quanto na criação de uma planilha eletrônica. O autor do TCC conclui que o questionário realizado na primeira fase indica que os alunos ainda apresentam déficit na aprendizagem de álgebra, geometria e aritmética. Na fase da experimentação, os alunos coletaram dados de forma motivada, além de compreenderem os procedimentos tomados para a construção da equação de Van der Waals na dedução da fórmula por radicais, mostrando compreensão, também, na aplicação desta fórmula. Os alunos apresentaram dificuldades em compreender os procedimentos tomados para determinar o número de mols, apresentando, de uma maneira geral, dificuldades no campo algébrico. O autor conclui que os alunos se mostraram motivados e interessados na realização das atividades propostas e sugere que atividades propostas sejam aplicadas na disciplina de Seminário Integrado vinculada ao Ensino Médio. ✓ Souza (2013), em <i>Uma proposta de abordagem ao problema de Flávio Josefo aplicado ao Ensino Médio</i>, apresenta o desenho e a implementação de uma sequência didática com um grupo de dez alunos do Ensino Médio com o objetivo de estudar e resolver o problema proposto pelo matemático Flávio Josefo, no ano de 1964, a partir do uso de relações de recorrência e do princípio de indução matemática. A sequência foi distribuída em um espaço temporal de nove encontros onde, no primeiro, apresentou-se o
--	---

problema a ser estudado e realizaram-se diversas atividades práticas no intuito de entender melhor o problema; do segundo ao oitavo, realizou-se o estudo dos conteúdos necessários para a resolução do problema de Flávio Josefo (Sequências, Progressão Aritmética, Progressão Geométrica, Relação de Recorrência e Indução Matemática). No nono encontro, apresentou-se a solução do problema do Josefo. Como aspectos finais, a autora aponta que o envolvimento e comprometimento dos alunos foram importantes para o sucesso da prática pedagógica e conteúdos como relações de recorrência e indução matemática, mesmo sendo mais abstratos, que são mais abstratos, podem também ser abordados no Ensino Médio desde que seja por meio de um problema motivador ou de um enfoque que auxilie a compreensão dos conceitos abordados.

- ✓ O trabalho de Molon (2013), *Cálculo no Ensino Médio: uma abordagem possível e necessária com o auxílio do software GeoGebra*, apresenta como objetivo principal verificar a possibilidade de inserir, no Ensino Médio, ideias intuitivas do Cálculo Diferencial e Integral. Para isso, aplica um roteiro de 24 atividades, com quatorze alunos voluntários que cursavam o primeiro ano do Ensino Médio, divididas em cinco encontros, nos quais, em um primeiro momento, antes do início das atividades, realizou-se um questionário inicial no intuito de verificar o perfil dos estudantes e suas relações com alguns conhecimentos relacionados à matemática, especialmente, ao estudo de funções. O primeiro encontro contemplou três atividades direcionadas à exploração e aprendizagem de funções por meio do uso do *GeoGebra*. No segundo encontro, foram contempladas atividades no intuito de revisar o estudo das funções e introduzir a ideia de limite de uma função. O terceiro abordou o conceito de reta tangente, taxa de variação instantânea a partir de exercícios de aplicação. No quarto encontro, abordou-se a revisão de áreas de figuras planas e introduziu-se o cálculo aproximado de áreas sob curvas. No quinto encontro, trabalhou-se com atividades complementares relacionadas ao cálculo do limite de funções quadráticas, aplicação dos conceitos de velocidade média e aproximação da velocidade instantânea, comportamento de gráficos e cálculo de áreas sob curvas por meio do uso do *GeoGebra*. A autora conclui que as atividades propostas podem ser inseridas dentro do desenvolvimento dos programas de ensino já existentes, visto que o problema da reta tangente e o problema do cálculo da área de regiões limitadas por curvas puderam ser trabalhados de maneira bastante intuitiva com o auxílio do *software GeoGebra*, assim como o entendimento e o trabalho com limites, por meio de processos infinitos de aproximação, aplicado ao estudo de funções pode facilitar o entendimento do comportamento do gráfico de cada tipo de função. Também enfatiza que o conceito intuitivo de derivada de uma função em um ponto por meio da construção e do entendimento do conceito de reta tangente ao gráfico de uma função, além da análise do coeficiente angular dessa reta, por meio de problemas motivadores como cálculo de velocidade média e instantânea, também foram assuntos entendidos pelos estudantes. Em função disso, afirma que atividades elaboradas com o objetivo de introduzir esses conceitos intuitivos no Ensino Médio podem ampliar o olhar do estudante no âmbito do estudo de funções.
- ✓ Souza (2014) apresenta, como objetivo para o trabalho intitulado *Estudo do produto matricial por meio do Método dos Mínimos Quadrados: uma abordagem destinada ao Ensino Médio*, mostrar uma real aplicação para o produto matricial via Método dos Mínimos Quadrados, por meio da utilização do *software GeoGebra*. Para isso, o autor desenvolveu e aplicou uma proposta didática com 28 alunos do terceiro ano do Ensino Médio do curso Técnico em Administração. A proposta iniciou com a escolha de um tema gerador (soja) e nos sete encontros foram contemplados respectivamente: uma revisão sobre estudo matricial e inclusão do método

	<p>para determinar matriz inversa; conversa informal sobre a existência do método e escolha do objeto de pesquisa, início da coleta de dados; solicitação de download do <i>software GeoGebra</i>; apresentação do Método dos Mínimos Quadrados; utilização do software para obtenção do polinômio; entrega do trabalho final. O autor conclui que o conhecimento prévio dos alunos sobre polinômios facilitou a realização da atividade proposta. Conclui, também, que os alunos se sentiram à vontade na utilização dos comandos e com todo o ambiente do <i>GeoGebra</i>. Além disso, afirma que, durante a atividade, houve interesse e dedicação por parte dos alunos e que, apesar das dificuldades encontradas, por exemplo, a falta de tempo e, por essas razões, percebe ser viável e possível a inserção do Método dos Mínimos Quadrados ao conteúdo de matrizes no Ensino Médio.</p>
Planejamento, implementação e redesenho	Inexistente.
Processo de instrução	Inovação Matemática: Estabelecimento de relações intramatemáticas
Não há processo de instrução (Não se apresenta uma proposta didática)	Inexistente.
Planejamento	<p>✓ O trabalho de Saadi (2013), referenciado como <i>Situações-problema no Ensino de Matemática Financeira</i>, propõe uma sequência de atividades para serem aplicadas no Ensino Médio. A inovação da proposta está voltada para introdução do conteúdo de Matemática Financeira no Ensino Médio, de forma contextualizada, e às articulações intramatemáticas que se podem ser realizadas, como, por exemplo, articular o conceito de porcentagem com o de funções lineares, o conceito de juros simples com o de progressão aritmética e funções afins. A sequência didática está proposta em cinco etapas, nas quais se apresenta situações-problemas contextualizadas de forma em que possam fazer articulações intramatemáticas. O autor do TCC conclui que o estudo possibilitou uma ampliação do seu campo de reflexão acerca dos conteúdos a serem ministrados, pois ligações entre conteúdos de Matemática Financeira com conteúdos da Matemática geral.</p> <p>✓ A dissertação de Conceição (2013), <i>Transformações no plano: uma aplicação do estudo de matrizes com o uso de planilhas eletrônicas</i>, apresenta uma proposta didática voltada para alunos do Ensino Médio em que apresenta uma conexão entre matrizes e as transformações no plano, no intuito de conectar álgebra e geometria com o auxílio da planilha eletrônica. O autor do TCC conclui que a proposta de atividade educacional possibilita ampliar o significado das operações com matrizes, proporcionando ao aluno uma interpretação geométrica para essas operações de forma a motivar os alunos ao estudo das transformações lineares, além de apresentar um programa computacional importante para o estudo e inserção no mundo laboral.</p>

<p>Planejamento e implementação</p>	<p>✓ Trabalho de Dierings (2014), denominado <i>Ensino de polinômios no Ensino Médio: uma nova abordagem</i>, apresenta uma proposta que aborda nove atividades para o ensino de polinômios no Ensino Médio, explorando a ideia de conexão com as funções polinomiais, o valor numérico dos polinômios, o método de <i>Briot-Ruffini</i> ou de <i>Horner</i> para localizar e determinar as raízes do polinômio com auxílio do software <i>GeoGebra</i>, além de introduzir o conceito de raízes complexas e racionais por meio da construção do gráfico do polinômio. A proposta foi aplicada, parcialmente, com uma turma de terceiro ano do Ensino Médio Técnico, de uma instituição pública, utilizando recursos de Informática. Com o auxílio do Excel e do <i>GeoGebra</i> os alunos desenvolveram oito atividades envolvendo o valor numérico do polinômio, construção gráfica, valor e localização das raízes, por meio do Teorema do valor intermediário e divisão de polinômios. O autor conclui que a proposta é viável e que os estudantes apresentaram um melhor entendimento dos teoremas e questões inerentes ao conteúdo em comparação a outros alunos que não tiveram o ensino com a mesma abordagem.</p>
<p>Planejamento, implementação e redesenho</p>	<p>Inexistente.</p>
<p>Processo de instrução</p>	<p>Inovação Matemática: Estabelecimento de relações extramatemáticas</p>
<p>Não há processo de instrução (Não se apresenta uma proposta didática)</p>	<p>Inexistente.</p>
<p>Planejamento</p>	<p>✓ Ehlert (2014), em <i>A matemática no pôquer: explorando problemas de probabilidade</i>, apresenta uma proposta pedagógica que implica na utilização do jogo de pôquer para motivar e desenvolver no estudante técnicas de análise combinatória e probabilidade no terceiro ano do Ensino Médio. Propõe uma sequência de seis grupos de atividades em que cada um apresenta situações-problema envolvendo um determinado momento do jogo de pôquer da modalidade Texas Hold'em, além de um material didático para facilitar a aplicação da proposta em sala de aula. Embora a proposta não tenha sido aplicada, o autor acredita que esta possa ter uma boa aceitação por parte dos alunos, visto que o jogo estimula o interesse em estudar matemática, promove a resolução de problemas, além de ser uma alternativa didática que substitui a tradicional.</p> <p>✓ O Trabalho de Oliveira (2013), intitulado <i>Modelagem Matemática no tratamento e na distribuição de água: propostas para o ensino de matemática</i>, tem por objetivo mostrar, por meio da modelagem matemática e do tema gerador tratamento e distribuição de água, algumas possibilidades de contextualização de conteúdos matemáticos presentes no Ensino Fundamental, Médio e Superior. As atividades dentro de cada nível foram pensadas e resolvidas, levando em conta as etapas da modelagem de Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação, propostas por Bassanezi (2011), além do desenvolvimento do modelo e discussão dos conteúdos matemáticos envolvidos. Para o autor, o tema abastecimento de água tem um grande potencial</p>

	<p>para o desenvolvimento do ensino da matemática por meio da modelagem, pois motiva os alunos, utilizando as atividades práticas, o que possibilita um trabalho cooperativo real, promovendo a interação, a visualização e a aplicabilidade da matemática.</p> <p>✓ O trabalho de Fortes (2014), denominado <i>Estudode estatística no Ensino Médio: uma proposta de ensino através da análise de dados sociais e ambientais</i>, apresenta uma proposta de atividades complementares para o ensino de Estatística no Ensino Médio, através de situações contextualizadas, como o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de algumas cidades gaúchas, o clima de algumas cidades brasileiras e a resolução de algumas questões presentes no Exame Nacional do Ensino Médio, de tal forma que, para a resolução das atividades, se aborde os tópicos de estatística presentes no currículo e o uso da planilha eletrônica. O autor afirma que os temas escolhidos para trabalhar conceitos de estatística e a forma como se resolvem, por meio de recursos tecnológicos, são importantes para a formação do aluno, pois além de motivá-los e despertar interesse, a compreensão dos fenômenos sociais e ambientais é indispensável a qualquer cidadão. Além disso, compreender a matemática envolvida desperta a vontade de aprender.</p>
<p>Planejamento e implementação</p>	<p>✓ O trabalho de Bartz (2014), <i>A matemática em atividades interdisciplinares: uma base para a estruturação dos seminários integrados</i>, implica em uma proposta de quatro atividades contextualizadas que relacionam matemática com outras disciplinas a fim de que se apresentem como uma proposta de intervenção social e promovam a inserção do jovem no mercado de trabalho. Além disso, o autor considera que a proposta sirva de base para a elaboração de atividades para a disciplina de Seminário Integrado presente no currículo do Ensino Médio no estado do Rio Grande do Sul. As atividades foram aplicadas em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, concluindo que a implementação de atividades contextualizadas e interdisciplinares desperta o interesse do aluno, por meio da prática de trabalhos em equipe e da exposição de ideias.</p> <p>✓ O trabalho de Abeeg (2014), intitulado <i>Função Linear por meio da Modelagem Matemática: um relato de caso nas séries finais do Ensino Fundamental</i>, apresenta, como objetivo, identificar de que forma a Modelagem Matemática, por meio de atividades envolvendo funções lineares, pode contribuir de modo que os estudantes atribuam significados no seu uso em situações contextualizadas. A ideia de proposta didática surgiu de uma atividade apresentada por Villarreal e Mina (2013) na VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. A sequência, dividida em três encontros presenciais, iniciou com um problema gerador. A partir dele, os alunos foram conduzidos ao processo de modelação. Além disso, o autor propõe uma proposta, sem aplicação, para trabalhar com o <i>GeoGebra</i>. Segundo o autor, a atividade desenvolvida propiciou aos alunos de 8º ano uma maneira lúdica, atrativa e prazerosa de aprender, contribuindo para a contextualização da matemática, atribuindo significados à ideia inicial de função linear. Além disso, os estudantes desenvolveram outras habilidades, tais como: fazer medições, registrar dados, gerar hipóteses e apresentar suas descobertas e conclusões aos pares, mostrando compreensão durante as atividades, bem como interesse em aprender mais a respeito do assunto abordado.</p> <p>✓ Rodrigues (2014) mostra uma proposta intitulada <i>Uma abordagem para o problema do mapa do tesouro aplicado ao ensino da geometria</i> em que tenta conectar a realidade com a geometria a partir de uma situação-problema contextualizada. A proposta</p>

	pedagógica constituída por quatro atividades foi aplicada com uma turma de dez alunos monitores que cursam as três séries do Ensino Médio em uma escola da rede privada de ensino. A ideia foi a de trabalhar com os alunos a resolução do problema de três maneiras distintas: a primeira por meio do uso do <i>GeoGebra</i> , a segunda por Geometria Analítica, utilizando Números Complexos. O autor conclui que as aulas em diferentes ambientes, o uso do computador, a interação entre os estudantes de diferentes séries, as discussões em torno das atividades criaram um envolvimento dos estudantes com o que estava sendo proposto. Além disso, a aprendizagem se tornou significativa, pois os alunos vivenciaram e experimentaram os conceitos trabalhados.
Planejamento, implementação e redesenho	Inexistente.

Fonte: o autor.

Quadro 12. Quadro que relaciona processos de instrução *versus* inovação em recursos.

Processo de instrução	Inovação em Recursos: Introdução de recursos informáticos
Não há processo de instrução (Não se apresenta uma proposta didática)	Inexistente
Planejamento	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Jung (2013) apresenta o trabalho <i>Questionário virtual para o ensino de probabilidade</i> em que o autor descreve que sua proposta voltada para alunos do Ensino Médio, baseada na concepção construtivista, pois incentiva o entendimento de probabilidade de maneira informal, por meio do uso de um questionário virtual, chamado também de jogo, para em seguida, inserir os conceitos tradicionais formais de <i>Laplace</i>. O autor conclui que a proposta apresentada é uma alternativa de estudo sobre a Probabilidade não contemplada nos livros didáticos e que estratégia do jogo motiva os alunos desencadeando o aprendizado com ênfase na resolução de problemas. ✓ O trabalho de Strasburg (2014), <i>Atividades de trigonometria para o Ensino Fundamental com o uso do software GeoGebra</i>, tem como objetivo apresentar uma proposta pedagógica utilizando o <i>GeoGebra</i> para o ensino de trigonometria no nono ano do Ensino Fundamental. A proposta está constituída em seis atividades que pretendem fazer com que o aluno conclua as relações trigonométricas por meio do estudo do círculo trigonométrico e funções trigonométricas. O autor conclui que as atividades propostas com uso do <i>GeoGebra</i> podem tornar as aulas mais atrativas e significativas. ✓ O trabalho de Rocha (2013), intitulado <i>A utilização de softwares no ensino de funções quadráticas</i>, tem como objetivo auxiliar o professor do

	<p>Ensino Médio, apresentando uma lista de material complementar composta de dez exercícios detalhados e, em sua maioria, contextualizados, que abordam o ensino de funções quadráticas no Ensino Médio por meio do uso de <i>softwares</i> como <i>Winplot</i> e <i>wxMáxima</i>. A autora conclui que este tipo de atividade possibilita aulas mais atrativas, significativas, além de promover a interação entre professor-aluno-<i>software</i>.</p> <p>✓ O trabalho de Magarinus (2013), intitulado <i>Uma proposta para o ensino de funções através da utilização de objetos de aprendizagem</i>, trata de apresentar um planejamento de quatro atividades sobre o estudo de funções quadráticas e afins, destinadas a alunos do 1º ano do Ensino Médio, nas quais, segundo a autora, apresentam como objetivo, tornar o ensino de funções mais significativo e compreensível aos alunos por meio da resolução de problemas e da utilização de tecnologias aliadas à contextualização e a interdisciplinaridade. Para resolução das atividades, foi proposta a utilização de câmera digital e dos programas <i>Tracker</i> e <i>GeoGebra</i>. As atividades, segundo a proposta, estão centralizadas em um problema inicial, sua representação por meio da produção de um vídeo e sua análise por meio da construção e estudo de gráficos. Para a autora do TCC, as questões vão delineando um caminho que leva, gradativamente, à formulação dos conceitos e definições e, nesse sentido, contribui efetivamente para a apropriação do saber matemático por parte dos alunos.</p>
Planejamento e implementação	Inexistente.
Planejamento, implementação e redesenho	<p>✓ O trabalho de Bastos (2014), intitulado <i>Estudo da Circunferência no Ensino Médio: Sugestões de Atividades com a Utilização do Software GeoGebra</i>, tem como objetivo apresentar uma proposta didática referente ao estudo da circunferência no terceiro ano do Ensino Médio. O processo de instrução realizado contempla o planejamento, implementação e redesenho. A proposta apresenta-se inovadora pela sua elaboração por meio do <i>Software Geogebra</i>, o qual, segundo a autora, 1) permite apresentar uma geometria dinâmica; 2) permite conectar Geometria com Álgebra; 3) promove a aprendizagem autônoma e construtivista e 4) permite a realização de investigação matemática e serve como uma ferramenta para verificar resultados. Através de um questionário prévio, a autora do TCC conclui que as dificuldades de aprendizagem em Geometria Analítica no Ensino Médio estão relacionadas às falhas na aprendizagem de geometria no Ensino Fundamental. Além disso, a atividade proposta auxiliou em alterar algumas concepções equivocadas que os alunos apresentavam a respeito da circunferência, obtendo um melhor rendimento quantitativo (nota) nas avaliações finais.</p>
Processo de instrução	Inovação em Recursos: Introdução de materiais visuais e manipulativos
Não há processo de instrução (Não se apresenta uma proposta didática)	Inexistente.
Planejamento	<p>✓ O trabalho de Martinatto (2013), denominado <i>Geometria Espacial no Ensino Médio: sugestões de atividades e avaliações para o conteúdo de Prismas e Pirâmides</i>, apresenta como objetivo uma sequência de onze atividades para desenvolver conteúdos de Geometria Espacial, particularmente prismas e pirâmides, com alunos do Ensino Médio, de modo a recapitular conceitos de Geometria Plana, utilizando diferentes materiais concretos e recurso tecnológico, priorizando a visualização dos sólidos no espaço, identificando as diferenças quanto ao formato e às</p>

	características de seus elementos sem o uso de memorização de fórmulas. Além disso, a autora do TCC propõe alternativas de avaliação da aprendizagem para tais atividades. Ela também conclui que, por meio das atividades propostas, é possível ensinar o conteúdo de forma prazerosa e atraente, auxiliando os alunos nas resoluções de problemas e os professores na preparação de suas aulas, propondo uma reflexão sobre a avaliação, de tal forma que esta priorize o raciocínio e não à memorização.
Planejamento e implementação	Inexistente.
Planejamento, implementação e redesenho	Inexistente.

Fonte: o autor.

Quadro 13. Quadro que relaciona processos de instrução *versus* inovação no desenvolvimento da cidadania e do pensamento crítico.

Processos de instrução	Inovação: Introdução da idéia de contexto para desenvolver a cidadania e o pensamento crítico
Não há processo de instrução (Não se apresenta uma proposta didática)	Inexistente.
Planejamento	✓ O trabalho de Reis (2013), <i>Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica</i> , apresenta como destaque uma proposta que tem como objetivo propor seis atividades de Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica, explorando as ideias de juros, taxas, aplicações e empréstimos, de tal forma que os alunos da Educação Básica aprendam a atuar no mundo em que se inserem, identificando, interpretando, avaliando e criticando a matemática. Além disso, a autora do TCC apresenta quatro exemplos relacionados com a Matemática Financeira, resolvidos por meio da planilha eletrônica Excel. Para a pesquisadora, a proposta apresentada aborda conteúdos de Matemática Financeira significativos aos alunos, visto que trabalha com temas e situações reais, do cotidiano do estudante, auxiliando-os nas suas futuras tomadas de decisão, fazendo com que eles compreendam seus papéis como consumidores, pesquisadores e, ainda, como futuros cidadãos ou profissionais da atual sociedade.
Planejamento e implementação	Inexistente.
Planejamento, implementação e redesenho	Inexistente.

Fonte: o autor.

Nos quadros 11, 12 e 13 apresentamos o resumo e número de trabalhos finais que se caracterizam em cada componente processo de instrução *versus* inovação. Cabe salientar que, no processo de classificação dos trabalhos quanto à inovação, percebemos que muitos deles, de maneira explícita ou implícita, abordam mais de um dos processos inovadores descritos nos quadros acima (por exemplo, alguns trabalhos apresentam a proposta didática de trabalhar com aspectos extramatemáticos e uso da tecnologia), o que dificultou o processo de classificação. Então, para resolvermos essa problemática, estudamos todos os trabalhos e buscamos, na justificativa dos autores, enunciados que indicassem, de alguma maneira, o pano de fundo "inovador" de seus trabalhos.

Quanto à inovação matemática, inferimos que treze trabalhos apresentam a implementação de novos conteúdos (introdução de conteúdos de matemática de nível superior na Educação Básica), dentre estes, dois apresentam apenas o planejamento da proposta, sete apresentam proposta de planejamento e implementação, nenhum apresenta redesenho e, não menos importante, concluímos que quatro TCC não apresentam processo de instrução, o que os descaracteriza das propostas de tal programa de mestrado, propostas estas disponibilizadas pelo banco indutor de trabalho de conclusão de curso do PROFMAT (explicadas no capítulo III desta tese). Em relação à inovação intramatemática, contabilizamos dois trabalhos que apresentam planejamento, um que apresenta planejamento e aplicação e nenhum que apresenta o redesenho. E, por fim, em relação à inovação extramatemática, percebemos que três deles focam apenas o planejamento, três, o planejamento e implementação e nenhum trabalho apresenta um redesenho da proposta.

Em relação à inovação em recursos informáticos, inferimos que quatro trabalhos apresentam apenas o planejamento, nenhum apresenta o planejamento e a aplicação e um trabalho apresenta planejamento, implementação e redesenho da proposta. Em relação à inovação na introdução de materiais visuais e manipulativos, encontramos apenas um trabalho relacionado ao planejamento de uma proposta sem aplicação. Para finalizar, quanto à inovação em relação ao desenvolvimento da cidadania e o pensamento crítico, encontramos um trabalho que apresenta planejamento como processo de instrução.

É importante salientar que as propostas de inovação destacadas pelos autores dos 29 TCC analisados se assemelham, de forma muito particular, a algumas tendências em Educação Matemática mencionadas na seção 2.2 deste trabalho. Em outras palavras, os autores dos TCC assumem que suas propostas são inovadoras por abordarem uma

sequência de tarefas focadas na utilização de recursos informáticos, contextualização, princípio da equidade, etc.

Concluimos, então, que, quanto ao processo de instrução, treze trabalhos de conclusão apresentam apenas o planejamento, onze apresentam planejamento e implementação da proposta, um apresenta planejamento, aplicação e redesenho e quatro não apresentam processo de instrução.

Uma vez classificados os vinte e nove trabalhos e respondidos os dois primeiros objetivos ((i), classificar a presença do tipo de inovação proposta nos trabalhos finais de mestrado; (ii) identificar as fases contempladas no processo de instrução propostos nos trabalhos finais), resulta relevante conhecer que tipo de argumento os autores dos TCC apresentam para justificar a inovação que eles propõem representa uma melhoria no ensino de matemática, o que nos leva ao terceiro objetivo desta investigação, (iii) mapear as características da análise em didática realizada nos trabalhos de conclusão de curso, para justificar que a proposta apresentada representa uma melhoria no ensino de matemática.

Para poder respondê-lo, a primeira análise consiste em olhar globalmente as justificativas que são dadas segundo o tipo de inovação proposto, o que nos leva a seis focos distintos, conforme a classificação realizada nos quadros 11, 12 e 13: (i) as justificativas dadas para a incorporação de conteúdos de matemática de nível superior na Educação Básica; (ii) as justificativas dadas para a seleção de atividades que desenvolvam processos intramatemáticos; (iii) argumentos relacionados com a eleição de atividades que promovam processos extramatemáticos; (iv) as justificativas dadas para a incorporação de recursos informáticos; (v) as justificativas dadas para a incorporação de recursos materiais manipulativos; (vi) as justificativas dadas para o planejamento de atividades que inferem o desenvolvimento da cidadania e do pensamento crítico. Vejamos:

5.1.1 As justificativas dadas à incorporação de conteúdos de matemática de nível superior na Educação Básica

Em relação à quantidade de trabalhos que incorporam a introdução de conteúdos matemáticos do ensino superior na Educação Básica em suas propostas de inovação didática, constatou-se que, dos 29 trabalhos publicados, 13 propõem dita incorporação (aproximadamente quarenta e cinco por cento dos TCC do estado do Rio Grande do Sul).

Em relação aos tipos de conteúdos que estão incluídos nestas propostas, encontram-se: i) conteúdos relacionados com Matemática Discreta - presentes em cinco trabalhos que abordam, respectivamente, o estudo das Equações Diofantinas Lineares, Recorrências Lineares, Indução Matemática e Congruências e Grupos -; ii) introdução de conteúdos relacionados com o Cálculo Diferencial e Integral - presentes em três TCC que abordam, respectivamente, o estudo da ideia de limites, cálculo de áreas abaixo de curvas, conceito intuitivo de derivada -; iii) conteúdos relacionados à Geometria - presentes em dois trabalhos que abordam, respectivamente, o tema do teorema de Napoleão para o ensino dos números complexos e a introdução à Geometria Projetiva; iv) um TCC que incorpora a equação de *VanDerWaals* para o ensino de equações cúbicas e (v). Por último, outro que incorpora o uso da ideia *do* Método de Mínimos Quadrados (MMQ) para o estudo do produto matricial.

Mesmo que, de alguma maneira, treze dos vinte e nove trabalhos finais de curso incorporem a introdução de novos conteúdos matemáticos em suas propostas, somente nove deles apresentam alguma das fases dos processos de instrução (planejamento, implementação e redesenho). A maioria (sete deles) contemplam o planejamento e a implementação, dois apresentam somente o planejamento e nenhum apresenta um redesenho da sequência didática.

Das nove obras que apresentam processo de instrução, conclui-se que os professores entendem a inovação do ensino de matemática em termos de uma troca de conteúdos matemáticos, que lhes permite ensinar uma *matemática de maior qualidade*, na qual a qualidade, na maioria dos casos, é entendida em termos da riqueza de processos "[...] no sentido de que a resolução de tarefas propostas leva à realização de processos relevantes durante a atividade matemática, como a argumentação, a resolução de problemas, a modelação e, em particular, o processo de conexão", (FONT, 2015, p. 45, tradução nossa).

Dois dos treze trabalhos apresentam o entendimento de que incorporar conteúdos de ensino superior na Educação Básica - especialmente conteúdos relacionados à Matemática Discreta e conteúdos recuperados de teoremas e procedimentos sugeridos pela história da matemática - melhora o ensino de matemática, pois amplia os conhecimentos dos alunos, auxilia na construção de conceitos e entusiasma os estudantes.

Mas também fortaleceu a convicção de que se pode e deve trabalhar com "temas novos", que estão ou não diretamente relacionados com os conteúdos

programáticos. Pois estes têm a capacidade de entusiasmar estudantes, despertá-los, ampliar seus conhecimentos. (PINZ, 2013, p. 44).

Como as ideias de Arquimedes são intuitivas, podemos inferir que podem ser usadas por estudantes que não viram cálculo integral na escola média, para construir os conceitos de áreas mais gerais. (MOHNSAM, 2014, p. 73).

Sete trabalhos consideram a melhoria do ensino de matemática por meio da incorporação de conteúdos matemáticos do ensino superior na Educação Básica – relacionados com recorrência, indução matemática, introdução ao cálculo diferencial e integral (dois), geometria projetiva, equações cúbicas e método de mínimos quadrados –, pois estes permitem, segundo os autores, de uma maneira geral: estabelecer processos relevantes como a modelação de situações extramatemáticas, ou seja, modelar matematicamente situações do cotidiano; a construção de conceitos e estabelecimento de relações intramatemáticas, ou seja, relacionar o conteúdo que está sendo ensinado (de nível superior) com conteúdos matemáticos habitualmente trabalhados na Educação Básica; a ampliação do olhar do estudante, de modo que a introdução de ideias intuitivas relacionadas a conteúdos do ensino superior facilite seus estudos posteriores (na universidade).

Neste trabalho mostramos o quanto o raciocínio recursivo está presente no nosso cotidiano e o quanto esse fato deve ser aproveitado em sala de aula, a fim de tornar as aulas mais atrativas. (MARTINS, 2014, p. 61).

[...] o recorte da Geometria Projetiva que dialoga com o Ensino Fundamental é justamente a fundamentação matemática das regras de desenho em perspectiva – campo que a Geometria Projetiva compartilha com a Geometria Descritiva [...] No contexto escolar, poderíamos retomar as discussões sobre Geometrias Não-Euclidianas, estabelecendo o comparativo do postulado das paralelas nas geometrias Euclidiana, Hiperbólica e Elíptica; da parte de traçados, poderíamos explorar as projeções ortogonais de poliedros mais complexos, corpos redondos e objetos cotidianos; na parte de transformações geométricas, poderíamos explorar o caráter projetivo das isometrias e homotetias. (GONÇALVES, 2013, p. 21 e 147).

O objetivo principal do presente trabalho era verificar a possibilidade de trazer ao Terceiro Ano do Ensino Médio o Método dos Mínimos Quadrados visto somente no Ensino Superior. A escolha deste tema se deu pela pouca ou quase nula aplicabilidade que é dada para o produto matricial no Ensino Médio (SOUZA, 2014, p. 68).

Atividades elaboradas com o objetivo de introduzir esses conceitos intuitivos (relacionados ao cálculo) no Ensino Médio podem ampliar o olhar do estudante, durante o estudo de funções, de modo que, com a introdução dessas ideias intuitivas, seus estudos posteriores sejam facilitados. (MOLON, 2013, p. 112).

[...] reforçamos a importância de assuntos como Relações de recorrência e Indução matemática no Ensino da Matemática, pois o primeiro está diretamente

ligado a informática e a assuntos já estudados como: PA e PG. E o segundo desenvolve a ideia de infinito, que é conceito um tanto árduo para os alunos compreenderem (SOUZA, 2013, p. 48).

[...] o Ensino de Matemática Avançada pode ser introduzido no Ensino Médio, com muitos benefícios ao aluno, tanto na construção geométrica quanto na aritmética. (LOPES, 2014, p. 104).

Globalmente, segundo os autores dos TCC mencionados nesta subseção, as justificativas dadas por eles para este tipo de inovação na Educação Básica referem-se à incorporação de conteúdos de nível superior, que permite: 1) novas maneiras de relacionar e abordar conteúdos matemáticos, 2) a realização de processos relevantes (por exemplo, a generalização, modelação de situações extramatemáticas, estabelecimento de relações intramatemáticas e significação), 3) aulas mais atrativas que despertam o interesse dos alunos.

5.1.2 As justificativas dadas ao estabelecimento de relações intramatemáticas

Dos vinte e nove trabalhos de conclusão de curso publicados, encontramos apenas três trabalhos que estão classificados nesta modalidade de inovação. Destes, dois trabalhos abordam somente a primeira fase do processo de instrução, ou seja, o planejamento e apenas um TCC contempla as fases do planejamento e implementação da proposta didática.

Dos TCC que apresentam somente a fase do planejamento, Saadi (2013), por meio do trabalho *Situações-problema no Ensino de Matemática Financeira* e Conceição (2013) e do TCC intitulado *Transformações no plano: uma aplicação do estudo de matrizes com o uso de planilhas eletrônica*, justificam que suas propostas de inovação em estabelecer relações intramatemáticas promovem uma melhoria do ensino de matemática, pois este tipo de abordagem favorece o estudo dos conteúdos matemáticos de forma articulada, possibilita ampliar o significado das operações realizadas em diferentes conteúdos matemáticos, promove diferentes interpretações nas mais diversas abordagens matemáticas e motiva os alunos para o estudo de dita disciplina.

[...] propõe-se a ideia de buscar, o tanto quanto possível, a articulação dos conteúdos de Matemática Financeira com alguns conteúdos que normalmente não são estudados neste contexto. Como exemplo, pode-se citar a articulação do conceito de porcentagem com o de funções lineares ou ainda juro simples vinculado com progressão aritmética e funções afins. (SAADI, 2013, p. 14).

Procuramos com esta proposta de atividade educacional ampliar o significado das operações com matrizes, proporcionando ao aluno uma interpretação geométrica para essas operações e com isso motivar os alunos ao estudo da matemática em especial às transformações lineares. (CONCEIÇÃO, 2013, p. 58).

Já Dierings (2014), por meio do trabalho intitulado *Ensino de polinômios no Ensino Médio: uma nova abordagem* justifica que sua proposta inovadora promove uma melhoria no ensino de matemática, pois esse tipo de abordagem - que busca estabelecer conexões entre diferentes conteúdos de matemática - fomenta que os alunos realizem processos matemáticos relevantes, em especial, o processo intuitivo, argumentativo e investigativo, além de promover um maior estímulo ao aluno para a realização das atividades.

O presente trabalho de dissertação tem como objetivo propor uma nova forma de abordagem no ensino de polinômios. Como este assunto é trabalhado no último ano do Ensino Médio, oferecemos uma proposta focada no Ensino Superior, porém de uma forma investigativa e intuitiva sem deixar de dar ênfase às definições e teoremas (DIERINGS, 2014, p.09).

Notamos que vários alunos perceberam a continuidade da função, mesmo que intuitivamente, e com isso deduziram que se temos um determinado $P(a)$ negativo e na sequência um $P(b)$ positivo então existe um valor de c , sendo $a < c < b$, tal que $P(c) = 0$. Nesse momento apresentamos a eles o Teorema do Valor Intermediário. Mesmo sem fazer a demonstração o mesmo foi compreendido e assimilado. (DIERINGS, 2014, p.49).

Cabe salientar que os alunos mostraram mais interesse no estudo do conteúdo em questão. O fato de estarem participando de uma nova proposta de ensino foi assimilado de forma positiva. (DIERINGS, 2014, p. 66).

Sinteticamente, os argumentos dados pelos professores para justificar que incorporar atividades que visam ao estabelecimento de relações intramatemáticas favorece a melhoria do ensino de matemática são os de que este tipo de relação, além de motivar os alunos, faz com que eles realizem processos matemáticos relevantes para sua formação - como a intuição, a argumentação e a investigação. Assim, ampliando o significado dos diferentes conteúdos e a possibilidade de interpretação dos resultados dentro dos diferentes pontos de vista da matemática.

5.1.3 As justificativas dadas ao estabelecimento de relações extramatemáticas

Dos vinte e nove Trabalhos de Conclusão de Curso publicados, encontramos seis trabalhos que estão classificados nesta modalidade de inovação. Destes, três trabalhos

abordam a primeira fase do processo de instrução, ou seja, o planejamento, e três TCC contemplam as fases do planejamento e implementação da proposta didática.

Dos TCC que apresentam somente a fase do planejamento, destacamos Ehlert (2014), com o trabalho *A matemática no pôquer: explorando problemas de probabilidade*, Oliveira (2013), por meio do TCC intitulado *Modelagem Matemática no tratamento e na distribuição de água: propostas para o ensino de matemática* e Fortes (2014), que apresentou o trabalho *Estudo de estatística no Ensino Médio: uma proposta de ensino através da análise de dados sociais e ambientais*. Esses autores justificam que suas propostas de inovação em estabelecer relações extramatemáticas promovem uma melhoria do ensino de matemática, pois este tipo de abordagem estimula o interesse em estudar matemática por meio das atividades práticas, promove a resolução de problemas e se apresenta como uma alternativa didática que substitui a tradicional. Além disso, possibilita um trabalho cooperativo real, promove a interação, a visualização, a aplicabilidade da matemática e a compreensão de fenômenos sociais e ambientais.

[...] pensamos que a nossa busca por alternativas didáticas que substituam metodologias tradicionais e desestimulantes por um estudo mais atraente, que desafie os educandos por meio de da resolução de problemas, são indícios de que estamos conduzindo a matemática na direção de um ensino mais significativo e eficiente. (EHLERT, 2014, p. 60).

Trabalhar com modelagem é uma estratégia que pode ser motivadora para a compreensão de conceitos matemáticos, pois proporciona a visualização e aplicação dos mesmos pelos alunos. (OLIVEIRA, 2013, p. 132).

Justifica-se essa escolha pelo fato de esses assuntos possuírem grande importância para a formação do aluno, pois a compreensão dos fenômenos sociais e ambientais é indispensável a qualquer cidadão; e compreender a Matemática envolvida nesses fenômenos desperta a vontade de aprender (FORTES, 2014, p. 87).

Já Bartz (2014), em *A matemática em atividades interdisciplinares: uma base para a estruturação dos seminários integrados*, Abeeg (2014), com o TCC *Função Linear por meio da Modelagem Matemática: um relato de caso nas séries finais do Ensino Fundamental* e Rodrigues (2014), por meio do trabalho intitulado *Uma abordagem para o problema do mapa do tesouro aplicado ao ensino da geometria* justificam que suas propostas inovadoras promovem uma melhoria no ensino de matemática, pois esse tipo de abordagem - que busca estabelecer conexões entre a matemática e situações advindas da realidade - desperta o interesse do aluno, estimula a prática de trabalhos em equipe e a exposição de ideias. Além disso, gera processos relevantes com fazer medições, registrar dados, criar hipóteses e comunicar descobertas e conclusões, demonstrando compreensão

durante as atividades. Enfim, estabelecer conexões extramatemáticas em sala de aula gera aprendizagens significativas, pois os alunos vivenciam e experimentam conceitos trabalhados em aula.

[...] atividades contextualizadas e interdisciplinares mostrou-se muito eficiente no que diz respeito a despertar o interesse do aluno, à prática de trabalhos em equipe e a exposição de ideias para convencer colegas sobre determinados pontos de vista, o que até então não era muito comum nas aulas de Matemática. (BARTZ, 2014, p. 76).

O cenário permitiu aos estudantes desenvolverem outras habilidades com a atividade de experimentação, tais como: fazer medições, registrar dados, gerar hipóteses e apresentar suas descobertas e conclusões aos pares. (ABEGG, 2014, p. 57).

Na atividade, percebemos que os estudantes sentiram-se desafiados. A vontade de descobrir o local exato do tesouro fez com que os conhecimentos matemáticos fossem importantes para eles naquele momento. Sendo assim, passou a fazer sentido ter ciência de conceitos outrora puramente abstratos como, por exemplo, perpendicularidade e ponto médio. Experimentar os conceitos e, de certa forma, vivenciá-los, tornou o conhecimento significativo, como percebemos nesse momento do trabalho. A motivação (a localização do tesouro) gerou no estudante o principal elemento para o aprendizado: a vontade de aprender. (RODRIGUES, 2014, p. 55).

Em suma, os argumentos dados pelos professores para justificar que incorporar atividades que visam ao estabelecimento de relações extramatemáticas favorece a melhoria do ensino de matemática são os que defendem que este tipo de relação, além de motivar e estimular a aprendizagem dos alunos faz com que estes realizem processos matemáticos relevantes para sua formação - como a resolução de problemas, a investigação (coletar, registrar, criar hipóteses e comunicar dados) e a argumentação - gerando aprendizagens significativas por meio das vivências dos conceitos trabalhados em aula e da cooperação do trabalho em equipe.

5.1.4 As justificativas dadas para a incorporação de recursos informáticos

Com relação à quantidade de trabalhos que incorporam as TIC em suas propostas de inovação didáticas, encontramos que, dos 29 trabalhos publicados, 20 apresentam o uso de tais tecnologias, ou seja, aproximadamente dois terços de todas as produções realizadas no estado.

Com relação ao tipo de recursos que são contemplados em tais propostas, observamos que os recursos das TIC mais utilizados são programas dinâmicos gratuitos para trabalhar geometria, nos quais onze trabalhos incorporam o *software GeoGebra* e um

incorpora o *Winplot* e o *wxMáxima*; e a planilha eletrônica (cinco trabalhos) para trabalhar conteúdos de aritmética e funções. Este resultado coincide com revisões realizadas sobre o uso das TIC em outros países. Font (2011), por exemplo, realizou um estudo sobre as investigações realizadas na Espanha em relação à introdução das TIC no Ensino Secundário Obrigatório e a conclusão que chega é a de que as investigações usam, sobretudo, esses tipos de programas informáticos.

Embora seja atribuída certa importância aos programas descritos acima, observamos a pouca presença das possibilidades gratuitas oferecidas na rede, como o uso dos *widgets* (apenas um trabalho), *applets*, *e-books*, plataformas de ensino a distância (como o *moodle*), fóruns, *chats*, redes sociais, *blogs*, busca de informações por meio da Internet (um trabalho), etc. Observamos, também, a nula presença dos pacotes informáticos de cálculo simbólico, como, por exemplo, MATLAB, MAPLE ou DERIVE. Tal ausência ocorre, possivelmente, pelo fato de tais pacotes apresentarem, ou alto custo de aquisição e manutenção, ou dificuldades de aprendizagem por serem altamente complexos de manejar.

Mesmo que vinte dos vinte e nove trabalhos finais incorporem as TIC em suas propostas, apenas cinco deles consideram, explicitamente, o uso das TIC como o núcleo de sua proposta inovadora. Estes cinco trabalhos estão classificados em diferentes fases do processo de instrução. A maioria (quatro deles) apenas informa a incorporação das TIC na fase do planejamento, visto que estas propostas não foram implementadas em sala de aula. Nenhum apresenta o planejamento e a aplicação e apenas um apresenta o planejamento, implementação e redesenho da sequência didática. Neste caso em particular, o autor reflete sobre o uso das TIC na fase do redesenho de sua proposta.

Dos trabalhos que incorporam as TIC como propostas de inovação, classificados como planejamento da proposta em relação ao processo de instrução, visto que não há aplicação dela, entendem que o uso das TIC melhoram o ensino de matemática. Isso porque elas tornam as propostas atrativas e motivadoras aos alunos, pois promovem um aprendizado construtivista e significativo, possibilitam a interação entre professor-aluno-*software* e contribuem para a apropriação do saber matemático dos alunos, visto que auxiliam na resolução de problemas.

Nossa proposta visa usar esse formato para desenvolver um questionário que ao mesmo tempo prenda a atenção do estudante e estimule a construção do conhecimento em probabilidade (JUNG, 2013, p.15).

A utilização das tecnologias em sala de aula pode facilitar também a abordagem de conceitos matemáticos importantes, possibilita a resolução de problemas elaborados [...] (MAGARINUS, 2013, p.32).

A utilização do *software GeoGebra* e de outras tecnologias no estudo da trigonometria no Ensino Fundamental pode ser um excelente recurso para auxiliar os professores nas suas aulas, tornando-as mais atrativas e significativas aos olhos dos alunos (STRASBURG, 2014, P.122).

[...] a utilização de tecnologias no estudo de funções quadráticas pode ser um excelente recurso para auxiliar os professores nas suas aulas. Tornando-as mais atrativas e significativas aos olhos dos alunos que com certeza se sentirão mais entusiasmados com o estudo dessa disciplina [...] através da resolução dos exercícios é possível perceber que os *softwares* utilizados não resolvem os problemas sozinhos, eles são resolvidos através da interação professor-aluno-*software*, fortalecendo, assim, as relações entre eles (ROCHA, 2013, p. 101).

O trabalho que apresenta o planejamento, implementação e redesenho considera a melhora do ensino de matemática por meio do uso do *Software GeoGebra*, principalmente pela riqueza de processos que este instrumento oferece, pois, segundo a autora, ele permite apresentar uma geometria dinâmica; permite conectar Geometria com Álgebra; promove a aprendizagem autônoma e construtivista e permite a realização de investigação matemática, servindo como uma ferramenta para verificar resultados.

[...] o uso de tecnologia digital, especificamente *softwares* de geometria dinâmica levam o aluno a pensar e a vincular o que ele já sabe com o novo conhecimento a adquirir [...] esse tipo de intervenção pode ser chamado de investigação matemática, pois o objetivo é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos e desconhecidos, procurando identificar propriedades. (BASTOS, 2013, p. 17).

[...] acreditamos que o melhor *software* é o *GeoGebra*, para trabalhar com Geometria Analítica, pois além de ser gratuito e ter atualizações periódicas, o modo como ele relaciona geometria e álgebra é apropriado ao estudo da Geometria Analítica. [...] Também possui a vantagem da geometria dinâmica, que permite mover objetos e aplicar diversas transformações e automaticamente enxergar a mudança nas equações, assim como com áreas, ângulos, rotações, translações, etc. (BASTOS, 2013, p. 28).

A partir dos excertos expostos acima, percebemos que - no discurso dos professores aparece, de maneira geral - o uso das TIC, em suas propostas didáticas, promove a melhora do ensino de matemática, pois estes recursos estimulam, motivam, tornam as aulas atrativas e são ferramentas que facilitam a abordagem de conceitos e a resolução de problemas. Contudo há poucas evidências (um trabalho de conclusão) que indicam que a incorporação de tais recursos promove uma riqueza de processos matemáticos (no sentido de que as tarefas propostas geram processos relevantes para a atividade matemática, como: processos de modelação, argumentação, resolução de problemas, etc.).

5.1.5 As justificativas dadas à incorporação de materiais visuais e manipulativos

Nesta categoria de inovação, dos 29 trabalhos pesquisados, encontramos apenas o TCC de Martinatto (2013), o qual se apresenta apenas como o planejamento da proposta didática, sem implementá-la.

O TCC intitulado *Geometria Espacial no Ensino Médio: sugestões de atividades e avaliações para o conteúdo de Prismas e Pirâmides* expõe uma sequência de onze atividades para desenvolver, com alunos do Ensino Médio, conteúdos de Geometria Espacial - particularmente prismas e pirâmides -, de modo a recapitular conceitos da Geometria Plana por meio da utilização de diferentes materiais concretos e de recurso tecnológico.

Segundo a autora do trabalho, da atividade proposta apresenta como inovação o uso de materiais manipulativos e visuais para a revisão de conceitos da Geometria Plana e introdução de conceitos da Geometria Espacial. Ela justifica que, assim, a atividade promove a melhoria do ensino de matemática, pois esse tipo de material (*GeoGebra*, sólidos de acrílico, fotos, embalagens de alimentos, etc.) prioriza a visualização dos sólidos no espaço, auxiliando na identificação das diferenças quanto ao formato e às características de seus elementos sem a necessidade da memorização de fórmulas.

Cabe salientar que os sólidos de acrílico e as planificações devem estar presentes em todas as aulas, inclusive nos dias de avaliação, para que o aluno possa manuseá-los, evitando assim a memorização das fórmulas. (MARTINATTO, 2013, p. 17).

[...] espera-se que as atividades aqui propostas sirvam para que os professores constatem a importância de recapitular pré-requisitos, ou mesmo de ensiná-los pela primeira vez, já que nem sempre os alunos os estudam adequadamente. (MARTINATTO, 2013, p. 56).

Além disso, a autora justificativa que esse tipo de atividade promove uma melhoria no ensino de matemática, pois se apresenta como atraente e prazerosa para os alunos, despertando o interesse deles e os auxiliando na realização de processos matemáticos, como, por exemplo, na resolução de problemas, de tal forma que seja estimulado o raciocínio do aluno.

[...] espera-se salientar a importância do ensino da Geometria no Ensino Básico, bem como, mostrar que é possível ensinar os referidos conteúdos de forma prazerosa e atraente. (MARTINATTO, 2013, p. 55).

Dessa forma, espera-se auxiliar os alunos nas resoluções de problemas e despertar um interesse maior pelos conteúdos que foram abordados, contribuindo no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem. (MARTINATTO, 2013, p. 56)

De maneira geral, a autora do TCC justifica que sua inovação promove uma melhoria no ensino de matemática, pois revisar conceitos de Geometria Plana e introduzir conceitos de Geometria Espacial por meio do uso de recursos materiais manipulativos e visuais torna as aulas mais atrativas e prazerosas e permite que o aluno aprenda os conceitos sem a necessidade de memorização de fórmulas.

5.1.6 As justificativas dadas à introdução da ideia de contexto para desenvolver a cidadania e o pensamento crítico

Nesta categoria de inovação, dos 29 trabalhos encontramos apenas o TCC de Reis (2013) que, quanto ao processo de instrução, realiza somente a primeira fase, ou seja, o planejamento.

O TCC intitulado *Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica* tem como objetivo propor seis atividades de Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica, explorando as ideias de juros, taxas, aplicações e empréstimos com auxílio da planilha eletrônica. O argumento dado pela autora para justificar sua proposta como inovadora, sob o ponto de vista do desenvolvimento da cidadania e do pensamento crítico, é o de que o tipo de atividades propostas permite que os alunos da Educação Básica aprendam a atuar no mundo no qual estão inseridos, identificando, interpretando, avaliando e criticando a matemática. Além disso, quanto ao uso do recurso computacional, a autora argumenta que o uso da planilha eletrônica estimula o interesse dos alunos.

Desta forma, sente-se a necessidade de criar um material pedagógico [...], com a finalidade de fornecer atividades pedagógicas contextualizadas para que os alunos saibam identificar, interpretar, avaliar e criticar a matemática, a partir de situações reais vivenciadas. (REIS, 2013, p. 16).

Quanto ao uso da Planilha Excel, os resultados apontaram que a mesma possui recursos para o trabalho na sala de aula como visualização, discussão e exploração já que despertam o interesse dos alunos para o estudo de tópicos de MF. (REIS, 2013, p. 31).

Para a autora, a proposta apresentada também é inovadora, pois aborda conteúdos de Matemática Financeira significativos aos alunos, visto que trabalha com temas e situações reais, do cotidiano do estudante, auxiliando-os nas suas futuras tomadas de decisões, fazendo com que eles compreendam seus papéis como cidadãos.

A proposta didática que apresentaremos neste trabalho se diferencia dos demais, pois objetiva relacionar conhecimento científico a problemas reais da vida do aluno para que os mesmos se tornem significativos e gerem aprendizagens (REIS, 2013, p. 30).

[...] tal proposta favorece o ensino da MF para que os estudantes envolvidos nesse processo de aprendizagem entendam melhor seus papéis sociais como consumidores, pesquisadores e, ainda, como futuros cidadãos ou profissionais da atual sociedade. (REIS, 2013, p. 83).

De maneira geral, a autora do TCC, que aborda como inovação o planejamento de atividades que desenvolvem a cidadania e o pensamento crítico, justifica que seu trabalho promove uma melhoria do ensino de matemática, pois ele aborda atividades significativas para os alunos, de tal forma que os estimule a reconhecer, interpretar, atuar e tomar decisões no mundo em que vivem, além de despertar o interesse dos alunos.

Esta primeira análise relacionada aos tipos de justificativas dadas pelos professores do PROFMAT em seus TCC - para argumentar que suas propostas de inovação representam uma melhora no ensino de matemática - responde em parte ao terceiro objetivo específico desta investigação (mapear as características da análise em didática realizada nos trabalhos de conclusão de curso para justificar que a proposta apresentada representa uma melhoria no ensino de matemática). Contudo, entendemos que os professores, em suas reuniões de trabalho, em suas conversas informais, em seus planejamentos, quando justificam ou avaliam uma possível inovação ou transformação em suas práticas didáticas, utilizam de maneira implícita ou explícita alguns critérios que denominamos de critérios de idoneidade, conforme já se apontava em Ramos e Font (2008).

No caso de nossa investigação, observamos que os professores do PROFMAT também utilizam alguns desses critérios, em maior ou menor grau. Resulta pertinente, dessa forma, perguntar: quais critérios são utilizados? Em que medida eles são utilizados? Quais são trabalhados de maneira majoritária? Quais não estão contemplados? Para responder a essas perguntas, o que fizemos foi olhar em cada TCC - que apresenta, ao

menos, uma das fases do processo de instrução²⁶ - que tipo de critério se está utilizando e qual o nível de utilização do mesmo.

Para avaliarmos o nível de utilização de cada critério (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico) em cada um dos 25 TCC, utilizamos uma escala discreta de 0 a 3. Zero indica que o autor do TCC não leva em conta, em sua análise em didática determinado critério; um indica se o autor utiliza de maneira esporádica algum dos componentes ou descritores²⁷ pertencente a um determinado critério; dois significa que o critério tem um peso importante na argumentação e, nesse sentido, o autor contempla grande parte dos componentes e seus respectivos descritores; o nível três corresponde à grande relevância que o autor dá quando utiliza com profundidade os componentes e descritores contemplados em determinado critério de idoneidade. É importante ressaltar que o nível de cada critério foi estabelecido, não somente levando em conta o número de componentes e descritores de cada critério assumidos pelo autor do TCC, mas também, a profundidade que o autor dá a um determinado componente, conforme demonstramos na análise detalhada de alguns dos dez casos apresentados na seção 5.2 deste capítulo. O quadro 14 mostra o nível de utilização de cada critério de idoneidade referente ao tipo de inovação e o processo de instrução de cada um dos 25 TCC analisados.

²⁶ Ressaltamos que quatro TCC não contemplam nenhuma fase dos processos de instrução. Nesse sentido, ao invés de analisarmos o nível de utilização dos critérios de idoneidade dos 29 TCC, analisamos os de apenas 25 TCC.

²⁷ Os descritores estão detalhados na seção 2.5 deste trabalho, especificamente nos quadros 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

Quadro 14 - Nível de utilização dos critérios nos TCC do PROFMAT (RS).

TCC	Epistêmico				Cognitivo				Mediacional				Interacional				Emocional				Ecológico				Processo de Instrução	Inovação	
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3			
Pinz (2013)			2			1				1				1				1							3	Planejamento	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica
Mohnsam (2014)		1				0				1				0				1				1				Planejamento	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica
Martins (2014)			2			1					2			1				1					2			Planejamento e implementação	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica
Gonçalves (2013)				3			2					3				3			2					3		Planejamento e implementação	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica
Lopes (2014)				3				3				3				3				3				3		Planejamento e implementação	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica
Matos (2014)			2					3				3			2				2					3		Planejamento e implementação	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica
Molon (2013)				3				3				3			2				2					3		Planejamento e implementação	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica

TCC	Epistêmico				Cognitivo				Mediacional				Interacional				Emocional				Ecológico				Processo de Instrução	Inovação
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3		
Souza (2013)			2					3			2			1					2				2		Planejamento e implementação	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica
Souza (2014)			2					3				3				3				3				3	Planejamento e implementação	Incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica
Saadi (2013)			2		0				0				0					1					2		Planejamento	Conexões intramatemáticas
Conceição (2013)		1				1					2			1				1					2		Planejamento	Conexões intramatemáticas
Dierings (2013)				3			2					3		1				1						3	Planejamento e implementação	Conexões intramatemáticas
Ehlert (2014)		1				1				1			0					1						3	Planejamento	Conexões extramatemáticas
Oliveira (2013)			2			1				1				1				1					2		Planejamento	Conexões extramatemáticas
Fortes (2014)		1				1				1			0					1					2		Planejamento	Conexões extramatemáticas
Bartz (2014)			2				2				2				2					3				3	Planejamento e implementação	Conexões extramatemáticas
Rodrigues (2014)				3				3				3				3				3			2		Planejamento e implementação	Conexões extramatemáticas

TCC	Epistêmico				Cognitivo				Mediacional				Interacional				Emocional				Ecológico				Processo de Instrução	Inovação
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3		
Abeeg (2014)				3				3				3				3				3				3	Planejamento e implementação	Conexões extramatemáticas
Jung (2013)			2				2					3			2				2				2		Planejamento	Recursos Informáticos
Strasburg (2014)			2			1					2			1				1					2		Planejamento	Recursos Informáticos
Rocha (2013)				3		1					2			1				1					2		Planejamento	Recursos Informáticos
Magarinus (2013)			2			1				1					2				2					3	Planejamento	Recursos Informáticos
Bastos (2014)				3				3				3				3				3				3	Planejamento Implementação e Redesenho	Recursos Informáticos
Martinatto (2013)		1					2				2			1				1				1			Planejamento	Recursos materiais
Reis (2013)			2			1					2			1				1						3	Planejamento	Cidadania e Pensamento Crítico

Fonte: o autor.

É importante ressaltar que a constituição do quadro acima nos permitira responder, de forma parcial, ao objetivo específico IV desta investigação, que trata de buscar a relação que há entre a realização das propostas que foram aplicadas e o tipo de análise em didática realizada. Nossa conclusão é a de que os TCC que implementaram as propostas didáticas apresentam um nível mais equilibrado e elevado do uso dos critérios em comparação àqueles que não tiveram as propostas aplicadas. Esse tipo de comparação analítica pode levar a um indicativo de que o nível quanto à análise em didática nos trabalhos que implementaram a proposta está mais desenvolvido e mais refinado do que daqueles que não contemplaram a fase de implementação e/ou redesenho no processo de instrução.

Contudo, compreendemos que a etapa de análise apresentada acima não é suficiente para que possamos compreender de que forma ou sob que critérios os professores que realizaram o Mestrado Profissional em Rede Nacional concebem a melhoria do ensino de matemática. Para ilustrar as avaliações dos critérios de idoneidade utilizados nas justificativas dos professores procederemos na análise detalhada de um caso de cada célula referentes aos quadros 11, 12 e 13 deste trabalho (total de dez TCC). Ou seja, analisamos um caso de cada tipo de inovação *versus* processo de instrução realizado, com exceção à célula que representa os trabalhos que não apresentam processo de instrução. Este tipo de detalhamento analítico nos dá a possibilidade de responder de forma mais aprofundada aos objetivos III e IV desta investigação, pois nos dá subsídios para verificar que tipo de análise em didática está sendo realizada e, além disso, nos diz em que medida e sob quais critérios o nível de análise em didática nos trabalhos que foram implementados e/ou redesenhados são mais refinados em relação aos que não foram implementados.

5.2 Análise em didática dos processos de instrução: o detalhamento de dez trabalhos de conclusão de curso

Dado o panorama geral referente ao nível do uso dos critérios dos trabalhos de conclusão (ver quadro 14), nesta seção, vamos mostrar com detalhe, a análise realizada - segundo os critérios de idoneidade propostos pelo EOS - de dez casos (TCC). Cada caso foi escolhido de tal forma que atendesse aos diferentes tipos de inovação (introdução de conteúdos de nível superior na Educação Básica; estabelecimento de relações intramatemáticas; estabelecimento de relações extramatemáticas; inovação em recursos tecnológicos; incorporação de material visual e manipulativo; e introdução ao pensamento

crítico e desenvolvimento da cidadania) e aos distintos níveis de processo de instrução realizados (planejamento, implementação e redesenho). Neste detalhamento, especificamos os argumentos dados pelo autor de cada TCC referentes a quais critérios (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico) foram utilizados e à profundidade de detalhamento dado aos componentes correspondentes a cada critério.

5.2.1 Estudo de um caso em que se apresenta o planejamento de uma proposta de introdução de conteúdos de nível superior na Educação Básica

Nesta seção, apresentamos a análise detalhada de um caso que apresenta o planejamento de uma sequência em que toma como inovação a implementação de novos conteúdos na Educação Básica, especificamente, a proposta de implementar um conteúdo relacionado à Matemática Discreta. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e, na sequência, analisamos os argumentos, avaliações, reflexões, etc. que o autor realiza para justificar que sua proposta possibilita uma melhoria no ensino de matemática. A análise está pautada conforme os critérios de idoneidade (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico) propostos pelo EOS.

Estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso

Conforme a própria autora explica na introdução, o trabalho intitulado *Dígitos verificadores e detecção de erros* (PINZ, 2013) se refere a um estudo sobre os códigos numéricos e a detecção de erros de transmissão. Nele, a justificativa descrita para a escolha do tema é a de que os códigos são de uso rotineiro, apresentam estrutura simples e motivam aspectos da teoria da divisibilidade. Além disso, no desenvolvimento do trabalho, a autora apresenta alguns códigos e erros de transmissão observados a partir de cálculos simples e descreve uma proposta pedagógica que, segundo ela, tem a intenção de promover a prática da pesquisa no estudante, no intuito de mostrar que a matemática é uma ciência presente no cotidiano do aluno.

A autora explica que, na sociedade atual, existe uma necessidade de evitar os erros na transmissão da informação e que esta necessidade é a razão de ser do desenvolvimento de uma parte da Teoria dos Números, em especial, a teoria de dígitos verificadores e transmissão de erros. Essa necessidade, segundo a autora, pode ser observada em muitas

situações da vida cotidiana (estudo do código de barras, CPF, ISBN, etc.). Por outro lado, a teoria formal de dígitos verificadores e transmissão de erros se baseia, podemos dizer, em alguns conhecimentos da matemática informal, alguns dos quais são ou devem conhecidos pelos alunos (estrutura do Sistema Decimal de Numeração, divisibilidade, etc.).

No primeiro capítulo, a autora apresenta os conhecimentos preliminares da teoria da divisibilidade da matemática elementar, os quais se supõem que são conhecidos pelos alunos (Divisibilidade nos Inteiros, Máximo Divisor Comum, Algoritmo da Divisão de Euclides, Número Primo, Números Primos Entre Si, Teorema Fundamental da Aritmética) e os relaciona com conteúdos próprios de uma matemática superior (Congruências e Grupos). A apresentação dos conteúdos relacionados à Teoria da Divisibilidade se limita à disponibilização de definições e dos enunciados dos teoremas (sem nenhuma demonstração) com linguagem simbólica.

Em relação às congruências, a autora define a noção de congruência módulo m e mostra a notação simbólica que utiliza para explicar essa noção, introduz a noção de resíduo e afirma que se trata de uma relação de equivalência. Na continuação, introduz a noção de Conjunto Quociente, sua notação e suas propriedades. Da mesma forma, no caso da Teoria da Divisibilidade, se limita a dar as definições e enunciado das propriedades sem apresentar nenhuma demonstração. Na terceira parte do primeiro capítulo, a autora apresenta a definição de grupo, grupo finito, grupo de permutação e grupo de simetria. Nesta última noção, apresenta um exemplo (grupos de simetrias de um pentágono regular).

No capítulo dois, a autora apresenta exemplos cotidianos, que utilizam códigos numéricos e dígitos verificadores. Inicia o capítulo com a definição de vetor e produto escalar. Na sequência, comenta o que é um código de barras e, com um exemplo, explica o algoritmo para determinar o Dígito Verificador. Faz o mesmo com ISBN, CPF, Título Eleitoral, cartão de crédito e marco alemão.

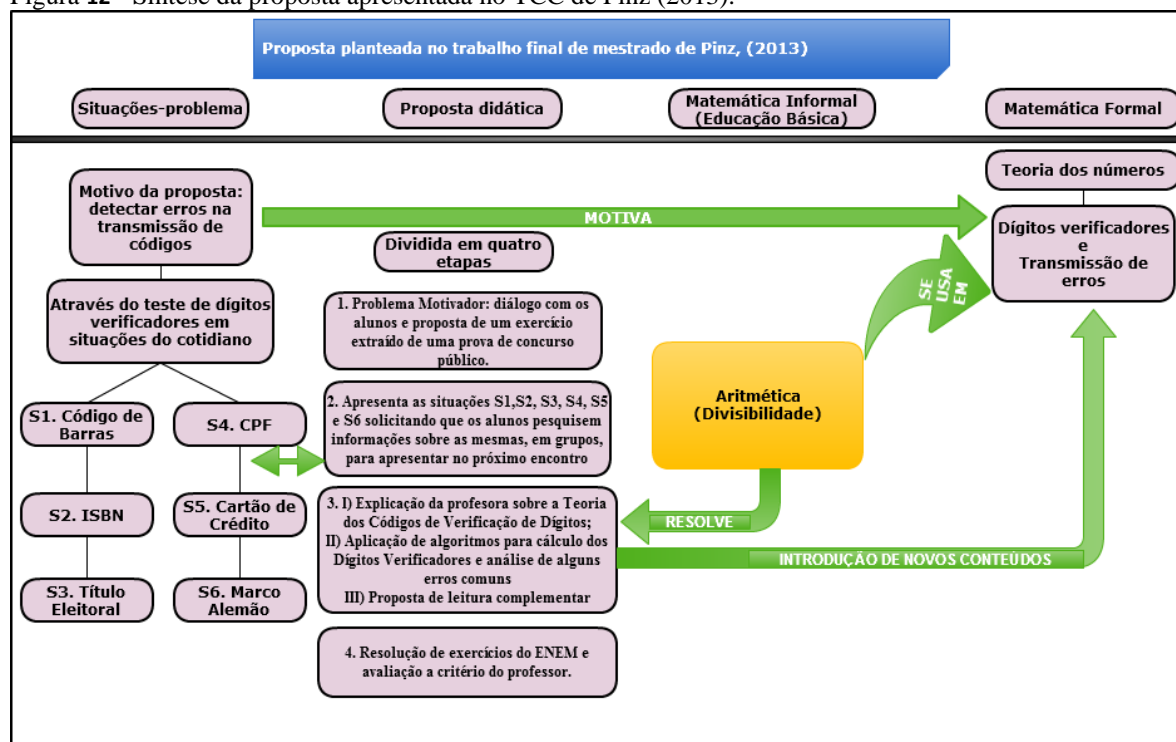
No terceiro capítulo, são apresentados conteúdos sobre sistemas de verificação de dígitos. A autora inicia o capítulo com um comentário sobre os tipos de erro que se apresentam no processo de transmissão de dados, estabelecendo distinção entre erro único e erro de transposição, afirmando que o mais comum é o primeiro. Trata-se de um capítulo com uma estrutura tipicamente formalista. Depois de comentar um exemplo de erro único no contexto do código de barras, dedica-se a aprofundar sobre o erro de Transposição Adjacente. Para este, define o tipo de erro com notação simbólica, enuncia e mostra um teorema sobre a detecção deste tipo de erro. Em seguida, define a noção de Sistema de

Verificação de Dígitos, enunciando e mostrando um teorema que permite concluir que, para detectar todos os erros únicos e todos os erros de transposição, um sistema de verificação de dígitos deve ter um número primo de elementos. Na sequência, define a expressão que codifica o dígito verificador e conclui que o código que utiliza m primo detecta todo erro único e todo erro de transposição. Além disso, levanta o questionamento sobre a existência de um código com a mesma capacidade de detecção de erro, porém com um módulo par. Para isso, enuncia e mostra o seguinte teorema: se um sistema numérico d de detecção de erros, com módulo par, detecta todo erro único de digitação, então para todo par de índices i, j existe um erro de transposição entre as posições i e j que não é detectado pelo sistema. O qual permite concluir que o código que considera m com módulo par é falho.

A autora finaliza o capítulo afirmando que, entre os vários sistemas vistos para detecção de erros usando dígitos de verificação, o único capaz de detectar todos os erros únicos e todos os erros de transposição é o Z_{11} , mas com o inconveniente de precisar de um dígito extra. Também explica que, em 1969, *Verhoeff* desenvolveu, em sua tese, um método simples, com os componentes do grupo dihedral D_5 que também detecta todos os erros únicos e todas as transposições adjacentes, sem a necessidade de símbolos extras.

Depois destes capítulos, apresentam uma proposta de sequência didática que pode ser observada por meio das quatro etapas contempladas na segunda coluna na figura abaixo (figura 14). Contudo, tanto as situações problema quanto a proposta didática, mostram que, do ponto de vista matemático, podem ser resolvidas por meio de uma matemática informal, ou seja, uma matemática que chamamos de escolarizada, no caso, apenas com o estudo da divisibilidade (coluna 3 da figura 13, a qual supõe ser conhecida pelos alunos). As situações apresentadas e sua resolução com conteúdos da teoria da divisibilidade são a base para realizar uma conexão (que não se concretiza na proposta) com a teoria para detectar erros de transmissão por meio do cálculo de dígitos verificadores (coluna 4). Pode-se observar com maior detalhe a estrutura da proposta na figura abaixo.

Figura 12 - Síntese da proposta apresentada no TCC de Pinz (2013).



Fonte: o autor.

Apresentada uma síntese do TCC, vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pela autora, que, de maneira explícita e implícita, tratam de justificar que a proposta didática apresentada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Crítérios de Idoneidade

Quando os professores têm que refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inovação sobre sua própria prática, utilizam de maneira implícita alguns critérios de idoneidade. O TCC analisado também permite inferir o uso de alguns destes critérios na justificativa da proposta que realiza. Vejamos:

IDONEIDADE EPISTÊMICA

A qualidade matemática implicada em sua proposta não está justificada explicitamente, entretanto pode ser inferida a partir da explicitação que faz das finalidades de sua proposta didática e dos parâmetros curriculares que utiliza para justificar o encaixe

de sua proposta com o currículo e na disciplina em que esta poderia se implementada (Seminário Integrado). Nesse sentido, pode-se dizer que sua ideia de qualidade matemática está relacionada à "riqueza de processos", já que a autora comenta que a implementação permitirá que os alunos realizem processos matemáticos relevantes, como a resolução de problemas, criação de conjecturas, investigação matemática, etc.:

Queremos proporcionar, aos estudantes, a oportunidade de vivenciar a sequência de atividades que buscam levá-lo a: saber informar-se, comunicar-se, argumentar, compreender informações, aguçar sua criatividade e seu espírito investigativo; utilizar os recursos disponíveis para pesquisa; analisar e valorizar informações; participar socialmente, de forma prática e solidária; utilizar algoritmos para determinar dígitos verificadores; elaborar conjecturas sobre os possíveis erros; perceber a Matemática como ciência voltada a solução de problemas da atualidade. (PINZ, 2013, p.40).

Por outro lado, a autora, de maneira implícita, utiliza o descritor "amostra representativa de problemas", já que apresenta uma diversidade de situações (código de barras, ISBN, CPF, Título Eleitoral, cartão de crédito e marco alemão), as quais, para serem resolvidas, são necessários diferentes algoritmos. Por exemplo, na descrição de sua proposta didática, escreve:

Com a ajuda dos aprendizes listar exemplos, onde sequências numéricas são utilizadas na comunicação de informações e, devido a isso precisam ser feitas sem erros. Orientar para que surjam os números de documentos (CPF e Título de Eleitor), de ISBN, dos cartões de crédito e dos códigos de barras (Capítulo 2 deste trabalho). (PINZ, 2013, p.42).

Dado que o uso destes dois descritores é implícito, avaliamos em 2 o uso do critério de idoneidade epistêmico.

IDONEIDADE COGNITIVA

A autora considera que os alunos da Educação Básica apresentam os conhecimentos prévios necessários para poder resolver a sequência de atividades presentes em sua proposta (operar com os números naturais, inteiros e dominar o algoritmo da divisão).

Nossa proposta infere que os alunos saibam operar com números naturais e inteiros, em especial dominem o algoritmo da divisão de inteiros. (PINZ, 2013, p.40).

Além disso, a autora considera que apresenta uma proposta contextualizada que garante a aprendizagem significativa dos estudantes:

Acreditamos que a contextualização é um recurso didático capaz de auxiliar a aprendizagem significativa e por isso elaboramos esta proposta de trabalho. (PINZ, 2013, p. 13).

A avaliação deste critério, segundo nossa análise, é 1, pois a autora se limita a considerar que os alunos apresentam os conhecimentos prévios e apresenta um comentário muito geral sobre a aprendizagem significativa, sem desenvolver de forma detalhada este conceito.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Embora a sequência considere o público alvo a quem se dirige, número de alunos e tempo para a realização, não apresenta uma reflexão mais aprofundada quanto a se a sequência terá êxito no tempo determinado, ou se o número de alunos é apropriado para que se realize o trabalho no tempo estipulado, etc.

Pretende-se desenvolver este trabalho em uma turma de 35 alunos em 4 etapas, na escola, com duração de aproximadamente 90 minutos. (PINZ, 2013, p.41).

Além disso, como meios a serem utilizados em classe, a sequência considera apenas meios tecnológicos, em particular, o uso da Internet como ferramenta para buscar informação e realizar comunicação.

Fazemos questão de utilizar recursos tecnológicos pois acreditamos que eles podem ser ferramentas para o ensino, atuando com várias finalidades [...] Neste sentido, utilizar a Internet como uma fonte de pesquisa, e o projetor multimídia que favorece a apresentação, para o grande grupo, dos assuntos estudados [...] (PINZ, 2013, p.40-41).

Avaliamos em 1 o uso deste critério, pois não há uma reflexão aprofundada sobre a utilização de recursos a serem utilizados e quais as implicações deles na aprendizagem do conteúdo proposto na sequência didática. Tampouco há uma discussão em relação ao tempo dedicado para cada tarefa proposta.

IDONEIDADE INTERACIONAL

Ao se tratar de uma proposta geral, para qualquer nível da Educação básica (pois pressupõe que cada professor deve adaptá-la ao curso no qual pretende implementá-la), a reflexão sobre a interação está pouco desenvolvida, uma vez que, apenas comenta se a tarefa será realizada no grande grupo, em grupos pequenos ou individualmente.

Com as informações obtidas os grupos deverão elaborar uma apresentação de 8 a 12 minutos para socialização das informações com os demais [...] (PINZ, 2013, p. 42).

Avaliamos em 1 o uso deste critério, pois não se aprofunda uma discussão sobre os processos interativos em classe e, também, não se contempla os descritores relacionados a tal critério.

IDONEIDADE EMOCIONAL

A autora pressupõe que trabalhar com temas novos com os alunos assegura a motivação e o interesse dos alunos. No TCC, apresentam-se evidências que permitem avaliar essa inferência:

[...] trabalhar com "temas novos", que estão ou não diretamente relacionados com os conteúdos programáticos. Pois estes têm a capacidade de entusiasmar estudantes, despertá-los, ampliar seus conhecimentos. (PINZ, 2013, p. 44).

Por outra parte, a autora afirma que, além do tema novo ser relevante para a vida dos alunos, pode gerar nestes uma motivação, levando-os a estudar a matemática necessária que permita explicar tal situação. Nesse sentido, para a autora, propor situações da vida cotidiana também facilita a motivação dos alunos.

Inicia-se a aula com uma conversa informal, abordando o assunto comunicação. Instigando a participação dos estudantes. Queremos destacar que a comunicação é fundamental nas relações e que existem muitos aspectos que podem ser considerados quando falamos sobre o assunto como, por exemplo, as artes, as tecnologias, as subjetividades da comunicação não verbal, entre outros. Através desse diálogo, levar a turma a se restringir na comunicação escrita, e a considerar a Matemática como uma ciência envolvida neste processo. Ressaltar a importância das sequências numéricas que identificam uma pessoa, um produto, uma situação. Perguntar: utilizando as sequências numéricas, elas podem contribuir para que transmissão de dados seja feita sem equívocos, quais os

possíveis erros cometidos? Proporcionaremos condições para que o aluno tenha a possibilidade de perceber que, quando nos comunicamos através de palavras, fica relativamente fácil identificar um erro de digitação. Muitas vezes, esta palavra se torna um agrupamento de letras que não comunicam no nosso idioma. Isso não acontece com a comunicação através de números, pois qualquer sequência numérica pode ser vista como uma "palavra" válida. Destacar que a Matemática busca resolver tais problemas através da teoria dos Dígitos Verificadores. E, informaremos que estes são dígitos acrescentados à sequência numérica, no intuito de detectar e até corrigir erros. (PINZ, 2013, p.41).

Avaliamos em 1 o uso deste critério, pois é um argumento que corresponde a apenas um descritor e este está pouco elaborado.

IDONEIDADE ECOLÓGICA

Segundo as orientações fornecidas pelo banco indutor do TCC, os professores têm que justificar que suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. No caso estudado, o autor considera que a inovação passa pela incorporação de novos conteúdos no currículo, em particular conteúdos de matemática discreta. Diversos autores têm realizado tendências inovadoras na Educação Matemática, por exemplo (GUZMÁN, 2007), destacando que uma delas é a incorporação de novos conteúdos matemáticos, em particular, de matemática discreta. O TCC aqui analisado analisado assume este ponto de vista.

Outro aspecto do entorno que devem apresentar os autores dos TCC, de acordo com as orientações do programa, é a de que sua proposta deve estar relacionada com algum conteúdo do currículo de matemática da Educação Básica e também deve seguir algumas das orientações dos parâmetros curriculares. Neste caso, os conteúdos com os quais o TCC se relaciona, são conteúdos de aritmética (divisibilidade) e os parâmetros do currículo que se têm em conta para justificar que a proposta se relaciona com: 1) apresentação de situações extramatemáticas que contextualizem as noções matemáticas que se quer ensinar; 2) utilização da matemática como uma ferramenta para conhecer o mundo que nos rodeia e para resolver problemas, conforme Parâmetros Curriculares Nacionais (2000, p. 95-96):

- ✓ Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- ✓ Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita

expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;

- ✓ Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;

No TCC existem evidências de que a autora teve em conta as orientações curriculares. Como pode ser constatado em alguns excertos, tais como:

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), elaborados pelo Ministério da Educação e do Desporto, nos comunicam uma referência para o trabalho dos professores do Ensino Fundamental e Médio. [...]. (PINZ, 2013, p.40).

Acreditamos que a contextualização é um recurso didático capaz de auxiliar a aprendizagem significativa e por isso elaboramos esta proposta de trabalho [...] Desejamos mostrar a Matemática como ciência em construção, focada na atualidade. (PINZ, 2013, p.13).

Por outra parte, a autora especifica em que disciplina pode-se implementar sua proposta. Concretamente sugere que tal proposta pode ser trabalhada no "Seminário Integrado", um espaço no qual os alunos devem realizar um trabalho de investigação, preferencialmente do tipo interdisciplinar, no período do Ensino Médio.

Essa proposta pedagógica tem como público alvo os estudantes da Educação Básica, podendo ser adaptada as suas diferentes etapas e anos. Mas, de uma forma especial pode ser utilizada no componente curricular Seminário Integrado, fazendo parte da nova modalidade do Ensino Médio da Rede Estadual de Educação do Rio Grande do Sul - o Ensino Politécnico - implantado em 2012, que busca desenvolver projetos diversificados. (PINZ, 2013, p.40).

Mesmo que a autora não explicita no TCC que pretende realizar uma conexão intramatemática entre a teoria da divisibilidade e a teoria dos dígitos verificadores e detecção de erros, pode-se afirmar que em sua proposta didática (terceira etapa) de conexão interdisciplinar, uma vez que relaciona a teoria da divisibilidade do currículo do Ensino Médio com essa teoria. Essa inferência foi possível levando em conta o seguinte comentário:

A concatenação das informações da segunda etapa, e explanação pela professora sobre a Teoria dos Códigos de Verificação de Dígitos destacando a sua importância para a transmissão de dados eficaz. (PINZ, 2013, p.43).

O TCC não fez nenhuma referência à conexão das atividades propostas com outras disciplinas presentes no currículo (interdisciplinar).

Em resumo, a autora justifica que sua proposta é uma inovação didática que se adapta ao currículo da Educação Básica, que ajuda a inserção social dos alunos e que apresenta uma conexão intramatemática com a matemática de nível superior. Contudo, não apresenta argumentos que justificam relações interdisciplinares, e, por estas razões, avaliamos o uso do critério ecológico no nível 3.

Considerações sobre a análise

Um problema que o potencial leitor encontra neste TCC está no fato de que a autora está justificando a qualidade de uma proposta para a qual há pouco desenvolvimento no próprio teor do que consiste. Não está claro, por exemplo, como o autor vai conseguir o objetivo da sua inovação no ensino de matemática (incorporar o conteúdo de matemática discreta), dado que a sequência proposta no TCC consiste em uma série de passos pouco detalhados. Não está explicitado, em primeiro lugar, que dígitos verificadores e transmissão de erros se querem introduzir e, em segundo lugar, como se transita dos conhecimentos prévios sobre divisibilidade, supostamente conhecido pelos alunos, para estes conteúdos sobre a teoria de dígitos. Por outra parte, a proposta didática apresentada não tem muito sentido, visto que todos os problemas propostos podem ser resolvidos com conhecimentos de aritmética, sem a necessidade de estudar a teoria de códigos e detecção de erros.

A proposta está pouco planejada e a justificativa que o autor realiza se infere no uso, sobretudo, de argumentos, avaliações ou reflexões relacionados com o critério de idoneidade ecológica e poucos relacionados com os outros critérios. Essa disparidade na profundidade dos critérios de idoneidade não apresenta clareza sobre o como se poderia conseguir uma melhoria no ensino de tal conteúdo matemático. Cabe acrescentar que o problema de falta de compreensão da forma que se introduziu o conteúdo de matemática discreta em uma sequência didática apresentanda neste TCC não se encontra em outros autores que realizaram sequências didáticas para incorporar conteúdo de matemática discreta na Educação Básica, como o caso de (GODDIJN, KINDT e REUTER, 2004).

5.2.2 Estudo de um caso em que se apresenta a implementação de uma proposta de introdução de conteúdos de nível superior na Educação Básica

Nesta seção, mostramos a análise detalhada de um caso que apresenta a implementação de uma sequência em que toma como inovação a implementação de novos conteúdos na Educação Básica, especificamente, a proposta de implementar conteúdos relacionados com a integral de *Riemann*. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e, na sequência, analisamos os argumentos, avaliações, reflexões, etc. que o autor realiza para justificar que sua proposta possibilita uma melhoria no ensino de matemática. A análise está pautada conforme os critérios de idoneidade (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico) propostos pelo EOS.

Estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso

Conforme o próprio autor explica na introdução do trabalho intitulado *Um relato sobre a introdução às somas de Riemann na Educação Básica* (LOPES, 2014), o TCC apresenta o desenho e a implementação de uma proposta didática para uma turma de alunos do terceiro ano do Ensino Médio no intuito de introduzir, intuitivamente, o cálculo integral por meio do estudo das áreas de figuras geométricas planas. O autor explica que é possível introduzir, no Ensino Médio, métodos e noções do Cálculo Integral de maneira intuitiva, a partir de problemas de cálculo de áreas com contornos curvilíneos. Trata-se de ampliar o cálculo de áreas estudadas durante o Ensino Médio por meio do estudo do cálculo de áreas de figuras com contorno curvilíneo mediante o uso dos métodos de Arquimedes e *Riemann*.

Entendemos que o objeto matemático integral é complexo e apresenta diferentes significados parciais. Em relação à complexidade do objeto integral, Contreras, Ordóñez e Wilhelmi (2010) e Ordóñez (2011) consideram que tal objeto tem os seguintes significados parciais: 1) Geométrico, 2) Resultado de um processo de mudança, 3) Inversa da derivada, 4) Aproximação ao limite, 5) Generalizado: (*Lebesgue*, *Riemann*, etc.), 6) Algébrico, 7) Métodos numéricos. Santos (2012), em sua tese de doutorado considera, baseando-se na rede de significados parciais e configurações epistêmicas propostas por Ordóñez (2011), extremamente útil distinguir oito tipos diferentes de configurações (significados parciais)

denominados: intuitivo, primitivo, geométrico, somatório, aproximado, extramatemático, acumulado e tecnológico. Embora o autor do TCC analisado não realize uma reflexão explícita acerca da complexidade do objeto matemático integral, de maneira implícita, ele considera que alguns dos significados parciais deste objeto matemático podem ser relacionados com problemas e conhecimentos próprios do Ensino Médio. Em particular, o autor considera que o significado parcial *aproximação ao limite* (segundo a classificação de Ordóñez, 2011) e os significados parciais *intuitivo e somatório* (segundo a classificação de Santos, 2012) podem ser conectados com problemas e conteúdos do Ensino Médio e, portanto, acredita que é possível desenhar e implementar uma sequência de tarefas que permita introduzir, de maneira intuitiva, tais significados parciais. De outra maneira, o autor se propõe a introduzir um método de cálculo de áreas curvilíneas sugerido pela integral de *Riemann* e por Arquimedes no lugar e introduzir, por exemplo, a integral como antiderivada, permitindo-nos concluir que, de maneira implícita, ele selecionou os significados parciais da integral que crê possam ser introduzidos no Ensino Médio.

No primeiro capítulo, o autor apresenta argumentos, através de revisão da literatura, com o propósito de responder à pergunta: Cálculo Integral no Ensino Médio? Através do questionamento, o autor busca nesses argumentos justificar o uso de dois métodos - o método de Arquimedes (utilizado para determinar a área do círculo) e o método de *Riemann* (utilizado para determinar a área de três regiões curvilíneas: o círculo, a elipse e a região entre a curva descrita por uma função polinomial e o eixo OX). Nesses dois métodos, são introduzidos, implicitamente, conceitos de limites e integral definida.

No segundo capítulo, o autor explica que a unidade didática foi implementada com uma turma de terceiro ano de uma Escola Estadual de Ensino Médio. A turma escolhida iniciou o ano letivo com 41 alunos matriculados, dos quais 36 frequentaram a maioria das aulas, foram assíduos e participaram do projeto. Também explica com detalhe a auto-avaliação inicial que realizou com os alunos, em particular, foram avaliados os conhecimentos prévios sobre alguns tópicos de geometria, sobre conhecimentos de algum *software* matemático e sobre as expectativas do projeto.

Neste mesmo capítulo, o autor também explica o planejamento de sua proposta inovadora, a qual tem sua razão de ser como possível resposta à seguinte situação inicial: "como revestir o fundo de uma piscina em forma de elipse, usando cerâmica, de tal modo que as peças utilizadas deixem o mínimo de resíduos, isto é, de tal modo que o desperdício de material seja o mínimo possível?". Uma vez apresentada a situação que motiva o

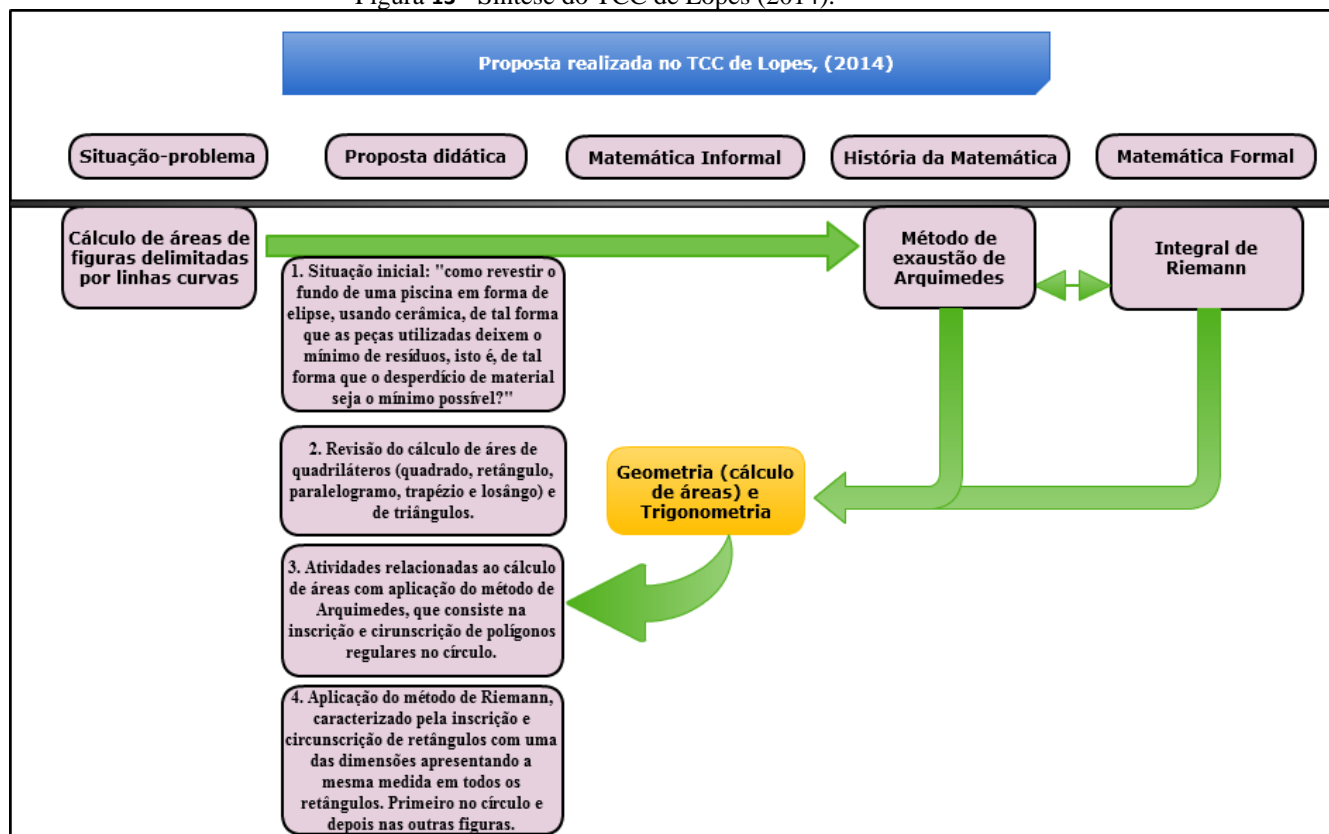
estudo, o seguinte passo está relacionado à revisão sobre o conceito de área de quadriláteros e triângulos. Na sequência, continua explicando que foram planejadas atividades relacionadas ao cálculo de área, com a aplicação do método de Arquimedes, que consiste na inscrição e circunscrição de polígonos regulares no círculo. Por último, explica que foram desenhadas atividades relacionadas à aplicação do método de *Riemann*, caracterizado pela inscrição e circunscrição de retângulos, com uma das dimensões apresentando a mesma medida em todos os retângulos. Primeiro no círculo e depois com outras figuras.

No terceiro capítulo, o autor descreve a implementação que realizou. Trata-se de uma narração temporal na qual o autor explica o que aconteceu durante a aplicação da sequência didática, enfatizando as tarefas que foram propostas, as aprendizagens alcançadas pelos alunos e a interação produzida durante a realização da atividade. Trata-se de um relato explicado a partir da perspectiva do professor, porém neste relato, o professor procura apresentar evidências (dadas pelos alunos) de algumas afirmações que realiza. O autor explica, primeiramente, como realizou a revisão do cálculo de áreas de quadriláteros e triângulos utilizando o programa *GeoGebra*. Na sequência, explica a avaliação realizada apresentando as resoluções - por meio de imagens - de alguns alunos e a análise dos resultados obtidos. O autor continua explicando que, depois de realizar a avaliação, introduziu a área de figuras geométricas com contornos curvilíneos por meio do método de Arquimedes. Dado que a tarefa proposta era o cálculo da área do círculo inscrevendo e circunscrevendo polígonos, dos quais, se deveria calcular a área, o autor explica que teve que dedicar certo tempo para introduzir os conhecimentos trigonométricos necessários para o cálculo de ditas áreas.

Na continuidade do texto, o autor explica a avaliação que realizou para mensurar a aprendizagem do método de Arquimedes e apresenta as resoluções, por meio das imagens, de alguns alunos e a análise dos resultados obtidos. Por último, neste mesmo capítulo, o autor explica que apresentou um "esboço biográfico" de Bernhard *Riemann*, utilizado para explicar que este personagem histórico aplicava um método para o cálculo de áreas que consistia em dividir o intervalo no qual está limitada a região curvilínea em n partes iguais. Inscrevendo e circunscrevendo n retângulos, em que uma das dimensões de cada retângulo apresentava medida igual a uma dessas n partes, obtidas na divisão. A outra dimensão correspondia ao comprimento do segmento entre a curva dada e o eixo horizontal correspondente. Em seguida, o autor explica como foi aplicado o método de *Riemann*,

primeiro como cálculo da área de um círculo, depois de uma elipse e, por último, como cálculo da área de uma região, descrita por meio de uma função polinomial, em particular, uma parábola. Também justifica que não teve tempo para resolver a situação inicial da piscina que servia como justificativa para a introdução dos métodos de Arquimedes e *Riemann* para o cálculo de figuras curvilíneas. Por último, explica a atividade realizada para avaliar a aprendizagem do método de *Riemann*. Também apresenta as soluções encontradas por alguns alunos, a análise dos resultados obtidos e um questionário final aplicado à turma para que avaliassem o processo de instrução implementado. No quarto e último capítulo, o autor apresenta suas reflexões e conclusões sobre a proposta realizada. O esquema a seguir resume a estrutura da proposta inovadora apresentada por Lopes (2014):

Figura 13 - Síntese do TCC de Lopes (2014).



Fonte: o autor.

Apresentada uma síntese do TCC, vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pelo autor, que, de maneira explícita e

implícita, tratam de justificar que a proposta didática apresentada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Crerios de Idoneidade

Quando os professores têm que refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inovação sobre sua própria prática, utilizam de maneira implícita alguns critérios de idoneidade. O TCC analisado também permite inferir o uso de alguns destes critérios na justificativa da proposta que realiza. Vejamos:

IDONEIDADE EPISTÊMICA

Erros

No relato do autor do TCC aqui analisado, não aparecem comentários em relação a erros cometidos pelo professor e tampouco se observam práticas que são consideradas incorretas do ponto de vista matemático.

Ambiguidades

O autor do TCC, em seu relato, explica que realizou uma avaliação inicial e outras três avaliações formativas com os alunos e não comenta de forma explícita as confusões e/ou dificuldades dos alunos que, em sua opinião, possam ser causadas por ambiguidades emergentes de sua explicação. É importante ressaltar que o autor do TCC atribui as dificuldades e a falta de aprendizagem profunda do método de *Riemann* à falta de tempo e não às ambiguidades ou erros presentes quando da implementação de sua proposta.

É importante levar em conta que Lopes (2014) faz um tratamento intuitivo da noção de limite e a investigação sobre o ensino desta noção tem manifestado que se trata de um tipo de ensino que possibilita ambiguidades e que gera dificuldades e confusões nos alunos, conforme estudos de (CORNU, 1994; SIERPINSKA, 1985). Contudo, dado que estamos tratando de alunos do terceiro ano do Ensino Médio, trata-se de um tipo de enfoque adequado e adaptado ao nível educativo ao qual se dirige. Por tanto, podemos concluir que as ambiguidades inerentes a este enfoque intuitivo são razoáveis tendo em conta o nível educativo ao qual se dirige a proposta. De maneira geral, a partir leitura do

relato que o professor realiza, pode-se concluir que este apresenta as definições e procedimentos de maneira clara e corretamente enunciados. Além disso, dá explicações, comprovações e demonstrações de forma adequada para o nível educativo que ele está trabalhando.

Riqueza de processos

O autor do TCC justifica a qualidade de sua proposta inovadora, pois esta fomenta que os alunos realizem processos matemáticos relevantes, em especial, o processo de modelagem matemática.

Desta forma, no trabalho de aplicação, dividido em três etapas, busca-se construir o conhecimento mediante o uso de modelos matemáticos. A partir da primeira construção, à medida que o assunto é aprofundado e que novos elementos surgem, outros modelos são construídos, embasados nos anteriores.

Na primeira etapa, introduz-se uma revisão, envolvendo o cálculo de área de figuras geométricas planas. Nessa etapa, são apresentadas diferentes figuras, dentre quadriláteros e triângulos. Para cada nova figura, deve-se construir um novo modelo matemático. Em cada caso deve-se criar um modelo particular e, em seguida, generalizar para aquela figura.

De modo análogo, por meio de modelos, estende-se essa construção, às etapas dois e três, tanto na aplicação do método de Arquimedes, com a construção da área do círculo, quanto na aplicação do método de *Riemann*, com construção da área do círculo, da elipse e, de regiões descritas por meio de funções polinomiais.

Busca-se, com isso, construir com o aluno, por meio do uso de modelos matemáticos, conceitos impostos na maioria das vezes. Além disso, pretende-se direcionar tais modelos de tal forma que permitam introduzir conceitos de matemática avançada, no caso específico, a introdução do cálculo integral, por meio do cálculo de área. (LOPES, 2014, p. 22).

Mesmo que o autor coloque muita ênfase no processo de modelagem, também considera que sua proposta inovadora permite que os alunos realizem outros processos matemáticos relevantes (conexões, construções significativas, resolução de problemas, etc.), (LOPES, 2014, p. 21):

Nesse sentido, busca-se: introduzir conceitos de matemática avançada, por meio do cálculo de área, apontar as inúmeras aplicações que o estudo de geometria proporciona orientar o aluno na construção e identificação de diferentes formas geométricas, proporcionar ao aluno a construção geométrica e aritmética de conceitos e entes matemáticos que a eles são aplicados por meio de fórmulas prontas, despertar no aluno a criatividade e a vontade de aprender geometria, criar, com o aluno, modelos geométricos, estabelecendo conexões com a realidade, propor situações-problemas com enfoque geométrico.

Pretende-se, a partir destes objetivos, fornecer subsídios ao aluno, a fim de que ele possa construir modelos, necessários e suficientes, para o entendimento da matemática desenvolvida nos tópicos aqui apresentados.

Além disso, em seu relato, observam-se que alguns destes processos efetivamente foram produzidos durante a aplicação da proposta. Por exemplo, nos excertos abaixo se apresentam evidências de que os alunos realizaram, respectivamente, processos de resolução de problemas, argumentação e analogias (entre o cálculo da área da elipse e do círculo), (LOPES, 2014, p. 76-77):

Pr._ Como podemos resolver esse problema?

Pr._ Qual dos dois métodos estudados melhor resolve esta situação - problema?

A maioria dos alunos concordou que, para resolver este problema, o melhor método seria o método de *Riemann*. Além disso, alguns alunos, acrescentaram:

An_ É só dividir a medida da base, em intervalos iguais e, inscrever retângulos, como ocorreu no cálculo da área do círculo e, da área da elipse.

Nesse sentido, o professor distribuiu uma cópia impressa para cada aluno, da construção gráfica e, orientou-os a dividir a medida da base (eixo horizontal) em 10 partes iguais, inicialmente, calculando o valor aproximado para a área.

A observação apresentada pelo aluno A2 resume os argumentos dos alunos, (LOPES, 2014, p. 66-67):

A2_ O senhor disse antes que a área do retângulo menor, dentro do círculo, é igual a área do retângulo menor do lado de fora do círculo, e, depois, disse o mesmo para a área do segundo e, assim por diante. Então, se isso é verdade, eu só preciso calcular a área daqueles dois retângulos que estão no meio. Qual vai ser a medida do comprimento desses dois retângulos? Nesse momento o aluno A1 indagou: "Posso dizer que o comprimento desses dois retângulos é igual ao diâmetro do círculo?" Concordando com os alunos, o professor questionou-os, querendo saber o valor da área desses dois retângulos e, conseqüentemente, a área total da região circunscrita pelos retângulos, no círculo. Assim, o aluno A1 concluiu: "A área de cada um desses dois retângulos será igual a 0,4, é só fazer base vezes altura.": $A_{\text{retangulocircunscrito}} = 2 \times 0,2 = 0,4$; 4. A1_ Daí, a área dos dois retângulos é igual a 0,8, pois multiplica por dois esse resultado. A área total é igual a esse resultado somado com o valor da área que foi calculada antes, com os retângulos dentro do círculo: $A_{\text{Área total}} = 2,64 + 0,8 = 3,44$.

A indagação do aluno A1 e o diálogo deste com os alunos A2 e A3 mostra o estabelecimento de processos matemáticos, como, por exemplo, o uso de analogias (LOPES, 2014, p. 21).

Desta forma, indagou o aluno A1: "Professor! Se, partindo do centro em direção à parte de fora (vértice), são quatro retângulos para a esquerda e, outros quatro para a direita e, ainda, cada dois deles são iguais, um do lado esquerdo e outro do direito, então, posso calcular a área de uma metade e fazer vezes dois o resultado? Duplicar o resultado dessa metade?". O aluno A2, atento à pergunta do colega, respondeu: "Eu acho que sim A1. Porque o cálculo é parecido com o

cálculo que a gente resolveu antes, no círculo". Completou a aluna A3: "Claro que dá, A1! Compara com os cálculos que nós resolvemos no círculo, é bem parecido".

Representatividade

O autor do TCC não apresenta reflexões explícitas quanto ao fato de que sua proposta didática sobre o ensino do cálculo de áreas ser mais representativa (pois incorpora com profundidade o cálculo de área de figuras que apresentam contorno curvilíneo) que as propostas que são implementadas, de forma habitual, no Ensino Médio. Trata-se, pois, de uma proposta didática que, em relação ao cálculo de áreas, é mais representativa que outras mais habituais pensadas e realizadas para este nível educativo.

Dado o uso explícito e implícito dos descritores contemplados nos componentes que estão relacionados ao critério de idoneidade epistêmico, avaliamos em 3 o uso de tal critério realizado pelo autor.

IDONEIDADE COGNITIVA

Neste TCC, observa-se que o autor realiza comentários, reflexões, etc. que permitem concluir que o autor leva em conta, na maioria dos casos, de forma implícita, indicadores da idoneidade cognitiva.

Conhecimentos prévios

O autor realizou uma avaliação inicial para conhecer se os alunos apresentam os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema. Além disso, ele se assegura de que os alunos tenham ditos conhecimentos prévios. Concretamente, dedica uma parte do tempo para revisar o cálculo de áreas de quadriláteros e triângulos e ao estudo das razões trigonométricas.

O autor considera que os significados pretendidos podem ser alcançados (apresentam uma dificuldade manejável) em seus diversos componentes. De certa forma, a seleção dos métodos de Arquimedes e de *Riemann* e não, por exemplo, a interpretação da integral como antiderivada, se faz porque o autor considera que, por função da intuição e do domínio dos conhecimentos prévios, tais abordagens são acessíveis para os alunos (em

outras palavras, encontram na zona de desenvolvimento proximal dos alunos). Por outro lado, os resultados da aprendizagem, segundo o autor, foram alcançados pelos alunos, o qual se tem uma confirmação de que os métodos de Arquimedes e de *Riemann* encontram-se na zona de desenvolvimento proximal dos estudantes. Abaixo, seguem alguns comentários que comprovam que o autor leva em conta os conhecimentos prévios dos alunos e que sua proposta se situa na zona de desenvolvimento proximal deles (LOPES, 2014, p. 19-20):

Restringindo o cálculo de área, para a região delimitada por um círculo, tanto o método de Arquimedes, quanto o método de *Riemann*, utilizam formas geométricas conhecidas para o cálculo de área deste tipo de região. Enquanto Arquimedes utilizou polígonos regulares para a obtenção da área, *Riemann* fez uso de retângulos, nos quais uma das dimensões, a base, por exemplo, apresentava a mesma medida em todos os retângulos.

A área de polígonos regulares e, de retângulos, pode ser determinada por um aluno de Ensino Médio, sem maiores restrições. Admite-se que, nesta etapa de estudos, o aluno já possua conhecimento suficiente e necessário para determinar a área de polígonos regulares e, de retângulos, uma vez que, aplicam-se razões trigonométricas, no triângulo retângulo, para a obtenção da área de polígonos regulares e, estas relações são estudadas no Ensino Médio.

Nesse sentido, pode-se afirmar que é possível introduzir, no Ensino Médio, o cálculo integral por meio do cálculo de área de regiões curvilíneas, por meio da aplicação da área de polígonos regulares, com o método de Arquimedes ou, por meio da área de retângulos, com o método de *Riemann*, sendo que neste último método, uma das dimensões é igual em todos os retângulos.

Adaptação curricular às diferenças individuais

No relato do autor não é possível tirar conclusões levando-se em conta atividades de ampliação ou reforço. Consideramos que não se pode concluir que o autor tenha em mente fazer um tratamento da diversidade no momento da implementação de sua atividade. Contudo, quando avalia a aprendizagem do método de *Riemann* e chega à conclusão de que muitos alunos não conseguiram dita aprendizagem, o autor argumenta que em uma nova implementação futura é importante que se considere a diversidade dos alunos.

O professor entendeu que seria necessário um período de estudos um pouco maior, para exigir dos alunos, em uma atividade avaliativa, a interpretação de resultados com maior profundidade, considerando que cada aluno é único e, por isso, necessita de um tempo de aprendizagem, seja ele maior ou menor. (LOPES, 2014, p. 92-93).

Aprendizagem

O autor apresenta, de forma muito clara, que deve realizar uma avaliação para comprovar que sua proposta inovadora promoveu a aprendizagem dos seus alunos. Além da avaliação inicial, o professor realiza três avaliações formativas que mostram a apropriação dos conhecimentos/competências implementadas.

Como forma de acompanhar e medir o grau de compreensão dos alunos foram aplicadas atividades avaliativas, após o desenvolvimento de cada tópico, desde a revisão, até a aplicação do método de *Riemann*. É importante destacar que, as atividades avaliativas representam parte da avaliação dos alunos. Deve-se levar em conta a participação dos alunos, seja ela por meio de questionamentos, por contribuições durante o desenvolvimento das atividades ou por participação ativa na construção dos conteúdos desenvolvidos. Cabe ressaltar que, apesar de muitos alunos não participarem com ponderações no grande grupo, eles contribuem em pequenos grupos e, isso deve ser levado em consideração. (LOPES, 2014, p. 17).

Esta aprendizagem, segundo o autor, foi alcançada claramente para o tema do cálculo de áreas de quadriláteros e triângulos e para o método de Arquimedes, mas não se pode afirmar para o método de *Riemann*, devido à falta de tempo.

Percebe-se, nas resoluções apresentadas pelos alunos, tanto nesta atividade avaliativa, quanto na resolução das atividades que antecederam-na, que os alunos entenderam a construção e o cálculo com a aplicação do método de Arquimedes. (LOPES, 2014, p. 61)

O professor entendeu que seria necessário um período de estudos um pouco maior, para exigir dos alunos, em uma atividade avaliativa, a interpretação de resultados com maior profundidade, considerando que cada aluno é único e, por isso, necessita de um tempo de aprendizagem, seja ele maior ou menor. Para que se consigam bons resultados, é necessário um período de estudos mais extenso e, com maior intensidade. Como o prazo de aplicação era limitado, com início e fim definidos, tornou-se inviável (LOPES, 2014, p. 92-93).

Além das avaliações comentadas anteriormente, o autor do TCC aplicou um questionário final para conhecer a avaliação que os alunos faziam em relação ao processo de instrução realizado. Uma das questões era sobre qual o grau de compreensão do material que havia sido trabalhado. As respostas dos alunos corroboram com as conclusões das avaliações formativas, no sentido de que os alunos conseguiram um nível de aprendizagem razoável.

A primeira questão que serviu para análise das atividades, a questão de número (4), solicitou do aluno uma avaliação do material produzido. Do total de alunos, precisamente: oito alunos consideraram o material com compreensão regular, 14 alunos consideraram o material com linguagem acessível e boa compreensão e, 8 alunos consideraram o material de fácil compreensão. Nenhum deles considerou o material de difícil compreensão. Dentre suas justificativas, destacam-se:

Ax1 _ Foi consideravelmente fácil de entender, consegui ter um bom aproveitamento do material.

Ax2 _ O material proposto estava com uma boa compreensão para que entendesse o conteúdo apesar de ter tido algumas dificuldades

Ax3 _ Pois o professor trouxe materiais com ilustrações e figuras, que facilitaram o entendimento, ficou melhor entendido com as figuras.

Ax4 _ Foi muito bem elaborado e aplicado com respostas bem elaboradas, não foi muito fácil mas consegui compreender o conteúdo.

Ax5 _ Quanto ao material achei bom, os recursos eram legais, mas tive dificuldades para compreender a matéria.

Ax6 _ O material que foi apresentado mostrou a compreensão de uma parte fundamental da geometria.

Ax7 _ Algumas explicações eram difíceis de serem interpretadas.

Ax8 _ Algumas coisas que foram explicadas não entendi.

Ax9 _ Apesar de ter sentido dificuldades em alguns assuntos apresentados, consegui compreendê-los após um pouco de prática e dedicação.

Ax10 _ Em minha opinião por ter cálculos muito complexos e por ter muitos alunos, o ensino ficou prejudicado.

Ax11 _ Tive muita dificuldade de entender. (LOPES, 2014, p. 93-94).

Alta demanda cognitiva

O autor considera que sua proposta vai ao encontro de uma alta demanda cognitiva em seus alunos, já que ativa processos cognitivos relevantes. De fato, a alta demanda cognitiva é a outra face da moeda da riqueza de processos comentada na idoneidade epistêmica. Ou seja, o professor ao optar por uma proposta didática que implica a realização de processos matemáticos relevantes, está propondo a seus alunos tarefas que levam-nos a uma alta demanda cognitiva.

Dado que o uso explícito e implícito dos descritores contemplados nos componentes acima, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade cognitivo.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

O autor explica que utilizou o *GeoGebra* e a calculadora em seu processo de instrução. Além disso, explica em seu relato, onde e como utilizou tais recursos. Com relação ao *GeoGebra*, apresenta comentários avaliativos implícitos sobre a conveniência de incorporá-lo no processo de instrução.

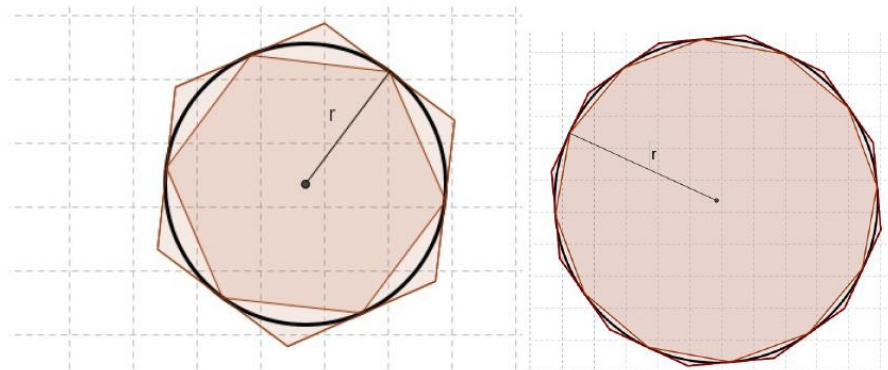
Vale salientar que todos os tópicos desenvolvidos foram descritos com o auxílio do software geogebra, ferramenta indispensável, atualmente, na sala de aula. (LOPES, 2014, p. 17)

Usando o software Geogebra, o professor descreveu o procedimento adotado por Arquimedes, como se segue:

Pr. _ Inicialmente Arquimedes inscreveu e circunscreu hexágonos regulares no círculo de raio unitário, determinando, desta forma, a área de cada polígono. Em seguida, inscreveu e circunscreu dodecágonos regulares ao mesmo círculo e, do mesmo modo, determinou o valor da área, observando que estes últimos se aproximaram do círculo, como podemos observar nos círculos da Figura 3.19.

Pr. _ Arquimedes continuou inscrevendo e circunscruvendo polígonos sempre dobrando a quantidade de lados do polígono anterior até inscrever e circunscruver polígonos com 96 lados. Podemos perceber que, a medida que o número de lados aumenta, mais próxima da área do círculo é a área obtida em cada polígono. (LOPES, 2014, p. 44-45).

Figura 14 - Inscrição e circunscrição de polígonos no círculo.



Fonte: (LOPES, 2014, p.45).

Mediante o uso de uma calculadora científica obteve-se para o valor de $\sin(5^\circ)$ o resultado 0,08715574274. Os alunos, ao resolverem esta atividade, adotaram, em sua maioria, dois resultados: 0,08 com arredondamento para baixo (ou truncamento) e, por sinal errado; ou, 0,09 com arredondamento para cima, neste caso, correto. (LOPES, 2014, p.54).

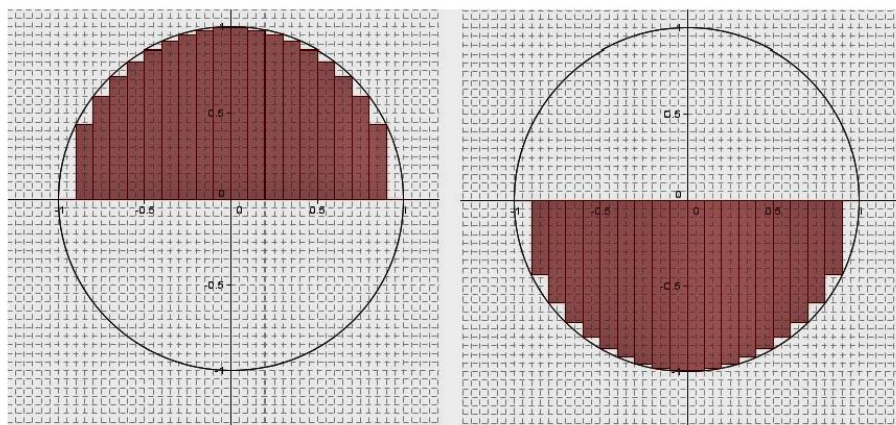
Número de alunos, horário e condições da sala de aula

Em relação a este componente, o autor não realiza muitos comentários. Contudo, o tem de maneira relevante quando explica que o número de alunos e as condições da sala de aula (tanto o espaço físico, como o laboratório de informática) condicionaram, de alguma forma, o uso do *GeoGebra*. Nesse caso, o *software* foi utilizado, majoritariamente, somente pelo professor para ilustrar e visualizar práticas matemáticas (por exemplo, o cálculo de áreas de quadriláteros e triângulos):

Nesta aula e nas aulas subsequentes, para melhor visualização e interpretação das figuras construídas, foram utilizados o software Geogebra projetado no equipamento multimídia da sala de aula e a lousa digital - disponibilizada pela escola que o professor atua pela manhã. Por considerar grande o número de alunos participantes e, principalmente, por não haver professor específico no laboratório de informática, optou-se por desenvolver todo o trabalho em sala de aula, usando a lousa digital e o software Geogebra para ilustrar, desenvolver e

construir as atividades que eram reproduzidas na malha quadriculada. (LOPES, 2014, p.31).

Figura 15 - Imagens que apresentam retângulos inscritos no círculo.



Fonte: (LOPES, 2014, p. 71).

Tempo (Do ensino coletivo, tempo de aprendizagem)

O autor apresenta comentários e avaliações sobre três indicadores deste componente. Em um primeiro aspecto, deixa muito claro que não conseguiu adequar os significados pretendidos ou implementados no tempo disponível. Em particular, explicita que não teve tempo suficiente para terminar de explicar o que havia planejado em relação ao método de *Riemann*:

O método de *Riemann* foi aplicado no cálculo da área, da região descrita pelo gráfico, de uma função polinomial. Devido à limitação do tempo para a aplicação, optou-se pelo gráfico descrito por uma função quadrática. Pretendia-se, a partir desta construção, determinar o valor aproximado da área, sob a curva e, conseqüentemente, introduzir, de modo implícito, a noção de cálculo integral. Mas, conforme já mencionado anteriormente, não foi possível aprofundar a aplicação desse método na região descrita pela parábola, devido ao pouco tempo que restava. (LOPES, 2014, p.102).

Em relação ao indicador "investimento do tempo nos conteúdos mais importantes ou nos conteúdos centrais", o professor explica que, por um lado, levou muito tempo para assegurar os conhecimentos prévios dos alunos e que, por outro lado, faltou tempo para resolver o problema inicial contextualizado que, precisamente, se apresentava como a razão de ser da introdução dos métodos de Arquimedes e *Riemann* no Ensino Médio, (LOPES, 2014, p. 101):

Tal situação retardou a sequência do trabalho, pois foi necessário dedicar um tempo que era limitado para revisar conceitos essenciais para a sua aplicação.

Depois de alguns comentários e contribuições dos alunos, referentes aos valores obtidos para a situação-problema, o professor apresentou outra situação-problema. Resgatou o problema que gerou o presente estudo.

"Como revestir o fundo de uma piscina em forma de elipse, usando cerâmica, de tal modo que as peças utilizadas deixem o mínimo de resíduos, isto é, de tal modo que o desperdício de material seja o mínimo possível?"

Ao questionar os alunos, buscou-se saber se eles estavam lembrados deste problema, que foi apresentado no primeiro encontro e que era o foco desse estudo. O professor, acrescentou também a Figura 3.44, para ilustrar a situação-problema. A partir deste questionamento, surgiram algumas contribuições interessantes, como as relatadas a seguir:

A1_ Professor! Deve ser com a aplicação do método de *Riemann*, pois foi o que nós mais estudamos neste período.

Esta observação feita pelo aluno, com a entonação que usou, soou com um ar de graça que, a maioria dos alunos caiu em risos, incluindo o professor.

Os alunos A3, A2 e A5, fizeram os seguintes questionamentos:

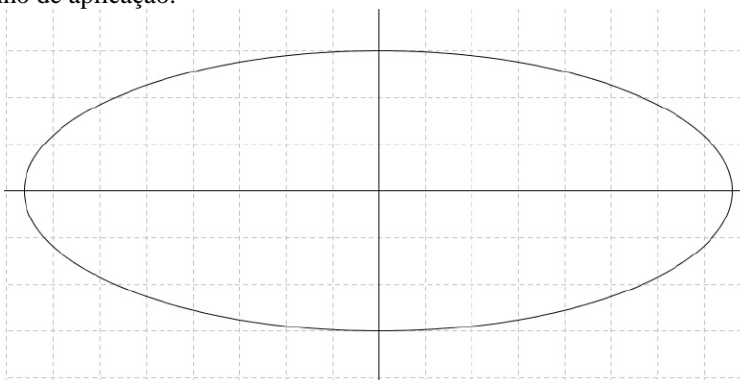
A3_ Deve-se usar uma cerâmica que tenha um bom comprimento e que a largura seja pequena, mas será que existe um tipo de cerâmica assim?

A3_ Será que alguma fábrica de cerâmica pode fabricar peças de tamanhos especiais?

A3_ Poderia perguntar para um primo, que é pedreiro, se ele conhece, ou sabe se é possível.

Abriu-se um momento de discussão, que envolveu o grupo de alunos. Com o final do período, considerando o próximo encontro como o último para a aplicação do projeto, no qual estava programada uma última atividade avaliativa, não foi possível dar continuidade à discussão. Mas, o professor ficou entusiasmado com o envolvimento e a participação dos alunos.

Figura 16 - Figura que ilustra a situação-problema apresentada no início do trabalho de aplicação.



Fonte: (LOPES, 2014, p. 80-81).

Com relação ao descritor "investimento do tempo nos conteúdos que apresentam maior dificuldade", os comentários do professor permitem inferir que não foi possível realizar todo estudo por função da falta de tempo (por exemplo, faltou tempo para explicar com profundidade o método de *Riemann*).

O professor entendeu que seria necessário um período de estudos um pouco maior, para exigir dos alunos, em uma atividade avaliativa, a interpretação de resultados com maior profundidade, considerando que cada aluno é único e, por isso, necessita de um tempo de aprendizagem, seja ele maior ou menor. Para que se consigam bons resultados, é necessário um período de estudos mais extenso e, com maior intensidade. Como o prazo de aplicação era limitado, com início e fim definidos, tornou-se inviável. (LOPES, 2014, p. 92-93)

Em última análise, observa-se que, um trabalho como o que foi aplicado em turma regular, não pode ser aplicado, com tempo limitado, onde são definidos início e fim. Pois, quando está envolvida a construção do conhecimento e não o uso de fórmulas pré-estabelecidas, deve-se dar o tempo necessário para que o aluno possa assimilar o que ele está construindo. (LOPES, 2014, p. 103)

Dado o uso explícito e implícito dos descritores que formam os componentes explicados acima, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade mediacional.

IDONEIDADE INTERACIONAL

Interação docente-discente

No TCC se descreve uma interação professor-grande grupo mediante uma dinâmica de perguntas do professor e resposta dos alunos que, segundo o autor, facilitou a compreensão dos alunos, (LOPES, 2014, p. 32):

Vale destacar os comentários de dois alunos, resumindo o sentimento da maioria.
 A4_ Agora eu entendi de onde vem essa fórmula e o porquê é parecida com a área do retângulo;
 A5_ Como é fácil! Porque não aprendemos assim antes?!

O autor também apresenta exemplos de como esse tipo de interação clareou as dúvidas dos alunos:

Nesse momento de troca, o professor aproveitou para esclarecer algumas dúvidas que ainda persistiam, a principal foi a escolha da casa decimal para o arredondamento (LOPES, 2014, p. 60).

A5_ Professor! Eu ainda não entendi por que é que eu não posso usar a medida que eu encontro com a régua. Onde é que eu estou errando?
 A partir deste questionamento, o professor pensou em uma nova estratégia. Com o auxílio do *Geogebra*, construiu o círculo da Figura 3.36 e, então disse (LOPES, 2014, p. 65):

Figura 17 - Construção do círculo no GeoGebra.

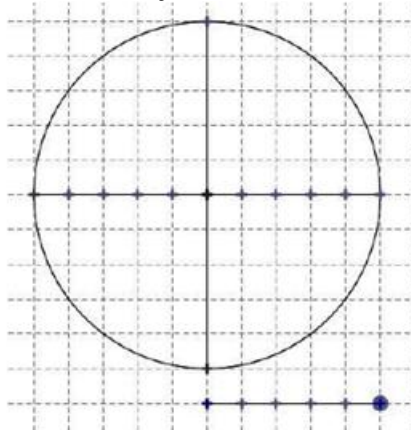


Figura 3.36: Construção do círculo no Geogebra.

Fonte: (LOPES, 2014, p. 65).

Interação entre discentes

No relato, do autor se conclui que os alunos trabalharam, também, em pequenos grupos e que esta organização permitiu que alguns alunos que dificilmente participavam da aula, se manifestassem no grande grupo:

Outros grupos apresentaram suas opiniões, em geral, semelhantes às relatadas. Vale destacar que, um grupo de alunos, que normalmente resolviam e participavam das atividades, sem expressar sua opinião no grande grupo, desta vez se manifestou, ainda que no pequeno grupo, dizendo que estavam gostando das atividades e do trabalho como um todo. Ressalta-se que o receio de alguns alunos, em falar e participar no grande grupo, se deve a alguns fatores, como a pressão da turma, o receio ou vergonha de se expor, diante dos colegas de turma. (LOPES, 2014, p. 78).

Autonomia

A partir da escrita do autor, é possível concluir que houve momentos de fomento à autonomia do aluno. Por um lado, o aluno deveria realizar tarefas em casa, (LOPES, 2014, p. 67):

Como tarefa de casa, foi determinado o cálculo da área, aproximada, do círculo, agora com a inscrição e circunscrição de 20, 40 e 50 retângulos, quantidades estas correspondentes à subdivisão do diâmetro em intervalos de mesmo tamanho. O sétimo encontro foi dividido em duas partes. Na primeira parte, foram resolvidas e discutidas as atividades deixadas como tema de casa, no último encontro.

Por outro lado, foram contemplados momentos nos quais os estudantes assumiam a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação). No relato do autor, é possível observar como os alunos devem resolver problemas, formar conjecturas, desenvolver argumentos, etc.

De posse desses novos resultados, os alunos apresentaram algumas conclusões. Uma das conclusões é apresentada a seguir, descrita pelo aluno A2. Disse ele: "Professor! Nós estávamos conversando aqui e percebemos que esses resultados estão se aproximando cada vez mais de 3; 14 e, esse número nós conhecemos como o número π , usado no cálculo da área do círculo. Esse foi o caminho adotado por Arquimedes para calcular a área do círculo?" (...) Como parte complementar, nos estudos referentes ao método de Arquimedes, no primeiro período do sexto encontro, foi construída uma demonstração para obter a área do círculo com a inscrição e circunscrição de polígonos regulares (...). (LOPES, 2014, p. 50).

Avaliação formativa

Tal como foi explicado na idoneidade cognitiva, o professor realizou uma avaliação formativa que o permitiu a observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.

Dado o uso explícito e implícito dos descritores que compõem os componentes acima, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade interacional.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Interesses e necessidades

Lopes (2014) não apresenta comentários sobre a relação entre os interesses dos alunos e as tarefas que ele propõe. De maneira implícita, pressupõe que o fato de propor situações que permitem ver as aplicações da matemática com o mundo real (como o cálculo de áreas) é suficiente para despertar o interesse dos alunos. É importante ressaltar que o autor aplicou um questionário final a seus alunos cujo objetivo era conhecer a avaliação que eles faziam do processo de ensino e de aprendizagem realizado. Das respostas apresentadas, conclui-se que os alunos consideraram úteis os conhecimentos aprendidos, (LOPES, 2014, p. 94):

Ax5 _ É importante pois por meio dessas fórmulas podemos encontrar a área de qualquer objeto, e elas podem ser utilizadas na construção de casas, edifícios, grandes monumentos.

Ax6 _ Pois vamos usar no nosso dia, mesmo que não seja diariamente e particularmente eu irei usar certa forma na minha profissão.

Ax7 _ Pois estas fórmulas são usadas para construir casas, edifícios, grandes obras, etc.

Atitudes

Embora não haja, de maneira explícita, comentários sobre as atitudes dos alunos, observa-se, no relato de Lopes (2014), que a implementação realizada promove a implicação dos alunos nas atividades, a perseverança, a responsabilidade, etc. Também se observa que a atividade favoreceu a argumentação em um contexto de igualdade, ou seja, o argumento é avaliado em si mesmo e não por quem o disse.

Emoções

Para o autor, a implementação realizada promoveu a autoestima dos alunos. Em efeito, o fato de que apresentou tarefas que exigem uma alta demanda cognitiva e que a maioria dos alunos conseguiu resolvê-las e entendê-las repercute em uma melhor autoestima dos participantes, vejamos:

A6_ Como fica fácil para entender a fórmula quando a gente constrói ela;

A7_ As aulas deveriam ser sempre assim, ficaria bem mais fácil de entender a matéria;

A8_ Eu não sabia que era assim tão fácil de resolver. (LOPES, 2014, p. 35)

Em relação à idoneidade emocional, é importante ressaltar que as respostas dadas pelos alunos, ao realizarem o questionário final, mostram que a implementação realizada promoveu melhora na autoestima deles, os quais consideraram que compreenderam os conteúdos ensinados e que estes apresentavam-se úteis para a sua inserção no mercado de trabalho.

Dado o uso implícito destes descritores, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade mediacional.

IDONEIDADE ECOLOGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo banco indutor do TCC, os professores têm que justificar que suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. No caso estudado, o autor considera que a inovação passa pela incorporação de novos conteúdos no currículo, em particular, conteúdos de Cálculo Integral.

Adaptação ao currículo

Outro aspecto do entorno que devem apresentar os autores dos TCC, de acordo com as orientações do programa, é a de que sua proposta deve estar relacionada com algum conteúdo do currículo de matemática da Educação Básica e também precisa seguir algumas das orientações dos parâmetros curriculares. Neste caso, os conteúdos com os quais o TCC se relaciona, são conteúdos de geometria (cálculo de áreas) e de trigonometria e, segundo o autor, também se relaciona com os Parâmetros Curriculares Nacionais. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, (BRASIL, 1999, p. 207):

Os objetivos do Ensino Médio, em cada área *do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e uma visão de mundo. Para a área de Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias, isto é particularmente verdadeiro, pois a crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovar demanda cidadãos capazes de aprender continuamente, para o que é essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico.* (LOPES, 2014, p. 14)

Por outra parte, o autor especifica em que curso pode-se implementar sua proposta. Concretamente sugere que tal proposta pode ser trabalhada no terceiro ano do Ensino Médio.

Conexões intra e interdisciplinares

O autor explicita em seu TCC que pretende realizar uma conexão intramatemática entre o cálculo de áreas e a integral de *Riemann*. Nesse sentido, pode-se afirmar que sua proposta didática pode ser interpretada como uma conexão intradisciplinar, uma vez que relaciona a integral de *Riemann* com o cálculo de áreas do currículo do Ensino Médio. Em

contrapartida, no TCC, não se realizou nenhuma referência à conexão das atividades propostas com outras disciplinas presentes no currículo (interdisciplinar).

Utilidade sócio-laboral

O autor não apresenta argumentos quanto à utilidade sócio-laboral de sua proposta inovadora, porém, implicitamente, a supõe. Quando comenta as respostas dos alunos em relação ao questionário final, apresenta alguns argumentos dados pelos alunos nos quais fica evidente que os alunos consideram os conhecimentos aprendidos úteis para suas vidas social e laboral.

Ax5 _ É importante, pois por meio dessas fórmulas podemos encontrar a área de qualquer objeto, e elas podem ser utilizadas na construção de casas, edifícios, grandes monumentos.

Ax6 _ Pois vamos usar no nosso dia, mesmo que não seja diariamente e particularmente eu irei usar certa forma na minha profissão.

Ax7 _ Pois estas fórmulas são usadas para construir casas, edifícios, grandes obras, etc. (LOPES, 2014, p. 94)

Em resumo, o autor justifica que sua proposta é uma inovação didática que se adapta ao currículo da Educação Básica e, segundo seus alunos, que ajuda à inserção social-laboral e que apresenta uma conexão intramatemática com a matemática de nível superior. Contudo, não apresenta argumentos que justificam relações interdisciplinares e, por estas razões, avaliamos o uso do critério ecológico no nível 3.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

Uma vantagem que o leitor deste TCC encontra na pesquisa é que o autor está justificando a qualidade de uma proposta que foi implementada, na qual se apresenta um relato muito completo. O autor, de maneira implícita ou explícita, utiliza todos os critérios de idoneidade. Um aspecto importante a ressaltar é que neste TCC se evidencia claramente o problema de encontrar um equilíbrio entre os critérios de idoneidade. Por um lado, o autor planeja uma inovação com uma alta idoneidade epistêmica e em seu relato mostra que além desta, preocupou-se em conseguir uma alta demanda cognitiva. Contudo, evidencia que teve que renunciar a alguns conteúdos previamente planejados. Em particular, não conseguiu resolver o problema inicial que havia proposto - problema que

era a razão de ser de sua proposta- e, nesse sentido, a aprendizagem não foi completa - em particular, o método de *Riemann* - devido à falta de tempo, ou seja, a falta de uma boa adequação mediacional. A conclusão do autor é a de que em futuras implementações, se o professor não quer renunciar à alta idoneidade cognitiva e epistêmica é necessário contar com mais tempo para realização da proposta além de considerar a diversidade presente em uma sala de aula.

5.2.3 Estudo de um caso em que se apresenta o planejamento de uma proposta didática para a Educação Básica que tem como inovação o estabelecimento de conexões intramatemáticas

Nesta seção, mostraremos a análise detalhada de um caso que apresenta o planejamento de uma sequência em que toma como inovação o estabelecimento de conexões intramatemáticas, especificamente, a ideia de propor atividades que permitam a realização de transformações lineares, em particular, de transformações no plano a partir da operação com matrizes, interpretando-as, assim, de forma geométrica. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e, na sequência, apresentamos uma análise referente aos argumentos, avaliações, reflexões, etc. que o autor realiza para justificar que sua proposta possibilita uma melhoria no ensino de matemática.

Estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso

O autor inicia seu Trabalho de Conclusão de Curso apresentando, no capítulo introdutório, um material por ele denominado de "material de suporte para professor". Este escrito didático contempla uma breve apresentação teórica sobre o uso do computador no ensino da matemática, no qual o autor reafirma a ideia presente nos textos de alguns teóricos e nos parâmetros curriculares. Esse ponto de vista consiste em afirmar que o uso do computador, especialmente o uso de planilhas eletrônicas, na sala de aula, permite ao aluno uma formação mais adequada e melhor voltada para o mercado de trabalho, visto que possibilita o desenvolvimento de certas habilidades, como a resolução de problemas, generalização, formulação de hipóteses e auxílio na tomada de decisões. O "material de suporte ao professor" também contempla uma seção na qual o autor apresenta uma breve introdução à teoria das transformações lineares, explicando, desde um ponto de vista matemático, o que são e como se operacionalizam.

Conceição (2013) inicia o segundo capítulo com uma explicação sobre transformações no plano, explicando os tipos de transformações que podem ocorrer nele, como, por exemplo, a mudança de proporções, rotações, deformações e cisalhamentos. Na sequência, o autor apresenta o planejamento de uma proposta didática composta por seis aulas. A primeira aula se dedica à introdução às transformações no plano, que tem como principal foco, conceituar as transformações no plano por meio de operações com matrizes. A segunda aula está dedicada à introdução ao uso das planilhas eletrônicas nas aulas de matemática, cujo foco é apresentar a planilha eletrônica e estimular, a partir de uma lista de tarefas, que os alunos efetuem algumas operações básicas. A terceira aula está voltada para a construção de gráficos das transformações na planilha eletrônica. A quarta aula trata das matrizes de reflexão, cujo objetivo é identificar as matrizes que geram a reflexão no plano. A quinta aula se refere às matrizes de dilatações, contrações e cisalhamento no plano. Já a sexta aula se dedica à identificação das matrizes que geram rotações e translações no plano.

No terceiro capítulo, o autor define morfismo no plano cartesiano e, mais uma vez, apresenta uma proposta de quatro atividades para gerar gráficos por meio do uso das planilhas eletrônicas, mostrando, de forma detalhada a transição de duas figuras em dez etapas por meio de um apresentador de slide.

O quarto e o quinto capítulo discorrem, respectivamente, sobre possíveis desdobramentos e as considerações finais sobre a proposta apresentada. Para o autor, a proposta deve ser aplicada, preferencialmente, no Ensino Médio, e pode ser estendida a abordagem de conceito como ponto fixo, transformações isométricas - figuras congruentes -, além de explorar a planilha para o cálculo de determinantes e sistemas lineares. O autor conclui que sua proposta amplia o significado de operações com matrizes, pois proporciona ao aluno uma interpretação geométrica de tais operações, motivando-o ao estudo das transformações lineares.

A figura abaixo representa uma síntese da proposta de Conceição (2013), em particular, sobre as conexões intramatemáticas que o autor realiza em sua sequência didática.

Figura 18 - Síntese da proposta de Conceição (2013).



Fonte: o autor.

Apresentada uma síntese do TCC de Conceição (2013), vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pelo autor, que, de alguma maneira, justificam que a proposta didática abordada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Critérios de Idoneidade

Quando os professores precisam refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inovação sobre sua própria prática, utilizam de maneira explícita ou implícita alguns critérios de idoneidade. Este TCC também permite inferir o uso de alguns destes critérios na justificativa da proposta que realiza. Vejamos:

IDONEIDADE EPISTÊMICA

Erros e Ambiguidades

O autor não apresenta comentários em relação a possíveis erros que possam ser cometidos pelo professor e tampouco se observam argumentos que são considerados incorretos do ponto de vista matemático, ou ambiguidades que possam levar o aluno a cometer certas confusões conceituais ou procedimentais.

Riqueza de processos

Conceição (2013) argumenta que sua atividade fomenta processos matemáticos relevantes para a atividade matemática, em especial processos de conexão entre conteúdos

matemáticos. Além disso, o autor mostra certa reflexão sobre os diversos processos que podem ser realizados quando do uso da planilha eletrônica, como, por exemplo, o levantamento e teste de hipóteses.

Apresentaremos nesta proposta de atividade educacional algumas operações com matrizes e analisaremos as transformações que elas geram no plano, faremos uso de uma planilha eletrônica para efetuar os cálculos e gerar os gráficos, possibilitando ao aluno investigar as transformações que certas matrizes produzem no plano, interpretando de forma geométrica as operações com matrizes, ampliando seu significado. (CONCEIÇÃO, 2013, p.12).

O uso de planilhas é sugerido, pois busca otimizar as atividades, onde o aluno pode efetuar diversas transformações de um mesmo conjunto de pontos de forma dinâmica e permite visualizar as respectivas figuras geradas automaticamente. Essa iteratividade permite a interação do aluno com os conceitos e ideias matemáticas envolvidas, levantando e testando hipóteses, proporcionando a descoberta. (CONCEIÇÃO, 2013, p.12).

Embora o autor defenda, em seus argumentos iniciais, que sua proposta estimule o uso de processos relevantes, especialmente, o processo de conexão, na sequência apresentada por ele, não se confirmam, por exemplo, outros processos. Destes, podemos citar a investigação, a formação de hipóteses, a modelagem e a argumentação devido à condução de sua proposta, que se apresenta de maneira magistral, conforme mostra o excerto abaixo.

2.1 Aula 1: Introdução às transformações no plano. Objetivos: conceituar transformações no plano por meio das operações com matrizes. Metodologia: abordar o conceito de transformações no plano. Propor aos alunos que efetuem a transformação sugerida e representando as figuras no papel quadriculado; Discutir com a turma o que aconteceu com a figura após a transformação. Pode-se chamar a atenção dos alunos para a simetria entre as figuras Inicial e Final e que a transformação manteve as medidas da figura. Avaliação: verificar se todos os alunos conseguiram calcular e representar a transformação no plano, se necessário retome os conceitos para que todos tenham condições de acompanhar as atividades. (CONCEIÇÃO, 2013, p. 22-23).

Representatividade

O tema da representatividade aparece de maneira teórica no primeiro capítulo do TCC, capítulo de "material de suporte para professor", em que o autor argumenta a importância das transformações lineares como uma aplicação das operações com matrizes, em particular, a operação de multiplicação. Contudo essa reflexão teórica realizada pelo

autor não se contempla na sequência didática em vários aspectos. Um deles, por exemplo, é que a proposta didática se limita a mostrar transformações lineares por meio da operação de matrizes em que a transformação linear aplicada é apenas uma transformação no plano dentro de um mesmo espaço vetorial, não abordando, por exemplo, transformações lineares entre dois espaços vetoriais distintos.

Nesse sentido, os significados parciais contemplados na proposta não são uma amostra representativa da noção de transformação linear que deveria ter sido contemplada, além de que não se apresentar uma amostra representativa de problemas, pois todos se resolvem por meio de um mesmo procedimento: multiplicar a matriz de transformação pela matriz inicial dada, obter a matriz final e observar que tipo de transformação ocorre no plano. Nesse sentido, entende-se que a atividade explora apenas o modo de expressão gráfico, excluindo outros considerados pertinentes, como o verbal e o simbólico.

Dado o uso explícito e implícito dos descritores contemplados nos componentes que estão relacionados ao critério de idoneidade epistêmico, avaliamos em 1 o uso de tal critério realizado pelo autor.

IDONEIDADE COGNITIVA

O estudo deste Trabalho de Conclusão de Curso nos levou a observar que o autor apresenta comentários, reflexões e argumentos que permitem concluir que ele leva em conta, na maioria dos casos, de forma implícita, alguns indicadores da idoneidade cognitiva. Vejamos:

Conhecimentos prévios

Na proposta, conforme é apresentada a sequência didática, o autor supõe implicitamente que os alunos já saibam operar matrizes e identificar algumas transformações que podem ser realizadas no plano. Contudo, o autor não contempla um teste diagnóstico ou uma atividade de sondagem para verificar quais conhecimentos que os alunos possam ou devam apresentar em relação às transformações lineares ou operações matriciais. O excerto abaixo mostra, de forma muito rudimentar, um dos conhecimentos prévios que os alunos devem possuir para que haja um bom andamento do trabalho proposto.

Para um bom andamento do trabalho o aluno deverá ter domínio das operações com matrizes (CONCEIÇÃO, 2013, p.13).

Tendo em vista o tipo de atividades propostas, que são muito similares e, de certa forma, repetitivas, entende-se que os significados pretendidos pelo autor podem ser alcançados, pois apresentam uma dificuldade manejável.

Adaptação curricular às diferenças individuais

O autor não apresenta comentários diretos sobre como tratar as possíveis dificuldades ou alterações que possam surgir no decorrer da realização das tarefas, nem para alunos com dificuldade em realizá-las e nem para alunos que apresentam certa facilidade. Neste último caso, alunos que necessitariam de tarefas diferenciadas. Contudo, quando o autor trata das continuações e desdobramentos, no último capítulo de seu TCC, ele apresenta uma breve reflexão de como poderia avançar o conteúdo com alunos que apresentam menos dificuldade, como, por exemplo, a possibilidade de trabalhar a ideia de ponto fixo.

Uma ideia interessante de ser estudada é a do ponto fixo: quais pontos não sofrem alterações quando efetuamos a transformação, ou seja, quais os pontos (x, y) tais que $T(x, y) = (x, y)$. Essa análise pode ser feita graficamente apenas analisando as imagens das transformações, ou de forma algébrica estudando a lei da transformação. As transformações isométricas (transformações que não alteram as distâncias entre os pontos, ou seja, mantêm as medidas) podem ser facilmente identificadas pelos alunos simplesmente manipulando as matrizes de transformações e analisando as figuras geradas, logo é uma boa opção para a continuação dos estudos bem como sua relação com a noção de figuras congruentes. (CONCEIÇÃO, 2013, p.57).

Aprendizagem

O autor não apresenta nenhuma reflexão sobre a aprendizagem, somente se limita a um determinado comentário sobre a avaliação, que é bastante geral e que se repete em todas as atividades sugeridas, como, por exemplo:

Verificar se todos os alunos conseguiram calcular e representar a transformação no plano, se necessário retome os conceitos para que todos tenham condições de acompanhar as atividades. (CONCEIÇÃO, 2013, p.22).

Alta demanda cognitiva

Embora o autor afirme que em sua proposta didática há riqueza de processos e alta demanda cognitiva (generalização, conexões intramatemáticas, câmbios de representação, conjecturas, etc.), quando se analisam as tarefas - nas quais os alunos devem reproduzir aquilo que o professor realiza - entende-se que essa alta demanda cognitiva, na prática, não é exigida dos alunos.

2.3 Aula 3: Construindo os gráficos das transformações[...]. Metodologia: efetuar na planilha eletrônica as passagens sugeridas com equipamento multimídia **para que os alunos possam acompanhar e reproduzir em seus computadores**. Propor aos alunos que modifiquem a matriz de transformação e verifiquem as transformações que elas geram na figura. Discutir com os alunos o que acontece com a figura se modificarmos um determinado elemento da matriz de transformação. Organizar a turma de modo que todos tenham acesso à planilha eletrônica e acompanhar o desenvolvimento dos alunos para garantir que todos estão realizando as atividades. (CONCEIÇÃO, 2013, p.31, **grifo nosso**).

Dado o uso explícito e implícito dos descritores contemplados nos componentes acima, avaliamos em 1 o uso, pelo autor, do critério de idoneidade cognitivo.

IDONEIDADE INTERACIONAL

Interação docente-discente

Há certa preocupação do autor com a organização dos alunos para evitar a exclusão em sala de aula. Além disso, quando o autor explica a metodologia de cada atividade, detalha quais são os conceitos-chave ou as ideias principais nas quais deve ser colocada ênfase, geralmente relacionadas à apresentação das matrizes que geram determinada transformação no plano.

Organizar a turma de modo que todos tenham acesso à planilha eletrônica e acompanhe o desenvolvimento dos alunos para garantir que todos estão realizando as atividades. Apresentadas as matrizes que geram rotações e translações no plano, o professor pode sugerir aos alunos que as reproduzam na planilha eletrônica, para verificar as transformações geradas nos gráficos. Propor aos alunos que efetuem em seus computadores as atividades propostas do capítulo. (CONCEIÇÃO, 2013, p.40).

Embora dois descritores relacionados à interação docente-discente estejam contemplados na proposta, o autor não apresenta comentários de como poderiam ser resolvidos certos conflitos de significado que poderiam surgir nos alunos. Tampouco apresenta uma reflexão de como chegar a consensos em base no melhor argumento.

Interação entre discentes

O autor apresenta alguns comentários gerais de como deve ser a organização da classe para que, de alguma maneira, se favoreça o diálogo, a comunicação e a inclusão entre os estudantes.

Para amenizar possíveis inseguranças na utilização do computador ou do programa sugerido, uma sugestão seria formar pequenos grupos onde pelo menos um aluno conheça o programa, ou ainda, de maneira alternativa, trabalhar utilizando a planilha eletrônica na introdução de matrizes, onde os alunos podem representá-las na planilha eletrônica e efetuar algumas operações de modo que já fiquem familiarizados com o programa. (CONCEIÇÃO, 2013, p.13).

Autonomia

Apesar da proposta requerer que os alunos, no decorrer das atividades, criassem hipóteses e conjecturas, não se percebe momentos ou etapas em que os alunos possam realizar as atividades de forma autônoma e desafiadora, pois conforme descrição da metodologia de cada atividade, elas são de reprodução.

Avaliação formativa

O autor não apresenta reflexão sobre como se pode dar o processo cognitivo dos alunos no decorrer da realização das tarefas propostas.

Dado o uso explícito e implícito dos descritores que compõem os componentes acima, avaliamos em 1 o uso do critério de idoneidade interacional.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

O autor explica com detalhes que tipos de materiais serão utilizados na sequência das atividades, de tal forma que apresenta uma preocupação em relação ao tipo de material utilizado para determinada atividade, como, por exemplo, o uso de material concreto para a tarefa que ele considera introdutória.

Para realizar as atividades propostas precisaremos de papel quadriculado - para desenvolver a primeira atividade, computador com uma planilha eletrônica instalada, um para cada aluno ou grupo de alunos, conforme disponibilidade, um projetor multimídia ou televisão onde o aluno possa acompanhar as orientações do professor no desenvolvimento das atividades. (CONCEIÇÃO, 2013, p.12)

Além disso, o autor explica, em seu relato, onde e como utilizou tais recursos. Ele atribui grande importância ao uso da planilha eletrônica, que consiste no material central de sua proposta.

Número de alunos, horário e condições da sala de aula

De uma maneira geral, o autor comenta que as atividades devem ser aplicadas com alunos do Ensino Médio. Contudo não apresenta especificidades quanto ao número e à distribuição dos alunos que permitam que se realize a prática de ensino pretendida, tampouco comenta sobre horários e tempo das atividades.

Tempo

Em relação a este componente, o autor não realiza nenhum comentário. Esse fato faz com que, implicitamente, possa supor-se que não refletiu sobre este aspecto.

Avaliamos este critério em 2, pois embora o autor não contemple todos os descritores relacionados a cada componente deste critério em sua reflexão, ele realiza comentários importantes referentes ao uso da planilha eletrônica.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Com relação aos descritores da idoneidade emocional, o autor não apresenta nenhuma referência, exceto por um comentário geral, segundo o qual o uso da planilha eletrônica em sala de aula motiva os alunos.

Delineamos na seção 1.1 e 1.2 a importância e a conveniência do uso do computador nas aulas de matemática, suas contribuições para aumentar a motivação do aluno e melhorar seu aprendizado, ainda abordamos as possibilidades e vantagens do uso das planilhas eletrônicas nas aulas de matemática (CONCEIÇÃO, 2013, p.13).

Dado a não realização de comentários dos componentes que compõem o critério emocional, avaliamos em 1 o uso, pelo autor, de tal critério.

IDONEIDADE ECOLÓGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo banco indutor do TCC, os professores têm de justificar que suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. No caso estudado, o autor considera que a inovação passa pela realização de atividades que permitam estabelecer conexões intramatemáticas, pois o foco de sua proposta está nas transformações no plano cartesiano ocasionadas pelas operações com matrizes.

Adaptação ao currículo

O autor não apresenta nenhum comentário sobre a relação de sua proposta com os PCN's, em articular sobre o que os parâmetros trazem de referência do estudo das matrizes relacionado às transformações no plano. Somente apresenta um comentário geral sobre importância da tecnologia, contudo não se observam comentários específicos sobre o uso da planilha eletrônica adaptada ao currículo, ou seja, ele não explica que sua proposta está embasada nos parâmetros curriculares.

Conexões intra e interdisciplinares

O autor explicita em seu TCC que pretende realizar uma conexão intramatemática e se preocupa em conectar matrizes com as transformações no plano. Além disso, no TCC não se realizou nenhuma referência interdisciplinar.

Utilidade sócio-laboral

O autor apresenta argumentos gerais quanto à utilidade sócio-laboral do uso da planilha eletrônica, porém não argumenta de forma detalhada sob que aspectos a sua sequência de atividades pode promover, estimular ou conduzir o aluno a utilidades sócio-laborais.

Efetuar na planilha eletrônica algumas operações conectadas a um equipamento multimídia para que os alunos possam acompanhar e reproduzir. Propor aos alunos que efetuem em seus computadores as atividades propostas do capítulo. Discutir com os alunos os possíveis usos da planilha eletrônica no mercado de trabalho. (CONCEIÇÃO, 2013, p.24).

Procuramos com esta proposta de atividade educacional ampliar o significado das operações com matrizes, proporcionando ao aluno uma interpretação geométrica para essas operações e com isso motivar os alunos ao estudo da matemática em especial às transformações lineares, além disso, apresentar ao aluno um programa que pode ser importante tanto para estudar matemática como para sua inserção no mercado de trabalho. (CONCEIÇÃO, 2013, p.58).

Em sua proposta, o autor não leva em consideração grande parte dos componentes e descritores, como conexões interdisciplinares ou adaptação curricular, que compõem a idoneidade ecológica. Tampouco especifica com detalhe algum componente específico. Nesse sentido, avaliamos o uso do critério ecológico no nível 2.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

Ao analisarmos este TCC, concluímos que o nível de análise em didática é considerado baixo em quase todas as idoneidades. Apesar do PROFMAT solicitar uma proposta inovadora e que promova uma melhoria no ensino de matemática, percebe-se que as justificativas dadas pelo professor para defender sua inovação são de baixa profundidade e pouco elaboradas. O fato da proposta apresentada não ter sido implementada, reflete um desequilíbrio sobre o uso dos critérios, visto que apresenta deficiência nas possíveis reflexões e estratégias de melhora em muitos dos aspectos contemplados em uma aula de

matemática. Nesse sentido, podemos citar, por exemplo, que não se leva em consideração a quem se dirige o trabalho, qual tipo de público envolvido, o tempo que deve ser levado em conta para a realização de cada atividade, entre outros.

5.2.4 Estudo de um caso em que se apresenta a implementação de uma proposta que tem como inovação o estabelecimento de conexões intramatemáticas na Educação Básica

Nesta seção, apresentamos a análise detalhada de um caso que apresenta a aplicação de parte de uma sequência em que toma como inovação o estabelecimento de conexões intramatemáticas, especificamente, a proposta de implementar o estudo dos polinômios por meio de uma abordagem funcional. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e na sequência analisamos os argumentos, avaliações, reflexões, etc. que o autor realiza para justificar que sua proposta possibilita uma melhoria no ensino de matemática.

Estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso

O autor inicia o trabalho expondo uma série de fenômenos que, segundo ele, se observa no ensino tradicional dos polinômios, tais como: dificuldades dos alunos para entender os conceitos, definições e teoremas e aplicações envolvendo polinômios; um tratamento puramente algébrico no ensino de polinômios; falta de demonstração e justificção dos teoremas e procedimentos (como o caso de *Ruffini*, por exemplo); falta de compreensão do processo de fatoração e do encontro das raízes de polinômios e o esquecimento da perspectiva funcional dos polinômios. Além disso, o autor aponta que geralmente é dado um tratamento superficial ao cálculo de valor numérico e ao encontro das raízes reais de um polinômio. Nesse contexto, o autor afirma que sua proposta didática apresenta um foco mais funcional atrelado ao uso da tecnologia no sentido de dar ênfase aos processos investigativos e argumentativos e no uso do programa *GeoGebra* para a geração de gráficos das funções polinomiais.

No primeiro capítulo, o autor apresenta uma breve revisão histórica sobre os polinômios, destacando os principais fatos e seus estudiosos, bem como sua relevância. No segundo capítulo, trata sobre a forma que o assunto de polinômios é abordado atualmente nas escolas e livros de Ensino Médio do Brasil. Apresenta uma reflexão dos

PCN's, destacando que há um eixo dedicado à álgebra que remarca a conexão com o estudo de funções. Além disso, o autor enfatiza que o estudo dos polinômios está na parte flexível dos parâmetros curriculares do Ensino Médio. O autor ressalta a importância que os livros de texto têm para os professores. Ao fazer uma análise dos livros didáticos, o autor chega à conclusão de que tais materiais abordam os polinômios nos seguintes tópicos: Definição de polinômios; Grau de polinômio; Valor numérico de polinômio; Identidade de polinômios; Operações com polinômios; Dispositivo prático de *Briott-Ruffini*; Teorema do Resto; Relações de *Girard*. Quanto ao tópico relacionado às operações com polinômios, nos livros-texto, não se dá muita ênfase para a soma e multiplicação de polinômios, dedicando-se, na maior parte do tempo, à divisão. Segundo o autor, em raras obras, encontra-se o método dos coeficientes a determinar. Além disso, a demonstração dos métodos não é feita no Ensino Médio, pois, geralmente, eles são ensinados por meio de exemplos. Segundo o autor, os livros didáticos não mostram o método de *Ruffini*, este aparecendo apenas como um método mais prático para divisão de polinômios por binômios. Os livros didáticos não apresentam ênfase entre o valor numérico e o resto da divisão, o qual, segundo o autor, permitiria apresentar um método para calcular o valor numérico que necessita menos operações do que fazer a substituição diretamente na expressão do polinômio. O autor também comenta que os livros fazem referência às equações algébricas e ao Teorema Fundamental da Álgebra. Além disso, afirma que a busca pelas raízes geralmente é feita por meio das relações de *Girard* ou pela pesquisa das raízes racionais quando as equações possuem coeficientes inteiros. Para finalizar, segundo Dierings (2014), os livros não apresentam uso da tecnologia, que permite um trabalho gráfico e funcional das funções polinomiais. Nessas publicações, os exercícios estão pensados, geralmente, para que o aluno exercite e memorize.

No terceiro capítulo, o autor se propõe a identificar os polinômios como funções polinomiais e, logo, a introduzir os conceitos de valor numérico e de raiz do polinômio desde um ponto de vista funcional. Utilizando o *GeoGebra*, apresenta um certo estudo das funções polinomiais, mostrando a relação que há entre o número de vezes que o gráfico corta o eixo x com o grau do polinômio.

Em seguida, o autor se preocupa em dar ênfase ao número de operações necessárias para o cálculo do valor numérico e em buscar uma fórmula que possa oferecer a quantidade numérica de tais operações. Na sequência, ele se dedica a apresentar o método de *Ruffini* e também se preocupa com o número de operações necessárias para encontrar o

valor numérico de uma função polinomial por este método. Logo mostra que o método de *Ruffini* diminui o número de operações para calcular o valor numérico de uma função polinomial.

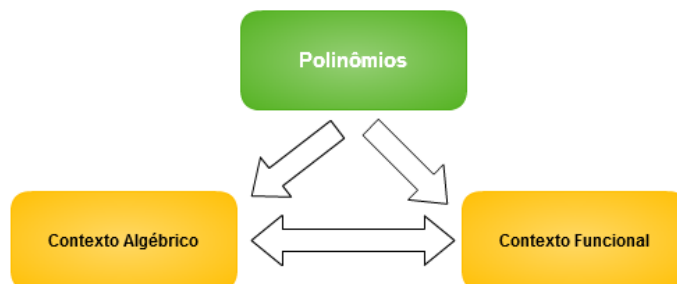
Logo após, o autor se preocupa quanto ao cálculo de raízes do polinômio mediante o Teorema do Valor Intermediário e justifica o Teorema Fundamental da Álgebra de maneira gráfica, relacionando o gráfico gerado pelo polinômio com os pontos de corte do gráfico no eixo das abscissas. Também introduz a Regra do Sinal de Descartes para contar as raízes positivas e negativas de um polinômio e, por último, explica o Teorema das Raízes Racionais para determinar as raízes racionais de um polinômio.

No capítulo quatro, o autor mostra a aplicação de parte da proposta desenvolvida no capítulo três, no terceiro ano do Ensino Médio, conectando, pela definição de polinômio, a ideia de valor numérico e a de raiz do polinômio desde um ponto de vista funcional. Na sequência, realiza atividades que têm como objetivo encontrar as raízes do polinômio por meio do Teorema de Valor Intermediário e da construção do gráfico do polinômio no *GeoGebra*. A continuação, realiza uma atividade que consiste em que os alunos encontrem as raízes do polinômio quando ele está escrito na forma de fator. No exercício cinco, o autor se preocupa em fazer com que os alunos dividam um polinômio por um dos seus fatores sem explicar um método de divisão, ou seja, os alunos devem multiplicar os fatores excluindo aquele que se sugere como divisor, propondo, a partir disso, uma atividade para introduzir a regra de *Ruffini* para a divisão de polinômios. Além disso, utiliza a regra de *Ruffini* para calcular os valores numéricos e enfatiza que o cálculo de valor numérico por *Ruffini* permite menos operações do que quando se usa o método da expressão de polinômios. Finaliza a atividade com a introdução do esboço do gráfico no *GeoGebra* para que os alunos visualizassem as raízes e as concavidades.

O TCC termina com as considerações finais, em que o autor argumenta que sua proposta de apresentar os polinômios de forma prática, intuitiva e com recursos computacionais é inovadora de acordo com os objetivos do PROFMAT. Também comenta que antes da experimentação teve dúvidas sobre se sua proposta poderia aplicar-se por questões de tempo e se teria efeitos para a preparação dos alunos para o ingresso na universidade. Comenta, também, que depois da aplicação da proposta, os alunos não apresentaram dificuldades para resolver as questões, que o tempo foi suficiente e que os alunos estavam mais entusiasmados. Concluiu, dessa forma, que sua proposta é viável e se adapta às diretrizes curriculares nacionais. Abaixo, na figura 19, segue um esquema que

mostra a proposta de Dierings (2014), a qual está centrada no estabelecimento de conexões intramatemáticas, ou seja, a relação direta entre os contextos algébrico e funcional quando do estudo dos polinômios.

Figura 19 - Síntese da proposta de Dierings (2014).



Fonte: o autor.

Apresentada uma síntese do TCC de Dierings (2014), vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pelo autor, que, de maneira explícita e implícita, tratam de justificar que a proposta didática apresentada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Critérios de Idoneidade

Quando os professores têm que refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inovação sobre sua própria prática, utilizam de maneira implícita alguns critérios de idoneidade. Este TCC também permite inferir o uso de alguns destes critérios na justificativa da proposta que realiza. Vejamos:

IDONEIDADE EPISTÊMICA

Erros

No relato do autor do TCC que está sendo analisado, não aparecem comentários em relação a erros cometidos pelo professor e tampouco se observam práticas que são consideradas incorretas do ponto de vista matemático.

Ambiguidades

O autor do TCC, em seu discurso, ao avaliar de maneira geral a atividade aplicada considerou que tudo correu muito bem e que os alunos não apresentaram dificuldades. A partir desse ponto de vista, percebe-se que ele não notou nenhum problema que pudesse ter causado ambiguidades ou compreensões confusas nos alunos, originadas pelas explicações sobre o assunto durante o decorrer de sua aula.

Riqueza de processos

O autor do TCC justifica a qualidade de sua proposta inovadora, pois esta fomenta que os alunos realizem processos matemáticos relevantes, em especial, o processo intuitivo, argumentativo e investigativo.

O presente trabalho de dissertação tem como objetivo propor uma nova forma de abordagem no ensino de polinômios. Como este assunto é trabalhado no último ano do Ensino Médio, oferecemos uma proposta focada no Ensino Superior, porém de uma forma investigativa e intuitiva sem deixar de dar ênfase às definições e teoremas (DIERINGS, 2014, p.09).

Não estamos cogitando que o aluno já seja capaz de entender demonstrações com o devido rigor matemático, mas que os resultados sejam apresentados de forma investigativa facilitando a assimilação. (DIERINGS, 2014, p.13).

Além disso, em seu relato, observa-se que alguns destes processos, efetivamente, foram produzidos durante a implementação da proposta. Por exemplo, nos excertos abaixo, mostramos algumas evidências em que se realizaram, respectivamente, processos de resolução de problemas, argumentação e conjecturas.

Notamos que vários alunos perceberam a continuidade da função, mesmo que intuitivamente, e com isso deduziram que se temos um determinado $P(a)$ negativo e na sequência um $P(b)$ positivo então existe um valor de c , sendo $a < c < b$, tal que $P(c) = 0$. Nesse momento apresentamos a eles o Teorema do Valor Intermediário. Mesmo sem fazer a demonstração o mesmo foi compreendido e assimilado. (DIERINGS, 2014, p. 49).

Observando o desenvolvimento da Atividade 05, notamos que os alunos, mesmo sem conhecer nenhuma ferramenta de divisão de polinômios, perceberam que bastaria efetuar o produto dos polinômios excluindo o divisor. (DIERINGS, 2014, p. 61).

Todos os alunos concordaram que esse processo é mais rápido e prático para encontrar o valor numérico de um polinômio. Alguns inclusive fizeram planilhas eletrônicas fazendo com que o *software* fizesse os cálculos pelo método de *Corner* (DIERINGS, 2014, p. 65).

Além da observação dos itens citados, incentivamos o aluno a pensar na quantidade de vezes em que o gráfico intersecta o eixo das abscissas e com isso estabelecer uma relação com o grau do polinômio. Outro fato interessante de observar é a quantidade de vezes em que a função passa de crescente para decrescente e vice-versa. Durante essa análise já utilizamos termos, mesmo que ainda não definidos, tais como, raiz de polinômio e ponto de máximo e de mínimo. (DIERINGS, 2014, p. 26).

Representatividade

O autor do TCC apresenta reflexões explícitas sobre a complexidade dos polinômios, levando a uma observação de que estes podem ser apresentados no contexto algébrico e no contexto funcional. Também mostra uma sequência de atividades que permitem o estabelecimento de uma conexão entre esses dois conceitos intramatemáticos.

Dierings (2014), já nas palavras-chave, assume a centralidade do estudo dos polinômios por meio de uma abordagem funcional. Também apresenta um subcapítulo que trata das conexões entre polinômio e função polinomial.

Geralmente quando iniciamos a desenvolver esse conteúdo no terceiro ano surge a dúvida: Será necessário distinguir o que é polinômio e o que é função polinomial? Segundo Lima (2006) não se faz necessária esta distinção. "Note que o conceito de polinômio contempla apenas a lista de seus coeficientes e a forma pela qual os somamos e multiplicamos; quando nos referimos à função polinomial, passamos a estar interessados na correspondência entre números complexos estabelecida pelo valor que a função assume em cada ponto. É claro que a todo polinômio corresponde uma única função polinomial; por outro lado, vimos acima que duas funções polinomiais só são iguais quando têm a mesma lista de coeficientes. Em outras palavras, duas funções polinomiais só são iguais quando os polinômios a elas associadas são iguais. Assim, a função polinomial também corresponde a um único polinômio. Desse modo, existe uma correspondência biunívoca entre funções polinomiais e polinômios, o que nos permite, sem risco de confusão, nos referirmos indistintamente ao polinômio p ou a função polinomial p . É conveniente muitas vezes nos referirmos a um "polinômio $p(x)$ ", especialmente em situações em que outros polinômios apareçam descritos apenas por sua expressão (LIMA, 2006, p.233)". (DIERINGS, 2014, p.22).

Como em anos anteriores já foram estudadas as funções polinomiais de primeiro e segundo graus, mesmo que com o nome de função afim e função quadrática, e ainda as funções trigonométricas, não é difícil para o aluno entender que a cada função polinomial pode-se associar um gráfico traçado no plano cartesiano. Com isso já introduzimos algumas ideias interessantes, tais como, a noção de que para cada valor de x real temos um valor numérico respectivo para a função, a noção de continuidade da função polinomial, intersecção do gráfico com os eixos do sistema, sinal do polinômio, crescimento e decrescimento. Chamamos a atenção

para o crescimento e decréscimo, no sentido de visualizar pontos de máximo e de mínimo, bem como para a constatação de que podem existir valores numéricos iguais para valores diferentes de x . Portanto, nos exemplos a seguir, iremos fazer o traçado do gráfico utilizando o programa GeoGebra e faremos as observações mesmo antes de definirmos cada ponto a ser observado. Trabalharemos inicialmente com polinômios que possibilitem a verificação visual desses itens. (DIERINGS, 2014, p. 22-23).

Dado que o autor contempla, em sua proposta, componentes importantes, como a riqueza de processos e a representatividade dos objetos matemáticos, avaliamos em 3 o uso de tal critério realizado pelo autor.

IDONEIDADE COGNITIVA

Neste TCC, observa-se que o autor realiza comentários, reflexões, etc. que permitem concluir que ele leva em conta, na maioria dos casos de forma implícita, alguns indicadores da idoneidade cognitiva.

Conhecimentos prévios

Embora o autor faça um breve comentário sobre os conhecimentos prévios dos alunos, não realizou nenhuma avaliação para verificá-los.

Como em anos anteriores já foram estudadas as funções polinomiais de primeiro e segundo graus, mesmo que com o nome de função afim e função quadrática, e ainda as funções trigonométricas, não é difícil para o aluno entender que a cada função polinomial pode-se associar um gráfico traçado no plano cartesiano (DIERINGS, 2014, p.23).

Adaptação curricular às diferenças individuais

No relato do autor, não se pode tirar conclusões que na pesquisa dele se tenha levado em conta atividades de ampliação ou reforço. Além disso, consideramos que não se pode concluir que, durante a realização do trabalho, tenha-se pensado em fazer um tratamento da diversidade no momento da implementação de sua atividade.

Aprendizagem

O autor não dá nenhuma evidência de ter realizado avaliações com seus alunos, contudo afirma que a aprendizagem realizada por eles foi bastante satisfatória.

Após a aplicação das atividades sugeridas, e seguindo com os exercícios normais do livro bem como questões de vestibular, observamos que os alunos não apresentavam grandes dificuldades em resolvê-las. (...). Diante do que foi trabalhado, com um pouco de leitura complementar, os estudantes apresentaram um melhor entendimento dos teoremas e questões inerentes ao conteúdo, comparados às outras turmas onde trabalhamos da forma tradicional. (DIERINGS, 2014, p.66)

Com esse trabalho, concluímos que anossa proposta é viável e contribui significativamente com o que já é recomendado atualmente. Tanto é que a mesma atividade já vem sendo aplicada a mais turmas de terceiro ano do Ensino Médio e vem trazendo ótimos resultados (DIERINGS, 2014, p.66).

Alta demanda cognitiva

O referido trabalho considera, mesmo que implicitamente, que a proposta desenvolvida pelo autor vai ao encontro de uma alta demanda cognitiva de seus alunos, já que as atividades propostas ativam processos cognitivos relevantes. Dito de outra forma, o professor, ao optar por uma proposta didática que implica a realização de processos matemáticos relevantes, está propondo a seus alunos tarefas que os levam a uma alta demanda cognitiva.

Dado que o uso explícito e implícito dos descritores contemplados nos componentes acima, avaliamos em 2 o uso do critério de idoneidade cognitivo.

IDONEIDADE INTERACIONAL

De maneira geral, o autor não apresenta nenhum comentário e não dá indícios de ter levado em conta os componentes contemplados na idoneidade interacional. Contudo aponta que suas atividades fomentam certa autonomia dos alunos. Vejamos uma proposta de atividade que induz a este tipo de característica:

Com o objetivo de dar uma ideia do comportamento de uma função polinomial, identificação das raízes, crescimento e decrescimento, propomos que se monte uma tabela calculando o valor numérico do polinômio $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$. Os valores de x foram previamente estabelecidos de modo que se aproximassem dos valores das raízes. Feita a tabela responda aos seguintes questionamentos: a) Observe a tabela e descreva o que mais lhe chamou a atenção em relação aos valores encontrados. b) Observe que nenhum valor de x na tabela é raiz do

polinômio, ou seja, nenhum $P(x)$, calculado resultou em zero. Diante disso estime, qual(s) o(s) valor(s) de x para o(s) qual(s) $P(x)=0$. (DIERINGS, 2014, p. 45-46).

Dada a baixa reflexão do autor em relação aos componentes e descritores que formam este critério, avaliamos em 1 o uso do critério de idoneidade interacional.

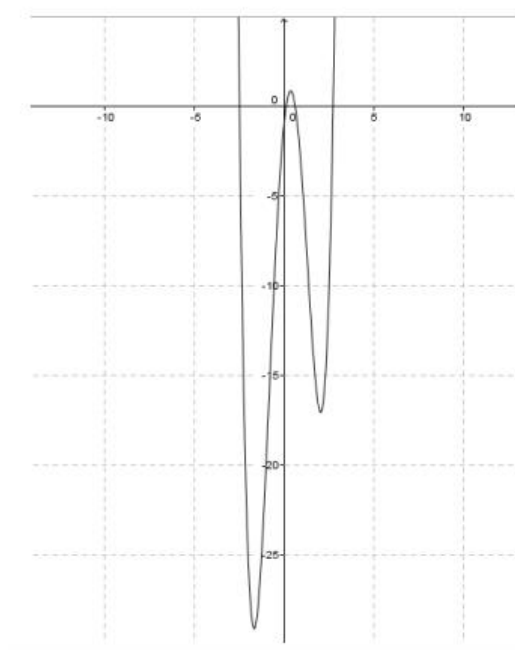
IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

O autor explica que utilizou o *GeoGebra*, a *planilha eletrônica* e a calculadora em seu processo de instrução. Além disso, explica em seu relato, onde e como utilizou tais recursos. O autor atribui grande importância ao uso do *GeoGebra* e, em outros casos, comenta que os alunos usaram planilha e calculadora. Podemos observar, por exemplo, que tipo de atividades o autor propõe aos alunos a partir do recurso *GeoGebra*.

Atividade 4: inicialmente utilizaremos o *GeoGebra* e faremos o esboço gráfico do polinômio citado na atividade anterior. Na sequência montaremos uma tabela em uma planilha de cálculo para valores de $-2,5 \ll x \ll +2,5$ com intervalo de 0,05 usando os dois métodos. Faremos ainda uma coluna para verificar se há discrepância entre os resultados obtidos por cada método. (DIERINGS, 2014, p.30).

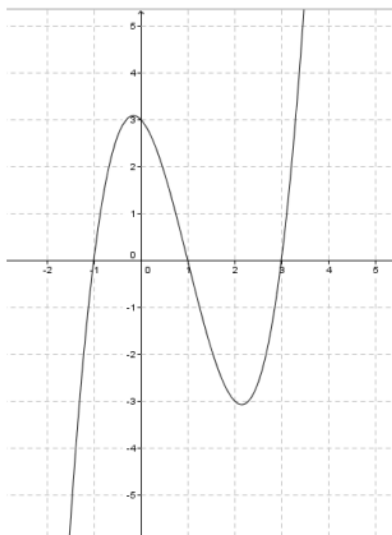
Figura 20 - Gráfico da atividade 04.



Fonte: (DIERINGS, 2014, p.31).

Atividade 06: efetue os seguintes produtos de binômios e utilize o GeoGebra para gerar o gráfico do polinômio formado. Na sequência, por meio do gráfico, localize as raízes desses polinômios. a) $P(x) = (x - 3)(x + 1)(x - 1)$. Segue que (DIERINGS, 2014, p. 36).

Figura 21 - Gráfico da atividade 06 letra a.



Fonte: (DIERINGS, 2014, p.37).

Note que as raízes desse polinômio são $\{-1, 1, 3\}$. Cabem aqui alguns questionamentos: O que o conjunto das raízes tem a ver com os binômios que compõe o polinômio? Foi ao acaso que isso ocorreu? E o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas? (DIERINGS, 2014, p.36).

No desenvolvimento das atividades inerentes ao conteúdo utilizamos alguns recursos tecnológicos, tais como o *software GeoGebra* e planilha de cálculo (Excel). Os gráficos foram trabalhados em *GeoGebra* e não consideramos que fosse necessário que cada aluno o transcrevesse. (DIERINGS, 2014, p.45).

Para a fixação do método propomos a seguinte atividade: dado o polinômio, encontre o valor de $P(2)$, $P(-2)$, $P(10)$, $P(8)$, $P(500)$, pelo método de Briot-Ruffini, utilizando calculadora se for necessário. (DIERINGS, 2014, p.64).

Número de alunos, horário e condições da sala de aula

Em relação a este componente, o autor não realiza nenhum comentário, o qual implicitamente supõe-se que não encontrou nenhum problema neste aspecto.

Tempo (Do ensino coletivo, tempo de aprendizagem)

O autor apresenta uma proposta inovadora e mostra certa preocupação de que o tempo não seria suficiente para a implementação de toda a sequência. Contudo, após a aplicação, conclui que não necessitou de mais tempo para a realização da proposta.

No momento em que nos propomos a realizar o ensino de polinômios de uma forma diferenciada com a referida turma, tivemos uma grande preocupação quanto ao tempo que demandaria e quanto às questões referentes à preparação para o vestibular dos formandos do Ensino Médio. (DIERINGS, 2014, p.66).

Após a aplicação das atividades sugeridas, e seguindo com os exercícios normais do livro bem como questões de vestibular, observamos que os alunos não apresentavam grandes dificuldades em resolvê-las. Também não necessitamos de mais tempo que o habitual para a execução das atividades, o que nos surpreendeu (DIERINGS, 2014, p.66).

Dado que o autor explicita de forma detalhada o uso de recursos tecnológicos em sua proposta, mostrando como e onde tal recurso deve ser utilizado, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade medicinal.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Com relação aos descritores da idoneidade emocional, o autor não apresenta nenhuma referência, exceto no capítulo final, quando o autor argumenta que os alunos mostraram-se interessados na realização das atividades.

Cabe salientar que os alunos mostraram mais interesse no estudo do conteúdo em questão. O fato de estarem participando de uma nova proposta de ensino foi assimilado de forma positiva. (DIERINGS, 2014, p. 66).

Dado o baixo uso dos componentes relacionados a este critério, avaliamos em 1 o uso da idoneidade emocional.

IDONEIDADE ECOLÓGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo banco indutor do TCC, os professores têm que justificar que suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. No caso estudado, o autor considera que a inovação passa pela

realização de atividades que permitam estabelecer conexão intramatemática entre o contexto algébrico e funcional dos polinômios.

Adaptação ao currículo

Em parte, a proposta se adapta ao currículo, pois trata de um assunto - polinômios - que já está contemplado nos parâmetros curriculares. Além disso, por outro lado, essa proposta de conectar a perspectiva funcional com a algébrica no estudo dos polinômios é coerente, visto que nos PCN's do Ensino Médio, no eixo da álgebra está incorporado o estudo das funções, no qual se sugere que se analisem as conexões entre as funções e a álgebra.

Como o objeto de estudo no nosso caso é o ensino de polinômios, faremos uma breve análise do que o PCN da matemática diz a respeito do eixo álgebra, principalmente no que diz respeito ao estudo de funções. (DIERINGS, 2014, p.16).

Observa-se que, segundo os parâmetros curriculares nacionais, polinômios, equações polinomiais e função polinomial devem constar na parte flexível do currículo (DIERINGS, 2014, p.18).

Conexões intra e interdisciplinares

O autor explicita em seu TCC que pretende realizar uma conexão intramatemática e se preocupa em conectar o tratamento algébrico dos polinômios com o funcional. Além disso, no TCC, não foi realizada nenhuma referência interdisciplinar.

Utilidade sócio-laboral

O autor apresenta argumentos quanto à utilidade sócio-laboral de sua proposta inovadora, especialmente o de que sua proposta prepara os alunos para seus estudos posteriores, especialmente para o ensino superior.

Dessa forma, acreditamos que tenhamos um aluno concluinte do Ensino Médio bem preparado e um graduando muito mais habilitado para prosseguir seus estudos nas ciências exatas e tecnológicas. (DIERINGS, 2014, p.66).

No momento em que nos propomos a realizar o ensino de polinômios de uma forma diferenciada com a referida turma, tivemos uma grande preocupação quanto [...] às questões referentes à preparação para o vestibular dos formandos do Ensino Médio. (DIERINGS, 2014, p.66).

Em sua proposta, o autor leva em consideração grande parte dos componentes que compõem a idoneidade ecológica, com exceção das conexões interdisciplinares e, por estas razões, avaliamos o uso do critério ecológico no nível 3.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

Uma vantagem que pode ser encontrada pelo leitor deste TCC é a de que o autor faz uma avaliação da implementação da sua proposta na qual manifesta que conseguiu, de maneira exitosa, quatro das seis idoneidades, visto que atribui pouca importância à idoneidade interacional e emocional. De maneira implícita, pode-se concluir que o autor encontrou um bom equilíbrio entre as quatro idoneidades. Percebe-se que, na concepção deste professor, o processo de instrução por ele planejado e aplicado, além de estimular o aluno facilitando a sua aprendizagem, prepara-o para estudos posteriores.

O autor argumenta, por exemplo, que após a aplicação das atividades sugeridas, sequenciando o trabalho com os exercícios corriqueiros do livro, bem como com as questões de vestibular, observou-se que os alunos não apresentavam grandes dificuldades em resolvê-las. Argumenta, inclusive, que não necessitou de mais tempo que o habitual para a execução das atividades.

Ele afirma, também, que diante do que foi trabalhado, com um pouco de leitura complementar, os estudantes apresentaram um melhor entendimento dos teoremas e questões inerentes ao conteúdo, comparados às outras turmas onde se trabalhou da forma tradicional, salientando que os alunos mostraram mais interesse no estudo do conteúdo que foi trabalhado. O autor conclui que, com esse trabalho, a proposta é viável e contribui significativamente para a aprendizagem da matemática. Nesse sentido, acredita que com este tipo de trabalho, o aluno concluinte do Ensino Médio estará melhor preparado e muito mais habilitado para prosseguir seus estudos nas ciências exatas e tecnológicas.

Após a aplicação das atividades sugeridas, e seguindo com os exercícios normais do livro bem como questões de vestibular, observamos que os alunos não apresentavam grandes dificuldades em resolvê-las. Também não necessitamos de mais tempo que o habitual para a execução das atividades, o que nos surpreendeu. Diante do que foi trabalhado, com um pouco de leitura complementar, os estudantes apresentaram um melhor entendimento dos teoremas e questões inerentes ao conteúdo, comparados às outras turmas onde trabalhamos da forma tradicional. Cabe salientar que os alunos mostraram mais interesse no estudo do conteúdo em questão. O fato de estarem participando de

uma nova proposta de ensino foi assimilado de forma positiva. Com esse trabalho, concluímos que a nossa proposta é viável e contribui significativamente com o que já é recomendado atualmente. Tanto é que a mesma atividade já vem sendo aplicada a mais turma de terceiro ano do Ensino Médio e vem trazendo ótimos resultados. Dessa forma, acreditamos que tenhamos um aluno concluinte do Ensino Médio em preparado e um graduando muito mais habilitado para prosseguir seus estudos nas ciências exatas e tecnológicas. (DIERINGS, 2014, p.66).

5.2.5 Estudo de um caso onde se apresenta o planejamento de uma proposta que aborda o estabelecimento de relações extramatemáticas na Educação Básica.

Nesta seção, apresentamos a análise detalhada de um caso que referente ao planejamento de uma sequência em que toma como inovação o estabelecimento de conexões extramatemáticas, especificamente, a proposta de abordar o estudo de probabilidade por meio do jogo de pôquer na modalidade *Texas Hold'em*. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e, na sequência, analisamos os argumentos, justificativas, reflexões, etc. que o autor realiza para justificar que sua proposta é inovadora e possibilita uma melhoria no ensino de matemática.

Estrutura do trabalho de conclusão de curso

Ehlert (2014) inicia o TCC argumentando que o estudo de probabilidade, desde sua abordagem histórica, está vinculado com os jogos de azar, justificando que o jogo de pôquer, embora apresente um conceito ambíguo - pois, por uma parte alguns, consideram-no um jogo de azar, enquanto que outros o consideram como um esporte -, enriquece a aprendizagem e conduz a um conhecimento de probabilidade mais significativo para os alunos. Por essas razões, o autor argumenta que o contexto de pôquer é apropriado para ensinar probabilidade. O autor também comenta que, nos PCN's, os contextos de jogo são importantes e devem ser contemplados para possibilitar a implementação da técnica de resolução de problemas na Educação Básica.

No primeiro capítulo, o professor explica alguns elementos do jogo de pôquer na modalidade *Texas Hold'em*. Já, no segundo capítulo, explica a qual público a atividade será dirigida - neste caso, alunos de terceiro ano do Ensino Médio -, e os recursos necessários para realizá-la. Enfatiza que a proposta serve para aprofundar os seguintes conteúdos: Princípio fundamental da contagem; Combinações simples; Experimento aleatório; Espaço

amostral; Evento; Definição clássica de probabilidade; Propriedades das probabilidades e Probabilidade condicional. Quanto à forma como esses conteúdos serão abordados, o autor explica que não é necessário conhecer as regras do *Holed'em* e que as atividades reforçam os conceitos de combinatória e de probabilidade. Além disso, explica que a proposta deve ser trabalhada, preferencialmente, com o uso da calculadora, e que as probabilidades devem ser apresentadas utilizando-se a notação percentual. O autor comenta, também, sobre possíveis dificuldades previstas para a realização da proposta, como, por exemplo, a complexidade do assunto probabilidade. Em contrapartida, argumenta que o pôquer não apresenta problemas, visto a facilidade que se tem de trabalhar esse tipo de jogo com os alunos.

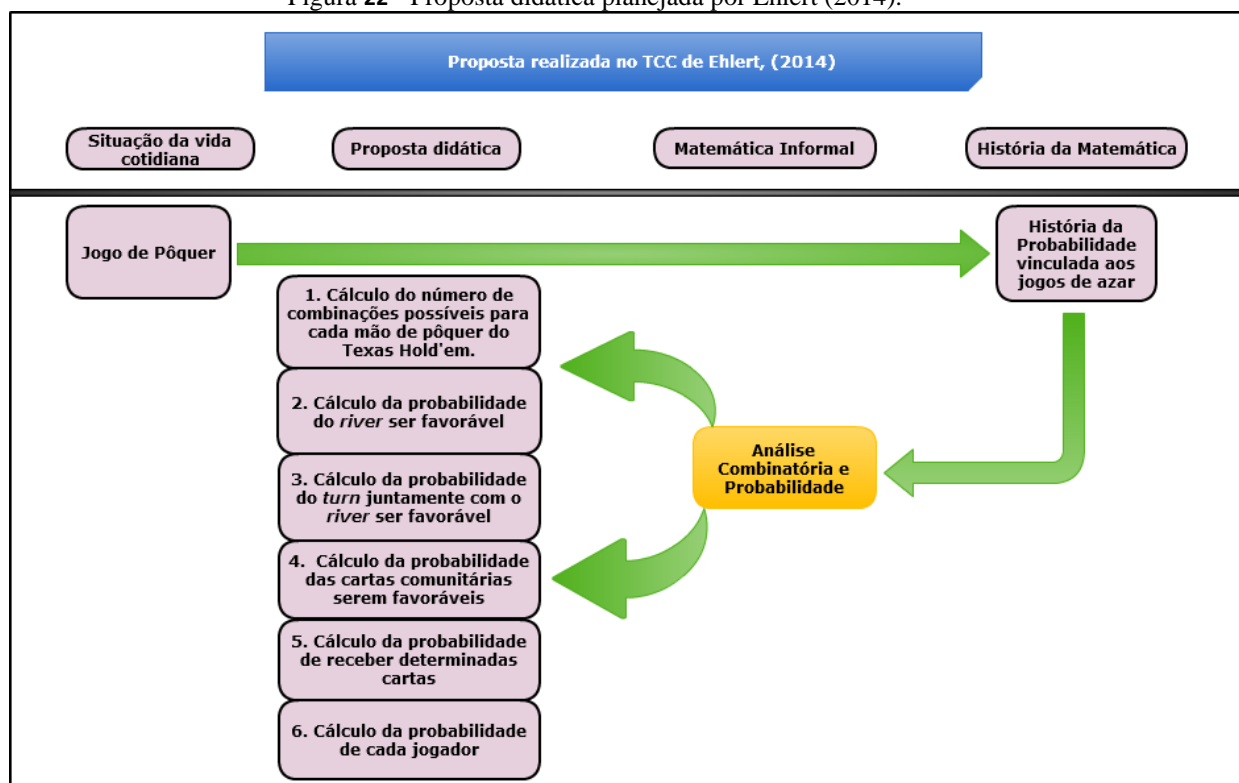
No terceiro capítulo, o autor disponibiliza ao leitor uma coleção de problemas que tem por objetivo explorar conhecimentos de combinatória e de probabilidade no contexto do jogo do pôquer, como, por exemplo, calcular o número de combinações possíveis para cada mão de pôquer, calcular a probabilidade do *river* ser favorável, calcular a probabilidade das cartas comunitárias serem favoráveis, calcular a probabilidade de receber determinadas cartas e calcular a probabilidade de cada jogador ganhar o jogo.

No quarto capítulo, o autor comenta que seu trabalho apresenta conexões interdisciplinares com a Sociologia com a Educação Física e com a Língua Inglesa, respectivamente. Explica que, na primeira disciplina, o professor assumiria o papel de mediador do debate, complementando e instigando a consciência dos alunos quanto aos benefícios de jogos que utilizam estratégia e raciocínios lógicos, alertando os alunos dos possíveis riscos associados ao mundo dos jogos. Argumenta que a segunda disciplina poderia contribuir com o estudo ou fomentar uma pesquisa entre os alunos sobre os chamados esportes mentais ou esportes da mente, como o xadrez e o jogo de damas. Já, na terceira disciplina, o autor acredita que poderia ser realizado um trabalho focado nas expressões utilizadas no pôquer, pois estas são de língua inglesa.

O autor finaliza o TCC justificando que sua proposta é uma inovação, pois ela está relacionada aos contextos diários dos estudantes, ou seja, é uma proposta contextualizada. Em Font (2007a), apresenta-se uma problematização sobre a ideia de contexto, classificando-o em três tipos: o primeiro, denominado contexto real, trata-se da prática real da matemática no entorno sociocultural a que esta prática pertence; o segundo, chamado contexto evocado, refere-se às situações ou aos problemas matemáticos propostos pelo professor em sala de aula, o qual permite imaginar um marco ou alguma situação em que

se dá este fato; e o terceiro e último é o contexto simulado, que apresenta sua origem em um contexto real, ou seja, é uma representação do contexto real no qual se reproduz uma parte de suas características, isto é, um contexto de simulação. É neste último tipo que se caracteriza a proposta contextualizada de Ehlert (2014). Além disso, o autor acredita ter construído uma proposta de intervenção pedagógica que possibilita conquistar a participação dos alunos, o interesse pelos cálculos de probabilidade e o gosto para estudar matemática. Também comenta que a proposta não foi aplicada, mas apresenta referentes que sua proposta desperta o interesse e trata-a como um esporte mental que serve como um bom instrumento para a resolução de problemas. Nos anexos, o autor inclui o ranking das mãos de pôquer e a composição do baralho, as atividades propostas para aplicação em sala de aula e o gabarito das mesmas. Na figura 23, apresentamos uma síntese que explica a proposta de Ehlert (2014).

Figura 22 - Proposta didática planejada por Ehlert (2014).



Fonte: o autor.

Apresentada uma síntese do TCC de Ehlert (2014), vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pelo autor, que, de maneira explícita e implícita, tratam de justificar que a proposta didática apresentada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Crêterios de Idoneidade

Quando os professores têm que refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inova o sobre sua própria prática, utilizam de maneira implícita ou explícita alguns cr terios de idoneidade. Este TCC também permite verificar o uso de alguns destes cr terios na justificativa da proposta que realiza. Vejamos:

IDONEIDADE EPIST MICA

Erros

Nas descri es de Ehlert (2014), não aparecem comentários em rela o a possíveis erros que possam vir a ser cometidos pelo professor do ponto de vista matemático.

Ambiguidades

O autor do TCC, quando avalia, de maneira geral, a atividade planejada, não considera a possibilidade de que uma determinada abordagem sobre alguma das atividades planejadas possa vir a causar ambiguidades ou compreensões confusas nos alunos.

Riqueza de processos

O autor do TCC justifica a qualidade de sua proposta inovadora argumentando que este tipo de tarefa, ou seja, o uso do jogo de pôquer na modalidade *Texas Hold'em*, fomenta que os alunos realizem processos matemáticos relevantes, em especial, o processo resolu o de problemas, contudo, ao verificar as atividades propostas pelo autor, percebe-se uma baixa explora o dos processos que argumenta em seu TCC, visto que as atividades são repetidas e que, em sua maioria, são resolvidas usando o algoritmo números de casos favoráveis pelo número de casos possíveis.

Durante esse trabalho associamos o jogo   resolu o de problemas. Pensamos que a resolu o de problemas   uma metodologia indispensável para o ensino da matemática de qualidade. No momento que desenvolvemos o ensino baseado na resolu o de problemas, com aplica es dos conteúdos estudados, estamos valorizando a importância da matemática no contexto sócio-cultural, estamos motivando os alunos para o estudo e, simultaneamente, estamos preparando os

educandos para a cidadania. Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático, ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (BRASIL, 1998 citado em EHLERT, 2014, p.60).

Representatividade

Diversos autores analisaram a complexidade do objeto matemático probabilidade e o caracterizam mediante diferentes maneiras: intuitivo, clássico (Laplace), frequencial, axiomático (matemático) e subjetivo, (BATANERO, 2005). Segundo esta mesma autora, estes diferentes significados históricos da probabilidade são os que ainda persistem e são usados no ensino de probabilidade. De acordo com Batanero, (2005), de todos os significados parciais que compõem o objeto matemático probabilidade, o autor do TCC apresenta reflexões sobre a noção clássica de Laplace e sobre a ideia de "chance" e não sobre as outras noções. O que nos leva a entender que a complexidade do objeto probabilidade não foi explorada e, nesse sentido, concluímos que houve pouca reflexão em torno do componente relacionado à representatividade.

Definição clássica de probabilidade: quando num experimento aleatório, com espaço amostral finito, considerando que todo evento elementar tem a mesma "chance" de ocorrer (o espaço é equiprovável), a probabilidade de ocorrer o evento A, indicada por $P(A)$, é um número que mede essa chance e é dado por:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \text{ (EHLERT, 2014, p. 27).}$$

Dada a baixa reflexão relacionada aos componentes e descritores que compõem o critério de idoneidade epistêmico, avaliamos seu uso em 1.

IDONEIDADE COGNITIVA

Neste TCC, observa-se que o autor realiza comentários, reflexões, etc. que permitem concluir que leva em conta, na maioria dos casos, de forma implícita, alguns indicadores da idoneidade cognitiva.

Conhecimentos prévios

O autor não apresenta um detalhamento sobre os conhecimentos prévios que os alunos devem ter para trabalhar em sua proposta didática. Contudo, argumenta que as atividades são para reforço e, portanto, implicitamente, sugere que os alunos devam possuir alguns conhecimentos sobre combinatória e probabilidade clássica.

As atividades associadas ao pôquer desenvolvidas nesse trabalho são propostas pedagógicas para amadurecer e aprofundar os conhecimentos de combinatória e, principalmente, conhecimentos da teoria de probabilidades. Para aplicar essa proposta, não é necessário que o professor e os alunos conheçam todas as regras ou saibam jogar o *Texas Hold'em*. Recomenda-se apenas a utilização de alguns conceitos básicos do jogo, como o ranking de mãos e a composição do baralho de cartas. Com estes conhecimentos mínimos, já é possível aplicar as atividades em sala de aula. (EHLERT, 2014, p.28).

Adaptação curricular às diferenças individuais

No relato do autor, não se evidencia argumentos que possam identificar atividades de ampliação ou reforço. Além disso, consideramos que não se pode concluir que o autor tenha pensado em fazer um tratamento da diversidade no momento do planejamento de sua proposta.

Aprendizagem

O autor não dá nenhuma evidência de ter planejado realizar algum tipo de avaliação com os alunos, tampouco argumenta o como a atividade potencializa a aprendizagem deles em torno do tema probabilidade.

Alta demanda cognitiva

O autor justifica a qualidade de sua proposta, pois considera, mesmo que implicitamente, que ela vai ao encontro de uma alta demanda cognitiva em seus alunos, já que as atividades propostas ativam processos cognitivos relevantes como a resolução de problemas.

Durante esse trabalho associamos o jogo à resolução de problemas. Pensamos que a resolução de problemas é uma metodologia indispensável para o ensino da matemática de qualidade. (EHLERT, 2014, p.60).

Dada a pouca reflexão do autor relacionada aos conhecimentos prévios, adaptação curricular às diferenças individuais e aprendizagem, avaliamos em 1 o uso do critério de idoneidade cognitiva.

IDONEIDADE INTERACIONAL

De maneira geral, o autor não apresenta nenhum comentário e não dá indícios de ter levado em conta os componentes contemplados na idoneidade interacional. Nesse caso, dada a ausência de argumentação neste critério, consideramos que a reflexão em relação à idoneidade interacional foi nula.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

Quanto ao uso de recursos, o autor argumenta a preferência pela calculadora e material manipulativo (as cartas) em seu processo de instrução. Além disso, explica, em seu relato, onde e como podem ser usados tais recursos.

[...] recomenda-se a liberação do uso da calculadora para os alunos, pois, dessa forma eles têm a oportunidade de se familiarizar com esses equipamentos. (EHLERT, 2014, p. 28).

Um baralho de 52 cartas é composto por 4 naipes (copas, ouros, espadas e paus). Cada naipe tem 13 cartas, 2 a 10, J (valete), Q (dama), K (rei) e A (ás) conforme figura, (EHLERT, 2014, p. 64):

Figura 23 - Modelo de baralho

2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A
♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	
2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A
♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♣	♣	♣	♣	♣	♣	♣	♣	♣	♣	♣	♣	

Fonte: (EHLERT, 2014, p. 64):

Número de alunos, horário e condições da sala de aula

Em relação a este componente, o autor não realiza nenhum comentário, assim implicitamente supõe-se que não pressupôs ou não encontrou nenhum problema neste aspecto.

Tempo (Do ensino coletivo, tempo de aprendizagem)

O autor não apresenta reflexões em relação ao tempo e/ou a quantidade de aulas previstas para realização da atividade.

Dado o pouco uso dos descritores que formam os componentes explicados acima, avaliamos em 1 o uso do critério de idoneidade medicinal.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Interesses e necessidades

Com relação aos componentes relacionados à idoneidade emocional, o autor apresenta argumentos apenas sobre a questão dos interesses e necessidades, quando justifica que sua proposta inclui uma seleção de tarefas interessantes, que fazem parte da vida cotidiana dos alunos.

Dessa forma estamos promovendo um ensino de acordo com as orientações atuais da educação matemática e, principalmente, buscamos despertar a atenção, o interesse e a motivação dos alunos para o cálculo de probabilidades e para o estudo da matemática. (EHLERT, 2014, p.18).

O único componente que o autor contempla em seu TCC relacionado à idoneidade emocional trata-se dos interesses e necessidades. Porém, mesmo contemplando este componente, percebe-se que o autor não leva em conta uma abertura para os possíveis interesses e necessidades que possam ser advindas dos alunos. Por tais motivos, avaliamos em 1 o uso da idoneidade emocional.

IDONEIDADE ECOLÓGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo PROFMAT, os professores devem justificar que suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. Neste caso, o autor considera que sua inovação inclui a realização de atividades que, por meio da resolução de problemas, tornam-se mais atrativas para os alunos e conduzem-nos a uma aprendizagem mais eficiente.

Desse modo, as atividades pedagógicas propostas nesse trabalho são baseadas em metodologias que estão amparadas por diversas diretrizes do ensino da matemática. Também pensamos que a nossa busca por alternativas didáticas que substituam metodologias tradicionais e desestimulantes por um estudo mais atraente, que desafie os educandos por meio da resolução de problemas, são indícios de que estamos conduzindo a matemática na direção de um ensino mais significativo e eficiente. (EHLERT, 2014, p.60).

Adaptação ao currículo

A proposta analisada adapta-se ao currículo da Educação Básica, pois por um lado, trata-se de um assunto - probabilidade - que já está contemplado nos parâmetros curriculares nacionais e, por outro lado, trata-se de uma abordagem de estudo utilizando a resolução de problemas gerados por meio do jogo. Constitui-se, dessa forma, em uma maneira de ensinar matemática, também, defendida pelos parâmetros curriculares.

Nesse sentido, a inclusão de jogos representa um instrumento pedagógico importante para despertar o interesse dos alunos para o estudo da matemática. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática (PCN), do Ministério de Educação (MEC), consideram que: Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. (BRASIL, 1998 apud EHLERT, 2014, p. 18).

Assim, também tivemos a intenção de explorar os objetivos próprios desses conteúdos dentro da matemática que, segundo as orientações educacionais complementares aos PCN, são baseadas em: identificar dados e relações envolvidas numa situação-problema que envolva o raciocínio combinatório, utilizando os processos de contagem; reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico-tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados; quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico; identificar em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas, modelos e problemas que fazem uso de estatísticas e probabilidades. (BRASIL, 2002 apud EHLERT, 2014, p. 18-19).

É importante ressaltar que o autor justifica que sua proposta está de acordo com os parâmetros curriculares quando assume que a utilização de jogos em sala de aula facilita a

aprendizagem dos alunos, contudo, em nenhum documento curricular, fomenta-se o uso de jogos de azar no contexto escolar.

Conexões intra e interdisciplinares

O autor explicita em seu TCC que sua proposta permite o estabelecimento de conexões interdisciplinares, pois se preocupa que a atividade proposta seja abordada nas aulas de Sociologia, Educação Física e Inglês. Quanto às conexões intradisciplinares, conforme argumentado no quesito Representatividade, considera-se que o autor não realizou reflexões, não relacionando o significado clássico da probabilidade com os demais ou com outros conteúdos matemáticos.

Nessa proposta de sociologia, o professor assumiria o papel de mediador do debate, complementando e instigando a consciência dos alunos quanto aos benefícios de jogos que utilizam estratégia e raciocínios lógicos. Também cabe ao professor não omitir do debate o alerta dos possíveis riscos associados ao mundo dos jogos. Riscos como ser um viciado na prática de jogos ou ser um apostador compulsivo, a ponto de comprometer as finanças pessoais. A disciplina de educação física poderia contribuir com o estudo ou coordenar uma pesquisa entre os alunos sobre os chamados esportes mentais ou esportes da mente. Nessa tarefa, os principais esportes dessa modalidade, como xadrez, damas e pôquer seriam caracterizados. Quanto à interdisciplinaridade com a língua inglesa, poder-se-ia realizar um trabalho baseado nas expressões em inglês utilizadas no pôquer. Como o *Texas Hold'em* teve origem nos Estados Unidos, todas nomenclaturas originais são da língua inglesa. No Brasil, a tradução para o português de muitos desses termos não é usual, desse modo continuam sendo empregados na língua original. (EHLERT, 2014, p. 57).

Utilidade sócio-laboral

O autor apresenta argumentos quanto à utilidade sócio-laboral de sua proposta inovadora, especialmente o de que sua proposta insere-se no contexto sócio-cultural do aluno e o prepara para a cidadania.

No momento que desenvolvemos o ensino baseado na resolução de problemas, com aplicações dos conteúdos estudados, estamos valorizando a importância da matemática no contexto sócio-cultural, estamos motivando os alunos para o estudo e, simultaneamente, estamos preparando os educandos para a cidadania. (EHLERT, 2014, p. 60).

Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm

situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (BRASIL, 1998 apud EHLERT, p.60).

A proposta aqui analisada leva em consideração grande parte dos componentes que compõem a idoneidade ecológica, com exceção das conexões intradisciplinares e, por estas razões, avaliamos o uso do critério ecológico no nível 3.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

De maneira ampla, o nível de análise em didática neste TCC pode ser considerado baixo. Dos critérios verificados, o mais bem contemplado pelo autor foi o ecológico, ao passo que, por exemplo, o interacional foi nulo. O fato desta proposta não ter sido implementada em sala de aula, impossibilita-nos a tirar conclusões sobre o êxito e o equilíbrio das idoneidades consideradas na nossa análise, especialmente as idoneidades emocional, interacional e cognitiva. De maneira indireta, o autor argumenta que, caso houvesse implementação da proposta, esta teria, por exemplo, um alto grau de adequação emocional e ecológica.

Não tivemos a oportunidade de aplicar as atividades em sala de aula, mas acreditamos que essa proposta pedagógica tenha boa aceitação por parte dos alunos, pois [...] ensinar por meio de jogos é um caminho para o educador desenvolver aulas mais interessantes, descontraídas e dinâmicas, podendo competir em igualdade de condições com os inúmeros recursos a que o aluno tem acesso fora da escola, despertando ou estimulando sua vontade de frequentar com assiduidade a sala de aula e incentivando seu envolvimento nas atividades, sendo agente no processo de ensino e aprendizagem, já que aprende e se diverte, simultaneamente. (EHLERT, 2014, p. 59).

5.2.6 Estudo de um caso em que se apresenta a aplicação de uma proposta didática que tem como inovação o estabelecimento de conexões extramatemáticas na Educação Básica

Nesta seção, apresentamos a análise detalhada de um caso que aborda a implementação de uma sequência em que toma como inovação a incorporação de atividades em que se possam estabelecer conexões extramatemáticas. Ou seja, conexões entre a matemática escolar e algum problema contextualizado, em particular, a proposta de trabalhar com os alunos o ensino de função linear por meio de uma atividade de experimentação. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e, na sequência, analisamos os argumentos, avaliações e reflexões que o autor

realiza para justificar que sua proposta possibilita uma melhoria no ensino de matemática. A análise está pautada conforme os critérios de idoneidade (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico) propostos pelo EOS.

Estrutura do trabalho de conclusão de curso

Conforme o próprio autor explica na introdução, o trabalho *Função Linear por meio da Modelagem Matemática: um relato de caso nas séries finais do Ensino Fundamental*, realizado por (ABEGG, 2014), apresenta o planejamento e a aplicação de uma proposta didática para um grupo de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. O objetivo do trabalho foi identificar de que forma a Modelagem Matemática por meio de atividades envolvendo funções lineares pode contribuir de modo que os estudantes atribuam significados no seu uso em situações contextualizadas, fazendo uma reflexão sobre a importância de tal conteúdo.

Para atingir a este objetivo geral, o autor elenca alguns aspectos específicos como: discutir as dificuldades no ensino e na aprendizagem de funções lineares na escola; analisar o que os Parâmetros Curriculares Nacionais abordam para o ensino de funções em particular função linear; discutir sobre o ensino de proporcionalidade como função linear; analisar alguns livros didáticos a fim de verificar como se dá a introdução do conceito de função linear no Ensino Fundamental; estudar concepções da Modelagem Matemática para que seja possível explorá-la, por meio de da atividade didática; fazer uma revisão do artigo que inspirou a atividade didática proposta; aplicar uma atividade didática, por meio da Modelagem Matemática a fim de introduzir o conceito de função linear; relatar e analisar a atividade didática realizada pelos alunos, discutindo os resultados alcançados e, por fim, verificar a pertinência de trabalhar tal conteúdo com alunos de 8º ano.

Além dos objetivos acima, o autor considera que sua proposta didática serve para introduzir o conceito de função linear, utilizando a modelagem matemática; contextualizar a matemática abordada durante a realização da atividade; utilizar a Modelagem na Educação Matemática como ferramenta de ensino e aprendizagem; identificar padrões entre quantidades durante a atividade prática; operar, coordenar e identificar os diferentes registros de representações e observar a presença de conceitos matemáticos nos modelos construídos, (ABEGG, 2014).

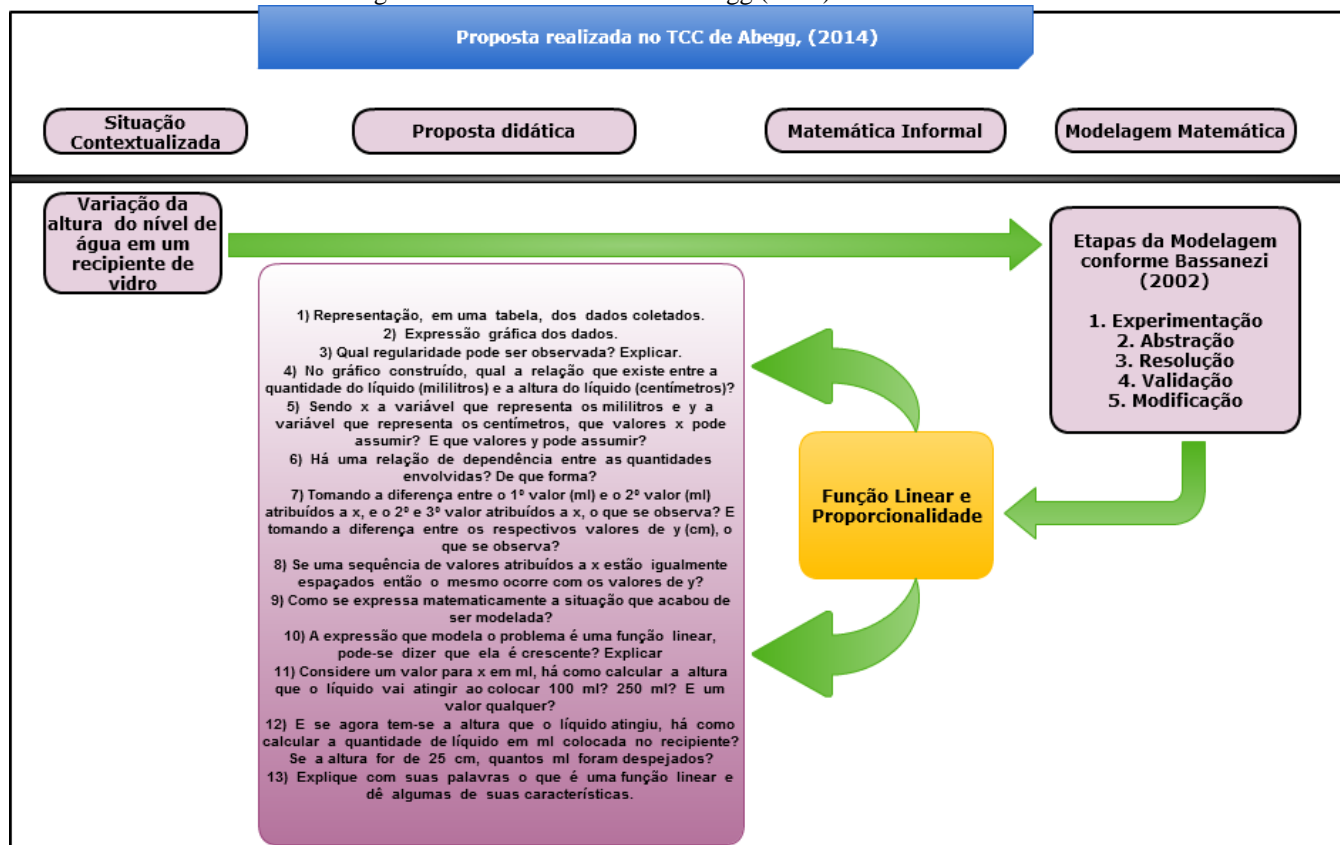
Na busca de atingir os objetivos propostos, o autor organizou o Trabalho de Conclusão de Curso em três capítulos distintos, além das considerações finais e dos anexos. No primeiro, faz uma discussão sobre as dificuldades no ensino e na aprendizagem de funções lineares na escola atual. Para isso, o autor recorre aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para justificar a importância de trabalhar o conteúdo funções associando-o ao cotidiano dos alunos. Apresenta, também, uma breve revisão sobre o significado de proporcionalidade como uma função linear a partir da concepção de alguns autores e das diretrizes apontadas nos PCN. Além disso, realiza um estudo de alguns livros didáticos do Ensino Fundamental no intuito de verificar como está sendo introduzido o conceito de função linear nesta modalidade de ensino.

No segundo capítulo, o autor apresenta uma breve revisão sobre alguns tópicos relacionados à Modelagem Matemática, assumindo os pressupostos desenvolvidos por Bassanezi (2002) e destacando, em particular, as etapas que tal autor sugere para o encaminhamento de atividades envolvendo a Modelagem. Além disso, apresenta uma revisão sobre o artigo de Villarreal e Mina (2013), que serviu de inspiração para atividade didática proposta.

No terceiro capítulo, o autor explica a atividade didática proposta que visa introduzir o estudo da função linear para um grupo de alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. Em primeiro lugar, o texto aponta os aspectos metodológicos (tipo de atividade, material utilizado, espaço físico, tempo de aplicação da atividade, número de alunos). Em segundo lugar, o autor descreve os passos da atividade - que consiste no estudo da variação da altura do nível de água em um recipiente de vidro de acordo com a entrada de um volume fixo de água - descrevendo os passos de realização das tarefas. Em uma terceira etapa, o professor descreve o desenvolvimento do experimento realizado, mostrando a lista de perguntas que deveriam ser respondidas pelos alunos quando da realização do experimento. Em uma quarta fase, o autor realiza uma análise da tarefa proposta, para isso, apresenta as resoluções e respostas dadas pelos alunos, além de apontar as dificuldades por eles encontradas quanto à realização das tarefas. Na sequência, em uma quinta etapa, realiza-se uma reflexão sobre a pertinência do tipo de atividade proposta para a faixa etária a que se destinava. Por fim, na sexta etapa, o autor apresenta uma série de atividades relacionadas com a função linear, que podem ser resolvidas por meio do uso do *GeoGebra* (as atividades relacionadas a esta etapa não foram aplicadas).

No capítulo das conclusões, o autor aponta os benefícios de ter trabalhado o conteúdo de função linear por meio da modelagem do tema contextualizado, destacando como esse tipo de abordagem promove o interesse e a aprendizagem dos alunos. Ao final do TCC, o autor apresenta, nos anexos, as atividades propostas com as devidas resoluções feitas pelos alunos. A figura abaixo representa uma síntese da proposta aplicada por Abegg (2014).

Figura 24 - Síntese do TCC de Abegg (2014).



Fonte: o autor.

Na sequência, vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pelo autor. De maneira explícita e implícita, ele trata de justificar que a proposta didática apresentada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Crítérios de Idoneidade

Quando os professores têm que refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inovação sobre sua própria prática, utilizam de maneira explícita e/ou implícita alguns critérios de idoneidade. O TCC analisado também permite visualizar a manifestação de alguns destes critérios. Vejamos:

IDONEIDADE EPISTÊMICA

Erros

Nos argumentos dados pelo autor do TCC aqui analisado, não aparecem comentários em relação a erros que possam vir a ser cometidos pelo professor e tampouco se observam práticas que são consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Nesse sentido, observa-se que não há reflexão do autor em relação a este componente.

Ambiguidades

O autor do TCC não comenta, explicitamente, sobre as dificuldades e possíveis confusões que os alunos possam fazer em função da explicação do conteúdo realizada, em sala de aula, pelo professor. Contudo, reflete que a parte simbólica das funções, por si só causa, nos alunos, uma compreensão ambígua do ponto de vista matemático, pois o próprio fato de uma determinada forma de representar funções, como $f(x)$, por exemplo, pode causar a confusão supramencionada.

A compreensão de função, com a terminologia do conceito (conjuntos, elementos, variáveis dependentes e independentes) e a correspondente simbologia x , y , $f(x)$, com suas diferentes representações, resultados da transformação histórica, é dúbia para professores, sendo que estas dificuldades se refletem no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Isso vai de encontro às ideias de Saga: as dificuldades que os alunos revelam no tema funções estão muito relacionadas com a ambiguidade intrínseca do simbolismo matemático, com o contexto restrito no qual os símbolos são ensinados, bem como com o tipo limitado de tarefas, e, ainda, com a própria interpretação que o aluno faz delas (SAJKA, 2003, p.236 citado por ABEGG, 2014, p. 16).

Riqueza de processos

Em vários momentos, o autor do TCC justifica a qualidade de sua proposta inovadora, argumentando ela permite aos alunos realizarem processos matemáticos relevantes, em especial, o processo de modelagem matemática.

O cenário permitiu aos estudantes desenvolverem uma atividade de experimentação, fazer medições, registrar dados, gerar hipóteses e apresentar suas descobertas e conclusões aos pares. (ABEGG, 2014, p. 09)

De forma detalhada, o autor organiza uma sequência didática com as quais incorpora todo processo de modelagem matemática.

Nossa proposta de atividade didática para introduzir o conceito de função linear por meio da modelagem matemática começa com um experimento, logo após são feitos questionamentos que conduziram o processo de modelagem. (ABEGG, 2014, p.42).

Para possibilitar a realização da atividade experimental foi necessário separar alguns materiais disponíveis no laboratório de ciências da escola e adquirir outros. No experimento foram usadas 6 provetas graduadas com capacidade de 200 mililitros cada uma, elas seriam usadas para coletar uma quantidade de líquido. Também foram usados 6 recipientes de vidro transparente de forma cilíndrica reta com o fundo plano, com capacidade para 1 litro cada um. Estes foram usados para os alunos despejar o líquido colhido na proveta. Para auxiliar no processo, disponibilizou-se instrumentos de medição, a saber, 6 réguas de 30 centímetros e 6 fitas métricas de 1 metro, estes instrumentos serviram para medir a altura alcançada pelo líquido no recipiente cilíndrico. O líquido utilizado foi preparado em um balde, sendo que acrescentamos 10 litros de água e um pacote de corante verde para dar cor à água, para esta ficar mais visível na hora de fazer as medições. O experimento consistiu em coletar com a proveta graduada uma quantidade fixa de líquido colorido do balde, despejar o líquido no recipiente cilíndrico e fazer a medição com a régua ou a fita métrica da altura alcançada pelo mesmo. O procedimento deveria ser repetido algumas vezes, sendo que os dados coletados deveriam ser anotados em folhas de ofício disponibilizadas aos alunos. A quantidade de líquido a ser coletada pelos alunos não foi previamente determinada, para valorizar essa tomada de decisão dos alunos e o porquê deles escolherem tal quantidade. O experimento corresponde à primeira das cinco etapas da modelagem matemática descritas por Abaçanei (2012), etapa que o autor chama de experimentação, e que define como sendo uma atividade onde se obtém dados que serão usados nas outras etapas de modelagem. (ABEGG, 2014, p.42).

Depois da atividade experimental, foram lançados problemas aos alunos, sendo que esses serviram de norte para as etapas que Abaçanei define como abstração e resolução. Os problemas e tarefas lançadas aos alunos foram apresentados com os seguintes objetivos, conforme quadro 2. (ABEGG, 2014, p.42-43).

Figura 25 - Lista de tarefas e objetivos

<i>Tarefa / Problema/ Atividade</i>	<i>Objetivos</i>
1) Represente através de uma tabela os dados que você coletou.	Observar e verificar dependência entre grandezas.
2) Expresse graficamente os dados que você registrou.	Utilizar a representação gráfica como forma de expressão de uma função linear.
3) Sobre o registro, você observou alguma regularidade? Qual? Tente explicar:	Compreender a noção de dependência de grandezas.
4) No gráfico construído, qual a relação que existe entre a quantidade do líquido (mililitros) e a altura do líquido (centímetros)?	Verificar a relação de proporcionalidade existente, diretamente ou inversamente proporcional.
5) Sendo x a variável que representa os mililitros e y a variável que representa os centímetros, que valores x pode assumir? E que valores y pode assumir?	Verificar e interpretar os conceitos iniciais de domínio e imagem de uma função linear.
6) Há uma relação de dependência entre as quantidades envolvidas? De que forma?	Determinar se as grandezas são diretamente proporcionais.
7) Tomando a diferença entre o 1º valor (ml) e o 2º valor (ml) atribuídos a x , e o 2º e 3º valor atribuídos a x , o que você observa? E tomando a diferença entre os respectivos valores de y (cm), o que você observa?	Caracterizar intuitivamente o conceito de função linear e comparar com o conceito de grandezas diretamente proporcionais.
8) Se uma sequência de valores atribuídos a x estão igualmente espaçados então o mesmo ocorre com os valores de y ?	Compreender a variação de grandezas de natureza diferente.
9) Como podemos expressar matematicamente a situação que você acabou de modelar?	Utilizar a representação analítica como forma de expressão de uma função linear.
10) A expressão que modela o problema é uma função linear, podemos dizer que ela é crescente? Explique:	Associar grandezas diretamente proporcionais com o conceito de função linear crescente.
11) Considere um valor para x em ml, há como calcular a altura que o líquido vai atingir ao colocarmos 100 ml? 250 ml? E um valor qualquer?	Calcular o valor numérico e validar através da atividade experimental.
12) E se agora temos a altura que o líquido atingiu, há como calcular a quantidade de líquido em ml colocada no recipiente? Se a altura for de 25 cm, quantos ml foram despejados?	Calcular o valor numérico e validar através da atividade experimental.
13) Explique com suas palavras o que é uma função linear e dê algumas de suas características:	Sistematizar os conceitos explorados e associar com as atividades realizadas.

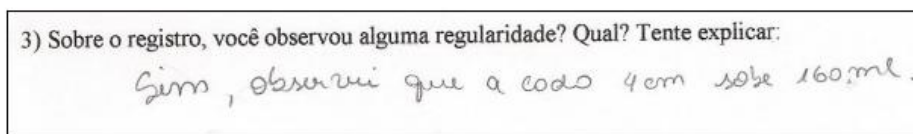
Fonte: (ABEGG, 2014, p. 45).

As atividades acima descritas perpassam todas as etapas do processo de modelagem matemática, sendo que a última das cinco etapas sugeridas por Abaçanei, a modificação, não foi caracterizada na nossa proposta de atividade didática, pois entendemos que em casos de ajustes, esses são feitos durante o processo de modelagem, e como nosso intuito é introduzir o conceito de função linear, não iremos aprofundar o assunto com os alunos. (ABEGG, 2014, p. 45).

Além disso, em seu relato, observam-se que alguns destes processos efetivamente foram produzidos durante a implementação da proposta. Por exemplo, nos trechos abaixo, o autor apresenta evidências de que os processos de modelagem matemática e de realização de conjecturas se produziram na implementação. Por exemplo:

A atividade 3 se refere à existência de regularidades no registro, o que de fato ficou bem claro para todos os alunos. Cita-se como exemplo o registro feito pela dupla de alunos Pé.

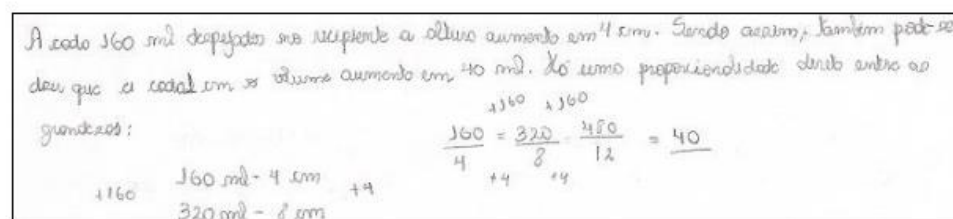
Figura 26 - Registro da dupla Pé sobre a regularidade observada na atividade didática.



Fonte: (ABEGG, 2014, p. 50-51).

Dando continuidade na proposta, a fim de construir o conceito de função linear, na atividade 4 perguntou-se aos alunos qual a relação existente entre a quantidade do líquido em ml e a altura atingida em cm. Foi possível perceber que os alunos conseguiram estabelecer relação entre um conteúdo aprendido anteriormente na escola, às grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Destaca-se a resposta dada pela dupla de alunos Gama conforme figura 18.

Figura 27 - Registro da dupla Gama sobre a relação existente na representação gráfica.



Fonte: (ABEGG, 2014, p. 50-51).

Representatividade

O autor do TCC realiza muitos comentários relacionados com a complexidade dos objetos matemáticos e, de maneira implícita, considera tal complexidade no planejamento de sua proposta algo inovador. Em particular, apresenta diversos comentários sobre a complexidade dos objetos matemáticos relacionados à proporcionalidade, funções e inclinação da reta. Vejamos com detalhe cada um deles:

1. Proporcionalidade

Quando o autor reflete, em sua proposta, sobre o tema proporcionalidade, ele tem em conta o seguinte descritor "Os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que se quer ensinar contemplada no currículo" presente no componente "Representatividade" do critério de idoneidade epistêmico. Com efeito, na seção 1.3 do TCC, intitulada "1.3 Proporcionalidade como Função Linear" (ABEGG, 2014, p. 20-22), o autor explica como o currículo do Ensino Fundamental contempla três significados parciais

da proporcionalidade, que nós chamaremos de significado "aritmético-algébrico", funcional e geométrico:

A proporcionalidade, por exemplo, que já vem sendo trabalhada nos ciclos anteriores, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções (BRASIL, 1998, p.84 citado por ABEGG, 2014, p.18).

Figura 28 - Proporcionalidade relacionada com outros conteúdos matemáticos.

6º ano	# Proporcionalidade na multiplicação e divisão # Proporcionalidade nas unidades de medida # Porcentagem
7º ano	# Razões e proporções # Grandezas proporcionais # Escalas: velocidade constante # Regra de três simples # Ampliação e redução de figuras e fotos # Porcentagem
8º ano	# Expressões algébricas # Proporcionalidade envolvendo área e perímetro # Números diretamente proporcionais # Divisão em partes proporcionais, regra de sociedade # Proporcionalidade direta e gráfico
9º ano	# Função linear como caso particular de função afim # Proporcionalidade em geometria # Razão entre segmentos e segmentos proporcionais # Proporcionalidade na circunferência, o número pi # Proporcionalidade e escala # Proporcionalidade em um feixe de retas paralelas (Teorema de Tales) # Transformações geométricas (homotetia) # Proporcionalidade em triângulos retângulos # Juros simples

Fonte: (ABEGG, 2014, p.20).

Por outro lado, o autor argumenta que apesar de que o currículo contemple estes três significados parciais, a realidade dos centros escolares mostra que somente se trabalha o significado aritmético-algébrico e, raramente o geométrico. Esta abordagem se baseia no uso da regra de três e das proporções, sendo esquecido o significado funcional da proporcionalidade. Nesse sentido, o autor afirma que sua proposta de incorporar uma visão funcional às proporções no oitavo ano do Ensino Fundamental permite um ensino mais completo, integrado e conectado.

Na nossa proposta de atividade didática, o objeto de estudo, funções lineares, foi escolhido para dar sequência ao conteúdo de proporcionalidade, que muitas vezes se resume apenas à mecanização do procedimento da “regra de três”. Buscamos então uma maneira, de dar significado ao conteúdo de proporcionalidade, introduzindo o conceito de função linear, por meio da modelagem matemática, contextualizando uma situação da realidade. (ABEGG, 2014, p. 33).

A análise dos PCN foi realizada para justificar a aplicação da nossa atividade didática que tem por objetivo introduzir o conceito de função linear no 8º ano do

Ensino Fundamental, ou seja, rompendo com tradicional de apresentar este conteúdo somente no Ensino Médio e dando continuidade ao estudo de proporcionalidade que se faz no 7º e 8º ano do Ensino Fundamental. (ABEGG, 2014, p. 19).

Além disso, o autor também leva em conta o seguinte descritor presente na idoneidade epistêmica: "Os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que se quer ensinar"; visto que realiza reflexões sobre a complexidade do objeto matemático "proporcionalidade" que vão mais além do que trata a base curricular. Em particular, além dos três significados comentados anteriormente (aritmético-algébrico, funcional e geométrico), ele considera o significado parcial correspondente à teoria das proporções presentes na geometria grega, que segundo afirma, relacionam-se com o significado parcial aritmético-algébrico:

O ensino de proporcionalidade direta como função linear foi defendida por Ávila (1986), sendo que ele afirma que a abordagem escolar do tema proporcionalidade como igualdade de razões, não é tão comum, pois guarda resquícios da teoria das proporções de *Eudóxia*, que deu lugar com o desenvolvimento da Matemática, à teoria dos números reais de *Weekend*. A saber, (ABEGG, 2014, p.21):

Com a fundamentação dos números reais, no século passado, em bases sólidas e mais confiáveis do que as da antiga Geometria, a teoria das proporções de *Eudóxia* passa a ter apenas valor histórico. [...] não precisamos mais usar a superada teoria geométrica das proporções, muito menos seus resquícios que dela ficaram na terminologia, na notação e, sobretudo, na maneira de apresentar fatos, como os problemas de "regra de três" (ÁVILA, 1986, p. 02 apud ABEGG, 2014, p.21).

Nesse sentido, em nossa avaliação, percebemos que, de certa forma, o autor do TCC contempla quatro significados parciais para a proporcionalidade, trabalhados em Rivas (2013), vejamos:

- a. As proporções na matemática grega: na matemática grega uma proporção era interpretada conforme a expressão $a:b: c:d$. A partir deste enfoque, a proporcionalidade apresentava personalidade própria, praticamente desvinculada das frações e com uma álgebra que se fundava sobre regras próprias da proporcionalidade. O livro V dos *Elementos de Euclides* trata sobre esta teoria.
- b. As proporções sob o enfoque aritmético-algébrico: a partir do desenvolvimento da álgebra, chega-se à identificação de uma razão com uma fração, perdendo-se, de acordo com Fraudenta (1983), boa parte da identidade própria da proporcionalidade. A proporção $a:b:c: d$ passa a ser interpretada como uma

igualdade entre frações e na resolução de problemas do tipo $a/b = c/x$, as regras da proporcionalidade são substituídas por regras aritmético-algébricas de resolução de equações, dando lugar a algoritmos como, por exemplo, a regra de três.

- c. As proporções segundo a visão geométrica: de acordo com esta visão, a proporcionalidade está relacionada com figuras semelhantes (lados proporcionais e ângulos proporcionais) e com o teorema de Tales de Mileto. Em ambos os casos, também se utiliza a ideia de proporção baseada na igualdade de frações.
- d. As proporções desde o ponto de vista funcional: a partir do desenvolvimento da teoria das funções, inicia-se uma nova interpretação da proporcionalidade (como uma função linear). Nos diferentes contextos em que há proporcionalidade, temos uma função $f(x)$ (aplicação linear), tal que para os valores de uma variável V há correspondência de outra variável V' . Conhecidos a , b e c , sendo $f(a) = b$, interessa conhecer o valor x tal que $f(c) = x$

Quadro 15 - Quadro que relaciona V e V' .

V	V'
A	$f(a) = b$
C	$f(c) = x$

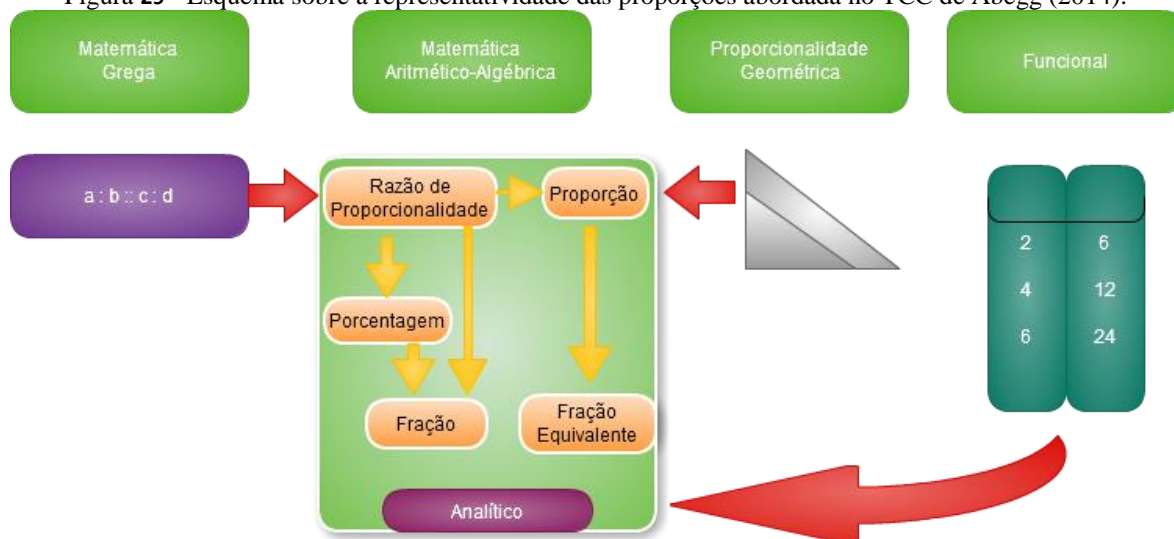
Fonte: (RIVAS, 2013).

Para calcular x , são utilizados os seguintes procedimentos:

- ✓ O procedimento do tipo "escalar" ou "análogo": o operador que permite passar de a a c é o mesmo que permite passar de b a x .
- ✓ O procedimento do tipo "função" ou "analítico": o operador que permite passar de a a b é o mesmo que permite passar de c a x .

Segundo nossa análise, o autor do TCC considera que os quatro significados parciais mencionados acima estão relacionados com o seguinte esquema:

Figura 29 - Esquema sobre a representatividade das proporções abordada no TCC de Abegg (2014).



Fonte: o autor.

No esquema acima, percebe-se que optar por uma apresentação funcional da proporcionalidade permite uma aproximação do tipo analógica (ou multiplicativa, segundo o autor) que não necessita usar, em particular, a ideia de frações equivalentes. De acordo com tal esquema, o autor propõe uma sequência didática para a proporcionalidade baseada no ponto de vista funcional analógico.

A partir disso, é possível ensinar proporcionalidade direta como função linear e não por meio de razões, pois a essência da proporcionalidade direta está nas relações multiplicativas. Lima (2006) analisa o texto matemático segundo ele, muito bem conceituado, intitulado *Aritmética Progressiva*, de Antonio Trajano, cuja primeira edição no Brasil ocorreu em 1883 e ainda se achava em circulação na década de 60. Trajano dá a seguinte definição: Diz-se que duas grandezas são proporcionais quando elas se correspondem de tal modo que, multiplicando-se uma quantidade de uma delas por um número, a quantidade correspondente da outra fica multiplicada ou dividida pelo mesmo número. No primeiro caso, a proporcionalidade se chama direta e, no segundo, inversa; as grandezas se dizem diretamente ou inversamente proporcionais (LIMA *et. al.*, 2006, p.93 apud ABEGG, 2014, p. 21).

Podemos dizer em uma linguagem menos formal que a grandeza y é diretamente proporcional à grandeza x quando existe um número a (chamado a *constante de proporcionalidade*) tal que $y = ax$ para todo valor de x . Ou ainda, que uma função de proporcionalidade direta ocorre quando a cada número x corresponde o número ax , sendo a o fator multiplicativo. (ABEGG, 2014, p.22).

2. Funções

O objeto matemático função é um objeto de que apresenta grande complexidade, conforme mostra a sua evolução histórica. Segundo Godino *et. al.* (2006), ao longo da

história das distintas civilizações, foram gerados diferentes significados parciais sobre esta noção, alguns dos quais serviram para generalizar outros pré-existentes. Tais autores consideram que esta evolução pode ser organizada em quatro significados parciais: tabular, gráfico, analítico e conjuntista. O autor do TCC evidencia, em vários momentos, que é consciente da complexidade associada à noção de função. Por exemplo:

A própria construção do conceito de função, historicamente, evolui para que este fosse aceito pela comunidade matemática. Os povos antigos representavam por meio de tabelas, relações existentes no seu dia a dia. O emprego das aproximações de uma relação funcional era uma simples proporcionalidade e constitui o primeiro passo rumo ao desenvolvimento de noções mais gerais de função. (ABEGG, 2014, p.16).

Esses quatro significados parciais apontados por Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006), de certa forma, resumem o desenvolvimento da noção de função que foram transpostas nos livros-texto mediante dois tipos de configurações epistêmicas. De um lado, temos as configurações epistêmicas formais (ou intramatemáticas) e por outro temos as empíricas (extramatemáticas). As primeiras têm como referente o significado que chamamos conjuntista, enquanto que as segundas têm como referente uma combinação dos outros três (tabua, gráfico e analítico), (FONT *et. al.*, 2012). Além disso, é possível notar que os parâmetros curriculares nacionais apontam preferência à opção empirista em relação à conjuntista.

Tradicionalmente o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Todo esse percurso é, então, abandonado assim que a definição de função é estabelecida [...]. Assim, o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado [...]. (BRASIL, 2002, p.118 citado por ABEGG, 2014, p. 19).

O autor do TCC, de acordo com as orientações curriculares, opta em apresentar uma configuração epistêmica do tipo empirista (realista, intuitiva, etc.) a seus alunos. Assim sua proposta apresenta-se representativa da complexidade epistêmica contemplada na base curricular.

Cabe ressaltar que nossa intenção em apresentar o conteúdo de funções lineares no 8º ano, não é trabalhar com uma linguagem excessivamente formal, mas sim apresentar aos alunos situações contextualizadas onde se possa explorar a dependência entre duas grandezas, fazendo a conexão com o conteúdo de proporcionalidade e explorando a linguagem usual dos alunos, suas representações gráficas, introduzindo uma linguagem algébrica. (ABEGG, 2014, p.19-20).

3. Inclinação da reta

A noção de inclinação da reta também tem certa complexidade, tal como se mostra em investigações didáticas sobre seu ensino e aprendizagem. Em relação ao conteúdo "inclinação de uma reta", Azcárate, em sua tese doutoral (1990), por meio de uma investigação sobre esquemas conceituais produzidos por alunos catalães da escola secundária, a respeito da noção de inclinação de uma reta, classifica os esquemas dos alunos em três categorias:

- a. O perfil "geométrico": realizado por alunos que usam elementos próprios da linguagem geométrica, tanto descritiva como analítica, e sugerem um esquema conceitual com imagens gráficas da inclinação de uma reta. Podemos dizer que estes alunos associam a palavra "inclinação" à imagem gráfica de uma reta em um sistema de eixos cartesianos, com certa disposição, frequentemente caracterizado por um ângulo e , em alguns casos, por uma distância ou por um ponto.
- b. O perfil "operativo" é caracterizado pelos alunos que, quando devem explicar o significado de inclinação, o fazem fornecendo um algoritmo operativo que, ou descreve uma função, ou serve para reconhecer e/ou calcular a inclinação na equação da reta. Pode-se dizer que estes alunos associam a palavra "pendente", na maioria dos casos, com a imagem do coeficiente a na fórmula do tipo $y=ax + b$, e erroneamente, em alguns casos, a própria expressão polinomial $ax + b$. O esquema conceitual destes alunos apresenta, portanto, uma face numérica, algébrica, algorítmica.
- c. O perfil "funcional" é característico dos alunos que definem a inclinação como um quociente entre as variáveis, ou seja, eles associam a imagem gráfica de uma reta à palavra "inclinação", destacando os incrementos das variáveis

Nas reflexões que o autor do TCC realiza sobre as unidades didáticas em relação à noção de função linear, em particular, nos livros didáticos que analisa, apresenta comentários que, de maneira implícita, evidenciam os diferentes significados parciais da noção de inclinação da reta e a necessidade de sua conexão.

Percebemos que nesta proposta o autor tenta dar significado à taxa de variação da função linear, ou fator multiplicativo, estes relacionados à inclinação da reta em relação ao eixo x (ABEGG, 2014, p. 30)

Contudo, mesmo que na análise de livros texto realizadas pelo autor do TCC apareçam os diferentes significados da inclinação da reta e a importância de sua conexão,

em sua proposta de sequência didática ele enfatiza, quase que exclusivamente, a interpretação da inclinação como taxa média de variação (significado funcional).

Dado que o autor, tanto de maneira explícita quanto implícita, apresenta reflexões nas quais os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que se quer ensinar, para um ou vários significados parciais há uma amostra representativa de problemas. Isso tendo em vista que a proposta está voltada para a modelação de uma situação experimental - e que para um ou vários significados parciais, há o uso de diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico, etc.), tratamentos e conversões entre eles, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade epistêmico.

IDONEIDADE COGNITIVA

Conhecimentos prévios

O autor não realiza uma reflexão explícita sobre os conhecimentos prévios necessários para que os alunos realizem sua proposta. Contudo, ele desenha uma sequência didática de modelação, propondo um problema introdutório referente a um contexto simulado com objetivo de obter a definição de função linear. Nesse tipo de proposta, pressupõe-se, de forma implícita, que os alunos apresentam os conhecimentos necessários para responder às perguntas. Trata-se de um problema de contexto real de tipo introdutório, segundo (FONT, 2007).

Além disso, os problemas contextualizados podem ser propostos no início de uma unidade didática, com objetivo de que sirvam para a construção dos objetos matemáticos que vão ser estudados em tal unidade didática. Neste caso, não se trata de aplicar conhecimentos matemáticos, mas sim, apresentar uma situação do mundo real tal que o aluno possa resolvê-la com seus conhecimentos prévios (matemáticos ou não-matemáticos). Essa nova categoria é conhecida como problemas de contexto simulado introdutório, visto que são propostas para iniciar um tema matemático que foi planejado para que fiquem dentro da zona de desenvolvimento proximal (em termos de Vygotsky). Seu principal objetivo é facilitar a construção, por parte dos alunos, dos novos conceitos matemáticos que vão ser estudados na unidade didática. Por sua vez, estes problemas

podem ser mais ou menos complexos em função dos processos de modelagem que se pretende gerar, (FONT, 2007, p. 438-439).

Dado que o autor planeja uma proposta para ensinar função linear, na qual leva em conta a complexidade da proporcionalidade, entendemos que, de maneira implícita, ele considera os conhecimentos prévios dos alunos sobre proporcionalidade, ou seja, que os alunos apresentam conhecimentos sobre porcentagem, razão e proporção. O fato de os alunos dominarem, ou não, tais conhecimentos aparece, explicitamente, nos comentários do autor. Isso porque, para gerar uma proposta de modelagem, são necessários conhecimentos básicos, e as dificuldades que surgem no processo são resolvidas na gestão da sala de aula (o que o professor faz, por exemplo, é resolver aspectos de gráficos e de medições no momento durante a gestão em sala de aula). Vejamos algumas passagens em que ele explicita sua reflexão em torno dos conhecimentos prévios dos alunos:

Como os alunos do 8º ano em questão, já haviam aprendido o conteúdo de proporcionalidade, buscamos introduzir o conteúdo de função linear, no intuito de dar sequência aos conceitos explorados (ABEGG, 2014, p.58).

A inserção dos conceitos fundamentais de funções lineares no Ensino Fundamental relaciona-se com a possibilidade de trabalhar conexões com os conteúdos de proporção e “regra de três” muito explorados pelos professores nessa fase de escolaridade, conceitos esses que são vistos também como proporcionalidade. Além disso, esses temas possuem grande aplicabilidade em problemas reais que podem ser modelados e trabalhados em qualquer nível de ensino e aprofundados no Ensino Médio. (ABEGG, 2014, p.41).

As atividades que foram propostas nesse trabalho se direcionam a alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Nesta etapa da escolaridade, na área de matemática, os alunos passam a ter contato com a álgebra (operações com polinômios, produtos notáveis, equações, razão e proporção, grandezas proporcionais, regra de três), que são vistos como conteúdos abstratos, mas que podem ser traduzidos para uma linguagem natural, pois estes possuem grande aplicabilidade nos problemas da vida cotidiana (ABEGG, 2014, p.42)

Conforme aponta atividade número 2, descrita na seção 3.2 (Quadro 2), foi solicitado aos alunos que se fizesse um esboço gráfico dos dados coletados que foram registrados na tabela. Nesse momento percebeu-se certa insegurança dos alunos em começar a fazer a representação gráfica. Muitos perguntavam como começar. Prontamente ocorreu a intervenção do professor lembrando que um gráfico é representado por dois eixos, o eixo x da variável independente e o eixo y da variável dependente. (ABEGG, 2014, p. 49).

Os alunos iniciaram o esboço gráfico fazendo a construção dos eixos cartesianos, porém percebeu-se que muitos associavam o eixo x com a grandeza altura (cm). Novamente foi necessária a intervenção do professor, questionando aos alunos se era a altura que dependia da quantidade de mililitros ou se era ao contrário. Os alunos facilmente compreenderam a situação, conforme a fala de um aluno, “os centímetros vão no eixo y e os mililitros vão no eixo x”. Porém surgiu outro problema, todos os alunos ao fazer as escalas numéricas nos eixos, às faziam de

unidade em unidade, logo questionaram como fariam para representar 160 ml, 320 ml e assim por diante. Foi necessária novamente a ajuda do professor, para explicar que as grandezas eram de escalas diferentes, logo nos eixos eles poderiam fazer intervalos do tamanho necessário para representar os dados da tabela. (ABEGG, 2014, p.48-49).

Nesse momento conversamos sobre a proporcionalidade envolvida na situação, retomando conceitos aprendidos. Então foi dada sequência ao processo, sendo que nosso objetivo era encontrar a altura que o líquido subiria em função da quantidade de líquido despejada no recipiente, ou seja, queríamos encontrar uma expressão matemática que nos desse a altura em centímetros para cada mililitro de líquido despejado no recipiente. Continuando o processo de proporcionalidade, os alunos foram questionados pelo professor: “se para 40 mililitros a altura era de 1 centímetro, qual seria a altura para 1 mililitro?”. Os alunos resolveram a situação pela tradicional “regra de três”, encontrando a altura de 0,025 centímetros. (ABEGG, 2014, p.53).

Adaptação curricular às diferenças individuais

Para a aplicação da sequência didática proposta, o autor realizou uma seleção prévia dos alunos, escolhendo os que tiveram êxito em todos os anos de escolaridade. Nesse sentido, pelo fato do grupo apresentar as características de homogeneidade, não há reflexões do autor em relação ao tratamento da diversidade.

Nessa ocasião, foram convidados, todos os alunos das duas turmas de 8º anos da escola, sendo que foi formado um grupo de 12 alunos, dos quais 7 meninas e 5 meninos, com idades entre 12 e 14 anos, sendo que todos eles obtiveram êxito em todos os anos de escolaridade até então. (ABEGG, 2014, p. 42).

Aprendizagem

O autor apresenta justificativas claras que comprovam que sua proposta inovadora promoveu a aprendizagem dos seus alunos. Destaca em um primeiro momento que a aprendizagem foi significativa, pelo fato do problema ser contextualizado e em um segundo momento, pelo fato da proposta contemplar certa riqueza de processos.

Além disso, a Modelagem Matemática contribuiu para a contextualização da matemática, atribuindo significados à ideia inicial de função linear. O cenário permitiu aos estudantes desenvolverem outras habilidades com a atividade de experimentação, tais como: fazer medições, registrar dados, gerar hipóteses e apresentar suas descobertas e conclusões aos pares. Apesar dos obstáculos encontrados no desenvolvimento da atividade didática, tais como o não domínio da representação gráfica, a dificuldade de trabalhar com grandezas de ordem diferente, a passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, destacamos que certamente a atividade de modelagem contribuiu para de certa forma rever esses conteúdos, contribuindo de fato para que o aluno atribua

significado ao que está aprendendo. Destacamos a viabilidade de trabalhar funções lineares com alunos desta faixa etária, pois todos conseguiram relatar alguns tópicos importantes deste conteúdo, conseguiram registrar os dados graficamente chegando à conclusão que a situação modelada era representada por uma reta. Também conseguiram entender que a proporcionalidade existente entre as grandezas era direta, ou seja, se o valor de uma variável aumentava o valor da outra também aumentava, e a isso relacionamos a ideia de função crescente. Mesmo que de forma simplificada, foi possível caracterizar uma função linear, encontrar a taxa de variação da situação didática modelada, entre outros. (ABEGG, 2014, p.57).

O desempenho dos estudantes durante os encontros e os resultados por eles apresentados no final da sequência de atividades, mostrou que a proposta desenvolvida é válida e adequada para a faixa etária em questão, bem como que por meio da Modelagem Matemática ocorreu uma melhor compreensão da Matemática envolvida no trabalho. (ABEGG, 2014, p. 67).

Alta demanda cognitiva

O autor considera que sua proposta vai ao encontro de uma alta demanda cognitiva de seus alunos, já que ativa processos cognitivos relevantes. De fato, a alta demanda cognitiva é a outra face da moeda da riqueza de processos comentada na idoneidade epistêmica. Ou seja, o professor, ao optar por uma proposta didática que implica a realização de processos matemáticos relevantes, como o caso da modelagem matemática, está propondo a seus alunos tarefas que leva-os a uma alta demanda cognitiva.

O cenário permitiu aos estudantes desenvolverem uma atividade de experimentação, fazer medições, registrar dados, gerar hipóteses e apresentar suas descobertas e conclusões aos pares. (ABEGG, 2014, p. 57).

Embora o autor não apresente reflexões sobre o tratamento da diversidade e tampouco mostre com detalhe os instrumentos utilizados para avaliar a aprendizagem dos alunos, em sua reflexão, ele desenvolve de maneira aprofundada o componente dos conhecimentos prévios, por exemplo. Nesse sentido, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade cognitivo.

IDONEIDADE INTERACIONAL

Interação docente-discente

No TCC de Ablega (2014), há reflexões do autor sobre o reconhecimento e a resolução dos conflitos de significado dos alunos (se interpretam corretamente os silêncios dos alunos, suas expressões faciais, suas perguntas, se faz um jogo de perguntas e respostas adequado, etc.). Vejamos alguns casos:

Porém surgiu outro problema, todos os alunos ao fazer as escalas numéricas nos eixos, às faziam de unidade em unidade, logo questionaram como fariam para representar 160 ml, 320 ml e assim por diante. Foi necessária novamente a ajuda do professor, para explicar que as grandezas eram de escalas diferentes, logo nos eixos eles poderiam fazer intervalos do tamanho necessário para representar os dados da tabela. (ABEGG, 2014, p.49)

Questionaram-se as duplas de alunos sobre como expressar matematicamente aquela relação que havia entre a altura e a quantidade do líquido. Nesse momento, apesar de vários alunos responderem que a cada 160 ml de líquido despejados a altura do líquido no vidro aumentava em 4 cm, eles não conseguiram generalizar. Coube então a intervenção do professor conduzindo uma explicação de como representar uma função, de encontrar a taxa que relacionava essas grandezas. (ABEGG, 2014, p. 53).

Está implícita em sua proposta a busca para chegar a consensos com base no melhor argumento. O autor/professor promove discussões em grupo para ir resolvendo as dificuldades de tal forma que os acordos sejam tomados tendo como base o melhor argumento.

Discutiu-se entre o grupo por que não se pode associar valores negativos e a possibilidade das variáveis assumirem o valor zero. Os alunos observaram que os valores em centímetros e mililitros não poderiam assumir um valor que excedesse a capacidade do recipiente de vidro (ABEGG, 2014, p.51).

O próximo questionamento se relaciona com a verificação se a função linear encontrada era crescente ou decrescente, sendo que todos os alunos foram unânimes em dizer que era crescente, dado que se aumentasse a quantidade de líquido despejados no recipiente, a altura aumentaria proporcionalmente, pois as grandezas mencionadas são diretamente proporcionais (ABEGG, 2014, p.54).

Além disso, o autor/professor faz uma apresentação adequada do tema (apresentação clara e bem organizada, enfatiza os conceitos-chave do tema, etc.), dedicando tempo aos conceitos considerados conceitos-chave. Segundo o autor, sua proposta passa do raciocínio analógico escalar (se dobro uma variável, a outra também dobra) para o passo analítico (sempre que se divide o volume (cm^3) pela altura (cm), encontra-se sempre a mesma razão).

Nesse momento vários alunos questionaram o número encontrado, para o quê serviria aquilo, como iriam medir 0,025 centímetros na prática. Coube então a

explicação do professor que esse número encontrado era a taxa de variação do problema, ou seja, que a cada 1 mililitro de líquido despejado no recipiente a altura aumentaria em 0,025 centímetros. Foi explicado também que na prática seria impossível medir com uma régua essa altura, mas que essa taxa nos permitiu criar uma função linear, a qual nos permitiria calcular algebricamente a altura para qualquer quantidade de líquido despejada no recipiente. (ABEGG, 2014, p.54).

No final do encontro fizemos uma breve retomada de todo o processo de modelagem, retomando alguns conceitos e características da função linear. E como proposta final, encaminhamos a última atividade aos alunos, o desafio de explicar com as suas palavras o que seria uma função linear e quais suas características (ABEGG, 2014, p. 56).

Interação entre discentes

No relato do autor, conclui-se que os alunos trabalharam, também, em pequenos grupos e que esta organização permitiu àqueles indivíduos que dificilmente participavam da aula, que acabassem manifestando-se junto ao grande grupo:

O cenário permitiu aos estudantes desenvolverem outras habilidades com a atividade de experimentação, tais como: fazer medições, registrar dados, gerar hipóteses e apresentar suas descobertas e conclusões aos pares. (ABEGG, 2014, p.57).

Autonomia

As atividades propostas implicam que o aluno desenvolva certa autonomia para a realização delas. Ao trabalhar com as etapas da modelagem, o autor possibilita que o aluno seja agente do processo de construção do modelo, conforme podemos observar:

Os alunos foram orientados a coletar as informações, medindo e anotando todos os dados que entendessem ser importantes, e logo após foram desafiados a organizar esses dados de alguma forma. (ABEGG, 2014, p. 47).

Por outro lado, foram contemplados momentos nos quais os estudantes assumiam a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação). No relato do autor, é possível observar como os alunos devem resolver problemas, formar conjecturas, realizar argumentos, etc.

Se contemplam momentos nos quais os estudantes assumem a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação). Logo após efetuarem corretamente os cálculos, foi proposto que os alunos validassem os resultados de forma prática, ou seja, coletando 100ml e depois 250 ml com a proveta e despejando o conteúdo no recipiente. Medindo a altura do líquido encontraram valores aproximados, a 2,5 cm e 6,25 cm respectivamente, até porque com a fita

métrica ou régua não temos uma precisão nas medidas em virtude da subdivisão do centímetro. (ABEGG, 2014, p. 55).

Avaliação formativa

O autor não apresenta nenhum comentário explícito sobre este componente. Contudo, visto o desenho e o andamento de sua proposta didática: grupo reduzido, forma de gestão da aula (o professor faz perguntas e vai resolvendo os conflitos de significado dos alunos conforme eles vão surgindo, etc.), entende-se que a avaliação está voltada para um processo formativo e não de uma simples verificação de conceitos.

Dado o alto grau de reflexão do autor em relação aos componentes que formam o critério de idoneidade interacional, avaliamos seu uso no nível 3.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

No TCC, o autor explica que utilizou material manipulativo adequado para as situações que propõem. Por exemplo, detalha os materiais utilizados na atividade em que trabalha com a ideia de medida direta:

Nossa proposta didática foi organizada com atividades que possibilitavam ao estudante a experimentação e a visualização com a utilização de diversos materiais concretos, entre eles recipientes cilíndricos, régua, provetas, num laboratório de ciências, o qual permitiu também a quebra do cotidiano da sala de aula. (ABEGG, 2014, p.41-42).

Por outro lado, embora o autor do TCC não tenha utilizado recursos informáticos, caso algum outro professor queira usar a experiência com o *software GeoGebra*, ele explica como poderia proceder:

Podemos observar na simulação da atividade, por meio da figura 32, que o gráfico obtido no *GeoGebra* é semelhante ao obtido pelos alunos na atividade didática. Além disso, o aplicativo *GeoGebra* fornece na janela algébrica a função linear que modela a situação. (ABEGG, 2014, p.62).

Figura 30 - Gráfico obtido após serem inseridos os pares ordenados no TCC de Abegg (2014).

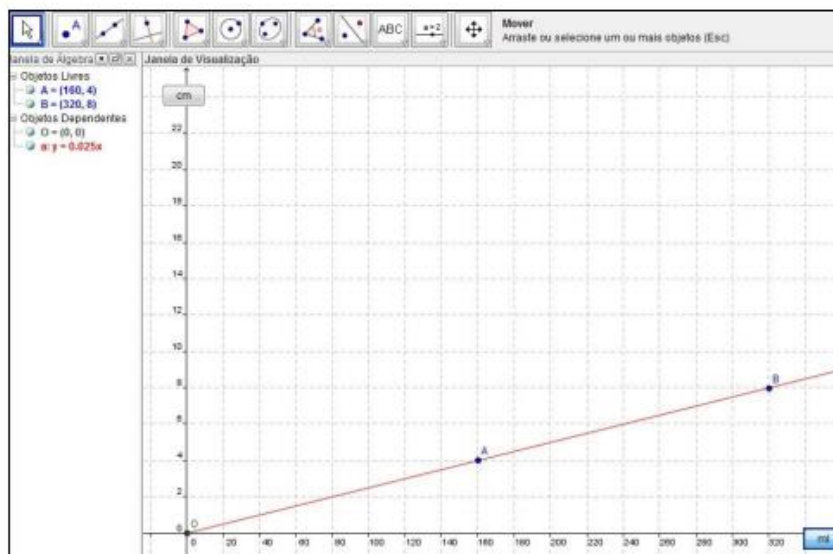


Figura 32: Gráfico obtido depois de inseridos os pares ordenados

Fonte: (ABEGG, 2014, p.62).

Além disso, o descritor trata de esclarecer se as definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações, modelos concretos e as visualizações se cumprem, pois a proposta é se embasa em todas as etapas da modelagem matemática.

Número de alunos, horário e condições da sala de aula

Pelo fato da atividade ser organizada com um grupo de alunos restrito, em um turno inverso e em um espaço adequado, o professor não realiza comentários sobre problemas na gestão destes três aspectos. Há uma idoneidade de condições de aula. Vejamos:

De acordo com isso, para a aplicação das atividades didáticas desse trabalho, foram organizados três encontros presenciais de três horas cada um, totalizando 9 (nove) horas. As atividades foram aplicadas no laboratório de ciências de uma escola da Rede Municipal de Ensino, do município de Santo Ângelo – RS, na última semana do mês de novembro de 2013 e na primeira semana do mês de dezembro de 2013. Além disso, ainda no mês de outubro de 2013, foram efetuados os primeiros contatos com os alunos participantes do trabalho. Nessa ocasião, foram convidados, todos os alunos das duas turmas de 8º anos da escola, sendo que foi formado um grupo de 12 alunos, dos quais 7 meninas e 5 meninos, com idades entre 12 e 14 anos, sendo que todos eles obtiveram êxito em todos os anos de escolaridade até então. As atividades foram no turno da tarde, integrando também as atividades da escola de tempo integral, que visa oferecer estudos de reforço, aprofundamento de estudos e as mais variadas atividades didáticas e lúdicas, bem como oficinas e atividades esportivas. (ABEGG, 2014, p.42).

Tempo (Do ensino coletivo, tempo de aprendizagem)

O autor apresenta comentários de que investe tempo no que considera importante, tomando como base os obstáculos enfrentados pelos alunos:

A atividade de representação gráfica demandou grande período de tempo, apareceram vários obstáculos para os alunos, que podemos associar aos obstáculos que Abaçanei aponta na modelagem. (ABEGG, 2014, p. 50).

Embora o professor tenha trabalhado com grupo reduzido, por falta de tempo, ele não conseguiu realizar toda a proposta na duração prevista:

Com certeza, ficaram lacunas em função do tempo e da quantidade de trabalho que havia sido programado para cada encontro. Apesar disso, o trabalho foi satisfatório e decisivo. (ABEGG, 2014, p. 64).

Dado o uso explícito e implícito dos descritores que formam os componentes explicados acima, especialmente o detalhamento do uso dos recursos tecnológicos, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade medicinal.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Interesses e necessidades

Abegg (2014) não apresenta comentários sobre a relação entre os interesses dos alunos e as tarefas que ele propõe. De maneira implícita, pressupõe que o fato de apresentar situações que permitam aplicar a matemática ao mundo real (como o cálculo de medidas) é suficiente para despertar o interesse dos alunos. Com base nisso, segundo o autor, a posteriori, os alunos ficaram interessados com a atividade:

A atividade didática, por meio da modelagem matemática, propiciou aos alunos de 8º ano uma maneira lúdica, atrativa e prazerosa de aprender. (ABEGG, 2014, p. 57).

Para o autor, mesmo que não haja argumentos explícitos, a atividade de modelagem permite que a matemática seja vista na vida cotidiana dos alunos.

Atitudes

Embora não haja, de maneira explícita, comentários sobre as atitudes dos alunos, observa-se, no relato de Abegg (2014), que a implementação realizada promove a implicação dos alunos nas atividades, a perseverança, a responsabilidade, etc. Também se observa que a atividade favoreceu a argumentação em um contexto de igualdade, ou seja, o argumento é avaliado em si mesmo e não por quem o disse.

Os alunos foram orientados a coletar as informações, medindo e anotando todos os dados que entendessem ser importantes, e logo após foram desafiados a organizar esses dados de alguma forma (ABEGG, 2014, p.47).

Emoções

Para o autor, a implementação realizada estimulou a autoestima dos alunos. Com efeito, o fato de que o autor apresentou tarefas que exigem uma alta demanda cognitiva e que a maioria dos alunos conseguiu resolvê-las e entendê-las, repercute em uma melhor autoestima dos envolvidos. Além disso, destacam-se as qualidades de estética e de precisão da matemática.

Logo após isso, destacou-se a importância de validar a função linear que modela o problema. Para isso, foram feitos, primeiramente, alguns questionamentos sobre a altura que o líquido iria atingir se colocássemos 100 ml no recipiente, e se colocássemos 250 ml. As duplas foram incentivadas a calcular essa altura, sendo que algumas fizeram tabelas de proporcionalidade partindo da ideia inicial que a cada 160 ml de líquido despejado no recipiente a respectiva altura aumentaria em 4 cm e outras duplas usaram o processo de regra de três. Por fim foram motivados a usar a função linear modelada, como registrado pela dupla de alunos Beta, na figura 25.

Figura 31 - Figura que indica o registro da dupla de alunos Beta

12) Considere um valor para x em ml, há como calcular a altura que o líquido vai atingir ao colocarmos 100 ml? 250 ml? E um valor qualquer?

Sim, basta substituir estes quantidades na equação $y = 0,025x$ e assim ter a altura.

$$y = 0,025 \cdot 100$$

$$y = 2,5 \text{ cm}$$

$$y = 0,025 \cdot 250$$

$$y = 6,25 \text{ cm}$$

Fonte: (ABEGG, 2014, p.55).

Logo após efetuarem corretamente os cálculos, foi proposto que os alunos validassem os resultados de forma prática, ou seja, coletando 100ml e depois 250 ml com a proveta e despejando o conteúdo no recipiente. Medindo a altura do líquido encontraram valores aproximados, a 2,5 cm e 6,25 cm respectivamente,

até porque com a fita métrica ou régua não temos uma precisão nas medidas em virtude da subdivisão do centímetro. (ABEGG, 2014, p. 55).

Dado o alto grau de reflexão do autor em relação aos componentes que formam a idoneidade emocional, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade emocional.

IDONEIDADE ECOLOGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo banco indutor do TCC, os professores têm que justificar por que suas propostas representam uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. O autor argumenta que sua proposta é inovadora, tomando como base um artigo que foi apresentado em um congresso de didática da matemática (VILLAREAL e MINA, 2013). No caso estudado, o trabalho considera que a inovação passa pela incorporação de uma proposta de modelagem, em particular, modelar uma situação contextualizada.

O presente trabalho de dissertação está diretamente ligado à necessidade de metodologias inovadoras que possibilitem a interação dos alunos diante da disciplina de Matemática, sendo que a ideia de proposta surgiu de uma atividade apresentada por Villa real e Mina (2013) na VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. (ABEGG, 2014, p.12).

Adaptação ao currículo

Outro aspecto do entorno que devem apresentar os autores dos Tacos, de acordo com as orientações do programa, é a de que sua proposta deve estar relacionada com algum conteúdo do currículo de matemática da Educação Básica e também deve seguir algumas das orientações dos parâmetros curriculares. Neste caso, os conteúdos com os quais o TCC se relaciona são os de proporcionalidade e função linear. Segundo o autor, a proposta também se relaciona com os Parâmetros Curriculares Nacionais, pois possui foco na modelagem de uma situação contextualizada.

Cita-se como objetivos para o 3º ciclo do Ensino Fundamental, que a Matemática deve visar ao desenvolvimento: Do raciocínio que envolva a proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir

estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade (BRASIL, 1998, p.65 apud ABEGG, 2014, p.17).

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OEC), lançadas pelo Ministério da Educação em 2006 orientam que o estudo de funções (na nossa atividade didática será função linear), pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas. Para a nossa atividade didática exploraram-se as grandezas capacidade (em mililitros) e a grandeza altura (em centímetros). Além disso, os PCN apontam que “também é importante provocar os alunos para que se apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esboquem qualitativamente os gráficos que representam essas relações de crescimento e decréscimo” (BRASIL, 2006, p.72 apud ABEGG, 2014, p.19).

Conexões entre e interdisciplinares

O autor explicita em seu TCC que pretende realizar uma conexão intramatemática entre função linear, regra de três e proporcionalidade. Embora, no TCC, não tenha sido realizada nenhuma referência à conexão das atividades propostas com outras disciplinas presentes no currículo (interdisciplinar), a sequência didática se preocupou em conectar aspectos matemáticos a uma situação de experimentação (conexão extramatemática).

Apesar de serem dois conteúdos geralmente trabalhados em anos distintos, proporcionalidade e função linear são conteúdos que se complementam, abrindo assim a possibilidade de dar sequência e não trabalhar conteúdos isoladamente. (ABEGG, 2014, p.58).

No decorrer dos encontros com os estudantes, foi possível relacionar vários aspectos da atividade prática de modelagem sobre função linear com os conteúdos afins, tais como regra de três e proporcionalidade, e percebeu-se que isto fez sentido para os estudantes, na medida em que eles conseguiam fazer as relações e concluir sobre as indagações feitas à medida que a atividade de modelagem era desenvolvida (ABEGG, 2014, p.64).

Utilidade sócio-laboral

O autor não apresenta argumentos quanto à utilidade sócio-laboral de sua proposta inovadora, porém, argumenta que a mesma possibilita ao aluno buscar e se envolver com o processo de aprendizagem, desenvolvendo competências (criatividade, crítica, etc.) para a vida cotidiana.

É preciso criar situações, onde o aluno chegue a estas definições e conceitos e não torná-lo um mero espectador da fala do professor. (ABEGG, 2014, p.27).

Em resumo, o autor justifica que sua proposta é uma inovação didática que se adapta ao currículo da Educação Básica e que ajuda a inserção social, visto que está focada em atividades que visam ao processo de modelagem de uma situação do cotidiano por meio do uso de conexões intramatemáticas. Por estas razões, avaliamos o uso do critério ecológico, pelo autor, no nível 3.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

Segundo o autor, o TCC termina com uma reflexão final que, de alguma maneira, implícita ou explicitamente, manifesta que os diferentes critérios de idoneidade considerados foram alcançados com bastante êxito. Conforme argumentos do autor, percebe-se que, de certa maneira, ele conseguiu estabelecer um equilíbrio no uso dos seis critérios de idoneidade.

O campo epistêmico justifica-se quando o autor aponta que alcançou todos os objetivos específicos em relação aos alunos, visto que foram criadas condições para que eles aprendessem a coletar dados por meio da experimentação, formular modelos matemáticos, resolvê-los e validá-los e porque puderam relacionar vários aspectos da atividade prática de modelagem sobre função linear com os conteúdos afins. Cognitivamente, ele argumenta que a atividade didática apresentada atende às necessidades do aluno e contribui efetivamente para apropriação do saber matemático.

Do ponto de vista interacional, o autor argumenta que a forma como conduz as atividades é um caminho em que o aluno pode, de forma gradual, formular conceitos e definições. Emocionalmente, os alunos mostraram compreensão, pois apresentaram interesse na resolução das atividades. Quanto ao aspecto mediacional, o autor argumenta que a organização e os materiais utilizados promoveram resultados satisfatórios. Ecológicamente, mostrou que a proposta desenvolvida é válida e adequada para a faixa etária em questão, pois se adequa ao currículo e ao cotidiano do aluno.

5.2.7 Estudo de um caso o em que se apresenta o planejamento de uma proposta para a Educação Básica que tem como inovação a incorporação de recursos tecnológicos

Nesta seção, mostraremos a análise detalhada de um caso que apresenta o planejamento de uma sequência didática, a qual toma como inovação, a incorporação de

recursos tecnológicos, em particular, a ideia de trabalhar conceitos de funções quadráticas por meio de questões contextualizadas utilizando *softwares* livres. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e, na sequência, apresentamos uma análise referente aos argumentos, avaliações, reflexões, etc. que a autora realiza para justificar que sua proposta possibilita uma melhoria no ensino de matemática.

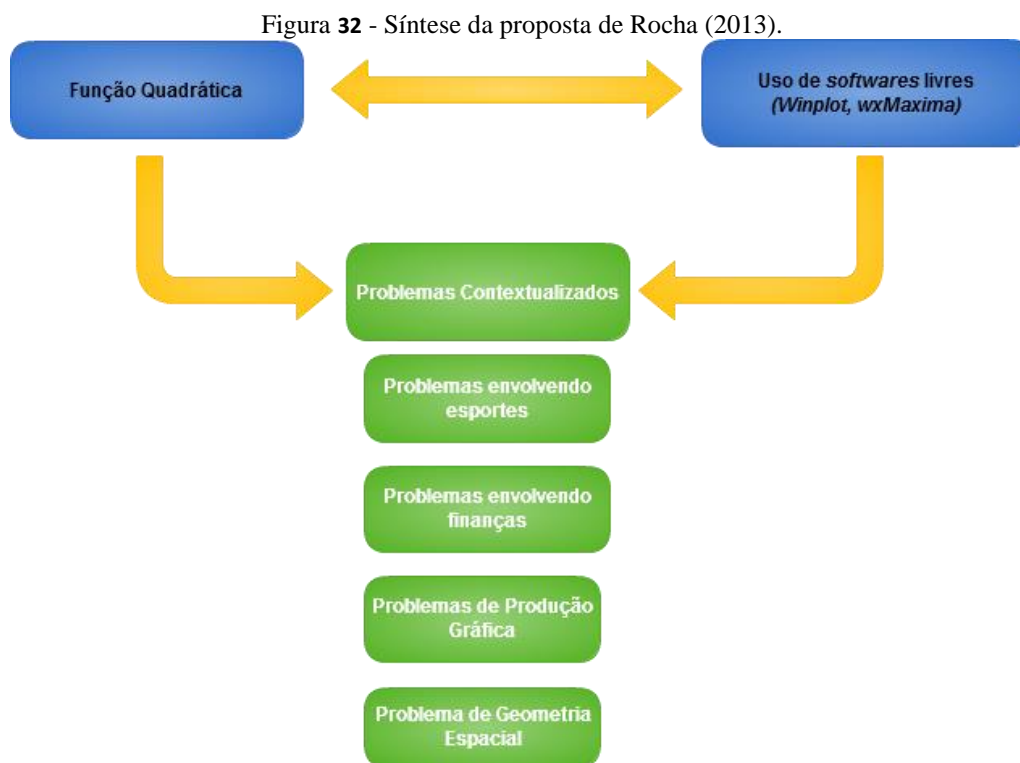
Estrutura do trabalho de conclusão de curso

A autora organiza seu TCC em oito capítulos. No capítulo introdutório, ela defende o uso de recursos tecnológicos na Educação Básica, em especial, o uso de softwares livres no ensino de matemática (por exemplo, *Régua e Compasso*, *Cabri*, *Winggeom*, *Geogebra*, *Octave*, *Winplot* e *Logo*). Além disso, a autora reafirma que seu trabalho tem como objetivo propor atividades para serem resolvidas com o auxílio de *softwares* matemáticos e situações contextualizadas a fim de ilustrar os conceitos de funções quadráticas e, dessa forma, facilitar a aprendizagem dos alunos.

No capítulo 1, o TCC apresenta uma breve reflexão sobre a história das funções. Tal reflexão histórica, embora confusa, apresenta o conceito de funções ao longo do tempo, podendo ser assumido como uma relação entre magnitudes, uma construção gráfica ou, até mesmo, por uma visão conjuntista. No capítulo 2, o trabalho apresenta o estudo das funções segundo os livros didáticos e conclui que, das publicações analisadas, a maioria trabalha com revisão de conteúdos, exemplos e exercícios de aplicação, porém, nenhuma delas aborda exercícios que possam ser resolvidos por meio de *softwares*. No terceiro capítulo, a autora reafirma os objetivos de seu trabalho, especificando as possíveis habilidades que os alunos devem desenvolver para a realização das tarefas propostas. No capítulo 4, a professora realiza uma pesquisa bibliográfica, na qual apresenta levantamento de alguns trabalhos que utilizaram *softwares* no ensino de funções.

No capítulo 5, Rocha (2013) elenca as atividades propostas divididas por temas (problemas envolvendo esportes, problemas envolvendo finanças, problemas de Produção Gráfica, problemas de Geometria Espacial), com sua solução e dicas para auxiliar o trabalho do professor. Na resolução de cada exercício, a autora explica o passo a passo de cada *software*, utilizado, nesse caso, os *softwares* *Winplot* e *wxMaxima*. Os capítulos 6 e 7 estão dedicados, respectivamente, para as considerações finais e possíveis trabalhos

futuros. Neles, a autora justifica que sua proposta utiliza recursos tecnológicos no ensino de função quadrática, o que torna as aulas mais atrativas e significativas para os alunos. Também propõe como trabalho futuro a aplicação da sequência em sala de aula e a extensão do tema “funções quadráticas” para funções polinomiais de grau maior do que 2. A figura abaixo representa uma síntese da proposta didática inovadora realizada por Rocha (2013).



Fonte: o autor.

Apresentada uma síntese do TCC de Rocha (2013), vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pela autora, que, de maneira explícita e implícita, tratam de justificar porque a proposta didática apresentada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Critérios de Idoneidade

A seguir, apresentaremos quais os critérios e em que medida a autora os utiliza quando planeja o seu processo de instrução.

IDONEIDADE EPISTÊMICA

Erros e ambiguidades

Não há reflexões da autora sobre possíveis práticas que possam ser consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Também não aparecem comentários sobre possíveis ambiguidades que possam levar os alunos a cometerem confusões conceituais ou procedimentais. Também não são encontrados, por exemplo, comentários apontando que as definições devem ser claras e corretamente enunciadas e que uso de analogias e metáforas devem ser controlados, entre outros.

Riqueza de processos

Nos argumentos desenvolvidos no trabalho, nota-se que a sequência de tarefas, por ele desenhada, contempla a realização de processos relevantes para a atividade matemática. A autora justifica a qualidade de sua proposta inovadora, pois fomenta que os alunos realizem processos matemáticos relevantes, em especial, o processo de resolução de problema, modelação matemática, de compreensão de diferentes linguagens e de estímulo ao raciocínio do aluno.

Nas atividades contextualizadas, o aluno necessita: fazer a transferência da linguagem natural para a expressão matemática, definir a lei da função por meio de dados fornecidos, utilizar o *software* para resolver problemas práticos, sabendo que o programa é um acessório e não resolve o exercício sozinho, necessita do conhecimento do educando para operá-lo. (ROCHA, 2013, p. 31)

Procurou-se dar ao estudo de funções quadráticas um enfoque semelhante ao que foi dado na disciplina de Funções durante o curso do PROFMAT, privilegiando o raciocínio do aluno e não a utilização direta de fórmulas nas resoluções. (ROCHA, 2013, p.100).

Além dos argumentos realizados pela autora quanto à riqueza de processos que sua proposta didática possibilita, nota-se que nas tarefas propostas estão contempladas riquezas ditas como de processos, conforme se pode observar no excerto abaixo:

Exercício 5.4.1. Uma turma de Ensino Médio está construindo caixas retangulares em cartolina, semelhante a caixa da Figura 112. Considere que o perímetro da base deve ser de 60cm e que a altura será de 12cm . a) Escreva a função que representa o volume da caixa em função de um dos lados da caixa a

ser construída e construa seu gráfico no software. b) Quais devem ser as dimensões da base para que o volume seja máximo? Qual é o volume máximo? c) Faça variações no valor da altura da caixa e verifique o que acontece com o gráfico da função. (ROCHA, 2013, p. 95).

Representatividade

A autora do TCC desenvolve dois capítulos teóricos nos quais apresenta, de certa forma, reflexões sobre a complexidade do tema funções. Em particular, quanto à função quadrática. Em um dos capítulos, por meio de um breve estudo sobre a história das funções, ela contempla diferentes abordagens que a função quadrática pode assumir (visão conjuntista, a relação entre magnitudes e representação gráfica). No outro capítulo, a autora realiza uma análise da complexidade das funções quadráticas presentes nos livros didáticos, mostrando que as funções são tratadas desde a perspectiva de grandezas e relações entre magnitudes até a perspectiva conjuntista. Nesse aspecto, entendemos que, pelos estudos e argumentos realizados pela autora, os significados parciais relacionados ao objeto matemático "função quadrática" são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que se pretende ensinar.

Além disso, as atividades propostas pela autora levam em conta a complexidade da função quadrática, pois propõe tarefas que levam a entender que a função quadrática pode ser pensada como uma relação entre grandezas, também como uma relação entre variáveis. Mesmo que não trate, explicitamente, da visão conjuntista, nas tarefas, encontram-se alguns tópicos relacionados com dita visão, como o caso de considerar os diferentes tipos de domínio de uma determinada função. Também se observa que há uma preocupação em trabalhar as diferentes representações da função quadrática, por meio do uso de fórmulas, tabelas e gráficos e diferentes tipos de linguagem e uma preocupação de ter uma amostra variada de diferentes tipologias de problemas contextualizados envolvendo funções quadráticas. Nesse sentido, percebe-se que nas tarefas propostas, para um ou vários significados parciais da função quadrática, há o uso de diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico, etc.), tratamentos e conversões entre eles, além de uma amostra representativa de problemas contextualizados que se quer ensinar, como por exemplo, a modelação de problemas que aportam o contexto artístico por meio da representação gráfica das funções quadráticas.

Foram apresentados três exercícios envolvendo esportes, dois tratam sobre o tema futebol e um sobre o voleibol. Quatro exercícios envolvendo comércio, compra e venda, dois exercícios de produção gráfica e um exercício sobre geometria espacial, totalizando dez exercícios propostos. Os exercícios são, em sua maioria, contextualizados excetuando-se os de produção gráfica, nos quais são revisadas translações de funções quadráticas. Em todos os exercícios são disponibilizados os pré-requisitos, o material e o tempo necessários para a resolução dos mesmos em sala de aula. (ROCHA, 2013, p.100).

Embora a autora não tenha contemplado em seu processo de instrução possíveis erros e ambiguidades que possam surgir ao ser aplicada sua sequência de tarefas, ela aborda de maneira explícita comentários de que sua proposta apresenta uma grande riqueza de processos matemáticos e certa complexidade matemática do que se quer ensinar sobre o tema funções quadráticas. Nesse sentido, avaliamos em 3 o uso do critério epistêmico.

IDONEIDADE COGNITIVA

Rocha (2013) realiza alguns comentários que permitem concluir que ela leva em conta, na maioria dos casos, de forma implícita, alguns indicadores da idoneidade cognitiva.

Conhecimentos prévios

A autora leva em conta os conhecimentos prévios que os alunos devem possuir e os especifica em cada tarefa proposta. Contudo não apresenta uma atividade diagnóstica no intuito de que o professor possa verificar se os alunos possuem ou não tal conhecimento.

O próximo exercício refere-se a percentual de comissão sobre vendas e cálculo de salário acrescido de comissão. A fim de realizar todos esses cálculos serão utilizados conhecimentos sobre funções quadráticas, além de noções de porcentagem. A seguir serão fornecidos os pré-requisitos, material e tempo necessários para a resolução de problema. Pré-requisitos: resolução de Sistemas Lineares (com três incógnitas), Funções Quadráticas, noção de comissão, percentual sobre vendas; Material necessário: equipamento que tenha instalado o software *wxMaxima* ou similar, além do material escolar usual; Tempo necessário: uma hora aula. (ROCHA, 2013, p.67).

Pelo fato das tarefas apresentarem uma alta demanda cognitiva - justamente pela riqueza de processos que elas apresentam (generalização, resolução de problemas, modelação, conexões intramatemáticas, mudanças de representação, etc.) -, seus objetivos

podem ser alcançados desde que os alunos apresentem os conhecimentos prévios necessários e que haja uma boa gestão do professor em classe.

Adaptação curricular às diferenças individuais

Embora a autora se preocupe em apresentar uma lista de tarefas que pretendem dar uma extensão ao trabalho, ela não propõe atividades de ampliação e de reforço para alunos que possam apresentar dificuldades ou que tenham facilidade no desenvolvimento das atividades.

Aprendizagem

A autora não contemplou, em nenhum momento, como se daria a avaliação da aprendizagem dos alunos.

Alta demanda cognitiva

A autora considera, mesmo que implicitamente, que a sua proposta vai ao encontro de uma alta demanda cognitiva em seus alunos, já que as atividades propostas ativam processos cognitivos relevantes. Dito de outra forma, a professora, ao optar por uma proposta didática que implica a realização de processos matemáticos relevantes, está propondo a seus alunos tarefas que os levam a uma alta demanda cognitiva.

Dado o uso explícito e implícito dos descritores contemplados nos componentes acima, avaliamos em 1 o uso do critério de idoneidade cognitivo.

IDONEIDADE INTERACIONAL

Interação docente-discente

A autora não apresenta comentários de como poderia dar-se a interação docente/discente, além das dicas propostas nas atividades. Tampouco apresenta comentários de como poderiam ser resolvidos possíveis conflitos de significado, nem apresenta propostas relacionadas à inclusão de alunos.

Dicas para o professor: ☞ Pergunte aos alunos como é possível aproximar a trajetória da bola; ☞ Peça aos alunos que considerem um dos jogadores na origem dos eixos coordenados e comente que a altura máxima alcançada pela bola nada mais é do que o ponto máximo de uma função quadrática; ☞ Também, lembre-os de que a parábola é simétrica em relação ao seu eixo de simetria (reta que contém o vértice), ou seja, eles podem calcular as raízes da função (sic) e saberão que a abscissa do vértice está no ponto médio entre elas; ☞ A forma de digitar as equações é a mesma do software *Winplot* (ROCHA, 2013, p. 47).

Interação discente-discente

A autora não apresenta reflexões em sua proposta de como se poderia organizar a gestão da classe, favorecendo o diálogo e a comunicação entre os estudantes e evitando a exclusão.

Autonomia e Avaliação formativa

Pressupõe-se que as tarefas exigem certa autonomia dos alunos, pois, em sua maioria, são atividades nas quais os estudantes assumem a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação). Já, quanto à avaliação formativa, não se observam comentários de como se realizará a observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.

Dada a baixa reflexão da autora relacionada aos componentes que formam a idoneidade intracional, avaliamos seu uso em 1.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

A autora explica, em seu TCC, que utilizou o *Winplot* e o *wxMaxima* no processo de instrução. Além disso, relata, onde e como utilizou tais recursos introduzindo boas situações, linguagens, procedimentos e argumentações adaptadas ao significado da função quadrática. Além disso, as definições e propriedades são contextualizadas e motivadoras (permitem a interpretação de situações concretas e específicas e a visualização).

Atividade 2. Voleibol. Nessa atividade é proposto um exercício sobre o tema voleibol para ser resolvido utilizando o *softwarewxMaxima*. Pré-requisitos: Funções quadráticas - raízes, pontos de máximo e de mínimo, interpretação gráfica; Material Necessário: *SoftwarewxMaxima* instalado; Tempo necessário: uma hora/aula. Exercício 5.1.3. Considere um jogador de voleibol posicionado no fundo da quadra, que saca. Sabendo que a trajetória da bola obedece a função $f(x) = -x^2 + 12x + 137$, onde x é a trajetória horizontal da bola com relação ao jogador que a sacou e $f(x)$ é a sua altura. Para resolver os itens, considere que: a altura da rede para jogos oficiais é de 2,42m nos jogos oficiais masculinos e de 2,24m nos jogos femininos; a quadra tem 18m de comprimento, e a rede divide a quadra em duas partes iguais; a) A bola ultrapassa a rede? Cai dentro ou fora do lado adversário da quadra? b) Considerando o jogador que dará o saque na origem dos eixos, a que distância dele a bola toca o chão? c) Utilizando o software, determine qual é a altura máxima atingida pela bola? d) Faça o gráfico de $f(x)$. O que acontece com o gráfico caso não se considere o denominador 7, que diferenças gráficas podem ser notadas? (ROCHA, 2013, p.54).

Número de alunos, horário e condições da sala de aula e Tempo

Em relação a estes dois componentes, a autora realiza comentários muito restritos em relação ao tempo, referindo-se ao assunto apenas sobre a necessidade dele para a realização de cada tarefa proposta. Além disso, ao se tratar de um processo de instrução que envolve apenas a etapa do planejamento, não há reflexão sobre o tempo dedicado aos conteúdos mais importantes ou o quanto tempo levaria para que fosse realizada cada atividade, tomando em conta as possíveis eventualidades e incertezas que possam incorrer em uma determinada aula. A autora também não apresenta reflexões sobre as condições da sala de aula, número de alunos etc.

Embora a professora não considere os requisitos tempo, condições da sala e número de alunos, ela descreve, de maneira detalhada, em quais atividades e como serão utilizados os recursos materiais de aula. Por este motivo, avaliamos em 2 o uso do critério de idoneidade mediacional.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Pelo fato de usar recurso tecnológico e realizar atividades contextualizadas, a autora considera que as tarefas propostas despertam o interesse dos alunos. Contudo, não apresenta relatos que favorecem a argumentação dos alunos em sala de aula em um contexto de igualdade, tampouco apresenta uma reflexão sobre a qualidade estética e precisa da matemática.

Pôde-se perceber ao longo do trabalho, que a utilização de tecnologias no estudo de funções quadráticas pode ser um excelente recurso para auxiliar os professores nas suas aulas. Tornando-as mais atrativas e significativas aos olhos dos alunos que com certeza se sentirão mais entusiasmados com o estudo dessa disciplina, temida por muitos deles. (ROCHA, 2013, p.101).

Se, ao invés de proporem questões do tipo “arme e efetue”, “calcule”, “resolva as expressões”, os professores apresentassem aos seus alunos problemas contextualizados com situações que se aproximassem da vida cotidiana, os estudantes teriam mais interesse e procurariam solucionar os problemas com criatividade e perspicácia, utilizando sua base de conhecimento adquirida ao longo do tempo, aprimorando sua capacidade de compreensão e interpretação (ROCHA, 2013, p.22) .

Dado o baixo uso de argumentos relacionados aos componentes contemplados neste critério, avaliamos em 1 o uso da idoneidade emocional.

IDONEIDADE ECOLÓGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo banco indutor do TCC, os professores necessitam justificar por qual motivo suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. No caso estudado, a autora considera que a inovação presente em seu trabalho perpassa pela realização de atividades que abordam os diferentes significados das funções quadráticas por meio de questões contextualizadas, utilizando *softwares* livres, como *Winslet* e *wxMaxima*.

Adaptação ao currículo

A autora argumenta que sua proposta se adapta ao currículo pelo fato de trabalhar questões contextualizadas, pela importância que o estudo das funções representa para os alunos da Educação Básica e por usar recursos tecnológicos, em particular, *softwares* livres.

O conteúdo de funções deveria ser iniciado nas séries finais do Ensino Fundamental, em específico no último ano, segundo os (PCN, 2000) de matemática para o 3º e 4º ciclos (ROCHA, 2013, p.24).

Também pelos (PCN, 2000) os problemas de aplicação e contexto devem ser o motivo para o estudo de funções e não podem ser deixados para o final, devido à riqueza de situações que envolvem funções. (ROCHA, 2013, p.29).

O uso do computador em sala de aula pode se dar de diversas formas, de acordo com os (PCN, 2000) de matemática para o 3º e o 4º ciclos do Ensino Fundamental eles podem ser utilizados no ensino de matemática com várias finalidades. (ROCHA, 2013, p.33)

Conexões intra e interdisciplinares

Mais do que uma conexão intradisciplinar e interdisciplinar, a autora apresenta alguns problemas extramatemáticos vinculados a outras áreas de conhecimento, como a economia, quando trata de problemas envolvendo finanças, e, também, as artes, quando propõe atividades em que os alunos realizam ilustrações por meio do uso do *software Winplot*.

Utilidade sócio-laboral

Não há comentários explícitos da autora que mostrem uma preocupação quanto às atividades propostas servirem ao meio sócio-laboral dos alunos. Contudo, ao propor tarefas relacionadas a finanças, por exemplo, a autora mostra, implicitamente, que seu processo de instrução também está voltado para uma inclusão do aluno no campo social e no mundo do trabalho.

Em sua proposta, ao TCC leva em consideração grande parte dos componentes que compõem a idoneidade ecológica e, em função disso, avaliamos o uso do critério de idoneidade ecológica em 2.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

Ao analisarmos o trabalho nesta seção explicitado, concluímos que o nível de análise em didática é considerado baixo na metade das idoneidades. Apesar de o PROFMAT solicitar uma proposta inovadora e que promova uma melhoria no ensino de matemática, percebe-se que as justificativas dadas pela professora em relação aos critérios cognitivo, interacional e emocional estão contemplados de uma forma muito superficial, tornando o processo de instrução carente de reflexões sobre os aspectos que levam em consideração as interações entre alunos e professores, as formas de avaliação e

acompanhamento da aprendizagem dos alunos, além da impossibilidade de que os alunos proponham atividades que sejam de seu próprio interesse.

O fato da proposta apresentada não ter sido implementada, acarreta um desequilíbrio sobre o uso dos critérios contemplados pela autora em sua análise desde o ponto de vista didático, visto que apresenta deficiência nas possíveis reflexões e estratégias de melhora em muitos dos aspectos que devem ser contemplados em uma aula de matemática. Além dos aspectos descritos anteriormente, a autora não leva em consideração a quem se dirige o seu trabalho e qual o tipo de público envolvido, por exemplo.

5.2.8 Estudo de um caso em que se apresenta o redesenho de uma proposta que tem como inovação a incorporação de recursos tecnológicos na Educação Básica

Nesta seção, realizamos a análise detalhada de um caso sobre redesenho de uma sequência didática que toma como inovação a incorporação de novos recursos materiais na Educação Básica, especificamente, a proposta de incorporar o uso do *GeoGebra* no estudo da circunferência. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e, na sequência, analisamos os argumentos, avaliações e reflexões que o autor realiza para justificar porque sua proposta possibilita uma melhoria no ensino de matemática. A análise está pautada conforme os critérios de idoneidade (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico) propostos pelo EOS.

Estrutura do trabalho de conclusão de curso

Conforme a própria autora explica, no resumo do TCC, o trabalho intitulado *Estudo da Circunferência no Ensino Médio: Sugestões de Atividades com a Utilização do Software* (Bastos, 2014) refere-se a uma proposta de sequência de tarefas para o ensino e a aprendizagem da circunferência mediante o uso do *software GeoGebra*. Segundo a autora, sua proposta é uma alternativa inovadora ao ensino da geometria analítica e justifica sua inovação por meio das seguintes razões: 1) sua proposta permite apresentar uma geometria dinâmica e 2) sua proposta permite conectar a Geometria com Álgebra.

No capítulo introdutório, além das razões expostas no resumo do TCC, a autora acrescenta as seguintes: 3) trata-se de uma proposta de aprendizagem construtivista que permite conectar os novos conteúdos com aqueles conteúdos que os alunos já sabem,

promovendo a autonomia do aluno no processo de aprendizagem e 4) trata-se de uma proposta que permite a realização de uma investigação matemática. É importante ressaltar que, na introdução, a autora justifica a inovação didática presente em sua proposta, não somente em relação ao ensino tradicional da Geometria Analítica, mas também, realizando uma análise detalhada de outros trabalhos que, da mesma forma, propõem o estudo da Geometria Analítica, círculo e sobre o uso do programa *GeoGebra*. A autora ressalta que sua proposta apresenta-se mais detalhada e completa, pois oferece todos os conteúdos listados em uma amostra de quatro livros didáticos, permite a autonomia dos alunos, a realização de uma atividade matemática rica em processos e a conexão entre a geometria e a álgebra.

Na seção que a autora trata da motivação do estudo, ela explica que trabalha em uma instituição onde a tradição de que o aluno deve aprender e ser aprovado é uma simples consequência do aprendizado. Trata-se de uma instituição em que os alunos são estimulados a transformar a informação em conhecimento e empregar este conhecimento como ferramenta de trabalho. Também explica que em sua instituição a Geometria Analítica é trabalhada no quarto bimestre do terceiro ano e que os resultados não são os mais satisfatórios do que deveriam ser, entre outras razões, por a falta de conhecimentos prévios sobre geometria por parte dos alunos e também pela pouca habilidade em manipulações algébricas. A autora do TCC também comenta que, em sua instituição, os professores e alunos sentem-se estimulados a utilizar ferramentas tecnológicas. Acrescenta a isso algumas vantagens quanto ao uso do *GeoGebra* (dinamismo, uso simultâneo de várias representações, etc.) para o ensino de Geometria Analítica, em particular, o fato de ser gratuito e apresentar disponibilidade em várias plataformas.

Além disso, na mesma seção, a autora explica que para embasar sua proposta, ela pesquisou o conhecimento que os alunos haviam adquirido no Ensino Fundamental, bem como a opinião dos mesmos sobre ferramentas computacionais e sobre o programa *GeoGebra*. Segundo a autora, as conclusões deste estudo prévio levaram à implementação das atividades em três das cinco turmas de terceiro ano, com intuito de comparar os resultados obtidos pelos dois grupos (grupo que resolveu a sequência de tarefas através do uso do *GeoGebra* e grupo que resolveu as tarefas de forma tradicional). A autora também explica que aplicou as atividades com os alunos em três encontros e, a partir das dificuldades evidenciadas no transcorrer das atividades, a sequência de tarefas foi redesenhada.

Na seção que trata dos objetivos, explica-se que os objetivos gerais são: consolidar a inserção da tecnologia no ensino de Matemática, o desenvolvimento da autonomia do aluno vinculado ao desempenho de um novo papel do professor e o trabalho em grupo. Além disso, expõe que os objetivos específicos são: a identificação de regularidades que possibilitam o aluno a conjecturar sobre o assunto abordado, a compreensão dos conteúdos sobre circunferência, o desenvolvimento da relação entre os significados e as abordagens distintas de um mesmo ente matemático e a resolução de problemas a partir dos conhecimentos adquiridos.

No primeiro capítulo, a autora descreve o seguinte: o público a que se destina a sua proposta (alunos de 3º ano); os pré-requisitos necessários (explica que é necessário um computador para cada dois alunos) e comenta alguns conhecimentos prévios de geometria relacionados com o estudo da circunferência; as recomendações metodológicas para o bom andamento das atividades e, por fim, algumas dificuldades previstas (por exemplo, a de que os alunos podem apresentar resistência a aulas que não se enquadram nos moldes das tradicionais).

No segundo capítulo, a autora apresenta uma análise de cinco livros didáticos para discutir, entre outras coisas, a presença ou não de sugestões sobre o uso de ferramentas computacionais no estudo da circunferência. Segundo a professora, de modo geral, o conteúdo de Geometria Analítica - especificamente o estudo da circunferência - é abordado de maneira muito semelhante em todos os livros didáticos por ela analisados. Por exemplo, a sequência didática é praticamente igual em todos os casos, contendo: introdução, teoria, exemplos resolvidos e exercícios. Além disso, a autora enfatiza que dos cinco livros de texto analisados, somente um incorpora a utilização do *GeoGebra*.

No capítulo 3, a autora apresenta as atividades sobre circunferência propostas. Bastos (2014) detalha que organizou a divisão dos conteúdos, normalmente trabalhados em sala de aula, em sete atividades, as quais podem ser ministradas separadamente, conforme a necessidade do professor e da ementa da disciplina de cada escola. As atividades propostas pela autora abordam os seguintes assuntos: definição e equação reduzida do círculo; equação geral do círculo; análise da equação completa de segundo grau com duas variáveis; método de completar quadrados para transformar a equação geral em equação reduzida do círculo; posição relativa entre ponto e círculo; posição relativa entre reta e círculo e entre dois círculos.

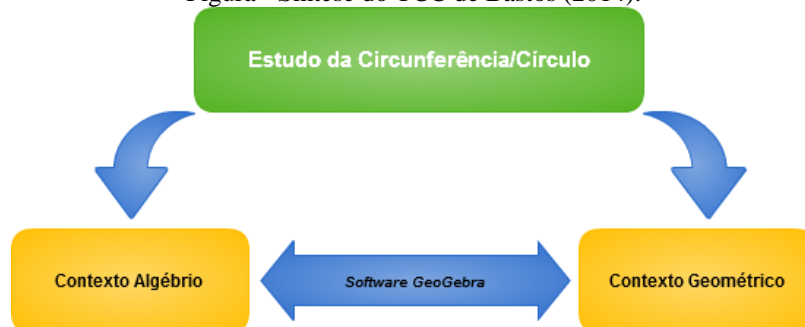
No quarto capítulo, a autora apresenta os resultados obtidos pela implementação da sequência didática escolhida nas turmas eleitas. Explica que começou com um questionário inicial prévio que trata de questões conceituais (sobre o uso de circunferência e o uso do *GeoGebra*) e um segundo questionário (questionário de exercícios) focado em questões procedimentais. Em seguida, mostra as sete atividades realizadas que aconteceram em três dias de aula: primeiro dia (explorar o *GeoGebra* e suas funções principais, definir círculo, definir equação da circunferência, explorar a equação da circunferência, realizar exercícios baseados no Exame Nacional do Ensino Médio); segundo dia (explorar o *GeoGebra* e suas funções principais, trabalhar a Equação Geral do Círculo, completar quadrados, trabalhar a posição relativa entre ponto e círculo); terceiro dia (trabalhar a posição relativa entre ponto e círculo, posição relativa entre reta e círculo e posição relativa entre dois círculos). Após o detalhamento de cada atividade, a autora apresenta um relatório explicando como ocorreu o trabalho em sala de aula.

No capítulo 5, Bastos (2014) comenta que uma possível continuidade de seu trabalho consiste em elaborar atividades similares em Geometria Analítica, principalmente para o estudo de retas, nas quais o uso do *GeoGebra* permita a viabilidade da abordagem de três tipos de equações: reduzida, geral e paramétrica.

Nas considerações finais, a autora realiza uma reflexão na qual explica que sua proposta, depois de implementada, foi redesenhada e que, com tal redesenho, foi possível obter êxito na aprendizagem dos alunos e resultou no aumento do interesse e motivação da classe. Tudo isso associado à incorporação das tecnologias, a mudança da gestão de uma aula tradicional para uma aula que possibilita o trabalho cooperativo em grupo e a autonomia.

Nos anexos, a autora apresenta uma introdução ao *GeoGebra* que, além de detalhar as ferramentas e os comandos básicos necessários para a implementação das atividades sobre circunferência, lista as atividades que foram realizadas com os alunos em sala de aula. Abaixo, segue a síntese da proposta inovadora de Bastos (2014), na qual enfatiza que o uso da ferramenta *GeoGebra* permite uma conexão de diferentes contextos do estudo da circunferência.

Figura - Síntese do TCC de Bastos (2014).



Fonte: o autor.

Apresentada uma síntese do TCC, vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pela autora, que, de maneira explícita e implícita, tratam de justificar que a proposta didática apresentada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Crítérios de Idoneidade

Quando os professores precisam refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inovação sobre sua própria prática, utilizam de maneira implícita alguns critérios de idoneidade. O TCC analisado também permite verificar o uso de alguns. Vejamos:

IDONEIDADE EPISTÊMICA

Erros

No TCC sobre o qual nosso estudo se debruça, não aparecem comentários da autora referentes a possíveis práticas matemáticas que possam vir a ser consideradas incorretas. Tampouco aparecem reflexões sobre como deve ser a gestão do professor em classe para que sua explicação não induza o aluno a cometer erros do ponto de vista matemático.

Ambiguidades

Basto (2014) reflete implicitamente sobre este componente quando apresenta um breve comentário sobre a nomenclatura que utiliza para tema que propõe - o estudo da circunferência. A autora justifica que passará a denominar, em seu TCC, a circunferência

de círculo, no intento de adequar a linguagem usada em sua proposta didática à linguagem que o *software GeoGebra* utiliza, mesmo que, matematicamente, círculo e circunferência apresentem significados distintos.

No *GeoGebra* o que normalmente chamamos de circunferência é chamado de círculo. Diga que há certos autores que não fazem distinção entre esses termos e que são usados para designar a curva em si e não a área interna da mesma. (BASTOS, 2014, p.165).

Lembramos que ao invés de usar o termo circunferência usaremos o termo círculo com o mesmo significado, pois é o termo utilizado pelo *GeoGebra*. (BASTOS, 2014, p.44).

Riqueza de processos

O referido TCC justifica a qualidade da proposta inovadora por ele apresentada, pois contempla a realização de processos relevantes para a atividade matemática, em especial, o processo de comparar e relacionar significados, levantar de conjecturas, resolver de problemas e o processo de investigação matemática.

Como objetivos específicos: a identificação de regularidades que possibilitam o aluno a conjecturar sobre o assunto abordado, a compreensão dos conteúdos sobre circunferência, o desenvolvimento da relação entre os significados e as abordagens distintas de um mesmo ente matemático e a resolução de problemas a partir dos conhecimentos adquiridos. (BASTOS, 2014, p.30).

Discutimos e defendemos o uso do *GeoGebra*, um *software* de geometria dinâmica, que possibilita à investigação matemática, por meio da nossa proposta. A investigação matemática é um meio em que o aluno pode observar os objetos matemáticos, levantar conjecturas, testá-las e levantar hipóteses que sirvam de argumentação definitiva para a construção do saber. Observamos serem estes alguns dos pontos diferenciais do nosso trabalho e o que o torna inovador (BASTOS, 2014, p.125).

Além disso, no desenho das tarefas propostas pela autora, observam-se que alguns destes processos efetivamente foram produzidos durante a implementação da proposta.

Figura 33 - Questionamentos propostos e realizados pela autora na implementação de sua proposta.

3. a) É possível traçar uma reta tangente ao círculo por um ponto interior a ele?
 Sim. Como?
 Não. Por quê?
- b) É possível traçar uma reta tangente ao círculo por um ponto do círculo?
 Sim. Quantas? Como?
 Não. Por quê?
- c) É possível traçar uma reta tangente ao círculo por um ponto exterior ao círculo?
 Sim. Quantas? Como?
 Não. Por quê?

Fo

nte: (BASTOS, 2014, p.118)

Comparando a medida desses segmentos, os alunos podem concluir qual relação esses números devem satisfazer para indicar a posição relativa pertinente aos círculos. (BASTOS, 2014, p. 79).

Além disso, no TCC de Bastos (2014), aparecem excertos nos quais são apresentadas evidências de que os alunos tiveram um relativo êxito quando realizaram as tarefas que exigiam processos matemáticos relevantes. Vejamos os exemplos abaixo referentes à fala de dois alunos:

“Minha opinião é de que estas atividades estimulam o pensamento e o raciocínio.”
 “Acredito que todas as atividades foram de grande proveito, pois com elas conseguimos usar a lógica para resolver os problemas. (BASTOS, 2014, p.107).

Representatividade

Do ponto de vista da representatividade, a autora propõe em seu TCC que a circunferência seja tratada como uma figura geométrica que cumpre certas características. Por um lado, a autora pensa ser importante enfatizar que todos os pontos pertencentes à circunferência estão à mesma distância do centro (abordagem geométrica) e, por outro lado, determina as condições para que uma equação completa do segundo grau a duas variáveis represente uma circunferência/círculo (abordagem algébrica). Além disso, a

autora faz uma conexão entre essas duas maneiras de entender a circunferência/círculo, argumentando que a conexão dos dois significados pode ser facilitada por meio do uso do *GeoGebra*.

Os aspectos algébrico e geométrico do programa tornam possível ao aluno associar dois significados diferentes do mesmo ente matemático e como estes aspectos se relacionam. (BASTOS, 2014, p.31).

Pedimos aos alunos construírem um círculo e observar sua equação na Janela de Álgebra. Com os movimentos permitidos pelo *GeoGebra*, orientamos a fazer modificações no raio, nas coordenadas do centro e perceber o que ocorria com a equação (BASTOS, 2014, p.103).

Ao analisarmos o TCC de Bastos (2014), entendemos que alguns dos significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que a autora pretende ensinar, pois durante as tarefas propostas, verificam-se várias transições entre diferentes enfoques dados ao estudo da circunferência. (Algébrico e geométrico, por meio do uso do *GeoGebra*, por exemplo). Soma-se a isso, a percepção de que a autora explora, nas tarefas que propõe, diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico, etc.), tratamentos e conversões entre eles. Contudo, mesmo que as tarefas proporcionem certa transição entre os modos de expressão, desde o ponto de vista matemático, entendemos que a autora poderia ter melhor explorado situações de contextualização matemática. Por isso concluímos que para um ou vários significados parciais poderia ter sido desenhado uma melhor amostra representativa de problemas;

Dado que a autora assume e desenvolve em seu processo de reflexão os descritores contemplados nos componentes que estão relacionados ao critério de idoneidade epistêmico, avaliamos em 3 o uso de tal critério.

IDONEIDADE COGNITIVA

Conhecimentos prévios

No trabalho aqui analisado, realizou-se uma avaliação inicial para descobrir se os alunos apresentam os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema proposto por meio do uso do *GeoGebra*. O estudo dedica a seção 4.1 do seu TCC à abordagem de

alguns aspectos que mostram a preocupação da autora sobre os conhecimentos prévios dos alunos:

Investigamos diversos aspectos sobre o trabalho antes de ser aplicado com os alunos, pois tínhamos dúvidas sobre, principalmente, o conhecimento prévio do aluno sobre Geometria e círculo do Ensino Fundamental. Investigamos da mesma forma a opinião dos estudantes sobre o emprego de ferramentas computacionais em aulas de disciplinas de formação geral, porque sabemos da resistência de alguns cursos que trabalham constantemente em laboratórios de informática e ficam exauridos com esse tipo de atividade. Outro fator pesquisado foi o nível de conhecimento dos discentes sobre o *GeoGebra*, mesmo empregando o software ao longo do ano e sabidamente aplicado por outros professores de Matemática nos anos anteriores. A investigação foi feita na forma de questionário, aplicado em todas as turmas. Conseguimos a partir dos resultados, decidir em quais turmas seria implementado o trabalho com o *GeoGebra* e, conseqüentemente, àquelas que assumiram o papel de turmas controle. (BASTOS, 2014, p. 93).

Ademais, a autora considera que os significados pretendidos podem ser alcançados, ou seja, eles apresentam uma dificuldade manejável. Contudo, após ocorrer a experimentação da atividade com os alunos, ela encontrou algumas dificuldades em relação ao alcance dos significados pretendidos e, por esse motivo, ela realizou um redesenho da proposta, tornando-a adaptada aos conhecimentos prévios dos alunos. Segundo a autora, o redesenho solucionou as dificuldades dos alunos, dessa forma nós entendemos que sua proposta vai ao encontro da zona de desenvolvimento próximo dos alunos.

Erramos ao colocar esta atividade antes da análise dos coeficientes da equação geral do círculo. Aos alunos pareceu realmente deslocada, por isso resolvemos fragmentar e desconectar estas atividades na versão final (BASTOS, 2014, p.109).

Adaptação curricular às diferenças individuais

No relato da autora, não se pode tirar conclusões de que ela tenha levado em conta atividades de ampliação ou reforço. Contudo, são realizados comentários que nos levam a concluir que são planejadas tarefas para tratar da diversidade no momento da implementação de sua atividade.

Cabe salientar que sempre preparamos mais atividades do que comportaria o tempo de aula, pois os alunos têm ritmos diferentes. Evitamos com isso que alguns fiquem ociosos por terem terminado todas as tarefas. (BASTOS, 2014, p.111).

Aprendizagem

De um lado, a autora explica que, das cinco turmas disponíveis para aplicar a atividade proposta, três trabalharam o estudo da circunferência por meio do uso do *GeoGebrae*. As outras duas turmas ficaram como turmas de controle, nas quais a autora realizou a atividade por meio do método tradicional. Por outro lado, das três turmas que trabalharam com o *GeoGebra*, uma delas debruçou-se sobre o redesenho do que já fora feito com as outras duas turmas anteriores. Então, ao observar os resultados das três turmas, a autora afirma que a turma que trabalhou com o redesenho da proposta obteve, em termos de aprendizagem, um êxito superior ao das demais.

Ressaltamos que os problemas ocorridos nas primeiras turmas possibilitaram uma readequação para a aplicação das atividades na turma de Informática. Embora não tenhamos feito um estudo estatístico profundo, notamos o melhor desempenho nas notas bimestrais desta turma em relação a todas as outras. A média das notas desta turma foi 6,6 enquanto que a turma de Geoprocessamento foi de 5,8 e da turma de Fabricação Mecânica de 5,9. Nas turmas que não aplicamos o trabalho as médias foram de 6,3 na turma de Automação Industrial e de 4,7 na turma de Refrigeração e Climatização. (BASTOS, 2014, p. 126).

Além desse comentário global sobre a aprendizagem, a autora explica que ocorreram muitas aprendizagens parciais no decorrer de suas atividades.

Como atividade inicial, todas as duplas a executaram com êxito. Analisando os resultados, dezessete duplas responderam sim e justificaram pela distância do ponto *A* ao ponto *B* não mudar, ou pelo comprimento do segmento ser fixo, como bem explicado por uma dupla: “Sim, porque todos os pontos têm a mesma distância de *A*.” Se compararmos ao resultado do primeiro questionário, sobre a definição de círculo, acreditamos que houve avanço no conceito trabalhado. Para a versão final do trabalho não modificamos essencialmente essa etapa. (BASTOS, 2014, p. 103).

Quando a autora descreve as experiências implementadas, explica em quais tarefas não obteve sucesso na aprendizagem dos alunos e, por esse motivo, propõe um redesenho das atividades, para que nas futuras implementações se consiga êxito em ditas aprendizagens.

A sequência da atividade foi semelhante à atividade 3 parte 1 do capítulo 3, com a intenção de os alunos interpretarem a equação geral de segundo grau completa a duas variáveis e observar que esta pode gerar diversos tipos de curvas conforme seus coeficientes, inclusive degenerações do círculo como o conjunto vazio e o ponto. Erramos ao colocar esta atividade antes da análise dos coeficientes da equação geral do círculo. Aos alunos pareceu realmente

deslocada, por isso resolvemos fragmentar e desconectar estas atividades na versão final disponível no capítulo 3. A análise da equação geral do círculo ficou numa etapa e a análise da equação completa de 2º grau a duas variáveis em outra. Como implementamos a atividade em três turmas e tivemos esta dificuldade com a primeira, recomendamos à segunda turma alterar a sequência do trabalho, sem alterar o material que já estava impresso. Com isso já notamos um avanço no entendimento e no número de itens realizados. Na terceira turma, cuja aula era ministrada em dia posterior tivemos tempo de reconfigurar o material e os resultados foram melhores ainda. (BASTOS, 2014, p.109).

Além da reflexão realizada sobre os benefícios do redesenho da proposta para a aprendizagem dos alunos, em certa parte, autora explica detalhadamente o método de avaliação que utilizou. Ademais, da avaliação inicial comentada anteriormente, a autora explica como realiza a avaliação que denomina de "somativa", na qual contempla diferentes componentes (prova e tarefa de casa). Em outra parte, na descrição da implementação, observa-se que a autora realiza uma avaliação formativa bastante importante para pensar/planejar o redesenho das tarefas (ver excertos anteriores).

[...] designamos 3,0 pontos para a avaliação diária, realizadas antes das atividades sobre circunferência; 4,0 pontos para a prova bimestral; limite de 1,5 pontos para atividades extras facultativos ou até o máximo de 10 pontos no bimestre, incluindo o glossário e 3,0 pontos para as atividades sobre circunferência que incluíram o trabalho feito em sala de aula e um relatório complementar feito como atividade para casa. O objetivo do relatório foi de explorar tópicos complementares sobre circunferência e também avaliar a atividade feita em sala de aula. (BASTOS, 2014, p.101-102).

Alta demanda cognitiva

A autora considera que sua proposta vai ao encontro de uma alta demanda cognitiva em seus alunos, já que ativa processos cognitivos relevantes. Ou seja, a professora, ao optar por uma proposta didática que implica a realização de processos matemáticos relevantes, está propondo a seus alunos tarefas que levam-nos a uma alta demanda cognitiva.

Dado o uso explícito e implícito dos descritores contemplados nos componentes acima, avaliamos em 3 o uso do critério de idoneidade cognitivo.

IDONEIDADE INTERACIONAL

Interação docente-discente

Por se tratar de uma proposta que foi experimentada e redesenhada, a autora incorpora no TCC algumas dicas relacionadas à interação docente e discente, especialmente, no intuito de enfatizar os conceitos-chave do tema em pauta.

Depois de cada atividade, no capítulo 3, inserimos dicas ao professor, relativas às atividades específicas que são recomendações para o bom andamento do trabalho. (BASTOS, 2014, p.33).

Figura 34 - Dicas para o professor.

<p>Objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ Compreensão da equação reduzida da circunferência e significado dos parâmetros desta equação. ▶ Obtenção da equação reduzida da circunferência. ▶ Resolução de problemas a partir das atividades. <p>Pré-requisitos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ Definição de circunferência/círculo. ▶ As ferramentas básicas do GeoGebra. <p>Material necessário:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ Equipamento que tenha instalado o <i>software GeoGebra</i>. ▶ Folha de atividades para o aluno. ▶ Livros de Geometria para pesquisa que contenham a definição de circunferência ou o glossário feito pelos alunos. <p>Tempo necessário: Uma hora-aula.</p>

Fonte: (BASTOS, 2014, p. 46).

Em sua proposta, implicitamente, a autora contempla o componente "*Se busca chegar a consensos com base no melhor argumento*" quando descreve alguns momentos da organização da classe.

Um aluno pode ficar responsável pela manipulação no *GeoGebra* e o outro encarregado de ler as instruções e fazer os registros requisitados. Importante que ambos discutam sobre as perguntas e consigam chegar num acordo quanto à conclusão. (BASTOS, 2014, p. 33).

[...] promovendo a análise e o debate das propostas dos alunos; orientador de reformulações e da valorização das soluções mais adequadas (BASTOS, 2014, p. 19).

Além disso, a professora esquematiza a sua sequência didática de tal forma que todos os alunos presentes sejam incluídos. Porém, como se trata de uma proposta que implica muita autonomia por parte do educando, aparecem momentos em que, alunos que

defendem a aula tradicional, recusam-se a realizar a atividade por não se sentirem autônomos.

“Não consigo aprender, nesta aula, tanto quanto com as aulas normais.”
“Acredito que estas atividades não sejam muito proveitosas, relacionando com o método habitual.” (BASTOS, 2014, p.121).

Interação entre discentes

No TCC analisado, é possível perceber que a autora leva em conta o diálogo e a comunicação entre os estudantes, além de favorecer a inclusão em grupo evitando a exclusão.

Recomendamos que as atividades sejam executadas pelos estudantes em dupla. Assim, o número de computadores necessários diminui e as funções de cada um da dupla podem ser específicas. Um aluno pode ficar responsável pela manipulação no *GeoGebra* e o outro encarregado de ler as instruções e fazer os registros requisitados. Importante que ambos discutam sobre as perguntas e consigam chegar num acordo quanto à conclusão. (BASTOS, 2014, p.33).

Recomendamos aos alunos com mais habilidades no *GeoGebra* ajudar os demais, pois o professor sozinho pode não conseguir atender toda a turma ao mesmo tempo. A escolha das duplas pode influenciar o resultado do trabalho. (BASTOS, 2014, p.33).

Autonomia

A partir da escrita da autora, é possível concluir que houve muitos momentos de fomento à autonomia do aluno, tanto nos objetivos que ela estabelece do trabalho, quanto na visualização das atividades que ela propõe, principalmente por sua proposta ter como foco o uso de recursos computacionais.

Temos como objetivos gerais consolidar a inserção da tecnologia no ensino de Matemática, o desenvolvimento da autonomia do aluno vinculado ao desempenho de um novo papel do professor e o trabalho em grupo (BASTOS, 2014, p.30).

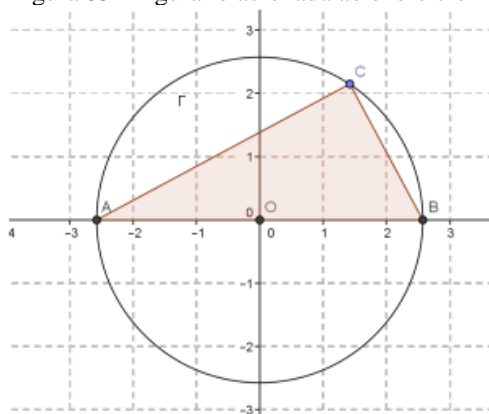
A nossa abordagem procura que o aluno chegue às conclusões devidas de maneira autônoma, embora sob supervisão e orientação fundamentais do professor. O objetivo diferencial da proposta é desenvolver a autonomia do aluno, tornando-o corresponsável pelo seu processo de aprendizagem (BASTOS, 2014, p. 44).

Na proposta concreta que a autora apresenta no capítulo três, observa-se que as tarefas contemplam momentos em que os alunos devem assumir autonomia, conforme já visto anteriormente.

Cada atividade possui um quadro de dicas para o professor. Na verdade, constam, nestes quadros, as dicas que o professor pode oferecer aos alunos para evitar as respostas diretas, possibilitando aos mesmos chegar às próprias descobertas. (BASTOS, 2014, p.46).

Exercício 4. (Desafio) Podemos utilizar os recursos da Geometria Analítica para resolver problemas puramente geométricos. Para isso devemos satisfazer as condições do problema numa disposição conveniente do plano cartesiano. Por exemplo, para provar: Se um triângulo está inscrito num círculo e o maior lado do triângulo é um diâmetro do círculo, então esse triângulo é retângulo, podemos pensar num círculo que esteja centrado na origem do plano cartesiano, de raio r e diâmetro contido no eixo ox . AB é o diâmetro do círculo, C é um ponto qualquer do círculo. Como na Figura 5. Responda: (a) Qual teorema famoso que conhecemos da Geometria está relacionado aos triângulos retângulos? (b) Na Geometria Analítica, como calculamos a medida dos lados de um triângulo? (c) Se um ponto pertence ao círculo que sentença ele deve satisfazer?

Figura 35 - Figura relacionada ao exercício 4.



Fonte: (BASTOS, 2014, p. 53).

(d) Agora com a Figura 5 e as respostas das perguntas anteriores, prove: Se um triângulo está inscrito num círculo e o maior lado do triângulo é um diâmetro do círculo, então esse triângulo é retângulo. (BASTOS, 2014, p.52-53).

Dicas para o professor. Pergunte aos alunos se a equação do círculo lhes lembra alguma fórmula estudada na Geometria Analítica. Essa resposta facilitará a compreensão da demonstração da equação reduzida no fechamento dos conteúdos. Ressalte a importância do significado das variáveis na equação do círculo. Se esse significado foi construído para as equações das retas, o aluno realizará as atividades no tempo previsto. Possivelmente as duplas não consigam completar o desafio. Nesse caso, recomende aos alunos resolvê-lo em casa. Se algum aluno conseguir, este pode explicar seus argumentos aos demais. Incentive o aluno a entender como a mediatriz pode ajudar nos problemas envolvendo círculos. Isso pode ser feito durante o estudo das retas. (BASTOS, 2014, p. 54).

Visto que em sua reflexão a autora considera a maioria dos descritores que compõem esse critério, avaliamos 3 o uso da idoneidade interacional.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

A autora explica que utilizou o *GeoGebra* em seu processo de instrução. Com relação ao *GeoGebra*, apresenta comentários avaliativos sobre a conveniência de incorporar o *GeoGebra* no processo de instrução. Em muitos argumentos, tal conveniência se deve ao fato de que o *GeoGebra* oferece processos matemáticos relevantes pois permite as seguintes vantagens: apresentar uma geometria dinâmica; conectar Geometria com Álgebra; a aprendizagem autônoma e construtivista e permite a realização de investigação matemática, servindo como uma ferramenta para verificar resultados. Segundo a autora, o uso do *GeoGebra* permite introduzir boas situações, linguagens, procedimentos, argumentações adaptadas ao significado pretendido. Além disso, na visão dos alunos, o *software* utilizado é um recurso que facilita a aprendizagem, esclarecendo as dúvidas dos alunos.

[...] o uso de tecnologia digital, especificamente *softwares* de geometria dinâmica levam o aluno a pensar e a vincular o que ele já sabe com o novo conhecimento a adquirir [...] esse tipo de intervenção pode ser chamado de investigação matemática, pois o objetivo é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos e desconhecidos, procurando identificar propriedades. (BASTOS, 2013, p.17).

“Achei interessantes, pois tivemos a nossa disposição o *GeoGebra*, cujo foi um recurso facilitador e esclarecedor de dúvidas.” (BASTOS, 2014, p.107).

“As atividades me proporcionaram um melhor entendimento da matéria de maneira mais dinâmica e fácil de compreender. Achei também um ótimo método de introduzir o *GeoGebra* no dia-a-dia do aluno, o auxiliando na matéria.” (BASTOS, 2014, p.114).

Através da implementação prática das atividades, percebemos o ganho relacionado ao emprego das TIC's citado por Miskulin e Junior (2007, p. 140): a criação de um ambiente de aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado pela troca de experiências entre professor e alunos. (BASTOS, 2014, p.126).

O recurso utilizado, segundo a autora, permite que as definições e propriedades sejam contextualizadas e motivadas usando situações, modelos concretos e visualizações.

Vejamos:

[...] acreditamos que o melhor *software* é o *GeoGebra*, para trabalhar com Geometria Analítica, pois além de ser gratuito e ter atualizações periódicas, o modo como ele relaciona geometria e álgebra é apropriado ao estudo da Geometria Analítica. [...] Também possui a vantagem da geometria dinâmica, que permite mover objetos e aplicar diversas transformações e automaticamente enxergar a mudança nas equações, assim como com áreas, ângulos, rotações, translações, etc. (BASTOS, 2013, p. 28).

O *software GeoGebra* cumpre papéis distintos, seja como foco principal da investigação matemática, seja como ferramenta para verificar resultados. (BASTOS, 2014, p.125-126).

Número de alunos, horário e condições da sala de aula

A autora, na seção destinada aos pré-requisitos para realização da atividade, descreve o que entende por distribuição dos alunos é adequada para o desenvolvimento do processo instrucional pretendido.

Para aplicar nossa proposta por completo o professor deve ter disponível para a implementação do trabalho computadores em número maior ou igual à metade dos alunos de cada turma, pois propomos que os alunos agrupem-se em duplas, assim como o material disponível nos anexos desse trabalho. Nos computadores deve estar instalado o programa *GeoGebra* que não terá qualquer custo à escola, pois ele é livre. Se a escola disponibilizar de Internet o professor ou técnico do laboratório de informática pode baixar o programa pelo site. Se a escola não possuir Internet, há uma versão de instalação em computadores sem conexão. O programa *GeoGebra* também tem versões para *tablets* e sistema *LINUX*. (BASTOS, 2014, p.32).

Argumenta também quanto ao horário do curso ser apropriado (por exemplo, não se ensina todas as seções em última hora).

Tempo (Do ensino coletivo, tempo de aprendizagem)

No TCC analisado, há certa adequação dos significados pretendidos ou implementados no tempo disponível (presencial e não-presencial) com investimento do tempo nos conteúdos mais importantes ou centrais do tema proposto.

Muitos alunos não quiseram fazer sugestões. As respostas dos que opinaram foram valiosas. Foi frequente a questão do falta de tempo e clareza das instruções. Como já argumentamos anteriormente, as atividades foram reformuladas especificamente pensando nesses dois itens. (BASTOS, 2014, p.108).

Tínhamos a questão do tempo e optamos por priorizar o método de comparação para o aluno reestabelecer o centro e a medida do raio do círculo, por isso colocamos esta parte no fim da atividade. [...] Observamos, por isso, que o empecilho do sucesso desta parte da atividade foi a questão do tempo, pois as duplas que conseguiram chegar aos itens referentes a completar quadrados conseguiram transformar a equação geral na equação reduzida do círculo, mostrando que a atividade foi acessível. (BASTOS, 2014, p.111).

A análise da equação geral do círculo ficou numa etapa e a análise da equação completa de 2º grau a duas variáveis em outra. Como implementamos a atividade em três turmas e tivemos esta dificuldade com a primeira, recomendamos à segunda turma alterar a sequência do trabalho, sem alterar o material que já estava impresso. Com isso já notamos um avanço no entendimento e no número de itens realizados. Na terceira turma, cuja aula era ministrada em dia posterior tivemos tempo de reconfigurar o material e os resultados foram melhores ainda (BASTOS, 2014, p.109).

Dado que a autora embasa a sua proposta inovadora no uso de recursos informáticos, em especial, no uso do *GeoGebra* para o ensino da circunferência/círculo, ela explica com bastante detalhamento quais serão as atividades desenvolvidas com tal recurso e como elas acontecerão. Além do componente "recursos materiais", a autora apresenta reflexões sobre os outros componentes presentes neste critério. Nesse sentido, avaliamos em 3 o uso, pela autora, do critério de idoneidade mediacional.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Interesses e necessidades

No trabalho de Bastos (2014), não aparecem comentários advindos dos alunos, sobre atividades que possam ser interessantes. Contudo, em um dos comentários, a autora apresenta a justificativa de que os exercícios selecionados por ela podem ser relacionados com a realidade e com os interesses dos alunos. Além disso, argumenta que as tarefas recomendadas apresentam-se como úteis para a vida cotidiana dos alunos.

Os exercícios recomendados nos mostram como o assunto pode ser relacionado com a realidade e com os interesses dos alunos. (BASTOS, 2014, p.66).

Além disso, segundo comentários de um dos alunos, é possível afirmar que a atividade despertou o interesse, especialmente, pelo fato do *GeoGebra* proporcionar o pensamento por meio de tentativa e erro.

“Interessantes pelo fato das tentativas e erros no *GeoGebra* o que ajuda na compreensão do conteúdo.” (BASTOS, 2014, p.113).

De maneira geral, segundo a autora, as atividades realizadas com a turma pelo uso do *GeoGebra* despertaram o interesse deles:

Em geral, a avaliação dos alunos em relação às atividades propostas foi bastante positiva. Descreveram-nas como inovadoras, dinâmicas, interessantes, importantes, entre outros adjetivos (BASTOS, 2014, p.126).

Atitudes

Embora não haja, de maneira explícita, comentários sobre as atitudes dos alunos durante o decorrer das atividades, observa-se, no relato de Bastos (2014), que essas sequências didáticas pensadas e reaplicadas pela professora promovem a implicação dos alunos, a perseverança, a responsabilidade, etc. Também se observa que a atividade favoreceu a argumentação em um contexto de igualdade, ou seja, o argumento foi avaliado em si mesmo e não por quem o disse, conforme argumentado no item interação docente-discente.

Emoções

Para alguns alunos, a atividade reimplementada, de alguma forma, faz com que a matemática se apresente agradável, levando os alunos à aprendizagem do conteúdo proposto e, nesse sentido, estimulando a melhora da autoestima dos educandos.

"As atividades realizadas em aula foram boas, pois estamos aprendendo o conteúdo de um modo alternativo." (BASTOS, 2014, p.113).

“Sim, nos fez deduzir a fórmula de uma forma descontraída, sem o prof falar e nós decorarmos.” (BASTOS, 2014, p.107).

Com base no uso dos componentes que pertencem a este critério, avaliamos o uso da idoneidade emocional, pela autora, no nível 3.

IDONEIDADE ECOLOGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo banco indutor do TCC, os professores têm de justificar o porquê de suas propostas representarem uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. No caso estudado, a autora defende que a inovação de sua proposta refere-se ao uso do *GeoGebra*, pois é um *software* de geometria dinâmica, que possibilita a investigação matemática. Além disso, para os alunos, a forma com que as atividades foram implementadas, apresenta-se como uma inovação.

Foi um jeito inovador para se passar uma matéria nova para a turma. (BASTOS, 2014, p.107).

Adaptação ao currículo

Outro aspecto do entorno que devem apresentar os autores dos TCC, de acordo com as orientações do programa, defende que a proposta do professor necessita relacionar-se com algum conteúdo do currículo de matemática da Educação Básica e também deve seguir algumas das orientações dos parâmetros curriculares. Neste caso, os conteúdos com os quais o TCC se relaciona são conteúdos ligados ao estudo da circunferência e, segundo a autora, também se relaciona com os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Os objetivos das atividades sobre circunferência propostas deste trabalho foram norteados pelas discussões presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), com base na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9.394/96 promulgada em 1996. (BASTOS, 2014, p.30).

Conexões intra e interdisciplinares

O TCC explicita que, por meio do *GeoGebra*, pretende-se realizar uma conexão intramatemática entre álgebra e geometria. Não há menções, nem evidências sobre conexões interdisciplinares.

Utilidade sócio-laboral

O único comentário que a autora apresenta sobre a utilidade sócio-laboral de sua proposta está relacionado ao fato da escola onde é aplicada a proposta ser da área técnica. Esse dado é utilizado como justificativa quanto a fazer-se necessário que os alunos tenham conhecimento de tecnologia e matemática.

Trabalhamos no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Rio Grande do Sul Campus Rio Grande, antes Colégio Técnico Industrial Prof. Mário Alquati. Uma instituição que completa 50 anos em agosto de 2014 e sempre foi conhecida pela sua qualidade de ensino, envolvendo professores e alunos qualificados. Atualmente o Ensino Médio é integrado ao ensino técnico com cursos voltados para a indústria e, por isso exigem dos alunos muito conhecimento da área das exatas. (BASTOS, 2014, p.27).

Em resumo, a autora justifica que sua proposta é uma inovação didática que se adapta ao currículo da Educação Básica e, segundo seus alunos, ajuda na inserção social-laboral e apresenta uma conexão intramatemática entre geometria e álgebra. Contudo, não apresenta argumentos e razões que justificam relações interdisciplinares. Então, avaliamos o uso do critério ecológico no nível 3.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

A partir da análise deste TCC, concluímos que, de certa forma, a autora consegue contemplar, equilibradamente, todas as idoneidades. Esta conclusão, em parte, é lógica, pois a autora apresenta um redesenho no qual comenta e reflete sobre os problemas realizados na primeira implementação. Em tal redesenho, ela busca alternativas para solucionar, por exemplo, uma melhora na idoneidade cognitiva e na idoneidade relacionada com os meios. Nesse sentido, por fazer um planejamento, uma avaliação e um redesenho de sua proposta, a professora até consegue apresentar uma reflexão bem elaborada e equilibrada no uso de todos os critérios de idoneidade propostos pelo EOS.

5.2.9 Estudo de um caso em que se apresenta o planejamento de uma proposta didática que aborda a incorporação de recursos visuais e materiais manipulativos

Nesta seção, apresentamos a análise detalhada do planejamento de uma sequência didática proposta por Martinatto (2013), na qual toma como inovação a incorporação de recursos visuais e materiais manipulativos com a proposta de retomar conteúdos referentes à Geometria Plana e introduzir conteúdos de Geometria Espacial, em particular, estudos sobre prismas e pirâmides com alunos do Ensino Médio. Explicamos, primeiramente, a estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso e, na sequência, analisamos os argumentos realizados pelo autor que justificam que sua proposta é inovadora e possibilita uma melhoria no ensino de matemática.

Estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso

Martinatto (2013) inicia o TCC com um capítulo introdutório, no qual argumenta que o aluno de Ensino Médio apresenta dificuldades e poucos pré-requisitos relacionados à geometria, pois esta disciplina é pouco trabalhada no Ensino Fundamental. Buscando minimizar essa realidade, a autora relata que seu trabalho tem por objetivo sugerir uma sequência didática para o conteúdo de Geometria Espacial, especificamente no que se refere ao estudo dos sólidos geométricos, prismas e pirâmides, abordando atividades que introduzem e complementam os conteúdos que se encontram nos livros didáticos tradicionais. Em particular, são sugeridas atividades que precedem o conteúdo propriamente dito, para que os alunos acompanhem a transição da Geometria Plana para a Geometria Espacial, identificando o conteúdo em situações do cotidiano por meio do uso de materiais visuais e manipulativos, como *softwares*, fotografias, sólidos de acrílico, planificações em cartolina, uso de embalagens, etc.

No capítulo 1, a autora apresenta uma pesquisa, na qual relata que entrevistou sete professores do Ensino Médio, no intuito de investigar de que maneira eles abordavam os conteúdos referentes à Geometria Espacial e quais as dificuldades por eles encontradas. A autora conclui que a maioria dos professores entrevistados percebe que os alunos encontram dificuldades no estudo de Geometria Espacial pela sua falta de conhecimento, contudo apresentam resistência a uma mudança na forma de trabalhar o assunto em sala de aula. Por esse motivo, a pesquisadora justifica a importância e a inovação de seu TCC, pois acredita que apresenta uma abordagem alternativa da revisão de Geometria Plana e introdução à Geometria Espacial, por meio do uso de diversos materiais visuais e manipulativos.

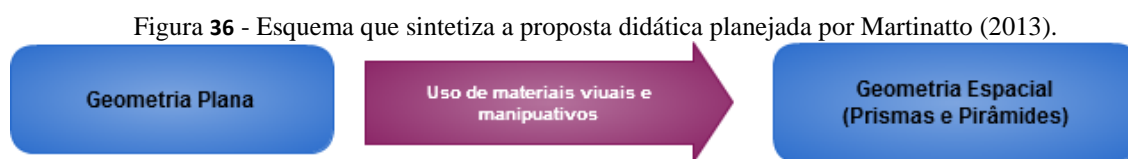
No capítulo 2, a autora reforça o objetivo de seu trabalho e, além disso, apresenta uma lista na qual identifica seis capacidades que o aluno deverá formar quando trabalhada a sua sequência didática: fazer a transição da Geometria Plana para a Geometria Espacial; identificar a presença da Geometria Espacial no dia-a-dia; relacionar os conteúdos de Geometria Espacial com os objetos visualizados no cotidiano; reconhecer e conceituar prismas, pirâmides e troncos de pirâmides; calcular área lateral, área total e volume de prismas, pirâmides e troncos de pirâmides; solucionar problemas do dia-a-dia, referentes à Geometria Espacial, com os conhecimentos adquiridos em sala de aula. Já, no capítulo 3, Martinatto (2013) especifica que sua proposta deve ser aplicada no Ensino Médio por meio da utilização de: fotos, embalagens, sólidos de acrílico bem como planificações desses sólidos em cartolina e *softwares* de Geometria Dinâmica. Além disso, a autora aponta algumas dificuldades previstas na aplicação de sua proposta.

Nos capítulos 4 e 5, a pesquisadora apresenta a sequência didática proposta, composta de 11 atividades. Para a aula 1, propõe dois questionários com o objetivo de revisar os conteúdos de Geometria Plana. Na aula 2, sugere que o professor e os alunos levem para a sala de aula fotos, embalagens e/ou figuras de objetos que lembrem prismas e pirâmides a fim de que os alunos reconheçam, no seu cotidiano, os sólidos que estão estudando. A aula 3 propõe que os alunos reconheçam, nas fotos, figuras e embalagens usadas na aula anterior os sólidos que têm bases iguais e juntos construam a definição de prisma, além de trabalhar o cálculo das áreas das superfícies desses sólidos. A aula 4 propõe um trabalho que aborde o conceito de volume de prisma e casos particulares desse tipo de sólido, como, por exemplo, o paralelepípedo e o cubo. Para a aula 5, a autora sugere uma proposta de avaliação que incorpore assuntos estudados até a aula 4. Martinatto (2013) sugere para a aula 6, a partir da definição de pirâmide (tetraedro) apresentada pelo professor, que os alunos identifiquem os sólidos da aula 2 e por meio de planificações de pirâmides confeccionadas pelo professor, que eles calculem as áreas de tais sólidos, enfatizando a diferença entre altura da pirâmide e altura de suas faces.

Para a aula 7, a autora sugere uma atividade com sólidos de acrílico, especificamente uma pirâmide e um prisma de bases e alturas iguais, onde é colocada água no primeiro e essa é passada, por meio de um funil, para o segundo a fim de verificar a fórmula do volume da pirâmide. A aula 8, no intuito de estudar os troncos de pirâmides, propõe-se que os alunos identifiquem os sólidos da segunda aula que se enquadram no conceito dado pelo professor. A nona aula, por intermédio do auxílio de recursos de

multimídia, com o *Geogebra* 3D, a autora sugere uma atividade de construção dos sólidos para reforçar os conceitos vistos nas aulas anteriores. Para a aula 10, é sugerida a aplicação de uma prova geral abordando o conteúdo de prismas e pirâmides. Já na aula 11, a autora sugere que o professor resolva as questões das avaliações no quadro, mostrando as várias maneiras de resolver cada exercício, valorizando a contribuição dos alunos.

No capítulo 6, a autora apresenta que uma possível continuidade do trabalho seria proporcionar encontros para discussão do ensino de Geometria Espacial aos professores que atuam no Ensino Médio, preferencialmente os entrevistados na pesquisa. Além disso, ela relata o benefício de implantar em todas as suas turmas regulares as atividades aqui sugeridas. Além disso, a autora espera que as atividades propostas sirvam para que os professores constatem a importância de recapitular pré-requisitos e a importância de ensinar novos conteúdos, assim como repensar as formas de avaliação, priorizando o raciocínio e não a mera memorização. A figura 38 sintetiza a proposta didática apresentada por Martinatto (2013).



Fonte: o autor.

A seguir, vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pela autora, que, de maneira explícita ou implícita, tratam de justificar que a proposta didática apresentada em seu TCC representa uma melhoria no ensino de matemática.

Critérios de Idoneidade

Quando os professores têm que refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inovação sobre sua própria prática, utilizam de maneira implícita ou explícita alguns critérios de idoneidade. O trabalho aqui analisado também permite inferir o uso de alguns destes critérios. Vejamos:

IDONEIDADE EPISTÊMICA

Erros e Ambiguidades

No decorrer da leitura do TCC de Martinatto (2013), não encontramos reflexões da autora sobre possíveis práticas que possam ser consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Também não aparecem comentários sobre possíveis ambiguidades que possam levar os alunos a cometerem confusões conceituais ou procedimentais.

Riqueza de processos

Martinatto (2013) justifica a qualidade de sua proposta inovadora argumentando que este tipo de tarefa propicia processos relevantes para a realização da atividade matemática, em particular, processos de conexão intramatemática (conexão entre a Geometria Plana e a Geometria Espacial), processo de resolução de problemas, de contextualização e de visualização.

Especificamente, no final desta sequência de atividades, o aluno deverá ser capaz de: 1. Fazer a transição da Geometria Plana para a Geometria Espacial; 2. Identificar a presença da Geometria Espacial no dia-a-dia: na arquitetura e em objetos variados; 3. Relacionar os conteúdos de Geometria Espacial com os objetos visualizados no cotidiano; 4. Reconhecer e conceituar prismas, pirâmides e troncos de pirâmides; 5. Calcular área lateral, área total e volume de prismas, pirâmides e troncos de pirâmides; 6. Solucionar problemas do dia-a-dia referentes à Geometria Espacial com os conhecimentos adquiridos em sala de aula. (MARTINATTO, 2013, p.22).

Contudo, as atividades propostas para a avaliação não possibilitam o desenvolvimento de tais processos, pois a configuração das aulas planejadas e a seleção de exercícios para a verificação da aprendizagem dos alunos podem ser caracterizadas em um modelo de aula tradicional. Para comprovar essa tese, exemplificamos a exigência de que o aluno saiba calcular áreas e volumes por meio do domínio do uso de fórmulas matemáticas. Os processos aparecem menos do que deveriam (conforme as justificativas dadas pela autora), especialmente nas tarefas de avaliação.

Representatividade

Do ponto de vista da extensão sobre o estudo de prismas e pirâmides, o que a autora desenvolve em seu processo de instrução é o seguinte: um estudo dos elementos (vértices, faces), um estudo da representação das figuras no plano e um estudo sobre as medidas de área e volume de tais figuras. Não há, por exemplo, um estudo que trate da relação que existe entre os elementos (vértices, faces e arestas), ou seja, uma pesquisa sobre a relação de Euler. Além disso, quando a autora propõe a relação entre as figuras em sua forma tridimensional e bidimensional (forma planificada), não explora os diferentes formatos e configurações que uma mesma figura em formato tridimensional pode assumir quando é planificada.

Em relação ao estudo das grandezas e medidas, na proposta que aqui se apresenta, não aparecem procedimentos de cálculo de medida direta, somente indireta (por meio do uso de formulas). Além disso, não é explorada a versão dinâmica dos sólidos, como, por exemplo, a abordagem do paralelepípedo como um retângulo em movimento.

Nesse sentido, os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) não são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que pode ser ensinada. Tampouco há uma amostra representativa de problemas. Somando-se a isso, as atividades pouco exploram os diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico, etc.), tratamentos e conversões entre eles. Porém, há a exceção de uma atividade em que a autora explora certa conexão intramatemática entre o prisma e a pirâmide, quando aborda o estudo o volume dessas duas figuras tridimensionais.

Nessa aula, será feita a seguinte verificação da fórmula do volume da pirâmide: o professor, fazendo uso dos sólidos de acrílico (uma pirâmide com mesma base e mesma altura de um prisma) coloca água na pirâmide e passa, com o auxílio de um funil, para o prisma, mostrando (com o auxílio de uma régua) que o volume de água ficará na terça parte da altura do prisma. Outra maneira de fazer essa verificação é, usando os sólidos descritos anteriormente, colocar o conteúdo de três pirâmides no interior de um prisma, a fim de perceber que o volume de um prisma é o triplo do volume de uma pirâmide de mesma altura e mesma base. (MARTINATTO, 2013, p.44-45).

Dado o pouco uso dos descritores de cada componente apontado acima, classificamos o uso do critério de idoneidade epistêmica no nível 1.

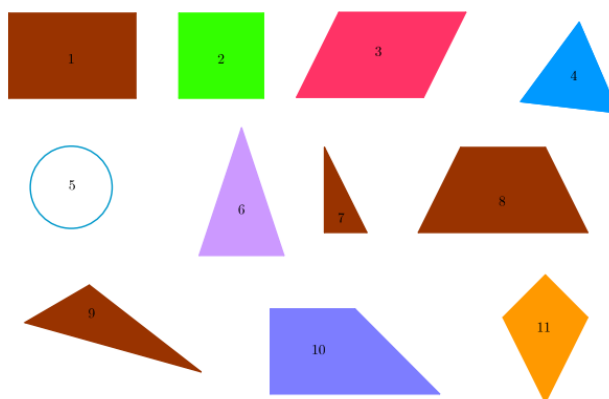
IDONEIDADE COGNITIVA

Conhecimentos prévios

O TCC contempla uma seção que explicita quais os conhecimentos prévios que os estudantes devem apresentar. Além disso, em sua sequência didática, a autora propõe uma aula diagnóstica, pensada para resgatar os conhecimentos prévios dos alunos. O excerto abaixo é um trecho dedicado à aula 1:

4.1 Aula 1 - Revisão de Geometria Plana. Com a finalidade de retomar os conceitos da Geometria Plana, propõe-se que o professor, antes de partir para a formalização dos conceitos de perímetro, área e ângulos, inicie a aula com o questionário a seguir. Essa atividade também é útil para aqueles alunos que nunca estudaram esses conteúdos anteriormente ou que, por terem trocado de escola, ingressaram em uma turma que, apesar de ter estudado esses assuntos, precisa recapitulá-los. Questionário 4.1.1. [Revisão de tipos de polígonos] Para responder às questões, sabendo que a palavra Polígono é oriunda do grego e significa Polígono = Poli (muitos) + gono (ângulos), observe as figuras:

Figura 37 - Exemplo de polígonos regulares.



Fonte: (MARTINATTO, 2013, p. 26).

Questão 4.1.1. Escreva o nome de algum objeto que você conheça e que se parece com cada uma das figuras. Questão 4.1.2. Separe as figuras em dois grupos, dizendo qual o critério que foi utilizado. Questão 4.1.3. Separe as figuras em três grupos, dizendo qual o critério que foi utilizado. (MARTINATTO, 2013, p.26-27).

Além da autora dedicar parte da sequência de tarefas para recapitular os conhecimentos prévios dos alunos (relacionados à Geometria Plana), os significados pretendidos, possivelmente, podem ser alcançados, visto que as tarefas apresentam certa dificuldade manejável.

Adaptação curricular às diferenças individuais

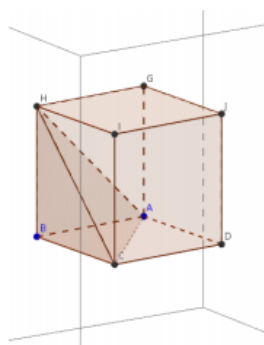
Embora apresente uma proposta de avaliação, o trabalho não especifica como realizaria uma reavaliação ou uma composição de tarefas diversas para atender às diferenças individuais dos alunos relacionadas à aprendizagem.

Aprendizagem e Alta demanda cognitiva

Os métodos de avaliação propostos pela autora (teste e prova) condizem com o que propunham as atividades. Pelo fato das tarefas propostas estarem organizadas de forma dirigida, conduzida, pautada e magistral, observa-se que não exigem do aluno uma alta demanda cognitiva, e a proposta avaliativa segue a mesma característica. Abaixo segue exemplo de questão proposta para a atividade de avaliação:

3. Calcule o volume da pirâmide triangular, indicada na Figura 28, sabendo que o volume do cubo, onde está contida, é 64 m^3 .

Figura 38 - Figura correspondente ao exercício 3.



Resposta: $32/3 \text{ m}^3$.

[*] Note que o aluno deverá perceber que a área da base da pirâmide é igual à área da metade do quadrado que é base do cubo e que a altura dessa é igual à medida da aresta do cubo. Conteúdos envolvidos: conceito de cubo, volume da pirâmide.

Dado que a autora reflete e propõe uma atividade diagnóstica e, embora as tarefas sejam conduzidas de forma magistral, ela sugere propostas de avaliação condizentes com a sequência proposta, avaliamos em 2 o uso do critério de idoneidade cognitiva.

IDONEIDADE INTERACIONAL

Interação docente-discente

Em relação a este componente, consideramos que a autora realiza uma apresentação adequada de sua sequência didática, pois inicia com uma retomada dos conhecimentos prévios dos alunos e, ao longo da proposta, enfatiza os conceitos-chave em relação aos prismas e pirâmides. Além disso, em diversas etapas da sequência didática, a autora apresenta "dicas" de como poderia se dar a configuração da classe para captar e implicar a atenção dos alunos, como, por exemplo:

Observação 4.1.2. É importante que sejam revistos alguns conceitos de Geometria Analítica como: eixos cartesianos, coordenadas de um ponto, localização de um ponto em relação a um quadrante do plano cartesiano, projeção ortogonal de um ponto em relação a uma reta ou segmento de reta. Esses conceitos serão utilizados na Aula 9. Para isso, o professor pode fazer uso somente do quadro e, com a ajuda dos alunos e por meio de exemplos, relembrar esses conceitos. O professor deve mostrar, no final da Aula 1, alguns prismas e pirâmides (sem citar nomes) no quadro ou em acrílico e pedir para os alunos que, na próxima aula, tragam fotos e/ou figuras tiradas por eles ou por meio da Internet de objetos que lembrem esses sólidos. As imagens poderão também ser recortadas de revistas, jornais ou folhetos de propaganda. (MARTINATTO, 2013, p. 32).

Contudo, não se percebem comentários e reflexões da autora sobre a possibilidade de resolução de conflitos de significado que possam surgir no decorrer da atividade. Tampouco há comentários sobre a inclusão dos alunos ou proposta de atividades para eles possam apresentar maiores ou menores dificuldades em relação ao conteúdo e aos conceitos abordados na sequência de tarefas.

A autora não apresenta comentários em relação aos descritores que formam os componentes da *Interação entre discentes*. Quanto à *Autonomia*, comenta que, por meio da realização das atividades propostas, os alunos desenvolverão a capacidade de resolver os exercícios sem o uso de fórmulas. Contudo, o desenvolvimento da sequência e as tarefas nela propostas nos levam a entender que existem poucos momentos (aulas 1 e 2 relacionadas à classificação de figuras planas e de sólidos com diferentes características em diferentes grupos) nos quais os estudantes possam assumir a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação).

Além disso, embora a autora dedique uma aula para comentar sua proposta avaliativa e a justifique como formativa e contínua, em sua proposta não é possível observar como se dará a observação sistemática do processo cognitivo dos alunos, visto

que a avaliação proposta corresponde a dois testes com modelos de questões semelhantes às de vestibulares e exames de avaliação externa.

De maneira geral, a autora apresenta poucos comentários em relação aos componentes que formam a idoneidade interacional. Dessa forma, dada a baixa argumentação neste critério, consideramos que a encontra-se no nível 1.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

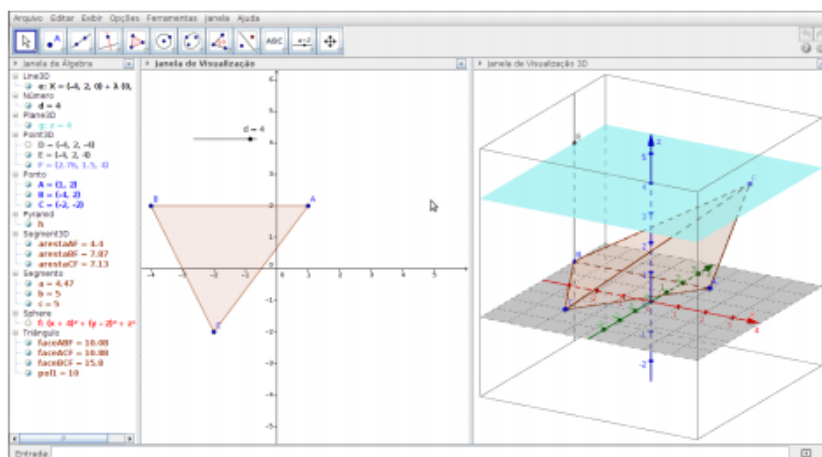
Em seu processo de instrução, a autora apresenta uma diversidade de materiais (manipulativos e informáticos) que permitem introduzir boas situações e argumentações adaptadas ao significado que pretende construir junto aos estudantes. Os recursos foram pensados para serem utilizados em tarefas de revisão de conteúdos de Geometria Plana e de introdução de novos conceitos relacionados à Geometria Espacial.

A seguir, uma breve descrição dos recursos que serão utilizados ao longo das aulas. Fotos: este é um recurso que o professor pode trazer para sala de aula, mas também pode solicitar que os alunos o tragam. Sugere-se uma busca na Internet (na escola ou em casa), através de celulares e/ou máquinas fotográficas ou mesmo com recortes de jornais e/ou revistas. Deve-se salientar que, se todas essas fotos ou figuras forem digitais, a escola deverá dispor de recursos multimídia. Com as fotos, os alunos já podem perceber a relação do conteúdo que estão estudando com o seu cotidiano. Embalagens: da mesma forma que no item anterior, tanto o professor quanto os alunos podem trazê-las para a sala de aula. Os alunos podem se dividir em grupos para realizar a tarefa de coletar as embalagens que serão planejadas na sala de aula. Através desse recurso, pode-se perceber a ligação do estudo de Geometria Espacial com o dia-a-dia de todos. Sólidos de acrílico: serão manuseados pelos alunos em sala de aula. É aconselhável que também nos dias de avaliação os alunos tenham a possibilidade de requisitarem determinado sólido para entenderem melhor alguma(s) questão(os) da prova e, inclusive, consigam deduzir as fórmulas. No caso da escola não dispor de recursos financeiros para comprá-los, o professor e/ou alunos podem construir sólidos com vidro, papelão, palitos de madeira ou ainda canudinhos de refrigerante. Planificações em cartolina: o professor pode mostrar aos alunos os sólidos construídos em cartolina e suas planificações. Dessa forma, os alunos percebem a facilidade de calcular as áreas das superfícies de suas faces. Software de Geometria Dinâmica: este recurso fica condicionado à existência de um laboratório de informática ou da possibilidade do professor dispor de um computador, para que os alunos possam acompanhar a construção dos sólidos e, por consequência, a maneira de calcular áreas e volumes. (MARTINATTO, 2013, p. 23-24).

Além disso, parte das tarefas propostas são contextualizadas e motivadas pelo uso de situações, modelos concretos e visualizações, conforme exemplo que segue:

5. Marcar um ponto no plano, usando a função “Marcar ponto em objeto”.
- Construir a pirâmide, utilizando a função “Pirâmide” [...].
6. A pirâmide pode ser vista na Figura 26.

Figura 39 - Exemplo da figura 26



Fonte: (MARTINATTO, 2013, p.50).

7. O aluno utiliza a opção “Mover” para deslizar o ponto sobre o plano. Neste momento é ideal explorar a seguinte ideia: pirâmides de mesma base e mesma altura terão o mesmo volume, não importa a posição do ponto, desde que esteja sobre o plano. Além disso, reforçar que esta ideia é válida tanto para pirâmides retas, quanto para pirâmides quaisquer e não importa qual é o polígono da base. Para calcular o volume, use a opção “Área” na janela 2D para calcular a área da base. (MARTINATTO, 2013, p. 50).

Número de alunos, horário e condições da sala de aula e Tempo

Em relação a este componente, a autora apresenta um breve comentário sobre a quantidade de alunos presentes em uma turma de Ensino Médio de escola pública em que se poderia aplicar a atividade por ela proposta, um total de 25 a 35 alunos. Destacou-se a necessidade de ser ter um laboratório de informática com máquinas e *software* de geometria dinâmica instalados. Contudo, não apresenta uma reflexão aprofundada sobre se a aula, o número de alunos e a distribuição deles é adequada para o desenvolvimento do processo instrucional pretendido, tampouco reflete sobre se o horário do curso é apropriado, ou se, dependendo das adversidades de uma sala de aula, deve-se priorizar um conteúdo ou uma tarefa em detrimento de outra.

Embora a autora apresente poucos comentários em relação ao *número de alunos, horário e condições da sala de aula e tempo de realização das atividades*, ela especifica o uso de materiais manipulativos e visuais de forma detalhada no decorrer de suas tarefas propostas, o que vai ao encontro de sua inovação didática. Por esse motivo, avaliamos em 2 o uso do critério de idoneidade mediacional.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Interesses e necessidades

A autora pressupõe que pelo fato de trabalhar com materiais manipulativos, produzirá certa motivação por parte dos alunos.

Dessa forma, espera-se auxiliar os alunos nas resoluções de problemas e despertar um interesse maior pelos conteúdos que foram abordados, contribuindo no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem. (MARTINATTO, 2013, p.56).

Pela falta de justificativas que expliquem como e em que aspectos as atividades promovam possíveis atitudes (implicação e perseverança nas atividades) e emoções (autoestima, precisão e estética da matemática) nos alunos, avaliamos em 1 o uso da idoneidade emocional.

IDONEIDADE ECOLÓGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo PROFMAT, os professores devem justificar que suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. Neste caso, a autora considera que sua inovação inclui a realização de atividades que possam ser desenvolvidas por meio do uso de materiais visuais e manipulativos.

Adaptação ao currículo

A autora justifica a importância do tema abordado em sua proposta segundo as diretrizes curriculares de Matemática para a Educação Básica. Apresenta também outras justificativas com base no currículo para o uso de materiais, em particular, recursos tecnológicos e para a forma de avaliação qualitativa.

[...] de acordo com o que dizem as Diretrizes Curriculares de Matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio quanto ao estudo da Geometria: assim, é necessário conhecer as demonstrações das fórmulas, teoremas, conhecer e aplicar as regras e convenções matemáticas, tanto no estudo da geometria de posição como no cálculo de área de figuras geométricas planas e espaciais e de volume de sólidos geométricos, em especial de prismas, pirâmides (tetraedro), cilindro, cone e esfera.(MARTINATTO, 2013, p.15).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio [...], especificamente na Parte III — Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias —, uma das habilidades a serem desenvolvidas em Matemática, dentro do contexto sócio- culturais do educando, é utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (MARTINATTO, 2013, p. 47).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional [...] aprovada em 1996, prioriza a avaliação qualitativa. Desde então, as avaliações baseadas em um processo mecânico e que consiste unicamente na memorização de fórmulas precisam ser repensadas. Deve-se ser exigente, mas priorizar o raciocínio dos alunos [...]. O objetivo da avaliação não é classificar os alunos, mas definir estratégias para as aulas seguintes, identificando as falhas e dando sequência aos conteúdos compreendidos como consta na Lei das Diretrizes e Bases da educação Nacional (MARTINATTO, 2013, p.40-41).

Conexões intra e interdisciplinares e Utilidade sócio-laboral

A autora justifica que sua proposta possibilita conexões intradisciplinares (Geometria Plana e Geometria Espacial). De fato, inicia sua proposta com atividades que retomam alguns conceitos de Geometria Plana, contudo, quando passa para o passo seguinte, introdução de conteúdos de Geometria Espacial, a relação entre as duas geometrias se perde e o foco passa a ser dado ao cálculo de áreas e volumes de prismas e pirâmides.

Este trabalho tem por objetivo sugerir uma sequência didática para o conteúdo de Geometria Espacial (GE), especificamente no que se refere aos sólidos geométricos prismas e pirâmides. Essa sequência de aulas conta com sugestões de atividades que introduzem e complementam o conteúdo que encontra-se nos livros didáticos tradicionais. Especificamente, são sugeridas atividades que precedem o conteúdo propriamente dito, para que os alunos acompanhem a transição da Geometria Plana para a Geometria Espacial identificando o conteúdo em situações do cotidiano. (MARTINATTO, 2013, p.15).

Além disso, a autora não apresenta argumentos explícitos e nem implícitos de que sua proposta possibilite um estabelecimento de conexões entre a matemática e outras disciplinas, nem quanto à utilidade sócio-laboral de sua proposta inovadora.

Considerando o baixo grau de reflexão em relação aos componentes que compõem este critério, avaliamos em 1 o uso, pela autora, da idoneidade ecológica.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

De maneira ampla, o nível de análise em didática neste TCC pode ser considerado baixo, pois os critérios melhor contemplados pela autora foram o cognitivo e o mediacional. Embora a pesquisadora justifique que sua proposta se faz inovadora pelo uso de diferentes materiais visuais e manipulativos para revisão e introdução de novos conceitos relacionados à Geometria, visando uma conexão entre Geometria Plana e Espacial, entendemos que essa conexão se materializa de forma superficial, fazendo com que se explore muito pouco a riqueza de processos relevantes para a atividade matemática, conforme comentado no critério de idoneidade epistêmica.

O fato desta proposta não ter sido implementada revela que ela carece de uma melhor reflexão em relação às idoneidades emocional e interacional, por exemplo. Nesse sentido, a proposta apresenta um desequilíbrio no uso das idoneidades que estamos considerando em nossa análise.

5.2.10 Estudo de um caso em que se apresenta o planejamento de uma proposta didática para a Educação Básica que tem como inovação o desenvolvimento da cidadania e do pensamento crítico

Nesta seção, apresentamos a análise detalhada do planejamento de uma sequência didática proposta por Reis (2013), na qual toma como inovação o desenvolvimento da cidadania e pensamento crítico por meio do ensino de Matemática Financeira no intuito de desenvolver, nos alunos, competências associadas à reflexão e à crítica. Explicamos, primeiramente, a estrutura do TCC e em seguida analisamos os argumentos realizados pela autora que justificam que sua proposta é inovadora e possibilita uma melhoria no ensino de matemática.

Estrutura do Trabalho de Conclusão de Curso

Reis (2013) introduz seu TCC apresentando uma reflexão sobre o papel do currículo escolar quanto a conectar a escola com o contexto sociocultural e à realidade vivenciada pelo aluno. Busca corroborar, assim, sua justificativa, a partir da Lei de Diretrizes e Bases, segundo a qual a educação escolar deve estar vinculada à prática social e ao mundo do trabalho, justificando a necessidade de criação de um material pedagógico que forneça atividades contextualizadas para que os alunos saibam identificar, interpretar, avaliar e criticar a matemática, a partir de situações reais vivenciadas por eles. Além disso, a autora justifica a escolha do tema Matemática Financeira argumentando que é um assunto que aborda temas da realidade e que possibilitam avaliar e resolver ações pertinentes do cotidiano.

No primeiro capítulo, a autora dedica espaço para uma discussão sobre a Educação Matemática Crítica (EMC), o novo Ensino Médio (EM) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Dessa forma, defende a ideia de que a intenção dos PCNs é fornecer aos estudantes brasileiros meios para progredir no trabalho. Também argumenta que para ter acesso igualitário ao conhecimento, o novo Ensino Médio deve estar voltado à preparação para a vida, qualificação para a cidadania e capacitação para a aprendizagem permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente para o mundo do trabalho. Além disso, a autora defende o uso da corrente denominada Educação Matemática Crítica, embasada em teóricos como Borba (2001) e Skovsmose (2001), que defendem o movimento da Educação Matemática Crítica como aquele que se preocupa com os aspectos políticos da Educação Matemática e que, na dinâmica da classe, ele permite o envolvimento dos estudantes no controle do processo educacional; a consideração crítica de conteúdos e o direcionamento do processo de ensino-aprendizagem para a resolução de problemas. Por fim, a autora argumenta que ensinar Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica significa explorar uma matemática financeira que desenvolva competências, que torne os estudantes participativos e críticos no modo como esta disciplina é operacionalizada em suas vidas.

No segundo capítulo, Reis (2013) apresenta uma análise de livros didáticos e trabalhos (artigos, dissertações e teses) sobre Matemática Financeira, publicados nas últimas décadas. Conclui, a partir dessa análise, que os livros didáticos ainda não assumem

o papel que deveriam, uma vez que apresentam conteúdos simplificados, sem contextualização e incoerentes com a realidade dos alunos. A pesquisadora aponta que os trabalhos investigados mostram a importância de se estudar Matemática Financeira para que, além dos conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos, os alunos aprendam como a Matemática Financeira é utilizada socialmente. Além disso, o trabalho discute a importância do uso de recursos computacionais, em particular o uso da planilha eletrônica no ensino de Matemática Financeira argumentando que tal recurso auxilia na construção de modelos matemáticos, promover um bom ambiente para investigações, experimentações, explorações, simulações e atividades de resolução de problemas.

No terceiro capítulo, a autora apresenta sua proposta de material didático referente ao tema de Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica, visando ao estabelecimento de conexões entre o saber científico e o mundo real, além do uso de recursos computacionais em sala de aula. Reis (2013) estrutura sua proposta em seis temas, em que cada um refere-se a determinados conceitos presentes no estudo da Matemática Financeira (juros, taxas, aplicações e empréstimos), vejamos:

- ✓ No primeiro tema, a autora sugere uma tarefa para que seja ativado o conhecimento prévio dos alunos, por meio de uma conversa sobre reportagens, notícias de jornal ou televisão, problematizando questões referentes a conteúdos de Matemática Financeira, a fim de que se tenha ideia do que os alunos já sabem ou pensam sobre o tema.
- ✓ O objetivo principal da autora quando ela propõe o segundo tema é proporcionar ao aluno o entendimento do que significa uma nota fiscal, identificando impostos contidos nos preços dos produtos e relacionar conhecimento matemático com situações do dia a dia. A contextualização, portanto, requer uma sistematização, um fechamento. Para isso, o aluno deve manejar alguns conceitos básicos da disciplina de matemática do Ensino Fundamental, como localizar informações em um texto, criar registros pessoais para comunicar informações coletadas, organizar dados em tabelas para posterior análise e resolução de problemas.
- ✓ O terceiro tema está voltado para o cálculo de porcentagem para introduzir o conceito de juros. Além da forma simplificada, sugere-se o cálculo (inclusive com o auxílio da planilha eletrônica), a generalização (formulação matemática) e a interpretação de situações que envolvam tal conceito e sugere que, para resolver as

atividades propostas, deve-se fazer a revisão de conteúdos, tais como: potenciação e logaritmos.

- ✓ O quarto tema objetiva explorar os conceitos apresentados na fórmula de juros (montante, tempo, taxas nominais, efetiva, equivalente e proporcionais, capital inicial), os quais servirão de base para exercícios mais complexos. Segundo a autora, é essencial que o professor ensine aos seus alunos como interpretar o problema, retirando dados e construindo o fluxo de caixa, que são retas, representando o montante ganho ou pago em determinada situação, num período de tempo.
- ✓ O quinto tema refere-se à aplicação de problemas que realmente façam sentido na vida dos estudantes. A autora argumenta que, na realidade, só existe um único problema de Matemática Financeira que é o de deslocar quantias no tempo. Para isso, Reis (2013) apresenta nove exemplos de aplicações de Matemática Financeira. Nos quatro primeiros exemplos propostos, o objetivo é trabalhar a tomada de decisão, entre opções de pagamento à vista ou a prazo. Nos demais, são tratados conceitos de séries uniformes, ou seja, um conjunto de valores (ou pagamentos) iguais e igualmente espaçados no tempo.
- ✓ O sexto tema proposto pela autora é abordagem do assunto de empréstimos. Segundo ela, tal conteúdo geralmente não é abordado no Ensino Médio, mas é importante que faça parte do currículo, pela necessidade de informação que o aluno deve obter ao concluir esta etapa de escolarização. Sugere então, a definição de conceitos relacionados ao sistema PRICE (Sistema de Prestações Fixas) ou SAC (Sistema de Amortização Constante) e a resolução de alguns exercícios, por meio do uso do Excel, que envolvam esses conceitos.

Por fim, autora considera que a proposta pedagógica por ela apresentada contém atividades pedagógicas contextualizadas, tendo em vista estabelecer conexão entre a teoria e a prática, possibilitando que o aluno seja capaz de reconhecer a Matemática nas relações sociais, desenvolvendo consciência crítica para tomar decisões quanto a Matemática nas suas interações na sociedade. Além disso, a autora defende que os temas e situações reais sugeridos podem fazer parte da vida de cada estudante, dando suporte a futuras decisões que possam ocorrer nas interações em que se envolverem. Na figura abaixo, apresentamos uma síntese da proposta didática elaborada por Reis (2013):

Figura 40 - Síntese da proposta pedagógica apresentada por Reis (2013).



Fonte: o autor.

Apresentada uma síntese do TCC de Reis (2013), vamos mostrar quais e em que medida os critérios propostos pelo EOS são contemplados pela autora, que, de alguma maneira, justificam o porquê da proposta didática apresentada em seu TCC representar uma melhoria no ensino de matemática.

Critérios de Idoneidade

Quando os professores têm de refletir sobre uma proposta didática que signifique uma mudança ou uma inovação sobre sua própria prática, utilizam de maneira explícita ou implícita alguns critérios de idoneidade. Vejamos:

IDONEIDADE EPISTÊMICA

Erros e Ambiguidades

Na seção denominada *Organização da metodologia da proposta*, a autora defende que em sua sequência didática se contempla uma atividade na qual se discute a questão das taxas no âmbito da Matemática Financeira. Nesse sentido, ela apresenta uma breve reflexão sobre confusões que podem ser geradas quando se ensina o conceito de taxas equivalentes e proporcionais. Além disso, a autora comenta sobre a importância do aluno compreender as diferenças entre as taxas nominal e efetiva, visto que o esclarecimento conceitual pode evitar que o aluno cometa ambiguidades e confusões quando interpreta, desde o ponto de vista financeiro e social, os diferentes tipos de taxas.

Dedicar uma seção ao estudo de taxas dá-se ao fato da experiênciapedagógica mostrar que existe muita confusão entre o conceito de taxas equivalentes e taxas proporcionais. Um dos principais fatores talvez seja o fato da negligente prática educacional de ensinar juros simples, criando o falso raciocínio de que taxas que apresentam uma proporcionalidade entre o valor que se expressam e as durações dos períodos de tempo a que se referem, produziram um mesmo montante quando considerados o mesmo prazo de aplicação e o mesmo capital. Considera-se também o fato do aluno, enquanto cidadão, entender a diferença entre taxa nominal e taxa efetiva, artifícios utilizados conscientemente para mascarar a taxa de juros em operações financeiras. (REIS, 2013, p.41).

Riqueza de processos

Reis (2013) defende que sua proposta contempla certa riqueza de processos quando argumenta que as atividades que exigem um processo indutivo, de generalização de fórmulas e de conexão entre a matemática e as situações reais (em alguma medida o processo de modelagem de situações do cotidiano com auxílio do Excel). Além disso, a autora argumenta que as atividades propostas promovem a identificação, interpretação, avaliação e crítica para auxiliar o aluno na tomada de decisões.

A presente proposta pedagógica, apresentada nesta dissertação, tem como finalidade fornecer ferramentas e meios para que os alunos aprendam a atuar no mundo em que se inserem, levando-os a identificar, interpretar, avaliar e criticar a matemática, de modo que tal formação contribua para serem cidadãos livres, responsáveis e críticos de suas ações. (REIS, 2013, p. 08)

Considerando a necessidade de relacionar conhecimento matemático com situações reais, a identificação de impostos, tais como seus significados e porcentagem correspondente, serve para que os alunos possam examiná-los levantando dados neles contidos. Também, considera-se uma oportunidade para trabalhar com recursos computacionais, entre eles a calculadora e o computador, mais especificamente, as planilhas eletrônicas. (REIS, 2013, p.41).

Além da generalização da fórmula as atividades objetivam levar o aluno a uma reflexão sobre qual a melhor alternativa a ser adotada, e também entender a matemática utilizada no cartão de crédito. (REIS, 2013, p.55).

É importante observar que, quando a autora explica a atividade dois, por exemplo, ela argumenta que tal atividade exige os processos de interpretação, relação extra matemática (relação entre conceitos matemáticos e o cotidiano), processo de coleta, organização e análise de dados e, por fim, o processo de resolução de problemas.

Na Atividade 2, o objetivo principal é entender o que significa uma notafiscal, identificar impostos contidos nos preços dos produtos e relacionar conhecimento matemático com situações do dia a dia. A contextualização, portanto, requer uma sistematização, um fechamento. Se este fechamento é feito com conceitos básicos, torna-se mais atraente e também curioso, com o que de novo pode surgir desta situação. Estamos considerando conceitos básicos, do Ensino Fundamental, localizar informações em um texto, criar registros pessoais para comunicar informações coletadas, organizar dados em tabelas para posterior análise e resolução de problemas. (REIS, 2013, p.47).

Representatividade

Alguns significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) São uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que se quer ensinar, especialmente quando a autora trata da questão dos juros (incluindo na resolução diferentes formas do cálculo sobre porcentagem, regra de três e proporcionalidade, funções exponenciais, logarítmicas e sequências).

Juros proporciona aos alunos a revisão de conceitos como porcentagens, funções, exponenciais, logaritmos e principalmente sequências. Construir o conceito que juros exemplifica uma PG, por exemplo, e faz com que se perceba de onde se encontra cada termo, multiplicando o termo anterior pela razão. E assim obter uma expressão geral, chamada de fórmula, para obtenção de juros. (REIS, 2013, p. 50).

Contudo, para um ou vários significados parciais, o uso e a conversão dos diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico, etc.) aparecem de forma incompleta. A construção da representação gráfica, sua interpretação e sua conversão para a linguagem algébrica do crescimento de uma taxa ou do comportamento do capital ao longo do tempo, por exemplo, não está contemplado na proposta pedagógica presente no TCC de Reis (2013). Outra questão é que não aparecem tarefas que, explicitamente, promovam uma discussão mais ampla sobre a Matemática Financeira (diferenças entre tipos de capitalização e descapitalização de curto e longo prazo, etc.)

Avaliamos em dois o nível de reflexão realizado pela autora em relação a este critério, dado que ela contempla, em sua maioria, os descritores presentes nos componentes que estão relacionados ao critério de idoneidade epistêmico.

IDONEIDADE COGNITIVA

Em relação a este critério, observamos se a autora levou em conta os conhecimentos prévios dos alunos, se fez alguma reflexão em torno das diferenças individuais da turma, se as atividades exigem uma alta demanda cognitiva e como a autora aborda o processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos. Vejamos:

Conhecimentos prévios

A autora salienta a importância da retomada dos conhecimentos prévios dos alunos, visto que o assunto Matemática Financeira, por si só, proporciona revisões e aplicações de alguns conceitos, como porcentagens, funções, sequências, progressões, etc. Contudo, a professora não apresenta, explicitamente, um exemplo de atividade que possa dar conta de revisar tais conceitos.

Além disso, a MF proporciona a revisão e aplicação de conceitos tais como: porcentagens, funções, sequências, bem como o uso de recursos computacionais (calculadoras e planilhas eletrônicas) para o desenvolvimento de atividades. (REIS, 2013, p.17).

Nos exercícios propostos nesta seção, propõe-se a revisão de conceitos tais como: potenciação e logaritmos. Sugere-se que o professor faça revisão desses conceitos durante a resolução. (REIS, 2013, p.58).

Apesar de não explicitar uma avaliação ou uma tarefa que retome os conceitos mencionados acima, a autora mostra certa preocupação em relação ao que os alunos sabem sobre o tema Matemática Financeira, pois organiza a primeira atividade de sua sequência no intuito de propor um questionamento aos alunos sobre alguns aspectos específicos relacionados ao tema (financiamento de carro, financiamento de casa, empréstimos, compras, cartão de crédito ou aplicações financeiras) e o faz por meio do uso de materiais visuais (reportagens de jornais ou revistas eletrônicas).

Atividade 1, com uma introdução que servirá de sugestão para que o professor ative o conhecimento prévio dos alunos com uma conversa, problematizando

questões referentes a este conteúdo, para se ter ideia do que os alunos já sabem ou pensam sobre o tema. Ao propor essa atividade, sugere-se que o professor solicite aos alunos uma pesquisa que contribua para identificar na mídia, temas relacionados à Matemática Financeira, bem como sua linguagem específica e para prática de recursos computacionais. (REIS, 2013, p.42-43).

Além disso, as atividades objetivam também, revisar conhecimentos de porcentagens, frações e relacioná-los. É importante que o professor revise conceitos, pois é provável que algum aluno não possua domínio sobre o conteúdo. E sabe-se que após ter atingido uma maturidade matemática fica mais fácil compreender seu significado. (REIS, 2013, p.44).

A autora argumenta que as atividades propostas estão voltadas à realidade e ao cotidiano do aluno, e, por isso, justifica que em sua proposta não serão abordadas situações que devem ser pensadas e resolvidas por meio do cálculo e interpretação de juros simples. Entende-se que esta posição, do ponto de vista cognitivo, pode ser prejudicial à aprendizagem do aluno, visto que o entendimento de como funciona o sistema de juros simples e de como podem ser estabelecidas as relações intramatemáticas (função linear, progressão aritmética). Quando tratamos de uma situação relacionada a juros simples, podem servir de base para o entendimento de taxas proporcionais e de ancoragem para situações mais complexas, como é o caso de tarefas que exigem o conhecimento de juros compostos e suas relações intramatemáticas (progressão geométrica, função exponencial), por exemplo.

Adaptação curricular às diferenças individuais

A autora não apresenta comentários diretos e reflexões sobre como tratar as possíveis dificuldades ou alterações que possam surgir no decorrer da realização das tarefas, nem para alunos com dificuldade em realizá-las e nem para os que apresentam certa facilidade. Neste último caso, atividades para os alunos que necessitariam de tarefas que exijam alto grau de demanda cognitiva.

Aprendizagem

Em seu relato, a autora apresenta um breve comentário em relação à estratégia de avaliação. Pelo argumento abaixo, nota-se que a autora defende a avaliação contínua, que prioriza todas as etapas presentes para a construção dos significados pretendidos.

Quanto à avaliação, o estudo de MF nesta proposta didática, prioriza o processo e não somente o resultado final. É papel de o professor observar e avaliar desde a construção da planilha às discussões ocorridas, bem como as estratégias escolhidas na resolução dos problemas propostos e também seu esforço para resolvê-los. (REIS, 2013, p.38).

Contudo, em sua proposta, não aparecem comentários ou um desenho de como poderia ser realizada esse tipo de avaliação. Não aparecem explicações, por exemplo, referentes a quais as características e os aspectos são mais relevantes para a resolução de uma tarefa, qual o peso dado para cada etapa, como se poderia corrigir ou reavaliar um possível erro de um aluno, etc.

Alta demanda cognitiva

Conforme comentado no critério de idoneidade epistêmico, especificamente no componente relacionado à riqueza de processos, a autora argumenta que em sua proposta didática há riqueza de processos e alta demanda cognitiva (generalização, conexões intramatemáticas, conjecturas, etc.). Com efeito, quando se analisam algumas das tarefas propostas, entende-se que há a exigência de certa demanda cognitiva, visto que muitas atividades exigem uma conexão com o cotidiano e uma reflexão sobre a tomada de decisão, conforme o exemplo abaixo:

2. Fabiano tem duas opções de pagamento na compra de um televisor: i) três prestações mensais de R\$ 160,00 cada; ii) sete prestações mensais de R\$ 70,00 cada. Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês, qual a melhor opção que Fabiano possui? (REIS, 2013, p.110).

Visto que não há uma reflexão mais aprofundada em relação aos conhecimentos prévios dos alunos, tampouco quanto à forma de avaliação dos conceitos apreendidos, classificamos o uso desta idoneidade, pela autora, no nível 1.

IDONEIDADE INTERACIONAL

Interação docente-discente

Há certa preocupação da autora com a organização dos alunos e de como o professor deve proceder no transcorrer de cada atividade. Em vários momentos, ela detalha

quais as são os conceitos-chave ou as ideias principais que o professor deve colocar ênfase.

Vejamos os exemplos abaixo:

3. Numa classe de 25 alunos, 16 são homens. Qual a porcentagem de mulheres nessa classe? [...] 4. Uma mercadoria sofreu um aumento de 25% em seu preço. Um cliente exigiu do vendedor um desconto sobre o novo preço, a fim de pagar por ela o mesmo que antes. Qual é o desconto que ele deve pedir? [...] Para o Exemplo 3, o objetivo é o identificar que porcentagem representa o valor 16 do valor referencial 25. Mas é necessário apresentar problemas mais sofisticados, que apareçam descontos ou aumentos sucessivos. No Exemplo 4, a solução de imediato parece óbvia, mesmo com cálculos simples é necessária uma interpretação correta para não ser induzido ao erro. (REIS, 2013, p. 49-50).

Outro tema em evidência na proposta é o conceito de juros. A próxima seção aborda exatamente esse conceito. Escolhemos essa reportagem que se justifica por apresentar uma situação de aprendizagem comum à vida dos estudantes. A questão de juros abusivos, a falta de informação sobre o uso correto, o funcionamento do cartão de crédito, a aritmética envolvida nos números do cartão de crédito, são fatores essenciais para uma boa discussão em sala de aula. Na sequência, apresentamos uma reportagem da Zero Hora (2012) que trata sobre esse assunto. [...] A sugestão é que o professor trabalhe o texto anterior com seus alunos, enfatizando que como a maior inadimplência, segundo a reportagem de Zero Hora, está no cartão de crédito, e possa explicar como este sistema funciona. (REIS, 2013, p. 50-52).

Sugere-se que o professor explique como funciona a fatura do cartão de crédito e discuta com os alunos sobre o assunto. O objetivo das atividades é mostrar a partir da matemática, que a forma mais sensata de manter o cartão de crédito é pagando o valor total da fatura (REIS, 2013, p.55).

Ao planejar as ações em sala de aula, o professor precisa ter segurança para selecionar situações de aprendizagem. Estas situações podem ser propostas a partir de questões expressas em situações do dia a dia de seus alunos. É importante que cada professor conheça a realidade de seus alunos e a partir de seu conhecimento, introduza situações que lhes retornem em conhecimento. (REIS, 2013, p.44).

As atividades propostas pela autora visam a conceituar o tema de forma gradual e clara, contudo, a autora não comenta como faria a gestão ou transição dos casos particulares trabalhados para os casos gerais.

Embora dois descritores relacionados à interação docente-discente estejam contemplados na proposta, o autor não apresenta comentários de como poderiam ser resolvidos certos conflitos de significado que poderiam surgir nos alunos. Tampouco apresenta uma reflexão de como chegar a consensos em base no melhor argumento.

Interação entre discentes

A autora apresenta um comentário de como deve ser a organização da classe para que, de alguma maneira, se favoreça o diálogo, a comunicação e a inclusão entre os estudantes. Vejamos o exemplo de atividade sugerida pela autora:

Dentre os temas: financiamento de carro, financiamento de casa, empréstimos, compras, cartão de crédito ou aplicações financeiras, escolha um e procure em jornais, revistas ou Internet, notícias referentes a estes assuntos. Faça uma pesquisa mais detalhada sobre sua notícia e prepare uma apresentação para seus colegas em *Power Point*. (REIS, 2013, p.43).

Autonomia e Avaliação formativa

No TCC de Reis (2013), não há menções sobre avaliação formativa e diálogo entre alunos. As atividades sugeridas exigem certa autonomia, visto que em alguma delas - conforme mencionado anteriormente - exigem o processo de tomada de decisão, mas não é possível avaliar visto que a proposta não foi implementada.

Dado o baixo uso dos descritores que compõem o critério de idoneidade interacional, em especial, a falta de reflexão sobre a resolução de possíveis conflitos de significad, e a pouca elaboração no plano organizativo da classe, avaliamos em 1 o nível desta idoneidade.

IDONEIDADE MEDIACIONAL

Recursos materiais (Manipulativo, calculadora, computador)

O autor explica quais tipos de materiais e como serão utilizados na sequência das atividades. Essa preocupação se estende à espécie de material utilizado para determinada atividade, como, por exemplo, notícias, modelos de boleto de cartão de crédito, etc. para as tarefas nas quais ele considera para retomada de conhecimentos prévios e introdução de novos conceitos presentes na Matemática Financeira. Além disso, explica em seu relato, onde e como utilizou tais recursos. A autora atribui grande importância ao uso da planilha eletrônica, quando a atividade está relacionada a cálculo de montante, aplicações e empréstimos. Abaixo, segue duas evidências encontradas no TCC de Reis (2013). A primeira trata da importância do uso das planilhas no ensino de matemática e a segunda

mostra parte de uma atividade sugerida para cálculo da prestação utilizando a planilha de cálculo.

O uso de planilhas eletrônicas é essencial. A facilidade nos cálculos oportuniza ao professor explorar conceitos matemáticos. É uma oportunidade para o diálogo, para que o aluno apresente seu conhecimento sobre tecnologias, compartilhe ideias. A próxima atividade apresenta uma reportagem que aborda as dívidas, em particular sobre o cartão de crédito. O intuito é que o aluno saiba realizar a escolha entre pagar o valor total da fatura do cartão ou o valor mínimo. Isso instiga o aluno a fazer os cálculos e assim decidir racionalmente sobre a opção mais conveniente. (REIS, 2013, p.50).

Agora, o aluno deverá calcular o valor da prestação. Desse modo ele irá digitar na célula D4 a fórmula $F4 + E4$, conforme apresentado na figura 19.

Figura 41 - Atividade na planilha

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	empréstimo	20000											
3	taxa	0,91	Saldo Devedor	Prestação	Juros	Amortização							
4	parcelas (n)	12	20.000,00	=F4+E4	182,00	1.666,67							
5		11				1.666,67							
6		10				1.666,67							
7		9				1.666,67							
8		8				1.666,67							
9		7				1.666,67							
10		6				1.666,67							
11		5				1.666,67							
12		4				1.666,67							
13		3				1.666,67							
14		2				1.666,67							
15		1				1.666,67							
16		0				1.666,67							

Fonte: Reis (2013).

Número de alunos, horário e condições da sala de aula e Tempo

Não há menções sobre o tempo, tampouco sobre o número de alunos e condições da classe (somente algumas críticas gerais à formação e atuação do professor na contemporaneidade). Em relação a este componente, o autor não realiza nenhum comentário. Portanto, implicitamente, supõe-se que não refletiu sobre este aspecto.

Avaliamos este critério em 2, pois embora a autora não contemple todos os descritores relacionados a cada componente deste critério, ela realiza comentários importantes referentes ao uso de materiais (notícias, documentos) do cotidiano do aluno e da planilha eletrônica. Esta última aparece tanto no decorrer das atividades, quanto em uma

seção teórica, em que a autora justifica a importância de tal recurso para o ensino e aprendizagem de Matemática Financeira.

IDONEIDADE EMOCIONAL

Segundo a autora, são propostas atividades que motivam os alunos visto o grau de realidade que elas representam. Além disso, no TCC de Reis (2013), são propostas situações que permitem avaliar a utilidade matemática na vida cotidiana e profissional. Em particular, são propostas atividades que favorecem a argumentação e tomada de decisão.

Contudo, não se percebem comentários da autora sobre a possível implicação dos alunos nas atividades, ou que as tarefas favoreçam a argumentação em um contexto de igualdade ou promovam a autoestima. Tampouco há reflexões sobre as qualidades de estética e precisão da matemática.

Dada a pouca reflexão da autora sobre os componentes presentes no critério de idoneidade emocional, avaliamos o nível de utilização em 1.

IDONEIDADE ECOLÓGICA

Inovação didática

Segundo as orientações fornecidas pelo banco indutor do TCC, os professores têm de justificar que suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. Para a autora, a proposta apresentada também é inovadora, pois aborda conteúdos de Matemática Financeira significativos aos alunos, visto que trabalha com temas e situações reais, do cotidiano do estudante, auxiliando-os nas suas futuras tomadas de decisão, fazendo com que eles compreendam seus papéis como cidadãos.

Adaptação ao currículo

A autora argumenta e defende a escolha do tema Matemática Financeira, pois esta aborda alguns conteúdos que estão contemplados no currículo da Educação Básica (álgebra, funções, números e operações, etc.). Além disso, a autora apresenta justificativas

com base no currículo para o uso de materiais, em particular, recursos tecnológicos e para o uso de situações contextualizadas que fazem parte do dia-a-dia do educando.

Em particular, para o ensino de MF, os Pensa abordam conteúdo dentro do Tema 1- Álgebra: números e funções, destacando como relacioná-los com atividades no mundo real. O primeiro tema ou eixo estruturador, Álgebra, na vivência cotidiana se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. (BRASIL, 2000, p. 120, apud REIS, 2013, p.20).

Ainda os Pensa sugerem uma aplicação para o ensino de funções, que: Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas. As funções exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. (BRASIL, 2000, p.121 apud REIS, 2013, p.20).

Em uma versão mais recente dos Pensa, destaca-se que o trabalho com Números e Operações, deve, [...] proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do cotidiano, tais como: [...] operar com frações, em especial com porcentagens; [...] Por exemplo, o trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários. (BRASIL, 2000, p. 71 apud REIS, 2013, p. 20).

Quando os Pensa abordam sobre o impacto provocado pela tecnologia na sociedade, destaca que a tecnologia é um recurso que pode subsidiar a aprendizagem da MF, considerando uma formação que capacita para o uso de calculadora e planilhas eletrônicas. Planilhas oferecem um ambiente adequado para experimentar sequências numéricas e explorar algumas de suas propriedades, por exemplo, comparar o comportamento de uma sequência de pagamentos sob juros simples e juros compostos. Também oferecem um ambiente apropriado para trabalhar com análises de dados extraídos de situações reais. (BRASIL, 2000, p.89 apud REIS, 2013, p.21).

Para além das justificativas dadas pela autora para defender a qualidade e a importância de sua proposta com base nos parâmetros curriculares, ela apresenta uma reflexão sobre conteúdos que poderiam ser incorporados na base curricular, em particular, o tema sobre empréstimos por meio da abordagem dos sistemas SAC e PRICE.

Outra sugestão desta proposta didática é a abordagem do assunto de empréstimos. Esse conteúdo geralmente não é abordado no EM, mas é

importante que faça parte do currículo, pela necessidade de informação que o aluno deve obter ao concluir esta etapa de escolarização (REIS, 2013, p.69).

Conexões intra e interdisciplinares

Em relação a este componente, percebe-se que, no TCC de Reis (2013), as conexões intramatemáticas aparecem, por exemplo, nas tarefas relacionadas a empréstimos, as quais relacionam taxa de juros e progressão geométrica. Além disso, a autora propõe atividades sobre o cálculo de juros que, além da forma de resolução por meio do uso da fórmula matemática, podem ser resolvidas por meio do cálculo de porcentagens e regras de três.

A Matemática Financeira é uma importante aplicação de progressões geométricas (PG). A operação básica da Matemática Financeira é a operação de empréstimo. (REIS, 2013, p.50).

No TCC analisado, não aparecem situações ou reflexões explícitas da autora quando ao estabelecimento de relações interdisciplinares, porém, implicitamente, as atividades por ela proporcionadas podem ser interpretadas e resolvidas dentro do campo da Economia e Finanças e, nesse sentido, mesmo que implicitamente, acreditamos que há certa conexão interdisciplinar.

Além disso, em vários momentos da dissertação, a autora enfatiza que sua proposta tem como intuito o estabelecimento de conexões entre o conhecimento matemático e as situações da vida real dos alunos, a fim de que:

A proposta didática que apresentaremos neste trabalho se diferencia dos demais, pois objetiva relacionar conhecimento científico a problemas reais da vida do aluno para que os mesmos se tornem significativos e gerem aprendizagens (REIS, 2013, p.31).

Utilidade sócio laboral

Visto que a proposta de Reis (2013) tem como base os ideais da Educação Matemática Crítica, as atividades e os argumentos apresentados pela autora para justificar a importância das tarefas que propõe estão estritamente vinculados ao desenvolvimento da

cidadania e do pensamento crítico do aluno e visam auxiliá-lo e orientá-lo no processo de tomada de decisão.

O novo Ensino Médio, em termos da lei, assume a responsabilidade de completar a educação básica. Seja este preparatório para o ensino superior ou profissionalizante, significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para a aprendizagem permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente para o mundo do trabalho. (REIS, 2013, p.19)

Cada conteúdo abordado foi pensado a partir de uma situação realmente vivida por um cidadão. O corpus das atividades baseia-se em notícias de jornais, revistas e Internet e a escolha desses recursos justifica-se pela necessidade de informação e de alternativas em uma tomada de decisões. Um cidadão bem informado é cômico a analisar e tomar decisões que lhe sejam convenientes. (REIS, 2013, p.40).

Além disso, é importante ressaltar que, embora a autora não apresente argumentos específicos de como a Matemática Financeira vá inserir o aluno no mercado de trabalho, ela justifica a importância de seu TCC dizendo que ele traz elementos para que o aluno desenvolva competências que o permitam reconhecer e interpretar a matemática presente nas relações sociais, assim como ser capaz de resolver os problemas do cotidiano e da sociedade de maneira crítica e consciente.

Para tanto, o que desejo propor através desta dissertação é que precisamos nas escolas públicas ou privadas uma educação pela Matemática. Precisamos ter certeza de que, ao final do Ensino Médio, o aluno seja capaz de reconhecer a Matemática nas relações sociais, mas que não seja formatado por ela, desenvolvendo consciência crítica para tomar decisões quanto a Matemática nas suas interações na sociedade. (REIS, 2013, p.85).

Por outro lado, queremos que tal proposta favorece o ensino da MF para que os estudantes envolvidos nesse processo de aprendizagem entendam melhor seus papéis sociais como consumidores, pesquisadores e, ainda, como futuros cidadãos ou profissionais da atual sociedade. (REIS, 2013, p.87).

Embora a autora não faça menções diretas sobre a conexão interdisciplinar e utilidade laboral de sua proposta inovadora, ela justifica a importância dela para o desenvolvimento social do aluno, mostrando inclusive, que além do processo de contextualização, as atividades permitem o estabelecimento de conexões intramatemáticas. O trabalho também explicita que a proposta está de acordo com o que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, tanto em relação ao conteúdo abordado, como a forma e os instrumentos melhor adequados para serem trabalhados em sala de aula. Por tais

justificativas, avaliamos em 3 o nível de reflexão da autora em relação à idoneidade ecológica.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE

Ao analisarmos este TCC, concluímos que a autora apresenta uma reflexão mais elaborada em relação aos critérios epistêmico, mediacional e, principalmente, o ecológico. O melhor desenvolvimento deste último pode ser justificado pela escolha inovadora de sua proposta - abordar conceitos de Matemática Financeira por meio da perspectiva da Educação Matemática Crítica -, visto que tal perspectiva tem como foco a abordagem de conteúdos visando à contextualização e desenvolvimento da cidadania e pensamento crítico.

A baixa reflexão da autora quanto aos componentes que formam os critérios cognitivo, emocional e interacional, pode estar relacionada ao fato de que a proposta não tenha sido aplicada em sala de aula e, nesse sentido, é difícil verificar argumentos de como os alunos aprenderam tais conceitos, como resolveram os conflitos de significados ou como o tempo de trabalho em cada atividade pode favorecer a aprendizagem do aluno.

Nesta seção, por meio da análise detalhada de 10 TCC que contemplam os diferentes tipos de inovação (introdução de conteúdos de nível superior na Educação Básica, estabelecimento de conexões intramatemáticas, estabelecimento de conexões extramatemáticas, incorporação de recursos tecnológicos, incorporação de recursos visuais e manipulativos e desenvolvimento da cidadania e pensamento crítico) e as diferentes fases do processo de instrução (planejamento, implementação e redesenho), respondemos aos objetivos (iii)²⁸ e (iv)²⁹ desta pesquisa de doutoramento. Para esse fim, utilizou-se a observação de que os critérios utilizados para justificar que propostas promovem uma melhoria no ensino de matemática, se relacionam, sobretudo, com o critério de idoneidade epistêmica, ecológica e, em menor medida, com o critério mediacional e que outros critérios como o cognitivo, o emocional e o interacional aparecem muito pouco

²⁸ (iii) Mapear as características da análise em didática realizada nos Trabalhos de Conclusão de Curso para justificar que a proposta apresentada representa uma melhoria no ensino de matemática.

²⁹ (iv) Estudar a relação que há entre a realização das propostas que foram implementadas e o tipo de análise em didática realizada.

desenvolvidos. Essa evidência nos leva à conclusão de que as reflexões relacionadas aos critérios que ganham peso no momento da implementação, como o cognitivo, relacionado à aprendizagem dos alunos, ou como o interacional e o emocional, relacionados à gestão da aula, só aparecem, melhor detalhados na reflexão dos autores que realizaram a implementação e/o redesenho da sequência didática.

Além disso, os professores que aplicaram a proposta manejam uma maior quantidade de critérios, e seus respectivos descritores aprofundam-se de maneira significativa em alguns critérios e seus componentes. Os descritores também se preocupam com o equilíbrio no uso dos diferentes critérios (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico), manifestando, inclusive, os critérios que não foram contemplados durante a implementação - a questão da busca pelo equilíbrio aparece evidente no caso de Lopes (2014), Bastos (2014), Abegg (2014) e Dierings (2013). Ao passo que, para o grupo de professores que não implementaram a proposta, a questão do equilíbrio no uso dos critérios não aparece como um problema, pois nos argumentos evidenciados em seus planejamentos os autores pressupõem que vão conseguir a motivação ou a aprendizagem dos alunos com bastante facilidade. O que se destaca é que os professores que aplicaram a proposta realizam uma análise em didática, ou seja, uma reflexão mais madura e refinada em relação aos critérios de idoneidade.

Na presente pesquisa, mostramos a classificação dos trabalhos finais de curso quanto à inovação e o processo de instrução, mapeamos as justificativas apresentadas pelos autores que indicam que suas propostas são inovadoras e representam um ensino de matemática de melhor qualidade, apresentamos os níveis de utilização dos critérios de idoneidade dos 29 Trabalhos de Conclusão de Curso que contemplam pelo menos uma das fases dos processos de instrução e detalhamos a análise em didática de dez casos. Na sequência, apresentamos as conclusões obtidas a partir deste estudo e como tais resultados atendem aos objetivos iniciais propostos. Além disso, mostramos alguns desdobramentos e possibilidades de continuidade deste estudo.

*Capítulo VI. Das considerações finais: resultados e
perspectivas do estudo*

Os estudos que conduziram nossa investigação foram, desde o princípio, permeados pelas dúvidas e inquietações em relação à vontade de encontrar respostas relevantes para a seguinte indagação: *de que maneira os professores que realizam o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional concebem a melhoria do ensino de matemática?*

A busca pela resposta de tal questão nos levou a aprofundar nossos conhecimentos sobre o que se entende e qual a nossa posição a respeito da melhoria do ensino de matemática. Para isso, investigamos a eficácia dos programas de desenvolvimento docente, tendo, como interesse verificar as características necessárias a esses programas para que verdadeiramente contribuam com "a melhoria do ensino" de matemática. Nessa pesquisa, revisamos as principais tendências que atualmente apresentam-se como guia para implementação de processos de ensino de matemática de qualidade; fizemos uma reflexão sobre a incorporação de algumas destas tendências na Educação Matemática, mesmo que não haja um consenso sobre a noção de "qualidade" delas, nem mesmo consenso sobre os "métodos para a avaliação e melhora dos processos de ensino e aprendizagem da matemática".

Dentre duas perspectivas que estudamos - a perspectiva positivista e a consensual - sobre como avaliar a qualidade dos processos de instrução matemática, justificamos a nossa opção pela última. Abordamos a problemática do uso de critérios para avaliar e justificar a melhora dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, como parte da análise em didática que os professores deveriam realizar. Também revisamos diversos autores e enfoques - entre eles, o Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) - que tem investigado sobre a forma em que o conhecimento dos professores se faz evidente na justificativa que dão sobre a qualidade de suas propostas didáticas. Justificamos a nossa opção por utilizar os critérios de idoneidade didática e os componentes e descritores que os fazem operativos e abordamos uma revisão da literatura, na qual, apresentamos as investigações que se utilizaram destes critérios na formação de professores de matemática em diferentes países do mundo.

Na busca por responder nossa questão de pesquisa, estudamos e mostramos algumas normas que regem o mestrado profissional no Brasil, adentrando, de modo mais específico, nas características que devem apresentar os mestrados profissionais em ensino, especialmente as características implicadas para a realização do trabalho final de curso. Detalhamos, também, aspectos relacionados ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), mostrando seus objetivos, características e funcionamento,

além de apresentarmos alguns resultados da avaliação externa realizada pela CAPES no ano de 2013. Também listamos as investigações que, atualmente, estão sendo realizadas.

Metodologicamente, nos posicionamos em relação ao paradigma pragmatista de investigação, detalhando os procedimentos eleitos para a realização da análise e interpretação dos dados selecionados para esta pesquisa. Para alcançar o objetivo proposto, no intuito de identificar informações nos documentos (TCC) a partir das nossas questões de interesse, este trabalho apoiou-se em uma metodologia de investigação qualitativa, baseada na compreensão e interpretação dos dados. Operacionalmente, selecionamos vinte e nove TCC realizados e publicados, nos anos de 2013-2014, pelo PROFMAT no Rio Grande do Sul, e os classificamos considerando dois aspectos qualitativos: tipo de inovação e processo de instrução (planejamento, implementação e redesenho).

Após a primeira classificação, considerando que quatro dos vinte e nove TCC não apresentam processo de instrução, por meio de um processo de triangulação de investigadores que manejam as ferramentas propostas pelo EOS, analisamos as razões que os autores, de cada um dos 25 TCC, utilizam para justificar a inovação de suas propostas. A análise consistiu, basicamente, em selecionar evidências nas quais o autor trata de justificar que a sequência de tarefas propostas em seu TCC representa uma melhora no ensino do objeto matemático referido em seu Trabalho de Conclusão de Curso. Tais evidências foram detalhadas na análise de 10 TCC e referem-se ao uso explícito e implícito de alguns dos componentes e descritores dos diferentes critérios de idoneidade didática propostos pelo Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (GODINO, BATANERO e FONT, 2007; 2008).

Com o objetivo geral de *analisar o significado de melhoria do ensino de matemática atribuído pelos professores que cursaram o Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT)*, propusemos os seguintes objetivos específicos: (i) classificar as propostas de inovação desenvolvidas nos Trabalhos de Conclusão de Curso; (ii) identificar as fases contempladas no processo de instrução propostos nos trabalhos finais; (iii) mapear as características da análise em didática realizada nos Trabalhos de Conclusão de Curso para justificar que a proposta apresentada representa uma melhoria no ensino de matemática e (iv) estudar a relação que há entre a realização das propostas que foram implementadas e o nível de análise em didática realizada.

O resultado com relação ao primeiro objetivo é o que, embora se evidencie nos 29 TCC, inovações relacionadas à incorporação de materiais manipulativos e introdução à

cidadania e pensamento crítico, a maioria dos trabalhos, assume a ideia de inovação que denominamos de inovação matemática (a incorporação de conteúdos de nível superior na Educação Básica, o estabelecimento de conexões intramatemáticas e o estabelecimento de conexões extramatemáticas) e inovação em recursos informáticos (especialmente *softwares* de geometria dinâmica e planilha de cálculo). Embora as inovações assumidas nos TCC sejam relevantes no campo da Educação Matemática - pois conforme apontam as tendências atuais no Ensino de Matemática incorporar tais inovações possibilita uma aula de matemática de mais qualidade (conforme apontado na seção 2.2 desta tese) -, resulta significativa a ausência de outras maneiras de entender a inovação no ensino de matemática. Por exemplo, nenhum dos trabalhos aborda a ideia de inovação no âmbito de novas estratégias avaliativas, na gestão e organização das classes ou em tarefas específicas para tratar o tema da diversidade em sala de aula.

Em relação ao segundo objetivo, a maioria dos trabalhos finais de mestrado apresenta, como mínimo, o planejamento de uma sequência didática, apenas um incorpora o redesenho e quatro não apresentam processo de instrução. Por fim, gostaríamos de ressaltar que o aspecto relacionado aos processos de instrução apresenta um papel secundário - não é dada ênfase ao processo de instrução quando da realização dos TCC -, pois dos vinte e nove trabalhos, pensamos ser relevante destacar que quatro deles não contemplem nenhuma fase de tal processo (planejamento, implementação ou redesenho), que treze se limitem apenas ao planejamento, que somente onze realizem a implementação da proposta e que, apenas um apresente uma reflexão sobre a aplicação de um redesenho.

O mapeamento das características da análise em didática realizada nos trabalhos de conclusão de curso para justificar que a proposta apresentada representa uma melhoria no ensino de matemática, terceiro objetivo específico proposto nesta tese, começa a ser respondido quando buscamos os argumentos que os autores dos TCC usam para justificar que a inovação proposta por eles possibilita uma melhoria no ensino de matemática na Educação Básica.

Os autores dos TCC que abordam a incorporação de conteúdos matemáticos de nível superior na Educação Básica entendem tal inovação nos termos de uma mudança do conteúdo matemático, a qual permite novas maneiras de relacionar e abordar conteúdos matemáticos; a realização de processos relevantes (por exemplo, a generalização, modelação de situações extramatemáticas, estabelecimento de relações intramatemáticas e significação) e aulas mais atrativas que despertam o interesse dos alunos.

Os argumentos dados pelos professores para justificar que incorporar atividades que visam o estabelecimento de relações intramatemáticas favorece a melhoria do ensino de matemática são as de que este tipo de relação, além de motivar os alunos, faz com que os estes realizem processos matemáticos relevantes para sua formação - como a intuição, a argumentação e a investigação -, ampliando o significado dos diferentes conteúdos e a possibilidade de interpretação dos resultados dentro dos diferentes pontos de vista da matemática. Já as justificativas dadas para incorporar atividades que visam o estabelecimento de relações extramatemáticas são as de que este tipo de relação favorece a melhoria do ensino de matemática, pois, além de motivar e estimular a aprendizagem dos alunos faz com que eles realizem processos matemáticos relevantes para sua formação - como a resolução de problemas, a investigação (coletar, registrar, criar hipóteses e comunicar dados) e a argumentação - gerando aprendizagens significativas por meio das vivências dos conceitos trabalhados em aula e da cooperação do trabalho em equipe.

Em relação à incorporação das TIC, embora haja poucas evidências que indiquem que a incorporação de tais recursos promove uma riqueza de processos matemáticos (no sentido de que as tarefas propostas geram processos relevantes para a atividade matemática, como: processos de modelação, argumentação, resolução de problemas, etc.), os professores, de maneira geral, argumentam que este tipo de inovação promove a melhoria do ensino de matemática, pois estes recursos estimulam, motivam, tornam as aulas atrativas, são ferramentas que facilitam a abordagem de conceitos e a resolução de problemas.

Quanto à inovação em recursos, a autora do TCC no qual esse aspecto inovador é assumido, justifica que seu trabalho promove uma melhoria no ensino de matemática, pois revisar conceitos de Geometria Plana e introduzir conceitos de Geometria Espacial por meio do uso de recursos materiais manipulativos e visuais torna as aulas mais atrativas e prazerosas e permite que o aluno aprenda os conceitos sem a necessidade de memorização de fórmulas. Por fim, a autora do TCC que aborda como inovação o planejamento de atividades que desenvolvem a cidadania e o pensamento crítico justifica que seu trabalho promove uma melhoria do ensino de matemática, pois aborda atividades que são significativas para os alunos, de tal forma que os estimule a reconhecer, interpretar, atuar e tomar decisões no mundo em que vivem, além de despertar o interesse dos educandos.

Na continuidade, ao buscarmos responder o terceiro objetivo desta tese, observamos que os critérios utilizados para justificar que as propostas promovem uma

melhoria no ensino de matemática, se relacionam, sobretudo, com o critério de idoneidade epistêmica, ecológica e, em menor medida, com o critério mediacional e que outros critérios como o cognitivo, o emocional e o interacional aparecem muito pouco desenvolvidos. Este resultado apresenta-se coerente com o segundo objetivo específico, pois o Banco Indutor do PROFMAT não fomenta a obrigatoriedade da aplicação da sequência didática e permite, assim, a confecção de um TCC que aborde somente o planejamento. Esse fato nos leva à conclusão de que as reflexões relacionadas aos critérios que ganham peso no momento da implementação, como o cognitivo, relacionado à aprendizagem dos alunos, ou como o interacional e emocional, relacionados à gestão da aula, só aparecem de maneira mais elaborada na reflexão dos autores que realizaram a implementação e/o redesenho da sequência didática.

Precisamente, o quarto objetivo específico desta tese está focalizado sobre os professores que realizaram as experimentações de suas sequências didáticas em sala de aula, em especial, sobre o tipo de reflexão que tais professores realizam e que diferenças existem entre suas reflexões em relação a dos professores que não realizaram a aplicação das atividades planejadas. Os professores que implementaram a proposta manejam maior quantidade de critérios e seus respectivos descritores aprofundam-se de maneira significativa em alguns componentes relacionados a determinado critério. Preocupam-se, também, com o equilíbrio no uso dos diferentes critérios (epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico), manifestando, inclusive, os critérios que não foram contemplados durante a implementação.

Já para o grupo de professores que não implementaram a proposta, a questão do equilíbrio no uso dos critérios não aparece como um problema, pois nos argumentos evidenciados em seus planejamentos os autores pressupõem que vão conseguir a motivação e aprendizagem dos alunos com bastante facilidade. De qualquer forma, destaca-se o fato de que os professores que aplicaram a proposta realizam uma análise em didática mais aprofundada, ou seja, realizam uma reflexão mais madura e refinada em relação aos critérios de idoneidade.

Embora o PROFMAT tenha o objetivo instrumental de qualificar os professores no domínio aprofundado do conteúdo matemático e caracterize-se como um mestrado profissional em matemática, este programa, além de ter como público alvo professores de matemática que atuam nas mais diversas escolas da Educação Básica do país, apresenta, em sua centralidade, o objetivo de melhorar o ensino de matemática em todos os níveis.

Tomando como referência o objetivo central do PROFMAT, acreditamos que disponibilizar, predominantemente, disciplinas obrigatórias e eletivas de cunho matemático e oferecer poucas disciplinas (somente eletivas) relacionadas ao campo da Educação Matemática (como, por exemplo, matemática e atualidade, modelagem matemática e avaliação educacional), pode ser um dos fatores para que a "melhoria do ensino de matemática não se efetive" ou que o "impacto na prática didática não aconteça". Um exemplo claro que comprova essa realidade foi um dos resultados desta tese, segundo o qual quatro dos 29 TCC sequer apresentaram alguma fase do processo de instrução. Além disso, por trabalharem aspectos altamente desenvolvidos sob o ponto de vista matemático, acabaram por se distanciar, de forma significativa, dos impactos que poderiam ocasionar na prática didática e pedagógica desses professores.

Nessa perspectiva, consideramos interessante que os mestrados profissionais que estejam relacionados à área de ensino, em particular ao ensino de matemática - proporcionados aos professores que estão em exercício -, apresentem um currículo que contemple, além de conteúdos matemáticos, uma formação didático-pedagógica. Acreditamos que a associação entre o conteúdo disciplinar e os saberes didático-pedagógicos deve ser materializada na elaboração de um "produto final" que apresente os resultados de forma crítica e que sirva, também, como material de apoio para que outros professores, a partir das leituras dos resultados encontrados nos TCC, possam repensar e reelaborar as suas práticas de ensino.

Tal "produto final", no nosso entendimento, pode ser apresentado no formato de um relato de experiência e intervenção com uso de estratégias/metodologia de ensino de tal forma que se mostre os resultados obtidos. Para o PROFMAT, em particular, os trabalhos finais, além de serem entendidos como a materialização das aprendizagens ocorridas durante a realização do curso, devem ser inovadores e apresentarem, preferencialmente, a aplicação direta em sala de aula, de modo que possam causar certo impacto na prática didática.

A primeira conclusão à qual chegamos é a de que o PROFMAT, ao solicitar trabalhos finais de mestrado que proponham propostas de sequências didáticas que visam causar um impacto na prática do ensino de matemática, deveria refletir sobre a importância para sua experimentação. Ademais, deveria pensar sobre a imprescindibilidade de que se apresentasse uma reflexão sobre tal implementação, pois, por meio de nosso estudo, um fato que nos parece pertinente, por exemplo, é o de que antes de acontecer a aplicação de

uma sequência didática, certos critérios como o emocional e o interacional podem parecer pouco importantes. Porém, após a aplicação, eles podem se apresentar extremamente importantes, visto que a má organização de uma aula, ou uma sequência de atividades que seja rechaçada pelos alunos pode afetar, de maneira significativa, os aspectos epistêmico e cognitivo e, nesse sentido, uma reorganização de ditos critérios possibilita um melhor aproveitamento, no ponto de vista da aprendizagem, da atividade matemática que se pretende ensinar.

Além disso, a análise dos 25 TCC e o detalhamento dos dez casos apresentados nos mostra que a reflexão realizada pelos professores vai mais além de uma reflexão espontânea. Contudo, esta reflexão não está suficientemente guiada, entre outras razões, pela falta de uma pauta explícita e ampla que sirva para orientar a análise em didática dos professores que realizam o PROFMAT.

Devido aos resultados que encontramos, concluímos que esta investigação gera elementos de *feedback* que permitem dar algumas sugestões para a melhora de dito programa desde o ponto de vista da didática da matemática. Convém assinalar que uma possibilidade para tal melhora é a necessidade de reflexão sobre a importância da implementação e análise da sequência didática proposta. Além disso, salienta-se a necessidade de refletir sobre uma possível elaboração de critérios ou pautas para melhorar o nível de análise em didática dos professores que realizam tal mestrado, desde que estas pautas sejam pensadas e organizadas de acordo com o contingente e com as circunstâncias que inscrevem e circunscrevem os diferentes contextos nos quais se está trabalhando.

Consideramos que há três perspectivas para estudos futuros relacionados a este trabalho investigativo. Uma delas é o estudo por extensão, que significa, ou ampliar o estudo para os TCC produzidos em outros estados do Brasil dentro do mesmo período contemplado nesta pesquisa (2013-2014), ou analisar os trabalhos de conclusão publicados a partir de 2015 a fim de verificar se eles seguem as mesmas características de análise em didática dos apresentados nesta tese.

A segunda perspectiva deste estudo seria analisar a coerência entre as justificativas dadas pelo autor e a proposta propriamente dita. Este tipo de análise nos levaria a verificar a importância e a qualidade no uso de determinados critérios, pois, na nossa concepção, após a confecção do TCC, devem-se criar espaços de triangulação - para análise da sequência didática que está sendo apresentada - entre o mestrando, o orientador e a banca

de defesa do trabalho, a fim de que haja coerência entre os argumentos dados pelo autor e sequência didática proposta.

Já a terceira perspectiva deste estudo está voltada à reflexão e à análise em relação à temática "conhecimento do professor". Pelo fato de que esta problemática está disseminada nas teorizações de diversos autores e apresenta-se dentro de diferentes perspectivas teóricas, não tratamos desta questão nesta tese. Contudo, visto as análises realizadas e os resultados obtidos nesta investigação, acreditamos que abordar dita temática proporcionaria maior amplitude ao estudo aqui apresentado.

Através deste largo e aprofundado estudo, compreendemos, de maneira geral, que estimular a melhoria do ensino de matemática ou ocasionar um impacto positivo na prática didática - a partir de um programa de capacitação e formação docente - requer muito mais que o simples aprofundamento dos conteúdos disciplinares e o planejamento de uma proposta "inovadora". Nossas análises apontam que certo impacto pode ser ocasionado quando o professor consegue implementar e analisar, de forma sistemática, a sequência de tarefas por ele planejadas. Em outras palavras, a melhoria pode ocorrer mais facilmente e nitidamente quando o professor consegue realizar uma reflexão aprofundada e estabelecer um equilíbrio entre os distintos critérios - considerados como mínimo para que se tenha um ensino de matemática de qualidade - epistêmico, cognitivo, mediacional, interacional, emocional e ecológico, de tal forma que este professor, ao realizar a análise em didática de sua implementação, leve em consideração a ressignificação da maior parte dos aspectos "tecidos" e "acontecidos" em uma aula de matemática.

Difusão dos resultados

Do presente trabalho de investigação se derivaram as seguintes publicações em periódicos da área e capítulos de livro.

BREDA, A., FONT, V. e LIMA, V. M. R. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 8, p. 4-41, 2015.

BREDA, A.; LIMA, V. M. R.; PEREIRA, M. V. Papel das TIC nos trabalhos de conclusão do mestrado profissional em matemática em rede nacional: o contexto do Rio Grande do Sul. *Práxis Educacional (Online)*, v. 11, p. 213-230, 2015.

BREDA, A., FONT, V. e LIMA, V. M. R. Propuestas de incorporación de contenidos matemáticos de nivel superior en la educación básica: un estudio de los trabajos finales de curso del Máster Profesional en Matemáticas en la Red Nacional. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 8, p. 136-148, 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.3895/rbect.v8n3.3189>

BREDA, A.; LIMA, V. M. R. Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, v. 5, p. 74-103, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.17583/redimat.2016.1955>

BREDA, A., FONT, V., LIMA, V. M. R., PEREIRA, M. V., SILVA, J. F. Estudo de caso sobre análise em didática realizado em um trabalho final do Mestrado Profissional PROFMAT Brasil. *Alme 29*. Ciudad de Mexico. (Em prensa, publicação em julho de 2016).

Financiamento

Esta pesquisa foi realizada com auxílio financeiro da CAPES (bolsa de doutorado) e da CAPES/PDSE (bolsa de doutorado sanduíche no exterior) via processo número: 99999.004658/2014-00.

REFERÊNCIAS

- ALSINA, A. e DOMINGO, M. Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, v.13, p. 7-32, 2010.
- APEL, K.O. ¿Husserl, Tarski o Peirce? Por una teoría semiótico-trascendental de la verdad como consenso. En J. A. NICOLÁS y M. J. FRÁPOLI (Eds.), *Teorías de la verdad en el siglo XX*. Madrid: Tecnos, p. 597-616, 1997.
- ARAÚJO, M. S. T.; AMARAL, L. H. Motivação dos candidatos ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Unicsul. In: *XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física*, 2005, Rio de Janeiro. Caderno de resumos. Rio de Janeiro, 2005. v. 1, p. 1-4.
- ARAÚJO, M. S. T.; AMARAL, L. H. Impactos do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Unicsul sobre a atividade docente de seus estudantes: do processo de reflexão às transformações na prática pedagógica. *RBPG. Revista Brasileira de Pós-Graduação*, v. 5, p. 150-166, 2006a.
- ARAÚJO, M. S. T.; AMARAL, L. H. . A influência do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Unicsul nas perspectivas de desenvolvimento profissional dos estudantes. *Revista UNICSUL*, v. 14, p. 186-202, 2006b.
- ARAÚJO, M. S. T.; AMARAL, L. H. . Transformações na atividade docente dos Mestrados decorrentes do processo de reflexão estimulado pelo Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Unicsul. In: *X Encontro de Pesquisa em Ensino de Física*, 2006c, Londrina - Paraná. Anais do X Encontro de Pesquisa em Ensino de Física. São Paulo, 2006c. v. 1. p. 1-10.
- AZCARATE, C. *La velocidad: introducción al concepto de derivada*. 1990. Tesis doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona, 1990.
- BAIRRAL, M. *Desarrollo profesional docente en Geometría: análisis de un proceso de Formación a Distancia*. 2002. 272f. Tese de Doutorado em Didática da Matemática, Departamento de Didática das Ciências Experimentais e Matemática, Universidade de Barcelona, Barcelona, 2002.
- BAKHTIN, M. M. *Estética da criação verbal*. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BAKHTIN, M. *Marxismo e filosofia da linguagem*. São Paulo: HUCITEC, 2006.

BALL, D. L. Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, v. 51, p. 241-247, 2000.

BALL, D. L.; LUBIENSKI, S. T.; MEWBORN, D. S. Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In BALL, D.L., THAMES, M.H., e PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BASSANEZI, R. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. *Temas e modelos*. Campinas: UFABC, 2012.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Relime*, 8(3), p. 247-263, 2005.

BATANERO, C., BURRILL, G. e READING, C. *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education*. ICMI/IASE Study: The 18th ICMI Study, 2011.

BECKER, F. Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos. *Educação e Realidade*, Porto Alegre, RS, v. 19, n. 1, p. 89-96, 1999.

BECKER, F. *Educação e Construção do Conhecimento*. Porto Alegre: Penso, 2012.

BELFORT, E. e MANDARINO, M. "Implementação do "Pró-Letramento em Matemática". *Anais do IV HTEM*, volume eletrônico, Rio de Janeiro: UFRJ, 2008.

BELFORT, E. ; SANTOS, A. R.. Uma reflexão sobre ações de formação de professores no Brasil. *Revista Iberoamericana de Educación (Online)*, 2011.

BELLO, S. E. L., BRENDA, A. Saberes, práticas e dificuldades pedagógicas: Implicações curriculares para novos estágios de docência nos cursos de Licenciatura em Matemática. In: *IX Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM*, Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2007.

BIEMBENGUT, Maria Salett. *Modelagem matemática: implicações para o ensino-aprendizagem de matemática*. Blumenau: FURB, 1996. (mimeo).

BIRMAN, B. F. *et. al.* Designing professional development that works. *Educational leadership*, v. 57, n. 8, p. 28-33, 2000.

BISHOP, A. J. *et. al.* (Eds.). *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer A. P., 1996.

BISHOP, A. J. *et. al.* (Eds.). *Second International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer A. P., 2003.

BOSCH, M., ESPINOZA, L. e GASCÓN, J. El profesor como director de procesos de estudio: Análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *RDM. Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 23, n.1, 79-136, 2003.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*, São Paulo: Autêntica, v.2, 2001.

BRANDÃO, M. LATINI, R.; OLIVEIRA, L.R.; RÔÇAS, G. Produtos finais de um mestrado profissional: Um estudo de caso. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPEd, *Educação, cultura e conhecimentos na contemporaneidade: desafios e compromissos*, 29, Caxambu, 2006.

BRASIL. 1965. *Parecer CFE n.º 977*, de 3 de dezembro de 1965. Disponível em: <<http://www.ccpq.puc-rio.br/nucleodememoria/textosfinais/parecerCFE97765.pdf>>. Acessado em: 15 nov. 2014.

BRASIL. 2000. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio*, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em nov. 2014.

BRASIL. 2009. Portaria Normativa nº 7, de 22 de junho de 2009. *Dispõe sobre o mestrado profissional no âmbito da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)*. Ministério da Educação, 2009. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/port_mestrado_profissional1.pdf. Acesso em nov. 2014.

BRASIL. 2010. *Resolução no 03/2010 - Conselho Gestor Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional*, 10 de fevereiro de 2010. Disponível em:

http://www.profmtat-sbm.org.br/docs/relatorios/01_Documentos/Catalogo_Disciplinas.pdf. Acesso em nov. 2014.

BRASIL. 2013a. Uma análise quali-quantitativa de perfis de candidatos ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). *Relatório final do procedimento de análise quali-quantitativa de perfis de candidatos e aprovados no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)*, SBM, 2013a. Disponível em: http://www.profmtat-sbm.org.br/files/Arquivos%20do%20Site/Relatorio/SBM_PROFMAT_Quem_e_o_professor_DIGITAL_como_completo_com_anexos.pdf. Acesso em nov. 2014.

BRASIL. 2013b. *Avaliação suplementar externa do programa de mestrado profissional em matemática em rede nacional (PROFMAT)*, CAPES, 2013b. http://www.profmtat-sbm.org.br/files/Arquivos%20do%20Site/Relatorio/PROFMAT_Av_Suplementar.pdf. Acesso em nov. 2014.

BRASIL. 2013c. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Conselho Nacional da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica*. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. 2013c, 542p.

BRASIL. 2014. Lei Nº 13.005. *Aprova o Plano Nacional de Educação (PNE) e dá outras providências*. Ministério da Fazenda (MF); Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão (MP); Ministério da Educação (MEC), 25 de junho de 2014. Disponível em: <http://pesquisa.in.gov.br/imprensa/jsp/visualiza/index.jsp?data=26/06/2014&journal=1000&pagina=1&totalArquivos=8>. Acesso em nov. de 2014.

BREDA, A., FONT, V., LIMA, V. M. R. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 8, p. 4-41, 2015.

BREDA, A.; LIMA, V. M. R. Etnomatemática sob dois pontos de vista: a visão D'Ambrosiana e a visão Pós-Estruturalista. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, v. 4, n. 2, p. 4-31, 2011.

BREDA, A., LIMA, V. M., R e GUIMARÃES, G. T. D. A Etnomatemática nos cursos de formação continuada de professores: implicações das regularidades discursivas e das relações de poder na produção de subjetividades. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 5(1), 116-148, 2012.

CASTRO, C. H. La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, nº 11, p. 59-77, 2007.

CEVALLOS, I.O *Mestrado Profissional em Ensino de Matemática e o Desenvolvimento Profissional de Professores: um desafio institucional*. 2011. 248 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011.

CLEMENTS, K. *et. al.* (Eds.). *Third International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Springer, 2013.

CONTRERAS, L.; ORDÓÑEZ, J.; WILHELMI, M. Influencia de las pruebas de acceso a la Universidad en la enseñanza de la integral definida en el Bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*. 28(3), 367-384, 2010.

CONTRERAS, A., GARCÍA, M. e FONT, V. Análisis de un Proceso de Estudio sobre la Enseñanza del Límite de una Función. *Bolema*, v. 26, 667-690, 2012.

CORNU, B. Limits. In: TALL, D. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers, p. 153-167, 1994.

CRESWELL, J. W. *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approach*. Thousand Oaks, CA: Sage, 2009.

CRESWELL, J. W. *Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens*. Porto Alegre: Penso Editora LTDA, 3ª ed., 2013.

CZARNOCHA, B. *Handbook of Mathematics Teaching Research: Teaching Experiment - A Tool for Teacher-Researchers*. University of Rzeszów: Rzeszów, Poland, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomatemática: um programa. *A educação matemática em revista*, Blumenau, v. 1, n.1, p. 5-11, ago./dez. 1993.

D'AMBRÓSIO, U. *Paz, ética e educação: uma visão transdisciplinar*. Blumenau : FURB, 1996. (mimeo.)

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr, 2005

DARLING-HAMMOND, L. Changing conceptions of teaching and teacher development. *Teacher Education Quarterly*, v. 22, n. 4, p. 9–26, 1995.

DARLING-HAMMOND, L., e SYKES, G. *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: Jossey-Bass, 1999.

DAVIS, B. e RENERT, M. Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teacher' disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics Education*, v. 82, n.2, p. 245-265, 2013.

DESIMONE, L. M., PORTER, A. C., GARET, M. S., YOON, K. S., e BIRMAN, B. F. Effects of professional development on teachers' instruction: Results from a three-year longitudinal study. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, v. 24, n.2, p. 81-112, 2002.

ELMORE, R. F., e BURNEY, D. *Investing in Teacher Learning: Staff Development and Instructional Improvement in Community School District# 2*, New York City. National Commission on Teaching e America's Future, New York, NY: Teacher College, 1997.

ENGLISH, L. D. *et. al. Handbook of International research in mathematics education*. London: Lawrence Erlbaum Ass, 2002.

ENGLISH, L. D. *et. al. Handbook of International research in mathematics education*. London: Lawrence Erlbaum Ass, 2008.

FARIAS, J. V. Formação Continuada de Professores de Matemática: o caso dos egressos do PROFMAT. *XVII Encontro Nacional de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, EBRAPEM; I Jornada Científica de Educação em Ciências e Matemática*, Espírito Santo, 2013.

FAUVEL, J. e MAANEN, J. *The Role of the History of Mathematics in the teaching and Learning of Mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P., 2000.

FERRERES, S e VANEGAS, Y. Uso de criterios de calidad en la reflexión sobre la práctica de los futuros profesores de secundaria de matemáticas. *Procedia* (en prensa), 2015.

FERREIRA, A. B. H. *Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2010.

FERREIRA, E. C. *Práticas pedagógicas e objetos de estudo [manuscrito]: análise sobre as pesquisas em educação matemática do programa de mestrado da UEPB nos anos de 2007 e 2008*. 2013. 223 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, 2013.

FONT, V. *Procediments per obtenir expressions simbòliques a partir de gràfiques. Aplicacions a les derivades*. Tesis doctoral no publicada. Universitat de Barcelona, 1999.

FONT, V. Reflexión en la clase de Didáctica de las Matemáticas sobre una “situación rica”, en BADILLO, E. COUSO, D., PERAFRÁN, G., ADÚRIZ-BRAVO, A. (eds) *Unidades didácticas en Ciencias y Matemáticas*. Magisterio: Bogotá, p. 59-91, 2005.

FONT, V. Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, v. 10, n.2, p. 419–434, 2007.

FONT, V. Enseñanza de las Matemáticas. Tendencias y perspectivas. En GAITA, C. (Ed.), *Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas (21-62)*. Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú, 2008.

FONT, V. Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN*, v. 26, p. 9-25, 2011a.

FONT, V. Investigación en didáctica de las matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria, en RODRÍGUEZ, M., GARCÍA, BLANCO, G.L., MEDINA, M. (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XV (165-194)*. Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática y Servicio de publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha, 2011b.

FONT, V. *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Documento no publicado Departamento de Didáctica de las CCEE y la Matemática de la Universitat de Barcelona, 2015.

FONT, V. e ADÁN, M. Valoración de la idoneidad matemática de tareas. In BERCIANO, A., GUTIÉRREZ, G., ESTEPA, A. e CLIMENT, N. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII*. Bilbao: SEIEM, p. 283-291, 2013.

FONT, V., BREDAS, A. e SALA, G. Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. *Práxis Educacional*, Vitória da Conquista, v. 11, n. 19 p. 17-34 mai./ago, 2015.

FONT, V. e GODINO, J. D. Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato, en GOÑI, J. M (ed.), *MATEMÁTICAS: Investigación, innovación y buenas prácticas* (9-55). Barcelona, España, Graó, 2011.

FONT, V., GODINO, J. D. e GALLARDO, J. The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, v. 82, p. 97–124, 2013.

FONT, V., PLANAS, N. e GODINO, J. D. Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, v. 33, n. 1, p. 89-105, 2010.

FONT, V. et. al. Funciones. In: FONT, V. et. al. (Eds.). *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato*. Publicaciones de la Universitat de Barcelona: Barcelona, España, p.113-210,2012.

FRANCA, M. R. *Limites e potencialidades em Educação Matemática de diferentes programas de formação na perspectiva de professores de escolas públicas de Três Lagoas/MS*.2012. 150 f. Mestrado Acadêmico em Educação Matemática, Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2012.

FRANKE, M. L., CARPENTER, T. P., e LEVI, L. Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, v. 38, p.653–689, 2001.

FRANT, J. B. A informática na formação de professores. *A educação matemática em revista*. Blumenau: SBEM, v. 2, n. 3, p. 25-28, jul./dez. 1994.

FRANT, J. B. *Reclaiming visualization: when seeing does not imply looking*. TSG 28, ICME 10, Denmark, 2004. Disponível em: <http://www.icme-organisers.dk/tsg28/>. Acesso em 11 fev. 2015.

FREIRE, M. L. F.; GERMANO, M. G. Mestrados profissionalizantes em ensino de ciências: algumas considerações sobre o processo seletivo. *Scientia Plena*, São Cristóvão, v.5, n.4, 2009.

FREUDENTHAL, H. *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, the Netherlands: D. Reidel Publishing Company, 1983.

GARCIA, V. C. Contribuições para a formação do professor de matemática pesquisador nos mestrados profissionalizantes na área de ensino. *Bolema* (Rio Claro), v. 21, p. 199-222, 2008.

GATTI, B. A. Análise das Políticas Públicas para formação continuada no Brasil, na última década. *Revista Brasileira de Educação*, v. 13, p. 57-70, 2008.

GIMÉNEZ, J.; FONT, V. e VANEGAS, Y. Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. In: MARGOLINAS, C. (Ed.), *Task Design in Mathematics Education*. Proceedings of ICMI Study 22: Oxford, 2013.

GIMÉNEZ, J.; VANEGAS, Y.; FONT, V. e FERRERES, S. El papel del trabajo final de Máster en la formación del profesorado de Matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 61, 76-86, 2012.

GODDIJN, A., KINDT, M e REUTER, W. *Geometry with applications and proofs*. Freudenthal Institute, Utrecht: The Netherlands, 2004, p. 581-590.

GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, p. 13-31, 2009.

GODINO, J. D. *Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Curso não-publicado. Universidad de Granada, Granada, 2010. Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf. Acesso em mai. de 2015.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil, 2011.

GODINO, J. D. Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. In A. ESTEPA, Á. CONTRERAS, J. DEULOFEU, M. C. PENALVA, F. J. GARCÍA y L. ORDÓÑEZ (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI*. Jaén: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, p. 49 - 68, 2012.

GODINO, J. D. e BATANERO, C. *Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica*. Ampliación de la Conferencia Invitada al VI CIBEM, Puerto Montt (Chile), 4-9 Enero, 2008. Documento interno de la Universidad de Granada.

GODINO, J. D., BATANERO, C. e FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, v. 39, p. 127-135, 2007.

GODINO, J. D., BATANERO, C. e FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 10, p. 7-37, 2008.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; ROA, R.; WILHELMI, M. R. Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. In BATANERO, C.; BURRILL, G; READING, C.; ROSSMAN, A. (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference, 2008.

GODINO, J. D., BATANERO, C., RIVAS, H. e ARTEAGA, P. Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas *REVEMAT*. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 46-74, 2013.

GODINO, J. D., BATANERO, C., FONT, V., CONTRERAS, A. e WILHELMI, M. R. The theory of didactical suitability: networking a system of didactics principles for mathematics education from different theoretical perspectives. *TSG 51, Diversity of theories in mathematics education*, Congreso ICME 13, Hamburgo (Alemania), 2016(em prensa).

GODINO, J. D., BENCOMO, D., FONT, V. e WILHELMI, M. R. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII, v. 2, p. 221-252, 2006.

GODINO, J. D., BENCOMO, D., FONT, V. e WILHELMI, M. R. *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Documento no publicado del Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2007. Disponible en, http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm

GODINO, J.D.; CONTRERAS A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 26, n. 1, p.39-88, 2006.

GODINO, J. D., FONT, V. e WILHELMI, M. R. Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones*, v. 38, p. 25-49, 2008.

GODINO, J. D., FONT, V., WILHELMI, M. R. e CASTRO, C. Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, v. 27, n. 1, p. 59–76, 2009.

GODINO, J. D., RIVAS, H., ARTEAGA, P., LASA, A. e WILHELMI, M. R. Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 34, p. 167-200, 2014.

GODINO, J. D., RIVAS, M., CASTRO, W. e KONIC, P. Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat : Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 7, n. 2, p. 1-21, 2012.

GOMÉZ, P. Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. In: BOLEA, M. P; MORENO, M.; GONZÁLEZ, M. J., (Eds.). *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses, p. 15-35, 2006.

GUBA, E. G. The alternative paradigm dialog. In: GUBA, E. G. (Ed). *The Paradigm Dialog*. Newbury Park, CA: Sage, p. 17-27, 1990.

GUBA, E. G. e LINCOLN, Y. S. Competing paradigms in qualitative research. In: DENZIN, N. K., LINCOLN, Y. S. (Ed). *Handbook of Qualitative Research*. London: Sage, p. 105-117, 1994

GUSKEY, T. R. What makes professional development effective? *Phi delta kappan*, v. 84, n. 10, p. 748-50, 2003.

GUSKEY, T. R., e YOON, K. S. What works in professional development?. *Phi delta kappan*, v. 90, n. 7, p. 495-500, 2009.

GUTIERREZ, A. e BOERO, P. *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2006.

GUZMÁN, M. Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, v. 43, p. 19-58, 2007.

GROWS, D. A. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. National Council of Teachers of Mathematics. New York, NY: Macmillan, 1992.

GUTIERREZ, A. e BOERO, P. (Eds). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2006.

GUZMÁN, M. Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58, 2007.

HABERMAS, J. *A ética da discussão e a questão da verdade*. São Paulo: Martins Fontes, p. 59-63, 2004.

HABERMAS, J. Teorías de la verdad. En J. A. NICOLÁS e M. J. FRÁPOLI (Eds.), *Teorías de la verdad en el siglo XX*. Madrid: Tecnos, p. 543-596, 1997.

HANA, G. *Towards Gender Equity in Mathematics Education*. An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.

HEJNY, M. Research paradigms and methodologies and their relationship to questions in mathematical education. Proceedings of the First. *Conference of the European Society in Mathematics Education*, v. 2, p. 211-220, 1999.

HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 39, p. 372-400, 2008.

HOLTON, D. *Teaching and learning of mathematics at university level*. Dordrecht: Kluwer, A. P., 2001.

HUFFMAN, D., THOMAS, K., e LAWRENZ, F. Relationship between professional development, teachers' instructional practices, and the achievement of students in science and mathematics. *School Science and Mathematics*, v. 103, n. 8, p. 378-387, 2003.

INGVARSON, L., MEIERS, M., e BEAVIS, A. Factors affecting the impact of professional development programs on teachers' knowledge, practice, student outcomes e efficacy. *Education Policy Analysis Archives*, v. 13, n. 10, p. 1–26, 2005.

JOHNSON, R. B., e ONWUEGBUZIE, A. J. Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, v. 33, n.7, p. 14-26, 2004.

LANGE, J. Using and applying mathematics in education, In: BISHOP *et. al.*, *International handbook of mathematics education*, Dordrecht, Kluwer A.P., p. 49-97, 1996.

LARIOS, V. O., FONT, V., NIETO, J. A. Prácticas docentes en la Secundaria del Estado de Querétaro. In: LARIOS, V., O. e BARRIGA, A. D. C (Eds). *Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro*. Querétaro: Universidad Autónoma de Querétaro, p. 93-185, 2013.

LARIOS, V. e FONT, V. El estudio de la práctica docente para un diseño de formación para profesores de matemáticas. In J. HERNÁNDEZ, L. SOSA y C. DOLORES (Eds.). *Matemática Educativa: La formación de profesores*. Guadalajara, México: CIMATE de la Universidad Autónoma de Guadalajara, p. 223-239, 2014.

LAVE, J. *Cognition in practice*. New York, Cambridge University, 1988.

LEE, S. *Encyclopedia of school psychology*. Thousand Oaks, CA: Sage, 2005.

LERMAN, S. (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer: Dordrecht, 2014.

LESTER, F. (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing, Inc. NCTM, 2007.

LIMA, E. L. *A Matemática do Ensino Médio*, vol.1 e vol.3, Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LINCOLN, Y. S. e GUBA, E. G. *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills: Sage, 1985.

MAMMANA, C. e VILLANI, V. *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Dordrecht: Kluwer A. P., 1998.

MARÍN, A. e LUPIÁÑEZ, J. L. Los nuevos Principios y Estándares del NCTM en castellano. *SUMA*, v. 48, p. 105-112, 2005.

MASON, J. *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer, 2002.

MILES, M. B.; HUBERMAN, A. M.; *Qualitative data analysis*. Thousand Oaks: Sage Publications, 1994.

MIRANDA, G. V. Reflexões sobre a avaliação do PEC. In: BICUDO, M. A. V. et. al.. (Orgs.). *Formação do educador e avaliação educacional*. São Paulo: Editora UNESP, v. 2, 1999.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. *Análise textual discursiva*. Ijuí: Unijuí, 2007.

MOREIRA, M. A. O mestrado (profissional) em ensino. *RBPG. Revista Brasileira de Pós-Graduação*, Brasília, v. 1, n. 1, p. 131-142, 2004.

MOREIRA, M. A.; NARDI, R.; O mestrado profissional na área de Ensino de Ciências e Matemática: alguns esclarecimentos. *Revista Brasileira de Educação, Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 3, set./dez, 2009.

MÜLLER, I. Tendências atuais de Educação Matemática. *UNOPAR Cient., Ciênc. Hum. Educ.*, Londrina, v. 1, n. 1, p. 133-144, jun. 2000.

NARDI, R. A pós-graduação em ensino de ciências e matemática no Brasil, o ensino de ciências e as licenciaturas na área: encontros e desencontros. *Tecne, Episteme y Didaxis (TED)*, Bogotá: Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional, n. 30, p. 53-67, 2011.

NASCIMENTO, E. M. M. Pragmatismo: uma filosofia da ação. *Redescrições*, v. 3, p. 43-57, 2011.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author, 1991.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *De los principios a la acción: para garantizar el éxito matemático para todos*. México: Editando Libros SA, NCTM, 2015.

NOVIKOFF, C.; GASPAR, J. C. G. ; SILVA, G. U. da ; CREPPE ; COSTA, C.; COSTA, M. C. T. ; FERREIRA, Gessé ; LEAL, W. As racionalidades nos programas de mestrado profissional em ensino das ciências. In: *I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia 2009*. Ponta Grossa - PR: Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, 2009, p. 1545-1563.

ORDÓÑEZ, J. *Restricciones institucionales en las matemáticas de 2º de bachillerato en cuanto al significado del objeto integral definida*. Tese de Doutorado. Universidad de Jaén, 2011.

OSTERMANN F.; REZENDE, F.; Projetos de desenvolvimento e de pesquisa na área de Ensino de Ciências e Matemática: uma reflexão sobre os mestrados profissionais. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 26, n. 1, p. 66-80, abr, 2009.

PAQUES, O. T. W. *et. al.* Exploração e análise de softwares educacionais de domínio público no ensino de matemática. In: *Bienal da SBM*. Belo Horizonte, 2002.

PARANÁ. 2009. *Diretrizes curriculares de matemática para a Educação Básica*. SEED: Curitiba, 2009.

PENA, F. L. A. Simpósios, periódicos especializados, cursos de formação contínua ... qual o espaço adequado para a transferência dos resultados de pesquisa em ensino de física para o professor em exercício? *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 31, n. 2, 2009.

PETROU, M. Using mixed-methods methodology to investigate Cypriot preservice teachers' mathematics content knowledge. *Proceedings of the 5. Conference of the European Society in Mathematics Education*, p. 1735-1744, 2007.

PINO-FAN, L., CASTRO, W. F., GODINO, J. D. e FONT, V. Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *PARADIGMA*, v. 34, n. 2, p. 123 – 150, 2013.

PIRES, C. M. C., IGLIORI, S. B. C. Mestrado profissional e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. *Ciência e Educação*, v. 19, p. 1045-1068, 2013.

POCHULU, M. e FONT, V. Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, v.14, n. 3, p. 361-394, 2011.

POCHULU, M., FONT, V e RODRÍGUEZ, M. Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 2016 (em prensa).

POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, J. P. Mathematics teachers' professional knowledge. In J.P. PONTE e J. F. MATOS (Eds.), *Proceedings PME XVIII*, Lisboa, Portugal, v. 1, p. 195-210, 1994.

POSADAS, P. *Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre ecuaciones de segundo grado en 3º de educación secundaria obligatoria*. 2013. Dissertação de mestrado. Universidad de Granada, Granada, 2013.

POSADAS, P. e GODINO, J. D. *Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2014.

POSE, C. ¿Qué es la racionalidad instrumental? *XV Ateneo de Bioética*. EIDON, n. 41, p. 125-133, 2014.

PRADO, M. R. M., SILVA, M.G.L., ARAUJO, M. F. F. A formação pós-graduada em Ensino de Ciências Naturais e Matemática de docentes do IFRN: implicações na atuação docente. In: *VIII ENPEC/ I Encuentro Iberoamericano de Investigación en Didáctica de las Ciencias*, Campinas, 2011.

RAMOS, A. B. *Objetospersonales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales*. Tesis doctoral no publicada. Universitat de Barcelona, 2006.

- RAMOS, A. B e FONT, V. Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, v. 11, n. 2, p. 233-265, 2008.
- RANGEL, A. C. S. *Educação matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.
- RIBEIRO, R. J. O mestrado profissional na política atual da Capes. *Revista Brasileira de Pós- Graduação*, v. 2, n. 4, p. 8-15, 2005.
- RICHARDSON, V. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. DC: American Educational Research Association, Washington, p. 433-456, 2001.
- RIVAS, M. *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria*. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2013.
- ROBLES, M. G., TELECHEA, E. e FONT, V. Una propuesta de acercamiento alternativo al teorema fundamental del cálculo. *Educación Matemática*, v. 26, n.2, p. 69-109, 2014.
- ROBLES, M. G., DELCASTILLO, A. G. e FONT, V. Análisis y valoración de un proceso de instrucción de la derivada. *Educación Matemática*, v.24, p. 5-41, 2012.
- ROWLAND, T., HUCKSTEP, P. e THWAITES, A. Elementary teacher's mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 8, n. 3, p. 255-281, 2005.
- RUBIO, N. *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemático*. 2012. Tesis doctoral no publicada, Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas, Universitat de Barcelona, España, 2012.
- SANTOS, I. M. *A Identidade do PPGECONM na Formação Continuada de Professores de Matemática*. 2012a. 51f. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012a.
- SANTOS, E. C. *Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: Una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional*. 2012b. 546f. Tese de doutorado - Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, Granada, 2012b.

SANTOS, S. S. *Análise de uma experiência com tarefas matemáticas que exploram a dimensão metacognitiva*. 2015. 202f. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, Bahia, 2015.

SCHAFER, E. D. A. *Impacto do mestrado profissional em ensino de física da UFRGS na prática docente: um estudo de caso*. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Física) – Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

SCRIBNER, S. “Studying working intelligence”, In: LAVE, J. e ROGOFF, B. (eds.), *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge MA, Harvard University Press, p. 9-40, 1984.

SECKEL, M. J. S., FONT, V. Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile. *Conferencia Interamericana de Educación Matemáticas XIV CIAEM*, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, 2015.

SECKEL, M. J. S. *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática*. Tesis doctoral no publicada, Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas, Universitat de Barcelona, España, 2016.

SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, v. 57, n.1, p. 1-22, 1987.

SIERPINSKA, A. Obstacles epistemologiques relatifs a la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 6, n. 1, p. 5-67, 1985.

SILVA FILHO, A. P. *Formação continuada de professores de matemática: um estudo sobre a práxis docente no Programa Gestar II na Bahia / Feira de Santana*. 2013.134 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Feira de Santana, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2013.

SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. (org.). *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

SMOLE, K.S; DINIZ, M.I. e CÂNDIDO, P. *Coleção Matemática de 0 a 6*. Porto Alegre: Artmed, 2003.

SOUZA, R. A. A filosofia de John Dewey e a Epistemologia Pragmatista. *Revista Redescritões* – Revista on line do GT de Pragmatismo e Filosofia Norte-americana, n.1, 2010.

SOUZA, M. do C. de; LEODORO, M. P. Integrando as formações iniciais e continuada de professores que ensinam física e matemática a partir da constituição de rede colaborativa, no âmbito do mestrado profissional. *Anais do Simpósio Nacional do Ensino de Ciências e Tecnologia*. Ponta Grossa, v. 1, 2009.

STACEY, K., CHICK, H. e KENDAL, M. *The Future of the teaching and learning of algebra*. Dordrecht: Kluwer A. P., 2004.

TORRES, R. H., HERNÁNDEZ, F. H., MEDINA, M.C., AGUILAR, V. A. A. e RODRÍGUEZ, N. A. G. Práticas docentes y creencias de profesores de Matemáticas en el estado de Querétaro en el nivel Bachillerato. In: LARIOS, V., O. e BARRIGA, A. D. C (Eds). *Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro*. Querétaro: Universidad Autónoma de Querétaro, p. 187-232, 2013.

VALENTE, J.A., ALMEIDA F.J. Visão Analítica da Informática na Educação no Brasil: a questão da formação do professor, *Revista Brasileira de Informática na Educação*, n. 1, 1997.

VANEGAS, Y., FONT, V. e GIMÉNEZ, J. How future teachers improve epistemic quality of their own mathematical practices. *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (en prensa). Prague, Czech Republic, 2015.

VANEGAS, Y.; GIMÉNEZ, J.; FONT, V. e DÍEZ-PALOMAR, J. Improving reflective analysis of a secondary school mathematics teachers program, In NICOL, C., OESTERLE, S., LILJEDAHL, P., e ALLAN, D. (Eds.) *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36*, Vancouver, Canada: PME, v.5, p. 321-328, 2014.

VICENTE, J. P. A. Profmat e a formação docente para a Educação Básica. *Revista Encontro de Pesquisa em Educação*, v. 1, p. 120-131, 2013.

VILLARREAL, M; MINA, M. Modelagem na formação inicial de professores de matemática. In: *Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*, 2013, Santa Maria. Anais. Santa Maria: CUF, 2013.

YOON, K. S. *et. al.*. Professional development activity log (PDAL): A new approach to design, measurement, data collection, and analysis. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association*, San Diego, CA, 2004.

WOOD, T. *The international handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

REFERÊNCIAS DOS TRABALHOS DE CONCLUSÃO ANALISADOS

ABEEG, D. R. *Função Linear por meio da Modelagem Matemática: um relato de caso nas séries finais do Ensino Fundamental*. 2014. 92f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

BARTZ, M. D. B. *A matemática em atividades interdisciplinares: uma base para a estruturação dos seminários integrados*. 2014. 109f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.

BASTOS, D. O. *Estudo da Circunferência no Ensino Médio: Sugestões de Atividades com a Utilização do Software GeoGebra*. 2014. 199f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.

CONCEIÇÃO, M. R. F. *Transformações no plano: uma aplicação do estudo de matrizes com o uso de planilhas eletrônicas*. 2013. 63f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

D'ACAMPORA, R. *Soluções dos três problemas clássicos da matemática grega por curvas mecânicas*. 2014. 64f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

DIERINGS, A. R. *Ensino de polinômios no Ensino Médio - uma nova abordagem*. 2014. 70f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

EHLERT, S. J. *A matemática no pôquer: explorando problemas de probabilidade*. 2014. 71f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -

PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.

FORTES, D. C. *Estudo de Estatística no Ensino Médio: uma proposta de ensino por meio de dados sociais e ambientais*. 2014. 90f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

GONÇALVES, T. S. *Uma Introdução à Geometria Projetiva para o Ensino Fundamental*. 2013. 149f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

JUNG, M. O. *Questionário virtual para o ensino de probabilidade*. 2013. 56f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

LOPES, A. C. *Um relato sobre a introdução às somas de Riemann na Educação Básica*. 2014. 109 f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

MAGARINUS, R. *Uma proposta para o ensino de funções por meio de da utilização de objetos de aprendizagem*. 2013. 100f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

MATOS, E. B. *Estudo das equações do terceiro grau no Ensino Médio a partir da Equação de Van Der Waals*. 2014. 69f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

MARTINATTO, M. A. *Geometria Espacial no Ensino Médio: sugestões de atividades e avaliações para o conteúdo de Prismas e Pirâmides*. 2013. 67f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

MARTINS, T. E. *Equações de Recorrência na Educação Básica*. 2014. 74f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT,

Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.

MOHNSAM, J. C. *As contribuições de Arquimedes para o cálculo de áreas*. 2014. 86f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.

MOLON, J. *Cálculo no Ensino Médio: uma abordagem possível e necessária com o auxílio do software GeoGebra*. 2013. 195f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

OLIVEIRA, L. *Modelagem Matemática no tratamento e na distribuição de água: propostas para o ensino de matemática*. 2013. 141f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

PINHEIRO, T. A. *Soluções não clássicas para problemas da OBMEP*. 2013. 47f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

PINZ, C. R. F. *Dígitos Verificadores e Detecção de Erros*. 2013. 53f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

REIS, S. R. *Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica*. 2013. 113f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

ROCHA, L. A. S. *A utilização de softwares no ensino da funções quadráticas*. 2013. 120f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

RODRIGUES, G. R. *Uma abordagem para o problema do mapa do tesouro aplicado ao ensino da geometria*. 2014. 64f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

SAADI, A. S. *Situações-problema no Ensino de Matemática Financeira*. 2013. 62f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -

PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

SAVÓIS, J. N. *Método para resolver equações diofantinas com coeficientes no conjunto dos números racionais*. 2014. 95f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.

SILVA, F. G. L. *Propostas para o ensino de números complexos no Ensino Médio*. 2014. 61f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

SOUZA, M. E. D. *Uma proposta de abordagem ao problema de Flávio Josefo aplicada ao Ensino Médio*. 61f. 2013. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

SOUZA, S. A. *Estudo do produto matricial por meio do Método dos Mínimos Quadrados: uma abordagem destinada ao Ensino Médio*. 2014. 87f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

STRASBURG, E. B. *Atividades de trigonometria para o Ensino Fundamental com o uso do software GeoGebra*. 2014. 135f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.