TESIS DOCTORAL

2015

SERIES Y LARGOMETRAJES COMO RECURSO DIDÁCTICO EN MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

PABLO BELTRÁN PELLICER

Ingeniero de Telecomunicación por la Universidad de Zaragoza

Máster en Tecnologías de la Información y Comunicaciones
en Redes Móviles e Inalámbricas por la Universidad de Zaragoza

Máster en Innovación e Investigación en Educación por la UNED.

DEPARTAMENTO DE

DIDÁCTICA, ORGANIZACIÓN ESCOLAR Y DIDÁCTICAS ESPECIALES

Facultad de Educación

Dirección de la tesis:

DR. ANTONIO MEDINA RIVILLA

Codirección:

DRA. MERCEDES QUERO GERVILLA

DEPARTAMENTO DE

DIDÁCTICA, ORGANIZACIÓN ESCOLAR Y DIDÁCTICAS ESPECIALES

Facultad de Educación

SERIES Y LARGOMETRAJES COMO RECURSO DIDÁCTICO EN MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

PABLO BELTRÁN PELLICER

Ingeniero de Telecomunicación por la Universidad de Zaragoza

Máster en Tecnologías de la Información y Comunicaciones
en Redes Móviles e Inalámbricas por la Universidad de Zaragoza

Máster en Innovación e Investigación en Educación por la UNED.

Dirección de la tesis:

DR. ANTONIO MEDINA RIVILLA

Codirección:

DRA. MERCEDES QUERO GERVILLA

A Sara, Arturo y Alonso, mi luna y estrellas.
Gracias por quererme a pesar del tiempo robado.

AGRADECIMIENTOS

El germen de esta tesis hay que buscarlo en mi trabajo fin de máster, que realicé bajo la tutela de Isabel Escudero. Ella me animó a continuar y comenzó a dirigirme. Poco después, y debido a avatares de la vida, Isabel tuvo que apartarse de este proyecto. No sé si el resultado final es el que ella imaginaba, pero lo justo es agradecerle aquí la confianza que depositó en mí.

En aquellos titubeantes primeros pasos, Mercedes Quero asumió la codirección con Isabel. El agradecimiento para ella es doble. Por un lado, sus consejos y orientaciones a la hora de estructurar la investigación y el documento final han sido siempre certeros y necesarios. Sus palabras fueron en todo momento palabras de aliento. Por otra parte, Mercedes actuó como un auténtico nexo de unión, allanando el camino para que Antonio Medina dirigiera la tesis hasta el final.

Para Antonio, siempre atento y disponible, solamente tengo elogios. Este humilde trabajo no habría sido lo mismo de no haber contado con su dilatada experiencia y espectacular bagaje académico. Todo ello, unido a que Antonio es un torrente de ideas, me ha permitido aprender lo inimaginable, creciendo como profesor y como investigador. Por ello, desde estas líneas le digo gracias. Pero sobre todo, por el valor que demostró al tomar el timón de un barco que ya había zarpado.

Mientras desarrollaba el trabajo fin de máster, tuve la ocasión de entrevistar a José Mª Sorando, uno de los pioneros en utilizar fragmentos de cine y series en clase de Matemáticas, y cuyas referencias salpican el texto de la tesis. La inspiración que me produjo aquella charla todavía persiste a día de hoy.

Después de leer los primeros textos sobre la teoría de las situaciones didácticas, me asaltaron una serie de inquietudes que me hicieron ponerme en contacto con investigadores expertos en la materia. Aunque el marco teórico que he terminado utilizando ha variado bastante desde aquellos compases iniciales, nunca olvidaré los correos de Nicholas Balacheff ni la charla telefónica con Pilar Orús. Espero que sus consejos se noten en la filosofía seguida en el diseño de las secuencias didácticas.

El proyecto eTwinning nunca habría sido lo mismo de no haber conocido a Anna Asti. Su implicación e ilusión fueron un acicate para mi investigación.

Agradezco sinceramente las opiniones de Antonio F. Costa, Ángel Requena y Alfonso J. Población, así como a los expertos que participaron en la evaluación del cuestionario piloto de las fase avanzada, Miguel Ángel García, Lamberto López y Jaime Martínez.

Carlos y María jugaron un papel fundamental en el desarrollo de la investigación, prestándose a poner en práctica las secuencias didácticas y recoger los datos de los mapas de humor, así como de los cuestionarios de los alumnos. Hacen falta más profesores como ellos.

En la elección de los mapas auto-organizados como herramienta de análisis, ha tenido mucho que ver el que ya la hubiera empleado en mi proyecto fin de carrera. Agradezco desde estas líneas al que fuera mi director entonces, David Buldain, que me hizo ver todo el potencial que tenían.

Cada vez que he hablado con Ana Gascón sobre la tesis, al día siguiente me encontraba con un correo lleno de sugerencias. Gracias Ana.

Por último, debo añadir que cualquier investigador sabrá que no es fácil compaginar el trabajo que conlleva una tesis con la vida familiar y laboral. En mi caso, no tengo duda de que ha requerido de altas dosis de comprensión y de ayuda por parte de mi entorno cercano. No tengo palabras para ellos.

En definitiva, a todos que han hecho posible que llegara hasta aquí. Ha sido mucho tiempo dedicado a ella y seguramente me olvide de nombrar a alguien. Espero que sepan perdonarme.

ÍNDICE GENERAL

ACRÓNIMOS

EOS Enfoque Ontosemiótico

ESO Educación Secundaria Obligatoria

MICE-T Model Instruments for a Common Evaluation (Tilkin, Leroux, Mateusen & McLeod, 2001)

IAP Investigación-Acción Participativa

RME Educación Matemática Realista (Realistic Mathematics Education)

RNA Red Neuronal Artificial

SOM Mapa Auto- Organizado (Self-Organizing Map)

TIC Tecnologías de la Información y de la Comunicación

ZPD Zona de desarrollo próximo (Zone Proximal Development)

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

Parte I

INTRODUCCIÓN

La primera parte de este trabajo contiene un único capítulo, la introducción. En ella se exponen los motivos que han llevado a realizar esta tesis y se definen las preguntas de investigación y los objetivos que guían el discurso. Asimismo, se esbozan las líneas generales de la metodología seguida y se describe la estructura del documento.

1

INTRODUCCIÓN

1.1 JUSTIFICACIÓN Y OPORTUNIDAD

Actualmente, los profesores de todos los niveles educativos disponemos de infinidad de recursos didácticos, muchas veces desaprovechados. Las nuevas tecnologías hacen posible la utilización de dichos recursos en el aula, así como el compartirlos con otros profesores y miembros de la comunidad educativa. Y todo ello, de una forma inimaginable antes de la llegada masiva de Internet a nuestra sociedad a finales del siglo XX.

Sin ir más lejos, en prácticamente todos los centros se ha pasado del ya obsoleto carrito de televisión de rayos catódicos con vídeo VHS y de los retroproyectores de transparencias a disponer de DVD, ordenadores con conexión a Internet y proyector en cada aula. Esto es ya una realidad en comunidades como la de Aragón, donde los centros de titularidad pública poseen este tipo de sistemas gracias al *Programa Escuela 2.0* [1]. En dicha comunidad las aulas de educación secundaria también están equipadas con pizarras digitales.

Sin embargo, gran parte del profesorado sigue ciñéndose a la pizarra y a la tiza. Y en la asignatura de Matemáticas se trata de algo especialmente endémico. Porque... ¿hay algo más mágico que el intelecto humano armado únicamente de lápiz y papel para afrontar los más variados problemas matemáticos? Ahora explíquele el lector esto último a un adolescente de los que pueblan nuestras aulas de enseñanza secundaria.

1 El Programa Escuela 2.0 tenía carácter estatal y se desarrolló entre 2009 y 2012. Fue un proyecto de integración de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en los centros educativos, cuyo objetivo era poner en marcha las aulas digitales del siglo XXI, dotadas de infraestructura tecnológica y de conectividad: http://www.ite.educacion.es/escuela-20

Las matemáticas, tanto puras como aplicadas, suelen ocupar los últimos niveles de su lista de intereses. Sí, habrá alumnos que aprecien la belleza de las matemáticas per se, pero también los habrá que necesiten un pequeño empujoncito y, claro está, habrá otros que abandonarán la asignatura por mucho que intentemos motivarles.

Cuando se habla de motivar a los alumnos, los profesores no nos ponemos de acuerdo. Los hay que abogan por motivar a los alumnos por medio de la diversificación de actividades y los hay que subrayan el hecho de que tienen que venir motivados de casa. Si quieren, porque realmente no hace falta que estén motivados, ya que al fin y al cabo, la enseñanza secundaria es obligatoria. O que el trabajo del profesor es enseñar, no motivar. Y a estos últimos no les negaremos parte de razón, ¿o acaso necesitaron *tablets* individuales en el aula las personas que hicieron posibles los viajes a la Luna a partir del año 1969?

No es propósito de esta tesis profundizar en los diferentes paradigmas educativos que plantea la compleja cuestión motivacional, sino el investigar la utilización de un recurso didáctico concreto que, claro está, puede ser utilizado para motivar al alumnado. Estamos hablando del cine y las series de ficción en clase de Matemáticas. Tampoco pretendemos abusar de ellas, monopolizando todo un curso de Matemáticas, porque también terminaría siendo monótono para los alumnos. Creemos que el empleo de este recurso ha de estar enmarcado en una arquitectura pedagógica que incluya otras actividades, incluyendo por supuesto las más tradicionales. Debemos tener claro que la soltura en las matemáticas en enseñanza secundaria sólo se alcanza mediante la práctica de ejercicios y problemas.

Por otra parte, aunque toda la comunidad educativa haya oído hablar de los enfoques socio-constructivistas de los procesos de enseñanza-aprendizaje, la realidad es bien distinta. Los libros de texto, al menos en España, continúan ensalzando la labor del profesor como mero transmisor y evaluador de ideas, ciñéndose exclusivamente a la realización de ejercicios puramente procedimentales y problemas vagamente contextualizados y ajenos a los intereses y la vida cotidiana del alumnado. Las clases magistrales, en este sentido, constituyen el esquema básico de planteamiento. Hemos constatado, a partir de nuestra experiencia personal en diversos institutos de educación secundaria, que existe un espacio vacío entre los trabajos de los expertos en didáctica de las matemáticas y los profesores que deberían aplicarlos a sus clases. Como si de dos mundos completamente diferentes se tratase, son pocos los profesores de colegio o instituto que se dirigen a la comunidad académica en busca de resultados de investigación.

Lo que diferencia a las matemáticas del resto de materias del área científico - tecnológica es la peculiar naturaleza de los objetos matemáticos. Cuando en ciencias naturales se habla, por ejemplo, de los diferentes tipos de plantas, podemos ir al jardín botánico y verlas con nuestros propios ojos, oler las flores, tocarlas. Incluso cuando se estudian los fenómenos físicos a nivel atómico, disponemos de complejos instrumentos tecnológicos que nos permiten comprobar los resultados de procesos de fisión o fusión nuclear. Sin embargo, ¿qué son los números, las rectas, las integrales? ¿Existe acaso un lugar a donde podamos acudir para tocar, sentir y experimentar con ellos? Obviamente, la respuesta es no.

Este hecho condiciona en gran medida la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En los últimos años han ido surgiendo diferentes corrientes epistemológicas en el seno de la didáctica de las matemáticas, que abordan los objetos matemáticos de diversas maneras, pero siempre teniendo en cuenta sus características especiales. Así, el enfoque ontosemiótico que tomaremos como base teórica para nuestro trabajo y que se ha preocupado en recoger y adaptar nociones procedentes de diversas líneas de investigación y marcos teóricos parciales, considera que únicamente podemos acceder de algún modo a los objetos matemáticos por medio de sus representaciones semióticas.

Es quizá esta singularidad de los objetos matemáticos lo que convierte a la asignatura de Matemáticas en un desafío para muchos de nuestros alumnos. A priori puede dar la impresión de no haber término medio, o eres de los que les gustan, o no. Sin embargo, hay matices que no deben pasar desapercibidos. ¿Cuántas veces hemos visto casos de alumnos que dicen que las Matemáticas les gustan, cuando realmente lo único que les atrae es la realización de ejercicios puramente procedimentales? Esos mismos estudiantes, cuando afrontan un problema que se sale de lo habitual, fallan estrepitosamente. No hay una plantilla, ni esquema que puedan aplicar a algo que no han visto en clase. Así pues, es deber de los profesores de Matemáticas el mostrar los objetos matemáticos en toda su extensión. Es decir, presentar y jugar con todos los registros semióticos asociados a un objeto en concreto, y con todas las representaciones posibles.

Por ello, creemos que es esencial el introducir a nuestros alumnos la mayor diversidad de contextos alrededor de un objeto matemático. Y nos estamos refiriendo tanto a contextos de uso como, sobre todo, contextos de aplicación práctica, donde se ponga en juego dicho objeto matemático. Con cada nuevo contexto, los alumnos desarrollan esquemas conceptuales que les permiten posteriormente afrontar problemas nuevos.

El cine y las series de ficción, aunque pueda parecer lo contrario, proporcionan una gran cantidad de contextos matemáticos. Más adelante, veremos que la cantidad de referencias matemáticas en la ficción cinematográfica no es, desde luego, nada despreciable. Además, estas referencias presentan una característica que les otorga un valor especial de cara a su empleo como recurso en nuestras clases: son a-didácticas. Es decir, las películas y las series de ficción, por regla general, se conciben con criterios de entretenimiento o culturales, pero casi nunca se marcan objetivos didácticos. Por ello, constituyen un recurso sumamente interesante. Ese carácter a-didáctico es el que las hace más cercanas a nuestros alumnos que, por ejemplo, documentales específicos.

Esta es entonces la motivación de esta tesis, el estudiar la utilización de fragmentos de películas y series como recurso didáctico, incidiendo principalmente en el factor afectivo, aunque sin olvidar la idoneidad didáctica en su conjunto.

1.2 OBJETO DE ESTUDIO

El trabajo que presentamos está centrado en el uso del cine como recurso didáctico en el aula de Matemáticas, en educación secundaria. Cada vez son más los profesores e investigadores interesados en la cuestión y todo docente que vea en ello un elemento motivador y una posibilidad de introducir conceptos matemáticos de modo diferente, encontrará con facilidad colecciones de escenas con referencias matemáticas, páginas monotemáticas centradas en una serie en concreto e incluso libros que exploran a fondo esta simbiosis de cine y matemáticas. Además, hay autores y grupos de trabajo que además de constituir compilaciones de referencias, preparan actividades listas para su empleo en el aula o sugieren aplicaciones didácticas de escenas y películas.

Como paso previo al establecimiento de las preguntas de investigación y de los objetivos, resulta fundamental delimitar el objeto de estudio, que enunciamos de la siguiente manera:

> El propósito fundamental de este trabajo es estudiar el empleo de largometrajes y series de ficción como recurso eficaz en la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria.

Desde nuestro punto de vista, se hace necesario profundizar sobre un marco teórico que aborde esta utilización del cine y que permita el diseño de secuencias didácticas de forma sistemática, así como su análisis. A pesar de la relativa abundancia de referencias sobre compilaciones matemáticas y actividades para el aula, nos hemos encontrado con que no abundan los estudios que se preocupen por este marco teórico y que analicen los procesos que tienen lugar en el aula, como veremos en el estado del arte.

Dicho esto, exponemos a continuación las preguntas de investigación que motivan la tesis y que servirán de guía para desarrollar el discurso.

1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN Y OBJETIVOS

1.3.1 *Preguntas de investigación*

1. ¿Existen suficientes referencias matemáticas en el cine y las series de ficción como para poder constituir un recurso didáctico con entidad propia a ser tenido en cuenta por los docentes?

2. ¿Qué grado de idoneidad didáctica presentan las secuencias de clase que hacen uso de fragmentos de películas y series?

3. ¿Cómo afecta al plano emocional de los alumnos la utilización de fragmentos de películas y series como recurso didáctico en clase de Matemáticas?

La pregunta de investigación *¿Existen suficientes referencias matemáticas en el cine y las series de ficción como para poder constituir un recurso didáctico a ser tenido en cuenta por los docentes?* es la primera que debemos hacernos. Si las referencias matemáticas en el cine o las series fueran algo completamente anecdótico; es decir, que únicamente hubiera un puñado de ellas en toda la producción existente, no tendría sentido considerar un estudio como el que estamos planteando. De esta manera, antes de estudiar la utilización de fragmentos como recurso didáctico, es necesario investigar si realmente se dispone de un número considerable de ellos, así como si los objetos matemáticos que aparecen presentan una diversidad que se corresponda con la de los contenidos curriculares.

La segunda pregunta, *¿Qué grado de idoneidad didáctica presentan las secuencias de clase que hacen uso de fragmentos de películas y series?*, hace referencia a la idoneidad didáctica. Para dar respuesta a dicha cuestión, se procederá a diseñar una serie de secuencias en las que se hace uso de fragmentos de películas y series, sobre las que se aplicará un protocolo para evaluar su idoneidad. Así, si esta evaluación es positiva, será un indicador de que este tipo de secuencias didácticas son aptas y recomendables para ser puestas en práctica.

Por último, la pregunta *¿Cómo afecta al plano emocional de los alumnos la utilización de fragmentos de películas y series como recurso didáctico en clase de Matemáticas?*, que guiará gran parte de nuestro trabajo, tiene su origen en el interés que despiertan las películas y series de ficción en nuestros alumnos. Concretamente, puede decirse que nos estamos preguntando si esa alineación con sus intereses despierta también su motivación, mostrando una actitud más positiva hacia las matemáticas y, especialmente, de cara a afrontar situaciones - problemas.

Estas preguntas de investigación nos conducen a formular los siguientes objetivos.

1.3.2 *Objetivos*

1. Analizar la existencia de recursos disponibles. Es decir, la cantidad y la diversidad de fragmentos de películas y series con referencias matemáticas, implícitas o explícitas, que pueden usarse para contextualizar la enseñanza.

2. Diseñar procesos de enseñanza-aprendizaje que empleen fragmentos de cine y series de ficción como recurso didáctico, tomando como punto de partida las elaboradas por otros autores y siguiendo unas premisas de diseño social y constructivista, de forma que complementen otras actividades de tipo procedimental.

3. Valorar el grado de idoneidad didáctica de dichas secuencias. Es decir, analizar cómo de adecuadas son para ser utilizadas en clase.

4. Analizar en detalle el grado de idoneidad afectiva de dichas secuencias. En otras palabras, estudiar el impacto emocional en los alumnos, y si éste es positivo o negativo.

5. Utilizar una metodología de investigación lo suficientemente atractiva y visual que, sin perder rigor académico, anime al profesorado de secundaria a ponerla en práctica como medio para la reflexión de lo que ocurre en el aula.

1.4 METODOLOGÍA

El primer paso consistirá en llevar a cabo una labor de revisión bibliográfica. Para ello, se efectuarán búsquedas de artículos y publicaciones en las principales bases de datos, así como libros relacionados y páginas web. Los principales temas de interés para nuestra investigación se pueden dividir en:

- Referencias matemáticas en el cine y las series de ficción. Indispensable para realizar más adelante una compilación de materiales susceptibles de ser empleados en secuencias didácticas, que ha de ser lo suficientemente rica y variada como para cubrir la práctica totalidad del currículo de Educación Secundaria Obligatoria (ESO).

- Aplicaciones didácticas y experiencias de aula del cine y la TV en la asignatura de Matemáticas, principalmente en la etapa correspondiente a la educación secundaria. Asimismo, se revisará los principales trabajos que estudien la aplicación didáctica del cine en otras materias.

El resultado de este primer paso es la obtención del estado del arte sobre las cuestiones de investigación que nos hemos planteado. De esta manera, se tendrá un punto de partida sobre el que elaborar el resto del trabajo y, sobre todo, se estará en condiciones de responder con fundamento a la pregunta de investigación *¿Existen suficientes referencias matemáticas en el cine y las series de ficción como para poder constituir un recurso didáctico a ser tenido en cuenta por los docentes?* y conseguir el objetivo *Analizar la existencia de recursos disponibles. Es decir, la cantidad y la diversidad de fragmentos de películas y series con referencias matemáticas, implícitas o explícitas, que pueden usarse para contextualizar la enseñanza.*

Tanto en la definición de las preguntas como de los objetivos de investigación, se ha nombrado el concepto de *idoneidad didáctica*. Si bien la noción de idoneidad, referida a un proceso de enseñanza-aprendizaje, puede entenderse de forma general como la adecuación de dicho proceso a cierto grupo de alumnos en un momento concreto, es un concepto que ha sido desarrollado dentro del Enfoque Ontosemiótico (EOS) de la didáctica de las matemáticas. El EOS es un marco teórico que aúna diferentes corrientes de pensamiento en didáctica de las matemáticas desde un punto de vista unificado. Así, toma elementos de la fenomenología didáctica y la educación matemática realista de Freudenthal, de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, la teoría antropológica de Chevallard, los registros semióticos de Duval, etc.

Realmente, la idoneidad didáctica es un compuesto de seis idoneidades parciales: cognitiva, epistémica, mediacional, ecológica, afectiva e interaccional. Diversos estudios en el marco del EOS abordan la cuestión de evaluar la idoneidad, y para ello definen una serie de indicadores. De este modo, la valoración de la idoneidad puede considerarse como una herramienta que permite orientar el diseño de un protocolo de aula o de cualquier secuencia didáctica, así como valorar su puesta en práctica.

Para responder a la pregunta de investigación *¿Qué grado de idoneidad didáctica presentan las secuencias de clase que hacen uso de fragmentos de películas y series?*, será necesario, en primer lugar, apoyarse en el estado del arte con el fin de diseñar una serie de prototipos de secuencias didácticas (objetivo *Diseñar procesos de enseñanza-aprendizaje que empleen fragmentos de cine y series de ficción como recurso didáctico*). Una vez diseñadas estas secuencias, que deberán cubrir puntos a lo largo de todos los bloques curriculares, se procederá a realizar un análisis *a priori* del grado de idoneidad didáctica de cada una de ellas (objetivo *Valorar el grado de idoneidad didáctica de dichas secuencias. Es decir, analizar cómo de adecuadas son para ser utilizadas en clase*), identificando elementos comunes y específicos en cada momento.

Por último, la pregunta de investigación *¿Cómo afecta al plano emocional de los alumnos la utilización de fragmentos de películas y series como recurso didáctico en clase de Matemáticas?* requiere de la elaboración de un trabajo de corte empírico y experimental. Conscientes de la delicadeza de profundizar en los afectos y las emociones de los alumnos, será una prioridad el elegir herramientas y técnicas poco intrusivas y que alteren en la menor medida posible el desarrollo de la clase. Distinguiremos diferentes etapas, una inicial y otra avanzada, priorizando los métodos de validación internos. De esta manera, se habrá abordado a su vez el objetivo *Analizar en detalle el grado de idoneidad* *afectiva de dichas secuencias. En otras palabras, estudiar el impacto emocional en los alumnos, y si éste es positivo o negativo.*

La fase inicial adopta la forma de un proyecto colaborativo, que permite un acercamiento a la cuestión emocional, a la vez que retroalimenta el proceso de diseño de secuencias didácticas.

Por otro lado, la fase avanzada constituye un estudio de casos con dos grupos de alumnos. Los profesores de dichos grupos pondrán en práctica las secuencias diseñadas, recogiendo la información del plano afectivo mediante los denominados mapas de humor, introducidos por Gómez-Chacón (2000). Este instrumento es realmente un procedimiento por el que los alumnos indican, mediante pictogramas dibujados por ellos, su estado emocional mientras resuelven ejercicios o problemas. Los datos así recogidos se analizan utilizando mapas auto-organizados, técnica propia de la neurocomputación que permite establecer correlaciones entre los elementos del conjunto de datos, así como agrupaciones, y cuya ventaja frente a los métodos clásicos de corte estadístico es su fuerte carácter visual. De esta manera, se persigue el objetivo *Utilizar una metodología de investigación lo suficientemente atractiva y visual que, sin perder rigor académico, anime al profesorado de secundaria a ponerla en práctica como medio para la reflexión de lo que ocurre en el aula.*

El proceso metodológico se esquematiza en la figura 1.1.

1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS

La tesis se divide en cinco partes:

INTRODUCCIÓN Constituye la parte inicial. En ella se delimita el objeto de estudio, las preguntas de investigación y los objetivos. Asimismo, se introduce brevemente la metodología a seguir.

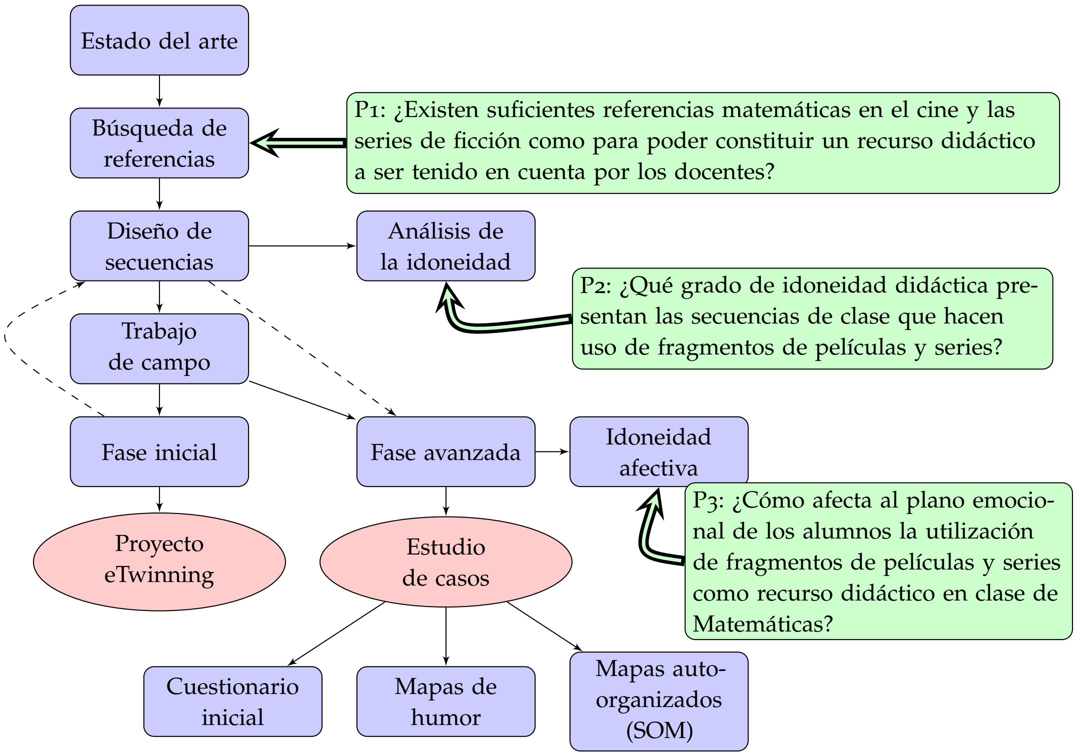


Figura 1.1: Descripción esquemática global del proceso metodológico seguido y su relación con las preguntas de investigación.

MARCO TEÓRICO El capítulo 2 ESTUDIOS PREVIOS SOBRE MATEMÁTICAS EN EL CINE Y SU UTILIZACIÓN DIDÁCTICA muestra los resultados de la revisión del estado del arte. En él, se estudia la relación existente entre el cine y las series de ficción y las matemáticas, así como los trabajos de otros autores y profesores que han elaborado propuestas o sugerencias de utilización didáctica. A su vez, en el capítulo 3 MARCO CONCEPTUAL se describe el marco conceptual que se empleará como herramienta de investigación.

La parte termina con una reflexión sobre las implicaciones didácticas, a las que se dedica el capítulo 4 IMPLICACIONES DIDÁCTICAS.

DISEÑO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS La parte central de la tesis engloba dos capítulos. El capítulo 5 MODELO DE DISEÑO Y ANÁLISIS DE LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS expone el modelo de diseño que se ha empleado para construir las secuencias didácticas, que se incluyen a lo largo del capítulo 6 SECUENCIAS DIDÁCTICAS Y SUS ANÁLISIS A PRIORI.

TRABAJO DE CAMPO La forma de abordar el trabajo de campo se describe en el capítulo 7 PLANTEAMIENTO DEL TRABAJO DE CAMPO. Dicho trabajo presenta dos fases claramente diferenciadas. En la fase inicial o exploratoria (capítulo 8 FASE INICIAL) se realiza un estudio a pequeña escala en el marco de un proyecto colaborativo, cuyas conclusiones sirven para delimitar el alcance de la fase avanzada (capítulo 9 FASE AVANZADA). En ambos capítulos se describen las técnicas y procedimientos empleados, tanto en la recolección de datos como en su posterior análisis.

CONCLUSIONES Finalmente se presentan las conclusiones del estudio realizado (capítulo 10 CONCLUSIONES DE LA TESIS), así como las líneas de investigación que quedan abiertas (capítulo 11 LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN).

Parte II

MARCO TEÓRICO

A continuación, se analiza el estado del arte de las líneas de investigación más relevantes para los objetivos de la tesis. De esta manera, se revisan en primer lugar los estudios previos realizados por otros autores acerca de referencias matemáticas en el cine y sus aplicaciones didácticas, así como la utilización del contexto. Posteriormente, se describe el marco conceptual que se empleará para dar respuesta a las preguntas de investigación, formado principalmente por el enfoque ontosemiótico y los instrumentos de recogida y análisis de información que constituyen los mapas de humor y los mapas auto-organizados.

2

ESTUDIOS PREVIOS SOBRE MATEMÁTICAS EN EL CINE Y SU UTILIZACIÓN DIDÁCTICA

2.1 UNA REFLEXIÓN INICIAL

Antes de comenzar con el establecimiento del marco teórico, nos gustaría reflexionar sobre los principales problemas que, según Freudenthal, se presentan a la enseñanza de las matemáticas (Freudenthal, 1981). La lista de Freudenthal incluye trece problemas y, a continuación, citamos y comentamos aquellos que están más íntimamente relacionados con el enfoque de nuestro trabajo, justificando de esta forma el interés de la investigación:

¿Cómo aprenden los niños? Es decir, la necesidad de aprender a observar los fenómenos de aprendizaje.

A pesar de que las escuelas francesa y holandesa presentan importantes diferencias, tanto metodológicas como en la concepción del propio objeto de interés, la teoría de las situaciones didácticas constituye también una excelente herramienta de observación. Más adelante veremos que, al diseñar las secuencias de clase con el objetivo principal de que sean los alumnos los que elaboren su propio conocimiento, estaremos impulsando la necesidad de que el profesor observe atentamente cómo se desarrolla la clase. De esta manera, el profesor será capaz de guiar la situación, contrastándola con el diseño original.

¿Cómo utilizar progresivamente la simplificación y formalización en la enseñanza referida a las matemáticas?

La teoría de la transposición didáctica se ocupa del proceso mediante el cual un saber matemático formal, tal y como aparece en el mundo académico, es adaptado en el diseño de una situación de enseñanza-aprendizaje. Los objetos matemáticos que aparecen en las películas y series de ficción han sufrido una transposición que no es didáctica, ya que los objetivos de estas obras de ficción audiovisual son otros. Sin embargo, es aquí donde radica la fuerza de fragmentos seleccionados a partir de series y películas, pues la secuencia didáctica que se plantee surge de un medio a-didáctico. Así, se favorece una predisposición positiva de los alumnos. La formalización de los conceptos, procedimientos y demás objetos matemáticos suele realizarse al final de las tareas, en un momento reservado para ello que se conoce como institucionalización y que, ahora sí, expone dichos objetos transpuestos didácticamente de acuerdo al nivel cognitivo de los alumnos.

*¿Cómo mantener abiertas las vías de la intuición (*insight*) durante el proceso de formación de los alumnos?*

Este punto es fundamental en el enfoque ontosemiótico, al igual que en la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau. Es decir, las situaciones - problema se diseñan tratando de evitar proporcionar a los alumnos más información de la necesaria para producir el conocimiento en juego. Por el contrario, si el profesor actuara simplemente como transmisor del conocimiento ya producido, no se produciría aprendizaje de forma significativa.

¿Cómo desarrollar una actitud matemática?

Por actitud matemática hemos de entender la capacidad de abordar situaciones reales desde una perspectiva matemática; es decir, identificando problemas en los que poder aplicar métodos y técnicas matemáticas. Para desarrollar esta actitud, es indispensable desafiar al alumnado con situaciones y problemas variados, que requieran del empleo de diferentes estrategias. De esta manera, al serles presentados nuevos problemas en contextos diferentes, los alumnos pueden transferir lo aprendido. Por otro lado, conforme se aprecia el papel que juegan las matemáticas en situaciones tan diferentes como el hacer la compra, los concursos de televisión o la exploración espacial, se construye una cultura matemática que permite desarrollar una mirada crítica y racional del mundo que nos rodea.

¿Cómo crear contextos adecuados para enseñar matemáticas?

El cine y la televisión permiten mostrar a los alumnos situaciones a las que normalmente no tienen acceso, bien sea porque son escenarios ficticios directamente, como los que pueden surgir en películas de ciencia-ficción, bien porque resultaría complicado reproducirlas en el aula o en el entorno inmediato del estudiante. La tesis que se presenta estudia el diseño de situaciones que utilizan el cine como recurso didáctico.

2.2 ESTUDIOS PREVIOS SOBRE APLICACIONES DIDÁCTICAS DEL CINE EN MATEMÁTICAS

Es un hecho reconocido que los medios audiovisuales en general constituyen tanto un objeto de estudio como un instrumento, un recurso de enseñanza-aprendizaje como el que analizamos en este trabajo. Sin embargo, como señalan Ballesta Pagan y Guardiola Jiménez (2001) y Spanhel (2011), su utilización en el aula está lejos todavía de ser una práctica generalizada, bien por falta de formación al respecto, el no disponer de la infraestructura adecuada o porque ello exigiría un cambio drástico en los modelos de enseñanza de los docentes. Sin embargo, la omnipresencia y la riqueza audiovisual de este tipo de medios lleva tiempo sugiriendo a los expertos diversas posibilidades educativas (Quero Gervilla, 2003).

Los fragmentos de películas y series forman un subconjunto con entidad propia dentro de los medios audiovisuales. El lenguaje audiovisual posee unas características que lo hacen especial y que estimula la motivación. No abundan las descripciones rigurosas de experiencias que integren los medios audiovisuales en el aula de Matemáticas, y menos aún las que se refieran explícitamente al empleo del cine o las series. Por ejemplo, el trabajo de Bartolomé Pina y Mateo Andrés (1983) analiza el uso de montajes audiovisuales creados específicamente para este fin (en concreto, para la enseñanza de la Estadística), mostrando que éstos incidían positivamente en la motivación de los estudiantes, a la vez que se intuía una tendencia también positiva, pero no concluyente, en términos de mejora del rendimiento. En la misma línea es el estudio de Palmer (1994), que utiliza pequeños fragmentos grabados a propósito para ilustrar las matemáticas dentro de un contexto determinado en el mundo real. De Pablos Pons (1989) señala las diferencias entre el cine didáctico y el cine de ficción, desde el punto de vista diegético y subraya que tiene como objetivo final facilitar la elaboración de conocimiento por parte de los alumnos, más que mostrar un conocimiento. Nuestra propuesta asimila dicho objetivo al diseño de secuencias de clase basadas en fragmentos extraídos de películas y series de ficción. Además, como ya se ha comentado, actualmente se dispone de recursos que posibilitan de una manera sencilla el empleo de fragmentos extraídos de películas y series; es decir, no creados ex profeso y que son más cercanos y estimulantes para nuestro alumnado. No obstante, los dos tipos de fragmentos no son en absoluto excluyentes, pudiendo complementarse en la práctica

Como ya se ha advertido anteriormente, es complicado distinguir en ocasiones los estudios sobre referencias matemáticas en el cine de aquellos con intencionalidad didáctica. Esto es debido a que los autores que se interesan por estudiar y divulgar las múltiples relaciones entre cine y matemáticas, resultan ser casi siempre profesores, que además hacen uso de ello en sus clases. Sin embargo, queremos separar en este apartado a aquellos trabajos que claramente presentan una fuerte orientación didáctica de carácter práctico, en contraposición al carácter divulgativo de los trabajos mencionados en el apartado anterior.

La página web «Math and the Movies!», que mantienen F. Roberts y D. Roberts (2014) desde 1998 como parte de su plataforma en línea, ofrece lecciones y actividades de matemáticas para alumnos y profesores de educación secundaria. Su propuesta está basada exclusivamente en el uso de escenas extraídas de películas y series de televisión, y establecen que lo ideal es emplear escenas breves de no más de tres minutos de duración. En su opinión, proyectar una película completa en clase, además de ser legalmente cuestionable, consumiría demasiado tiempo lectivo.

Distinguen dos tipos fundamentales de escenas. Por un lado, está la categoría *Matemáticas en las películas (Math in the movies)*, que engloba aquellas escenas que muestran matemáticas de forma directa. Por otro lado, la categoría *Matemáticas y películas (Math and the Movies)* incluye escenas que pueden servir como gancho para comenzar una clase, simplemente con el objetivo de contextualizar la sesión.

De la misma forma que otros autores, recomiendan no abusar del empleo de escenas en clase de Matemáticas, al igual que de cualquier otro tipo de recurso, pues se convertiría algo que en principio es estimulante y motivador para los alumnos, en algo aburrido y monótono, con el consecuente descenso de los niveles de atención y buena predisposición. Por lo tanto, concluyen que lo mejor es intercalar este recurso con otro tipo de actividades.

En su web se pueden descargar más de 70 hojas de actividades, cada una correspondiente a una escena determinada. Dichas hojas comienzan describiendo brevemente la escena y proponiendo a continuación una serie de preguntas o problemas.

José María Sorando es uno de los pioneros de la utilización del cine en clase de Matemáticas. Su estilo pedagógico queda reflejado en su artículo «Matemáticas por todos los caminos» (Sorando Muzás, 2009b), donde el título ya sugiere la importancia que van a tener en su estilo de enseñanza el contexto y la relación de las matemáticas con el mundo que nos rodea. Rutas matemáticas por la ciudad, páginas web, recortes de noticias de periódicos y revistas, tiras cómicas, anuncios publicitarios, juegos, música, cine, etc. Prácticamente todo vale para establecer vínculos entre las matemáticas y el entorno inmediato del alumno. Sorando dedica al cine un apartado especial dentro de su espacio web «Matemáticas en tu mundo: matemáticas en el cine y en las series de TV: un recurso para el aula» (Sorando Muzás, 2014).

De forma similar a F. Roberts y D. Roberts, pero eligiendo el libro con DVD como medio de divulgación, el grupo valenciano Cinemat (Raga Benedicto, Muedra Jornet &

Requena Sala, 2009) recoge una serie de escenas con sus correspondientes actividades. Lo distintivo de su trabajo es que se trata de actividades completamente preparadas para su uso en clase. Es decir, en el DVD mencionado integran tanto la escena ya recortada como las actividades a realizar, de manera que resulta muy cómodo para los docentes utilizar estos materiales en sus clases. Comenzaron a recopilar y a crear los materiales en el año 2000, cuando con motivo del *Año Mundial de las Matemáticas* se realizaron diferentes talleres y cursos que fomentaban la divulgación matemática y las relaciones de las matemáticas con otras áreas del conocimiento y la cultura, entre ellas el cine. No en vano y, como hemos visto, los orígenes del trabajo de Población también hay que buscarlos en un ciclo de cine enmarcado en los eventos del año 2000. Como ellos mismos afirman (Raga Benedicto, Muedra Jornet & Requena Sala, 2010, p. 2):

> Además utilizar una película entera en el aula tiene el problema que sólo para su visualización ocupa dos sesiones de clase. De hacerlo así, el primer día, los alumnos van a clase de matemáticas, pero al segundo día, si se les pregunta contestan que van a ver una *peli*. Nosotros no queríamos eso. Queríamos algo de cine que los motivase pero que a la vez cupiese en una sesión.

Es decir, se alinean con la postura común de utilizar escenas de corta duración, con sus correspondientes actividades, de forma que las sesiones dedicadas al cine quedaran perfectamente integradas en el currículo.

Es interesante la reflexión que llevan a cabo acerca de la utilización del cine en clase de Matemáticas, antes de exponer las actividades en sí. En ella, además de remarcar el interés social que tienen las matemáticas, se pone de manifiesto el estilo de enseñanza en el que se enmarcan estas actividades. Para el grupo *Cinemat*, es esencial vincular el aprendizaje de las matemáticas con situaciones reales, a la vez que trabajar los conocimientos nuevos a partir de los anteriores. Las escenas y las actividades que se plantean son problemas que se presentan en un momento dado al alumnado, específicamente elegidos de acuerdo a los conocimientos actuales de los alumnos. De esta manera, los alumnos pueden aproximarse a los problemas así planteados de una forma más intuitiva, construyendo el nuevo conocimiento apoyándose en su experiencia previa.

Asimismo, efectúan un análisis acerca de cómo se trabajan las diferentes competencias básicas mediante la introducción del cine en clase, similar al que realiza (Martín & Martín Sierra, 2014), tratando en primer lugar la competencia matemática y sin olvidarse de la transversalidad educativa. Los objetivos fundamentales que persigue *Cinemat* constituyen una auténtica declaración de intenciones. En primer lugar, el lenguaje propio del cine permite plantearse como objetivo la mejora de la capacidad de mejora del pensamiento reflexivo y la expresión lingüística de los alumnos. En segundo lugar, y aunque Raga Benedicto y col. no enmarquen su trabajo en ninguna línea de investigaciones existentes que promueven el uso del contexto en clase de matemáticas, está claro que para ellos resulta fundamental el vincular el aprendizaje con situaciones cotidianas.

Por ello, entre sus objetivos están el aplicar los conocimientos matemáticos en escenarios de la vida real, y analizar las matemáticas presentes en los medios de comunicación, lo que también fomenta un cierto sentido crítico. En tercer lugar, Raga Benedicto y col. tienen muy presentes las nuevas tecnologías, e incluyen entre sus objetivos el aportar una formación competencial básica en el uso de las TIC. Finalmente, los objetivos relativos a competencias transversales ocupan un lugar muy importante. Ello se vislumbra en el interés de *Cinemat* por el desarrollo de la capacidad del trabajo en equipo, de la iniciativa personal, de la competencia para aprender a aprender, en el desarrollo de hábitos de estudio y autocontrol, así como en la educación en valores y educación afectiva.

Aunque inicialmente diferencian únicamente entre escenas donde se propone un problema determinado y escenas que sirven para motivar una explicación, también proponen una clasificación de las escenas a utilizar en función del tipo de actividad al que dan pie. Los guiños matemáticos se corresponderían con la categoría *Matemáticas y películas* de F. Roberts y D. Roberts. Es decir, escenas que sirven para introducir los contenidos de forma amena. Por otro lado, en el grupo *Cinemat* diferenciarían dentro de la categoría *Matemáticas en las películas* de F. Roberts y D. Roberts entre actividades de desarrollo y actividades de desarrollo y ampliación, dependiendo de si los contenidos que se trabajan son los básicos correspondientes a una unidad didáctica del currículo o si se trata de contenidos de ampliación. Finalmente, añaden una interesante categoría, actividades de desarrollo y transversalidad, donde se tratan temas transversales.

2.3 ESTUDIOS PREVIOS SOBRE REFERENCIAS MATEMÁTICAS EN EL CINE Y LAS SERIES DE FICCIÓN

2.3.1 *Páginas web*

La página «Mathematical Fiction Homepage» (Kasman, 2014)[2] incluye una compilación de más de 1000 referencias matemáticas en diversos medios, incluyendo el cine y la televisión, categoría que aporta un centenar de entradas. La base de datos de dicha web es accesible bien mediante una búsqueda general, bien navegando por las diferentes categorías.[3]

Estas categorías pueden desplegarse mediante una clasificación por el tipo de medio (en línea, cómics, novelas, películas, etc.), por género (aventura, educativo, humor, etc.), por el tema de la referencia matemática (álgebra, aritmética, probabilidad, etc.) o por el contexto (mujeres matemáticas, matemáticas anti-sociales, etc.). A partir de 2012, Kasman ofrece además una serie de recomendaciones basadas en el perfil del público. De esta forma, diferencia entre referencias que él recomendaría para niños, para adultos jóvenes, para estudiantes o profesores de matemáticas, para aficionados a la ciencia-ficción y para lectores.

2 La fecha de la referencia, cuando se trata de un espacio web en línea, se corresponde con la de la última actualización del contenido, siguiendo las recomendaciones APA. Consideramos que la fecha de creación también es importante. Ésta se indicará en una nota a pie de página o en el texto y, si la propia página no la muestra, se recuperará de http://archive.org/web/.

3 El espacio web «Mathematical Fiction Homepage» (Kasman, 2014) se creó en 2009.

Resulta interesante analizar con un poco más de detenimiento la manera de catalogar de Kasman, ya que se trata de una base de datos bastante extensa. No en vano, es la mayor de este tipo en Internet y sólo es comparable en el apartado de cine al trabajo de Población Sáez (2006) o a al espacio web de Polster y Ross (2008)[4]. Va a permitir comprobar empíricamente si realmente existen suficientes referencias matemáticas en el cine y las series como para dedicar el esfuerzo al diseño de actividades y secuencias didácticas organizadas en torno a una de estas referencias.

No obstante, estos datos deben tomarse con precaución, ya que pueden estar sesgados por los gustos del autor o sus colaboradores. Basta observar que en la clasificación según el contexto aparece una categoría propia para Sherlock Holmes. ¿Por qué para el famoso detective y no para Sheldon Cooper, de la serie «The Big Bang Theory» (Lorre & Prady, 2007) o para Charlie Eppes, de «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005), que hoy en día gozan de una gran popularidad y son fuente inagotable de referencias?

Sin embargo, un análisis de la cantidad de entradas en términos absolutos nos revela la abundancia de materiales con contenidos matemáticos para las principales ramas de las matemáticas, así como para las matemáticas aplicadas (informática, criptografía, física, etc.) y algunas sub-ramas que en los últimos años han gozado de gran popularidad (caos, fractales, infinito). Si ahora nos fijamos en términos relativos, parece ser que la geometría, el álgebra, la aritmética y las matemáticas aplicadas sobresalen sobre los demás temas, por encima de las 100 entradas cada una. Aunque, como hemos dicho, hemos de ser cuidadosos ya que, sin ir más lejos, el concepto del infinito es clave en el cálculo diferencial y, sin embargo, aquí tiene una categoría propia. Sumando el número de entradas del infinito con las del cálculo diferencial se obtiene una categoría sobresaliente, sobrepasando también las 100 entradas.

En cuanto al contexto en el que se desarrollan los materiales compilados por Kasman, las categorías más prominentes son el mundo académico, romance y mujeres matemáticas, cada una con más de 150 entradas. Les siguen de cerca, superando las 100 entradas, los personajes matemáticos reales, la religión y la educación matemática. Resulta de interés para el presente trabajo el observar la cantidad de contextos dife-

4 «MMDB The Mathematical Movie Database» (Polster & Ross, 2008) se creó en 2004.

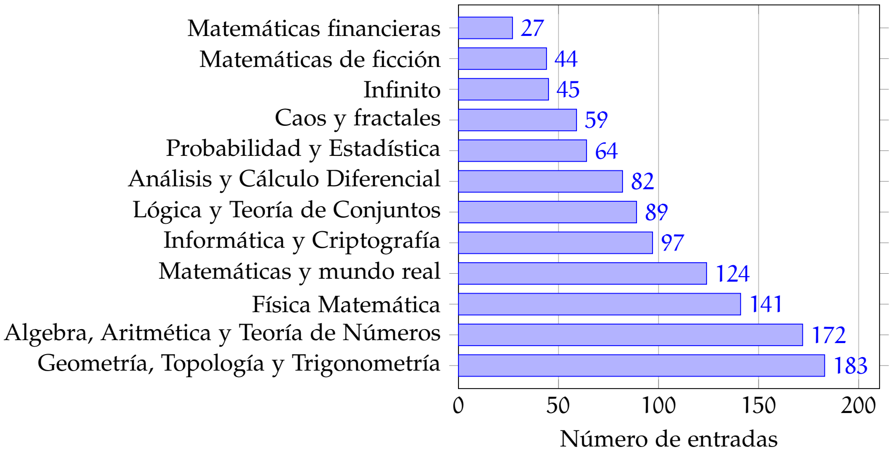


Figura 2.1: Recuento de escenas en la página web de Kasman[5].

rentes en los que se pueden encontrar referencias matemáticas, sobre todo si al usar o recomendar estos materiales en clase, el profesor desea tratar un tema transversal en concreto.

Un aspecto que distingue a esta página web es que, además de incluir un resumen y una pequeña explicación para cada referencia, incluye un sistema de votos con el fin de puntuar de forma separada el contenido matemático de la calidad cultural (*literary quality*). Además, proporciona una lista de trabajos similares con los que seguir explorando la base de datos.

El gurú de la informática, escritor y consultor de nuevas tecnologías Arnold Reinhold mantiene una de las webs pioneras en lo que a matemáticas en el cine se refiere. Nos estamos refiriendo a «The Math in the Movies Page» (Reinhold, 2011)[6]. Incluye una lista de unas 20 referencias, además de unas 80 contribuciones espontáneas que recoge en un apartado especial. La última actualización data de 2011 y gran parte de los enlaces a carátulas, logotipos e imágenes están caídos, sin embargo se ha incluido en el estado del arte porque posiblemente sea la primera web dedicada a recoger referencias matemáticas, ya que se remonta a 1996.

5 Elaboración propia a partir de datos obtenidos de «Mathematical Fiction Homepage» (Kasman, 2014).
6 «The Math in the Movies Page» (Reinhold, 2011) se creó en 1996.

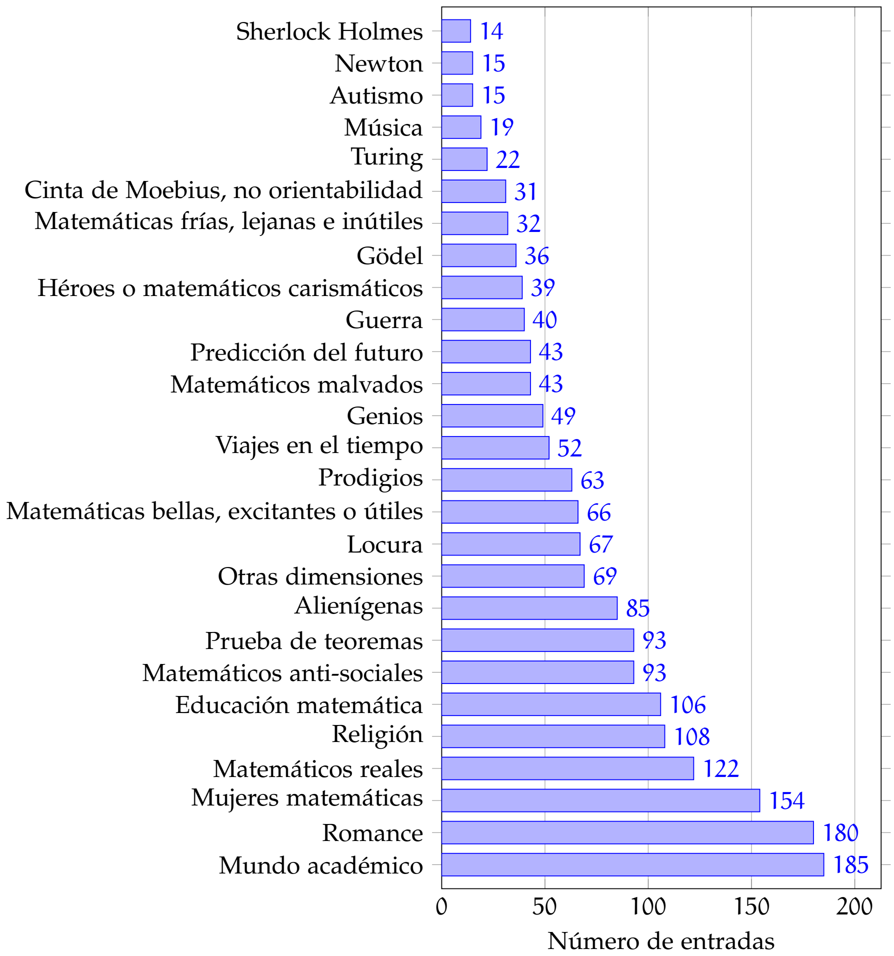


Figura 2.2: Recuento de escenas clasificadas por contexto en la página web de Kasman[7].

Otro sitio de referencia es la web australiana «MMDB The Mathematical Movie Database» (Polster & Ross, 2008), que ofrece una compilación excelente de referencias matemáticas, si bien carece de la agilidad de búsqueda de la web de Kasman. Ahora bien, este hecho queda compensado con creces al incluir más de 800 referencias centradas exclusivamente en el cine y las series de televisión, lo que constituye un excelente recurso para nuestros fines. Se distingue simplemente entre aquellas referencias procedentes de películas y aquellas que corresponden a series de televisión, aunque también ofrece una pequeña lista de recomendaciones. Además, incluye la lista de aquellas referencias (no más de 13) para las que no han podido conseguir la fuente. Suele tratarse en este último caso de películas muy antiguas o experimentales.

7 Elaboración propia a partir de datos obtenidos de «Mathematical Fiction Homepage» (Kasman, 2014).

Los autores de «MMDB The Mathematical Movie Database» han publicado el libro *Math Goes to the Movies* (Polster & Ross, 2012), donde reconocen y dan crédito a trabajos anteriores en la misma línea, destacando el libro de Población Sáez (2006), las webs de Reinhold (2011), Kasman (2014) y Knill (2013), los libros y cursos de Emmer (2004) y las webs monográficas sobre «Los Simpson» (Groening, 1989) y «Futurama» (Groening, 1999) de Greenwald y Nestler (2014) y Bending Rodríguez (2009) y la web «The Math behind Numb3rs» (2014) sobre la serie «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005). El libro está escrito con cierto sentido del humor y resulta una amena lectura divulgativa. Los primeros capítulos tratan una serie de películas famosas que contienen importantes referencias matemáticas, como «El indomable Will Hunting» (Sant, 1997), aunque comentan también en detalle «Lecciones inolvidables» (Menéndez, 1988), «Una mente maravillosa» (Howard, 2001), «Pi, fe en el caos» (Aronofsky, 1998) y «Ahora me toca a mí» (Weill, 1980). Hay también una serie de capítulos dedicados a las más variadas curiosidades matemáticas en el cine, como la famosa escena de las garrafas de agua de «Jungla de cristal III: la venganza» (McTiernan, 1995), donde los protagonistas han de resolver una serie de acertijos.

Oliver Knill, profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Harvard mantiene desde 2006 la web «Mathematics in Movies» (Knill, 2013), con más de 150 referencias. Lo que distingue a esta página de otras es que incluye los archivos de vídeo de las escenas en su propio servidor, bien para verlos en línea o para descargarlos, con la ventaja de que siempre están disponibles.

Existe una página web que, sin estar dedicada directamente a las referencias matemáticas en el cine, proporciona una poderosa herramienta para buscarlas fácilmente. Se trata de «Subzin - Find quotes in movies and series» (Sobrecueva, 2014)[8], que ofrece una ágil interfaz de búsqueda en una base de datos compuesta por los guiones de miles de películas, tanto en inglés como en español, si bien por el momento su creciente catálogo es más extenso en inglés (18000 títulos frente a 8000, datos del 2011). Los resultados de la búsqueda devuelven el diálogo correspondiente y el instante de comienzo del mismo dentro de la película, y permiten ser ordenados por popularidad

8 La aplicación web «Subzin - Find quotes in movies and series» (Sobrecueva, 2014) se creó en 2008.

en función de la base de datos de IMDb[9]. Obviamente, las referencias matemáticas veladas, que no incluyan términos apropiados, no será posible encontrarlas. Aun así, es un recurso impresionante. Por ejemplo, si buscamos la palabra clave *fractions*, nos devuelve una lista de 1409 frases en 1160 películas y series.

Figura 2.3: Captura del espacio web «Matemáticas en tu mundo: matemáticas en el cine y en las series de TV: un recurso para el aula» (Sorando Muzás, 2014)

José María Sorando comenzó a publicar en 2004 acerca de las referencias matemáticas en el cine en la revista SUMA[10] (Sorando Muzás, 2004) y mantiene desde entonces la web «Matemáticas en tu mundo: matemáticas en el cine y en las series de TV: un recurso para el aula» (Sorando Muzás, 2014), con un apartado dedicado al cine y

9 Internet Movie Database: http://www.imdb.com
10 Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: http://revistasuma.es

las matemáticas. Analizaremos con más detalle las contribuciones de Sorando en el apartado dedicado a las aplicaciones didácticas. No obstante, su web aporta una compilación de 228 películas (dato de 2014), todas con su correspondiente resumen y un breve análisis desde el punto de vista matemático. Así mismo, recoge referencias en 28 series diferentes de TV, algunas de ellas con múltiples referencias, como «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005), «Los Simpson» (Groening, 1989) o «Futurama» (Groening, 1999), y 19 cortometrajes de bajo coste relacionados con las matemáticas. Es interesante su sección *Nombres propios*, donde se analiza con más detenimiento la relación con las matemáticas y el cine de algunos personajes famosos: Arquímedes, Hitchcock y su obsesión por las espirales, el humor geométrico de Jacques Tati, Kubrick y la perspectiva como punto de fuga, las matemáticas en el salvaje oeste de Sergio Leone, los diálogos de Woody Allen, el cine de Walt Disney y un pequeño homenaje a José Luis López Vázquez.

El blog «Matemáticas de cine: recursos para el aula» (Requena Fraile, 2014), cuyo autor es un profesor jubilado de Matemáticas con amplia experiencia, ha llegado a convertirse, desde su creación en 2010, en una de las mayores compilaciones de escenas matemáticas en español, con más de 80 referencias en la actualidad. Todas las referencias vienen acompañadas de un resumen y un pequeño análisis del contenido matemático, además de proporcionar un enlace al vídeo de la escena, alojado en páginas de *streaming*, como *Youtube*, *Vimeo* o *Dailymotion*.

2.3.1.1 *Webs monográficas sobre una serie en concreto*

Ya desde hace unos años, tenemos la suerte de encontrarnos verdaderas joyas matemáticas y científicas en la parrilla televisiva. Las populares series de dibujos animados «Los Simpson» (Groening, 1989) y «Futurama» (Groening, 1999) son un claro ejemplo de ello. No en vano, sus guionistas son en su mayoría matemáticos y físicos. Ken Keeler, guionista de ambas series de dibujos es doctor en Matemáticas por la Universidad de Harvard. Al Jean y J. Stewart Burns son también matemáticos por Harvard y, además de guionistas, han sido productores de «Los Simpson». David S. Cohen y

Jeff Westbrook, físicos formados en Harvard y con sendos másteres en Ciencias de la Computación, son también guionistas de ambas series. Finalmente, el también guionista Bill Odenkirk es doctor en Química Inorgánica. Multitud de capítulos y escenas de estas series de dibujos animados incluyen guiños científicos.

Figura 2.4: Captura del espacio web «Mathematics on The Simpsons» (Greenwald & Nestler, 2014).

Uno de los espacios web más completos en torno a la serie animada de «Los Simpson» (Groening, 1989) es la página de Greenwald y Nestler (2014). Incluye una guía completa con las referencias matemáticas que aparecen en cada episodio, así como sugerencias de utilización en el aula. A continuación resumimos de forma cuantitativa el número de escenas en las que se pone en juego de forma directa algún tipo de contenido matemático:

Las referencias son de lo más variado. En algunos episodios las matemáticas aparecen en el instituto de Bart y Lisa, en contextos puramente educativos. Por ejemplo, en el capítulo *YOLO* [11], emitido por primera vez el 11 de octubre de 2013), Bart tiene un examen de Matemáticas en el que se le pide que simplifique las siguientes fracciones:

$$\frac{28}{42} \quad \frac{24}{40} \quad \frac{22}{66} \quad \frac{15}{20} \quad \frac{12}{36}$$

11 Episodio RABF22, según la codificación de la productora de «Los Simpson».

En otras ocasiones, el objeto matemático también aparece de forma explícita y transpuesto didácticamente, tal como se ve en los libros de texto. Es el caso del episodio *$pringfield (Or, How I Learned to Stop Worrying and Love Legalized Gambling)* [12], en el que se parodia una famosa escena de «El mago de Oz» (Fleming, 1939), en torno al teorema de Pitágoras, que comentaremos con más detenimiento en el capítulo dedicado a los análisis de secuencias didácticas. Hay también episodios ciertamente complejos desde el punto de vista matemático, como *Treehouse of Horror VI* [13], en donde se aprecian ecuaciones e incluso el último teorema de Fermat, junto con multitud de nombres y propiedades geométricas.

«Los Simpson» no son la única serie de televisión rica en contenido matemático. «The Big Bang Theory» (Lorre & Prady, 2007) , una comedia de situación estadounidense comenzó a emitirse en 2007, habiendo comenzado en 2014 su octava temporada. Los protagonistas son tres jóvenes físicos y un ingeniero que trabajan en la universidad como profesores o investigadores, junto con la vecina de dos de ellos, camarera y aspirante a actriz. Las aficiones de los personajes principales incluyen la ciencia-ficción, los cómics, los juegos de mesa y los videojuegos, generándose situaciones cómicas en torno a ellas, a la interacción de los personajes con otros de fuera de su círculo y en el contexto de la vida investigadora en la universidad.

«The Big Bang Theory» cuenta con asesores científicos, de forma que las referencias matemáticas y científicas son auténticas. En especial, son destacables las dos pizarras que tienen los protagonistas en su apartamento, que suelen emplear para trabajar en sus últimas investigaciones. En estas pizarras aparecen fórmulas y desarrollos físico-matemáticos bastante complejos, de nivel universitario como mínimo. En el blog «The Big Blog Theory: The science behind the science» (Saltzberg, 2013) se analiza todo el contenido científico, capítulo por capítulo, desde estas fórmulas que aparecen en las pizarras hasta curiosidades o breves alusiones.

La serie de TV «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005) es otro claro ejemplo de cómo las matemáticas pueden ocupar una posición no residual en el entretenimiento audio-

12 Episodio 1F08, según la codificación de la productora de «Los Simpson».
13 Episodio 3F04, según la codificación de la productora de «Los Simpson».

visual e, incluso, ser el componente central de una serie de éxito. Cada capítulo de la serie narra la investigación de un crimen por el FBI americano, y el correspondiente proceso de atrapar al malhechor, gracias a un matemático de primer nivel. Casualidades aparte, este matemático es hermano del investigador jefe. «Numb3rs» cuenta con asesoramiento científico de primer nivel y ha dado pie a páginas web («Numb3rs Math Activities», 2013; «The Math behind Numb3rs», 2014) y libros centrados en las matemáticas que aparecen en cada capítulo, como el de Devlin y Lorden (2007).

2.3.2 *Artículos y libros*

Alfonso J. Población comienza su libro (Población Sáez, 2006) reflexionando sobre el papel que juegan las matemáticas en el cine, donde se queja del tratamiento que recibe su divulgación cuando la comparamos con otros campos del saber (literatura, historia, ciencia, etc.) Aduce para ello razones de tipo epistemológico, reconociendo que tanto la comprensión como la correcta divulgación de las matemáticas requiere de un esfuerzo no desdeñable, circunstancia que se ve condicionada por el hecho de que las matemáticas poseen un lenguaje simbólico propio. Añade además la mala fama que arrastra la asignatura de Matemáticas en etapas escolares y pre-universitarias.

Dedica la primera parte de su libro a analizar en profundidad cuatro películas, todas ellas proyectadas en un ciclo de cine en Valladolid con motivo de la celebración del Año Mundial de las Matemáticas, en el 2000. Se trata ya de títulos clásicos en el ámbito de las matemáticas en el cine: «El indomable Will Hunting» (Sant, 1997) , «Cube» (Natali, 1997), «Moebius» (Mosquera, 1996) y «Pi, fe en el caos» (Aronofsky, 1998) . El resto del libro, unas 200 páginas, es una antología comentada de películas con alguna relación con las matemáticas. Los comentarios de Población son ricos en referencias históricas y cinéfilas, además de diseccionar con rigor las matemáticas que aparecen.

Michele Emmer es un prolífico autor italiano que edita la serie de libros *Matematica e cultura* publicados por Springer desde el año 1998 y que tuvo su origen en el congreso del mismo nombre que se viene realizando desde 1997. La serie está formada por libros que recopilan artículos de diversos autores que exploran la relación de las matemáticas con la cultura y diversas áreas del conocimiento humano, desde la economía hasta la pintura, pasando por la escultura, la arquitectura y, por supuesto, el cine.

Es el propio Emmer el que firma alguno de los artículos dedicados al séptimo arte. Dado el éxito de la serie, a partir del año 2004 se han traducido del italiano original algunas ediciones al inglés, creando la serie *Mathematics and Culture* (Emmer, 2004).

La serie de libros destaca por invitar a reconocidos expertos en cine, e incluso directores, para elaborar los artículos. A continuación y, a modo de ejemplo, se reseñan algunas de las contribuciones más interesantes.

En la edición de 2000 (Emmer, 2000), Emmer analiza la película «Moebius» (Mosquera, 1996), dando a su vez paso a un artículo del propio Mosquera donde reflexiona sobre su película. La acción de la película tiene lugar en la red de metro de Buenos Aires, donde un día se pierde un tren. Para buscar una explicación se contrata a un matemático especializado en topografía, que llega a la conclusión de que la complejidad de la red la ha convertido en una especie de cinta de Moebius[14].

Michel Ciment, experto en el cine de Stanley Kubrick, firma un artículo en la edición de 2002 (Emmer, 2002) , en el que analiza las matemáticas presentes en la película «2001: Una odisea del espacio» (Kubrick, 1968).

En la edición de 2007 (Emmer, 2007) el director de cine Peter Greenaway recibe un pequeño homenaje y es invitado a redactar un breve artículo, titulado *92 drawings of water*, en el que reflexiona sobre las conexiones entre su película «Intervals» (Greenaway, 1969) y una serie de 92 dibujos sobre el agua que realizó en Venecia en 2005, siempre en clave matemática, numérica. Así, resalta el papel que juegan los números en la estructura de dicha película. Fascinado por cómo el número 13 dictaba el ritmo de la música de Vivaldi, hace lo propio con la estructura de la película. Así, en la primera parte el film se construye sobre una base de 13 períodos, la segunda parte sobre 26 (que resulta ser el doble de 13 y el número de letras del alfabeto inglés). En la

14 Para construir una cinta de Moebius, basta tomar una tira de papel y pegar los extremos, dando media vuelta a uno de ellos. Así se forma una superficie con una sola cara y un solo borde.

tercera y última parte, asigna a cada período una música determinada. En cuanto a la serie de dibujos, observa que 92 es el número atómico del uranio, mineral que posee para él muchas connotaciones, destructivas, políticas, de poder, etc.

Figura 2.5: Cuatro fotogramas de «Sinfonía diagonal» (Eggeling, 1924)

La edición de 2008 (Emmer, 2008) incluye el artículo titulado *Del abstraccionismo a lo abstracto*. Su autor, Montanaro, repasa la filmografía de Viking Eggelingg y Hans Richter. Desde la vanguardia del cine experimental, concibió el film abstracto «Sinfonía diagonal» (Eggeling, 1924) . En él, se suceden imágenes obtenidas a partir de papel cortado junto con otras realizadas a partir de chapa metálica, con una fuerte inspiración geométrica, las cuales fueron tomadas fotograma a fotograma.

Finalmente, observar que ya se ha comentado en el apartado anterior el libro de Polster y Ross (2012), como complemento a su página web.

2.4 ESTUDIOS SOBRE EL PAPEL DEL CONTEXTO EN MATEMÁTICAS

A continuación se revisarán aquellas investigaciones relevantes para nuestra investigación que hayan tratado el papel que juega el contexto en el aula de Matemáticas, con especial atención a cómo ayuda a la formación de conceptos de matemáticos y cómo influye en el plano afectivo.

2.4.1 *Educación matemática realista*

La contextualización de las matemáticas en etapas escolares es uno de los pilares de la Educación Matemática Realista (RME), corriente didáctica de la escuela holandesa heredera de Freudenthal que nace a comienzos de los años 70. Nació como respuesta a la educación matemática tradicional o mecanicista, en la que se primaban los procedimientos y en contraposición a las denominadas *Matemáticas Modernas*, ampliamente extendidas en los EE.UU., centradas en una aproximación formal y axiomática. La RME posee cinco características fundamentales (Treffers, 1987; Freudenthal Institute, 2009):

- La utilización de contextos
- El empleo de modelos
- El fomento de producciones y construcciones propias de los alumnos
- El carácter interactivo de la enseñanza y el entrelazado de diferentes modalidades de aprendizaje.

A continuación se revisarán los trabajos más relevantes centrados en la utilización del contexto, pues es nuestra intención hacer uso del cine como recurso didáctico y consideramos que éste es una fuente excelente de contextos. Por otro lado, la utilización de escenas de cine como contexto por parte de los profesores persigue como objetivo conseguir una mejor predisposición de los alumnos a una mejor recepción de nuevos conocimientos.

DIFERENTES ACEPCIONES DE CONTEXTO Existen diferentes definiciones para lo que se entiende como contexto en el ámbito de la didáctica y la pedagogía. Cada una de ellas, presenta pequeños matices que la diferencian de las demás, dependiendo de la orientación del trabajo investigador del autor. No obstante, se distinguen principalmente dos usos del término contexto (Ramos & V Font, 2006):

- El contexto considerado como un ejemplo particular de un objeto matemático determinado; es decir, el contexto muestra un campo de aplicación de dicho objeto.
- El contexto visto desde una perspectiva ecológica, lo que permite enmarcar un objeto matemático en el entorno.

Sirva como ilustración general de lo que se considera como contexto la definición que proponen Mazzeo, Rab y Alssid (2003):

> Una familia de diversas estrategias de enseñanza diseñadas para vincular de forma óptima el aprendizaje de las habilidades básicas con contenidos académicos o laborales, focalizando la enseñanza y el aprendizaje directamente en aplicaciones dentro de un contexto de interés para el alumno

Para Freudenthal, las matemáticas constituyen una ciencia que se ha construido a partir del sentido común. Por ello, las matemáticas a enseñar en las escuelas deberían incluir abundantes claves de relación con el mundo real. En este punto, Freudenthal se está refiriendo, fundamentalmente, al uso del contexto, que define como (Freudenthal, 1991, p. 75):

> Contexts were defined as domains of reality disclosed to the learner in order to be mathematised. In the cases of location, story, project, and theme such domains are purposefully - and sometimes artificially - delimited

> by the teacher or de- veloper, who wants the learner to reinvent certain processes and products of mathematising. The case of clippings is a bit different. Here it is not a domain but a small piece that is cut out, although its paradigmatical value for mathematising and for acquiring a mathematical attitude may be enormous in comparison.

Es decir[15]:

> Los contextos se definieron como dominios de realidad que se presentan al discente para ser matematizados. En los casos de lugar, historia, proyecto y tema, tales dominios quedan delimitados intencionalmente -y, a veces, artificialmente- por el profesor o el diseñador del recurso, que pretenden que los alumnos reinventen ciertos procesos y productos propios de la matematización. El caso de los recortes es algo diferente. En este caso no es un dominio, sino un pequeño fragmento que se extrae, y a pesar de ello, presenta un valor paradigmático enorme en comparación para matematizar y adquirir una actitud matemática.

Basándose en su experiencia, Freudenthal distingue cuatro tipos de contextos (lugar, historia, proyecto, tema), a los que se puede añadir un quinto tipo algo especial (recortes). Por lugar, Freudenthal se refiere a un conjunto de situaciones, presentado al alumno en un entorno único, matematizables por separado o bien interrelacionadas en mayor o menor grado. Una historia, en cambio, es una sucesión ordenada de situaciones, con un hilo narrativo que la relaciona de una forma estructurada. Tanto el lugar como la historia presentan a los alumnos un fragmento de realidad, unos escenarios ya construidos. En cambio, el proyecto implica crear esos escenarios. El tema o ambientación se produce cuando el profesor enseña una determinada materia enmarcada en un escenario real, como puede ser el caso de las funciones exponenciales en contextos de crecimiento. Finalmente, lo que Freudenthal denomina recortes (*clippings*), son piezas de realidad extraídas fundamentalmente de la prensa o de libros, pero también

15 Traducción propia.

procedentes de otros medios. Los fragmentos de películas y series que se consideran en esta tesis podrían catalogarse como un tipo de recortes de Freudenthal.

Advierte del pequeño problema que se aparece al profesor a la hora de identificar matemáticas que merezcan la pena. Ahora bien, hay tal cantidad de material que aunque solamente sea utilizable una pequeña fracción, merece la pena buscar y utilizar recortes para contextualizar una sesión. En nuestro caso, veremos que las escenas de películas que usaremos como recurso pueden considerarse como recortes, aunque también puedan ser clasificadas de otra manera, dependiendo del uso que se les dé y del planteamiento.

De hecho, el contexto puede ser utilizado con diferentes fines:

FINES QUE SE PERSIGUEN AL UTILIZAR EL CONTEXTO En el trabajo de Meyer, Dekker y Querelle (2001) se indican cinco posibles objetivos que pueden motivar el incluir un contexto en un proceso de aprendizaje:

- Motivar para aprender conceptos matemáticos desconocidos para el alumno
- Ofrecer una posibilidad de aplicación
- Servir como fuente de nuevas nociones matemáticas
- Sugerir una estrategia o forma de resolución
- Proporcionar un punto de anclaje para la comprensión matemática

La utilización del contexto como elemento motivador suele ser patente al comienzo de las unidades didácticas, cuando se introduce un nuevo tema de estudio. Meyer y col. establecen que los profesores pueden crear fundamentalmente un contexto adecuado de tres forma diferentes: mediante un recurso visual, un texto o una actividad diferente. Los recursos visuales incluyen imágenes y gráficos, mientras que la utilización de textos nos remite a lecturas específicas. Por otro lado, una actividad que contextualice las matemáticas que va a introducir más adelante el profesor puede tomar la forma de un juego o simulación. Entendemos que esta clasificación que propone Meyer y col. no es en absoluto estanca y que, por ejemplo, existen recursos didácticos que pueden pertenecer a las tres categorías, como veremos más adelante.

Es habitual que, en una asignatura a menudo abstracta como las Matemáticas, los alumnos se pregunten por la utilidad de ciertos conocimientos. Todos los problemas que aparecen en los libros de texto podrían ser abordados desde un enfoque puramente matemático, sin tener en cuenta su campo de aplicación. Ahora bien, si los profesores procedieran de esa manera, los alumnos se verían abocados a una espiral negativa de desmotivación. Necesitan, de alguna manera, conocer el contexto en el cual esas matemáticas que están aprendiendo les serán de utilidad algún día. Esta modalidad de contextualización suele darse justo después de haber introducido un nuevo concepto matemático.

Cuando el contexto se utiliza como fuente de nuevas nociones matemáticas, se identifican tres niveles posibles de uso del mismo. Meyer nos remite al trabajo de De Lange (1987):

CONTEXTO DE PRIMER ORDEN En este caso, el contexto proporciona un problema matemático de forma explícita. Así, los alumnos simplemente han de identificar los números, que aparecen de forma clara en el contexto, y aplicar un procedimiento ya conocido. Es el modo de utilización más común del contexto y el que se observa en la mayoría de los libros de texto.

CONTEXTO DE SEGUNDO ORDEN Aquí se presenta un problema del mundo real al alumno, el cual debe interpretar el escenario que se le presenta con las matemáticas como herramienta para abordarlo.

CONTEXTO DE TERCER ORDEN En este nivel es el propio contexto el que desencadena el aprendizaje significativo de nuevos conceptos, o bien el redescubrimiento de los mismos. Se trata del nivel de utilización del contexto menos empleado, debido a que requiere una importante labor de diseño de la secuencia didáctica. No obstante, es el que proporciona las mejores experiencias de aprendizaje significativo.

Aunque de manera no tan explícita, otros autores (Harvey & Averill, 2012) también diferencian los contextos de esta manera, en función de su complejidad, distinguiendo aquellos problemas que meramente disfrazan las matemáticas empleadas con un contexto mínimo de aquellos problemas que constituyen verdaderos proyectos de investigación.

La principal diferencia, y que nos vemos obligados a remarcar, entre el empleo del contexto en una enseñanza tradicional de las matemáticas y la que propone la RME es que la primera, cuando hace uso de él, es simplemente para aplicar lo que ya se ha aprendido. Por el contrario, en la RME se emplea el contexto como herramienta para aprender nuevos conocimientos.

Un problema matemático puede ser contextualizado de forma que se sugiera una estrategia de resolución o forma de abordarlo, siendo lo más habitual mediante una imagen. Los libros de texto actuales suelen incluir este tipo de imágenes junto a algunos problemas con este objetivo.

Una interesante forma de emplear el contexto en clase de matemáticas es como punto de anclaje para la elaboración de modelos mentales que permitan asimilar nuevos conocimientos matemáticos y recordarlos mejor más adelante. De esta forma, aquellos alumnos que consiguen elaborar estos modelos pueden tratar de resolver problemas relacionando el nuevo contexto con contextos ya conocidos, aplicando de esta forma las matemáticas que utilizaron anteriormente.

CRITERIOS PARA VALORAR LA CALIDAD DE UN CONTEXTO Por otro lado, Meyer y col. (2001) propone una serie de criterios para valorar la calidad de un contexto. Dichos criterios han de servir como guía al profesorado a la hora de diseñar secuencias didácticas que hagan uso de contextualizaciones, sea cual sea el uso que se les planee dar:

1. El contexto es una herramienta que ha de servir para mejorar el aprendizaje de las matemática, no ha de monopolizar las sesiones. Es decir, que el profesor debe evitar aquellos contextos complicados en los que el alumno dedica más tiempo a descifrar e interpretar el propio contexto que las matemáticas embebidas en él.

2. Los contextos deben tratar situaciones del mundo real, siendo también válidos escenarios no reales pero imaginables por el alumno.

3. Los contextos han de ser variados para no caer en la desmotivación del alumnado. Además, si solamente se emplea una forma de contextualizar para un determinado tipo de problema, se corre el riesgo de que no haya transferencia del modelo creado por el alumno cuando se le presente un contexto que puede ser resuelto con las mismas matemáticas. Meyer y col. advierten que no hay que confundir la variedad de contextos con la rapidez con la que los diferentes escenarios son presentados a los alumnos. Transiciones demasiado rápidas de contexto tienden a producir modelos incompletos o erróneos en los alumnos. Solamente se ha de cambiar de contexto cuando los alumnos ya han interiorizado el anterior.

4. Los contextos deben ser utilizados para ilustrar problemas reales. Es decir, se debe evitar tratar de usar contextos que produzcan problemas artificiosos que puedan ser resueltos de modo mucho más sencillo.

5. Las elecciones de los contextos han de tener en cuenta las características culturales o de género y evitar excluir grupos de alumnos.

6. Los contextos deben permitir crear modelos matemáticos. Y, por otro lado, los alumnos han de ser conscientes de que dichos modelos son simplificaciones del contexto real.

2.4.2 *El cine como contexto*

El uso del cine y la TV como recurso didáctico se enfrenta, en ocasiones, a los prejuicios de la comunidad educativa. En particular, de los profesores. Los hay que sobrevaloran, desde cierto punto de vista, las posibilidades didácticas del cine y de los medios audiovisuales en general, creyendo que el profesor puede limitarse a proyectar la película en clase, esperando que los alumnos asimilen los contenidos por arte de magia. Y también los hay, en los sectores de la enseñanza más tradicional, que subestiman la utilidad de este recurso y no lo emplean nunca (Brake & Thornton, 2003).

Es especialmente relevante para esta investigación el trabajo de Arroio (2010), pues además de abordar el papel que puede jugar el cine como recurso didáctico en asignaturas del área científica, estudia cómo se facilita la elaboración de conocimiento. Arroio parte de la perspectiva sociocultural de Vygotsky (1978), cuyo constructivismo se aproxima en cierto modo a la filosofía de diseño de actividades que plantearemos más adelante.

Para Arroio, y coincidimos con él, los objetivos que debería marcarse el profesor en materias científicas deberían incluir:

- Hacer la ciencia más relevante para el alumno.
- Facilitar el aprendizaje de la ciencia.
- Hacerle reflexionar al alumno sobre la práctica real de la disciplina en cuestión.

Aprender ciencia consiste en parte en aprender a manejar el lenguaje científico, particularmente en situaciones cotidianas. Como señala Arroio (2010), se trata de un punto de vista compartido por numerosos investigadores y profesores. Así, Holbrook (2010, p. 85) expresa lo siguiente:

> Education cannot be developed in a vacuum. It needs a context and this context, inevitably in science lessons, involves science content and science

> conceptual learning. Thus, although science content need not be specified and may be related to a contemporary context, science lessons utilise the acquisition of scientific ideas to aspire to playing their major role in the development of students through an appropriate context.

Es decir[16]:

> La enseñanza no puede tener lugar en el vacío. Necesita de un contexto, y este contexto, de forma inevitable, en asignaturas científicas implica contenido científico y aprendizaje de conceptos científicos. Por tanto, aunque la transmisión de contenido científico no precise que dicho contenido sea especificado ni relacionado con un contexto real, el uso de un contexto apropiado para la adquisición de ideas y conceptos científicos permite darles más significado en el desarrollo cognitivo de los alumnos.

Cuando se proyecta una película en clase, además de cumplir la función comunicativa de transmitir un contenido determinado, en los alumnos se despiertan emociones y sentimientos, se desarrollan actitudes y creencias, conocimientos, etc. Todo ello tiene lugar debido a que el alumno acomoda el medio audiovisual en su propio sistema simbólico de representación de la realidad. Dicho de otra manera, se trata de una actividad social, en el sentido de que los alumnos confrontan sus propias expectativas acerca de la película conforme avanza la visualización de la misma y comentando aspectos de la misma con sus compañeros o en casa con su familia. Las referencias científicas que pueda haber en una película pueden fomentar la creación de intereses científicos, aumentando la motivación del alumnado.

Arroio sugiere que antes de plantear el visionado de una película a los alumnos, el profesor ha de ver la misma unas cuantas veces. Plantea el uso de películas del circuito comercial, ya que son más cercanas al alumno. En cualquier caso, el profesor debe asegurarse de fijarse en las posibles aplicaciones didácticas de la película. Asimismo, la película debe ser apropiada para la franja de edad del alumnado al que irá dirigida la actividad y el lenguaje audiovisual empleado debe ser fácilmente asimilable por

16 Traducción propia.

ellos, siendo especialmente cuidadosos si se trata de adolescentes. Identificar escenas con contenido científico presente en la película. Observar cómo se presenta dicho contenido, comprobando la existencia de errores o gazapos y reflexionar acerca de cómo se puede utilizar para contextualizar el conocimiento en juego. Recortar y/o editar las escenas más relevantes para su empleo en el aula. Diseñar actividades o secuencias de clase basadas en dichas escenas, empleando la película (o fragmentos de ella) como una herramienta cultural para contextualizar el contenido científico y motivar a los alumnos.

La idea que subyace en el trabajo de Arroio es que si se pretende que los alumnos adquieran una visión madura y reflexiva de la ciencia; es decir, que sean capaces de analizar científicamente situaciones concretas y poner en práctica lo aprendido en la escuela, tenemos que ofrecerles la oportunidad de enlazar los contenidos académicos con contextos reales. De esta forma, se facilita la construcción de las estructuras cognitivas necesarias para que nuestros alumnos sean capaces de desenvolverse con soltura en una sociedad en la que, cada vez más, el conocimiento científico es fundamental. Una vez que los alumnos han tenido contacto con un contexto sociocultural a través de una escena de una película, les resulta más sencillo aplicar el mismo conocimiento a otros contextos. Dicho de otra manera, el salto cognitivo necesario para transferir el conocimiento a situaciones cotidianas, o problemas cuya solución no es directa, es menor si se parte del conocimiento contextualizado, que si se parte del conocimiento aislado. En definitiva, el empleo de contextos bien diseñados aporta significado al contenido, y esto, a largo plazo, favorece el aprendizaje.

Como se adelantaba, la propuesta de Arroio aborda la elaboración de conocimiento desde una perspectiva sociocultural y que se basa en estudios más generales de otros autores. La apropiación de conceptos científicos y la construcción del conocimiento tienen lugar cuando los alumnos interaccionan socialmente, al hablar con sus compañeros empleando el lenguaje necesario para transmitir el concepto o realizando actividades y tareas colaborativas. En este sentido, partiendo de sus conocimientos previos, un alumno será capaz de elaborar nuevo conocimiento en una situación determinada si éste se encuentra en su zona de desarrollo proximal, concepto introducido por Vygotsky (1978). Si se precisa de un salto cognitivo mayor, será necesaria una ayuda externa, en la forma de un sujeto más experimentada o, como sugiere Arroio, mediante el uso de recursos culturales, como libros, películas o nuevas tecnologías.

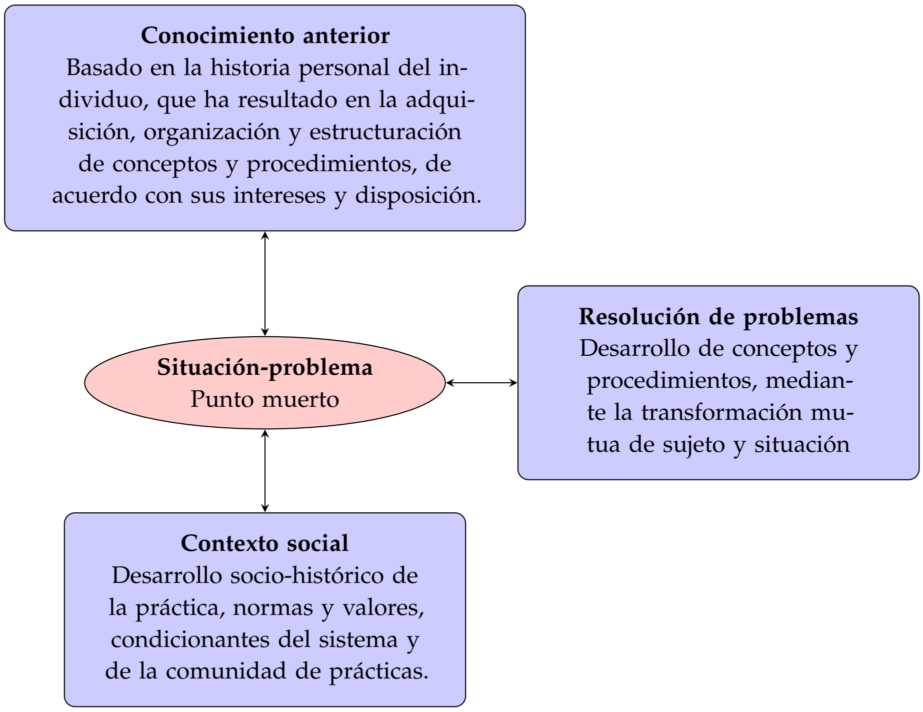


Figura 2.6: Apropiación del conocimiento, según Billett (1996)[17].

Para Brousseau (1997), el estudio de cualquier situación de enseñanza-aprendizaje implica el análisis del sistema formado por el profesor, los alumnos y el *milieu* o medio. El *milieu* es el entorno; esto es, cualquier elemento que interactúa con el alumno. Se trata de un concepto fundamental en la teoría de las situaciones didácticas, ya que el estudio de las situaciones puede reducirse prácticamente al estudio de las relaciones del alumno con el *milieu*.

El hecho de introducir un fragmento de una película o serie como elemento del *milieu* añade un punto de anclaje donde el alumno pueda construir el conocimiento. Bien sea porque la escena ilustra de forma visual una aplicación práctica de las matemáticas

17 Adaptación y traducción propia de la figura que aparece en Billett (1996).

o porque el alumno se identifique con alguno de los personajes, la utilización de este recurso despierta, cuando menos, la curiosidad del alumno.

El trabajo de Billett (1996) profundiza en cómo se produce la construcción del conocimiento en contextos socioculturales, y propone un modelo que considera el aprendizaje como una apropiación personal de formas sociales de ese mismo conocimiento.

Dicho proceso de apropiación (ver figura 2.6) implica una transformación del conocimiento social, de forma que podemos decir que el conocimiento personal se construye a partir de la interacción de dicho conocimiento social con los sistemas simbólicos y de interpretación de uno mismo. Por ejemplo, la resolución de problemas de de forma colaborativa permite la adquisición de conocimiento interactuando con los compañeros y con el medio que introduce el problema a resolver, así como con el contexto en el que se presenta.

Billet recalca la importancia de dar la oportunidad a los alumnos de que trabajen orientados por objetivos, permitiendo que sean ellos los que elaboren y organicen sus estructuras cognitivas a partir de la interacción social.

En resumen, la construcción de conocimiento al usar el cine como recurso didáctico es posible gracias a la integración de la propia realidad del alumno con el escenario presentado a través de la pantalla, el cual desarrolla en el alumno cierta sensibilidad hacia el objeto de conocimiento, a la vez que facilita su percepción.

3

MARCO CONCEPTUAL

A lo largo de esta sección se presentan aquellas nociones teóricas que proporcionan un marco en el que poder abordar los objetivos específicos de la investigación. La naturaleza del presente trabajo requiere, por una parte, de una serie de herramientas teóricas que permitan describir con rigor secuencias didácticas, su idoneidad y analizar su puesta en práctica y, por otra parte, de una metodología de diseño, enfocada en el proceso de producción didáctico.

En la elección de estas herramientas de carácter teórico y de diseño, se han de tener en cuenta las características comunes de las secuencias didácticas que se diseñarán haciendo uso de fragmentos de películas o series de ficción. No se pretende desarrollar una programación didáctica para un curso completo basada únicamente en este recurso, ya que se deben alternar actividades y secuencias diferentes, empleando otros recursos, para enriquecer el bagaje del alumno al transcurrir el curso. De esta manera, las actividades que se plantean en esta tesis contribuyen a ampliar el universo de contextualización donde el alumnado pone en juego sus sistemas de prácticas, movilizando de una manera diferente y sumativa diferentes registros semióticos y representaciones, además de poseer un factor motivador.

Este carácter de las actividades no quiere decir que estén aisladas del resto de contenidos de la programación didáctica. El profesor ha de decidir cuál es el momento apropiado para llevar a cabo una de estas secuencias, teniendo en cuenta diversos factores. Estos factores son en su mayoría subjetivos y dependen de la percepción del profesor acerca de la evolución de su grupo de alumnos, pero indudablemente incluyen la necesidad eventual de mostrar la aplicación práctica de un concepto (ya visto en clase o todavía por introducir) o la intención de aumentar la motivación de los alumnos.

Resumiendo, la elección del marco teórico y las herramientas a emplear ha de tener en cuenta que:

- Las secuencias didácticas que se van a diseñar presentan un carácter individual y breve (no más de una sesión de clase).
- Existe una considerable cantidad de fragmentos de películas o series a escoger como punto central de una secuencia didáctica.
- El empleo de estos fragmentos otorga una importancia especial al contexto, entendido como contexto real en el que aparecen las matemáticas.

3.1 ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

El EOS del conocimiento y la instrucción matemática ofrece un marco teórico global, que integra otras aproximaciones y modelos desde un punto de vista antropológico y semiótico. De esta manera, articula elementos propios de la fenomenología didáctica, la etnomatemática, la teoría antropológica, la teoría de situaciones, los campos conceptuales, los registros de representación semiótica, la socioepistemología, etc. Se apoya en principios didácticos de tipo socioconstructivista e interaccionista. El EOS tuvo su origen a principios de los años 90 en la Universidad de Granada y actualmente es desarrollado y aplicado por diversos grupos de investigación, fundamentalmente españoles y latinoamericanos.

La comprensión se suele estudiar y valorar desde dos perspectivas claramente diferentes, bien intentando explicar los procesos mentales que tienen lugar, bien estudiándola a partir de las competencias que proporciona. Una de las principales característica que define el EOS, aparte de su orientación integradora, es que considera la comprensión matemática desde el punto de vista competencial, concretamente como un proceso de semiosis. Es decir, se considera que un alumno se ha apropiado de un objeto matemático cuando es capaz de establecer sus funciones semióticas en diferentes sistemas de prácticas, lo que coincide con afirmar que el alumno se desenvuelve con competencia en los contextos de aplicación de dicho objeto matemático.

El EOS incorpora cinco niveles de análisis:

1. Tipos de problemas y sistemas de prácticas (significados sistémicos).
2. Configuraciones de objetos y procesos matemáticos.
3. Trayectorias e interacciones didácticas.
4. Sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa)
5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

3.1.1 *Valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza-aprendizaje*

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción es un concepto desarrollado en el EOS que constituye el punto de partida de una teoría para el diseño instruccional. Inicialmente, puede decirse que un proceso de enseñanza-aprendizaje será idóneo en la medida en que sea adecuado para los alumnos a los que va dirigido. Sin embargo, esta definición de idoneidad resulta vaga, pues conduce inevitablemente a preguntarse acerca de qué es lo que hace a un proceso adecuado o no.

De este modo J. Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006), J. Godino, Batanero y Font (2007) profundizan en el significado de la idoneidad, en el contexto de procesos instruccionales en la materia de Matemáticas[18]. Realmente, la idoneidad didáctica está compuesta a su vez por seis componentes, relacionados de forma sistémica: idoneidad

18 El EOS es un marco teórico propio de la didáctica de las matemáticas. Sin embargo, algunos de sus conceptos pueden ser extendidos a otras áreas, con las adaptaciones apropiadas. Tal es el caso de la idoneidad didáctica.

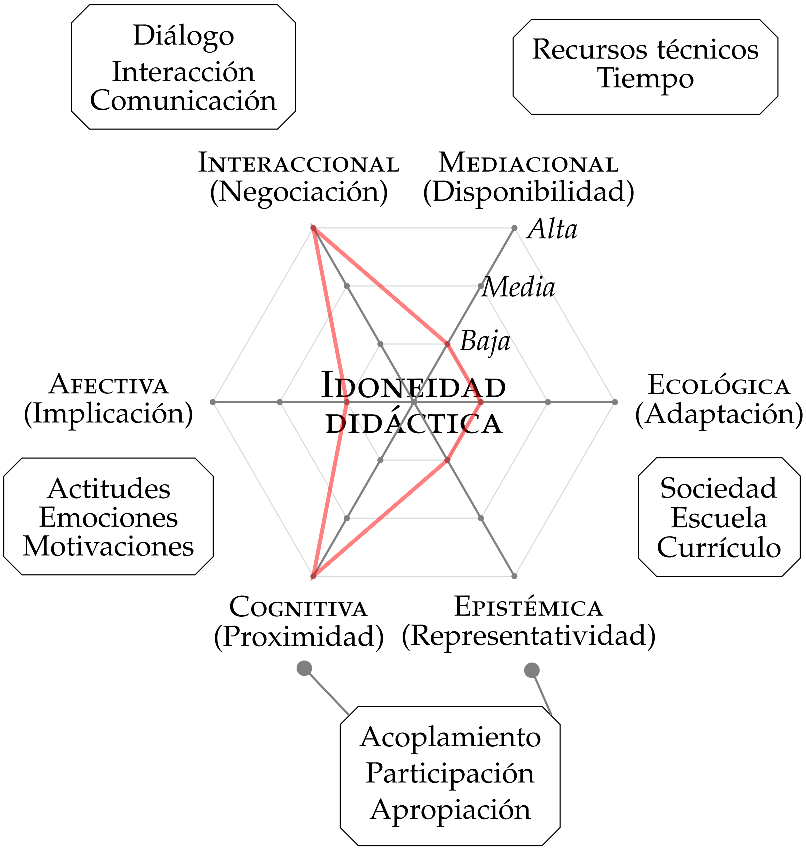


Figura 3.1: Componentes de la idoneidad didáctica (J. Godino, Batanero & Font, 2007)[19].

epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica (ver figura 3.1).

IDONEIDAD EPISTÉMICA Grado de representatividad de los significados institucionales implementados, o pretendidos, respecto de un significado de referencia. Todo concepto matemático tiene asociados una serie de objetos matemáticos, como registros semióticos (lenguajes), argumentos, proposiciones, definiciones y situaciones. Al tratarse de entes abstractos, la única manera de evaluar el aprendizaje de dicho concepto por parte de los alumnos implica constatar la correcta movilización articulada de todos los objetos asociados. Así, no puede decirse que un alumno haya aprendido el concepto de *función* simplemente porque sepa enunciar la definición que aparece enmarcada en el libro de texto. Es necesa-

19 Figura elaborada a partir de la que aparece en J. Godino y col. (2007).

rio que sepa interpretar gráficas, argumentar en torno a ellas, saber traducir del lenguaje algebraico al gráfico, etc. En definitiva, un proceso será tanto más idóneo desde el punto de vista epistémico cuantos más objetos aparezcan y mejor articulados estén.

IDONEIDAD COGNITIVA Grado en que los significados pretendidos o implementados estén en la Zona de desarrollo próximo (ZPD) de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos e implementados. Se trata del componente más complejo de todos los que forman el concepto de idoneidad, ya que para evaluar el grado de idoneidad cognitiva correctamente, se debería disponer de una descripción detallada del estado cognitivo del alumno previo a la implementación del proceso de instrucción. Si el grado de dificultad del proceso se incluye dentro de la ZPD del alumno; es decir, que con un poco de esfuerzo puede superar el escollo que supone aprender un concepto nuevo para superar una situación determinada, el proceso será idóneo cognitivamente.

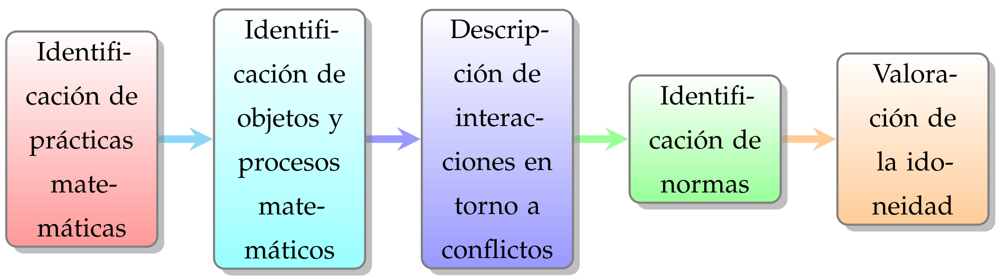
IDONEIDAD INTERACCIONAL Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción. Es decir, debe haber momentos reservados para la negociación de significados entre el profesor y los alumnos, o entre los propios alumnos. De esta manera, pueden surgir los conflictos existentes y ser resueltos, avanzando de esta manera en el aprendizaje. Generalmente, al final del proceso debe darse la institucionalización de los contenidos por parte del profesor, sentando las bases de lo aprendido con un lenguaje apropiado.

IDONEIDAD MEDIACIONAL Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Este componente hace referencia al lugar donde va a implementarse el proceso, así como a los recursos disponibles. Un mismo sistema de prácticas en torno a un concepto matemático en particular puede tratarse con diferentes recursos didácticos como, por ejemplo, actividades interactivas con algún programa informático, usando materiales manipulables en el aula, o los fragmentos de películas que se consideran en este trabajo. No todos ellos serán igual de idóneos mediacionalmente. En el caso extremo, si no hubiese proyector en el aula, todos los diseños de procesos instruccionales que hiciesen uso del mismo, tendrían una valoración nula para la idoneidad mediacional. Por otro lado, el tiempo es un recurso muy valioso, y es algo que se tiene en cuenta para evaluar este componente, que también mide el grado de eficiencia en ese sentido.

IDONEIDAD EMOCIONAL Grado de implicación, interés, motivación, ... del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa. Lo que trata de valorar este componente es en qué medida se alinea el proceso instruccional con los intereses de los alumnos, de forma que se maximice su probabilidad de implicación en el desarrollo de las actividades. Un diseño puede estar muy bien planteado a priori, articulando diversos objetos matemáticos, siendo idóneo cognitivamente y emplear unos recursos apropiados mediacionalmente. Sin embargo, si no se consigue movilizar a los alumnos, todo el esfuerzo de diseño habrá sido en vano. Es necesario tener en cuenta el plano emocional o afectivo en el diseño de estos procesos.

IDONEIDAD ECOLÓGICA Grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla. Sin ir más lejos, la normativa marca los contenidos curriculares a tratar, así como los criterios de evaluación. Todo diseño instruccional debe tener en cuenta estos aspectos para poder ser considerado idóneo ecológicamente.

Sin embargo, en las aplicaciones del EOS al análisis de procesos de instrucción no se encuentran referentes en los que se incluyan los cinco niveles (Vicenç Font, Planas & Godino, 2010). Este hecho se debe fundamentalmente a la manera en que se ha venido desarrollando el EOS, integrando otros enfoques parciales ya consolidados y, aunque el EOS está pensado para ser aplicado en sus cinco niveles, su aplicación depende de las peculiaridades del proceso de instrucción a estudiar. Como apuntan Vicenç Font y col., si lo que interesa fundamentalmente es valorar la idoneidad didáctica de una secuencia breve de aula (nivel 5), no es posible aplicar los cuatro niveles inferiores, pues muchos de ellos infieren sus conclusiones a partir de regularidades observadas en dicho proceso. No obstante, es posible llevar a cabo una valoración de la idoneidad didáctica, asumiendo ciertas limitaciones por el carácter aislado de la experiencia. Para ello, Vicenç Font y col. proponen un modelo que será el que tomaremos como punto de partida para describir las secuencias didácticas en nuestro trabajo. En dicho modelo, se adaptan los niveles originales de análisis EOS de la siguiente manera:



A lo largo del capítulo 5 MODELO DE DISEÑO Y ANÁLISIS DE LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS se volverá a retomar la idea de idoneidad, y haciendo uso de los indicadores que establecen J. Godino (2011) se describirá el modelo de diseño y análisis que se seguirá para las secuencias didácticas.

3.2 INGENIERÍA DIDÁCTICA: FASES DE UN ESTUDIO EOS

En la sección anterior se han introducido las nociones teóricas que permitirán desarrollar un modelo de descripción y de análisis de las secuencias didácticas que diseñaremos. El EOS responde a la pregunta de qué está pasando y por qué. A su vez, la idoneidad didáctica se erige como una potente herramienta para el proceso de diseño organizado de secuencias didácticas. Este proceso se estructura en una serie de fases y métodos de validación, de una manera similar a como ocurre en la denominada ingeniería didáctica (J. Godino, Bencomo y col., 2006).

En la ingeniería didáctica (Artigue, 1994), convergen las dos grandes corrientes de la escuela francesa de didáctica de las matemáticas; es decir, la teoría de las situaciones didácticas y la teoría de la transposición didáctica. La ingeniería didáctica se apoya en ambos marcos teóricos para centrarse en la producción didáctica y en la investigación de secuencias de clase. Surge a comienzos de los años 80 en contraposición a la metodología de investigación predominante en aquel entonces, cuyo valor científico se justificaba sobre todo a través del uso de validaciones externas, confrontando análisis estadísticos de grupos experimentales frente a grupos de control.

La validación en un proceso de ingeniería didáctica es interna, basada en el estudio de casos y se realiza comparando el análisis a priori con el análisis a posteriori. La ingeniería didáctica es una metodología que puede presentar dos enfoques diferentes. Por un lado, puede ser empleada con el objetivo de diseñar producciones didácticas y, por otro lado, se erige también como metodología de investigación específica. Conviene resaltar las diferencias de ambas aproximaciones. En el primer caso, se trata de comunicar el campo de la investigación con el sistema educativo. Es decir, transferir los resultados de estudios de investigación específicos -que pueden haber utilizado la metodología de la ingeniería didáctica o no- al diseño de secuencias didácticas. Por otra parte, en el segundo caso la ingeniería didáctica se aplica a la investigación didáctica. Dicho en otras palabras, se realizan hipótesis, se experimentan y se contrastan con sus técnicas y métodos propios.

La idoneidad didáctica del EOS se integra perfectamente dentro de los procesos de una ingeniería didáctica, pues ofrece una serie de indicadores que pueden ser previstos a priori y contrastados a posteriori.

En el presente trabajo se utilizará la ingeniería didáctica de esta última manera. Como su propio nombre indica, se trata de una metodología que trata de aplicar la filosofía de trabajo y las técnicas propias de la ingeniería al campo de la didáctica. Un ingeniero aborda problemas de carácter práctico, aplicando los conocimientos que proporciona la ciencia en su vertiente más pura. Para ello, debe adaptar dichos conocimientos y usar técnicas específicas a la complejidad de cada situación. Dicho de otra manera, los objetos de conocimiento de las ciencias puras son ideales, mientras que los de un ingeniero se enmarcan en un sistema más complejo, en cuanto que presenta condicionantes y variables añadidas que han sido tenidas en cuenta por el científico. Análogamente, el objeto de conocimiento de la ingeniería didáctica lo constituye la propia complejidad de los fenómenos que tienen lugar en el aula y la relación de los saberes y conocimientos matemáticos con el objeto real de aprendizaje. De esta forma, la metodología de la ingeniería didáctica aborda esta realidad compleja con una secuencia de procesos estructurada de la siguiente manera:

1. Análisis preliminares
2. Análisis a priori, incluyendo el diseño de las situaciones didácticas
3. Fase de experimentación
4. Análisis a posteriori y evaluación

3.2.1 *Análisis preliminares*

Los análisis preliminares son la primera toma de contacto con el objeto de estudio de la investigación y han de incluir una revisión del marco teórico del conocimiento que está en juego y de su didáctica. El grado de profundidad de estos análisis depende del investigador y de la complejidad de la concepción inicial de la secuencia didáctica que quiere diseñar. Obviamente, cuanto más exhaustivos sean los análisis preliminares, de más información se dispondrá para diseñar la secuencia de clase y más se aproximarán los análisis a priori a los análisis a posteriori en la fase de evaluación.

En general, los análisis a priori clásicos de la ingeniería didáctica presentan tres dimensiones claramente diferenciadas (Artigue, 1994): epistemológica, cognitiva y didáctica. La importancia de cada vertiente es propia de cada investigación, pero lo ideal es abordar las tres. Los análisis epistemológicos tratan las características propias del conocimiento en juego, de cómo se ha desarrollado históricamente y de su estado actual. La dimensión cognitiva tiene en cuenta las características de los sujetos a los que va dirigida la secuencia didáctica. Un análisis cognitivo bien desarrollado, ha de revelar las concepciones iniciales de los alumnos y de los obstáculos y dificultades de cada uno. Esta información nos permitirá adaptar la secuencia didáctica de la manera más conveniente y llevar a cabo un seguimiento de la evolución de esas concepciones y del tratamiento de los obstáculos. Finalmente, la componente didáctica indaga en los condicionantes propios de la institución y del sistema educativo. Suele tratarse la enseñanza tradicional del conocimiento en cuestión y de cómo se han enseñado los conocimientos previos necesarios, si existen de libros de texto y materiales de referencia, etc. En definitiva, un análisis preliminar constituye en sí mismo el estudio de viabilidad del proyecto de ingeniería didáctica.

Como se apreciará en el modelo que se expondrá más adelante, el EOS permite ampliar estas tres dimensiones de análisis.

3.2.2 *Análisis a priori y diseño de las secuencias de clase*

Es en el análisis a priori donde se identifican las variables didácticas, que pueden ser globales (macro-didácticas) o locales (micro-didácticas).

3.2.3 *Experimentación*

En esta fase se lleva a la práctica la secuencia de clase y se recogen datos con el fin de poder realizar un análisis a posteriori.

3.2.4 *Análisis a posteriori y validación*

Ya se ha adelantado anteriormente que la validación en un proceso de ingeniería didáctica es esencialmente interna. Los datos recogidos gracias a la observación de la fase de experimentación permiten realizar los denominados análisis a posteriori. Estos análisis han de tratar los mismos puntos que los análisis a priori, previos a la experimentación. La evaluación de la secuencia didáctica se lleva a cabo mediante la confrontación de ambos análisis y el estudio de sus desajustes. Conviene recalcar que es normal la aparición de estas diferencias entre lo esperado y lo obtenido. No solo es normal, sino que además se trata de algo saludable, ya que permite identificar los ajustes necesarios en la secuencia didáctica original con el objetivo de mejorar futuras reproducciones de la misma. Es posible, incluso, llegar a identificar nuevas variables didácticas. Por esta razón, todos los documentos de una ingeniería didáctica se encuentran en constante evolución.

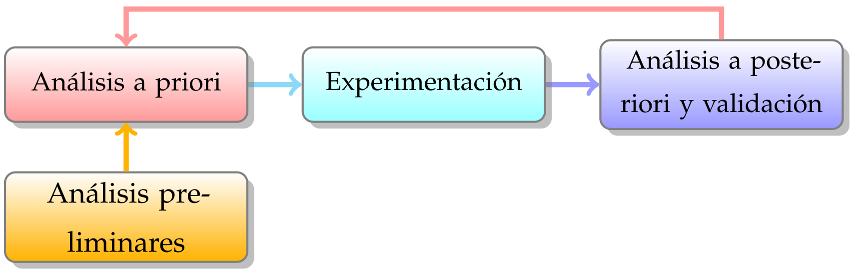


Figura 3.2: Fases del estudio EOS, siguiendo el esquema de la ingeniería didáctica.

3.3 RECOGIDA DE INFORMACIÓN EMOCIONAL: MAPAS DE HUMOR

Uno de los objetivos principales de este trabajo es comprobar cómo afecta la utilización de fragmentos de películas y series de TV al plano emocional de los alumnos. Para ello, vamos a emplear el mapa de humor de los problemas. Se trata de un instrumento introducido por Gómez-Chacón (2000), que permite evaluar el afecto local de los alumnos cuando se enfrentan a la realización de una actividad en el seno de un proceso de enseñanza-aprendizaje. Dicho instrumento, validado a lo largo de profundas investigaciones por la autora, se adapta perfectamente a las necesidades de este trabajo, por lo que no ha sido necesario diseñar uno nuevo, enfocando la investigación desde el principio en los objetivos definidos en la introducción..

Los mapas de humor presentan una doble vertiente, como indica Gómez-Chacón. Por un lado, al expresar el alumno sus propias reacciones emocionales de forma gráfica, su empleo promueve su autoconocimiento, lo que puede conducir a la puesta en marcha de procesos internos que adviertan estados emocionales y los controlen. Por otro lado, la información recogida en los mapas de humor permite al profesor analizar el plano afectivo de los alumnos y cómo interactúa éste con los diferentes procesos de enseñanza-aprendizaje. De esta forma, el profesor cuenta con un mayor conocimiento de las variables emocionales y puede orientar mejor sus actuaciones didácticas.

De estas dos vertientes, la orientada al alumno y la orientada al profesor, interesa particularmente la segunda, dadas las características de este trabajo y las preguntas de investigación planteadas. El promover el autoconocimiento emocional de los alumnos podría ser considerado como un efecto secundario (positivo) por usar este instrumento en concreto y merecería la realización de otra tesis de investigación.

La información que se consigue con los mapas de humor se corresponde con los estados emocionales de los alumnos en un momento dado, al serles presentada una serie de actividades y durante el proceso de trabajo y resolución de las mismas. Se utilizará como sinónimo la expresión reacciones emocionales, que captura la dimensión temporal breve de este tipo de componentes afectivos.

No obstante, estas reacciones emocionales, efímeras, son indicadores de creencias o actitudes más arraigadas en el alumno. De la misma manera, un cambio en las mismas que perdure en el tiempo podría llevar a cambios en el afecto a largo plazo de los alumnos. Por ejemplo, una serie de emociones positivas sobre un tema se puede traducir en el desarrollo de un interés sobre el mismo. Y viceversa, teniendo interés sobre algo en concreto y experimentando una serie de emociones negativas, dicho interés puede llegar a desaparecer.

Figura 3.3: Estados afectivos del mapa de humor de los problemas. Adaptado de Gómez-Chacón (2000).

A continuación, se describen brevemente los estados emocionales que pueden ser recogidos mediante el mapa de humor de los problemas. Son los mismos que introdujo Gómez-Chacón originalmente, que los depuró a lo largo de sus investigaciones. En nuestro caso, únicamente se han matizado las descripciones de los estados en función de lo que han transmitido los alumnos y los profesores que han colaborado en el proyecto. Por lo demás, simplemente ha sido necesario actualizar el nombre de uno de ellos, por haberse quedado obsoleta la expresión *de abuty*, al menos en la zona objetivo. Los hemos dividido en estados o reacciones positivas y negativas, a pesar de que algunos casos son confusos y dan lugar a diferentes interpretaciones, cada una con sus matices:

CURIOSIDAD 

El alumno avanza en el proceso de resolución no porque tenga que hacerlo, obligado por el profesor. Lo hace porque desea saber y averiguar, entender el enunciado de la actividad y el fragmento de la película que la acompaña. Suele ser característico de las fases iniciales de la actividad, aunque puede promover la prueba de métodos de ensayo, heurísticos, que a la larga pueden desembocar en una resolución satisfactoria de la tarea. La curiosidad en sí posee una fuerza motivadora innegable, que despierta la propia motivación intrínseca del alumno.

DESCONCIERTO

No es necesariamente un estado emocional negativo. Es más, puede ser un síntoma de que se está produciendo un conflicto cognitivo. Si el conocimiento necesario para superar dicho conflicto se encuentra dentro de la ZPD del alumno, el aprendizaje resultante de superar el desconcierto inicial será sumamente significativo. Suele darse, al igual que la curiosidad, en las primeras fases de la tarea. Al intentar comprender el enunciado o el fragmento, el alumno puede recibir informaciones que resulten contradictorias o inesperadas para él. Muchos de nuestros alumnos ante una situación de desconcierto emocional se cierran en banda, prefiriendo no hacer nada antes que intentar diferentes estrategias para abordar el problema. Ahora bien, los alumnos que realmente saben resolver problemas, en una situación de este tipo pondrán en práctica diferentes estrategias, como descomponer el problema en otros más sencillos, buscar analogías entre ese problema y otros ya conocidos, establecer relaciones entre la tarea propuesta y la escena proyectada, etc. Por lo tanto, puede decirse que el desconcierto supone una especie de punto de inflexión, metafóricamente hablando, donde lo que se pone sobre la mesa es la capacidad del alumno de reaccionar positivamente ante nuevos problemas.

ABURRIMIENTO

Es un estado especialmente negativo y, por desgracia, muy presente en nuestros alumnos. Tiene lugar sobre todo cuando la actividad es ajena a los intereses particulares de los alumnos y se presenta sin contextualizar. Se trata de una reacción emocional a evitar, ya que suele desembocar en actitudes negativas: distracciones, hablar con los compañeros, etc. Obviamente, no existe una receta universal para lidiar con estudiantes enquistados en este estado. Sin embargo, los profesores debemos tratar de proponer actividades y tareas afines a los intereses de nuestros alumnos.

PRISA 

El alumno expresa su deseo de terminar pronto la actividad. Los motivos pueden ser múltiples, como el deseo de acabar pronto con la tarea propuesta y poder dedicarse a otros menesteres, o tener la satisfacción (discutible) de querer ser el primero en acabar, etc. Esta prisa por querer finalizar las tareas puede resultar en obviar las primeras fases de resolución, lo que conlleva efectos sin duda negativos, como no comprender muy bien el enunciado de las cuestiones.

BLOQUEADO 

El bloqueo va asociado a la frustración de no saber proceder con la tarea que se ha propuesto. Se diferencia del estado de desconcierto en que se trata de una parálisis cognitiva más profunda, pero originada por los mismos factores. Es decir, si el alumno no comprende el enunciado de la tarea o su relación con la escena de la película que se ha proyectado, o no posee los conocimientos necesarios para abordarla y éstos se encuentran fuera de su ZPD, la falta de progreso va a desembocar en el estado de bloqueo. Los mecanismos para salir de este estado tan negativo son realmente los mismos que se han mencionado para el estado de desconcierto, como el probar diferentes estrategias de resolución, dividir el problema en otros más simples, etc.

COME LA CABEZA 

El alumno no alcanza a vislumbrar un camino que le lleve hasta la solución. Ahora bien, en lugar de permanecer bloqueado, intenta superar el posible desconcierto buscando nuevas maneras de proceder. Se suele corresponder con nerviosismo y, ocasionalmente, se verbaliza en forma de protestas acerca de la dificultad de las tareas encomendadas. En el contexto de nuestra investigación, algunos alumnos manifiestan este mismo estado después de ver la escena de la película o la incluso antes de conocer la tarea que habrán de realizar.

DESESPERACIÓN 

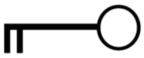
Muy relacionada con otros estados negativos, ya que puede estar originada en una situación de desconcierto inicial o de bloqueo. La desesperación es propia de cualquier fase y, sin ir más lejos, una falta de comprensión del enunciado o de la escena, puede resultar en ella. La frustración de no alcanzar una solución satisfactoria provoca que el alumno se cuestione su autoestima y se traduce en un abandono del proceso cognitivo.

ANIMADO 

Estado muy positivo, que puede ser debido tanto al propio carácter del alumno como al hecho de que la tarea en cuestión sea afín a sus intereses o le despierte curiosidad y ganas de proceder con la tarea. Por otro lado, se detecta muy fácilmente, ya que resulta evidente cuándo un alumno está enfrascado de forma alegre en una tarea. Al tener claros los objetivos y disponer de herramientas cognitivas para abordarlos, el alumno se centra en poner en práctica todo lo que se le ocurre. En las actividades que se realizan en grupo, tiende a manifestar su opinión profusamente y a motivar a su vez a los compañeros.

CONFIANZA 

Esencialmente positiva, la confianza se da cuando el alumno posee un largo historial de éxitos y cree que los sistemas de prácticas que conoce le permitirán resolver la tarea encomendada. Ello le proporciona tranquilidad, pero un exceso de confianza puede llevarle a cometer errores por no cuestionarse lo suficiente la actividad.

GENIAL 

Originalmente se corresponde con el estado *de abuty*, expresión hoy en día en desuso entre nuestros jóvenes. Es una reacción que tiene lugar cuando la tarea presenta cierto grado de dificultad y, a pesar de ello, el alumno ve que es capaz de sacarla adelante. Idealmente, es síntoma de que está trabajando con éxito en la ZPD. Nuestra experiencia nos ha revelado que los alumnos expresan este estado en los mapas de humor tanto en las fases iniciales como al final del proceso de resolución. Así, pueden expresar este estado simplemente si ven que han entendido el enunciado, lo que se espera de ellos. Esto es debido a que pueden tener prejuicios sobre el grado de dificultad de la tarea que se les va a presentar y, si ven que está dentro de sus posibilidades, ya es algo genial.

DIVERSIÓN 

Altamente relacionada con el estado animado, la diversión implica un componente más placentero y de entretenimiento. Al alumno no solo le gusta la actividad propuesta, sino que dicha actividad entra dentro de su campo de interés.

GUSTO 

Cuando un alumno dice que le gusta una actividad, puede estarse refiriendo a que le gusta el modo de trabajo que implica (si es una tarea individual o a realizar en grupo, por ejemplo), si la temática le interesa o bien ver que va obteniendo resultados satisfactorios. Todo ello es positivo y redunda en un aumento de la motivación en ese momento.

INDIFERENCIA 

Junto con el aburrimiento, la indiferencia es uno de los estados más negativos con que nos podemos encontrar. Lidiar con la indiferencia del alumnado es luchar contra la apatía, desgana y pasividad. Es un estado que suele indicar una creencia más profunda de que cualquier actividad, por el mero hecho de tener lugar en el aula, va a ser aburrida y nada interesante. Aunque suele darse en alumnos con bajo rendimiento académico, también es expresada en alguna ocasión por ciertos estudiantes, con buenas calificaciones, a los que únicamente les importa la nota.

TRANQUILIDAD 

Muy relacionada con la confianza, no implica por sí misma un exceso de autoestima. La tranquilidad, sin ir más lejos, nos indica que el alumno no está nervioso y que no se muestra preocupado ante el problema planteado. Se trata, por lo tanto, de una emoción positiva. Sin embargo, su aparición continuada y relacionada con un bajo grado de cumplimiento de la tareas y una posible pasividad en clase, sería indicador de que al alumno no le importa lo que está haciendo.

3.4 ANÁLISIS DE DATOS: MAPAS AUTO-ORGANIZADOS

Una vez se recopilen los datos de los mapas de humor aparece el problema de la clasificación. ¿Cómo se procesa esa cantidad de información si a priori se desconocen las reglas a emplear? Podría pensarse en emplear elaborados métodos estadísticos, averiguar correlaciones entre las diferentes características, etc. Ahora bien, este proceso puede ser complicado, costoso y, como consecuencia, alargarse en el tiempo más de lo necesario.

En los trabajos de investigación en ciencias de la educación y, en general, de las ciencias humanas y sociales, el análisis de datos cuantitativos emplea sobre todo técnicas estadísticas clásicas. Es decir, una vez que se han recopilado los datos se obtienen parámetros estadísticos, factores, etc. Se trata de procedimientos de validación externos, que usualmente emplean grupos de control y grupos de experimentación. Desde hace unas décadas se dispone de nuevos métodos de procesamiento de información que no requieren el desarrollo de algoritmos o reglas específicos para cada problema. Podemos agrupar estas estrategias bajo la denominación genérica de *neurocomputación*, que sería la disciplina tecnológica implicada en sistemas adaptables, con procesamiento de datos distribuido y en paralelo, que expuestos a un entorno de información desarrollan capacidades para generar respuestas coherentes ante tales estímulos (Nielsen, 1990).

Las estructuras de procesamiento de información más antiguas de esta disciplina y que, por lo tanto, han recibido mayor interés en la neurocomputación son las redes neuronales artificiales (RNA), que tratan de simular, de una manera parcial y simplificada, la estructura y funcionamiento del cerebro. Otras técnicas de neurocomputación son los algoritmos genéticos, el temple simulado, etc.

Actualmente, sigue sin entenderse el funcionamiento del cerebro. Por lo tanto, sería muy aventurado y pretencioso decir que una RNA es un modelo representativo del cerebro. Básicamente, las RNA están inspiradas en el conocimiento del funcionamiento eléctrico que se tiene de los sistemas nerviosos de los seres vivos. La definición más simple de RNA la proporciona Kohonen (1988, p. 249):

> Artificial Neural Networks are massively interconnected networks in parallel of simple elements (usually adaptable), with hierarchic organization, which try to interact with the objects of the real world in the same way that the biological nervous system does.

Es decir[20]:

> Las redes neuronales artificiales son redes de elementos simples (habitualmente adaptables), interconectados masivamente, trabajando en paralelo y cuyas organizaciones jerárquicas están orientadas a interaccionar con los objetos del mundo real en la misma manera que lo hacen los sistemas nerviosos.

El área de mayor actividad en RNA es, sin duda, el desarrollo e implementación de aplicaciones. Gran cantidad de investigadores de diversas áreas las aplican en los

20 Traducción propia.

proyectos más diversos, cuyo éxito parece proceder del conocimiento del campo de aplicación, más que de las técnicas propias de las RNA. Esto se debe a que las RNA son relativamente fáciles de aprender a manejar, ventaja que marca la diferencia de estas técnicas con otras más complejas, también en el campo de procesamiento de la información, como la inteligencia artificial. En este último caso, suelen ser ingenieros cualificados los que pueden aplicar la tecnología con éxito.

Uno de los principales objetivos de esta tesis es el estudio del efecto que tienen las secuencias didácticas basadas en fragmentos de películas y series de ficción sobre la motivación y las emociones del alumnado. Dicho en otras palabras, se pretende evaluar la idoneidad emocional o afectiva. El trabajo de campo se ha planificado de tal manera que el conjunto de datos resultante es considerable pero perteneciente a muestras de alumnos no muy amplias; es decir, se trata de aulas y de profesores concretos. A pesar de que se podrían emplear técnicas estadísticas de agrupación, como K-clustering, junto con el estudio de la correlación entre los vectores de datos, hay varios puntos que condicionan la decisión de emplear una técnica diferente de análisis, más apropiada en este caso:

- Se desconoce a priori el número de categorías emocionales en que se va a dividir el alumnado.
- No se pretenden generalizar las conclusiones, pudiendo éstas cambiar dependiendo de las características del grupo de alumnos.
- La herramienta de análisis ha de permitir la búsqueda inicial de categorías, pero también la clasificación posterior de los alumnos, dando lugar a trayectorias individuales de los alumnos entre categorías.
- Es imprescindible que la herramienta pueda interpretarse fácilmente de forma visual, al igual que los mapas de humor, de forma que pueda ser empleada de forma sencilla por otros autores.

Los mapas auto-organizados [21] se ajustan perfectamente a los requisitos comentados, ya que además de tener una fuerte base teórica de funcionamiento, ofrecen una serie de visualizaciones en dos dimensiones que facilitan la interpretación de los datos. A lo largo de esta sección se hará una breve introducción de los mismos, que se hace necesaria para comprender el análisis llevado a cabo.

Los mapas auto- organizados (SOM) se engloban dentro las técnicas propias de la neurocomputación, constituyendo una de las diversas redes neuronales empleadas, que tratan de emular el funcionamiento del cerebro humano. Los SOM constituyen una herramienta de visualización muy potente cuando se trata de analizar conjuntos de datos extensos y con una elevada dimensionalidad. Thuneberg y Hotulainen (2006) es uno de los trabajos más representativos en ciencias de la educación y toma, en cierto sentido, el testigo de Cronbach, Gleser, Nanda y Rajaratnam (1972), donde ya se adelantaba que las principales limitaciones de los estudios empíricos en el campo psico-educacional son:

- Obtener modelos empíricos que describan de forma holística un fenómeno determinado.
- Describir de forma satisfactoria la realidad cuando se excluyen ciertas variables.

En su trabajo, por ejemplo, parten de la controversia generada por diversos estudios de corte cuantitativo frente a otros de tipo cualitativo en torno a subgrupos de estudiantes superdotados. Los primeros muestran que, a pesar de los prejuicios existentes, los superdotados no son más introvertidos o tienen menos habilidades sociales que el estudiante medio. Sin embargo, algunos estudios cualitativos sí que muestran que ciertos subgrupos de alumnos superdotados presentan esas características. Thuneberg y Hotulainen (2006) abordaron el problema mediante el análisis de datos psico-educacionales con SOM. Los datos incluían variables descriptivas como sexo, edad, rendimiento académico y tipo de educación, pues el estudio abarcaba alumnado muy diverso. Los datos psico-educacionales provenían de cuestionarios típicos acerca de la percepción que tienen los propios alumnos sobre su motivación, competencia, re-

21 La redundancia entre *mapas* de humor y *mapas* auto-organizados es puramente casual.

laciones sociales, etc. En total, 116 variables, de las que a priori se desconoce cómo se relacionan unas con otras. Los SOM permiten visualizar simultáneamente todas las variables, proporcionando una medida de la varianza dentro de un clústeres, varianza entre clústeres y correlación entre las diferentes variables.

A esta potencia de visualización que proporcionan los SOM, hay que añadir la facilidad con que ayudan al investigador a probar la hipótesis de trabajo. Los mapas generados pueden ser analizados con más detalle, mostrando qué alumnos concretos se agrupan en cada clúster y qué valores dominan las variables que los definen. Tal como expresan en sus conclusiones (Thuneberg & Hotulainen, 2006, p. 98):

> Self-organizing maps illustrate the features of ordinary psycho-educational data, such as correlations and directions, in a readily observable manner. The method is useful in making the comparisons between the variables easier, faster and more obvious than by any other means.

Es decir[22]:

> Los mapas auto-organizados ilustran características típicas de los datos psico-educacionales, tales como correlaciones y direcciones, de forma rápidamente observable. El método resulta útil al realizar comparaciones entre las variables más fácilmente, más rápidamente y de una manera más obvia que con cualquier otra técnica.

Los SOM pueden ser utilizados en solitario para analizar problemas de investigación como el que acabamos de comentar, pero también pueden emplearse en conjunción con métodos estadísticos, tales como sofisticados análisis multivariantes o pruebas de significación estadística. Todo depende del tipo de estudio y de los datos disponibles. Una de las intenciones del presente estudio es diseñar y utilizar una metodología de investigación lo suficientemente atractiva y visual que, sin perder rigor académico, anime al profesorado de secundaria a ponerla en práctica como medio para la reflexión de lo que ocurre en el aula. No se trata de algo descabellado, pues al final de un

22 Traducción propia.

período evaluativo cualquier profesor habrá recopilado una ingente cantidad de datos que incluyen además de las calificaciones, la actitud o el esfuerzo en clase. Si a esos datos se les suman los obtenidos mediante los ya típicos cuestionarios de opinión que se realizan en multitud de centros educativos, nos encontramos con un corpus valioso de datos que muchas veces terminan en un cajón, sin ser analizados lo suficiente. Bien pudiera ser que la razón de obviar este análisis es debido al tiempo requerido para ello y, en este punto, es donde los SOM muestran todo su potencial, una vez superada su curva de aprendizaje.

3.4.1 *Fundamentos de los mapas auto-organizados*

El modelo principal que se va a emplear en esta tesis es un sistema neuronal competitivo, o sin supervisión, que puede ser equiparado a un método clásico de *K-clustering*, aunque soportado en una arquitectura neuronal. Durante el proceso de aprendizaje, las neuronas de la red compiten por capturar los patrones que se les presentan, por lo que acaban comportándose como detectores de regularidades, correlaciones o categorías en los datos de entrada. Los mapas auto-organizados, fueron desarrollados a lo largo de la década de los ochenta por el finlandés Kohonen (1982, 1988) y representan una continuación natural de la línea de desarrollo de redes competitivas iniciado por Malsburg (1973). Aparte de su interés como una sencilla modelización de redes neuronales naturales, poseen un gran potencial de aplicaciones prácticas. Problemas en los que han demostrado su eficacia son:

- Agrupación
- Clasificación de patrones
- Cuantificación de vectores
- Reducción de dimensiones
- Extracción de rasgos

- Monitorización de procesos

En este modelo neuronal, las neuronas se organizan en dos capas completamente interconectadas (figura 3.4). La primera es la capa de entrada, consistente en M neuronas sin procesamiento, una por cada variable de entrada, y que se encargan de distribuirla información procedente del espacio de entrada a las neuronas procesadoras de la segunda capa.

El procesamiento de la red se realiza en la segunda capa, que forma el mapa de rasgos, y consiste habitualmente en una estructura rectangular de neuronas (figura 3.4) operando en paralelo. Aunque la arquitectura rectangular es la más corriente, a veces también se utilizan capas de una (cadena lineal de neuronas), tres (paralelepípedo), o dos dimensiones con ordenamiento hexagonal. El mapa puede describirse como una matriz de procesadores elementales ordenados en dos dimensiones, que almacenan un vector de pesos sinápticos o vector de referencia (*codebook*).

En el modo de *operación de recuerdo* de la red, los pesos permanecen fijos y se comporta como una red de tipo K-WTA [23]. Al introducir un patrón de entradas, cada neurona del mapa calcula la similitud entre el vector de entradas y su respectivo vector de pesos sinápticos según cierta medida de distancia, generalmente la distancia euclídea. A continuación, se declara vencedora la neurona cuyo vector de pesos es más similar al de entradas, o lo que es lo mismo, aquella con menor distancia calculada. Se dice que esa neurona ha capturado el patrón de entradas. La respuesta de salida del mapa sería el índice de la neurona ganadora.

En la *fase de aprendizaje*, tras la presentación y procesamiento de un vector de entradas, la neurona vencedora modifica sus pesos de manera que se parezcan un poco más al vector de entradas que ha capturado. Así, ante el mismo patrón de entrada, dicha neurona responderá todavía con más intensidad. Al final, los diferentes vectores de referencia sintonizan con dominios específicos de las variables de entrada (llamados dominios de Voronoi), y tienden a representar la función densidad de probabilidad del espacio sensorial $p(x)$.

23 K-Winner Take All, K-ganadores se llevan todo

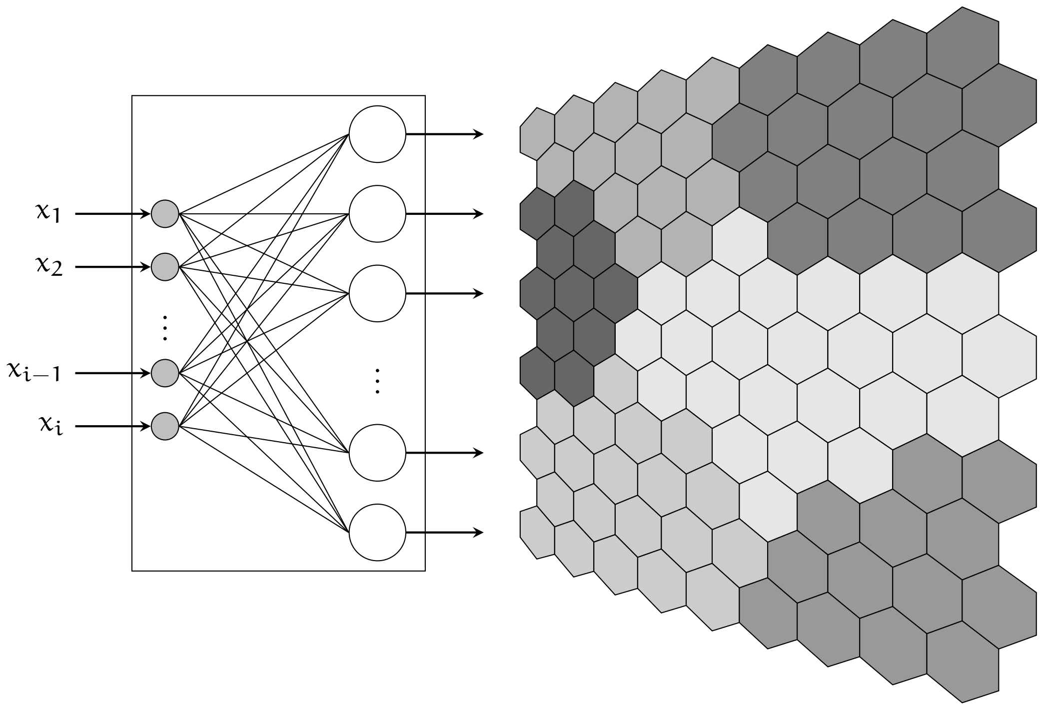


Figura 3.4: Representación de la estructura de un mapa auto-organizado, donde se aprecian las diferentes capas de neuronas o celdas.[24]

Los SOM realizan la proyección no-lineal de un espacio multidimensional de entrada sobre un espacio discreto de salida, representado por la capa de neuronas (figura 3.5). El mapa representa una imagen del espacio sensorial, que representa con mayor fidelidad aquellas dimensiones del espacio sensorial de mayor varianza y que que suelen coincidir con los rasgos más importantes de las entradas.

La proyección se realiza de manera óptima, en el sentido de que la topología del espacio de entrada se preserva en lo posible sobre la superficie de la red (entradas más similares se corresponden con neuronas próximas). El mapa auto-organizado establece esta relación espacial entre las neuronas próximas en el mapa por medio de una función de vecindad entorno de la neurona ganadora. Su efecto es que, durante el aprendizaje, se actualizan tanto los pesos de la vencedora como los de las neuronas de su vecindad. De esta manera, se logra que neuronas próximas en el mapa sintonicen

24 Figura elaborada por Mark Wibrow en http://tex.stackexchange.com/.

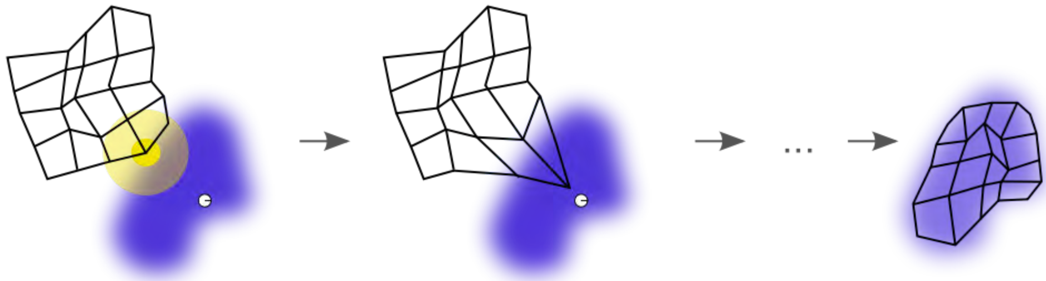


Figura 3.5: Transformación (mapping) efectuada por el mapa desde el espacio de entradas a la matriz de neuronas. La mancha azul es la distribución de los datos de entrenamiento, y el pequeño disco blanco es la muestra de esa distribución tomada en una iteración específica. Al comienzo (izquierda), los nodos del mapa se posicionan de forma aleatoria o arbitraria en el espacio. El nodo más cercano a la muestra de entrenamiento (marcado en amarillo) se selecciona y se mueve hacia dicha muestra, así como sus nodos vecinos (en menor grado). Después de muchas iteraciones, la red que conforma el mapa tiende a aproximar la distribución de entrenamiento (derecha).[25]

con patrones cercanos en el espacio de datos, y aparece reflejada sobre el mapa una imagen del orden topológico presente en el espacio de entrada (figura 3.5).

El mapa resulta ser el reflejo de la función de densidad de probabilidad $p(x)$, produciendo que en regiones en el espacio sensorial cuyos representantes x aparecen con más frecuencia (mayor densidad de probabilidad de aparición de muestras) serán cubiertas con un número mayor de neuronas en el mapa. En lenguaje más simple, se diría que si en el espacio de las entradas aparecen agrupaciones de patrones, las neuronas se especializarán en alguno de ellos, y la operación esencial de la red se puede interpretar como un análisis de agrupaciones. El mapa no efectúa un análisis de componentes principales global, sino que en cada punto del espacio de datos, el mapa se orienta según las componentes principales *locales*.

Se etiquetan las M neuronas de entrada con el índice m y las $N_x \times N_y$ neuronas del mapa cuadrado con un par de índices $u = (i, j)$ siendo $i = 1, \ldots N_x$ y $j = 1, \ldots N_y$

25 Imagen tomada de http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Somtraining.svg.

que determinan su localización espacial en la red. Cada neurona m en la capa de entrada está conectada a todas las neuronas del mapa mediante un peso sináptico . El mapa puede describirse como una matriz de procesadores elementales ordenados en dos dimensiones, que almacenan un vector de pesos sinápticos o vector de referencia (*codebook*). En el apéndice G ALGORITMO DE APRENDIZAJE AUTO-ORGANIZADO.

3.4.2 *Visualizaciones de los mapas y Java SOMToolbox*

Cuando se desean visualizar los resultados del entrenamiento en los mapas, se suelen usar representaciones pictóricas de las distancias que separan los vectores de pesos o prototipos en el espacio de entradas. Las más directas y sencillas son la matriz U y la matriz D.

Para la obtención de la matriz U (figura 3.6) se calcula para cada pareja de unidades vecinas un valor de distancia y, para cada unidad, el valor medio de estas distancias. Así se obtiene una matriz de valores de distancia tal que, duplicando las dimensiones del mapa, se incluye entre las unidades vecinas una representación de la distancia que las separa.

La matriz U permite visualizar las distancias relativas entre los prototipos de las unidades del mapa en el espacio de pesos. Por ejemplo, representando cada valor de la matriz con un tono de gris que se genera desde el blanco para el valor de distancia mínimo y el negro para el máximo. De este modo, las unidades concentradas en un grupo de datos, próximas entre si, presentan tonos claros, y las unidades alejadas en el espacio de pesos, aunque vecinas en el mapa, presentan tonos oscuros.

Si solamente se representan los valores medios de distancias para cada unidad del mapa auto-organizado, estaremos visualizando una matriz de distancias matriz D.

También se dispone de la posibilidad de visualizar la respuesta del mapa ante un conjunto de muestras realizando un histograma de activación. Para ello se acumulan las activaciones de cada unidad y se representa en color un marcador de tamaño

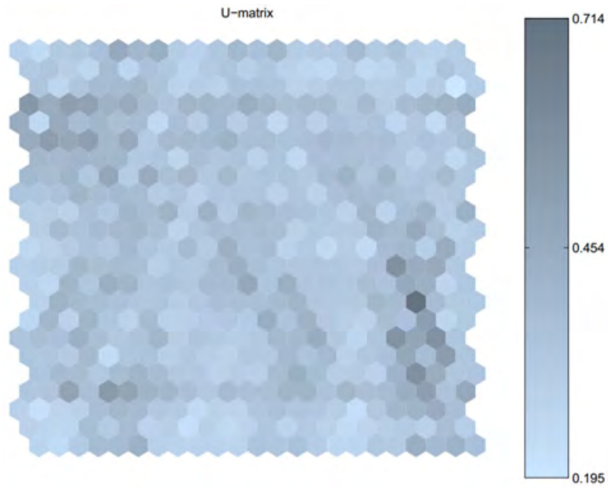


Figura 3.6: Ejemplo de matriz U. Las celdas de tonos grises más oscuros indican mayores distancias entre neuronas adyacentes, mientras que los tonos grises claros indican distancias menores.

proporcional a su nivel de activación. De este modo, se aprecia a simple vista las unidades más activadas para el conjunto de muestras utilizado.

Existen paquetes de entrenamiento y visualización de mapas auto-organizados para los programas de software de análisis estadístico, modelado y simulación más populares, tanto los comerciales como los que tienen algún tipo de licencia libre. *Matlab*, *SPSS* o *R* disponen de las funciones típicas para los SOM, ofreciéndolas bien en la versión estándar o por medio de extensiones. Por otro lado, existen aplicaciones específicas para SOM, como la que emplearemos en nuestra tesis, y que incluyen tanto el algoritmo original de Kohonen como otros modelos posteriores (mapas crecientes, jerárquicos, etc.).

Es nuestra intención que los análisis que se realicen puedan ser reproducidos por otros investigadores o profesores sin tener que recurrir a costosas licencias de software. Por este motivo nos hemos centrado en seleccionar una herramienta con licencia libre. *Java SOMToolbox* es una implementación multiplataforma open-source de los mapas auto-organizados desarrollada por el *Institute of Software Technology and Interactive System* de la *Vienna University of Technology* , bajo licencia Apache 2.0. Esta aplicación permite entrenar mapas con diferentes algoritmos y analizarlos con una poderosa herramienta denominada *SOM Viewer* que implementa multitud de posibilidades de visualización y medidas de calidad.

Así, además de poder visualizar la matriz U, la herramienta permite el cálculo de una versión mejorada de la misma, denominada matriz U* (Ultsch, 2003). Cuando se usa la matriz U para distinguir agrupaciones o clústeres de datos, se consigue reducir de forma no lineal complejas estructuras de datos. Ahora bien, las distancias dentro de un clúster se tratan de la misma manera que las distancias entre los diferentes clústeres, lo que puede enmascarar la detección de clústeres en determinados conjuntos de datos. La matriz U* combina la información de distancia y la función densidad para evitar este fenómeno indeseado.

Java SOMToolbox permite explorar los mapas por componentes, que muestran los valores de una única característica sobre el mapa completo. Son muy útiles para determinar qué zonas se encuentran bajo la influencia de un componente en concreto. Por otro lado, si dos o más componentes resultan influir significativamente en la misma zona del mapa, quiere decir que esas características están relacionadas (Vesanto, 1999; Vesanto & Ahola, 1999). Estas correlaciones entre componentes son fáciles de encontrar, sin más que mirando a la figura correspondiente e identificando zonas coloreadas con el mismo tono. Ahora bien, la contrapartida evidente es que no se obtiene un valor numérico que cuantifique dicha relación. Sin embargo, en un estudio de casos como el que presentamos en nuestra investigación y, donde los objetivos se centran en interpretar lo que está pasando, basta conocer si la correlación entre ciertos componentes afectivos es inexistente, baja, media o elevada.

Por otro lado, los histogramas de datos suavizados (Pampalk, Rauber & Merkl, 2002) son una forma de visualización que muestra la distribución de datos contando las posiciones más probables para cada muestra. Los resultados se visualizan de esta manera de forma muy intuitiva, como si de un mapa cartográfico se tratase, con islas y montañas en regiones con una elevada densidad de ocupación y con océanos entre medias.

Otra visualización interesante de la que se hará uso en los análisis de los grupos de alumnos es la del *minimum spanning tree*[26], que muestra los caminos de menor distancia que recorren las celdas del SOM.

26 Minimum spanning tree: árbol de recubrimiento mínimo. Suele emplearse el anglicismo.

4

IMPLICACIONES DIDÁCTICAS DEL USO DEL CINE Y LAS SERIES EN MATEMÁTICAS

En el capítulo ESTUDIOS PREVIOS SOBRE MATEMÁTICAS EN EL CINE Y SU UTILIZACIÓN DIDÁCTICA se ha comprobado cómo el cine y las series de ficción constituyen un recurso didáctico que puede emplearse en la materia de Matemáticas. Existen cursos de formación de profesorado, libros y diversas páginas web que muestran propuestas didácticas, además de sitios dedicados a la exploración de la relación entre cine y matemáticas, que ofrecen recopilaciones de referencias. En definitiva, hay suficiente información disponible y al alcance del profesorado.

Además, se trata de un recurso fácilmente utilizable en las aulas de hoy en día. En Aragón, al igual que en otras comunidades, todas las aulas de educación secundaria disponen de proyector, ordenador y altavoces. Utilizando el cine y las series junto con otro tipo de actividades y recursos que relacionen las matemáticas con la realidad del alumno, se enriquece la experiencia de aprendizaje, resultando ser más significativo.

Realmente, hay tantas opciones en este sentido que puede resultar ridículo aventurarse por una visión en concreto y descartar las demás. Cada profesor, dependiendo de su personalidad, creencias y percepciones abordará el curso de una manera diferente. Ejemplos de recursos son los materiales manipulativos (bloques, prismas, varillas, papiroflexia, etc.) en el caso del aprendizaje de la geometría, los programas informáticos interactivos, fotografía matemática, realización de trabajos en forma de proyecto...

El cine y las series de ficción, a las que dedicamos este trabajo, son una más de estas opciones didácticas. ¿Por qué desmarcarse entonces de otros géneros audiovisuales, como el documental, ciñéndonos a la ficción? Simplemente, porque la ficción aporta un componente motivacional añadido. Nuestros adolescentes pasan una cantidad de tiempo nada despreciable enfrente del televisor o de la pantalla del ordenador viendo películas, series y vídeos. El tiempo que dedican a ello únicamente puede competir con el que dedican a los videojuegos.

La ficción audiovisual sigue siendo una de las preferencias de ocio de los adolescentes y jóvenes. El auge de Internet en los últimos años parece haber ocasionado cambios en ciertos hábitos, principalmente el soporte tecnológico donde se consume. A este respecto las conclusiones del estudio de (López Vidales, González Aldea & Medina de la Viña, 2011) a partir de una muestra de 3.000 jóvenes de edades comprendidas entre los 14 y los 25 años que se encuentran completando sus estudios obligatorios y/o universitarios son esclarecedoras:

> La televisión actual no les motiva porque no ofrece novedades con un auténtico factor diferencial con respecto a la oferta de siempre; en sus propias palabras, le falta variedad y se abusa de la *TV basura*. Internet ha desbancado a la televisión tradicional como opción de entretenimiento, pero también se impone al cine, a la radio y a los medios escritos. Su búsqueda se centra en la ficción, fundamentalmente las series; a continuación en el orden de interés se encuentra el cine; también destacan el humor y la música como contenidos preferidos, y a mucha distancia se sitúan los documentales, *reality shows*, concursos, *late shows* y *docurealities*, lo que hace pensar en una preferencia por los formatos de entretenimiento relacionados con la ficción.

Así pues, las series y las películas siguen estando entre las opciones preferidas de nuestros alumnos. Han dejado de consumirlas en el medio tradicional, la televisión y, en cambio, utilizan el ordenador o incluso el teléfono móvil para descargar o ver en *streaming* sus series favoritas. Esto les permite no depender de un horario concreto ni de un lugar establecido.

4.1 CLASIFICACIONES DE FRAGMENTOS DE PELÍCULAS O SERIES

No se puede llevar a cabo una única clasificación de fragmentos extraídos de películas o series para su uso en clase. En primer lugar, al tratarse de fragmentos procedentes de una obra mayor, completa, se puede estar perdiendo el contexto original. En unas ocasiones, es suficiente con la información que aporta el fragmento para contextualizar la acción. En otras, pueden ser los alumnos los que completen la información que falta, al tratarse de algo conocido y familiar para ellos, como pudiera ser un fragmento de un capítulo de «Los Simpson» (Groening, 1989) o de «The Big Bang Theory» (Lorre & Prady, 2007) . Sin embargo, hay fragmentos que necesitan ser introducidos por el profesor. Ello no supone mayor obstáculo, y simplemente debe tenerse en cuenta para preparar una sinopsis breve, pero efectiva, que prepare al alumno para lo que va a ver.

El hecho de que una secuencia didáctica diseñada a partir de un fragmento de una película o serie genere un contexto de primer, segundo o tercer orden depende en primer lugar del fragmento en sí, pero también de cómo se planteen las tareas y actividades. Si algo hay que tener en cuenta en el proceso de diseño, es que las películas y las series, al contrario de lo que puede ocurrir con los documentales, no tienen una intencionalidad didáctica. Hay excepciones, sobre todo en los productos destinados al público más infantil. Por ejemplo, «Pocoyó» y (Madden y col., 2000) y «Dora la exploradora» (Groening, 1989) son series de dibujos animados muy populares en los que en la propia trama del episodio se introducen momentos en los que se observa contar a los protagonistas, realizar operaciones básicas o introducir vocabulario o incluso alguna palabra en inglés.

Aún en estos casos, el carácter didáctico intencional es dudoso, ya que el primer objetivo de estas series de dibujos animados es entretener a los más pequeños. En Dora la exploradora las únicas matemáticas que aparecen son el conteo básico y el reconocimiento de formas geométricas. Y es algo que se repite temporada tras temporada y capítulo tras capítulo. Las matemáticas juegan por lo tanto un papel muy secundario y, en nuestra opinión, simplemente sirven para hacer que los padres perciban que sus hijos están aprendiendo con Dora. Y algo aprenderán, pero no tanto.

Para justificar la utilización de los fragmentos de películas y series de ficción en el aula, es fundamental tener presente el concepto de transposición didáctica de Chevallard (1985), basado a su vez en la noción original de Verret (1975). Chevallard adapta la idea a la didáctica de las matemáticas, desarrollando la perspectiva antropológica de las tesis originales de Verret. Para Chevallard, es fundamental el estudio de lo que él denomina el sistema didáctico, formado por el profesor, los alumnos y un saber matemático determinado. Ahora bien, hay que distinguir entre el saber matemático erudito, como el que se puede estudiar en etapas universitarias, aceptado en el mundo académico, y el saber matemático a enseñar. Es el proceso de adaptación entre las dos formas de saber lo que se denomina transposición didáctica y es labor del profesor el realizar dicho proceso convenientemente, teniendo en cuenta las características de sus alumnos

Cuando un profesor decide emplear una escena como recurso didáctico ha de realizar un ejercicio de transposición, condicionado a dicha escena en particular. Esto es así porque, aunque la escena en cuestión no puede modificarse, sí debe reflexionarse acerca del modo de presentarla a los alumnos y sobre cómo trabajar con ella. El profesor, al ver la escena, identificará el saber matemático involucrado. Dicho saber se hallará, con toda seguridad, en un punto intermedio entre el saber erudito y el saber a enseñar, que podemos representar mediante el diagrama de la figura 4.1.

Así pues, en los fragmentos que consideraremos no ha tenido lugar un proceso de transposición didáctica intencional que adapte los significados institucionales a los significados personales pretendidos para nuestros alumnos. Ha de ser el profesor o el diseñador de la secuencia didáctica el que, tras identificar los objetos matemáticos puestos en juego en el fragmento, realice una especie de proceso de transposición didáctica inverso.

Hay escenas que buscan provocar la sonrisa, o incluso la risa, del espectador, cuya comicidad sólo puede apreciarse por completo desde el conocimiento y comprensión

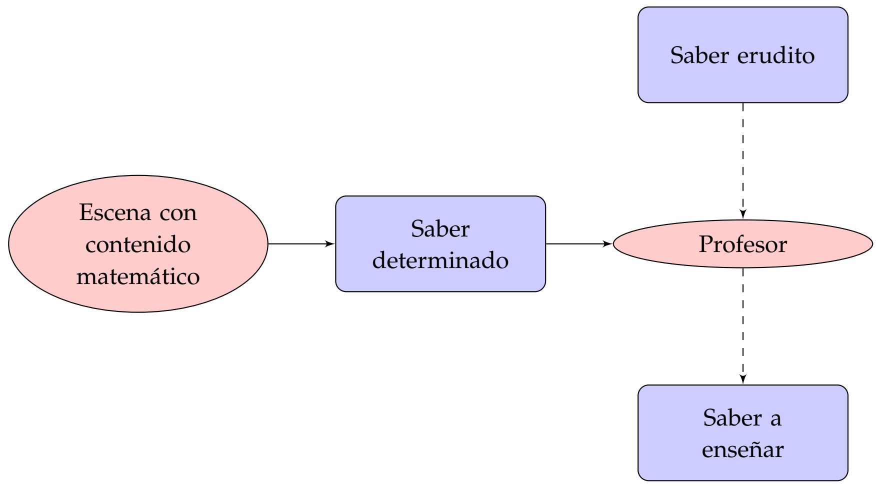


Figura 4.1: Proceso de transposición didáctica en el diseño de secuencias de aula haciendo uso de fragmentos de películas.

de los objetos matemáticos que en ella intervienen. Es el caso, por ejemplo, de «El mago de Oz» (Fleming, 1939) y su correspondiente parodia en «Los Simpson» (Groening, 1989). Si no se conoce la formulación del teorema de Pitágoras, el intento de enunciado de éste por parte del espantapájaros puede pasar como verdadero. Y lo que es peor, el tono condescendiente con el que le responde el mago puede no apreciarse, con lo que se pierde el sentido real de la escena.Lo mismo ocurre en el reparto del botín de «Granujas de medio pelo» (Allen, 2000) y en la alocada división de «Abbott and Costello In the Navy» (Lubin, 1941).

Las películas y series de ficción en las que algún personaje, o incluso el protagonista, es matemático, científico o ingeniero que hace gala de sus conocimientos son especialmente interesantes para nuestros propósitos. Hoy en día contamos con series como «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005) , en las que un investigador del FBI resuelve crímenes con la ayuda de su hermano matemático, «The Big Bang Theory» (Lorre & Prady, 2007) , una comedia de situación cuyos protagonistas son físicos teóricos y experimentales. También nos estamos refiriendo a películas como «Ágora» (Amenábar, 2009), basada en la vida de Hipatia de Alejandría y «Una mente maravillosa» (Howard, 2001).

Es en este tipo de películas y series en donde suelen aparecer las referencias más explícitas a objetos matemáticos. Pongamos por ejemplo las elucubraciones sobre las curvas cónicas de Hipatia y su aplicación al movimiento planetario. Las matemáticas aparecen de forma explícita, en un contexto introducido de forma intencional y que no se corresponde con el propio de la película. El contexto de aplicación en el que se muestra el objeto matemático son las órbitas de los planetas, y realmente no tiene que ver directamente ni con el argumento principal de la película (biografía de Hipatia) ni con el contexto en el que se desarrolla (luchas políticas entre cristianos y paganos). En la película, estas preocupaciones de Hipatia sirven para reflejar sus elevadas aspiraciones intelectuales.

Ahora bien, en «Numb3rs» se alude también directamente a objetos matemáticos que son fundamentales para el desarrollo del argumento. Aunque en la mayoría de los episodios de «Numb3rs» no se profundiza en los conceptos y procedimientos, debido a su complejidad, sí se nombran y se introducen de forma unívoca. La diferencia con la aparición de las matemáticas en «Ágora», es que los conceptos que aparecen en esta última podrían haber sido cualesquiera y la trama no cambiaría. En cada episodio de «Numb3rs» se emplean unas técnicas y conceptos determinados para resolver un crimen concreto.

Así pues, cuando hablamos de referencias explícitas se puede establecer una segunda clasificación entre referencias argumentales (caso de «Numb3rs») y referencias no argumentales (caso de «Ágora»).

Resulta interesante proceder a una clasificación general de escenas de películas o series de televisión con referencias matemáticas aptas para su uso en el aula, en función del tipo de cuestión o problema que puedan generar. La utilidad de llevar a cabo esta clasificación radica en que, en función del tipo de referencia matemática, el proceso de diseño de las secuencias didácticas dará lugar a producciones con diferentes fortalezas en sus respectivas idoneidades didácticas.

En las compilaciones y repositorios de recursos didácticos mencionados en la sección 2.2 se distinguen los tipos fundamentales de escenas que se muestran en la figura 4.2. Se comentan a continuación:

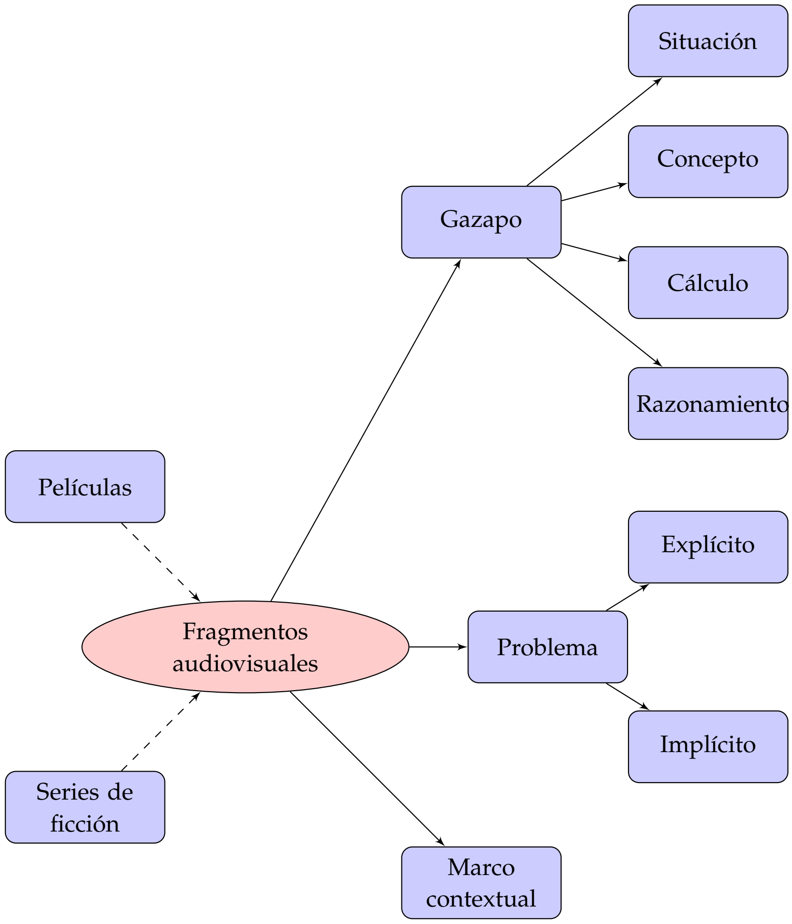


Figura 4.2: Clasificación de los fragmentos extraídos de películas y series con referencias matemáticas, en función del tipo de uso didáctico que puede hacerse.

gazapos o errores En esta clase de escenas se produce un error matemático. Suele aparecer en los diálogos de algún personaje, bien de forma involuntaria por error del actor o del equipo de producción; bien de forma voluntaria, como exigencia del guión. Por otro lado, el error también puede encontrarse en un objeto que aparezca en escena, como por ejemplo en una pizarra que forme parte del escenario. Esta distinción es similar a la que ya hiciera (Sorando Muzás, 2007), quien diferencia entre gazapos de situación y gazapos de concepto, de cálculo y de razonamiento.

Un ejemplo de gazapo de concepto lo encontramos en la escena del reparto del botín en «Granujas de medio pelo» (Allen, 2000), en la que un personaje comete varios errores acerca de las fracciones, buscando la comicidad tal y como especifica el guión. Un error de cálculo totalmente involuntario aparece en la película «21 Black Jack» (Luketic, 2008), donde el protagonista, dependiente de una tienda de ropa, calcula la cuenta mentalmente, incluyendo descuentos porcentuales variados. En este último caso es complicado distinguir si se trata de un descuido de los guionistas o de los actores y del equipo de rodaje. Además, esta escena ofrece una oportunidad excelente para el desarrollo de un proyecto colaborativo a través de Internet con estudiantes de diferentes nacionalidades, pues las versiones dobladas cambian el resultado final.

La actividad natural que surge de este escenario se denomina *caza del gazapo*, y consiste en la búsqueda de dichos errores. Si para descubrir el gazapo hay que resolver un problema, tendríamos un híbrido entre este tipo de escena y el siguiente.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Hay escenas en las que se plantea explícitamente un problema matemático en toda regla. La serie de televisión «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005) es una fuente inagotable, aunque no la única, de este tipo de escenas. Prácticamente todos sus capítulos reducen la investigación de un crimen a un problema matemático. No obstante, hay muchas otras fuentes de este tipo de escenas.

Es representativo el siguiente ejemplo, tomado de la serie de dibujos animados «Futurama» (Groening, 1999) y que constituye ya un clásico recurso en el aula para los iniciados en el uso del cine como recurso didáctico en Matemáticas[27]. El personaje llamado Fry resulta congelado accidentalmente por un período de 1000 años. Al cabo de ese tiempo acude al banco donde tenía su cuenta corriente. Cuál será su sorpresa cuando la cajera le anuncia que el saldo que tenía de 93 centavos, con un interés anual del 2,25 %, hace un total de 4300 millones de dólares. En este caso la actividad que se

27 Este episodio se empleará en la sección 6.1.5, profundizando en su idoneidad didáctica.

suele proponer a los alumnos es comprobar si la cuenta está bien hecha y probar con otros períodos de tiempo y otras tasas de interés (Raga Benedicto y col., 2009).

Otras escenas, en cambio, pueden esconder problemas matemáticos de forma implícita y se hace necesario, no ya sólo recomendable, que el profesor exponga el problema a resolver.

LA ESCENA COMO MARCO CONTEXTUAL En ocasiones, el único uso que se puede dar a una escena consiste en mostrar la relación con el mundo real y, a partir de ahí, plantear un problema centrado en el tema. Nótese que no es lo mismo que el caso de los problemas implícitos, ya que aquí no es la escena en sí la que genera el problema. Por ejemplo, si se pretende proponer un problema sobre intereses compuestos, puede plantearse el proyectar antes una breve escena representativa de «Wall Street» (Stone, 1987) o de alguna otra película donde aparezcan escenas de bancos o de la bolsa.

4.2 DIVERSIDAD DE CONTEXTOS

Para favorecer el desarrollo cognitivo de los alumnos y que éstos sean capaces de afrontar con éxito la mayor diversidad de contextos de aplicación posibles, es fundamental no restringirse a la utilización de un único contexto. Por ello, si estamos empleando un fragmento de una película para contextualizar un objeto matemático que despierta un sistema de prácticas determinado, deberemos buscar otras formas de utilización del mismo sistema de prácticas.

Por ejemplo, si se emplea un fragmento para mostrar cómo se trabaja con descuentos porcentuales, como en «21 Black Jack» (Luketic, 2008) [28], no debemos restringirnos únicamente a mostrar su aplicación en comercios, como ocurre en dicha película.

28 Ver diseño y análisis con más detalle en la página 115 y siguientes.

4.2.0.1 *Transversalidad educativa*

La integración, como recurso didáctico, de fragmentos o escenas de series y películas en el devenir de las clases de Matemáticas (o de cualquier otra asignatura) ofrece una oportunidad inmejorable para que los alumnos tengan contacto con obras alejadas del *mainstream*; es decir, de obras alejadas del circuito comercial (Bergala, 2007). Hay que ser conscientes de que para muchos alumnos, el único espacio en el que van a poder tener este contacto es en la escuela. Con mostrarles escenas de películas que hoy en día se consideran clásicos, o cine de autor, es suficiente. No suele ganarse nada obligando a los alumnos a visionar películas enteras para después exigirles un resumen de la misma, ya que se puede provocar el efecto contrario y que nunca más quieran saber de ese otro tipo de cine. De esta manera, como para su empleo en clase de Matemáticas se subraya su carácter a-didáctico [29], no se interfiere en la incipiente e hipotética formación de un interés cinematográfico.

Por otro lado, los fragmentos que se seleccionen van a mostrar situaciones, tanto de la vida real como en contextos imaginarios, en los que aparecen personajes que interaccionan entre sí, que son puestos a prueba, que actúan de una determinada manera ante ciertas condiciones. Todo ello es utilizable para tratar temas transversales que tengan que ver con la salud, la educación en valores, etc.

29 Más bien, al contrario, no se subraya su carácter didáctico.

Parte III

DISEÑO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS

Se muestra el diseño de una serie de secuencias o protocolos de aula para el primer ciclo de ESO, concretamente segundo curso (13-14 años de edad), en las que se hace uso del cine y las series de ficción como recurso didáctico. En primer lugar, se definen los criterios de diseño comunes para todas ellas. Posteriormente, y divididas por bloques de contenidos curriculares, se procede a describirlas y a analizar su idoneidad didáctica.

5

MODELO DE DISEÑO Y ANÁLISIS DE LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS

Puesto que todas las secuencias didácticas que se van a presentar en los siguientes capítulos incluyen la visualización de un vídeo basado en uno o más fragmentos de películas o series, todas ellas incluyen ciertos elementos comunes. Así, ya sea de forma consciente o inconsciente, el alumno ha de realizar siempre un proceso de descomposición y de análisis, analizando tanto los diálogos de la escena como cualquier otro objeto cargado de significado, descomponiendo sus unidades semióticas: palabras, frases, representaciones gráficas, símbolos, etc.

Se ha considerado pertinente utilizar el mismo modelo de diseño para todas las secuencias, incluyendo en todas ellas espacio para la interacción entre alumnos y entre profesor y alumnos, así como reservando momentos para la institucionalización de los objetos matemáticos por parte del profesor.

5.1 MODELO DE DISEÑO

La restricción de emplear como recurso un fragmento de una película o de una serie de ficción condiciona fuertemente todo el diseño de la actividad en cuestión. A pesar de la diversidad y alta disponibilidad de estas piezas audiovisuales, es posible no encontrar un fragmento que se adecue perfectamente para la enseñanza de un objeto matemático concreto. Por lo tanto, es factible que dicho fragmento exista, pero en el seno de una producción cinematográfica que ha pasado desapercibida tanto para los autores que se dedican a investigar la relación del cine con las matemáticas, como para el profesor que inicia esta labor de diseño.

La mayoría de los modelos de diseño instruccional (Dick & Cary, 1990; Heinich, Molenda, Russell & Smaldino, 1999; Jonassen, 1999) toman como punto de partida la definición de los objetivos de aprendizaje. Sin embargo, el condicionante que se ha mencionado obliga en este caso a posponer la definición de las metas que se persiguen al implementar posteriormente este diseño. En cambio, sí que es posible e incluso recomendable el considerar los contenidos de una unidad didáctica para afinar la búsqueda de fragmentos de películas que sean válidos para desarrollarlos en el aula.

Por lo tanto, el primer paso consiste en buscar fragmentos relacionados con los contenidos de un bloque curricular o, concretando un poco más, de una unidad didáctica. Este proceso de búsqueda puede terminar de diferentes maneras:

1. La búsqueda ha tenido éxito y se han encontrado uno o varios fragmentos de películas o series con contenido matemático, o que incluyen contextos sobre los que se puede desarrollar una tarea.

2. La búsqueda ha tenido éxito y, además de encontrar fragmentos, se han encontrado experiencias o propuestas didácticas de otros autores.

3. La búsqueda ha sido infructuosa.

El resultado de esta búsqueda condiciona el proceso de diseño, como se ilustra en la figura 5.1. En el primer caso, se dispondrá de una paleta de fragmentos sobre los que habrá que realizar un análisis epistemológico inicial, que revele los objetos matemáticos puestos en juego. La valoración de su idoneidad epistémica, junto con la mediacional (ver sección con el modelo de análisis, donde se profundiza en estas ideas) suele ser suficiente para decidirse por uno u otro fragmento. Esta elección es necesaria, puesto que el tiempo lectivo es un recurso finito.

Por otro lado, si la búsqueda ha revelado la existencia de propuestas didácticas de otros autores, puede verse facilitado el diseño del proceso instruccional. En la mayoría de los casos, únicamente será necesario adaptar la propuesta encontrada al nivel cognitivo del grupo de alumnos y añadir aquellos puntos que se considere necesario desarrollar.

Finalmente, si no se ha encontrado un fragmento la recomendación sería modificar los parámetros de búsqueda, o ampliar los contenidos a los que debe ceñirse el fragmento.

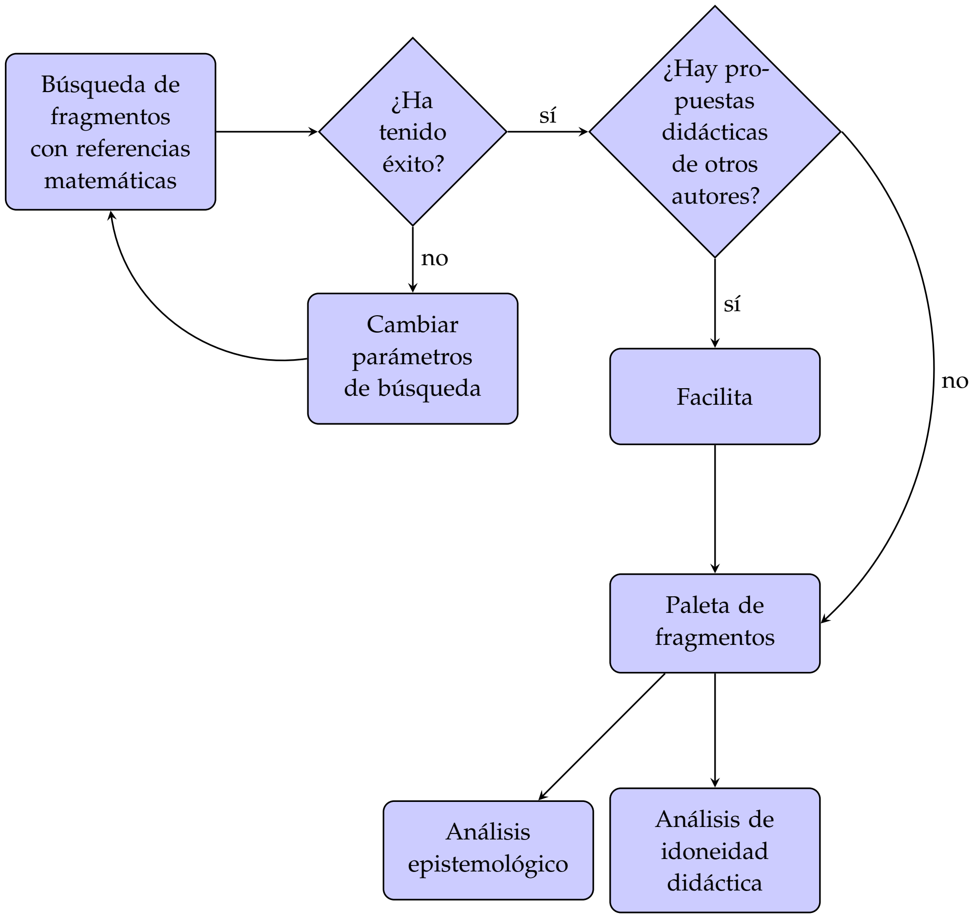


Figura 5.1: Proceso de diseño de secuencias didácticas haciendo uso de fragmentos de películas y series

Una vez que se ha seleccionado un fragmento, y tomando como base su configuración epistémica, es cuando empieza la labor de diseño propiamente dicha. Los objetivos que se pretenden alcanzar con tal diseño pueden ir encaminados a introducir nuevos objetos matemáticos (conceptos, procedimientos, etc.) si es que el alumno va a trabajar en su ZPD, o bien perseguir que los alumnos refuercen conceptos ya vistos anteriormente o ampliar su sistema de prácticas.

La forma de acometer los objetivos será mediante el visionado del fragmento y la resolución de tareas en torno a él. Para la resolución de dichas tareas se marcarán momentos en los que los alumnos trabajen en pequeños grupos y en que tengan que poner en común sus conclusiones, favoreciendo la interacción y la comunicación. Esta interacción es esencial, no sólo para el desarrollo de las tareas sino para la evaluación, ya que es mediante el análisis de las producciones de los alumnos que el profesor tiene acceso a los obstáculos que se les presentan.

5.2 MODELO DE ANÁLISIS

El análisis de las secuencias didácticas empieza por presentar la *configuración epistémica*, tanto del fragmento seleccionado como de las tareas propuestas a partir de él. Dicha configuración revela los objetos matemáticos presentes, de forma implícita o explícita en el fragmento seleccionado, los cuales se desarrollan y se amplían con la actividad. Posteriormente, se reflexiona sobre los *obstáculos más comunes* a los que han de enfrentarse los alumnos. Estos obstáculos pueden ser de carácter epistemológico o cognitivo y, normalmente, con su superación se consigue un aprendizaje significativo. Finalmente, se procede a valorar la *idoneidad didáctica*, lo que se describe con más detalle a continuación.

5.2.1 *Estudio de la idoneidad didáctica*

Wilhelmi, Font y Godino (2005), J. Godino, Contreras y Font (2006) introducen los criterios de idoneidad didáctica incluyendo, en principio, cinco componentes (la ecológica aparecería después), enlazando el enfoque ontosemiótico con la ingeniería didáctica, lo que supone un punto de inflexión. Con la noción de idoneidad didáctica y el establecimiento de criterios o pautas para evaluarla, el EOS añade a su potencia descriptiva una herramienta fundamental que permite planificar el proceso de creación de procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Estos indicadores pueden consultarse en el anexo C. Son diversos los trabajos e investigaciones en didáctica de las matemáticas que han empleado la idoneidad didáctica como herramienta para diseñar y evaluar actuaciones didácticas (Batanero Bernabeu, Fernandes & Contreras García, 2009; J. D. Godino, 2010; Alsina & Domingo, 2010).

Dados los objetivos de nuestro trabajo, nos interesan sobre todo el estudio de la idoneidad interaccional y la idoneidad emocional, pues en nuestras hipótesis de trabajo afirmamos que éstas son comunes a todas las secuencias didácticas que hagan uso de fragmentos de películas o series, siguiendo unos parámetros de diseño básicos.

En cuanto a la idoneidad epistémica y la idoneidad cognitiva, que constituyen realmente los pilares básicos de todo proceso instruccional, son propias de cada secuencia didáctica. En el capítulo dedicado al diseño de secuencias, proporcionaremos un análisis pormenorizado de dichas componentes para cada una de ellas, teniendo siempre presente que el profesor o investigador que vaya a desarrollar una nueva secuencia, deberá realizar los análisis correspondientes teniendo en cuenta los significados institucionales pretendidos, el estado cognitivo del público objetivo y los significados presentes en el fragmento a emplear. A pesar de esta especificidad de los análisis epistémico y cognitivo, hemos querido incluirlos en nuestro trabajo para mostrar que es posible alcanzar un alto grado de idoneidad en dichas componentes con este tipo de secuencias.

De igual forma, la idoneidad ecológica es propia no sólo de cada secuencia, sino también de los recursos y materiales disponibles, de las restricciones temporales y, en general, de las condiciones del aula y del centro. Por este motivo, para nuestros objetivos bastará con reflexionar en forma general sobre el posible cumplimiento de estos indicadores.

Finalmente, la idoneidad mediacional estudia el correcto empleo de los recursos tecnológicos. Al compartir prácticamente todas nuestras secuencias el mismo tipo de recursos, podremos generalizar las conclusiones para todas ellas. Sin embargo, también depende fuertemente de las características ecológicas y, por tanto, el análisis es propio de cada implementación.

5.2.2 *Idoneidad epistémica*

El análisis de la idoneidad epistémica de una secuencia didáctica debe partir de la configuración de objetos matemáticos. Atendiendo a los indicadores propuestos por J. Godino (2011), lo principal es que todos los objetos presentes, tanto en el fragmento de la película como en la actividad propuesta, estén adaptados al alumnado al que se dirige la actuación educativa. Para ello, es necesario tener en cuenta, al menos, su edad y nivel cognitivo. Así pues, es fundamental que el lenguaje empleado en la escena seleccionada sea apropiado, tanto en el plano matemático como en el general. Y lo mismo ocurre con los conceptos, procedimientos y argumentos.

Sin embargo, la adecuación al nivel educativo es una condición necesaria, que no suficiente. Buscamos además la diversidad dentro de cada componente de la configuración epistémica. Es decir, cuantos más conceptos aparezcan, de forma articulada y contextualizada, mayor idoneidad obtendremos, porque estaremos proporcionando a los alumnos una base sobre la que construir su nuevo conocimiento. Todavía es más evidente que es necesaria esta riqueza de objetos si nos fijamos en la componente lingüística. Si en el fragmento que hemos seleccionado a partir de la película se emplean diferentes representaciones semióticas y, todavía mejor, distintos registros semióticos, estaremos facilitando la construcción de nuevo conocimiento. Al mismo tiempo, la labor evaluadora del docente se simplifica y se vuelve más exacta, ya que la constatación de que el alumno es capaz de utilizar diferentes registros semióticos es la mejor manera de comprobar que se ha apropiado de un sistema de prácticas matemáticas.

5.2.3 *Idoneidad cognitiva*

Para cada secuencia analizaremos si las tareas propuestas se encuentran en la ZPD de Vygotsky (1978), lo que dentro del marco que proporciona el EOS implica comprobar si la distancia entre los significados personales y los significados institucionales a implementar es la máxima que pueden salvar los alumnos, dadas sus propias condiciones cognitivas y los recursos puesto a su alcance.

Otros autores que también han utilizado la idoneidad didáctica en sus trabajos para valorar procesos de enseñanza-aprendizaje (Hernández, 2007; Alsina & Domingo, 2010) indican la necesidad de disponer de un marco de referencia acerca de los conocimientos que deben tener los alumnos a una edad determinada, o en un nivel dado de escolarización. En nuestras aulas encontraremos alumnos en diferentes estadios cognitivos, llegando incluso al extremo de que algunos de ellos necesitarán adaptaciones curriculares significativas. Esta diversidad requiere centrarse, al menos como punto de partida, en la referencia que especifica la norma.

5.2.4 *Idoneidad interaccional*

Las interacciones que tienen lugar en el aula se encuentran en un lugar de privilegio dentro de los supuestos del EOS. Gracias a ellas, los alumnos emplean diferentes registros semióticos y el profesor constata la apropiación de conocimiento, mediante la correcta utilización de los mismos. Además, la interacción permite resolver los conflictos (cognitivos y epistémicos) que aparecen en la implementación de las secuencias de aula. Hay autores, como Alsina y Domingo (2010) que para evaluarla cuentan el número de interacciones de cada tipo, según las categorías que se especifican en el trabajo de J. Godino (2011); es decir, entre el profesor y los alumnos y entre los alumnos.

Únicamente mediante el análisis por parte del profesor de las interacciones que tienen lugar en el aula, se podrán identificar los obstáculos concretos de los alumnos a los que va dirigida la actividad y poner en marcha los mecanismos que permiten superarlos. Será también necesario comprobar si se reservan momentos en la secuencia didáctica en los que el alumnado ha de realizar tareas de forma autónoma, asumiendo la responsabilidad en el proceso. A pesar de que no se incluye específicamente en los objetivos de investigación, se realizará el análisis a priori de los diseños instruccionales, valorando los aspectos comentados.

5.2.5 *Idoneidad mediacional*

Evaluar la idoneidad mediacional significa valorar los recursos y medios que requiere la implementación del proceso de enseñanza-aprendizaje en cuestión. Dicho de otra forma, consiste en analizar los condicionantes externos que pueden influir en el proceso. Para ello, habremos de fijarnos en la disponibilidad de los recursos materiales y en su adecuación a los objetivos didácticos y a los alumnos a los que va dirigida la actividad. Asimismo, hay que considerar también la dimensión temporal; es decir, el tiempo disponible para el proceso que se pretende implementar, si es suficiente y si está bien repartido entre las diferentes partes de la secuencia didáctica.

Gran parte de la idoneidad mediacional es específica de cada implementación. Así, el número de alumnos, el horario disponible y las condiciones del aula son factores que contribuyen a alcanzar una idoneidad mediacional adecuada y son completamente independientes tanto del diseño de la secuencia didáctica como de la labor del profesor que la ponga en práctica. Obviamente, se podrían establecer unas condiciones mínimas para el desarrollo satisfactorio de la sesión que, en nuestro caso, consistirían simplemente en disponer de ordenador con proyector en el aula o disponer de una sala habilitada a tal efecto.

En los análisis a priori que presentaremos a continuación nos centraremos en evaluar los indicadores de la idoneidad mediacional que sólo dependen del diseño:

- Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido

- Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones

En cuanto a la dimensión temporal, las actividades cuyo diseño analizaremos, incluyen un breve resumen de los fragmentos de películas o series a emplear, con la duración de los mismos. De esta forma, el docente que desee implementar la secuencia didáctica, posee toda la información necesaria para alcanzar un elevado grado de idoneidad en este sentido. En general, se valorará de forma positiva la idoneidad mediacional si la relación entre el tiempo lectivo empleado y los beneficios didácticos es aceptable. Por este motivo, los fragmentos muy breves presentarán una elevada idoneidad mediacional, con tal de que en su configuración epistémica simplemente aparezca un objeto matemático de interés. Sin embargo, a los fragmentos más largos se les exigirán configuraciones epistémicas más ricas y articuladas.

5.2.6 *Idoneidad afectiva*

Es innegable el efecto que tiene el sistema afectivo de los alumnos sobre sus procesos de apropiación de conocimientos y de resolución de problemas. Este sistema predispone a cada alumno antes de comenzar la implementación de un proceso de enseñanza-aprendizaje. Si esa predisposición es positiva, tanto mejor, pues el alumno no se opondrá a movilizar sus sistemas cognitivos. El dominio afectivo de una persona es complejo y son varias las disciplinas y teorías que profundizan en él. Puede dividirse principalmente en creencias, actitudes y emociones (McLeod, 1988, 1992; Gómez-Chacón, 2000; Gil, Blanco & Guerrero, 2005), constructos fuertemente dependientes entre sí. Las *creencias* se construyen en base a la experiencia personal y forman parte del conocimiento subjetivo del individuo, pudiendo distinguir entre creencias conscientes y básicas. En relación con la asignatura de Matemáticas, las creencias de los alumnos se clasifican en creencias acerca de las matemáticas y en creencias acerca de sí mismo; es decir, de cómo se percibe como estudiante y en relación con la asignatura.

Las *actitudes* pueden ser consideradas como predisposiciones de los alumnos y en el contexto de este trabajo hay que diferenciar entre actitudes hacia las matemáticas y actitudes matemáticas. En el primer caso, se trata más de un interés hacia la disciplina, la asignatura, mientras que el segundo caso se refiere a las actitudes cognitivas del sujeto; es decir, de cómo moviliza sus sistemas de prácticas al abordar problemas matemáticos.

Se ha mencionado el concepto de interés, que forma parte del dominio afectivo. Éste involucra tanto creencias como actitudes (Ainley, Hidi & Berndorff, 2002):

- *Interés como estado:* Presenta una fuerte componente afectiva positiva y a veces se cataloga como una emoción. Se ha demostrado que cuando este estado se mantiene durante la realización de una tarea, el aprendizaje es más significativo y el desempeño mejora.
- *Interés situacional:* Se refiere a que, para cada persona, hay ciertas situaciones o contextos que tienen el potencial de desencadenar un estado afectivo de interés. Es la faceta del interés que suele emplearse para motivar a los alumnos, presentándoles tareas contextualizadas en situaciones cotidianas o afines con sus gustos.
- *Interés individual:* Son predisposiciones individuales que se han ido desarrollando con el tiempo, hacia una rama del conocimiento, hacia un tipo de actividades, etc. Por ejemplo, en el marco escolar, los alumnos pueden sentir predilección por unas asignaturas frente a otras.

Las *emociones* son esencialmente estados afectivos en un momento dado, influidas en gran medida por el sistema de creencias, de las que son un buen predictor, pero también por otros factores (psicológicos, motivacionales, fisiológicos, cognitivos, etc.).

El análisis a priori de la idoneidad afectiva ha de tener cuenta tanto las creencias, como las actitudes y emociones de los alumnos. Así, se evaluará si la actividad es afín a los intereses de los alumnos o les puede resultar útil en situaciones de su vida cotidiana. También hay que valorar si se favorece la participación y se promueven actitudes y emociones positivas. En este sentido, hay que determinar si los fragmentos de películas y series favorecen alguno de estos puntos. De esta manera, pueden haberse extraído de películas o series que formen parte de sus gustos personales o, si no es así, que al menos muestren una situación cotidiana o imaginable por los alumnos. Dados los objetivos de esta tesis, se hará necesario evaluar a posteriori la idoneidad afectiva, dada su fuerte dependencia con el plano afectivo propio de cada alumno.

5.2.7 *Idoneidad ecológica*

Evaluar la idoneidad ecológica de una acción didáctica implica valorar en qué grado es adecuada ésta considerando el entorno donde se implementa. Hernández (2007) señala que hay que tener en cuenta diversos entornos, lo que concuerda con los indicadores establecidos por J. Godino (2011).

- El entorno familiar.
- El entorno normativo.
- El entorno social; es decir, si la actividad promueve la educación en valores.

En este trabajo se hará hincapié en el entono normativo y social. La valoración de esta idoneidad requiere por lo tanto contrastar los contenidos de la actividad en cuestión con los especificados en el currículo oficial vigente. Para ello, se utilizará una rejilla preparada a partir de la normativa y que se presenta en los anexos (ver apéndice B CURRÍCULO OFICIAL DE 2º DE ESO). Dada la contextualización que proporcionan los fragmentos de películas y la metodología empleada, es posible que se traten contenidos pertenecientes a más de un bloque. La rejilla constituye, por lo tanto, una forma visual de apreciar qué puntos curriculares se tratan con la actividad.

Otros factores que contribuyen a alcanzar un elevado grado de idoneidad ecológica son la educación en valores, si los contenidos promueven la formación socio-profesional de los alumnos y si las actividades son innovadoras, en términos metodológicos y de recursos empleados.

6

SECUENCIAS DIDÁCTICAS Y SUS ANÁLISIS A PRIORI

Se ha optado por un modelo de análisis a priori basado en los supuestos del enfoque ontosemiótico, incidiendo principalmente en realizar una descripción global completa y desglosando la correspondiente configuración epistémica. De esta manera, para cada secuencia, se incluye una tabla donde se aprecia la configuración epistémica al completo. Asimismo, se ha procedido a realizar un análisis de las dificultades más comunes que pueden encontrar los alumnos y que constituyen los obstáculos de aprendizaje. Finalmente, se considera la idoneidad didáctica de la secuencia en sus seis dimensiones.

Nótese que las secuencias diseñadas son únicamente una muestra de las que pueden elaborarse con cada fragmento. Aunque se ha optado por aquellas que, a nuestro juicio, son las más directas a partir de una escena determinada, no cabe ninguna duda de que pueden desarrollarse de otro modo. En ocasiones, las matemáticas que se enmarcan en un fragmento son más avanzadas de lo que corresponde al currículo de los alumnos. En dichos casos, basta con hacer un ejercicio de transposición didáctica para adaptar las tareas a realizar al nivel cognitivo del alumnado.

Sería posible llevar a cabo un análisis ontosemiótico de los fragmentos de series o películas de forma aislada, sin tener en cuenta el aspecto didáctico, desglosando las entidades matemáticas que aparecen. Sin embargo, el que aquí se ofrece se corresponde también con el de la secuencia diseñada a partir del fragmento. La configuración epistémica así obtenida engloba la que resultaría del análisis aislado del fragmento audiovisual, e incorpora -eventualmente- nuevas entidades.

Los análisis a priori que se presentan a continuación constituyen la versión final de los mismos, pues se trata de un análisis que mejora con las sucesivas realizaciones de cada secuencia didáctica y con la reflexión en torno a la misma.

La visión en conjunto de todos los análisis a priori revelará aquellas características comunes a todas las secuencias didácticas y los factores diferenciadores.

6.1 BLOQUE DE NÚMEROS

6.1.1 *Contact: números primos*

6.1.1.1 *Descripción del fragmento*

La película «Contact» (Zemeckis, 1997) ofrece varios fragmentos que pueden dar lugar a interesantes secuencias didácticas. En ella, un grupo de científicos analizan ondas de radio procedentes del espacio exterior con el fin de encontrar señales de vida extraterrestre inteligente. El fragmento que se va a considerar, de unos dos minutos de duración y que aparece en el primer tercio de la película (sobre el minuto 38), goza de cierta popularidad a la hora de ser empleado en clase de Matemáticas (Sorando Muzás, 2009b; F. Roberts & D. Roberts, 2014; Martín & Martín Sierra, 2014; Petit Pérez & Solbes Matarredona, 2012) y aparece en muchas de las recopilaciones existentes (Reinhold, 2011; Polster & Ross, 2012; Knill, 2013; Requena Fraile, 2014; Kasman, 2014).

Figura 6.1: Imagen de la escena de «Contact» (Zemeckis, 1997) que incluye una referencia explícita a los números primos.

En dicho fragmento, los protagonistas identifican una señal, presumiblemente de origen extraterrestre, percatándose de que está transmitiendo la lista de números primos mediante impulsos electromagnéticos de una frecuencia determinada. El diálogo es el siguiente:

> ELLIE: ¡Ya está! ¡Ha vuelto a empezar! Un momento, un momento, ¡son números! Ha sido un tres y el anterior era un dos. Están en base diez. Contemos. Uno.
> ELLIE Y TÉCNICO 1: Siete.
> ELLIE: Son números primos. Dos, tres, cinco y siete son números primos. No es un fenómeno natural. Veamos los datos de Vega.
> TÉCNICO 1: El sistema es demasiado joven. No puede tener planetas.
> TÉCNICO 2: Y menos aún, vida o tecnología. Quizá estén de paso.

6.1.1.2 *Secuencia didáctica*

1. **En el fragmento que acabamos de ver, unos científicos reciben una señal procedente del sistema estelar de Vega que envía pulsos electromagnéticos en una frecuencia determinada, formando una secuencia de números primos. ¿Por qué deciden que procede de una civilización inteligente?**

   Indicaciones para el profesor:
   Realizar esta actividad en forma de pequeño debate. Se busca que los alumnos empleen términos matemáticos (números primos, divisibilidad, etc.) y concluyan que la secuencia de números primos no puede ser una mera coincidencia.

2. **Si enviar una secuencia de números primos denota inteligencia, ¿por qué no otro tipo de secuencias? Vamos a dividirnos en grupos de 3 o 4 compañeros, imaginando que cada grupo es una civilización extraterrestre. Cada grupo ha de preparar una secuencia similar a la de la película, pero de forma que cada secuencia incluya múltiplos de un número determinado. Además, el profesor**

repartirá una pequeña nota a cada grupo, de forma que una de las supuestas civilizaciones preparará un mensaje falso. Hay que descubrir a las civilizaciones y el mensaje falso. Para ello, tenéis unas cuadrícula con los números del 2 al 100 (ver figura 6.2), donde tacharéis los números que no formen parte de la secuencia. Cada componente del grupo rellenará su tabla (todas iguales) para enviarla a otras civilizaciones.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 6.2: Plantilla para la búsqueda de números primos del 2 al 100.

Indicaciones para el profesor:
El objetivo final de la secuencia será aplicar la criba de Eratóstenes para descubrir los números primos del 2 al 100. En este apartado los alumnos comienzan recordando lo que ya saben de múltiplos; es decir, los criterios de divisibilidad.

3. **Finalmente, repetiremos el punto anterior añadiendo una condición. Sólo usaremos secuencias de números primos y al menos un grupo emitirá un mensaje falso.**

Indicaciones para el profesor:
De nuevo, el profesor ha de repartir unas notas secretas para comunicar a cada grupo si es realmente una civilización extraterrestre o ha de generar un mensaje falso. Como hemos adelantado, el resultado final es la lista de números primos del 2 al 100 (ver figura 6.3)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Primos:
2, 3, 5, 7,
11, 13, 17,
19, 23, 29,
31, 37, 41,
43, 47, 53,
59, 61, 67,
71, 73, 79,
83, 89, 97

Figura 6.3: Resultado final de aplicar la criba de Eratóstenes del 2 al 100

La secuencia está dividida en tres apartados para poder tratar diversos aspectos de los números primos y, en general, de la divisibilidad. En la primera pregunta, se busca que los alumnos movilicen conocimientos previamente adquiridos, así como aquellos elementos lingüísticos necesarios para transmitir sus ideas acerca de por qué esa secuencia de números denota una cierta inteligencia.

Un concepto previo al de números primos es el de divisibilidad. En la segunda pregunta se insta a los alumnos a construir sus propias secuencias para enviar al espacio, haciendo uso de los criterios de divisibilidad. Así, se espera que un grupo cree una secuencia de números pares, que otro lo haga de los múltiplos de 3, etc. Para evitar que los alumnos pierdan interés conforme se vayan descubriendo las civilizaciones, el profesor reparte unas indicaciones secretas para cada grupo, de forma que al menos un grupo ha de crear un mensaje falso. En el transcurso de la actividad, el profesor ha de preocuparse de que la elección de criterios de divisibilidad para construir las secuencias esté balanceada; es decir, que no todos los grupos elijan, por ejemplo, la secuencia de números pares.

En la última pregunta los alumnos han de utilizar los conocimientos puestos en juego en el punto anterior para tachar todos aquellos números que son múltiplos de algún otro y dejar sólo la lista de números primos (criba de Eratóstenes). Por otro lado, el profesor puede justificar el tener que construir la lista de números primos como mensaje para otra civilización porque el tipo de secuencias elaboradas en el punto anterior pueden generarse de forma natural.

6.1.1.3 *Configuración epistémica*

La secuencia gira alrededor de un concepto clave en matemáticas: los números primos. En primer lugar hay que observar que los números, a lo largo de esta escena, se emplean para contar pulsos electromagnéticos, en una especie de sistema de telecomunicación básico. Para aislar e identificar un número en concreto será necesario contar los pulsos que se reciben seguidos, sin apenas tiempo entre uno y otro. Los espacios de silencio dan paso a un nuevo número. De esta forma, los científicos consiguen recibir la lista de los 100 primeros números primos. Los científicos de la película realizan el proceso de identificar los números, quedando bastante claro para los espectadores cómo se hace.

Son varios los lenguajes que se emplean en la secuencia al tratar los números primos. El osciloscopio, que muestra los números como niveles de potencia de señal recibida, conforma un lenguaje gráfico. Cuando la protagonista recita los números que van recibiendo, está empleando el lenguaje común, verbal, no limitándose únicamente a los números, sino que enriquece su discurso con sus conclusiones. Finalmente, como los científicos están anotando los números, también se emplea el lenguaje numérico escrito.

Los personajes de la película argumentan en torno al concepto de número primo. Conocedores de que los números primos no aparecen en la naturaleza de forma espontánea[30], deducen que la secuencia de pulsos que están recibiendo tiene que haber sido creada por seres inteligentes de forma intencionada.

30 Una de las pocas excepciones en las que los números primos aparecen en la naturaleza es en el ciclo reproductor de la cigarra periódica, que según la especie es de 13 o 17 años. La hipótesis que se baraja es que así consiguió deshacerse de un supuesto parásito, minimizando la coincidencia.

La configuración epistémica se resume en la tabla 6.1, donde además de los objetos que aparecen en el fragmento de la película, se incluyen los más importantes que van surgiendo con el desarrollo de las tareas. Así, el concepto de múltiplo no se encuentra explícitamente en la película, pero es un concepto previo y fundamental al de número primo. De igual forma, los razonamientos, procedimientos y demás acciones que realizan los alumnos van apareciendo conforme responden a las cuestiones planteadas.

6.1.1.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Un obstáculo que puede presentarse debido la intención de dejar para el último lugar la elaboración de la lista de números primos, después de trabajar con secuencias de múltiplos, es que algunos alumnos no aprecien la necesidad de crear una lista de números que denoten inteligencia e intencionalidad, pues a primera vista para ellos las secuencias de múltiplos ya cumplen con ello. Se trata de un obstáculo epistemológico más relacionado con las aplicaciones prácticas o referencias contextuales de los conceptos de divisibilidad que con el concepto en sí. Es un obstáculo fácilmente superable, teniendo el docente únicamente que mostrar ejemplos donde se producen secuencias de múltiplos de forma natural.

Otra dificultad, de carácter cognitivo, es que si se pretende introducir el concepto de número primo con esta secuencia, el orden de las tareas puede no resultar el apropiado. El vídeo, al verse en primer lugar, muestra ya los números primos. Posteriormente, es en las tareas donde se trabaja el concepto de múltiplo, la criba de Eratóstenes y la introducción de los números primos como números que no son múltiplos de ningún otro. Es el profesor el que ha de jugar con el orden de las tareas, valorando los conocimientos previos de los alumnos. Sin embargo, esta secuencia didáctica es más apropiada para reforzar el concepto de número primo, ofreciendo una visión alternativa y contextualizada.

Tipo	Objetos matemáticos	Significado en la situación	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3
Lenguaje	Verbal	Explicación de la científica	•			
	Gráfico	Números como niveles de potencia de ondas electromagnéticas	•			
	Numérico	Listas de múltiplos Lista de números primos		•	•	•
	Simbólico	Representación de múltiplos		•		
Conceptos - definición	Previos	Múltiplos		•	•	
	Emergentes	Número primo	•	•		•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Niveles de potencia como números	•	•		
	Contextualización	Mensajes de secuencias de números como signo de inteligencia	•	•	•	•
	Criba de Eratóstenes	Aplicar criterios de divisibilidad			•	•
	Cálculo de múltiplos	Aplicar criterios de divisibilidad			•	
Proposiciones	Hay infinitos múltiplos de un número dado			•		
Argumentos	Razonamiento deductivo	La secuencia de primos no incluye múltiplos				•
	Razonamiento empírico	Comprobar secuencias de otros grupos				•

Tabla 6.1: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Contact».

6.1.1.5 *Idoneidad didáctica*

idoneidad epistémica La configuración epistémica nos indica que la secuencia didáctica puede emplearse para introducir por primera vez el concepto de número primo, o bien para reforzarlo. El componente lingüístico presenta una diversidad apropiada, ya que además de mostrar una situación donde se referencia de forma explícita a los números primos, son varios los registros donde aparecen. De esta forma, nos encontramos con el registro gráfico del analizador frecuencial y con el registro hablado de los científicos, los cuales también anotan los números primos (registro escrito, numérico). En las tareas diseñadas a partir del fragmento de la película, se profundiza en el registro numérico, ya que en el vídeo apenas se intuye, y se promueve la argumentación hablada de los alumnos, para justificar sus respuestas. El concepto principal alrededor del cual se construye la secuencia didáctica es el de número primo que, como hemos visto, se introduce de manera informal por medio de la argumentación de los personajes de la película, dentro de un contexto que justifica la institucionalización posterior de la definición.

idoneidad cognitiva Las tareas están diseñadas para trabajar primero con listas de múltiplos de números concretos y, después, utilizando los criterios de creación de dichas listas, elaborar la de números primos. Dicho de otra manera, las tareas que movilizan sistemas de prácticas necesarios para crear listas de múltiplos nos aseguran, una vez finalizadas, que los alumnos se encuentran en un punto cognitivo dentro de la zona de desarrollo próximo. Es decir, están listos para cubrir el salto cognitivo necesario para apropiarse del concepto de número primo.

idoneidad interaccional La secuencia didáctica incluye momentos reservados para interacciones entre el profesor y los alumnos y entre los propios alumnos. Asimismo, también se dedica tiempo en cada actividad para que los alumnos trabajen de forma autónoma, debatiendo entre ellos cuál es la respuesta apropiada y poniendo en juego para ello los conocimientos necesarios.

IDONEIDAD AFECTIVA La situación que muestra el fragmento de la película es fácilmente imaginable por los alumnos, muchos de los cuales alguna vez habrán fantaseado con la existencia de vida extraterrestre. Hay muchas películas y series de ficción sobre alienígenas, así como videojuegos. Sin embargo, una de las características distintivas de esta secuencia, es que muestra un laboratorio real. Así pues, los alumnos ni siquiera tienen que imaginarse en una situación excesivamente fantástica (también válida, por otra parte, para nuestros propósitos), sino que pueden imaginarse incluso trabajando de mayores en algo parecido.

Por otro lado, el diseño general de la actividad promueve la participación de los alumnos en condiciones de igualdad, ya que se prima el resultado que obtiene cada grupo.

IDONEIDAD MEDIACIONAL La secuencia no involucra el empleo de la tecnología, más allá de la utilización del proyector y del ordenador por parte del profesor para reproducir el vídeo. Ahora bien, en el fragmento de la película sí observamos el uso de elementos tecnológicos que sirven para poner de manifiesto los objetos matemáticos. De esta manera, vemos radiotelescopios y, en última instancia, un analizador frecuencial que muestra la secuencia de números primos como impulsos electromagnéticos. Esta tecnología queda fuera del alcance de nuestro alumnos, pero el hecho de mostrarla en pantalla contextualiza la secuencia didáctica y los objetos matemáticos en juego.

El tiempo de aprendizaje estimado para esta secuencia depende de cada grupo en concreto, pero en cualquier caso es de una sesión como máximo (50 minutos).

Podemos afirmar a priori que a pesar de la brevedad del fragmento, éste permite contextualizar y motivar toda la secuencia didáctica posterior. El hecho de reforzar los criterios de divisibilidad para dar paso al concepto de número primo extiende la duración de la sesión.

IDONEIDAD ECOLÓGICA El fragmento que hemos seleccionado muestra una aplicación de las matemáticas en el marco de una película de ciencia-ficción, alejada de la vida cotidiana de los alumnos. Ahora bien, el contexto en el que tiene lugar es completamente científico, y la instrumentación que se observa se puede encontrar realmente en cualquier laboratorio de universidad, con la salvedad, claro está, del radiotelescopio.

Por otro lado, con la visualización de este fragmento estamos mostrando a los alumnos una de las facetas de las matemáticas que más ha contribuido al avance tecnológico y científico. Es decir, el modelado de fenómenos físicos.

En cuanto a la adecuación curricular del fragmento y de la actividad propuesta, se ha de decir que presenta una correspondencia directa con el bloque de números, tratando contenidos de divisibilidad, como se aprecia en la rejilla de la idoneidad curricular (figura 6.4).

Por otro lado, el correcto desarrollo de la secuencia permite contribuir al cumplimiento de los criterios de evaluación 1 y 8 de la norma vigente:

CRITERIO 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

El concepto de número primo se enmarca en los contenidos que permiten tratar números enteros.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

La escena muestra cómo unos científicos resuelven un problema empleando conocimientos básicos de matemáticas. Por otro lado, las tareas que se proponen exigen abordar otros problemas y poner en práctica diversas estrategias. Asimis-

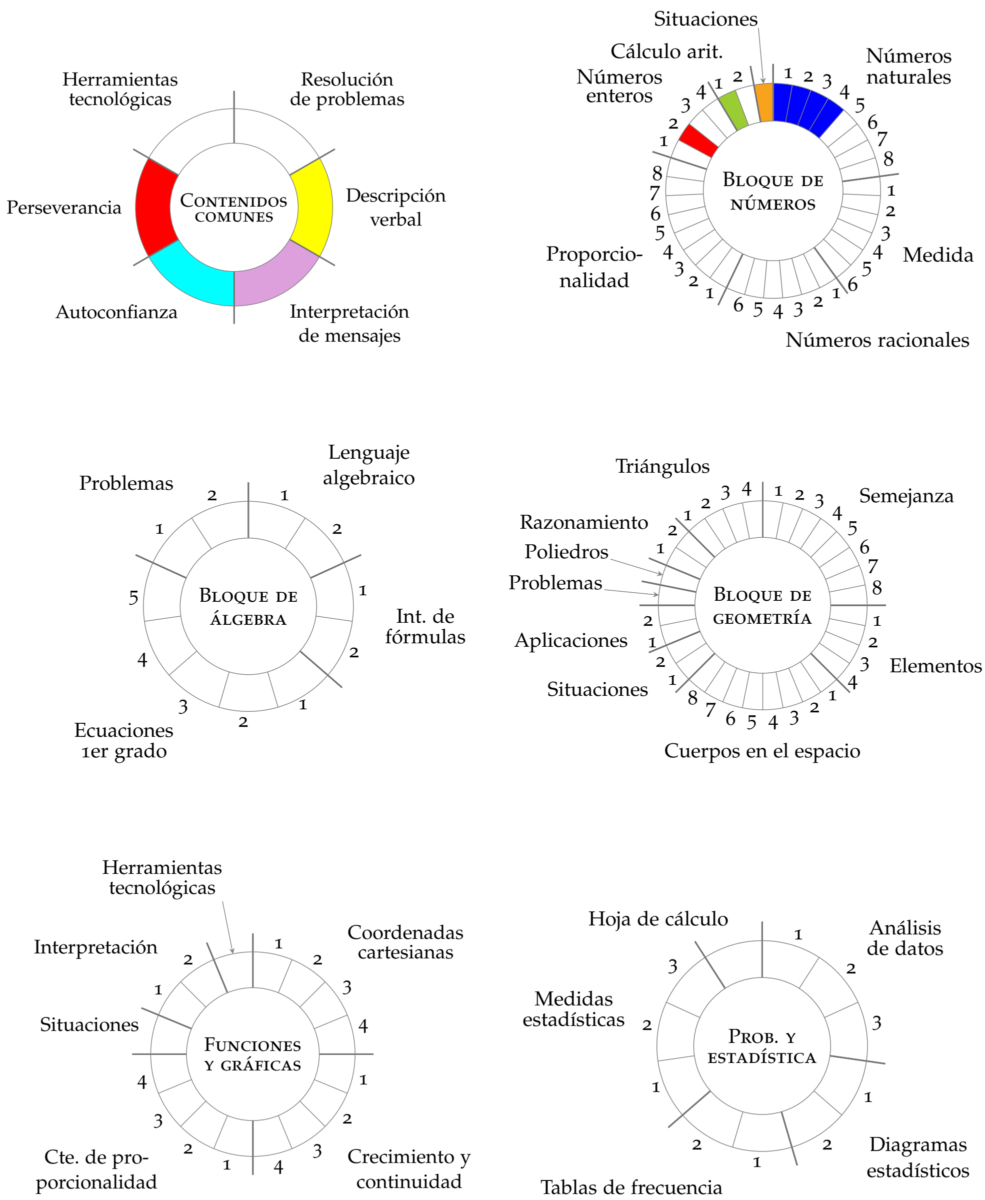


Figura 6.4: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Contact» (Zemeckis, 1997).

mo, se reservan momentos para poder expresarse y comunicar las ideas, lo que permite comprobar los procedimientos seguidos por el alumnado.

Finalmente, la idoneidad ecológica también se ve favorecida por el hecho de poder observar el procedimiento de trabajo de un equipo de científicos. En primer lugar, se percatan de que la señal que están recibiendo es algo fuera de lo normal. Enseguida tratan de darle una explicación, utilizando las matemáticas para ello. Sin embargo, son conscientes de que lo que han descubierto no tiene ningún valor si la señal no es comprobada por otra estación. Todo ello forma parte de la metodología científica más básica y, con este fragmento, podemos mostrarla al alumnado.

6.1.2 *Blackjack: porcentajes (descuentos)*

6.1.2.1 *Descripción del fragmento*

El fragmento pertenece a la película «21 Black Jack» (Luketic, 2008), donde un grupo de estudiantes del MIT, liderados por uno de sus profesores de Matemáticas, se ganan un dinero extra aprovechando sus conocimientos matemáticos en los casinos de Las Vegas. Diversos autores han propuesto ésta y otras escenas [31] de la película para su uso didáctico y aparece en varias recopilaciones de referencias matemáticas en el cine (**Polster** ; Sorando Muzás, 2009a, 2012). El fragmento que se va a considerar tiene lugar en el minuto 22 de la película, con una duración de un minuto. En él, se observa al protagonista trabajando de dependiente en una tienda de ropa. Cuando unos clientes le preguntan por el precio de los artículos que han comprado, realiza las operaciones mentalmente, con descuentos incluidos. El diálogo a grandes rasgos es el siguiente:

CLIENTE: ¿Cuánto me va a costar esto?

31 La mayor parte de la película gira en torno a la probabilidad. Una escena interesante es la que explica el problema conocido como de Monty Hall.

BEN: A ver. El cinturón cuesta 49,95, menos el 15. La chaqueta sale en 589,99. Los pantalones en 285,99, menos el 10. En las dos cosas... La camisa no está de oferta, pero le puedo bajar un 5 % de los 69,99. Los zapatos no están rebajados, 155, así que el total es de 1042,68.

BEN: Soy muy bueno con los números.

CLIENTE: Sí. Eso creo.

BEN: Díganme si quieren que se los prepare.

CLIENTE: Sí. Gracias.

Figura 6.5: Imagen de la escena de «21 Black Jack» donde el protagonista realiza cálculos mentales (Luketic, 2008).

Los precios y los descuentos a aplicar en cada uno de los artículos, según los va enumerando el propio protagonista, son los que mostramos en la tabla 6.2, donde también incluimos el total que calcula el protagonista.

6.1.2.2 *Secuencia didáctica*

El fragmento en cuestión ofrece diferentes posibilidades de ser utilizado. En el transcurso de nuestro trabajo lo hemos empleado tanto en el desarrollo de clases normales como dentro de un proyecto internacional con contenidos transversales, en colaboración con los profesores de Inglés. Aunque en esencia se trata de secuencias didácticas muy similares, presentan algunas diferencias que queremos comentar. El hecho de que, dependiendo del doblaje, los datos cambien, permite que alumnos de diferentes idio-

Artículo	Precio (€)	Descuento
Cinturón	49,95	15 %
Chaqueta	589,99	-
Pantalones	285,99	10 %
Camisa	69,90	5 %
Zapatos	155	-
Total	1042,68	-

Tabla 6.2: Precios y descuentos de los artículos en la actividad de 21 Blackjack

mas comparen los resultados obtenidos. Además, como el cálculo del total es erróneo en todas ellas, pueden comprobar dónde se ha cometido el error.

En el proyecto *eTwinning*, los alumnos anotaban en clase de Inglés (o en su defecto, en la propia clase de Matemáticas), los datos relativos a nombre de los artículos, precios y descuentos de la versión original. Posteriormente, escuchaban la versión doblada a su idioma (en nuestro caso, español e italiano), anotando también los datos. Finalmente, se procedía a realizar las actividades planteadas.

1. **Vamos a volver a ver el fragmento, tomando nota de los precios de los artículos y de los descuentos correspondientes. ¿Te sorprende que el protagonista sea capaz de resolver esas operaciones mentalmente? ¿Tú serías capaz?**
   Indicaciones para el profesor: Trabajar la actividad en forma de debate. Este tipo de cálculos suele sorprender mucho a los alumnos. Prácticamente todos ellos coincidirán en que es imposible y en que el protagonista de la película es excepcionalmente inteligente. Sin embargo, nosotros aprovecharemos el momento para introducir algún pequeño truco de cálculo mental. Por ejemplo, para calcular el 10 % de una cantidad basta con quitar el último cero (o correr la coma a la izquierda), ya que es lo mismo que dividir entre 10.

2. **¿Crees que el resultado que obtiene el protagonista es correcto? Compruébalo.**
   Indicaciones para el profesor: Ahora, trabajaremos en grupos pequeños de 3 o 4 alumnos. Efectivamente, el resultado que obtiene es erróneo. Buscamos ahora que los alumnos apliquen correctamente los descuentos y se pongan de acuerdo en la forma de proceder.

3. **A continuación, vamos a imaginarnos que cada uno de los grupos es una tienda. Cada grupo ha de elaborar una pequeña lista de artículos con sus descuentos correspondientes. Una vez tengamos la lista (al menos, 10 artículos), otro grupo asumirá el papel de cliente, acudiendo a comprar y eligiendo 5 artículos. El grupo que representa la tienda calculará el total con lápiz y papel y tendrá la opción de comunicar ese precio o uno erróneo al cliente. El cliente, de forma mental y consensuada, deberá decidir si acepta o no y por qué.**
   Indicaciones para el profesor: Seguimos trabajando el pequeños grupos, que ahora interactuarán. El objetivo de la actividad es que los alumnos trabajen tanto con los cálculos exactos realizados con lápiz y papel como con estimaciones y cálculos mentales.

6.1.2.3 *Configuración epistémica*

La escena nos muestra a un dependiente particularmente hábil con los números calculando mentalmente el precio total de una serie de artículos, aplicando el descuento correspondiente. Por lo tanto, el principal concepto que aparece es el de porcentaje, como una fracción especial de denominador 100. Dicho concepto se pone en juego de forma implícita. Es decir, se podría decir que la escena gira alrededor del mismo, pero no se define explícitamente ni se argumenta sobre su naturaleza. De los objetos matemáticos que componen la configuración epistémica los más evidentes son el lenguaje empleado y el procedimiento de calcular descuentos.

En cuanto a los objetos lingüísticos, estamos ante una conversación que bien podría tener lugar en la vida cotidiana de cualquiera de nuestros alumnos. Una persona enumera una serie de cantidades, opera con ellos mentalmente y, finalmente, expone el resultado, empleando durante todo el rato el lenguaje hablado. En el fragmento seleccionado no se argumenta de ninguna manera, pero sí que tenemos un procedimiento matemático, implícito. El procedimiento es el cálculo del total, aplicando los descuentos a cada artículo y sumando todos ellos. Decimos que dicho procedimiento es implícito porque no sabemos qué estrategia está usando el protagonista. ¿Está aplicando el procedimiento mecánico usando la fracción porcentual como operador? ¿O está multiplicando directamente por una fracción más sencilla que simplifica las operaciones? ¿Está redondeando las cantidades? Todos estos elementos se articulan en una configuración epistémica que, sin ser particularmente rica en objetos matemáticos, permite tratar contenidos específicos del currículo de forma contextualizada.

6.1.2.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Un obstáculo muy común en esta secuencia didáctica se produce cuando el alumno no domina todavía una serie de conceptos y propiedades fundamentales. La aparición de dicho obstáculo, de carácter cognitivo, permitirá además detectar graves deficiencias en nuestro alumnado y actuar en consecuencia. En primer lugar, los alumnos deben tener claro el concepto de porcentaje y su procedimiento de cálculo. En segundo lugar, han de conocer que las fracciones pueden ser empleadas como operador. Finalmente, la jerarquía de las operaciones y, en su caso, la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma, ha de haber sido interiorizada previamente por los alumnos.

Esto es debido a que los errores más comunes son los que resultan al agrupar diferentes precios con descuentos diferentes y luego aplicar un descuento común para todos ellos, en un afán por simplificar las operaciones para poder hacerlas mentalmente.

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3
Lenguaje	Verbal	Enunciado de los precios y descuentos por el protagonista Comunicaciones de los alumnos	•	•	•	•
	Numérico	Precios y descuentos		•	•	•
Conceptos	Descuento porcentual	Cantidad a descontar	•	•	•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Transformación de los descuentos a operaciones con fracciones		•	•	•
	Contextualización	Asignar significado al resultado (precio)		•	•	•
	Cálculo mental de porcentajes	Cálculos del protagonista y de los alumnos	•	•	•	•
	Cálculo de porcentajes	Tareas de los alumnos			•	•
Proposiciones	La jerarquía de las operaciones influye en el resultado	Tareas de los alumnos			•	•
Argumentos	Razonamiento empírico	Comprobar procedimientos de cálculo			•	•

Tabla 6.3: Configuración epistémica de la secuencia basada en «21 Black Jack».

6.1.2.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA Como se ha visto, la configuración epistémica no articula una diversidad amplia de objetos matemáticos. Sin embargo, este hecho se ve compensado por la contextualización tan real que proporciona la escena. El acudir a una tienda para comprar ropa es algo tan cotidiano que el fragmento de la película cumple una función evocadora de la realidad. En los diálogos de la escena no se aporta tampoco una argumentación en torno a ningún objeto matemático, pues el protagonista se limita a enumerar una serie de precios, sus descuentos correspondientes y la cantidad total que debe abonar el cliente. Ahora bien, el error que comete se añade a la base contextual que hemos comentado para permitir introducir una actividad en torno a los procedimientos de cálculo de disminuciones porcentuales. El error cometido al calcular el resultado total posibilita el tratar aspectos propios de la competencia básica de autonomía y estrategias de resolución de problemas. Especialmente, sin ir más lejos, refuerza la idea de la necesidad de repasar las operaciones matemáticas.

Por otro lado, al realizar el protagonista las operaciones mentalmente, el profesor puede tratar estrategias específicas de cálculo mental para obtener el precio de un artículo una vez aplicado el descuento. Por ejemplo, para calcular un descuento del 25 % no es necesario multiplicar por 25 y luego dividir por 100 para obtener la cantidad a descontar, sino que basta con dividir el precio original por 4. Más evidente es todavía el calculo del descuento de un 50 %, donde únicamente hay que dividir por 2.

IDONEIDAD COGNITIVA Los contenidos curriculares propios de 2º de ESO incluyen, dentro del bloque dedicado a los números, los procedimientos necesarios para el cálculo de disminuciones y aumentos porcentuales. Además, en los criterios de evaluación queda bastante claro la necesidad de contextualizar estos procedimientos con situaciones basadas en la vida real, como se expondrá en la idoneidad ecológica.

IDONEIDAD INTERACCIONAL La forma de trabajo inspirada en el socioconstructivismo, común a prácticamente todas las actividades de clase que estamos planteando, favorece una elevada idoneidad interaccional, ya que reserva momentos tanto para la interacción del profesor con los alumnos, en ambos sentidos, y para la comunicación entre el propio alumnado.

Sin embargo, además de marcar estos momentos concretos para la interacción, es recomendable que la actividad en sí genere otros momentos de carácter espontáneo. En esta ocasión, la escena muestra a un estudiante hábil con las matemáticas que realiza una serie de operaciones de forma mental. Ahora bien, el resultado no encaja debido un error en el guión, lo que genera todo tipo de comentarios entre los alumnos. Esto refuerza la dimensión a-didáctica de la secuencia, enmascarando de forma beneficiosa el objetivo real de misma: el cálculo de descuentos.

IDONEIDAD AFECTIVA La escena conecta los procedimientos de cálculo de disminuciones porcentuales con una aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana, de forma que los alumnos pueden valorar positivamente los contenidos vistos en clase. Esta valoración positiva se refiere principalmente a la utilidad de dichos contenidos. Es decir, acudir a una tienda y calcular el montante es una situación tan habitual que se convierte en una necesidad para el alumno el adquirir los conceptos y procedimientos necesarios.

El argumento de la película no se puede inferir de la escena, por lo que el profesor lo habrá introducido brevemente, bien antes del visionado o después del mismo. En este caso se trata de una historia en la que las matemáticas juegan un papel fundamental, permitiendo a un grupo de estudiantes y un profesor el ganar importantes sumas de dinero en los casinos jugando al *blackjack*. La posibilidad de lucrarse empleando las matemáticas suele despertar, como mínimo, la curiosidad del alumnado, lo que es un indicador de idoneidad afectiva.

IDONEIDAD MEDIACIONAL El fragmento es breve, de una duración aproximada de dos minutos, lo que indica idoneidad mediacional al no consumir un excesivo tiempo lectivo. Si a este hecho se le suma que los objetos matemáticos aparecen contextualizados perfectamente en una situación real, nos encontramos con que mediacionalmente es una secuencia óptima.

IDONEIDAD ECOLÓGICA Curricularmente, el fragmento ofrece una alta idoneidad, ya que permite trabajar con contenidos muy concretos del bloque de números: porcentajes y su aplicación al cálculo de descuentos. Además, al mostrar al protagonista realizar los cálculos mentalmente, proporciona una base sobre la que incidir en otro tipo de destrezas. Con esto, simplemente se quiere decir que no es lo mismo efectuar los cálculos con lápiz y papel, siguiendo el procedimiento mecánico que hemos aprendido para calcular descuentos, que calcular lo mismo de forma mental. Mentalmente los alumnos tienen que apropiarse de un método de cálculo que les permita hacer las operaciones matemáticas necesarias de forma más rápida y segura. Ahora bien, si el procedimiento mecánico es el mismo sea cual sea el descuento a aplicar, mentalmente se aplicarán diferentes estrategias según el porcentaje involucrado.

Los bloques de contenidos curriculares oficiales que se tratan con esta secuencia son el de números y el común, desglosando los puntos concretos en la figura 6.6. Del bloque de números, los puntos clave en esta secuencia son los números racionales en sus diferentes expresiones (fracciones, decimales, porcentajes) y el cálculo aritmético.

Esta secuencia didáctica se relaciona fácilmente con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

La secuencia de tareas propuestas permite trabajar técnicas de cálculo mental y de jerarquía de operaciones, incidiendo en la existencia de diferentes procedimientos que facilitan la realización de determinados cálculos. También aparecen porcentajes y, en el plano contextual, la situación es completamente cotidiana, al tratarse de una típica conversación en una tienda con el dependiente.

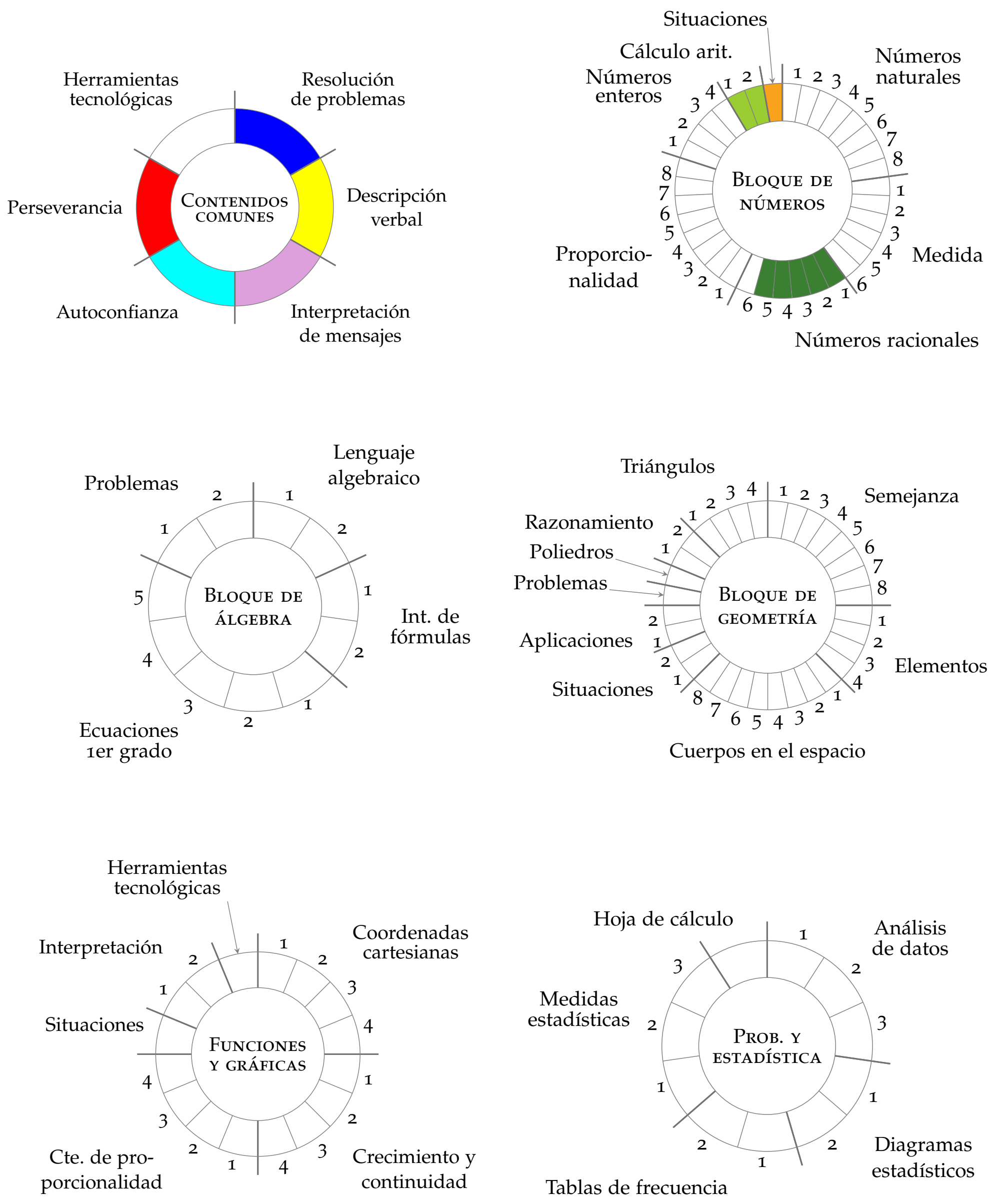


Figura 6.6: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «21 Black Jack» (Luketic, 2008).

CRITERIO 2 *Utilizar las unidades angulares, temporales,monetarias y del sistema métrico decimal para estimar y efectuar medidas,directas e indirectas, en actividades relacionadas con la vida cotidiana o en la resolución de problemas, y valorar convenientemente el grado de precisión.*

Todos los cálculos están expresados en unidades monetarias. Además, si la actividad incluye la secuencia en versión original se observa que se llega a diferentes resultados.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

La mayor parte de las tareas están orientadas a cálculos procedimentales que poco tienen que ver con la resolución de problemas. Ahora bien, a los alumnos se les exige explicar qué están haciendo para llegar al resultado que obtienen, así como comprobar el de los compañeros y el del propio protagonista de la escena.

El fragmento tiene una contrapartida que puede disminuir en cierto grado su idoneidad ecológica, dependiendo de cómo se desarrolle la implementación. La película nos muestra a un grupo de alumnos brillantes del MIT que se lucran utilizando sus habilidades matemáticas aplicadas al conteo de cartas en las mesas de *blackjack* de los casinos. Aunque la relación de las matemáticas con los juegos de azar es evidente, no queremos promover la visión de que jugar es una actividad cotidiana en nuestra sociedad. Sí, a los protagonistas se les da bien, pero constituyen una excepción y, además, roza la ilegalidad. Y por otra parte, un elevado porcentaje de habituales de los casinos sufre de ludopatía, lo que les suele llevar a la marginación social. Es el profesor el que ha de guiar los debates que, espontáneamente, surjan en la realización de esta sesión.

6.1.3 *Granujas de medio pelo: fracciones*

6.1.3.1 *Descripción del fragmento*

La película «Granujas de medio pelo» (Allen, 2000) comienza relatando el robo de un banco por cuatro ladrones aficionados. Para ello planean excavar un túnel desde el local contiguo, que transforman en tienda de galletas como tapadera mientras hacen el trabajo. Frenchy, la mujer del personaje interpretado por Woody Allen se encarga de hacer las galletas y venderlas. En ese momento de la acción, surge el diálogo de la escena que nos interesa, centrada en el modo de repartir el botín.

Figura 6.7: Escena de «Granujas de medio pelo» (Allen, 2000) donde los ladrones discuten sobre el reparto del botín.

La conversación entre los ladrones es muy divertida, más aún si se comprende correctamente el concepto de fracción y cómo realizar repartos proporcionales. Como apuntan (Raga Benedicto y col., 2009) trabajando esta escena en clase es posible detectar desajustes curriculares graves en los alumnos, pues los conceptos que aparecen son fundamentales. Otros profesores e investigadores (Reinhold, 2011; Sorando Muzás, 2007; Requena Fraile, 2014; Polster & Ross, 2012) también se han hecho eco de esta escena, sugiriendo propuestas didácticas o incluyéndola en sus bases de datos. Ahora bien, todo depende del curso y del momento en el que se proyecte la escena. La transcripción de la conversación es:

> DENNI: ¿Cuánto es mi parte?
>
> RAY: Bueno... supongo que ahí habrá dos millones, ¿no? Contando también las joyas que hay allí, con eso...
>
> TOMMY: Dividido entre cuatro es medio millón de pavos por barba.
>
> RAY: ¿Qué pasa con Frenchy?
>
> TOMMY: ¿Qué va a pasar? Sólo es la tapadera.
>
> RAY: Sí, pero sin Frenchy estamos perdidos.
>
> DENNI: Podemos poner a cualquier tía para vender galletas.
>
> TOMMY: ¿Sabéis qué? Que la chica cobre una parte, pero no una parte entera.
>
> DENNI:¿Qué tal si todos cobramos un cuarto y ella, digamos, un tercio?
>
> TOMMY: ¡Tú estás *chinao*! Entonces cobraría más que nosotros.
>
> DENNI: ¿Cómo lo sabes?
>
> TOMMY: Además, ¿de dónde sacas cuatro cuartos y un tercio? ¿No sabes sumar?
>
> DENNI: Mira, yo en quebrados no me meto, ¿vale?

La escena incluye dos gazapos o errores cometidos por uno de los personajes. Por un lado, un tercio siempre es mayor que un cuarto, por lo que la proposición del ladrón conseguiría un efecto indeseado para él, ya que cobraría menos que la chica que hace de tapadera. Por otro lado, es imposible que cuatro personas cobren cada una un cuarto del total y todavía quede un tercio para una quinta persona, ya que cuatro cuartos es el total.

6.1.3.2 *Secuencia didáctica*

1. **Uno de los ladrones comete dos errores y uno de sus compañeros le tiene que corregir. ¿Cuáles son esos errores?**
   Indicaciones para el profesor:

Trabajar la respuesta en pequeños grupos de 3 o 4 alumnos, de forma que los alumnos tengan que consensuar la respuesta.

6.1.3.3 *Configuración epistémica*

El saber matemático implícito en la escena es el concepto de fracción impropia, ya que al sumar cuatro cuartos y un tercio, obtenemos una fracción mayor que la unidad, donde el numerador es mayor que el denominador; es decir, cuatro tercios. No obstante, además de dicho concepto, se hallan presentes la suma y comparación de números fraccionarios. Dichos enfoques también permiten una correcta interpretación de la escena.

6.1.3.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

El concepto de fracción impropia es en sí mismo un obstáculo de carácter epistemológico para los alumnos. En esta etapa educativa, los alumnos tienden a entender las fracciones como repartos, o como una forma de expresar divisiones. Realmente, la actividad está orientada a superar esta forma de ver las fracciones.

6.1.3.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA La situación en la que aparecen los objetos matemáticos es el reparto de un botín por parte de unos ladrones. Es un contexto que queda fuera de la vida cotidiana de los alumnos, pero fácilmente imaginable. Además, la acción de repartir se puede extrapolar sin dificultad a otros contextos (dinero, comida, etc.), generalizando por lo tanto la situación.

Los conceptos y los procedimientos que hemos evidenciado en el análisis de la configuración epistémica son clave para entender la comicidad de la escena. No se puede decir que sus definiciones sean claras, ya que son objetos que aparecen de

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea
Lenguaje	Verbal	Repartos. Fracciones (quebrados)	•	•
	Numérico	Expresión del resultado del reparto. Fracciones.		•
Conceptos - definición	Fracciones impropias	Explicación de los gazapos de los personajes	•	•
	Fracción como operador	Reparto del botín entre 4 o 5 ladrones	•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	El reparto del botín es realmente una aplicación de la fracción como operador		•
	Contextualización	Aportar significado (reparto del botín) a las operaciones realizadas	•	•
	Suma de fracciones	Suma de fracciones usando fracciones equivalentes	•	•
	División	Algoritmo de la división	•	•
Proposiciones	Repartos equitativos	En un reparto equitativo se divide por el número de personas a repartir. Es lo mismo que multiplicar por una fracción unitaria.		•
Argumentos	Razonamiento deductivo	No tiene sentido en un reparto que el numerador sea mayor que el denominador	•	•

Tabla 6.4: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Granujas de medio pelo».

forma implícita, pero el lenguaje empleado sí que está al nivel de alumnos de primer ciclo de ESO.

Por lo tanto, tanto la escena como la actividad sí que presentan una elevada idoneidad epistémica. Sobre todo porque los objetos aparecen relacionados, conectados, para dar sentido a la escena.

IDONEIDAD COGNITIVA La escena puede emplearse bien para introducir el concepto de fracción impropia o bien para reforzarlo. Es más interesante en términos didácticos utilizar la escena para la primera opción. Para tener éxito es condición indispensable que los alumnos posean unos conocimientos previos mínimos: fracciones, división y repartos. Dichos conceptos y sus procedimientos asociados (algoritmo de la división, por ejemplo) ya han sido superados por el alumnado de 2º de ESO, por lo que cognitivamente, la escena y la actividad son idóneos.

El concepto de fracción impropia requiere de los conocimientos ya mencionados y, al menos en el currículo oficial, no aparecen otros que enlacen con él. Por lo tanto, podemos decir que los alumnos se encuentra en la zona de desarrollo próximo. El impulso que necesita el alumnado para salir con éxito de la ZDP viene dado por la intención cómica de la escena. Dicho de forma llana, a nadie nos gusta que nos tenga que explicar un chiste, y por ello siempre ponemos toda nuestra atención y movilizamos todos los recursos disponibles para comprenderlos.

IDONEIDAD INTERACCIONAL La forma de plantear la actividad, estableciendo pequeños debates en los grupos de alumnos y poniendo en común posteriormente las conclusiones, ya favorece un número elevado de interacciones, dando oportunidades para que todos el alumnado utilicen el lenguaje para expresarse en torno a los objetos matemáticos subyacentes. Ahora bien, el factor realmente diferenciador viene por el hecho de que el fragmento invita a descubrir los errores, para comprender la escena. Esto se traduce en que los alumnos quieren descubrir dichos gazapos cuanto antes, generando el debate casi de forma espontánea.

IDONEIDAD AFECTIVA A estas edades, lo más seguro es que el cine de Woody Allen no entre dentro de los intereses del alumnado. Ahora bien, sí lo hacen las comedias, y la escena que nos ocupa es realmente divertida, Por lo tanto, además de favorecer una elevada idoneidad afectiva, realizar esta actividad constituye una oportunidad para dar a conocer la filmografía de este director a los alumnos.

Otro aspecto que refuerza esta idoneidad es que el contexto en el que se desarrolla la escena es el robo de un banco. No es una aplicación cotidiana, pero muchas veces forma parte del argumento de películas de acción, que como muestran los cuestionarios, sí les gustan.

IDONEIDAD MEDIACIONAL Es un fragmento breve, de apenas dos minutos de duración, en el que a la vez se proporciona un contexto, se ponen en juego objetos matemáticos fundamentales en esta etapa educativa. Esta brevedad justificaría su empleo por sí sola, ya que expande el universo de aplicaciones de dichos conceptos a un coste bajo, refiriéndose el coste al tiempo lectivo.

Una característica de esta escena, y que la diferencia de otras, es que apenas haría falta que el profesor dedicara tiempo a introducir la película. Del propio fragmento se puede deducir que los protagonistas son ladrones de poca monta que están planeando un robo. Ahora bien, estamos ante una película alejada del *mainstream* al que están habituados los alumnos y con buenas valoraciones de crítica. Es una oportunidad para darles a conocer a Woody Allen, dando algún detalle más del argumento.

IDONEIDAD ECOLÓGICA El fragmento se corresponde curricularmente con el bloque de números y, de forma más específica, con los contenidos relacionados con las fracciones (figura fig:rejilla$_g$ranujas).Enlaescenaseobservalaaplicaciónmástrivialdelasfraccionesennue

Esta secuencia didáctica se relaciona fácilmente con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

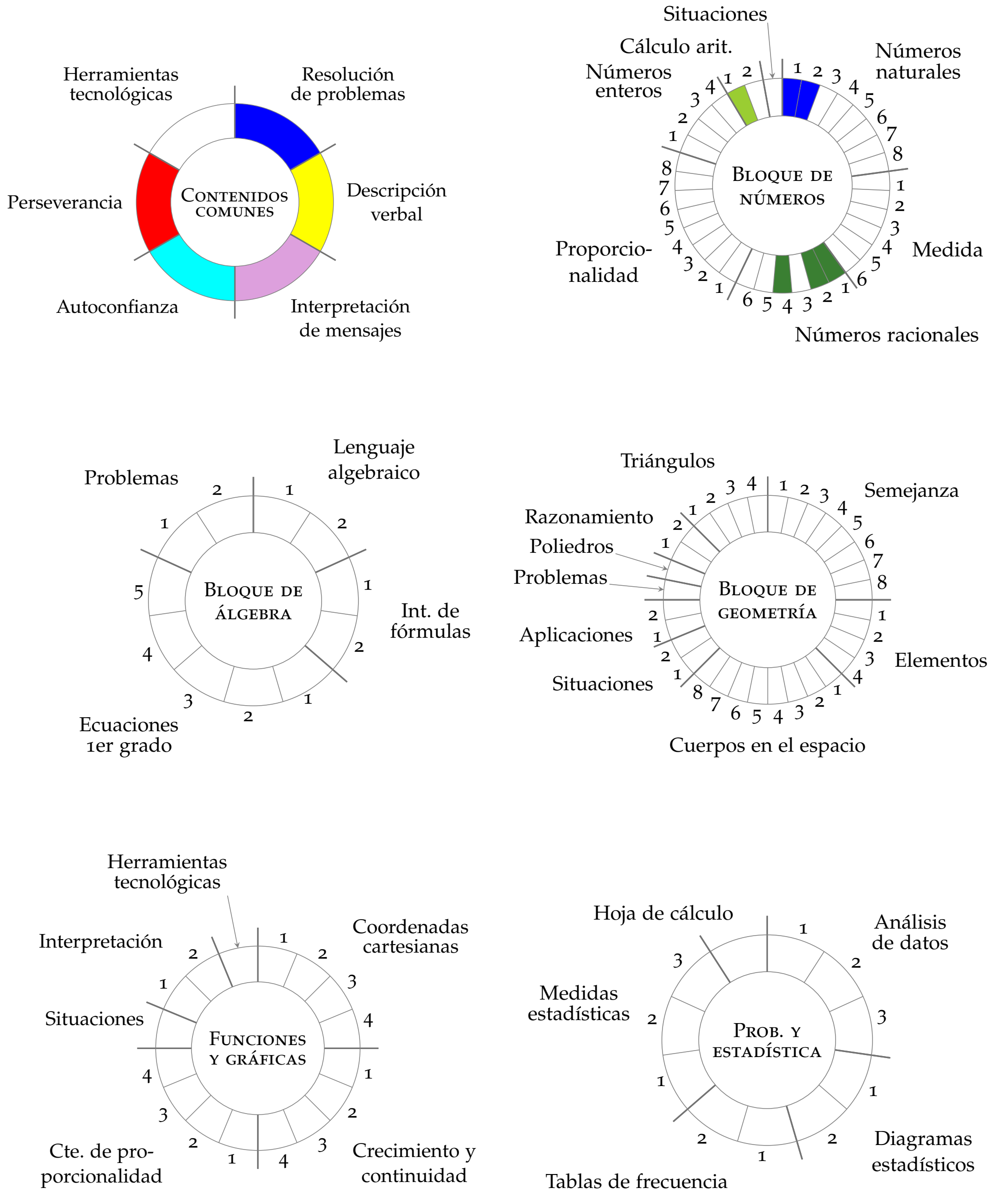


Figura 6.8: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Granujas de medio pelo» (Allen, 2000).

criterio 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

El fragmento seleccionado y las tareas contribuyen a una comprensión más profunda del concepto de número racional, a partir de un contexto fácilmente imaginable por el alumnado basado en el reparto de una cantidad determinada de dinero.

criterio 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

La relación con este criterio se justifica principalmente por el lenguaje que tienen que emplear los alumnos para comunicar qué gazapos creen que hay en el fragmento de la película. Además, las técnicas que se emplean para detectar dichos gazapos presentan grandes similitudes con las empleadas en la resolución de problemas. Por ejemplo, se descomponen los diálogos en partes más pequeñas que cada alumno debe contrastar con lo que ya conoce.

6.1.4 *Los Simpson: fracciones (total sabiendo una parte)*

6.1.4.1 *Descripción del fragmento*

Las referencias matemáticas, y científicas en general, en la popular serie de dibujos animados «Los Simpson» (Groening, 1989) son abundantes. El fragmento que vamos a considerar aparece en el capítulo 23 de la 3ª temporada (*El amigo de Bart se enamora*), donde el presentador de noticias *Kent Brockman* relata la siguiente anécdota:

> K. BROCKMAN: Buenas noches, ¿sabían ustedes que 34 millones de americanos adultos son obesos y que su exceso de grasa podría rellenar las dos quintas partes el Gran Cañón del Colorado?

Figura 6.9: «Los Simpson» (Groening, 1989), anécdota sobre el Gran Cañón.

6.1.4.2 *Secuencia didáctica*

La pregunta más natural y directa a partir de la situación es la siguiente, como apuntan Raga Benedicto y col. (2009):

1. **¿Cuántos americanos adultos obesos harían falta para rellenar completamente el Gran Cañón del Colorado?**

Indicaciones para el profesor

En los libros de texto este problema recibe el nombre de *cálculo del total sabiendo una parte*. Hay diferentes estrategias para abordar esta cuestión. Una de las más comunes es que si 34 millones de obesos rellenan 2/5 partes del cañón, para rellenar 1/5 serían necesarios $34/2 = 17$ millones. Por lo tanto, como el cañón completo son las cinco partes (5/5), se calcula que harían falta $5 \cdot 17 = 85$ millones.

A partir de aquí se pueden plantear otras cuestiones. Por ejemplo, buscando en Internet cuál es el número de habitantes de los Estados Unidos, calcular el porcentaje de personas obesas a partir de los datos de «Los Simpson» e, incluso, corroborar si estos datos son correctos. Asimismo, puede continuarse esta línea de cuestiones proponiendo calcular qué población debería tener EE.UU. para, con el mismo porcentaje de personas obesas, rellenar completamente el cañón. Sin embargo, a efectos del presente trabajo nos quedaremos en este caso con la cuestión que surge de manera directa.

6.1.4.3 *Configuración epistémica*

No hay gran diversidad de objetos matemáticos en este fragmento de Los Simpson. El comentarista simplemente expresa cantidades, en forma numérica (los habitantes) y en forma fraccionaria, refiriéndose al total (el cañón del Colorado). El lenguaje empleado para ello es muy similar al que se utiliza en los libros de texto para plantear problemas, lo que da pie a completar la anécdota con una pregunta para construir la actividad de clase.

6.1.4.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

El principal obstáculo aparece debido a los múltiples significados del concepto de fracción. Una fracción puede representar un número racional, una relación entre dos cantidades, o una división; pero también puede ser un operador en sí misma, expresando en cuántas partes se debe dividir un total. Hasta que los alumnos no son capaces de diferenciar estos significados o modos de funcionamiento no puede decirse que se hayan apropiado del concepto.

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1
Lenguaje	Verbal	Enunciado de la anécdota con números (enteros y fracciones) y comunicaciones de los alumnos.	•	
	Numérico	Expresión numérica de la anécdota	•	
Conceptos	Fracción como operador	Implícito en la anécdota, se hace explícito en la tarea	•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Traducir a operaciones con fracciones la anécdota		•
	Contextualización	Expresar el resultado de las operaciones en el contexto de la anécdota		•
	Cálculo de una parte	Obtención del resultado tanto en la anécdota como en la tarea de los alumnos	•	•
	Operar con fracciones	Realizar cálculos básicos con fracciones (en el fragmento son implícitos)	•	•
Proposiciones	Para obtener una parte se multiplica por una fracción unitaria	Aparece implícito en el fragmento. Se institucionaliza al final de la tarea.		•
Argumentos	Razonamiento deductivo	Estrategias de resolución (cálculo del total sabiendo una parte)	•	•

Tabla 6.5: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Los Simpson» (fracciones).

6.1.4.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA En el fragmento de «Los Simpson», el concepto de fracción aparece en un contexto de segundo orden, evocado, ya que no se muestra una aplicación práctica o una situación real, sino que se describe un hecho empírico. En ese sentido, leer los datos de un libro provocaría el mismo efecto, pues también evocaría el mismo contexto. En ese sentido, la idoneidad epistémica no es muy elevada, más bien al contrario. Además, el concepto de fracción (como operador) aparece de forma aislada, sin conexión explícita con otros objetos matemáticos.

El único aspecto que parece contribuir algo a la idoneidad epistémica es que el lenguaje empleado es adecuado a la edad y niel cognitivo del alumnado al que se dirige.

IDONEIDAD COGNITIVA Epistémicamente, el fragmento y la actividad planteada a partir de él, resultaban ser bastante pobres. En cambio, en el plano cognitivo, la idoneidad es alta, ya que los objetos matemáticos son adecuados al nivel de los alumnos. Este hecho se evidencia principalmente en que el lenguaje empleado es casi didáctico, de tipo expositivo, muy similar al que aparece en los problemas de los libros de texto.

IDONEIDAD INTERACCIONAL La tarea que se plantea reserva momentos para la interacción entre profesor y alumnos y entre el propio alumnado. El fragmento contribuye a que dichas interacciones no sean forzadas, sino que se den a partir del contacto con un ente a-didáctico.

IDONEIDAD AFECTIVA La serie de dibujos animados de *Los Simpson* continúa siendo una de las favoritas del alumnado de esta edad, lo que les va a motivar para realizar esta actividad, al ser afín a sus intereses personales.

IDONEIDAD MEDIACIONAL La idoneidad mediacional es, sin duda, elevada. El fragmento apenas llega al minuto de duración, por lo que se consume muy poco tiempo en su visualización, que puede repetirse para que los alumnos anoten los datos.

IDONEIDAD ECOLÓGICA El bloque de números del currículo oficial de 2º de ESO señala a las fracciones como uno de los principales objetos en esta etapa. El cálculo del total conocida una parte es uno de los procedimientos que se incluyen en este bloque, siendo además uno de los que más dificultades presentan al alumnado. Al tratarse del análisis de un enunciado y del problema matemático que surge a partir de él, los contenidos del bloque común también cobran importancia. Todos los puntos curriculares que se tratan con esta secuencia se muestran en la figura 6.10.

Esta secuencia didáctica se relaciona fácilmente con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

La misma anécdota que relata el personaje de «Los Simpson» incluye en su narración un número racional, una fracción. No se trata de una situación cotidiana *per se*, aunque el lenguaje que se emplea es el propio de los programas de noticias que pueden encontrarse en cualquier cadena de televisión.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

A partir del fragmento se propone un problema clásico, el cálculo del total conociendo una parte, que aparece en multitud de libros de texto. También se reservan momentos para que los alumnos expresen sus argumentos y procedimientos

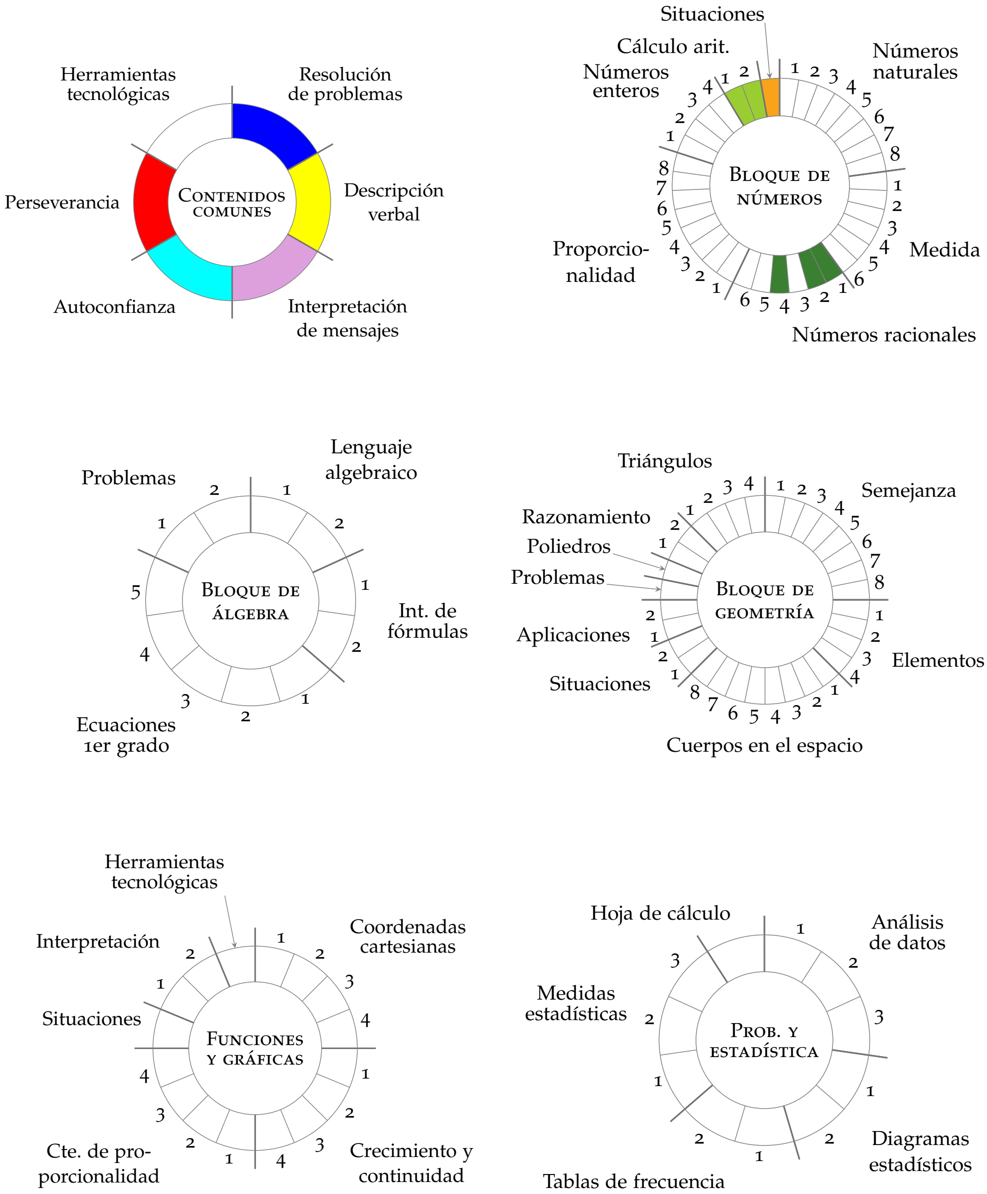


Figura 6.10: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Los Simpson» (Groening, 1989) (fracciones)

empleados, que el docente puede emplear para evaluar a los alumnos y detectar posibles obstáculos.

6.1.5 *Futurama: fracciones (intereses)*

6.1.5.1 *Descripción del fragmento*

En el fragmento que vamos a utilizar para esta secuencia, que procede de uno de los primeros capítulos de la serie «Futurama» (Groening, 1999), el protagonista Fry acude al banco después de permanecer congelado durante un período de 1000 años. La cajera responde:

> CAJERA: Tiene un saldo de 93 centavos, más el 2,25 % de intereses anuales a lo largo de un período de 1 000 años, hacen un total de 4 300 millones de dólares.

Figura 6.11: «Futurama» (Groening, 1999), cálculo de intereses bancarios.

6.1.5.2 *Secuencia didáctica*

En esta ocasión, pararemos la proyección del fragmento justo antes de que la cajera le diga el saldo resultante a Fry.

1. **¿Cuál crees que será el saldo resultante? ¿Habrán crecido los ahorros de Fry? ¿O no?**
   Indicaciones para el profesor:
   Con esta primera pregunta, en forma de debate abierto, buscamos que los alumnos pongan en juego sus conocimientos iniciales acerca del cálculo de intereses. Al finalizar el debate, terminar el visionado del vídeo.

2. **Si únicamente hubiera estado congelado dos años, ¿cuál sería el saldo?**

   Indicaciones para el profesor
   Resulta más sencillo para los alumnos calcular el saldo a los dos años porque no hace falta razonar la fórmula general. Por eso, el momento de institucionalizar el procedimiento no es en el punto anterior, sino al final de la tarea. Con este punto comenzamos a facilitar el proceso de generalización.

3. **Elaborad una tabla con el saldo resultante hasta el sexto año**

   Indicaciones para el profesor
   Con la elaboración de la tabla se van a trabajar contenidos propios del bloque de funciones y gráficas, de forma que se potencia la conexión entre bloques curriculares. El objetivo de este punto es continuar el trabajo del anterior, facilitando la obtención de la fórmula general.

4. **A partir de la tabla construida en el apartado anterior, ¿podríais comprobar si los cálculos de la cajera de *Futurama* son correctos?**

   Indicaciones para el profesor
   La realización completa de la tarea implica llegar a la obtención de la fórmula general, aunque puede ser necesaria una ayuda por parte del profesor, depen-

diendo de la competencia que muestren los alumnos con las manipulaciones aritméticas y algebraicas.

6.1.5.3 *Configuración epistémica*

La escena reproduce en clave cómica una consulta de saldo bancario, con lo que los objetos matemáticos se muestran en un contexto de primer orden, en una situación que se podría tildar de cotidiana. Los principales objetos matemáticos que subyacen son el de porcentaje, como un particular caso de las fracciones, y el procedimiento de cálculo de intereses. El mismo fragmento en cursos más avanzados podría dar paso a introducir la función exponencial.

No se muestra de forma explícita el procedimiento de cálculo y tampoco hay argumentaciones a lo largo de la escena. Estos objetos aparecen y se desarrollan con las tareas asociadas a la proyección del fragmento en el aula. De hecho, aunque esta secuencia se incluye en el bloque de números, sirve para enlazar con los contenidos propios del bloque de álgebra, ya que las tareas conducen a la generalización de la fórmula del interés compuesto. La última tarea, por tanto, exige la utilización del lenguaje algebraico para expresar esta fórmula.

6.1.5.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Obtener la fórmula de los intereses compuestos requiere un alto grado de dominio de los procedimientos de manipulación de expresiones algebraicas sencillas, así como de operar con potencias. Por este motivo se plantean las tareas de manera gradual, comenzando por un pequeño debate para que los alumnos interaccionen compartiendo lo que les dicta su intuición y sus primeros intentos de resolver la cuestión.

Se está trabajando en los límites de la zona de desarrollo próximo, pues aunque los alumnos sean conocedores de las potencias y de la forma de operar con ellas, quizá algebraicamente les falte la soltura necesaria para desenvolverse y poder extraer la fórmula general. Sin embargo, los tres primeros puntos pueden trabajarse sin mayor

tipo	objetos matemáticos	significado en la situación	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
Lenguaje	Verbal	Conversación con la cajera, en la que ésta expone las operaciones a realizar para calcular el montante.	•				
	Numérico	Expresión de los capitales y los intereses	•	•	•	•	•
	Algebraico	Fórmula del interés compuesto					•
Conceptos - definición	Porcentajes	La tasa de interés que indica la cajera	•	•	•	•	•
	Interés	La tasa que se aplica cada año		•	•	•	•
	Interés compuesto	La cajera señala que se acumula durante 1000 años	•				
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Reformular el problema en términos matemáticos		•	•		
	Contextualización	Otorgar significado a los resultados	•			•	
	Aplicar intereses	Cálculo del capital en la cuenta del personaje		•	•	•	
	Generalización	Extensión de la fórmula para n años			•		
Proposiciones	El capital aumenta	El saldo del protagonista ha aumentado mucho	•				
Argumentos	Razonamiento deductivo	El interés se acumula al capital del año anterior siguiendo un patrón (exponencial)				•	•

Tabla 6.6: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Futurama» (intereses).

dificultad y, además, están diseñados para minimizar el espacio de la zona de desarrollo próximo, intentando poner al alcance del alumnado la generalización de las fórmulas de interés compuesto. No obstante, puede ser necesaria una ayuda por parte del docente.

6.1.5.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA La idoneidad del fragmento por sí solo es reducida, ya que únicamente aparecen dos objetos matemáticos: porcentajes y cálculo de intereses. Con las tareas, cuya dificultad es gradual, se consigue articular y profundizar en los sistemas de prácticas asociados a estos objetos, lo que aumenta esta idoneidad.

IDONEIDAD COGNITIVA En principio, el nivel de los alumnos de 2º de ESO, a los que va dirigida la actividad, está en consonancia con las tareas propuestas. Quizá sea la última de ellas la que presente una mayor dificultad, como se ha comentado, pero el hecho de que las tareas que la preceden se hayan diseñado con el objetivo de facilitar la obtención de la fórmula para el interés compuesto incrementa la idoneidad cognitiva.

Por otra parte, en cada tarea se dedica un tiempo a la interacción, que puede ser empleado con fines evaluativos. De esta manera, el profesor obtiene una retroalimentación que, si bien es recomendable en todas las actividades, en ésta cobra más importancia, ya que se trabaja en el límite de la zona de desarrollo próxima.

IDONEIDAD INTERACCIONAL Se reservan al menos cuatro espacios, uno después de cada tarea, para las interacciones entre los alumnos, además de la introducción de las tareas por parte del profesor y de la institucionalización final. Por lo tanto, interaccionalmente se alcanza una idoneidad elevada.

Dichas interacciones se ven facilitadas porque la serie de la que se ha obtenido el fragmento, *Futurama*, entra dentro de los gustos de los alumnos. Este hecho se ve reforzado además por la situación que se reproduce, con un contenido cómico importante, a la vez que muestra un resultado matemático que, como mínimo, causa sorpresa.

IDONEIDAD AFECTIVA Parte de los factores que contribuyen a una elevada idoneidad interaccional también contribuyen a la idoneidad afectiva, que también es alta, sobre todo debido a que *Futurama* es una serie conocida y seguida por gran parte de ellos. Además, la escena muestra una situación de uso real de los porcentajes, para el cálculo de intereses, por lo que la motivación también se produce por una necesidad de conocer cómo se calculan.

IDONEIDAD MEDIACIONAL La duración del fragmento es de poco más de un minuto de duración, lo que unido a que contextualiza objetos matemáticos propios del currículo indica un alto grado de eficiencia, en términos de tiempo lectivo. Por ello, la idoneidad mediacional es elevada.

IDONEIDAD ECOLÓGICA Curricularmente, tanto la escena como la actividad propuesta, se incluyen dentro del bloque de números. Específicamente, en las aplicaciones a la vida cotidiana (intereses) de las fracciones y porcentajes. La idoneidad ecológica queda reforzada porque mediante esta secuencia de aula estamos trabajando la formación socio-profesional de los alumnos, poniendo en juego la idea de interés bancario que, en la sociedad actual, es básica. No ya sólo para desenvolverse con soltura en el día a día, para tener una economía doméstica saneada, sino para comprender muchas de las decisiones político-económicas que se toman a gran escala. Los puntos curriculares oficiales aparecen reflejados en la rejilla de análisis de la figura fig:rejilla$_{f}uturama_{i}ntereses$.

El cálculo del interés compuesto a lo largo de varios años lleva implícita además la idea de serie geométrica. Sin embargo, ese concepto se institucionalizará en cursos sucesivos.

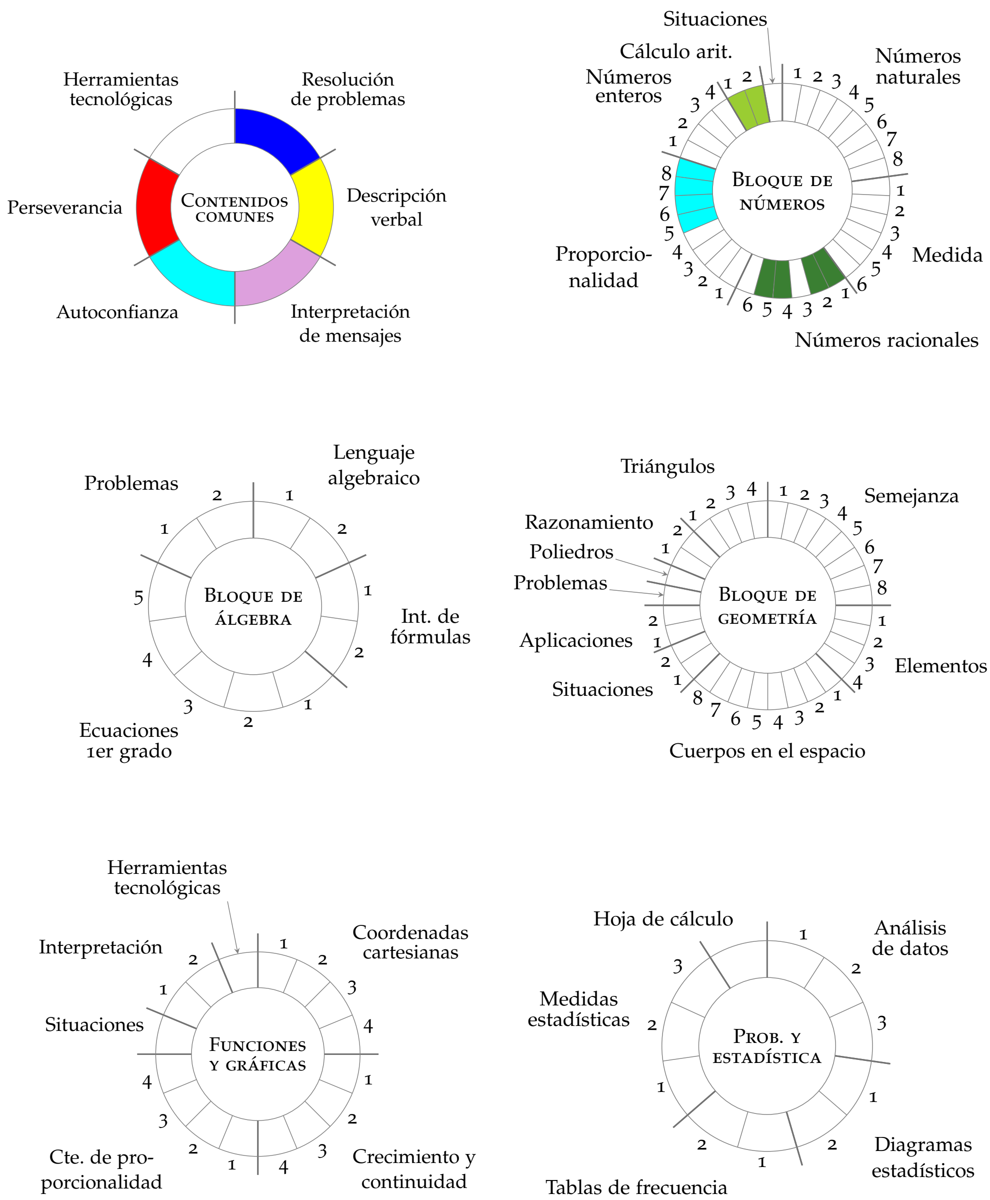


Figura 6.12: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Futurama» (Groening, 1999) (intereses)

Esta secuencia didáctica se relaciona fácilmente con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

criterio 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

La realización completa de las tareas proporciona una aplicación real de las fracciones y los porcentajes, en el contexto de los intereses bancarios.

criterio 2 *Utilizar las unidades angulares, temporales,monetarias y del sistema métrico decimal para estimar y efectuar medidas,directas e indirectas, en actividades relacionadas con la vida cotidiana o en la resolución de problemas, y valorar convenientemente el grado de precisión.*

Los valores numéricos que aparecen en la escena y en las tareas hacen referencia a capitales que se expresan en unidades monetarias.

criterio 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

La relación con este criterio es de nuevo doble. Por un lado, se trata de una situación-problema que obliga a poner en práctica diversas estrategias, de las cuales el proceso de generalización es la más importante. Y, por otra parte, los alumnos han de expresar sus argumentos, empleando el lenguaje matemático que conocen.

6.2 BLOQUE DE ÁLGEBRA

6.2.1 *Cielo de octubre: ecuaciones de 2º grado*

6.2.1.1 *Descripción del fragmento*

El *Sputnik*, lanzado por la URSS, fue el primer satélite artificial en orbitar nuestro planeta. Su lanzamiento tuvo lugar en octubre de 1957 y de ahí le viene el título a la película «Cielo de octubre» (Johnston, 1999), de donde procede la escena que veremos a continuación. Un grupo de alumnos de instituto decide diseñar y construir un cohete para acudir a un concurso científico y así optar a becas universitarias.

La película es aprovechable en su totalidad, por su gran componente motivacional. Aquí hemos seleccionado unos fragmentos:

1. Lanzamiento de un cohete. En una de sus múltiples pruebas, pierden un cohete con tan mala suerte que el director del instituto les acusa de haber sido ellos los culpables. Homer, el protagonista, se ve forzado a dejar los estudios temporalmente.

2. Resolviendo las ecuaciones. Para demostrar que no han sido sus cohetes los causantes del incendio, el protagonista calcula el radio posible de alcance, a partir de las ecuaciones de tiro parabólico, contando con la velocidad del viento.

3. Explicando las ecuaciones anteriores al director del instituto.

> HOMER: Aquel incendio fue a 5 km de nuestra rampa de lanzamiento y en aquella época nuestro máximo alcance era de 1,9 km, que es exactamente donde hemos encontrado este cohete. Verá, Sr. Turner, aquel cohete cayó durante unos 14 segundos, lo que signifi-

ca que llegó a una altura de 900 m, según la ecuación de $S = \frac{1}{2}at^2$, siendo s la distancia, a la constante de gravedad y t el tiempo que tardó el cohete en volver al suelo. ¿Me sigue vd. Sr Turner?

6.2.1.2 *Secuencia didáctica*

1. **En la explicación que da Homer ante el Sr. Turner para demostrar que su cohete no inició el fuego del que se les acusa, utiliza la siguiente fórmula:**

$$S = \frac{1}{2}at^2$$

a) **¿Qué representan las letras S, a y t en dicha ecuación?**

Indicaciones para el profesor
Esta cuestión tiene como objetivo reforzar el lenguaje algebraico, que generalmente se comienza a tratar en 1º de ESO, como es el caso de nuestros grupos de trabajo. Son datos que el protagonista cita literalmente en la película: *S* es la altura que alcanza el cohete, *a* es la constante de gravedad y *t* es el tiempo que permanece el cohete en el aire. No se espera que un alumno de 2º de ESO sepa interpretar la ley de la gravedad y, por este motivo, se recomienda una breve explicación del profesor. Sugerimos plantear la actividad en forma de debate abierto, incidiendo en que no importa qué letras emplear mientras se sepa qué representa cada una. Una vez ha quedado clara la ecuación, se pide a los alumnos que hagan “suya” esta ecuación, proponiendo sus letras.

b) **¿Te resultan apropiadas estas letras? ¿Qué letras habrías escogido para la ecuación?**

Trabajaremos este punto en parejas o pequeños grupos para después poner en común las conclusiones de cada grupo.

2. **Homer afirma que su cohete estuvo cayendo durante 14 segundos. ¿Qué altura exacta alcanza? ¿Coincide con lo que dice Homer? ¿Y con lo que está escrito en la pizarra?**

Indicaciones para el profesor

Se trabajará en parejas o pequeños grupos para después poner en común las conclusiones de cada grupo. Finalmente, el profesor explica la respuesta correcta con el vocabulario matemático apropiado. No tenemos más que aplicar la fórmula anterior:

$$S = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8\frac{m}{s^2} \cdot 14^2 = 960,4\,m$$

Figura 6.13: El protagonista de «Cielo de octubre» (Johnston, 1999) explicando el lanzamiento de un cohete.

En la película todas las medidas se dan en pies, por lo que lo escrito por Homer en la pizarra, además de ser una aproximación, no coincide con nuestro resultado. En la pizarra pone que el cohete subió a 3000 pies de altura y Homer dice, en la versión doblada al español, que subió a 900 metros de altura.

Datos: $g = 9,8\,\frac{m}{s^2}$ $\quad 1$ pie $= 0,3048\,m$

3. **El día de la feria científica, Homer y sus compañeros realizan varios lanzamientos, modificando el combustible y algún que otro parámetro de diseño. Hacen una tabla recogiendo los datos correspondientes a cada uno de los lanzamientos (altura alcanzada y tiempo de vuelo), pero el día anterior a la elección del mejor proyecto, pierden la hoja y no se acuerdan de todos los datos. Ayúdales.**

   Indicaciones para el profesor

   Trabajar en parejas o pequeños grupos y poner en común después los métodos utilizados.

Número de lanzamiento	Altura (m)	Tiempo de vuelo (s)
1		8
2		9
3		11
4	1254,4	

4. **¿Sabrías dar una fórmula directa para calcular el tiempo de vuelo dada la altura alcanzada por el cohete?**

   El alumno ha de ser capaz de despejar la *t*. Trabajar en parejas o pequeños grupos y poner en común después los métodos utilizados.

   $$S = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

5. **¿En qué se diferencia esta ecuación de las de primer grado?**

   Indicaciones para el profesor

   Debate abierto en clase. Complementar con el vídeo *Los Simpson - Las chicas solo quieren sumar* a discreción del profesor.

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo 1	Vídeo 2	Vídeo 3	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5
Lenguaje	Verbal	Explicación de Homer en la pizarra			•	•				
	Gráfico	Representación gráfica de una ecuación			•					
	Simbólico	Expresión algebraica de lanzamientos		•	•	•			•	
	Numérico	Valores numéricos de los lanzamientos			•		•	•		
Conceptos - definición	Valor numérico	Calcular alturas alcanzadas			•		•	•		
	Ecuaciones de 2º grado	Es un polinomio de 2º grado							•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Plantear como un polinomio		•	•	•				
	Contextualización	El polinomio expresa la altura		•	•	•	•	•	•	
	Cálculo del valor numérico	Sustituir valores concretos		•	•		•	•		
	Manipulación algebraica	Despejar variables							•	
	Resolución ecs 2º grado	Se despeja t							•	•
Proposiciones	h depende de t^2		•	•					•	
Argumentos	Razonamiento empírico	Contrastar el sentido de los resultados		•	•		•	•		

Tabla 6.7: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Cielo de octubre».

6.2.1.3 *Configuración epistémica*

A continuación analizaremos los objetos matemáticos puestos en juego, siempre desde la perspectiva del EOS. Los tres fragmentos que se han seleccionado proporcionan un contexto de primer orden en torno a la situación problema de calcular el radio estimado en el que habría que buscar un objeto lanzado en trayectoria parabólica. Dicha situación articula y conecta todos los objetos matemáticos subyacentes. Implícitamente aparecen los conceptos de ecuación (de segundo grado) y valor numérico, así como los procedimientos que permiten resolver las primeras y calcular los segundos.

El protagonista enuncia la fórmula de forma explícita, y argumenta en torno a ella para alcanzar el resultado. Además, interpreta dicho resultado para justificar que sus cohetes no causaron el incendio del que se les acusa.

Con la secuencia de tareas propuesta se hacen explícitos dichos objetos matemáticos.

6.2.1.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

En el fragmento de la película, cuando el protagonista -Homer- está explicando en la pizarra por qué su cohete no causó el incendio, dibuja un gráfico parabólico que simboliza la trayectoria del cohete desde el momento del lanzamiento hasta que toca suelo. Homer completa su discurso añadiendo la formula $S = \frac{1}{2}at^2$. Aquí está utilizando de forma clara dos registros semióticos diferentes para representar el mismo objeto matemático: la representación gráfica y la representación algebraica, a lo que habría que añadir un tercer registro, su propio lenguaje verbal.

Estando la actividad dirigida a alumnos de 2º de ESO (13-14 años), hay que presuponer que el contacto que han tenido con las ecuaciones ha sido mínimo o incluso inexistente hasta ahora. Y lo mismo ocurre con la representación gráfica e interpretación de funciones. Puede darse un conflicto semiótico en aquellos casos de alumnos que recuerden haber visto representadas ecuaciones lineales de primer grado, cuya gráfica es una línea recta. El profesor deberá intentar detectar estas dificultades y proponer a estos alumnos ampliar la tabla del punto 3 y dibujar una gráfica, sin más intención que dar una explicación introductoria a la forma de la gráfica, que viene motivada por el grado de la variable.

En la versión de la película doblada al castellano, que es la que empleamos nosotros, se da una incongruencia entre lo que dice Homer y lo que escribe en la pizarra. Por lo tanto, aquí tiene lugar otro conflicto semiótico entre dos registros diferentes: el lenguaje común discursivo y el lenguaje aritmético. Homer dice que el cohete subió a 900 metros de altura y, en cambio, escribe 3000 en la pizarra. Es la deferencia del equipo de doblaje al castellano para con los espectadores la que causa este conflicto. Homer emplea en sus cálculos el sistema anglosajón de unidades, midiendo las distancias en pies, mientras que en la versión doblada se indican las medidas en metros para que los espectadores se hagan una idea real de la altura que alcanza el cohete.

Un nuevo obstáculo aparece también en este punto, ya que Homer habla siempre de números *redondos*, lo que concuerda también con lo que escribe. No podemos decir que se trate ya de un conflicto semiótico, ya que este obstáculo tiene su origen en la aplicación del procedimiento de la aproximación y redondeo. En concreto, tenemos que fijarnos en la dimensión institucional-personal de dicho procedimiento.

6.2.1.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA En el diseño de la secuencia didáctica se aprecian diversos indicadores de la idoneidad epistémica de los recogidos por J. Godino (2011) y que ya hemos expuesto en la tabla C.1. De esta manera, la situación-problema que constituye el eje vertebrador de la secuencia, permite contextualizar el conocimiento matemático puesto en juego, ya que se introducen las ecuaciones de 2º grado por medio de su aplicación al estudio de los lanzamientos de proyectiles.

El componente lingüístico tiene especial importancia en la secuencia. Por un lado, el planteamiento del trabajo en pequeños grupos exige de los alumnos no solo interpretar los fragmentos de la película y los problemas a resolver, sino el comunicar sus ideas y soluciones con sus propios compañeros y el profesor, lo que también permite trabajar la argumentación. Por otra parte, los vídeos muestran la relación entre el lenguaje algebraico (el protagonista escribe en la pizarra la fórmula) y la representación gráfica de dicha ecuación (también en la pizarra). Todo ello se refuerza con los fragmentos en los que se ven lanzamientos reales de cohetes, lo que refuerza visualmente la relación entre ambos lenguajes, el algebraico y el gráfico. Asimismo, se ha tenido en consideración el nivel de los alumnos y que se trata del primer contacto con las ecuaciones de 2º grado. Por ello, se ha hecho especial hincapié en el lenguaje algebraico, introduciendo las ecuaciones de 2º grado como algo necesario para expresar determinadas ideas.

Una vez que se familiarizan los alumnos con el lenguaje, se les invita a manipular las variables del mismo modo que lo hacían con otras expresiones algebraicas más sencillas, con el objetivo de calcular valores numéricos. Al final de la secuencia, las manipulaciones algebraicas necesarias ya están orientadas a buscar la solución algebraica, único parte de la secuencia que no contempla el currículo oficial, aunque como hemos comentado, sí se contempla en casi todos los libros de texto. De esta forma, el componente epistémico relativo al tratamiento de procedimientos se trata de forma equilibrada, aproximando al alumno de forma gradual al conocimiento objetivo, a la vez que se relaciona el significado del conocimiento con sus expresiones lingüísticas y un contexto de aplicación real.

Se puede analizar la idoneidad epistémica tomando como referencia el modelo competencial desarrollado en el marco curricular normativo, de forma similar a Alsina y Domingo (2010), que nos permite reflexionar sobre la componente epistémica desde el punto de vista de la administración educativa. Los indicadores de idoneidad didáctica que pueden extraerse de la normativa pueden considerarse como un subconjunto de los indicadores que desarrolla Godino. En nuestro caso, tomaremos como marco normativo el currículo oficial de ESO en Aragón, donde la competencia matemática es una de las ocho competencias básicas que se reconocen. En dicha normativa, se define la competencia matemática como una serie de habilidades, actitudes y conocimientos. En este sentido, y por las mismas razones que ya hemos expuesto, la competencia matemática se trabaja completamente, pues a lo largo de la secuencia diseñada se trabajan los números realizando operaciones y procedimientos, se interpretan informaciones en un contexto real y se ha de argumentar para establecer la solución en pequeños grupos.

IDONEIDAD COGNITIVA Los indicadores propios de la idoneidad cognitiva tratan de determinar si el grado de dificultad es acorde con la edad. Esta idoneidad se ve favorecida por el planteamiento secuencial de las tareas, que trata de facilitar el trabajo al alumnado partiendo de una menor dificultad, que irá aumentando poco a poco. Esto es necesario porque, aunque los alumnos han trabajado con expresiones algebraicas, ecuaciones de primer grado y valores numéricos, es muy posible que los hayan visto en situaciones sin conexión entre ellas. Unido al hecho de que las ecuaciones de segundo grado aparecen por primera vez en 2º de ESO, y de forma no obligatoria, es un indicador de que se promueve un trabajo en los límites de la zona de desarrollo próximo. Algunos alumnos no serán capaces de resolver por sí solos todas las tareas, pero el trabajo en pequeños grupos hará posible que puedan progresar. En cualquier caso, el profesor debe aprovechar los momentos en que se producen interacciones para evaluar la implementación de la actividad y poder actuar. Una posible estrategia que puede seguir el docente en ese sentido es adelantar el momento de la institucionalización, proveer más ejemplos o explicar la trayectoria del cohete de manera similar al protagonista.

IDONEIDAD INTERACCIONAL Todas las tareas disponen de espacio para que el alumnado se exprese, bien en pequeños grupos o en forma de debate para compartir las soluciones o los argumentos alcanzados. Por lo tanto, la idoneidad interaccional es alta a priori.

Los fragmentos de la película muestran además a un grupo de alumnos muy activo en clase de ciencias y, en especial al protagonista, que argumenta la solución a un problema aparentemente complicado ante el resto de sus compañeros, la profesora y el director. Ello promueve que los alumnos a los que va dirigida la actividad tiendan a replicar esta actitud, pues muchos de ellos sienten empatía por los protagonistas de las películas y las series.

IDONEIDAD AFECTIVA En este caso, el factor que más contribuye a la idoneidad afectiva es que muestra en pantalla cómo mejora el autoconcepto de los alumnos y su confianza en las matemáticas el realizar un proyecto real y ambicioso, como la construcción amateur de cohetes. La película completa profundiza todavía más en este aspecto, ya que al principio el protagonista no destaca en absoluto ni en la matemáticas ni en física. Sin embargo, la motivación por ganar el concurso científico del condado le hace volcarse en estas materias, terminando por dominarlas. Es fácil que muchos de nuestros alumnos sientan empatía por él, pudiéndose imaginar a sí mismos en la misma situación, hecho que favorece su propia motivación.

IDONEIDAD MEDIACIONAL Los fragmentos de la película *Cielo de octubre* que se usan para contextualizar esta actividad muestran una aplicación de las ecuaciones de 2º grado y del lenguaje algebraico en general. El protagonista, es capaz de predecir con un aceptable grado de exactitud el lugar donde cayó un cohete, basándose en su tiempo de vuelo. De esta manera se pretende motivar a los alumnos

Los tres fragmentos tienen en conjunto una duración aproximada de 5 minutos, por lo que tampoco se consume mucho tiempo lectivo en su visionado y, además, sirve para introducir una serie de tareas contextualizadas y conectadas entre sí. Se puede decir entonces que la idoneidad mediacional es elevada.

IDONEIDAD ECOLÓGICA Aunque no aparece en el currículo oficial para 2º curso de ESO, tanto las ecuaciones de 2º grado como los sistemas de ecuaciones aparecen en la práctica totalidad de los libros de texto Anzola González, Vizmanos Buelta, Peralta Coronado y Bargueño Sancho (2008), Cólera Jiménez y Gaztelu Albero (2011), así como en las programaciones didácticas de los departamentos. En primer lugar, se analizará qué puntos del currículo oficial se están tratando con esta actividad. Para ello, se ha elaborado la rejilla de análisis de la figura 6.14. Así, se comprueba que con la secuencia didáctica propuesta se incide incidiendo especialmente en el trabajo del lenguaje algebraico, el valor numérico y la resolución de problemas.

El contexto propio del fragmento de la película, donde un grupo de estudiantes de secundaria se esfuerza en desarrollar un cohete amateur para participar en un concurso de ciencias, permite trabajar contenidos y competencias comunes, como la confianza y la perseverancia a la hora de afrontar problemas.

Por otro lado, aunque los bloques más representativos son el de contenidos comunes y el de álgebra, también se están poniendo juego contenidos del bloque de números, sobre todo los correspondientes a los números racionales, a sus operaciones y a las estimaciones y redondeos. Además se tratan los sistemas de medida e incluso, de forma tangencial, otros bloques que tradicionalmente se introducen posteriormente, como el de funciones y gráficas.

La secuencia propuesta tiene por lo tanto una elevada idoneidad ecológica, pues permite relacionar diferentes bloques curriculares, a la vez que trata de manera global los contenidos del bloque de álgebra, con la salvedad de que introduce por primera vez las ecuaciones de 2º grado. En los centros donde se va a realizar nuestro estudio sí que están contempladas en las programaciones, pero si se quisiera utilizar esta secuencia sin introducir las ecuaciones de 2º grado, bastaría con evitar las dos últimas cuestiones.

Esta secuencia didáctica se relaciona fácilmente con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 2 *Utilizar las unidades angulares, temporales, monetarias y del sistema métrico decimal para estimar y efectuar medidas,directas e indirectas, en actividades relacionadas con la vida cotidiana o en la resolución de problemas, y valorar convenientemente el grado de precisión.*

Además de las operaciones que hay que realizar para calcular valores numéricos de expresiones algebraicas, las tareas se enmarcan en un contexto, que si no cotidiano, sí es fácilmente asimilable por los alumnos, como puede ser un proyecto

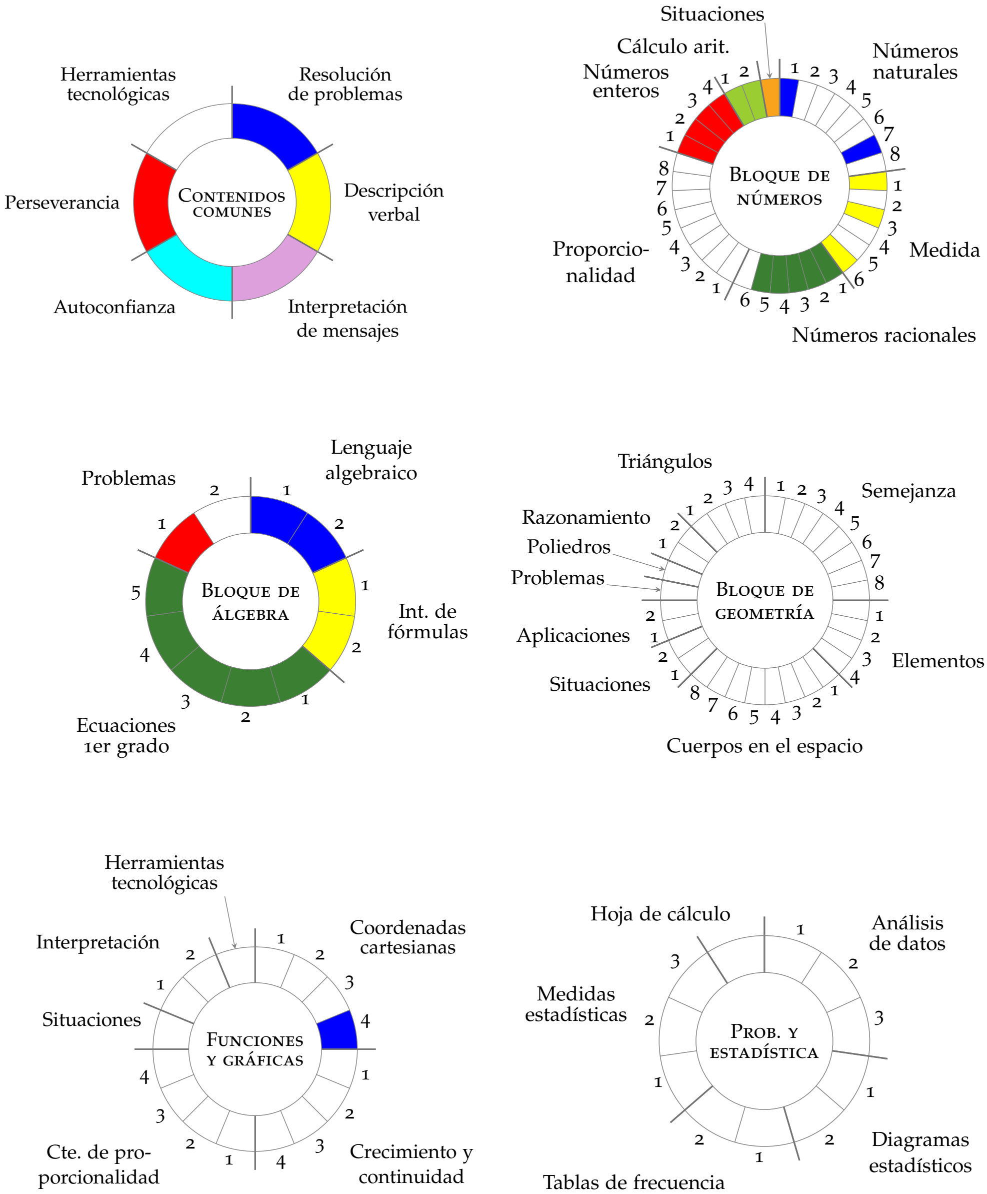


Figura 6.14: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en fragmentos de «Cielo de octubre» (Johnston, 1999).

para la clase de Ciencias. Por otro lado, uno de los fragmentos incluye aproximaciones en torno a los cálculos de la altura y radio de alcance de los cohetes. Como detalle adicional, al aparecer las medidas de longitud en pies en la pizarra y aparecer éstas en el sistema métrico en la versión doblada, permite tratar el cambio entre sistemas de medida.

CRITERIO 4 *Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar e incorporar el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado como una herramienta más con la que abordar y resolver problemas.*

Tanto en los vídeos como en las tareas propuestas se emplea el lenguaje algebraico para expresar magnitudes físicas como la altura. De hecho, el protagonista resuelve su problema mediante técnicas algebraicas. Posteriormente, ya en las tareas, los alumnos han de emularle.

CRITERIO 5 *Estimar y calcular longitudes, áreas y volúmenes de espacios y objetos con una precisión acorde con la situación planteada y comprender los procesos de medida, expresando el resultado de la estimación o el cálculo en la unidad de medida más adecuada.*

Si bien este criterio resulta de aplicación directa en el bloque de geometría, aquí se ofrece una clara relación entre el álgebra y el tratamiento de problemas de medida. El objetivo principal, tanto de las tareas como de los protagonistas de la escena, es calcular longitudes (altura y radio de alcance).

CRITERIO 6 *Interpretar relaciones funcionales sencillas dadas en forma de tabla, gráfica, a través de una expresión algebraica o mediante un enunciado, obtener valores a partir de ellas y extraer conclusiones acerca del fenómeno estudiado.*

La situación-problema se introduce a los alumnos en primer lugar mediante los vídeos. Más adelante, con las tareas, se presentan enunciados alternativos que concretan el trabajo a realizar y que obligan a los alumnos a deducir conclusiones acerca de los lanzamientos balísticos, que constituyen en este caso el fenómeno de estudio.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

Los vídeos presentan a un pequeño grupo de estudiantes acometiendo un problema. A través de ellos se tratan principalmente actitudes que todo alumno debería tener cuando se le presenta una tarea que a priori no sabe resolver. Es decir, perseverancia, autonomía para aprender, etc. De forma análoga, la secuencia didáctica promueve que los alumnos repliquen este comportamiento, a la vez que usen las estrategias que conocen para abordar problemas.

6.2.2 *Jungla de Cristal III: ecuaciones, resolución de problemas*

Figura 6.15: Ecuaciones diofánticas y resolución de problemas, escena de «Jungla de cristal III: la venganza» (McTiernan, 1995).

6.2.2.1 *Descripción del fragmento*

En la película «Jungla de cristal III: la venganza» (McTiernan, 1995) , un grupo de ex-militares está poniendo bombas por la ciudad. El jefe de dicho grupo, por motivos personales, trata de mantener ocupado al policía John McLane mediante acertijos. En la escena que nos ocupa, McLane y su accidental ayudante Zeus han de desactivar una bomba colocada en un parque. Para ello, el acertijo a resolver es el siguiente:

VILLANO: Debería haber dos garrafas en la fuente, una de cinco y otra de tres galones. Llene una de ellas con cuatro galones justos de agua y póngala sobre la báscula. El contador se parará. Sea exacto, una onza de más o de menos provocará la detonación. Si sigue vivo dentro de cinco minutos volveremos a hablar.

Tratan de resolverlo en primer lugar aproximando, pero enseguida lo descartan al recordar las condiciones del acertijo. Consiguen resolverlo segundos antes de que finalice el contador que detona la bomba.

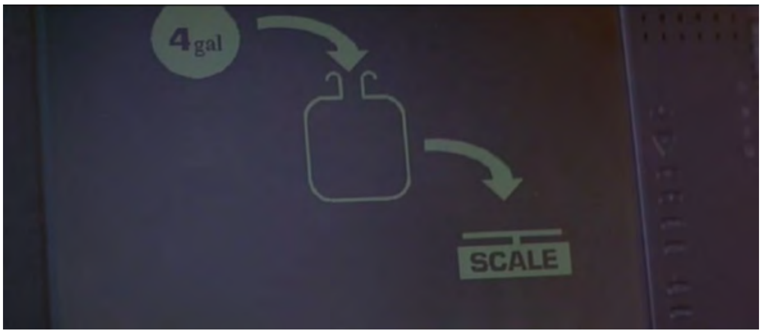


Figura 6.16: Imagen de «Jungla de cristal III: la venganza» (McTiernan, 1995), donde se aprecia el esquema gráfico del acertijo.

El diálogo correspondiente es el siguiente:

JOHN: Bien, bien, lo tengo. Llenamos la garrafa de 3 galones justo hasta arriba, ¿vale? Ahora podemos echar 3 galones en la garrafa de 5, lo cual nos da 3 galones exactos en la garrafa de 5, ¿no? Ahora cogemos la garrafa de 3 galones y la llenamos hasta un tercio
ZEUS: No, no, ha dicho que fuéramos exactos. 4 galones justos.
JOHN: ¡Mierda! Toda la policía de la ciudad movilizada y nosotros jugando como niños en el parque.
ZEUS: ¿Quieres concentrarte en el problema en cuestión?
...

> ZEUS: ¡Queda menos de un minuto! Tíralo por ahí.
> JOHN: No podemos. Explotaría. ¡Lo tengo! Aquí hay 2 galones justos, ¿no? Lo cual deja 1 galón de espacio libre exactamente.
> JOHN: Y esa está llena de 5 galones ¿no? Pasas 1 galón de los 5 galones a ésta y nos quedan.....
> JOHN y ZEUS a la vez: ¡4 galones exactos!

En la película no se aprecia cómo llegan a la solución, pero el diálogo parece indicar que han seguido los siguientes pasos. Llenan la garrafa de 5 y vierten su contenido en la de 3, con lo que quedan 2 galones en la de 5. Se vacía la garrafa de 3 y se pasan a ella los 2 galones que tenemos en la de 5. Ahora es cuando se sigue el procedimiento de los protagonistas, que no es más que repetir el mismo procedimiento. Se vuelve a llenar la de 5 y se termina de llenar la de 3, a la que le faltaba un galón. Por lo tanto, en la de 5 tendremos 4 galones.

La película contiene más acertijos similares, con los que se puede trabajar el análisis de enunciados. Por ejemplo,

> Yo a Sant Ebbes iba y conocí a un hombre con 7 mujeres, cada mujer tenía 7 sacos, cada saco 7 gatos y cada gato 7 gatitos. Gatitos, gatos, mujeres y sacos, ¿cuántos a Sant Ebbes iban. Mi teléfono es 555...y la respuesta. Llámeme en 30 segundos

La respuesta de este último acertijo es 5550001.

6.2.2.2 *Secuencia didáctica*

1. **Comenta el problema con un compañero y cómo resuelven el problema John McLane y Zeus.**
   Indicaciones para el profesor:
   En la película no se aprecia bien todo el proceso seguido, de forma que se plantea como tarea comunicativa el descubrir cuál ha sido el procedimiento de resolución

por parte de los protagonistas. Gracias a esta tarea se consigue además una mejor comprensión de la situación. Por ejemplo, que no está permitido medir con regla las botellas.

2. **¿Sabrías resolver el problema de otra manera?**
   Indicaciones para el profesor:
   Se puede animar a los alumnos a buscar nuevas soluciones dándoles la pista de que en realidad hay infinitas soluciones.

3. **Ahora pondremos en común todas las soluciones. ¿Son todas iguales?**

4. **De nuevo con un compañero, tratad de escribir la ecuación, con dos incógnitas, que representa el problema de los bidones.**

   Indicaciones para el profesor:
   El problema que plantea Simon se puede representar mediante una ecuación. Se tratará de una ecuación especial, con dos incógnitas y que sólo acepta soluciones enteras (es una ecuación diofántica). No es fácil que los alumnos lleguen a formular la ecuación, por lo que seguramente habrá que facilitarles la tarea. Cobra más importancia el comentarla entre todos, dejando claro lo que representan las variables x e y, descubriendo nuevas formas de resolver el acertijo. Vamos a llamar x al número de veces que llenamos el bidón de 3 litros e y al número de veces que hay que llenar el bidón de 5 litros. Un signo negativo indicará que se vacía la garrafa correspondiente y, por el contrario, un signo positivo indicará que la garrafa se llena. La solución de los protagonistas de la película se corresponde con $x = -2$, $y = 2$.

   Otra solución sería $x = 3$, $y = -1$. De esta manera, se llena la garrafa de 3 y se vierte en la de 5. Se vuelve a llenar la de 3 y se termina de llenar la de 5. Se vacía la de 5 y se vierte el galón que quedaba en la de 3. Finalmente, se vuelve a llenar la garrafa de 3 y se vierte en la de 5, donde tendremos los 4 galones exactos.

5. **Puesta en común de las soluciones propuestas. ¿Cuántas soluciones tiene dicha ecuación? ¿Por qué es especial esta ecuación?**

Indicaciones para el profesor

Se trata de repetir la tarea 3, pero con la ventaja de tener la ecuación que da la clave para hallar más soluciones.

6.2.2.3 *Configuración epistémica*

La escena que nos ocupa presenta una riqueza epistémica inusual, pues la situación-problema que plantea el acertijo se encuentra representada en dos registros semióticos diferentes. Por un lado, el malo de la película les comunica por teléfono el problema a resolver, casi como si lo leyera de un libro de texto o de una recopilación de adivinanzas. Y, por otro lado, a la vez que tiene lugar esta conversación telefónica, podemos ver la pantalla de ordenador acoplada a la bomba, que representa gráficamente el acertijo, para que no quede lugar a ninguna duda.

En la tabla 6.8 se desglosan todos los objetos matemáticos que aparecen en la escena. Además del ya mencionado componente lingüístico, nos encontramos con elementos argumentativos muy explícitos. El problema, una vez enunciado, da paso a una discusión entre los dos protagonistas acerca de los modos de resolución, cómo afrontar el proceso y qué condiciones ha de cumplir la solución.

A nivel procedimental, en la escena no se aprecia ningún algoritmo matemático. Sin embargo, los protagonistas están empleando un método para resolver el problema que, a pesar de su aparente simplicidad, tiene nombre propio y aparece en los contenidos y criterios de evaluación oficiales. Nos estamos refiriendo al método de ensayo y error. Es decir, ir probando diferentes formas de atacar el problema hasta que se consigue llegar a una solución satisfactoria.

No puede decirse que el fragmento gire alrededor de un concepto matemático concreto, y mucho menos que dicho concepto se manifieste de forma directa y explícita, ya que los protagonistas resuelven el acertijo por el método de ensayo y error. No obstante, el problema puede resolverse de diversas maneras. La más usual es mediante una ecuación diofántica. Serán las actividades propuestas a partir de la visualización de la escena las que evidencien dichos conceptos, proporcionando una contextualización para los mismos.

Con las tareas propuestas entran en juego más objetos matemáticos, como el cálculo del valor numérico de una expresión algebraica o el concepto de solución de una ecuación.

6.2.2.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Son varios los obstáculos que se presentan a los alumnos, la mayoría de origen epistémico, y que hay que tener en cuenta durante la implementación de la secuencia.

En primer lugar, la solución formal del problema es por medio de una ecuación diofántica de dos variables; es decir, cuyas soluciones únicamente pueden ser números enteros. A pesar de que sí han tenido contacto los alumnos con expresiones algebraicas de dos o más variables cuando han trabajado el lenguaje algebraico, no han sido introducidos a las técnicas de solución de ecuaciones de dos o más variables.

Por otro lado, la gran mayoría de los problemas de los libros de texto, a los que se han enfrentado los alumnos, pueden proporcionar una visión sesgada de lo que puede representar la incógnita de una ecuación. En ellos, se tiende a asociar la idea de variable a una cantidad o magnitud tangible. Es decir, número de objetos, dinero, velocidad, etc. El hecho de que la ecuación que explica los movimientos de sacar y meter agua de las garrafas simbolice el número de veces que se repite una acción, añadido a que dependiendo del signo cambie el significado de la misma (vaciar o llenar), se sale de los contextos habituales en los que han trabajado los alumnos.

6.2.2.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA La configuración epistémica de la escena en sí misma ya es un indicador de una elevada idoneidad en este aspecto, pues es lo suficientemente rica y variada. El enunciado del problema se expresa verbalmente y por medio de un

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5
Lenguaje	Verbal	Enunciado del acertijo de las garrafas por el villano. Intentos de solución por parte de los protagonistas.	•					
	Verbal	Comunicaciones de los alumnos en las tareas.		•		•		•
	Algebraico	Ecuación diofántica expresando el acertijo. Posibles soluciones.				•	•	•
Conceptos - definición	Ecuación. Ecuación diofántica.	Es un concepto implícito en el fragmento pero que a lo largo de las tareas emerge.	•				•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Traducción al lenguaje algebraico del acertijo					•	
	Contextualización	Traducir el resultado de las manipulaciones algebraicas según el contexto del acertijo	•	•	•		•	
	Manipulaciones algebraicas con dos variables	Se trata de una ec. diofántica con dos variables				•		
Proposiciones	Una ecuación lineal con dos variables tiene infinitas soluciones				•	•	•	
Argumentos	Justificaciones y comprobaciones	Tareas y comunicaciones de los alumnos		•	•	•	•	•

Tabla 6.8: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Jungla de cristal III: la venganza».

gráfico, lo que implica la movilización de dos registros semióticos diferentes. Además, tanto el lenguaje verbal como el dibujo son fácilmente comprensibles por los alumnos, ya que evitan el uso de tecnicismos.

La totalidad de la escena está encaminada a la resolución del problema, donde los protagonistas argumentan para alcanzar la solución, proponiendo sugerencias, ensayando diferentes modos de abordar la cuestión y validando dichas proposiciones. La actividad que se plantea a los alumnos es fundamentalmente una réplica de la situación que viven los personajes de la película. De esta manera, los objetos matemáticos a utilizar están puestos en juego desde el comienzo, proporcionando un soporte para que los alumnos argumenten y construyan su propia solución.

IDONEIDAD COGNITIVA Las estrategias de resolución de problemas y la actitud necesaria para afrontarlos constituyen por sí mismas un verdadero escollo educativo. Es verdad que se incluyen en los contenidos oficiales y en los criterios de evaluación de la normativa. Sin embargo, en los libros de texto quedan relegadas a un segundo plano, siendo lo más habitual el tratar los problemas de cada tema de forma específica, ofreciendo procedimientos standard de resolución o bien dejando que sean los alumnos los que aprendan a resolver problemas con el tiempo. El tratamiento de las estrategias de resolución de problemas en sí mismas aparece con suerte en algún añadido con carácter de ampliación, sin profundizar demasiado.

Por ello, el fragmento que hemos seleccionado de «Jungla de cristal III: la venganza» y su correspondiente actividad presentan una elevada idoneidad cognitiva, ya que contribuyen a trabajar estos aspectos.

IDONEIDAD INTERACCIONAL La forma de trabajo en todas las tareas, con espacios reservados para la interacción en pequeños grupos o debatiendo entre toda la clase, ya es un indicador de una elevada idoneidad interaccional a priori. Se trata de una película de acción, género muy apreciado por el alumnado de estas edades, y los diálogos entre los protagonistas son ágiles y divertidos. De esta manera el problema-acertijo se plantea en una situación imaginable por los alumnos, favoreciendo la interacción con el objetivo de llegar a la misma solución que en la película.

Otro factor que parece influir positivamente en esta idoneidad está relacionado con que existan infinitas soluciones para la ecuación que representa el acertijo. Así, los grupos que alcanzan la solución en primer lugar, pueden proseguir con sus interacciones para descubrir nuevas formas de resolver el problema.

IDONEIDAD AFECTIVA Como película de acción, y antigua representante del *mainstream*, «Jungla de cristal III: la venganza» entra dentro de los gustos a priori de gran parte del alumnado. Por esta razón, la idoneidad afectiva es alta.

IDONEIDAD MEDIACIONAL El visionado del fragmento no consume más allá de 4 minutos de tiempo lectivo. Aun repitiendo de nuevo el mismo, no se consume excesivo tiempo lectivo, a la vez que se ofrece una situación-problema que permite trabajar varios contenidos, como la resolución de problemas, expresiones algebraicas, ecuaciones. Por lo tanto, mediacionalmente puede decirse que esta actividad es muy eficiente.

IDONEIDAD ECOLÓGICA El problema que aparece enunciado de forma explícita por el villano de la película se puede resolver planteando una ecuación diofántica; es decir, aquellas cuyas soluciones son números enteros. Por ello, permite tratar de forma articulada contenidos de los bloques propios de números y álgebra, como se aprecia en la figura 6.17.

Ahora bien, el acertijo puede resolverse sin emplear ecuaciones diofánticas, transformándose de esta manera en un problema de lógica, con el que se pueden tratar técnicas de resolución de problemas. Particularmente, la perseverancia en la búsqueda de la solución y el probar diferentes alternativas, que constituyen elementos esenciales de los contenidos y competencias comunes.

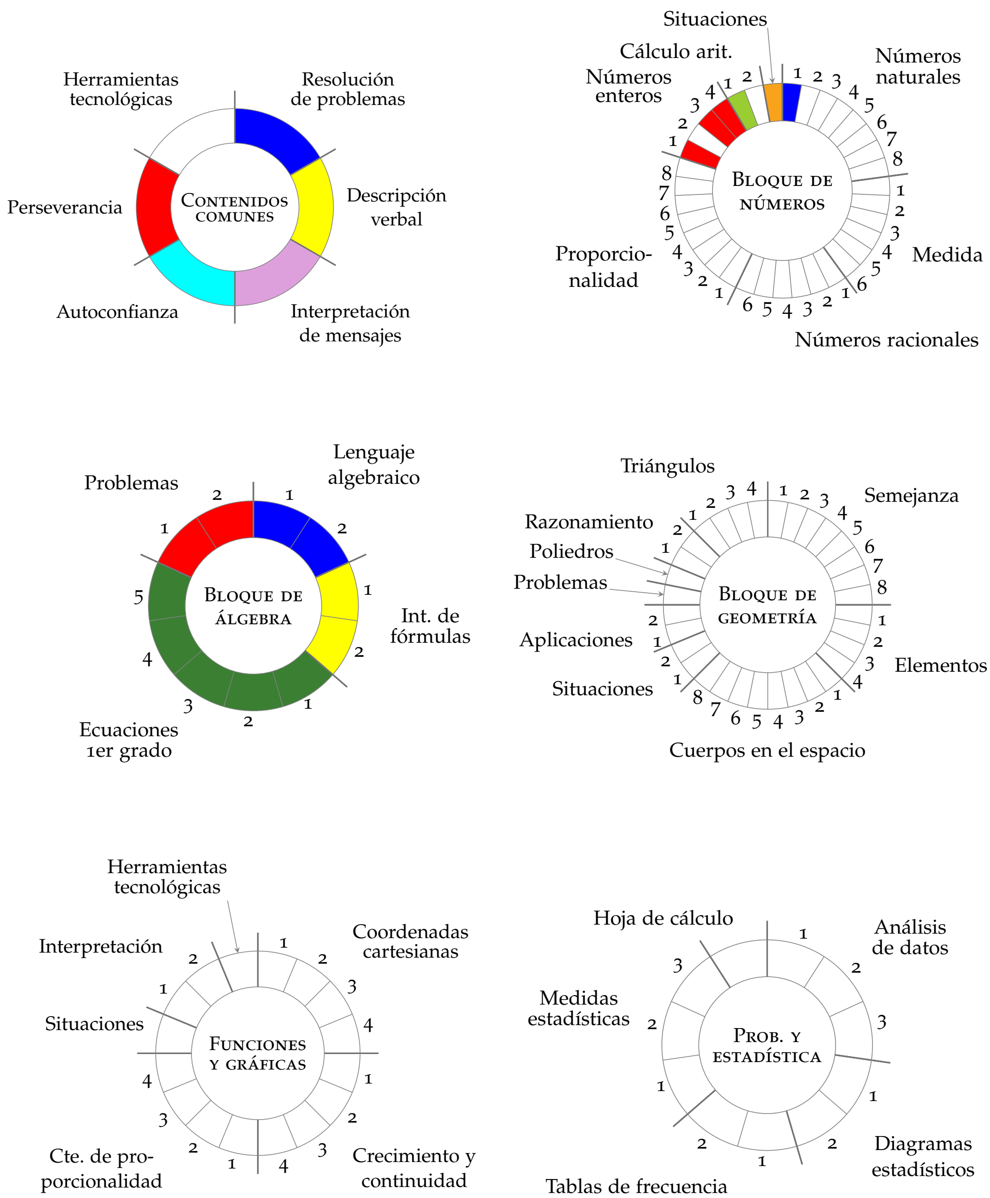


Figura 6.17: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Jungla de cristal III: la venganza» (McTiernan, 1995).

Esta secuencia didáctica se relaciona fácilmente con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

La relación con este criterio no es tan clara como en los demás. Sin embargo, al enunciar el problema en la escena, el villano es muy claro al señalar que el resultado debe ser exacto. Ello lleva de forma implícita a una comprensión más profunda de ciertos objetos matemáticos, como las fracciones y números decimales, que ya se habían trabajado en su bloque de contenidos correspondiente.

CRITERIO 4 *Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar e incorporar el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado como una herramienta más con la que abordar y resolver problemas.*

El problema de las garrafas que se plantea en la película puede abordarse, una vez entendido, mediante la técnica de ensayo y error, o con argumentos que no tienen relación directa con el lenguaje algebraico. Sin embargo, en las tareas sí que se pide a los alumnos llegar a la ecuación que simboliza cualquier solución que se pueda proponer o, al menos, explicarla en sus palabras una vez institucionalizada.

CRITERIO 5 *Estimar y calcular longitudes, áreas y volúmenes de espacios y objetos con una precisión acorde con la situación planteada y comprender los procesos de medida, expresando el resultado de la estimación o el cálculo en la unidad de medida más adecuada.*

Al igual que en el criterio 1, la relación con este criterio no es tan clara. Ahora bien, toda la secuencia gira en torno a la medida de volúmenes de agua, desarrollando el trabajo en sus unidades correspondientes y exigiendo una precisión determinada por el contexto de la situación-problema.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la* *comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

En el vídeo se enuncia el problema tal y como aparecería en un libro de texto. A partir de ahí, tanto los protagonistas de la escena como los alumnos en el proceso de trabajo, deben comunicar sus ideas y poner en marcha estrategias de resolución de problemas.

6.2.3 *The Big Bang Theory: valor numérico*

6.2.3.1 *Descripción del fragmento*

La escena que citamos a continuación es de la serie de televisión «The Big Bang Theory» (Lorre & Prady, 2007). En una conversación acerca de las probabilidades que tienen de ligar en un bar, uno de los protagonistas (Wolowitz) alude a la ecuación de Drake, que estima el número de civilizaciones extraterrestres en base a unos parámetros con cierta base científica. Es entonces cuando Sheldon toma la palabra y la enuncia:

$$N = R^* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L$$

El diálogo es como sigue:

> LEONARD: Vamos, Howard, las posibilidades de que nosotros liguemos en un bar son prácticamente nulas.
> HOWARD: ¿En serio? ¿Te es familiar la ecuación de Drake?
> SHELDON: ¿La que calcula las posibilidades de hacer contacto con extraterrestres calculando el producto de la creciente serie de valores fraccionales tales como esas estrellas con planetas, y aquellos planetas donde sea probable que se desarrolle vida? ¿N es igual a R por Fp por Ne por Fl por Fi por L?

HOWARD: Sí, esa.

Figura 6.18: Formulación verbal explícita de una ecuación (expresión polinómica, realmente) en «The Big Bang Theory» (Lorre & Prady, 2007).

6.2.3.2 *Secuencia didáctica*

Indicaciones generales para el profesor:

Con estas actividades trabajaremos el lenguaje algebraico, el valor numérico de una expresión algebraica y a realizar estimaciones. También reforzaremos la competencia lingüística en matemáticas. Todas ellas las trabajaremos en parejas o pequeños grupos, fomentando la comunicación y, después de cada una, haremos una puesta en común.

1. **(Después de ver el fragmento por primera vez) Vamos a volver a ver la escena, tomando nota de la fórmula que dice Sheldon.**

   Indicaciones para el profesor:
   La brevedad de la escena permite volver a reproducirla. Esto además se hace necesario por la rapidez de los diálogos. Hemos de incidir en que los alumnos anoten la fórmula literalmente, para poder analizarla posteriormente.

2. **En la escena, aunque Sheldon dice literalmente la ecuación, no indica qué simboliza cada parámetro. A continuación, exponemos el significado de cada uno:**

N número de civilizaciones alienígenas en nuestra galaxia con las que sería factible comunicarnos.

R^* tasa media de formación de nuevas estrellas al año en nuestra galaxia.

f_p fracción de esas estrellas que tienen planetas.

n_e número medio de planetas por estrella con sistema planetario en los que podrían darse las condiciones para la existencia de vida

f_l fracción de esos planetas en los que se haya desarrollado vida de algún tipo.

f_i fracción de esos planetas con vida en los que se haya desarrollado vida inteligente.

f_c fracción de planetas con vida inteligente que hayan desarrollado tecnología capaz de ser detectada a través del espacio.

L intervalo de tiempo durante el cual dichas civilizaciones han producido señales detectables en el espacio.

Estas fueron las estimaciones de los parámetros por parte de Drake y sus colegas en 1961:

- $R^* = 1$ estrella/año. Se trata de una estimación bastante conservadora.
- $f_p = 0,2 - 0,5$. Es decir, entre una quinta parte y la mitad de las estrellas que se formen tendrán planetas.
- $n_e = 1 - 5$. En aquellas estrellas con sistema planetario, habrá entre 1 y 5 planetas capaces de albergar vida.
- $f_l = 1$. Es decir, todos esos planetas albergan vida de algún tipo.
- $f_i = 1$. Y todos ellos han desarrollado vida inteligente.

- $f_c = 0,1 - 0,2$. Entre un 10 % y un 20 % de ellos han desarrollado tecnología capaz de ser detectada a través del espacio.
- $L = 1000 - 100000000$ años

Por lo tanto, Drake llegó a la conclusión de que tiene que haber entre 20 y 50000000 de civilizaciones en la galaxia y que el valor determinante es L.

Pregunta: ¿Qué datos exactos emplearon Drake y sus colegas para llegar a su afirmación?

Indicaciones para el profesor: Para varios de los valores, Drake trabajó con la estimación de un rango en lugar de un valor único, dando como resultado un rango. Como todos los valores están multiplicando:

- Peor caso: $R^* = 1$ estrella/año, $f_p = 0,2$, $n_e = 1$, $f_l = 1$, $f_i = 1$, $f_c = 0,1$, $L = 1000$. Por lo tanto, $N = 20$
- Mejor caso: $R^* = 1$ estrella/año, $f_p = 0,5$, $n_e = 5$, $f_l = 1$, $f_i = 1$, $f_c = 0,2$, $L = 100000000$. Por lo tanto, $N = 50000000$

3. **Las estimaciones iniciales de Drake resultan algo desactualizadas hoy en día. Comprueba cómo cambia el valor final de la ecuación de Drake cuando usamos algunos datos actuales:**

    a) R^* **es el ritmo de creación de estrellas en nuestra galaxia. Según los últimos datos de la NASA y de la Agencia Espacial Europea el ritmo de producción galáctico es de 7 estrellas por año.**

    Indicaciones para el profesor: Hay que hacer $R^* = 7$ en la ecuación de Drake. De nuevo, puede haber varias soluciones. Es necesario encontrar el rango de valores (peor caso y mejor caso):

    - Peor caso: $R^* = 7$ estrellas/año, $f_p = 0,2$, $n_e = 1$, $f_l = 1$, $f_i = 1$, $f_c = 0,1$, $L = 1000$. Por lo tanto: N= 140

- Mejor caso: $R^* = 7$ estrellas/año, $f_p = 1$, $n_e = 5$, $f_l = 1$, $f_i = 1$, $f_c = 0,2$, $L = 100000000$. Por lo tanto: $N = 700000000$

Este apartado se puede realizar repitiendo los cálculos desde el principio o dándonos cuenta de que son los mismos valores que en el primer apartado multiplicados por 7.

b) **f_p es la fracción de estrellas que tienen planetas en su órbita. Ahora se sabe que al menos el 40 % de las estrellas como nuestro sol tienen planetas, y la proporción puede ser todavía mayor porque únicamente aquellos planetas de tamaño considerablemente más grande que la Tierra pueden ser detectados. Las exploraciones en el espectro infrarrojo de discos de polvo estelar alrededor de estrellas jóvenes indican que entre el 20 y el 60 % de las estrellas de la misma clase que nuestro sol pueden tener planetas como nuestra Tierra. con rayos infrarrojos. Sin embargo, recientes estudios sugieren que f_p sería casi 1, lo que quiere decir que casi todas las estrellas tienen al menos un planeta.**

Indicaciones para el profesor:
Hay varias soluciones, pues podemos tomar $R* = 7$ estrellas/año, como en el apartado *a)* y además diferentes valores para f_p: 0,4 ó 0,2 ó 0,6 ó 1.

Lo importante aquí es que los alumnos analicen el texto para descubrir que puede haber varios valores, y que luego calculen el valor numérico de la ecuación de Drake para cada uno de ellos.

4. **Supongamos ahora que somos la única civilización en nuestra galaxia lo suficientemente inteligente como para emitir señales de comunicación por el espacio. Proponed una serie de valores para los parámetros de la ecuación de Drake, escribiendo qué significa cada uno de ellos y por qué habéis elegido esa combinación y no otra.**

Indicaciones para el profesor:
Es una actividad para dar rienda suelta a la imaginación. La primera dificultad

está en ver qué valor hay que asignar a N para a partir de ahí proponer combinaciones de valores.

Propondremos $N = 0$. De esta forma, los alumnos podrán comprobar que cuando cualquiera de los parámetros es 0, no importa lo que valgan los demás. Insistir en que cada grupo escriba su respuesta y en que las propuestas sean originales. Por ejemplo, si vemos poco activos a los alumnos, se puede decir: pensemos que se crean 100000 estrellas por año y que cada una tiene al menos 5 planetas habitables... pero $f_c = 0$; es decir, ninguna civilización de esos planetas ha desarrollado tecnología capaz de transmitir por el espacio.... por lo tanto $N = 0$.

A continuación, repetiremos lo mismo pero haciendo $N = 0,0001$ (o un valor que toda la clase convenga en que es muy pequeño).

6.2.3.3 *Configuración epistémica*

En la escena, uno de los protagonistas (Sheldon) enuncia de forma literal una fórmula que sirve para estimar una cantidad a priori desconocida. Dicha fórmula no deja de ser una expresión algebraica. Las variables de dicha expresión toman la forma de parámetros, cuyos valores se pueden ajustar en base a estimaciones razonables, para obtener una estimación final con mayor margen de error. En las tareas que se proponen se profundiza sobre la fórmula, para trabajar el procedimiento del cálculo del valor numérico y argumentar en torno a la calidad de las estimaciones.

6.2.3.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Un obstáculo, de carácter puramente semiótico, está originado por el hecho de que las variables de la fórmula de Drake no se simbolizan con las habituales x e y, ni con a o b, que son las letras que normalmente se emplean en 2º de ESO para formar expresiones algebraicas. En la fórmula que nos ocupa, las variables se simbolizan con letras diferentes, utilizando además subíndices y superíndices para diferenciar algunas de ellas. La superación de este obstáculo conduce a un dominio del registro semiótico sim-

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo 1	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4
Lenguaje	Verbal	Introducción de la ecuación por parte de Sheldon	•				
	Verbal / Simbólico	Anotación del diálogo por parte de los alumnos. Comunicaciones de los alumnos		•	•	•	•
	Simbólico	Enunciación literal de la ecuación de Drake	•	•	•	•	•
Conceptos - definición	Valor numérico	Valores concretos de la ecuación de Drake			•	•	•
	Variable algebraica	Cada uno de los parámetros de la ecuación de Drake		•	•	•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Transformar el diálogo a la ecuación propiamente dicha	•				
	Contextualización	Dar sentido a los valores numéricos obtenidos en la ecuación		•	•	•	•
	Cálculo del valor numérico	En la tareas, asignar diferentes valores a los parámetros de la ecuación			•	•	•
	Manipulación de expresiones algebraicas	Despejar alguno de los parámetros para obtener los valores totales deseados					•
Proposiciones	Producto	Multiplicar por parámetros > 1 aumenta el valor final, mientras que multiplicar por valores <1 lo disminuye				•	•
Argumentos	Razonamiento empírico	Contrastar el sentido de los resultados				•	•

Tabla 6.9: Configuración epistémica de la secuencia basada en «The Big Bang Theory».

bólico para expresar funciones algebraicas, ya que amplía el rango de representaciones semióticas.

También aparece un obstáculo, esta vez epistemológico, en torno a la noción de estimación. La creencia de que las matemáticas producen resultados exactos choca con la idea de estimación. En este último caso, no es que se pierda exactitud, sino que el valor final se presenta con un margen de error probabilístico. Mediante la superación de este obstáculo, el alumnado asimila la noción de estimación, muy útil cuando sea tiempo de tratar contenidos del bloque de probabilidad y estadística, o cuando se manejan magnitudes físicas y errores de medida.

6.2.3.5 *Idoneidad didáctica*

idoneidad epistémica La configuración epistémica revela la existencia de pocos objetos matemáticos, los cuales además aparecen en un contexto de segundo orden. Es decir, uno de los personajes enuncia de forma explícita una expresión algebraica (la fórmula de Drake). Sin embargo, hay un aspecto que contribuye a la idoneidad epistémica, y es que en la escena se amplía el contexto de utilización de dicha fórmula para extrapolar su uso a otras situaciones. Si la fórmula original servía para estimar el número de civilizaciones extraterrestres, los protagonistas se refieren a ella para estimar sus probabilidades de encontrar pareja en un bar. Este cambio de contexto es muy interesante, ya que esta facilidad de extrapolación es lo que se persigue, en esencia, con la realización de problemas en clase de matemáticas.

idoneidad cognitiva Las actividades de esta secuencia didáctica se pueden plantear bien para introducir el concepto de valor numérico (y el procedimiento para calcularlo), bien para reforzarlo. Asimismo, se trabaja con la noción de estimación.

Los alumnos suelen tener dificultades para comprender y extraer los datos de un enunciado largo. En muchas ocasiones, un elevado porcentaje de ellos no trata ni siquiera de leer el texto del problema o ejercicio. En este sentido, la ficha de trabajo de la secuencia es extensa, sobre todo teniendo en cuenta la brevedad de las tareas propuestas. Esto ha de servir para aproximar a los alumnos a enunciados más largos.

Cognitivamente las tareas son idóneas, ya que el lenguaje que se emplea es adecuado a la edad y nivel del alumnado, y los objetos matemáticos que aparecen ya son conocidos por ellos o, en el peor de los casos, se encuentran dentro de la zona de desarrollo próximo.

IDONEIDAD INTERACCIONAL La secuencia de tareas reserva momentos para la interacción, de forma que esta idoneidad es elevada, a priori, por el carácter general del protocolo. Ahora bien, lo que realmente contribuye a favorecer la comunicación entre los alumnos es el hecho de disponer de un objeto sobre el que argumentar y que despierte cierto interés en los alumnos. Las estimaciones sobre el número de civilizaciones extraterrestres, basadas en parámetros más empíricos, cumple esta función.

IDONEIDAD AFECTIVA La serie *The Big Bang Theory* es conocida por los alumnos. Se trata de una serie cómica y suele gustarles. Además, sigue activa y en la actualidad (2013) se emite en franjas horarias en las que el alumnado de estas edades suele ver la televisión. Por lo tanto, la idoneidad afectiva es, a priori, elevada. A ello contribuye los dos contextos de aplicación de la fórmula de Drake. El cálculo del número de civilizaciones extraterrestres provoca cierta curiosidad en los alumnos. Sin embargo, las probabilidades de encontrar pareja despiertan todavía un mayor interés.

IDONEIDAD MEDIACIONAL La duración del fragmento es breve, de unos dos minutos, y sirve para contextualizar la enseñanza del valor numérico y de otros objetos matemáticos. La eficiencia por lo tanto es bastante elevada y justifica un uso óptimo de los recursos educativos.

IDONEIDAD ECOLÓGICA La gran mayoría de las actividades para practicar el cálculo de valores numéricos consisten en ejercicios mecánicos completamente descontextualizados. La escena que se ha seleccionado y la actividad propuesta muestran una fórmula para estimar el hipotético número de civilizaciones extraterrestres en el Universo, en base a una serie de parámetros.

La configuración epistémica, como se ha visto, se alinea perfectamente con los contenidos del bloque de álgebra dedicados al trabajo con expresiones algebraicas y cálculo de valores numéricos, ofreciendo una visión contextualizada de estos últimos. Además, dado que los parámetros utilizados en la fórmula de Drake son básicamente estimaciones para fundamentar de alguna manera el resultado final (otra estimación), permite tratar otro aspecto de las matemáticas, más orientado al pensamiento lógico y a la toma de decisiones rápidas, pero con cierto rigor.

Por lo demás, la rejilla de análisis curricular de la figura 6.19 desglosa los contenidos oficiales que se trabajan con esta secuencia. Principalmente, el bloque algebraico, ya que toda la secuencia gira en torno al concepto de valor numérico, clave en este bloque, que además permite avanzar en la apropiación de otros objetos matemáticos más propios de las ecuaciones. El bloque de números también está fuertemente presente, pues el alumnado ha de operar con números y poner en juego sus conocimientos de aritmética, así como realizar estimaciones.

Esta secuencia didáctica se relaciona fácilmente con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

En las tareas, es necesario calcular el valor numérico de diferentes expresiones, para lo que hay que dominar la jerarquía de operaciones y la aritmética que se trata en los contenidos del bloque de números.

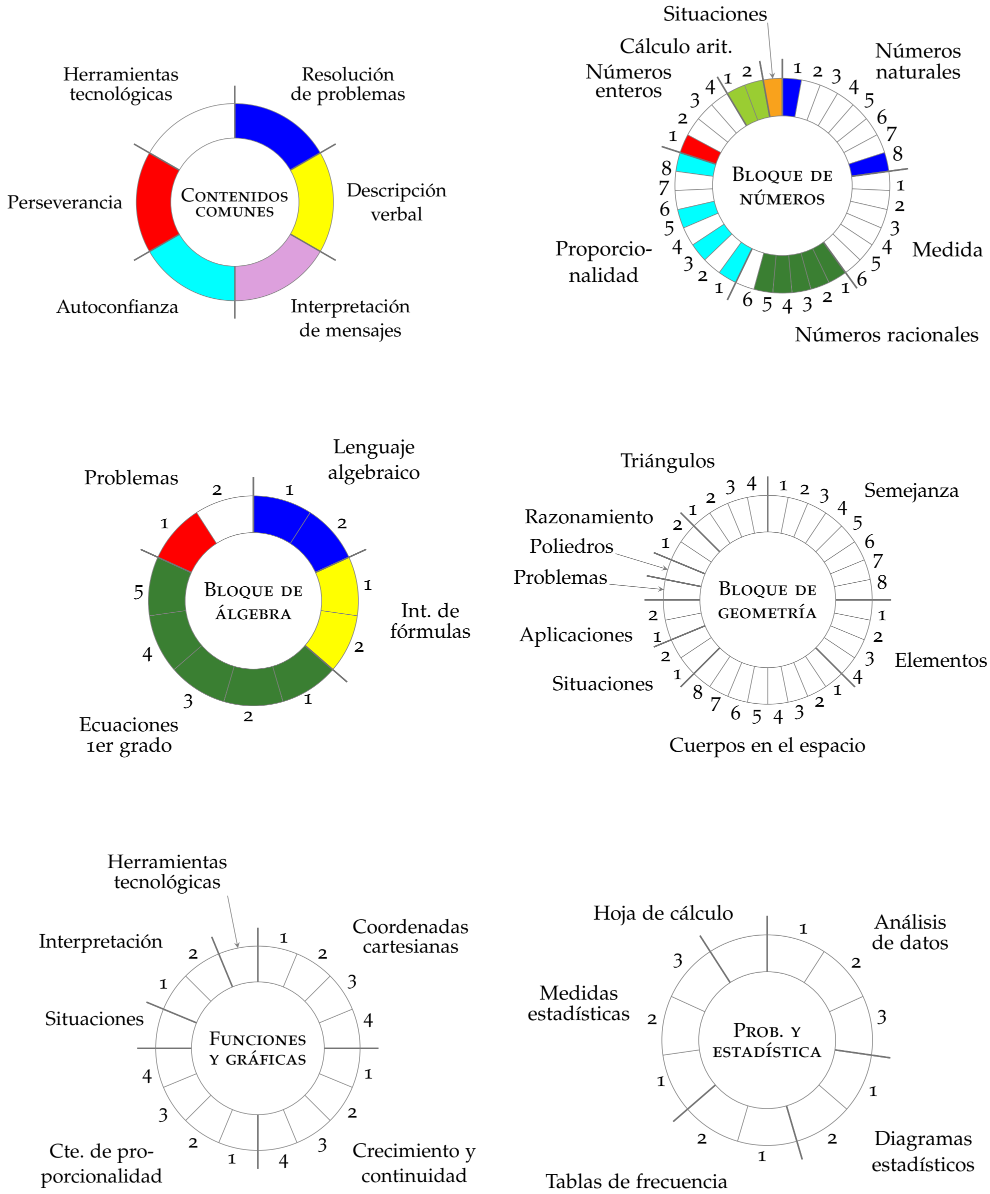


Figura 6.19: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «The Big Bang Theory» (Lorre & Prady, 2007).

CRITERIO 3 *Identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica y utilizarlas para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana.*

Al modificar los parámetros de la fórmula de Drake se obtienen diferentes resultados, los cuales son proporcionales a cada uno de ellos.

CRITERIO 4 *Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar e incorporar el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado como una herramienta más con la que abordar y resolver problemas.*

La fórmula de Drake se enuncia en la escena en lenguaje prácticamente algebraico. Por lo tanto, los alumnos no tienen que hallar la ecuación que resuelve un problema, pero sí argumentar el simbolismo de dicha expresión algebraica y plantear diferentes cuestiones al modificarla.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

No se trata de la resolución de un problema. Sin embargo, este criterio se relaciona con la secuencia debido al intenso uso del lenguaje que se produce, pues a la conversación del fragmento de *The Big Bang Theory* hay que añadirle el largo enunciado que describe la ecuación de Drake y sus parámetros y los momentos en que los alumnos comunican sus resultados.

6.2.4 *Los Simpson: ecuaciones de segundo grado*

6.2.4.1 *Descripción del fragmento*

En el capítulo 19 de la temporada número 17 de la serie de dibujos animados «Los Simpson» (Groening, 1989) titulado *Las chicas solo quieren sumar*, Lisa se hace pasar por chico, pues considera que en la clase de las chicas no se enseñan cosas interesantes.

El profesor plantea una cuestión introductoria sobre ecuaciones cuadráticas y Lisa, creyendo conocer la respuesta correcta, levanta la mano. Para sorpresa de Lisa, la ecuación admite más soluciones de las que ella pensaba.

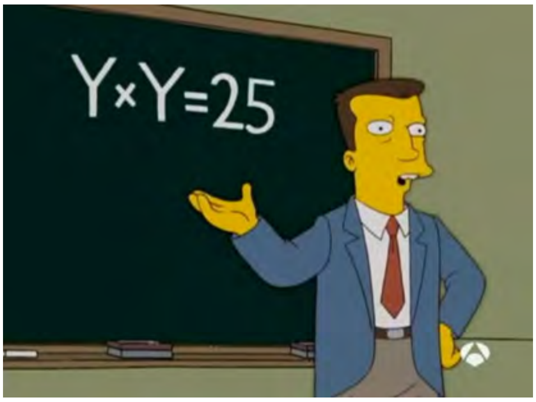


Figura 6.20: Imagen del episodio *Las chicas sólo quieren sumar* de la serie de dibujos animados «Los Simpson» (Groening, 1989).

PROFESOR: A ver, ¿cuántos números pueden ser la y griega?

En la pizarra: $Y^2 = 25$

6.2.4.2 *Secuencia didáctica*

Proyectar el vídeo hasta el segundo 28, cuando el profesor de la clase ha expuesto el problema, como puede verse en el siguiente fotograma:

Debido a la brevedad del diálogo y a la claridad de la pregunta, trabajaremos la secuencia de clase en forma de debate, imitando el fragmento de «Los Simpson». El profesor, por lo tanto, pregunta a los alumnos:

1. **A ver, ¿cuántos números pueden ser la y griega?**
   Indicaciones para el profesor:
   El profesor ha de guiar el pequeño debate que tendrá lugar en la clase. Después de que varios alumnos expongan sus ideas, ha de tratar que los propios alumnos

alcancen la solución correcta. Es decir, que hay dos posibles valores, $Y = +5$, $Y = -5$. Una vez que la solución ha quedado clara, el profesor puede incidir en la notación, que puede ser diferente a la que se ha visto en clase.

2. **¿Cómo expresarías tú esta misma ecuación?**
   Indicaciones para el profesor:
   Normalmente se emplea la letra x como incógnita, así que lo normal es que los alumnos se sientan más cómodos con las expresiones: $x \cdot x = 25$ y $x^2 = 25$ El profesor puede aprovechar este momento para incidir también en la notación de la solución. Es decir, cuando las soluciones son $x = +5$, $x = -5$, se puede escribir como $x = \pm 5$.

6.2.4.3 *Configuración epistémica*

Aquí tenemos otro ejemplo que nos muestra una clase de Matemáticas en el marco de una película o una serie. Es esta ocasión se trata de la serie de dibujos animados «Los Simpson». El objeto matemático subyacente (ecuaciones de segundo grado) es tremendamente explícito, ya que aparece escrito en la pizarra de una clase. Además, la manera de expresarse del profesor, el lenguaje empleado, es el propio de una clase de Matemáticas cualquiera. El objeto aparece completamente descontextualizado.

6.2.4.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Si consideramos que es la primera vez que el alumnado se enfrenta a una ecuación de segundo grado, el obstáculo epistemológico principal al que se enfrentan está relacionado con que las ecuaciones que han visto hasta este momento sólo tienen una solución.

El hecho de no disponer de procedimientos de resolución de ecuaciones de segundo grado también constituye un obstáculo en sí mismo, ya que los vistos para ecuaciones de primer grado deben ser adaptados convenientemente. Por esta razón, muchos

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2
Lenguaje	Verbal	Profesor preguntando sobre la ecuación en la pizarra	•		
	Simbólico	Ecuación $Y^2 = 25$ en la pizarra	•		
	Verbal	Comunicaciones de los alumnos		•	•
Conceptos - definición	Raíz cuadrada	Aparece explícitamente tanto en el vídeo como en las tareas de los alumnos	•	•	•
	Ec. 2º grado	Se muestra claramente en la pizarra de «Los Simpson» y se trabaja con las tareas	•	•	•
Acciones y procedimientos	Manipular expresiones algebraicas	Despejar la Y de la ecuación	•	•	•
	Extraer raíz cuadrada	La raíz cuadrada de 25 es ± 5	•	•	•
Proposiciones	Raíz cuadrada	Hay dos números cuyo cuadrado es 25, 5 y -5	•	•	•
Argumentos	Razonamiento deductivo	Al multiplicar un número negativo consigo mismo se obtiene uno positivo.	•	•	•

Tabla 6.10: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Los Simpson» (ecuaciones).

alumnos optarán por desistir. Ahora bien, en esos casos se debe recordar el método de ensayo y error, perfectamente utilizable.

En el primer ciclo de ESO el cálculo de expresiones aritméticas y algebraicas que incluyen signos negativos suele presentar dificultades para bastantes alumnos. Será necesario recordar la regla de los signos durante el desarrollo de la actividad.

6.2.4.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA La idoneidad epistémica inherente al fragmento de «Los Simpson» es, en este caso, reducida. Ello es debido a que únicamente aparece un objeto matemático (la ecuación de segundo grado $y^2 = 25$), sin relacionarse de ninguna manera con otros objetos y, lo que quizá es más importante, sin proporcionar un contexto de aplicación, ni de primer ni de segundo orden. El contexto en que se desarrolla la escena es la clase de Matemáticas en un instituto de educación secundaria, y el lenguaje empleado para introducir la ecuación es el mismo que emplearía seguramente un profesor. Como veremos, la utilización de este fragmento y la realización de las tareas quedará justificada por el resto de componentes de la idoneidad didáctica.

IDONEIDAD COGNITIVA El alumnado de 2º de ESO dispone, a priori, de los conocimientos necesarios para abordar con éxito las tareas que se proponen. La secuencia está pensada para ser introducida después de haber visto expresiones algebraicas y ecuaciones de primer grado, por lo que el concepto de solución de una ecuación debe haber sido asimilado por ellos. Dependiendo del momento exacto en el que se utilice esta actividad, podemos hablar de trabajo en la zona de desarrollo próximo o de trabajo de refuerzo. En el primer caso, se trata de una posibilidad factible porque es la más sencilla de las ecuaciones de segundo grado que se pueden plantear. Además, es abordable a partir de la noción de solución de una ecuación y de los procedimientos de operación con potencias de números enteros.

IDONEIDAD INTERACCIONAL La interacción profesor-alumnos se ve sustituida por la interacción fragmento-alumnos, pues es el profesor de «Los Simpson» el que formula la pregunta a sus alumnos, que se tomará como germen del pequeño trabajo que se desarrollará en el aula. Así pues, la idoneidad interaccional es alta, ya que se promueve la participación de los alumnos sin necesidad de que el profesor anime a ello.

IDONEIDAD AFECTIVA Ya se ha mencionado que el objeto matemático aparece descontextualizado, por lo que la motivación habrá que buscarla en la afinidad de los intereses personales de los alumnos con la escena o la serie de la que procede. En este caso, «Los Simpson» gustan mucho al alumnado de estas edades, por lo que afectivamente es idónea.

IDONEIDAD MEDIACIONAL Tanto el fragmento como las tareas que se plantean son bastante breves y directas. El visionado no lleva más de dos minutos y, la actividad en conjunto, no consume mucho más de 5 minutos en total. Esta brevedad, unida a que la actividad sirve para introducir de una manera diferente el concepto de ecuación de segundo grado, hace que a priori la idoneidad mediacional sea elevada.

IDONEIDAD ECOLÓGICA Este brevísimo fragmento de «Los Simpson» alude directamente a las ecuaciones de segundo grado más sencillas que podemos encontrar, por lo que se alinea correctamente con los contenidos curriculares. A pesar de que en el currículo oficial de segundo curso de ESO no aparecen las ecuaciones de segundo grado, muchos libros de texto sí que las incluyen. En ese sentido, esta escena permite introducir estas ecuaciones. No obstante, la actividad propuesta puede ser orientada también para tratar el concepto de solución de una ecuación, sin importar el grado. En la figura 6.21 se desglosan los puntos del currículo que se tratan con esta secuencia.

En este caso, se ofrece una visión completamente descontextualizada de las matemáticas, pues la ecuación $y^2 = 25$ aparece tal cual, de forma explícita. Es más, la escena en cuestión se desarrolla en el colegio, en una clase de matemáticas. Por lo tanto, el valor de este fragmento no hemos de buscarlo en su poder de contextualización, que es nulo, sino en su poder motivacional, pues «Los Simpson» es una de las series de dibujos animados más populares, afín con los intereses personales de ocio de los alumnos.

Por último, aunque la brevedad del fragmento seleccionado no permite apreciar el carácter transversal que podría tener el capítulo completo, el profesor puede hacer una sinopsis del mismo. Debemos subrayar el hecho de lo ridícula que resulta la segregación por sexos en cuestiones intelectuales, así como aplaudir el afán de Lisa por aprender más.

Esta secuencia didáctica se relaciona fácilmente con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

Esta tarea se enmarca totalmente en el bloque de contenidos de álgebra. Sin embargo, para resolver una ecuación de segundo grado se requiere extraer una raíz cuadrada, procedimiento del bloque de números. Por lo tanto, esta secuencia didáctica ofrece una oportunidad para evaluar si dicho concepto y sus procedimientos asociados se aprendieron correctamente.

CRITERIO 6 *Interpretar relaciones funcionales sencillas dadas en forma de tabla, gráfica, a través de una expresión algebraica o mediante un enunciado, obtener valores a partir de ellas y extraer conclusiones acerca del fenómeno estudiado.*

La sencilla ecuación de segundo grado que aparece en la pizarra de «Los Simpson» se analiza con la tarea que se propone. No simboliza ni generaliza ningún fenómeno, pero sí que se argumenta en torno a las diferencias que se dan con las ecuaciones de primer grado.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la*

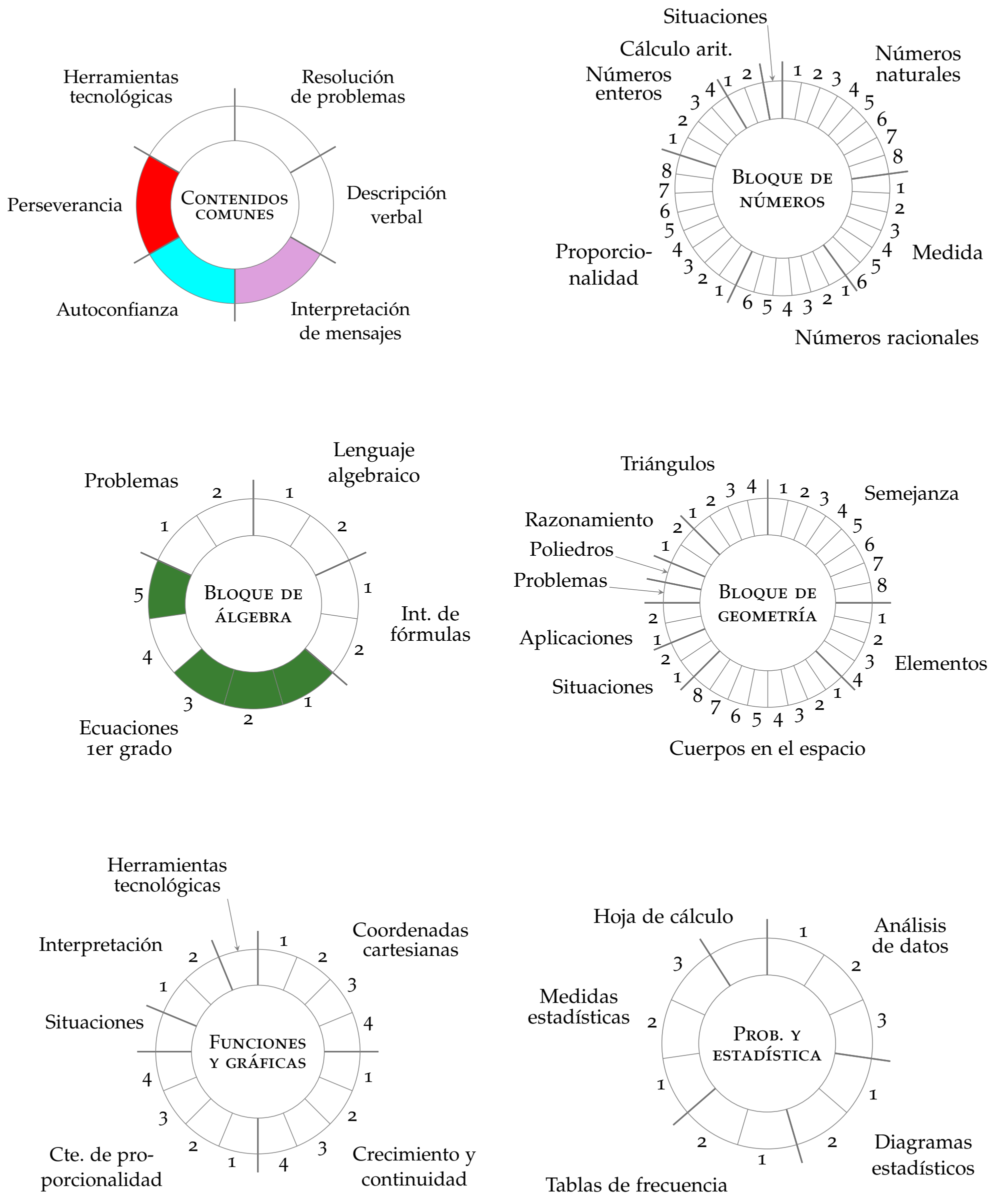


Figura 6.21: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de del capítulo *Las chicas sólo quieren sumar* de «Los Simpson» (Groening, 1989).

comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.

Claramente, no se trata de la resolución de un problema. Ahora bien, se exige un análisis del fragmento de «Los Simpson» y una comunicación de los argumentos empleados.

6.2.5 *La vida es bella y Los caballeros de la mesa cuadrada: enunciados engañosos*

6.2.5.1 *Descripción del fragmento*

Hemos querido dedicar una secuencia en exclusiva a la comprensión de enunciados. No son pocas las ocasiones en que nuestros alumnos se rinden antes de comenzar a leer o en que se limitan a extraer los datos numéricos descontextualizándolos, con lo que la solución aportada al final no tiene sentido. Para ello, hemos seleccionado dos fragmentos de dos películas diferentes, incluyendo un problema bastante famoso en la secuencia didáctica. Estas son las películas y los fragmentos considerados:

«Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores» (Jones & Gilliam, 1975), de los conocidos cómicos ingleses Monty Python. Se trata de una parodia sobre el ciclo artúrico. En la escena que se usará en la actividad, una multitud trata de condenar por brujería a una mujer, siguiendo una cadena de razonamientos absurdos que, sin embargo, parecen verdaderos. Éstos son los diálogos:

> PUEBLO:¡Es una bruja! ¡Vamos a quemarla!
> SABIO: A ver. ¿Por qué decís que es un bruja?
> PUEBLO: Porque tiene una verruga.
> PUEBLO: Porque tiene nariz de bruja.
> PUEBLO: ¡Vamos a quemarla!
> BRUJA: Ellos me vistieron así.

SABIO: ¿Vosotros la vestistéis así?

PUEBLO: Bueno sí, un poco.

PUEBLO: Pero a mí me convirtió en grillo (silencio). Y mejoré.

SABIO: Para saber si es una bruja, antes decidme, ¿qué se hace con las brujas?

PUEBLO: ¡Quemarlaaaaaaas!

SABIO: ¿Y qué se quema con las brujas?

PUEBLO: ¡Más brujaaas!

SABIO: ¿A parte de más brujas?

PUEBLO: ¿Madera?

SABIO: Muy bien. ¿Y la madera no flota en el agua?

PUEBLO: Sí, sí, sí bueno.

SABIO: ¿Y que más flota en el agua?

PUEBLO: ¿Piedras pequeñitas?

PUEBLO: Hagamos un puente con ella y si flota... ¡es que es una bruja!

PUEBLO: ¡Es una bruja!

SABIO: No, no.

ARTURO: ¡Un ganso!

SABIO: Eso es. Un ganso flota en el agua. Si pesa lo mismo que un ganso esta hecha de madera, y por lo tanto... ¡Es una bruja!

Finalmente, la pesan con una balanza trucada, dando el mismo peso que un ganso. Por lo tanto, la queman.

«La vida es bella» (Benigni, 1997) es una película que fue éxito de taquilla y de crítica. A punto de estallar la Segunda Guerra Mundial, el extravagante Guido llega a la Toscana con la intención de abrir una librería. Allí conoce a Dora y, a pesar de que es la prometida del fascista Ferruccio, se casa con ella y tiene un hijo. Al estallar la guerra, los tres son internados en un campo de exterminio, donde Guido hará lo imposible para hacer creer a su hijo que la terrible situación que están padeciendo es tan sólo un juego.

Figura 6.22: Escena de la «La vida es bella» (Benigni, 1997), donde se enuncia y discute un problema.

La escena que se ha seleccionado se desarrolla en el contexto de una fiesta de la alta sociedad, donde Dora acude como invitada y Guido es camarero. En la mesa, se desarrolla un curioso diálogo con fuerte contenido matemático:

> DIRECTORA: Ya no digo en Berlín, sino en provincias, en Graverick. En el tercer grado, ¡fijaos qué problema les pusieron! Me acuerdo porque me impresionó. Problema: un demente cuesta al Estado 4 marcos diarios, un mutilado 4 marcos y medio, un epiléptico 3 marcos y medio. Visto que la cuota media es de 4 marcos diarios y que los pacientes son 300.000, ¿cuánto se ahorraría el Estado si estos individuos fueran eliminados, suprimidos?
> DORA: ¡Dios mío, no es posible!
> DIRECTORA: Ésa es la reacción que tuve yo, Dora: ¡Dios mío, no es posible! No es posible que un pequeño de 7 años resuelva un problema de este género. Es un cálculo complejo, con proporciones, con porcentajes. Se requieren unas nociones mínimas de Álgebra. es un problema de Escuela Superior para nosotros.
> NOVIO DE DORA: ¡Qué va! Basta con una multiplicación. ¿Cuántos lisiados ha dicho que había? ¿300.000?

DIRECTORA: Sí.
NOVIO DE DORA: Pues 300.000 por 4. Si los matamos a todos nos ahorramos 1.200.000 marcos diarios. Es fácil, ¿no?
DIRECTORA: ¡Bravo! Pero tú eres un adulto. En Alemania lo resuelven los alumnos de 7 años. ¡Verdaderamente es otra raza!

6.2.5.2 *Secuencia didáctica*

1. **Vamos a ver una secuencia de la película «Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores» (Jones & Gilliam, 1975), de los Monty Python. Atentos a la cadena de razonamientos empleada para condenar a la "bruja". Ver la escena atentamente. Comentad entre vosotros si estáis de acuerdo con el juicio que se ha hecho a la bruja. ¿Es correcto el razonamiento? ¿Por qué? Anotad vuestras ideas porque luego las pondremos en común. Cada pareja debe elegir un portavoz.**

   Indicaciones para el profesor:
   Se realiza un debate en clase y una puesta en común. Lo disparatado de los diálogos hace que las conclusiones de los alumnos sean prácticamente imprevisibles. El objetivo simplemente es comprobar cómo se puede llegar a un resultado aparentemente correcto a partir de proposiciones falsas, siempre que la cadena de razonamientos sea lógica.

2. **Resuelve el siguiente problema, por parejas o pequeños grupos. Después, pondremos en común nuestros resultados:**

   > Un barco navega en el océano. Salió de Boston con un cargamento de lana. Desplaza 200 toneladas. Se dirige hacia Le Havre. El palo mayor se quebró; el camarero de las cabinas está en el puente; a bordo hay doce pasajeros. El viento sopla en la dirección E-NE. El reloj marca las 3 y cuarto. Es el mes de mayo. ¿Qué edad tiene el capitán?

Indicaciones para el profesor:
Este problema, conocido como *La edad del capitán*, es absurdo, pues los datos que se proporcionan no tienen nada que ver con lo que se pregunta. No obstante, muchos alumnos tratarán de acomodar los datos y realizar las más variopintas operaciones. El objetivo esta vez es ver que hay que leer bien los enunciados.

3. **Toma los datos de la escena de «La vida es bella» que vas a ver a continuación. Procede de la película La vida es bella y narra una discusión sobre las supuestas maravillas del sistema educativo alemán en lo que parece ser una cena de la alta sociedad. Resolver el "problema" que plantea la escena: ¿cuánto se ahorraría el Estado si estos individuos fueran eliminados, suprimidos?**

Indicaciones para el profesor:
Parar el fragmento en el momento adecuado (antes de que se muestre la solución) y proponer la actividad.

Indicaciones generales para el profesor:

Al estar en los temas correspondientes a ecuaciones, es previsible que los alumnos traten de plantear una ecuación, incluso un sistema de ecuaciones, cuando con una simple multiplicación (como se ve al final de la escena) se puede resolver. Por otro lado, en el enunciado no se especifica cuántos dementes, mutilados o epilépticos hay, o su proporción, por lo que se tiene que asumir como buena la estimación de que hay el mismo número de todos ellos. Después, se continúa con el visionado. El profesor proporcionará los datos de la película a los alumnos, por si sienten curiosidad y desean verla completa en casa. La escena da pie a debatir sobre el papel de las matemáticas en nuestra sociedad. Evidentemente, lo que sugiere la señora con afinidad nazi es una aberración, pero podemos plantear las siguiente pregunta en un debate abierto:

> ¿Se pueden emplear las matemáticas de forma malintencionada, como en la escena que acabamos de ver? ¿Cómo?

> Muchas veces, se presentan como ciertos resultados matemáticos parciales y sesgados, que al parecer correctos, se dan por válidos.

6.2.5.3 *Configuración epistémica*

La escena seleccionada de la película «Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores» no presenta objetos puramente matemáticos, más allá de la argumentación en torno al juicio sobre brujería. Tanto con el visionado como con la tarea que se propone se persigue el objetivo de trabajar con el registro semiótico del lenguaje común que, como se verá, es fuente de diversos obstáculos para el alumnado.

En el fragmento de «La vida es bella» (Benigni, 1997) destaca el problema sobre el coste económico de mantenimiento de enfermos crónicos, enunciado de forma explícita por uno de los personajes que se sientan a la mesa. Dicha situación tiene lugar en un contexto de segundo orden, puesto que en la película se evoca ese contexto, no es tangible. A partir de la enunciación, tienen lugar una serie de argumentaciones. Las primeras tienen un carácter intuitivo y versan sobre la propia dificultad del problema. Finalmente, el novio de Dora, que introdujo el problema, argumenta la solución, indicando que no es tan difícil. En las tareas se desarrolla la articulación de estos objetos, profundizando en los procedimientos de resolución de problemas y formulación de expresiones algebraicas.

6.2.5.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

El fragmento de «La vida es bella» da pie a un obstáculo fuertemente dependiente del momento en el que se plantea la actividad. Si se opta por utilizar esta secuencia didáctica en los temas de álgebra, como proponemos, los alumnos estarán habituados a emplear ecuaciones como medio de resolución de los problemas. Así, tratarán de reducir la cuestión del enunciado a una expresión algebraica y proceder a su resolución. Este hecho se potencia debido a que tal como se enuncia el problema, parece que invita a utilizar ecuaciones, pues de una manera similar a los problemas de los

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo 1	Vídeo 2	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3
Lenguaje	Verbal	Acusación de la bruja, lógica pero partiendo de falsedades	•				
	Verbal	Enunciado del problema de *la edad del capitán* y en *La vida es bella*				•	
	Verbal	Comunicaciones de los alumnos			•	•	•
	Simbólico	Resolución algebraica del problema					•
Conceptos - definición	Razonamiento lógico	Definición básica de razonamiento lógico. Algunos conectores.	•		•		
	Sistema de ecuaciones	El problema de *La vida es bella* podría comenzar a plantearse como un sistema		•			•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Traducir a lenguaje matemático					•
	Contextualización	Expresar el resultado dentro del contexto					•
	Análisis	Análisis lógico y de significado de las conversaciones	•	•	•	•	•
Proposiciones	Enunciados proposicionales	Cadenas correctas de enunciados lógicos pueden dar como resultado verdades aparentes, partiendo de falsedades	•	•			
Argumentos	Razonamiento deductivo	El razonamiento se basa en falsas premisas. Averiguar qué se pide .	•	•	•	•	•

Tabla 6.11: Configuración epistémica de la secuencia basada en «La vida es bella» y «Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores».

libros de texto, se introducen diferentes variables y magnitudes. Si en lugar de verse en el bloque de álgebra se viera en el de números, los alumnos tratarían de resolverlo sin ecuaciones y, posiblemente, con mayor tasa de éxito. La superación del obstáculo ocasiona una mejora en la forma de enfocar los problemas, obligando a los alumnos a poner sobre la mesa las técnicas que conocen para elegir la mejor.

El juicio de la bruja en «Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores», presenta un obstáculo similar. Los diálogos nos muestran cómo se puede manipular la opinión de alguien mediante la utilización de proposiciones que, siendo formalmente correctas, parten de supuestos absurdos.

En definitiva, todas las tareas van encaminadas a superar el obstáculo que constituyen los enunciados de los problemas a los alumnos.

6.2.5.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA Ambas escenas muestran elementos argumentativos contextualizados, si bien en la de Los caballeros de la mesa cuadrada es un contexto de primer orden y la de La vida es bella de segundo orden. En el primer caso, no hay objetos matemáticos. Sin embargo, se justifica su aplicación didáctica por la complejidad de los argumentos y proposiciones lógicas presentes en los diálogos. En ese sentido, es idónea debido a que permite trabajar técnicas de análisis de enunciados, fundamentales de cara a extraer y discriminar los datos con los que resolver un problema.

El fragmento de «La vida es bella» permite avanzar en el análisis de enunciados a la vez que introduce una situación-problema puramente matemática, de manera explícita. Las argumentaciones que se proporcionan a continuación están conectadas entre sí y son un indicador de que la idoneidad epistémica es alta.

IDONEIDAD COGNITIVA Se trata de una actividad que profundiza en el uso del lenguaje. Éste, en ambas escenas, es adecuado y perfectamente comprensible para los alumnos. La rapidez de los diálogos, sobre todo en el caso de Los caballeros de la mesa cuadrada, puede requerir un segundo visionado. En cualquier caso, en el plano lingüístico son idóneas ambas escenas.

Por otro lado, los objetos matemáticos de los que se compone la situación-problema planteada en el fragmento de La vida es bella y los necesarios para resolver las tareas son adecuados al nivel cognitivo de alumnos de 2º de ESO.

IDONEIDAD INTERACCIONAL El objetivo de la actividad es trabajar la componente lingüística. Ello exige que la idoneidad interaccional sea elevada, lo que se consigue a priori reservando espacios abundantes para la interacción. Además, las tareas deben favorecer la generación y desarrollo de estas interacciones, de forma que no parezcan forzadas. La comicidad de la escena del juicio medieval, y el hecho de que no se relacione de forma aparente con ningún contenido matemático, contribuye a la espontaneidad de las comunicaciones. El fragmento de La vida es bella, por el contrario, sí que se percibe cercano a las matemáticas. No en vano, se enuncia un problema de forma tradicional. Sin embargo, el enunciado es tan polémico que incita a opinar sobre él, a la vez que invita a los alumnos a realizar los cálculos correspondientes.

IDONEIDAD AFECTIVA Ambas películas están dirigidas a un público más adulto, eso es indudable. No obstante, en ocasiones «La vida es bella» se emplea para tratar temas transversales en horas de tutoría. En cualquier caso, en principio, las películas no conectan de forma directa con los intereses del alumnado, acostumbrados a ver otro tipo de cine. Ahora bien, sí que es posible que la escena del juicio por brujería les resulte cómica y que el diálogo de «La vida es bella» les provoque curiosidad. En este caso, la idoneidad afectiva sería media, dependiendo del grupo en concreto al que se dirija la actividad.

IDONEIDAD MEDIACIONAL No abundan los recursos para trabajar técnicas de resolución de problemas de forma adecuada. El principal obstáculo, como hemos comentado, es que los alumnos tienen dificultades en analizar los enunciados para extraer la información relevante y, de esta manera, poder elegir la técnica de resolución más adecuada.

El visionado de los fragmentos no consume más de 5 minutos de tiempo lectivo, por lo que son lo suficientemente breves como para poder repetirse. La idoneidad mediacional es alta, pues se utiliza un recurso de aula de forma óptima, maximizando los beneficios cognitivos al mostrar situaciones contextualizadas y argumentos.

IDONEIDAD ECOLÓGICA Las actividades que se plantean a partir de los fragmentos seleccionados de «La vida es bella» y «Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores» están orientadas directamente a tratar el bloque de contenidos comunes y, más concretamente, estrategias de resolución de problemas. Dado que las cuestiones acerca de la escena de «La vida es bella» pueden ser resueltas mediante ecuaciones, lo más apropiado sería enmarcar la implementación en el bloque de álgebra. Así, como se refleja en la figura 6.23, se trabajan contenidos curriculares propios del bloque común, de números y de álgebra.

Con las cuestiones planteadas se busca fomentar el pensamiento crítico y el análisis de enunciados. Nunca se incidirá lo suficiente este punto a lo largo del curso con nuestros alumnos, muchos de los cuales se bloquean cuando un enunciado consta de más de dos líneas.

Únicamente por ello, la idoneidad ecológica a priori es alta. Sin embargo, otro aspecto que contribuye a elevar el grado de idoneidad es que la escena de «La vida es bella» contempla la formación en valores democráticos al expresar con números (de forma bastante simplista) el coste que suponen para el estado las políticas sociales. Además, ambos fragmentos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares, ya que las actividades que se plantean tienen realmente sus raíces en el trabajo de la competencia lingüística (comprensión lectora).

Esta secuencia se relaciona con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

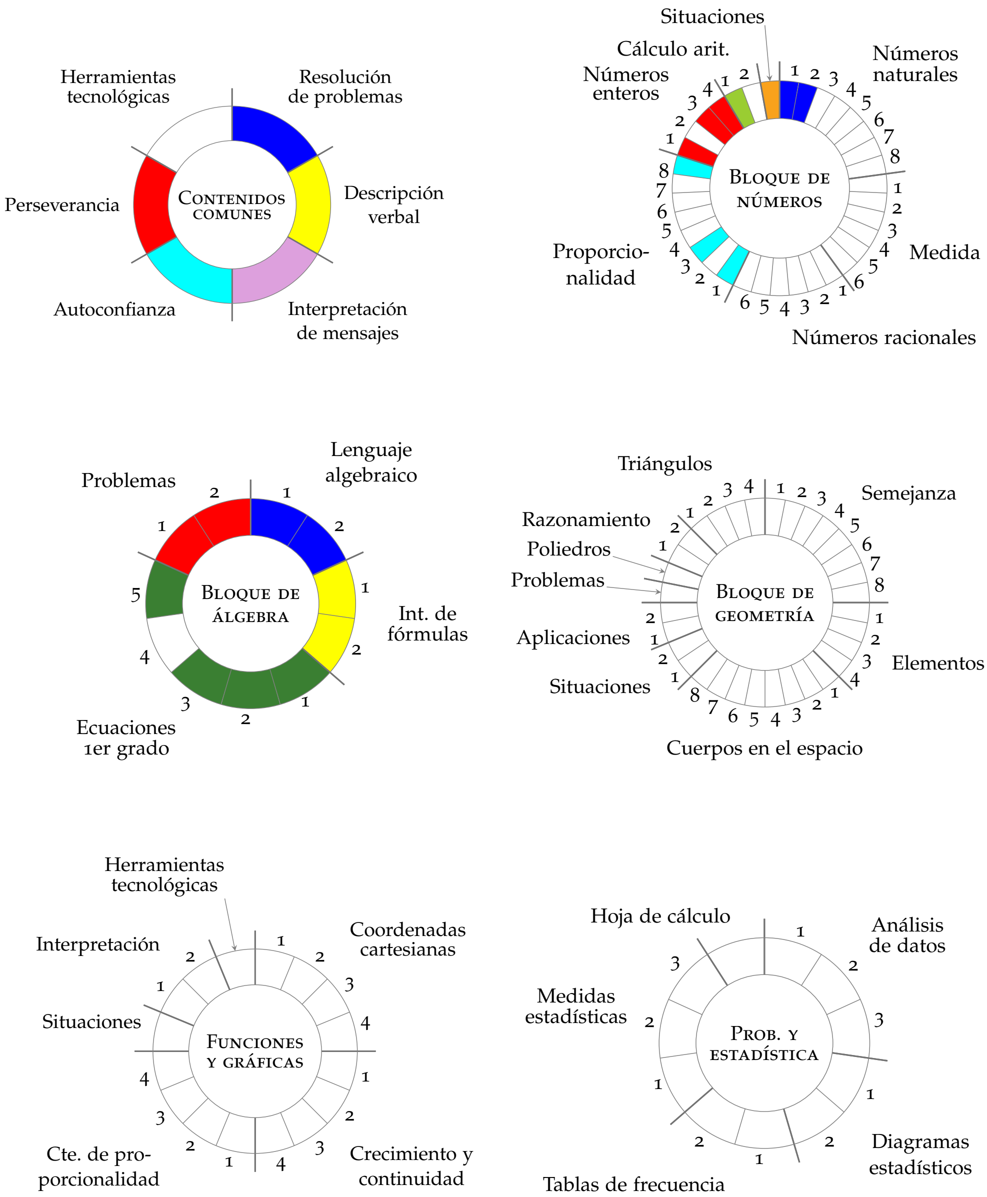


Figura 6.23: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en los fragmentos de «La vida es bella» (Benigni, 1997) y «Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores» (Jones & Gilliam, 1975).

CRITERIO 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

Alguna de las tareas propuestas exige simplemente la utilización de números enteros y fracciones para, una vez analizada la situación-problema, ofrecer la solución correcta.

CRITERIO 4 *Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar e incorporar el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado como una herramienta más con la que abordar y resolver problemas.*

Aunque realmente no es necesaria la utilización del lenguaje algebraico para resolver los problemas planteados, habrá alumnos que intenten abordarlos traduciendo el enunciado al simbolismo propio del álgebra. Es una oportunidad por lo tanto para evaluar de acuerdo con este criterio.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

Sin duda, el criterio más relacionado con esta secuencia es el dedicado a la resolución general de problemas. Estrategias y competencias fundamentales en ese sentido, tales como el análisis de enunciados, se tratan de forma directa con las tareas de esta secuencia didáctica, de manera que el docente puede evaluar el grado de dominio del alumnado y las actitudes que muestra.

6.3 bloque de funciones y gráficas

6.3.1 *Los Simpson Inteligencia vs Felicidad*

6.3.1.1 *Descripción del fragmento*

En esta ocasión, en el capítulo de «Los Simpson» (Groening, 1989) titulado *HOMR*, de la temporada 12, Homer acude a Lisa, apesadumbrado por lo desgraciado que se siente desde que, según él, tiene cerebro. Lisa le contesta de la siguiente manera:

> LISA: Papá, según aumenta la inteligencia, a menudo desciende la felicidad... De hecho, ¡he trazado un gráfico!

Figura 6.24: Imagen de «Los Simpson» (Groening, 1989) que muestra una gráfica que relaciona inteligencia y felicidad.

6.3.1.2 *Secuencia didáctica*

1. **Dibuja la gráfica de Lisa tal y como nos la muestra en pantalla.**

Indicaciones para el profesor:
Como primer paso, los alumnos deben copiar la gráfica en su cuaderno. De esta manera, la pueden tener disponible para las reflexiones que posteriormente harán sobre ella.

2. **¿Qué le está diciendo Lisa a Homer con esa gráfica?**

   Indicaciones para el profesor:
   Esta cuestión se tratará en forma de debate, dejando a los alumnos expresar libremente sus opiniones al respecto. Se puede aprovechar para introducir algo de vocabulario: eje horizontal o de abscisas, eje vertical o de ordenadas, creciente, decreciente. Antes de pasar a la siguiente cuestión nos hemos de asegurar de que se entiende la gráfica.

3. **Sitúa a cada miembro de la familia Simpson en la gráfica, mediante un punto para cada uno (Homer, Marge, Bart, Lisa y Maggie), diciendo por qué los ponéis donde los ponéis.**

   Indicaciones para el profesor:
   Los personajes de «Los Simpson» son de sobra conocidos por nuestros alumnos. No obstante, realmente es irrelevante dónde coloquen a cada miembro de la familia, con tal de que la explicación de por qué los sitúan donde los sitúan sea correcta.

4. **¿Cómo cambiaría la gráfica si intercambiamos los ejes? Es decir, ponemos la inteligencia en el eje vertical (ordenadas) y la felicidad en el horizontal (abcisas).**

   Indicaciones para el profesor:
   Invirtiendo los ejes nos aseguramos de que los alumnos entienden la gráfica, dibujándola de nuevo en sus cuadernos.

5. **Trazad otras gráficas que relacionen la inteligencia con otras cosas, como por ejemplo, las notas. Discutid si estáis de acuerdo con las gráficas de los otros grupos.**

   Indicaciones para el profesor:
   Esta última cuestión se trabaja en pequeños grupos. Cada grupo trabaja sobre una gráfica diferente, discutiendo las propiedades de la misma (creciente o decreciente) y estableciendo un significado para la misma.

Indicaciones generales para el profesor:
La secuencia nos permite introducir la interpretación de funciones y gráficas de una manera amena. La actividad se realizará inicialmente en parejas o pequeños grupos, para después poner en común las conclusiones a las que se hayan llegado. Es importante que los alumnos se expresen para que el profesor pueda identificar si se está interpretando bien la gráfica o no. Al final de cada actividad, se validan las proposiciones correctas y el profesor aporta su visión, institucionalizando el sistema de prácticas.

6.3.1.3 *Configuración epistémica*

En el fragmento de «Los Simpson» aparecen dos registros semióticos diferentes para expresar una idea. Por un lado, tenemos la hoja donde Lisa muestra la gráfica y, por otro, la explicación verbal de la misma.

Implícitamente, aparecen diversos conceptos asociados a la idea de gráfica. Por supuesto, tenemos el subyacente concepto de función, que en este nivel educativo tiene un carácter introductorio, cobrando más interés las nociones de crecimiento y decrecimiento.

En el plano procedimental estamos trabajando la representación gráfica de funciones y de puntos en los ejes coordenados.

Argumentalmente el fragmento es bastante explícito, Lisa explica la gráfica en términos de crecimiento y decrecimiento, posiblemente con el mismo lenguaje que emplearía el profesor en clase para introducir dicha forma de argumentar en torno a una gráfica.

6.3.1.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Un conflicto epistémico que puede surgir tiene su origen en que la gráfica que enseña Lisa no presenta una escala numérica en ninguno de los ejes. Si los alumnos han visto alguna gráfica previamente, lo cual es bastante probable, es posible que alguno de ellos se pregunte por las unidades en que se mide la inteligencia o la felicidad.

6.3.1.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA La escena que hemos seleccionado en esta ocasión presenta una rica configuración epistémica. Quizá no en variedad de conceptos matemáticos, pues únicamente aparece la noción de función decreciente, pero sí en términos de cambio en los registros semióticos. Así, vemos claramente la gráfica, trazada en una hoja que bien pudiera haber salido del cuaderno de uno de nuestros alumnos. De hecho, en el fragmento se aumenta la imagen para que resulte más obvia todavía. Simultáneamente, Lisa explica la gráfica utilizando para ello el lenguaje común. El empleo de estos dos registros; es decir, el lenguaje común y la representación gráfica, contribuye a alcanzar una alta idoneidad epistémica.

IDONEIDAD COGNITIVA El alumnado de primer ciclo de ESO ya está habituado a interpretar gráficas. De hecho, las pruebas de evaluación internacionales, como PISA, revelan que es uno de los apartados con mayor tasa de superación. La explicación reside en que la interpretación básica de funciones sencillas es muy intuitiva, máxime si las magnitudes que se representan en cada uno de los ejes mantienen una relación ya conocida.

La actividad que se plantea puede servir para introducir el contenido dedicado a funciones y gráficas, movilizando los recursos cognitivos que ya posee el alumnado,

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5
Lenguaje	Verbal	Explicación de la gráfica por Lisa	•					
	Verbal	Explicación de las curvas por los alumnos			•	•	•	•
	Gráfico	Curva felicidad *vs* inteligencia	•		•	•	•	•
Conceptos - definición	Gráfica de una función. Propiedades.	Aproximación al concepto de función desde su rep. gráfica, además de propiedades tales como monotonía	•	•	•	•	•	
Acciones y procedimientos	Descontextualización	El objeto matemático (gráfica de función) debe descontextualizarse para poder ser institucionalizado						•
	Contextualización	Al explicar las curvas en cada caso, se hace en un contexto que aporta significado	•	•	•	•	•	•
	Representar funciones	En las tareas se propone representar gráficamente diferentes funciones			•	•	•	•
Proposiciones	Invariante por inversión	Al cambiar los ejes, se mantiene la monotonía					•	
Argumentos	Razonamiento inductivo	Argumentar el significado de las gráficas	•	•	•	•	•	•

Tabla 6.12: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Los Simpson» (gráficas).

con el objetivo de comprender qué está intentando decir Lisa a su padre con la gráfica. La idoneidad cognitiva es elevada, porque el nivel está adaptado al del público objetivo. Si bien no puede decirse que se trabaje en la ZPD desde el comienzo de la actividad, donde la intuición juega un papel fundamental, sí que se trabaja en los sucesivos apartados, donde se pone en juego el concepto de punto y de coordenadas, y los rudimentos para representar funciones.

IDONEIDAD INTERACCIONAL Plantear en forma de debate en pequeños grupos y con puesta en común la actividad asociada al fragmento del capítulo de «Los Simpson» ya es un indicador de idoneidad interaccional alta, pues se reservan espacios para el intercambio de información entre los alumnos y entre el profesor y los alumnos. Sin embargo, todavía es mejor si dichas interacciones son espontáneas. La escena es fácil de interpretar y su comicidad empuja a querer comentarla. Además, es remarcable el hecho de que la gráfica aparezca de forma tan explícita en una serie que, a priori, pareciera no tener nada que ver con las matemáticas. Ello provoca la curiosidad del alumno, que se motiva para contrastar la gráfica y comentarla con sus compañeros.

IDONEIDAD AFECTIVA Un elevado grado de idoneidad afectiva puede alcanzarse si la actividad conecta con los intereses personales o con las necesidades de los alumnos. En este caso que nos ocupa, más que una necesidad, el fragmento de «Los Simpson» se relaciona con un interés, ya que dicha serie de dibujos animados sigue siendo una de las favoritas de los adolescentes.

Por otro lado, el fragmento y las actividades a desarrollar en la secuencia didáctica correspondiente dan pie a un discurso emocional sobre las matemáticas en sí. La gráfica relaciona felicidad con inteligencia, lo que abre un debate a su alrededor en el que cada alumno puede expresar su opinión. El profesor, aprovechando que estamos en clase de Matemáticas, puede establecer asimismo una relación entre inteligencia y aptitudes para las matemáticas, o rendimiento académico en la materia. De esta manera, se le presenta al docente la oportunidad de detectar afectos y emociones hacia las matemáticas.

idoneidad mediacional El fragmento es breve, de alrededor de un minuto de duración, por lo que optimiza el tiempo lectivo disponible. Además, permite contextualizar la enseñanza de las gráficas, lo que favorece una elevada idoneidad mediacional. La contextualización no es directa, pues la gráfica que se muestra en pantalla pareciera estar adaptada didácticamente a un entorno de clase, sino que el contexto se va desarrollando conforme se realiza la actividad. Dicho en otras palabras, no se ve una aplicación práctica de las funciones y las gráficas en el fragmento, sino la transposición didáctica. Es mediante el debate que se introduce el contexto, que viene dado por la relación entre inteligencia y felicidad.

idoneidad ecológica La alta idoneidad ecológica de este pequeño fragmento de «Los Simpson» reside en que curricularmente es ideal para introducir los contenidos del bloque de gráficas. La gráfica que relaciona inteligencia y felicidad aparece de forma explícita y, realmente, la contextualización que puede hacerse se basa en el debate que surge en clase tras la visualización del fragmento. Es labor del profesor el guiar la participación del alumnado, abriendo líneas de contenidos transversales y educación en valores.

Así, los puntos del currículo oficial que se ponen en juego con esta secuencia se reflejan en la figura 6.25. Se corresponden con el bloque de contenidos comunes, debido a la alta carga de interpretación y comunicación de las tareas, así como con el bloque de funciones y gráficas, en el que se enmarca de forma natural.

Esta secuencia se relaciona con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

criterio 6 *Interpretar relaciones funcionales sencillas dadas en forma de tabla, gráfica, a través de una expresión algebraica o mediante un enunciado, obtener valores a partir de ellas y extraer conclusiones acerca del fenómeno estudiado.*

En el fragmento de «Los Simpson» se introduce una gráfica de forma explícita, para posteriormente plantear la secuencia didáctica. En ella, se promueve que los alumnos interpreten dicha gráfica y otras similares, comunicando sus argumentos.

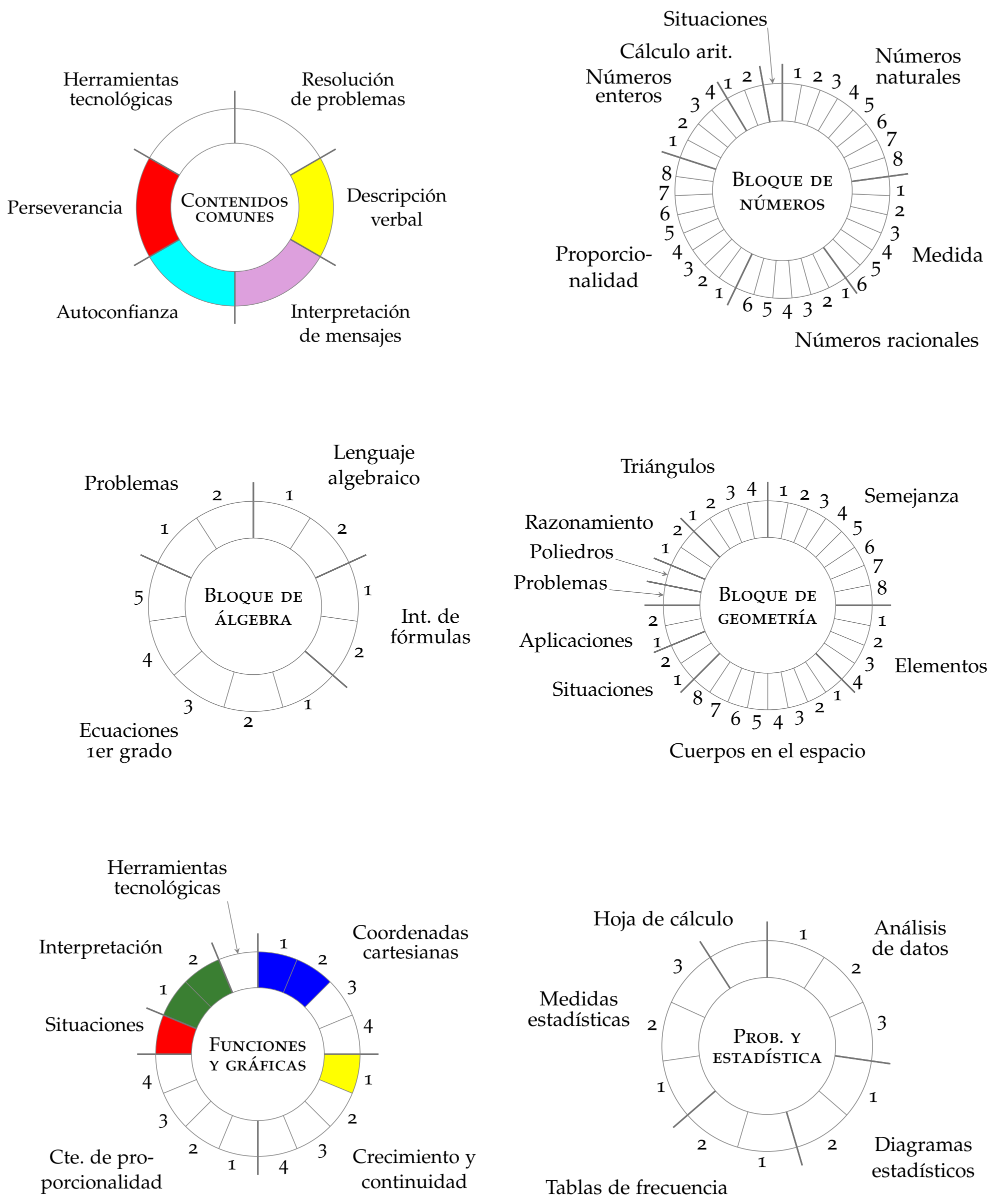


Figura 6.25: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Los Simpson» (Groening, 1989) (funciones)

6.3.2 *Pandorum - Crecimiento de la población*

6.3.2.1 *Descripción del fragmento*

«Pandorum» (Alvart, 2009) es una película de ciencia-ficción estadounidense, en la que el futuro de la humanidad depende de encontrar planetas habitables y colonizarlos, pues la Tierra está superpoblada.

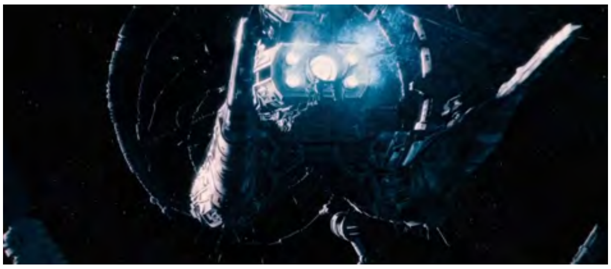


Figura 6.26: Introducción de «Pandorum», crecimiento de la población (Alvart, 2009).

6.3.2.2 *Secuencia didáctica*

La actividad se realizará inicialmente en parejas o pequeños grupos, para después poner en común las conclusiones a las que se hayan llegado. Es importante que los alumnos se expresen para que el profesor pueda identificar si se está interpretando bien la gráfica o no. Al final de cada actividad, se validan las proposiciones correctas y el profesor aporta su visión.

1. **Anota los datos que aparecen en el comienzo de esta película de ciencia ficción. ¿Cuántos ceros tiene un billón? Escribe las cifras:**

    a) **Tal y como aparecen en pantalla**

    b) **Con todos los ceros**

    c) **En notación científica**

2. **Dibuja una gráfica con los puntos que has anotado en el apartado anterior y predice con cuántos habitantes se lanza la nave Elysium**

3. **Los datos de 1969 y 2009 son verídicos. Vamos a comprobar la solidez de vuestra gráfica intentando estimar los habitantes en 1900 y en 1800. Comprueba tu estimación buscando el dato en Internet.**

Indicaciones generales para el profesor:
La secuencia nos permite trabajar la interpretación de gráficas de funciones y alguna de sus aplicaciones. Los datos de la primera tarea son los siguientes:

- 1969 - 3,6 billones
- 2009 - 6,76 billones
- 2153 - 24,34 billones, la sonda espacial Paleo-17 llega a Tanis
- 2174 - ¿? Se lanza la nave Elysium

Hay que percatarse de que se trata de billones americanos, es decir, miles de millones.

6.3.2.3 *Configuración epistémica*

Se enumeran una serie de datos que permiten hacerse una idea de la evolución del número de habitantes en la Tierra. No obstante, puede decirse que estamos ante la representación de una función en forma de tabla, si ordenamos convenientemente los números que aparecen por pantalla.

El resto de los elementos que componen la configuración epistémica los pone en juego la secuencia de actividades. Los procedimientos que se trabajan, como la representación gráfica de los datos proporcionados en la tabla, se enmarcan en el contexto que proporciona la película, pero son introducidos fuera del fragmento audiovisual.

De esta manera, también en las actividades propuestas, aparece el concepto de función en diferentes registros semióticos (tabla, lenguaje verbal, gráfica). También entra en escena el concepto de crecimiento y decrecimiento.

Hay espacio también para las argumentaciones, sobre todo en la última cuestión, donde se propone al alumnado que estime el número de habitantes en dos momentos del pasado, a partir de sus gráficas, y que posteriormente lo compruebe realizando una pequeña investigación en Internet.

6.3.2.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Un primer obstáculo viene originado por la duplicidad de significados del término billón, que en el mundo anglosajón suele referirse a miles de millones (10^9), en lugar de millones de millones ($10^{1}2$). Se trata de una dificultad fácilmente superable que además permite explicar las numerosas confusiones que se tienen lugar, sobre todo en traducciones de películas y escritos.

Otra dificultad a la que se enfrentan los alumnos es el cambio de registros semióticos para representar la misma información. Así, en la introducción de la película los datos se exponen utilizando el lenguaje común y en formato numérico. En las tareas, se pide ordenar los datos en una tabla y construir una gráfica; es decir, se trata de trabajar en otros dos registros semióticos. El alumnado puede no ser capaz de ver la utilidad de expresar lo mismo una y otra vez, hasta que se alcanza la última tarea, donde se revela el potencial uso como estimador de las gráficas (de una manera bastante visual y simplificada).

6.3.2.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA Realmente, la introducción de esta película menor de ciencia-ficción es pobre en objetos matemáticos y, como hemos mencionado, es en la secuencia de actividades donde se introducen la mayoría de ellos.

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3
Lenguaje	Numérico	Datos que aparecen en el prólogo de la película	•			•
	Gráfico	Gráficas realizadas por los alumnos		•	•	
	Verbal	Comunicaciones de los alumnos		•	•	
Conceptos - definición	Función. Propiedades y gráfica.	A partir de los datos se forma una tabla con la que se introduce el concepto de función.		•	•	
	Interpolación	Unión de los puntos representados con una recta.		•	•	
Acciones y procedimientos	Descontextualización	El objeto matemático (función, gráfica) debe descontextualizarse para poder ser institucionalizado		•	•	
	Contextualización	Las gráficas realizadas se explican dentro del contexto que proporciona el fragmento			•	
	Búsqueda de info	Utilización de las TIC para documentarse				•
	Rep. gráfica	Dada una tabla, representar la función			•	
Proposiciones	Monotonía	En una función creciente, al unir dos puntos con una línea recta (interpolación) la pendiente es positiva.			•	
Argumentos	Razonamiento deductivo	Comentarios de la gráfica. El crecimiento no es lineal. Aumenta con el tiempo			•	

Tabla 6.13: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Pandorum».

En conjunto, la idoneidad epistémica se ve fortalecida porque a lo largo de la secuencia de aula se relacionan diferentes registros semióticos sobre los que pivota el concepto de función.

Por un lado, la elaboración de una tabla a partir de los datos que se muestran por pantalla obliga al alumnado a utilizar la representación tabular como registro semiótico, de tipo numérico, con la peculiaridad de que los datos se presentan obedeciendo un orden. Dicha tabla se utiliza posteriormente para expresar la misma información pero en otro registro semiótico, de forma gráfica. Además, para articular la interacción en el trabajo en pequeños grupos se utiliza el lenguaje verbal, con lo que en conjunto, la secuencia didáctica posee una articulación coherente de diversos registros semióticos en torno a varios objetos matemáticos.

IDONEIDAD COGNITIVA La idoneidad cognitiva es alta, ya que la actividad se alinea perfectamente dentro de una programación didáctica típica de primer o segundo curso de la ESO. En el caso de utilizarla en primero, cobraría más importancia el trabajo dentro de la zona de desarrollo próximo, ya que es la primera vez que los alumnos se enfrentan de forma sistemática a la elaboración de gráficas. En segundo curso la secuencia didáctica adquiere un tono de refuerzo, siendo lo óptimo el plantearla antes de introducir la representación gráfica a partir de una expresión algebraica.

No requiere tampoco de modificaciones adicionales para aquellos alumnos que necesiten adaptaciones curriculares, significativas o no, ya que las cuestiones se plantean de forma que la dificultad es gradual.

IDONEIDAD INTERACCIONAL La introducción de esta película está pensada para situar al espectador en el contexto en que se desarrollará la acción, a la vez que genera cierto nivel de intriga. Los datos que proporciona son lo suficientemente contundentes como para provocar curiosidad y favorecer la discusión e interacción en torno a ellos. Si a ello se añade que las tareas propuestas incluyen espacios para la interacción, resulta que la idoneidad interaccional es elevada a priori.

IDONEIDAD AFECTIVA Las películas de acción forman parte de los gustos del alumnado de estas edades, por lo que van a tener una predisposición positiva a realizar las tareas propuestas. Quizá la breve duración de la introducción y, sobre todo, el hecho de que no se muestren escenas de la película, le resten algo de idoneidad afectiva.

IDONEIDAD MEDIACIONAL Al presentar un contexto de utilización para un sistema de objetos matemáticos (tablas, gráficas) mediante la utilización de un fragmento de duración breve (inferior a dos minutos), la relación coste-oportunidad es francamente positiva.

IDONEIDAD ECOLÓGICA La intención original de este fragmento es la de contextualizar la película. Así, sitúa al espectador en un mundo futurista, con una Tierra superpoblada y una humanidad en búsqueda de recursos. Igualmente, en clase de Matemáticas también servirá para contextualizar contenidos del bloque de gráficas. En términos curriculares, trabajamos de forma directa la interpretación de datos expuestos en una tabla y su conversión a formato gráfico (ver figura 6.27).

Hay otros factores que refuerzan la idoneidad ecológica, como el hecho de que estamos trabajando la educación en valores y fomentando el pensamiento crítico.

Esta secuencia se relaciona con el siguiente criterio de evaluación oficial:

CRITERIO 6 *Interpretar relaciones funcionales sencillas dadas en forma de tabla, gráfica, a través de una expresión algebraica o mediante un enunciado, obtener valores a partir de ellas y extraer conclusiones acerca del fenómeno estudiado.*

La tarea tienen como objetivo la interpretación de una serie de datos expresados en forma de tabla. Para ello, se propone su visualización gráfica, a partir de la cual se elaboran y se argumentan las conclusiones. De esta manera, el criterio 6 se relaciona directamente con esta secuencia didáctica.

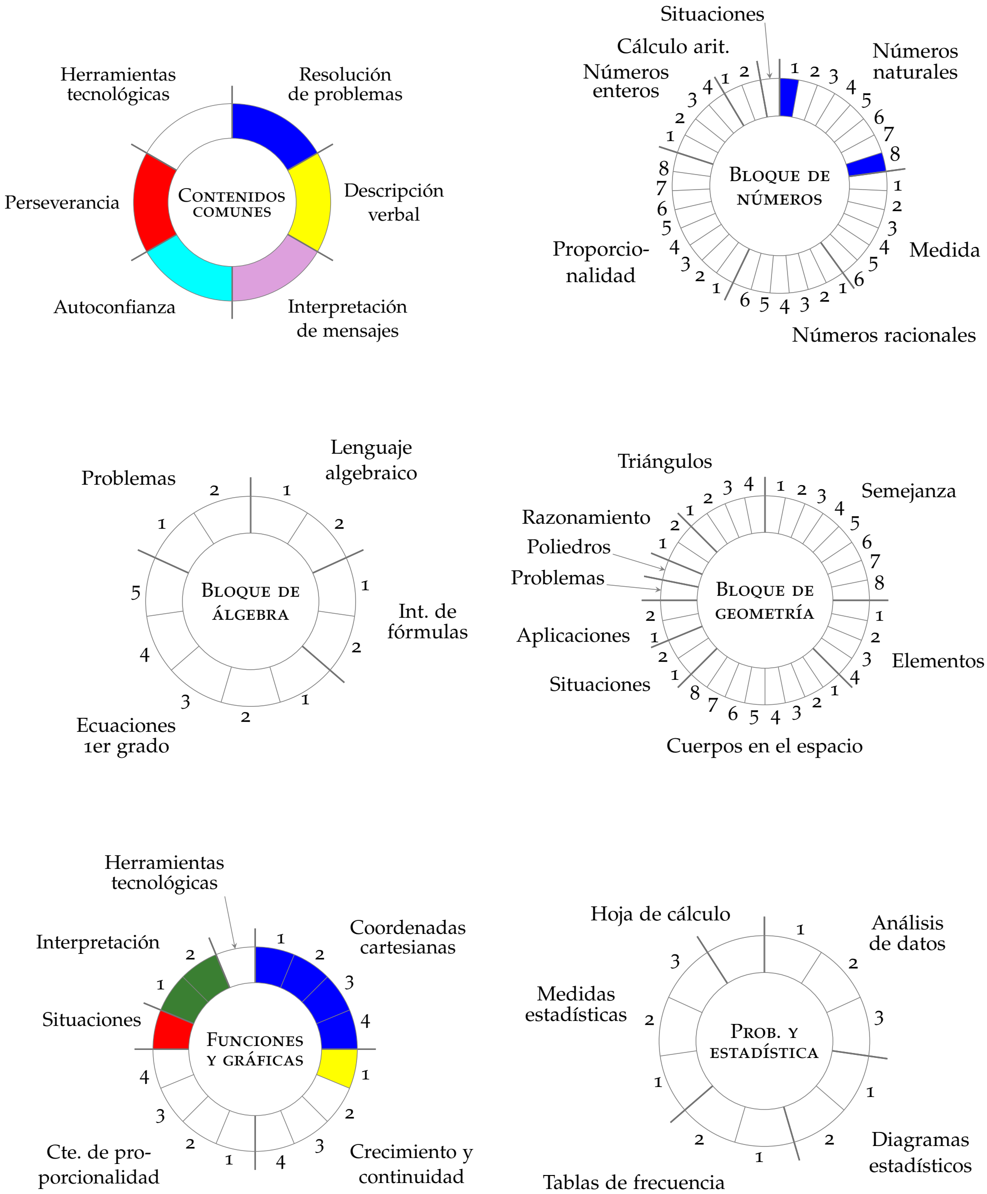


Figura 6.27: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Pandorum» (Alvart, 2009)

6.4 BLOQUE DE GEOMETRÍA

6.4.1 *Annapolis: ángulos*

6.4.1.1 *Descripción del fragmento*

«El desafío (Annapolis)» (Lin, 2005) es una intrascendente película estadounidense que relata una historia de superación personal en un ambiente militar. En el fragmento que hemos seleccionado unos aspirantes en una academia militar de élite están realizando un examen de matemáticas, aparentemente complicado y bajo una situación de presión emocional.

Se cometen dos errores en los ángulos que escriben en la pizarra. Aunque no se llega a saber cuáles son los cálculos exactos que realizan los estudiantes, es posible descubrir dichos errores. Los ángulos incorrectos son:

54° 85′ N 40° 80′ N

Figura 6.28: La pizarra de esta escena de «El desafío (Annapolis)» (Lin, 2005) muestra errores en los ángulos.

6.4.1.2 *Secuencia didáctica*

1. **En la siguiente secuencia veremos que hay que saber calcular en momentos de tensión. Y no cometer errores. De hecho, antes de acabar la escena ya deberíamos ser capaces de saber que no iban muy bien encaminados. Se cometen dos errores, ¿sabrías descubrirlos?**

   Indicaciones para el profesor:
   Cuando expresamos un ángulo en grados, minutos y segundos, no podemos superar los 60'. Plantearemos la actividad por pequeños grupos para luego poner en común las soluciones, o directamente a la clase entera. Además de descubrir los errores, los alumnos deben expresar correctamente los ángulos.

2. **¿Qué tipo de cálculos podrían estar haciendo los cadetes?**

   Indicaciones para el profesor:
   Simplemente se trata de que los alumnos vean alguna aplicación de la trigonometría, como el establecimiento de posiciones (latitud, longitud).

6.4.1.3 *Configuración epistémica*

La escena seleccionada no es que sea especialmente rica en objetos matemáticos. Simplemente aparecen unas anotaciones en una pizarra conforme los cadetes realizan el problema asignado.

Así, el lenguaje verbal empleado se limita a expresar ciertos ángulos (por ejemplo: "54 grados 85 minutos norte". Los personajes de la escena escriben dichos ángulos en la pizarra, con lo que están empleando otro registro semiótico. El contexto en el que se desarrolla la acción es un examen en una academia militar que, por otro lado, evoca a su vez otro contexto relacionado con ciertas maniobras militares, navales seguramente.

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2
Lenguaje	Verbal	Conversación de los cadetes. Comm. de los alumnos sobre los gazapos	•	•	•
	Numérico	Números en la pizarra de los cadetes	•		
	Simbólico	Símbolos en la pizarra, que indican sistema sexagesimal	•		
Conceptos - definición	Ángulo	No aparece explícitamente en el fragmento, se institucionaliza con las tareas.		•	
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Este proceso es mínimo, ya que el contenido matemático se encuentra escrito en la pizarra		•	
	Contextualización	Para dar sentido a los resultados, se propone la última tarea			•
	Ops. con ángulos	Suma y resta		•	
Proposiciones	Sistema sexagesimal	60 segundos hacen un minuto, 60 minutos un grado...		•	•
Argumentos	Razonamiento deductivo	Ángulos que difieren en 360º son equivalentes, pudiendo indicar en todo caso el número de vueltas según el contexto		•	•

Tabla 6.14: Configuración epistémica de la secuencia basada en «El desafío (Annapolis)».

6.4.1.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Un primer visionado del fragmento de la película puede ser insuficiente, porque los alumnos suelen prestar atención al protagonista y, en esta ocasión, no es el que comete los gazapos. Este obstáculo se soluciona fácilmente con un segundo visionado, el cual es posible debido a la brevedad de la escena.

El obstáculo más importante es de carácter epistemológico. Los ángulos, que en este nivel educativo se expresan en grados, se escriben y se leen utilizando el sistema sexagesimal, en el que un grado son 60 minutos y un minuto, 60 segundos. La naturaleza de este sistema de numeración es diferente a la del sistema decimal, que es el que utilizan los alumnos normalmente, además de ser el que se emplea en la vida cotidiana para expresar cantidades y magnitudes. No obstante, hay una situación de lo más común en la que se emplea el sistema sexagesimal, y es la expresión del tiempo en horas, minutos y segundos. De hecho, establecer una analogía entre leer la hora en un reloj analógico y la lectura de grados angulares es una estrategia típica que puede seguir el profesor para facilitar la superación de este obstáculo.

6.4.1.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA Si bien es cierto que los ángulos se expresan mediante el uso de dos registros semióticos diferentes; es decir, el lenguaje verbal y el lenguaje escrito, éstos no aportan mucho al alumnado de primer ciclo de la ESO. Esto es debido a que los alumnos de este nivel curricular ya tienen suficientemente interiorizados estos registros y su relación cuando se trata de escribir cantidades numéricas. Lo que resulta interesante de cara a la idoneidad epistémica es el doble contexto que ofrece. Por un lado, el marco que proporciona de forma explícita la prueba o examen a la que se enfrentan los protagonistas y, por otro lado, la situación real que simula dicho examen (algún tipo de maniobra naval, cálculo de rutas, etc).

IDONEIDAD COGNITIVA Al tratarse de una actividad cuyo objetivo es la búsqueda de un error, sólo puede ser planteada a los alumnos después de que éstos se hayan apropiado (al menos en parte) del significado del objeto matemático que permite detectar dicho error. En este caso, los alumnos precisan conocimientos fundamentales del sistema sexagesimal y conocer el procedimiento de cómo y cuándo pasar de segundos a minutos y a grados.

Por este motivo no se puede decir que estemos trabajando en la zona de desarrollo próximo, ya que no vamos a introducir ningún nuevo significado, sino que vamos a reforzar los previamente introducidos a los alumnos.

Éstos deben tener claro que, en el sistema sexagesimal, un grado está formado por 60 minutos y que, a su vez, 60 segundos forman un minuto. Es un concepto que los alumnos deben tener claro sino en primer curso de la ESO, sí en 2º, así como los procedimientos que permiten transformar un número del sistema decimal al sexagesimal.

IDONEIDAD INTERACCIONAL Tal como se plantea la actividad, hay momentos reservados para la comunicación entre los alumnos, además de la necesaria comunicación de las reglas de la misma por parte del profesor. Además, el propio fragmento favorece la transmisión espontánea de ideas por parte del alumnado, ya que una vez que se descubre el gazapo la primera intención es querer compartirlo (quizá para apuntarse el mérito el descubridor, pero no parece ser el único motivo). También se puede generar algún comentario acerca del modo de examinarse en la academia militar de la película, o acerca de la presión que exige trabajar de esa manera.

IDONEIDAD AFECTIVA La película pertenece a uno de los géneros, el de acción, que más les gusta a los alumnos de esta edad, sobre todo a los chicos. Además, es una película relativamente reciente. De esta forma, la idoneidad afectiva es elevada a priori y favorece actitudes positivas. Por otro lado, la búsqueda de errores también suele motivar mucho al alumnado.

IDONEIDAD MEDIACIONAL El fragmento es lo suficientemente breve (42 segundos) como para poder ser considerada una elección didáctica idónea mediacionalmente. No por la escasa duración, sino porque en ese poco tiempo que estamos dedicando estamos reforzando un concepto importante. La actividad que hemos planteado a partir de la escena tampoco debería alargarse mucho más allá de 5 minutos. Sin embargo, al contextualizar el concepto de ángulo y los procedimientos de transformación entre el sistema sexagesimal y el decimal, permite seguir trabajando con actividades puramente procedimentales manteniendo el mismo marco contextual. Es decir, que los estudiantes al enfrentarse a una larga serie de cálculos pueden imaginarse en el papel de los cadetes o, todavía de forma más realista, en un buque calculando rutas marítimas.

IDONEIDAD ECOLÓGICA La idoneidad curricular es elevada, pues trata contenidos directamente explicitados en la normativa oficial. Las actividades propuestas a partir de este fragmento se alinean con el bloque de geometría, permitiendo reforzar la noción de ángulo, ya vista en cursos anteriores. Además, como se expone en la figura 6.29, al realizar operaciones con ángulos que, esencialmente son números, se ponen en juego objetos propios de la aritmética y, por lo tanto, del bloque de números. Se han marcado también los contenidos comunes pues los alumnos tienen que analizar la escena para descubrir los errores, así como comunicar sus argumentos.

Esta idoneidad se ve aumentada por el hecho de que se muestra una aplicación práctica de la geometría, en concreto, del empleo de los ángulos para el cálculo de rumbos y posiciones. Llevando al extremo la necesidad de conocer estos conceptos, en la escena que estamos considerando, uno de los personajes (el instructor) afirma que es cuestión de vida o muerte.

Esta secuencia se relaciona con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 2 *Utilizar las unidades angulares, temporales, monetarias y del sistema métrico decimal para estimar y efectuar medidas,directas e indirectas, en actividades relacionadas con la vida cotidiana o en la resolución de problemas, y valorar convenientemente el grado*

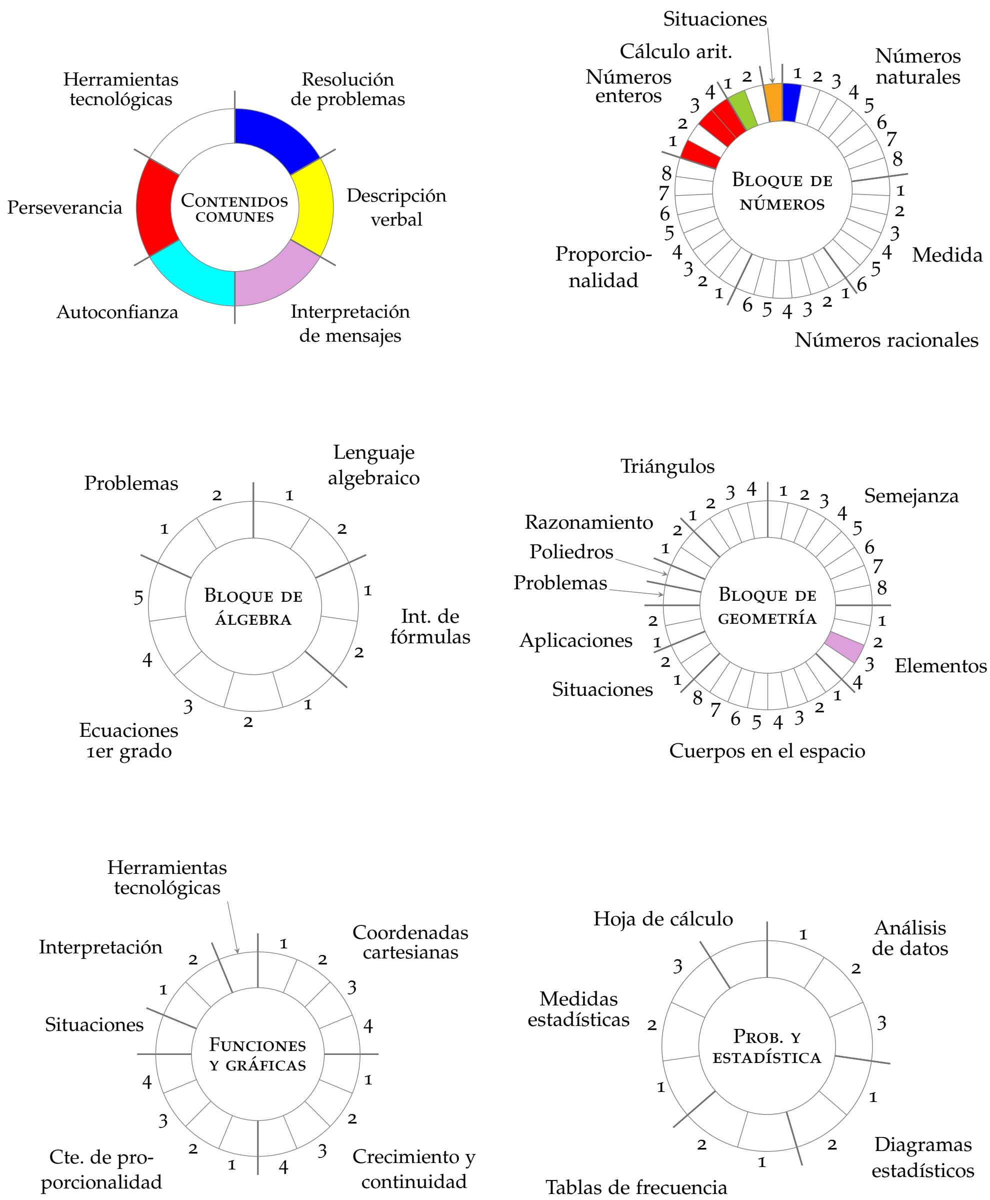


Figura 6.29: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «El desafío (Annapolis)» (Lin, 2005)

de precisión.

La detección satisfactoria de los gazapos es un fiel indicador de que el alumnado conoce y sabe utilizar el sistema sexagesimal, con lo que esta breve secuencia didáctica se relaciona directamente con este criterio de evaluación.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

La situación-problema que se plantea es la búsqueda de los gazapos en el fragmento de la película. Como éstos pueden aparecer tanto en los diálogos de la escena como en los objetos que se muestran por pantalla, los alumnos ponen en práctica estrategias típicas de resolución de problemas, como la descomposición del problema, el análisis sistemático de todos los elementos, etc.

6.4.2 *Numb3rs: volumen*

6.4.2.1 *Descripción del fragmento*

«Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005) es una serie de ficción estadounidense en la que en cada episodio se suele narrar la resolución de un caso criminal por el agente especial del FBI Don Eppes, con la ayuda de su hermano Charlie, que es profesor de universidad y genio matemático. En cada caso, Charlie aplica las matemáticas de una forma u otra.

En el segundo episodio de la cuarta temporada, han de resolver el asesinato de una chica en la mansión de un actor. El cuerpo sin vida de la joven aparece en la bañera. Los fragmentos que hemos seleccionado del episodio son:

1. Charlie tiene una idea para descubrir al asesino (37 segundos de duración)

2. Puesta en práctica de la idea de Charlie (2 minutos de duración)

3. Resultado de la implementación de la idea (1 minuto de duración)

Figura 6.30: Episodio 4x02 de «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005), estimación de un volumen sumergido.

El diálogo fundamental de la escena se reproduce a continuación:

CHARLIE: ¿Sabes qué? Creo que puedo decirle a Don el tamaño exacto del asesino que busca.

LARRY: ¿Cómo vas a hacerlo?

CHARLIE: Desplazamiento. Fíjate. Mira lo que le ocurre al nivel del agua cuando saco esta piedra.

LARRY: Sí, por supuesto, Charlie, el nivel baja.

CHARLIE: En una cantidad equivalente al del volumen de la roca. Don cree que el asesino estaba en... la bañera cuando la chica fue asesinada. Y cuando el asesino salió, el nivel del agua bajó...

LARRY: En una cantidad muy específica.

CHARLIE: Ahí es justo donde murió.

LARRY: Bien, eso es desagradable.

CHARLIE: Sal de ahí.

PROPIETARIO: Oigan, ¿ustedes están con el FBI?

LARRY: Sí, hola, somos...

CHARLIE: Soy Charles Eppes, y éste es Lawrence Fleinhardt.

PROPIETARIO: No parecen agentes del FBI.

...

PROPIETARIO: ¿Qué, resuelven crímenes con matemáticas? Sin ofender, ¿pero cómo se supone que eso funciona?

LARRY: Bien, no nos ofendemos.

CHARLIE: En este caso, estamos tratando de determinar... los parámetros básicos del tamaño del cuerpo del asesino... usando un método llamado"volumen sumergido". Mira, en esta foto... podemos ver que el nivel del agua en la bañera es... es justo por aquí.

PROPIETARIO: Sí, eso está estableciendo un nivel de agua alto...

CHARLIE: ...ahí es donde las cosas se complican. Ahora, sabemos por el video que la toalla estaba colgando...de manera tal que su borde inferior...estaba justo debajo del borde de la bañera. Y, el borde de la toalla estaba mojado.

CHARLIE: Tenemos que calcular la absorción de la toalla, evaporación, burbujas...pero sabemos que, en algún punto... el nivel mínimo de agua estaba justo por aquí.

CHARLIE: Mira, es alto porque alguien más estaba en el agua. El asesino.

LARRY: Sí, así que si medimos el volumen de agua entre esas líneas... podemos calcular el tamaño del cuerpo del asesino.

PROPIETARIO: Suena como salido de una película.

CHARLIE: Sólo que no tan genial.

6.4.2.2 *Secuencia didáctica*

1. **Si consideramos que la bañera tiene forma de prisma rectangular de una anchura de 80 cm y una longitud de 180 cm, ¿cuántos centímetros subió el nivel del agua con el supuesto asesino dentro de la bañera?**

   Indicaciones para el profesor:
   En el episodio de Numb3rs, el volumen de agua desalojado es de 89,6 litros.

2. **¿Cuántos centímetros subiría el agua de la bañera en tu caso?**

   Indicaciones para el profesor:
   Trabajar de forma individual este punto. Cada alumno debe anotar en una hoja de papel su nombre, su altura y lo que subiría el volumen de la bañera según sus cálculos. El profesor recoge las hojas para poder realizar la siguiente actividad.

3. **Ahora vamos a tener que descubrir al asesino. Nos dividimos en grupos de 5 o 6 compañeros y esperamos a que el profesor nos diga cuánto ha subido el nivel de la bañera. en cada grupo. Entonces comenzaremos nuestra búsqueda.**

   Indicaciones para el profesor:
   Dispondremos de todas las alturas y sus correspondientes aumentos de volumen para todos los alumnos. Únicamente hemos de seleccionar 4 o 5, dependiendo el número de grupos que se hayan formado, y asignarlos a cada uno de ellos.

6.4.2.3 *Configuración epistémica*

En esta ocasión, como en casi todos los episodios de «Numb3rs», nos encontramos con una configuración epistémica muy rica en objetos matemáticos contextualizados. La situación-problema de partida consiste en descubrir datos que aporten información sobre las dimensiones corporales del presunto asesino. Dicho en términos didácticos, el objetivo es averiguar las dimensiones de una persona en función del volumen de líquido desalojado. Así pues, en realidad estamos ante una aplicación práctica del principio de Arquímedes, con cierta dosis de estimación.

Los diálogos de los personajes muestran los argumentos que justifican la aplicación del método de una manera inusualmente explícita, en términos científicos muy próximos a una hipotética transposición didáctica. No en vano, los protagonistas explican al dueño de la casa qué están haciendo, por qué y con qué objetivo. El hecho de que al final van a trabajar con una estimación de las dimensiones del asesino queda claro cuando señalan que hay diversas variables en juego que resultan muy complicadas de tener en cuenta (burbujas, evaporación, etc.).

6.4.2.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

En los fragmentos seleccionados no se muestra cómo se calcula el volumen de la bañera. Las tareas están diseñadas de forma que se aproxima el recipiente por un prisma rectangular. La fórmula que proporciona el volumen de un prisma se presupone conocida para los alumnos, pero puede suponer un obstáculo en caso contrario.

6.4.2.5 *Idoneidad didáctica*

idoneidad epistémica La idoneidad epistémica de los fragmentos extraídos de este capítulo de «Numb3rs» es elevada. Las tareas propuestas no aportan mucha más riqueza a la configuración epistémica, porque no es necesario, ya que los vídeos presentan una muestra de objetos matemáticos rica y articulada. Esta actividad se aleja de las tradicionales que se encuentran en los libros de texto para trabajar con las fórmulas de los volúmenes de figuras geométricas, al presentar visualmente un contexto de primer orden. Los personajes, además, ponen en juego una serie de argumentos en un tono que, sin ser puramente didáctico, resulta próximo a lo que sería una exposición en clase.

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeos	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3
Lenguaje	Verbal	Conversación explicando cómo piensan descubrir datos sobre el asesino	•			
	Numérico	En uno de los fragmentos se especifican datos numéricos de la situación	•			
	Gráfico	En las tareas se dibuja la bañera como un prisma rectangular		•	•	•
Conceptos - definición	Volumen de un prisma	El volumen de la bañera lo calculamos como largo · ancho · alto	•	•	•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	El volumen del agua desalojada es equivalente (aprox.) al de un prisma	•	•	•	•
	Contextualización	Aportar significado a los resultados dentro del contexto de la escena	•	•	•	•
	Cálculo de volúmenes	Tras calcular el de la bañera y el del agua desalojada, se restan.	•	•	•	•
Proposiciones	Equivalencia de volúmenes	Dos cuerpos sumergidos que evacuan el mismo volumen de agua tienen el mismo volumen	•	•	•	•
Argumentos	Razonamiento deductivo	Teniendo en cuenta de densidad corporal, estimar las dimensiones del asesino	•	•	•	•

Tabla 6.15: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Numb3rs» (volumen).

IDONEIDAD COGNITIVA El alumnado de 2º de ESO ya ha tenido contacto con las fórmulas y procedimientos que permiten calcular áreas y volúmenes de figuras geométricas sencillas, por lo que esta secuencia es idónea cognitivamente. Además, los objetos matemáticos se introducen de forma visual o empleando un lenguaje sencillo.

IDONEIDAD INTERACCIONAL Si bien ya puede decirse que la idoneidad interaccional es alta cuando se reservan espacios para la comunicación entre los alumnos y entre el profesor y los alumnos, en este caso además se plantea una tarea en forma de juego. En dicha actividad hay que descubrir a un presunto asesino mediante la aplicación de los mismos métodos que los consultores del FBI de la serie. De esta manera, a la vez que se favorece la interacción, queda clara la forma en que los alumnos deben utilizar los sistemas de prácticas correspondientes, ya que han de justificar verbalmente sus deducciones.

IDONEIDAD AFECTIVA «Numb3rs» ofrece innumerables referencias matemáticas, pues en cada episodio se aplica por lo menos un concepto matemático. No obstante, en muchas ocasiones se trata de matemáticas más avanzadas que las que hemos seleccionado para esta actividad. Aún así, constituye un estupendo marco contextual para presentar conceptos, ya que no sólo muestra el funcionamiento de la unidad del FBI destinada a resolver este tipo de casos, sino que, como gran parte de la trama tiene lugar en el campus universitario donde trabaja Charlie, permite dar a conocer a los alumnos el modo de trabajo de los matemáticos profesionales. Por otro lado, es fácil para los alumnos asumir el rol de un investigador del FBI resolviendo un caso complicado (aparece en multitud de series y películas), y las actividades diseñadas a partir de este tipo de fragmentos tienden a motivar bastante a los alumnos, siendo que además «Numb3rs» es una serie conocida por ellos (como se demuestra en los cuestionarios).

IDONEIDAD MEDIACIONAL La relación coste-oportunidad es muy alta, pues no se consume excesivo tiempo lectivo y se contextualiza la enseñanza de los volúmenes de figuras geométricas.

IDONEIDAD ECOLÓGICA La escena ofrece una contextualización del procedimiento del cálculo de volúmenes, alejado de los típicos enunciados que aparecen en los libros de texto, dando lugar a una secuencia didáctica donde se trabajan contenidos incluidos en el currículo, principalmente dentro del bloque de geometría. Sin embargo, como se muestra en la figura 6.31 también se tratan puntos de los bloques común y de números.

La conexión con el principio de Arquímedes es más que notoria, por lo que estamos incidiendo también en contenidos de carácter transversal e interdisciplinares.

Esta secuencia se relaciona con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 2 *Utilizar las unidades angulares, temporales, monetarias y del sistema métrico decimal para estimar y efectuar medidas,directas e indirectas, en actividades relacionadas con la vida cotidiana o en la resolución de problemas, y valorar convenientemente el grado de precisión.*

La secuencia didáctica es un ejemplo claro de la utilización de medidas, tanto directas como indirectas, para la determinación de un volumen desconocido. Aunque las tareas se relacionan más directamente con el criterio 5, la utilización de unidades de medida puede ser evaluada de acuerdo con este criterio.

CRITERIO 5 *Estimar y calcular longitudes, áreas y volúmenes de espacios y objetos con una precisión acorde con la situación planteada y comprender los procesos de medida, expresando el resultado de la estimación o el cálculo en la unidad de medida más adecuada.*

A lo largo de las tareas se utilizan diferentes magnitudes físicas, como el volumen o la densidad, que utilizan sus propias unidades. Además, todas ellas tratan de estimar el volumen del supuesto asesino, más que encontrar de forma exacta dicho volumen, por lo que cobra importancia la valoración del grado de precisión y los márgenes de error de los cálculos.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje*

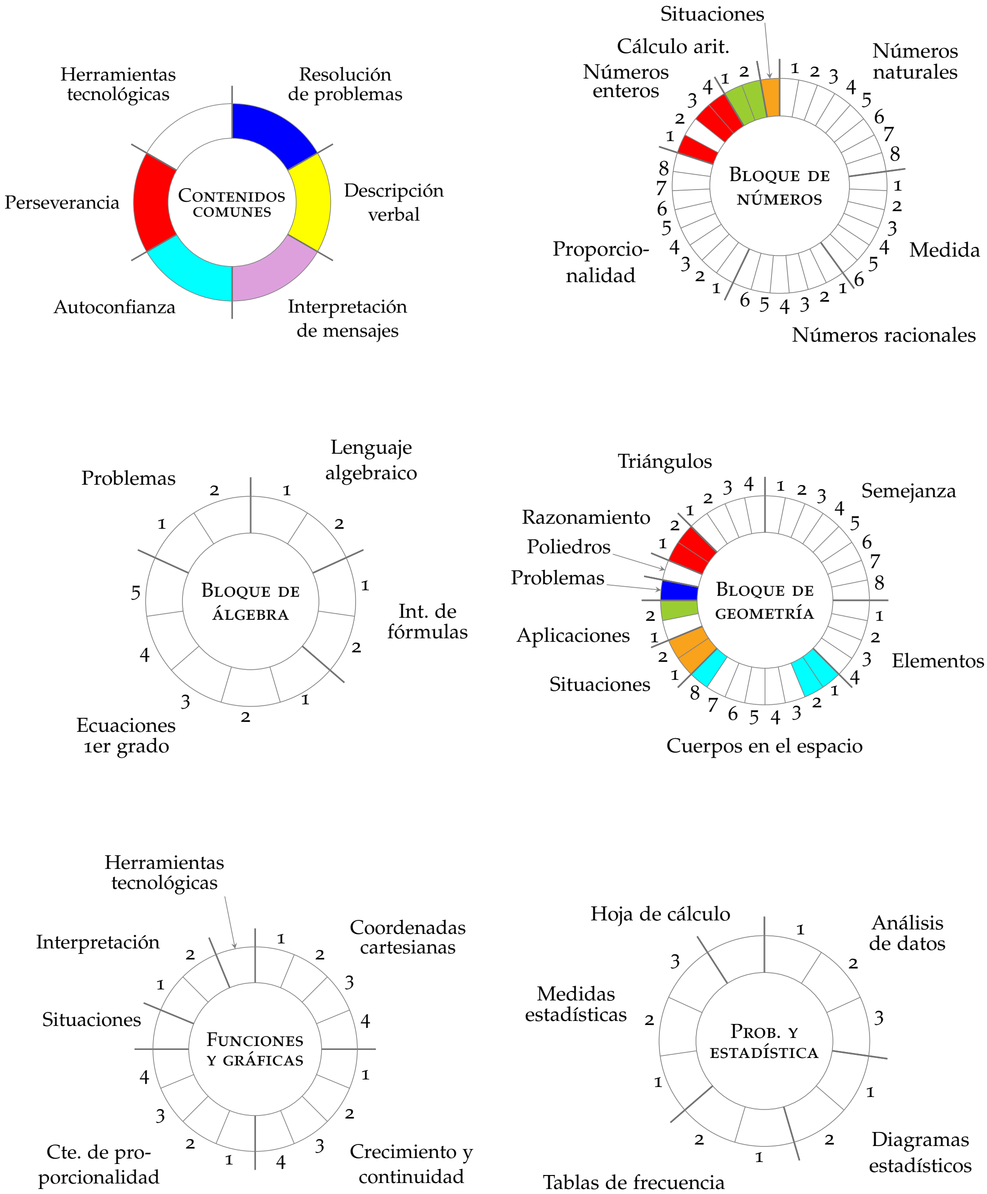


Figura 6.31: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005) (geometría)

matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.

Con el desarrollo de las tareas propuestas, se promueve el que los alumnos emulen al protagonista de «Numb3rs» tratando de calcular las dimensiones corporales del supuesto asesino. De esta manera, usarán diversas estrategias de resolución de problemas y se comunicarán entre ellos para argumentar la validez de sus razonamientos.

6.4.3 *El mago de Oz, teorema de Pitágoras*

6.4.3.1 *Descripción del fragmento*

El error que comete el espantapájaros en la película original de «El mago de Oz» (Fleming, 1939) es el siguiente:

(a) El espantapájaros recitando el teorema en«El mago de Oz» (Fleming, 1939)

(b) Homenaje en el capítulo *Springfield prospero o el problema del juego* de «Los Simpson» (Groening, 1989).

Figura 6.32: Teorema de Pitágoras en «El mago de Oz» y en «Los Simpson».

ESPANTAPÁJAROS: La suma de la raíz cuadrada de cada uno de los lados de un triángulo isósceles es igual a la raíz cuadrada del otro lado. ¡Oh, Victoria! ¡Al fin! ¡Tengo cerebro! ¿Podré agradecérselo como se merece?

En el capítulo *Springfield prospero o el problema del juego* (5x10) de la serie de «Los Simpson» (Groening, 1989) se realiza un pequeño homenaje a «El mago de Oz»:

> HOMER: El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos en un triángulo isósceles Voz desde el retrete: ¡Es un triángulo rectángulo!

En la versión original, el enunciado es como en «El mago de Oz».

6.4.3.2 *Secuencia didáctica*

1. **Posiblemente hayas visto «El mago de Oz», o su reciente remake. ¿Ves algo raro en el siguiente fragmento?**

   Indicaciones para el profesor
   Dejar que los alumnos comenten la escena en pequeños grupos y, posteriormente, poner en común las conclusiones de cada grupo. No es momento de institucionalizar nada, simplemente dejar que se expresen los alumnos.

2. **Ahora vamos a dar una pista o, mejor aún, dejemos que nos la proporcione Homer Simpson.**

   Indicaciones para el profesor
   Proyectar ahora el segundo fragmento donde se parodia la escena del espantapájaros en «Los Simpson». De nuevo, trabajar en pequeños grupos y poner en común las conclusiones. Es de esperar que algún grupo haya encontrado que la enunciación del teorema es incorrecta. El profesor simplemente debe institucionalizar y recordar la correcta expresión del mismo, así como las diferencias entre un triángulo isósceles y uno rectángulo.

3. **¿Será cierto en alguna ocasión el teorema del espantapájaros o de Homer?**

   Indicaciones para el profesor
   Efectivamente, el triángulo rectángulo el que los catetos forman ángulos de 45º

es también un triángulo isósceles, por lo que se cumple el teorema del espantapájaros.

6.4.3.3 *Configuración epistémica*

Únicamente aparece un objeto matemático, el teorema de Pitágoras. Para ello, se utiliza el lenguaje verbal, intentando reproducir el enunciado tradicional:

> El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Tampoco puede decirse que exista un contexto, entendido como una situación real o imaginaria de uso de dicho objeto matemático. En el análisis de la idoneidad didáctica profundizaremos en el valor que posee esta escena.

6.4.3.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Idealmente, esta actividad sirve para reforzar la formulación institucionalizada del teorema de Pitágoras. Es decir, que los alumnos ya deben conocer el típico enunciado: el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Como en los fragmentos que se han seleccionado, la enunciación contiene un error porque se refiere a triángulos isósceles en lugar de a triángulos rectángulos. Por lo tanto, las tareas ayudan a distinguir entre ambos tipos de triángulos, a la vez que favorecen la memorización del teorema.

6.4.3.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA La configuración epistémica se ha revelado bastante pobre en objetos matemáticos. El único que aparece, el teorema de Pitágoras, lo hace de forma explícita y sin contextualizarse en ninguna situación aplicada. Además, únicamente se emplea un registro semiótico, el lenguaje verbal, para poner en juego dicho

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeos	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3
Lenguaje	Verbal	Enunciado del teorema de Pitágoras	•			
	Simbólico	Expresión algebraica del teorema		•	•	•
Conceptos - definición	Teorema de Pitágoras	Incorrectamente en los fragmentos, se institucionaliza en las tareas	•	•	•	•
	Triángulo rectángulo	Dos de sus lados forman un ángulo recto	•	•	•	•
Acciones y procedi-mientos	Descontextualización	Proceso mínimo, pero necesario, para detectar los gazapos		•	•	•
Proposi-ciones	Tipos de triángulos rectángulos	Un triángulo rectángulo será isósceles si tiene dos lados iguales (los catetos). Entonces, además del recto, tiene dos ángulos de 45º.				•
Argumentos	Razonamiento	Descubrimiento y justificación de los gazapos.		•	•	•

Tabla 6.16: Configuración epistémica de la secuencia basada en «El mago de Oz».

objeto. Sin embargo, esta escena refuerza el momento de la institucionalización por parte del profesor del teorema de Pitágoras, ya que abre diversas vías de interacción en torno a él, como veremos en la idoneidad interaccional.

IDONEIDAD COGNITIVA Elevada, si se tiene en cuenta que la actividad ha de presentarse una vez introducido y enunciado el teorema de Pitágoras. Si el grupo de alumnos vio el teorema el curso anterior, estos fragmentos proporcionan una ocasión ideal desde el punto de vista cognitivo para refrescarlo.

IDONEIDAD INTERACCIONAL Como todas las actividades que se basan en fragmentos en los que se da un gazapo, la interacción entre los alumnos y el profesor se ve favorecida, ya que los debates se generan de forma bastante espontánea. Además, en la secuencia de tareas se reserva espacio para la interacción, por lo que a priori se trata de una actividad idónea en este sentido.

IDONEIDAD AFECTIVA Una película tan antigua como «El mago de Oz» no suele entrar dentro de los gustos del alumnado de estas edades. Incluir la parodia de «Los Simpson» contribuye de forma notable a elevar la idoneidad afectiva, ya que estos dibujos animados sí que forman parte de los intereses de los alumnos. Además, de esta manera se introduce una película clásica para explicar, en este caso, una serie de dibujos animados actual.

IDONEIDAD MEDIACIONAL La proyección de los fragmentos en clase y la realización de las tareas propuestas conlleva aproximadamente el mismo tiempo que le llevaría al profesor enunciar el teorema y preguntar a los alumnos sobre él. La ventaja reside en que con la actividad que se propone se trabajan otros conceptos geométricos (tipos de triángulos) y permite a los alumnos interaccionar sobre el gazapo del espantapájaros. Así pues, la idoneidad mediacional es elevada.

IDONEIDAD ECOLÓGICA El teorema de Pitágoras aparece de forma explícita, con sus errores intencionados, tanto en la película «El mago de Oz», como en la parodia-homenaje que aparece en «Los Simpson». Así pues, aunque curricularmente encaja perfectamente con los contenidos del bloque de geometría, no ofrece una visión contextualizada de los mismos. El teorema de Pitágoras, en la película, sirve al espantapájaros para demostrarse a sí mismo que ya tiene cerebro (o que siempre lo ha tenido), por lo que no aparece una aplicación práctica. Sin embargo, al tener que analizar los diálogos de las escenas, se ha considerado que sí que se trabajan los contenidos del bloque común. Los puntos curriculares que se ponen en juego se muestran en la figura 6.33.

No obstante, el valor del fragmento y de la actividad reside en la formación sociocultural del alumnado. Además de poner en contacto a los alumnos con una película antigua, de culto, las matemáticas juegan un papel fundamental. Si no se conoce y comprende el teorema, difícilmente se podrá captar la comicidad del momento.

Esta secuencia se relaciona con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 5 *Estimar y calcular longitudes, áreas y volúmenes de espacios y objetos con una precisión acorde con la situación planteada y comprender los procesos de medida, expresando el resultado de la estimación o el cálculo en la unidad de medida más adecuada.*

El teorema de Pitágoras es una pieza clave para el cálculo de longitudes, de forma que esta secuencia didáctica incide particularmente en este criterio de evaluación y permite detectar si el alumnado conoce este resultado básico de las matemáticas.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

El problema que se trata con las secuencias es detectar los gazapos existentes en los fragmentos. Para ello, los alumnos han de poner en juego las mismas estra-

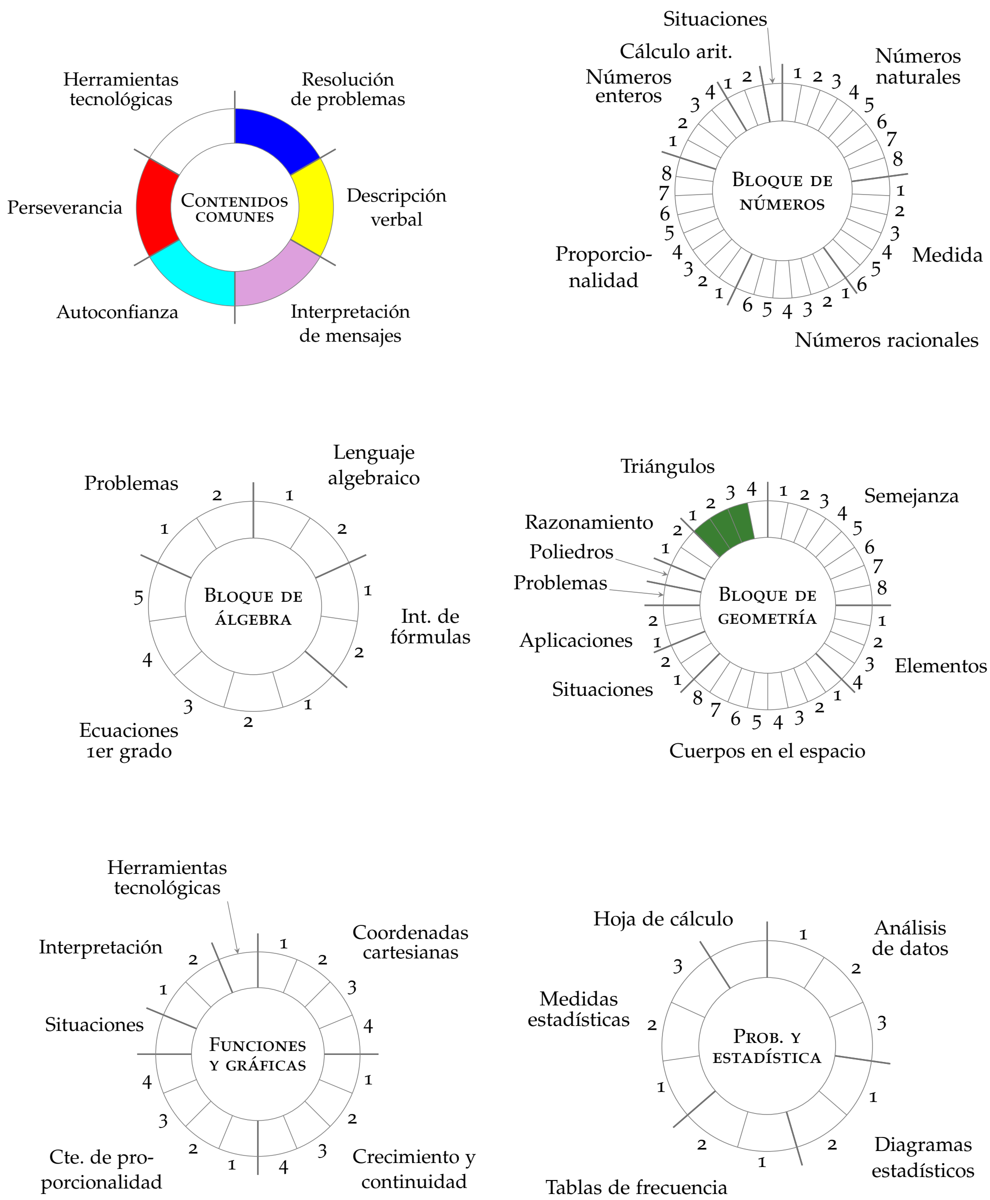


Figura 6.33: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «El mago de Oz» (Fleming, 1939).

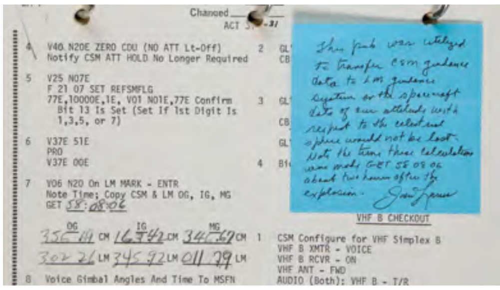
tegias básicas que emplearían para resolver un problema del libro de texto. Es decir, análisis del enunciado, utilización del lenguaje para expresar sus conclusiones, etc.

6.4.4 *Apollo XIII, ángulos*

6.4.4.1 *Descripción del fragmento*

«Apolo XIII» (Howard, 1995) relata la accidentada misión de la que iba a ser la tercera tripulación del programa Apollo en posarse sobre la Luna. En su viaje de vuelta, los astronautas deben economizar toda la energía posible y emplear componentes de la nave de un modo diferente para el que fueron diseñados. Al tener que emplear el motor del módulo lunar para corregir la trayectoria de vuelta a la Tierra, han de rehacer los cálculos necesarios para la reentrada.

(a) Imagen de una escena de «Apolo XIII».



(b) Fotografía del cuaderno de abordo original.

Figura 6.34: Escena de la película «Apolo XIII» (Howard, 1995) y cuaderno de abordo con los cálculos para la reentrada (fotografía: Heritage Auctions).

A continuación se reproduce el diálogo fundamental del fragmento seleccionado:

> JIM: Jack, tenemos que seguir con los pasos del 12 al 17, muy deprisa, nos quedan unos ocho minutos.

JACK: Bombas de las células de combustible apagadas. Y ventiladores de O2, tanque 2, apagados.
JIM: Houston, necesito una comprobación. He terminado las conversiones de los ángulos, pero necesito repasar la aritmética.
HOUSTON: Sí, adelante, Jim.
JIM: El ángulo de giro cal (calibrado) es de menos 2.
JIM: El balanceo del módulo lunar es 355,57.
JIM: Cabeceo: 1678, corrección. Cabeceo: 167, 78.
JIM: La guiñada es de 351,87.
HOUSTON: Espere. Lo comprobamos.
JIM: Tenemos visibilidad cero en el campo estelar y si estos cálculos están equivocados, quién sabe dónde acabaremos
HOUSTON: Es correcto.

6.4.4.2 *Secuencia didáctica*

La actividad consiste en realizar todos los cálculos que se puedan en un minuto. Pasado ese minuto, el profesor leerá los resultados correctos. El éxito de la misión está en 5 operaciones correctas. El resultado debe ser positivo e inferior a 360º.

Ejemplo de secuencia de operaciones: $10^\circ + 355^\circ$ 370°-50° 500°-120° $5^\circ8'$+$7^\circ50'$ $80^\circ58'$ + $2^\circ10'$ ...

Indicaciones para el profesor:
Las operaciones a realizar las lee el profesor en voz alta y consisten en sumas y restar de ángulos expresados en sistema sexagesimal. [32]

Las matemáticas que aparecen contextualizadas en «Apolo XIII»dan pie a actividades centradas en objetos matemáticos más avanzados que los que se han propuesto.

32 Esta forma de trabajar el cálculo mental en el aula está tomada del espacio web de Jesús Javier Jiménez Ibáñez, profesor de Matemáticas del I.E.S. Alhama de Corella: http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/

Cálculos orbitales, ángulos de re-entrada, regresiones cuadráticas, etc. Un ejemplo es la propuesta de Virta y Halver (2011).

6.4.4.3 *Configuración epistémica*

La escena en cuestión nos muestra a los astronautas del Apollo XIII siguiendo el manual de la misión para rehacer una serie de cálculos, que aparentemente son operaciones sencillas sobre ángulos. Por lo tanto, los objetos matemáticos que se ponen en juego son de tipo procedimental. En la película no se reflejan de manera explícita los cálculos; es decir, no se llega a saber si se trata de sumas, restas u operaciones combinadas. Sin embargo, el hecho de que los astronautas sigan un protocolo es un fiel indicador de que las matemáticas que emplean son procedimentales y que, dado el contexto de la misión en ese momento, son sumamente importantes para volver sanos y salvos. No hay argumentos, ni proposiciones ya que no es momento para ello. Respecto a la situación-problema de partida, que evidentemente la hay y es sumamente compleja, no se conocen los detalles por lo que, de cara a las tareas, se reducirá a la necesidad de efectuar unos cálculos para ajustar la ruta de vuelta a casa de la nave.

Dichos objetos matemáticos se evidencian mediante el lenguaje verbal (entre los astronautas y el centro de mando) y el escrito (en el cuaderno de abordo), expresando magnitudes numéricas en ambos registros en un lenguaje perfectamente comprensible. Los ingenieros del centro de mando también emplean una regla de cálculo para realizar las operaciones, que en sí misma constituye otro registro semiótico, ya que sirve para representar los mismos números y operar con ellos. Ahora bien, aunque históricamente es altamente probable que se usara una regla de cálculo, las operaciones que parece que se realizan son sumas y restas,

6.4.4.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Con las tareas propuestas se pueden detectar obstáculos no superados en torno a la operación con magnitudes expresadas en sistema sexagesimal. La dificultad más

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea
Lenguaje	Verbal	Comunicación de datos numéricos de ciertos ángulos	•	
	Numérico	Expresión numérica de los ángulos	•	•
Conceptos - definición	Ángulo	Introducción de la definición de ángulo como magnitud física, la definición formal hay que introducirla en sesiones de clase	•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	En el fragmento todos los ángulos hacen referencia a posiciones de la nave.	•	
	Contextualización	Las operaciones a realizar en la tarea pueden contextualizarse con la situación de los astronautas, aportando así significado.	•	•
	Operaciones con ángulos	Suma y resta de ángulos		•
Proposiciones	Operar en sistema sexagesimal	Al superar 60″ se tiene 1′, etc.		•
Argumentos	Razonamiento deductivo	Ángulos que difieren en 360º son equivalentes (salvo en ciertos contextos físicos)		•

Tabla 6.17: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Apolo XIII».

frecuente hay que buscarla en el hecho de que, dependiendo del contexto, 0º equivale a 360º, 1º a 361º, etc. Se dice que depende del contexto de aplicación, porque en ocasiones interesa conocer el número de revoluciones y, en ese caso, 361º no equivale a 1º sino que implica una vuela adicional completa.

6.4.4.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA Estamos ante una escena cuyas referencias a objetos matemáticos son puramente procedimentales. Sin embargo, estos procedimientos de cálculo aparecen contextualizados perfectamente, tornándose fundamentales para el éxito de la misión. En términos cinematográficos también cumplen un objetivo claro, incrementando la tensión y favoreciendo la percepción en el espectador de que las tareas que realizan los astronautas son complejas. Con las tareas propuestas se profundiza en diversos procedimientos de cálculo rápido, aprovechando la motivación y contextualización que proporciona el fragmento de la película. Por todos estos motivos, aunque la muestra de objetos matemáticos no sea especialmente rica, sí que aparece en un contexto de primer orden, indicando una alta idoneidad.

IDONEIDAD COGNITIVA Con esta actividad se trabajan procedimientos de cálculo mental de magnitudes angulares expresadas en sistema sexagesimal. Dichos procedimientos ya se trabajan en el primer curso de ESO, por lo que no puede decirse que durante la actividad se trabaje en la zona de desarrollo próximo, sino que más bien se trata de de una actividad de refuerzo y mejora, cognitivamente idónea.

Además, el lenguaje empleado en el fragmento de la película es perfectamente adecuado a la edad del alumnado y las tareas a realizar sobre el mismo están descritas de manera clara.

IDONEIDAD INTERACCIONAL En esta ocasión se pretende trabajar contenidos puramente procedimentales, de forma que no se ha reservado espacio específico para la interacción entre los alumnos. Sin embargo, la implementación de esta actividad y de otras similares, en las que se trabaja de forma ágil el cálculo mental, revela un alto grado de idoneidad interaccional. Una vez terminados los cálculos, el profesor lee los resultados correctos para que el alumnado anote sus fallos y sume los aciertos. En ese momento, los alumnos tienden a hacer públicos sus errores, queriendo saber por qué los han cometido. Así, tiene lugar una interacción espontánea que debe ser regulada por el profesor y que da pie a una institucionalización de los procedimientos que pueden llevarse a cabo para un cálculo mental más eficaz.

IDONEIDAD AFECTIVA «Apolo XIII» fue una película con cierto éxito de taquilla y de crítica. La temática espacial suele atraer bastante a los alumnos de estas edades. Si bien la película completa tiene un alto componente dramático que pudiera reducir la idoneidad afectiva, la escena seleccionada tiene suspense y es muy dinámica.

Por otro lado, la situación-problema de partida está muy contextualizada, de forma que presenta una utilidad muy clara de los procedimientos de cálculo que se trabajan en las tareas.

IDONEIDAD MEDIACIONAL La brevedad del fragmento y su potencial contextualiza son indicadores de una elevada idoneidad mediacional. No es sencillo encontrar formas de motivación para tareas puramente procedimentales, que pueden terminar resultando tediosas para muchos alumnos.

IDONEIDAD ECOLÓGICA El bloque de geometría incluye los contenidos procedimentales que se trabajan con las tareas que se han propuesto, por lo que ecológicamente, la actividad se enmarca de manera idónea dentro de este bloque, como se muestra en la figura 6.35. No se han marcado los puntos curriculares del bloque de contenidos comunes, pues aunque en la escena aparecen diálogos en torno a las matemáticas que emplean para regresar a Tierra, posteriormente la actividad es puramente procedimental.

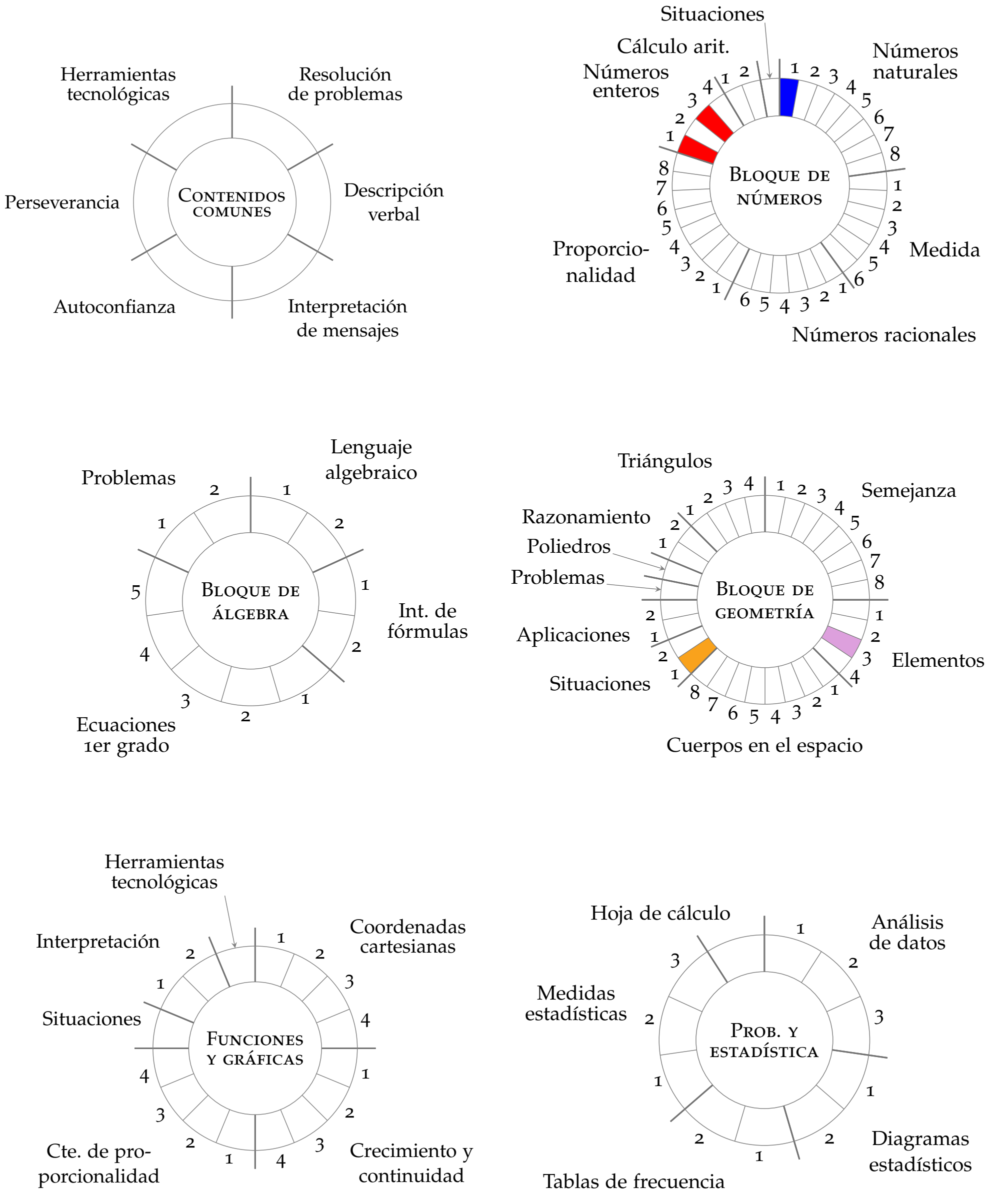


Figura 6.35: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Apolo XIII» (Howard, 1995).

Esta secuencia se relaciona con el siguiente criterio de evaluación oficial:

CRITERIO 2 *Utilizar las unidades angulares, temporales, monetarias y del sistema métrico decimal para estimar y efectuar medidas,directas e indirectas, en actividades relacionadas con la vida cotidiana o en la resolución de problemas, y valorar convenientemente el grado de precisión.*

Aunque los protagonistas del fragmento se enfrentan a una situación-problema que deben resolver para volver sanos y salvos de la misión, las tareas que se proponen a los alumnos son puramente procedimentales, centradas en el cálculo mental de operaciones sencillas con ángulos, expresados en sistema sexagesimal.

6.5 BLOQUE DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

6.5.1 *Moneyball: estadística*

6.5.1.1 *Descripción del fragmento*

«Moneyball» (Miller, 2011) narra la historia de Billy Beane (interpretado por Brad Pitt), que fue director general de los Atléticos de Oakland, un equipo de béisbol de Estados Unidos. Saltó a la fama por una racha increíble de victorias por medio de métodos estadísticos. De esa manera, y asesorado por un experto en la materia, fue capaz de construir un equipo muy competitivo con unos recursos económicos escasos.

La escena que se ha seleccionado tiene lugar alrededor del minuto 26 de la película, su duración aproximada es de 2 minutos e incluye el siguiente diálogo:

BILLY: Explícame paso a paso el tablero.

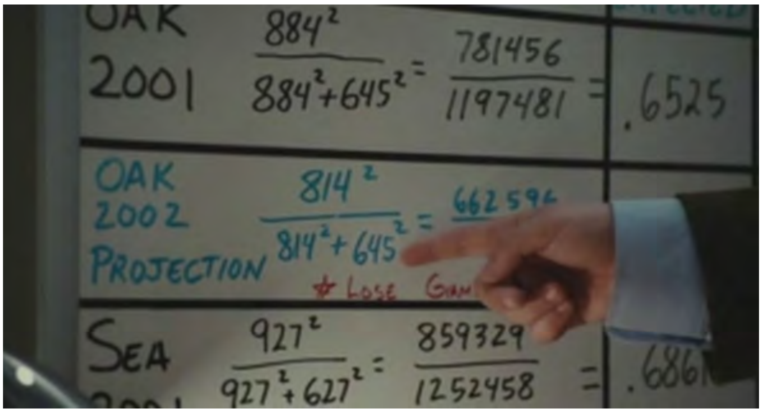


Figura 6.36: «Moneyball» (Miller, 2011), estadística del béisbol.

PETER: Usando esta ecuación...estoy proyectando que necesitamos ganar 99 partidos... para llegar a la fase final. Necesitamos anotar un mínimo de 814 carreras para ganar esos juegos... y sólo permitir 645.
BILLY: ¿Qué es esto?
PETER: Un código que escribí para las proyecciones anuales. Tiene toda la información para predecir a los jugadores. Se trata de reducir todo a un solo número. Leyendo las estadísticas a nuestro modo... encontraremos valor oculto en los jugadores.
PETER: Se descarta a mucha gente... por prejuicios y defectos imaginarios. Edad, apariencia, personalidad. Bill James y las matemáticas nos permitieron eliminar todo eso. De los 20.000 jugadores a considerar...creo que hay un equipo competitivo... de 25 jugadores a nuestro alcance. Porque todos los demás los infravaloran.
BILLY: Son como un corral de patitos feos.

J3 | 10/02/2013 | 19:00 | Fernando Buesa Arena | Público:14120
Árb: Juan Carlos Arteaga, Antonio Conde, Jiménez Trujillo

FC BARCELONA REGAL 85

							REB						TAP			FP			
D	Nombre	Min	P	T2	T3	T1	T	D+O	A	BR	BP	C	F	C	M	F	C	+/-	V
8	Sada, Víctor	14:58	7	2/2	1/1	0/0	3	2+1	2	0	1	0	1	0	0	2	0	7	10
9	Huertas, M.	25:2	13	4/6	1/5	2/2	1	0+1	8	1	1	0	0	0	0	0	3	9	19
11	Navarro, J.C.	20:19	0	0/2	0/6	0/0	4	3+1	1	0	1	0	0	0	0	3	0	13	-7
13	Jasikevicius, S.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
14	Todorovic, M.	0:18	0	0/0	0/0	0/0	1	0+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
18	Wallace, CJ	25:28	6	2/2	0/2	2/2	6	4+2	0	2	1	0	0	0	0	3	1	16	9
22	Rabaseda, Xavi	4:10	0	0/0	0/0	0/0	0	0+0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	-2	2
24	Oleson, Brad	26:29	12	2/4	2/4	2/2	2	2+0	1	1	0	1	0	2	1	1	2	17	11
25	Lorbek, Erazem	21:8	10	5/8	0/2	0/0	7	6+1	3	0	1	0	0	0	0	2	2	5	14
32	Jawai, Nathan	16:29	10	4/8	0/0	2/3	4	1+3	0	0	0	0	1	1	4	4	3	3	8
33	Mickeal, Pete	29:2	14	2/7	1/4	7/10	3	1+2	2	1	1	0	0	1	0	2	9	4	14
44	Tomic, Ante	16:37	13	6/9	0/0	1/1	2	1+1	1	2	0	0	0	0	0	5	3	8	13
Total		200:0																	

E Pascual, Xavi
5f Tomic, Ante

VALENCIA BASKET CLUB 69

							REB					TAP				FP			
D	Nombre	Min	P	T2	T3	T1	T	D+O	A	BR	BP	C	F	C	M	F	C	+/-	V
0	San Miguel, R.	18:48	0	0/0	0/1	0/0	2	2+0	3	1	2	0	0	0	0	3	1	-21	1
4	Markovic, Stefan	21:44	14	2/4	3/4	1/2	3	2+1	0	1	2	0	0	0	0	4	1	3	9
5	Ribas, Pau	26:30	8	3/6	0/2	2/2	1	1+0	3	0	2	0	0	0	0	1	3	-22	7
7	Doellman, Justin	30:17	14	4/10	1/4	3/4	6	4+2	1	0	1	1	0	2	0	0	4	-30	12
10	Abia, Larry	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	Lishchuk, Serhiy	5:43	2	0/0	0/0	2/2	0	0+0	0	2	0	0	0	0	0	5	3	4	2
13	Faverani, V.	25:52	12	3/6	1/2	3/4	6	5+1	2	0	1	0	2	0	1	1	4	-8	19
14	Dubljevic, Bojan	18:8	5	1/2	1/1	0/0	5	4+1	0	0	1	0	0	0	0	1	2	2	9
17	Martínez, Rafa	27:15	10	1/2	1/4	5/6	2	1+1	0	1	3	0	0	0	0	2	3	-3	6
20	Pietrus, F.	11:22	4	1/1	0/0	2/2	4	3+1	0	0	0	0	2	0	0	4	1	6	7
22	Kelati, Thomas	14:21	0	0/1	0/2	0/0	1	1+0	0	0	2	0	0	0	0	3	0	-11	-7
Total		200:0																	

E Perasovic, V.
5f Lishchuk, Serhiy

Leyenda:

+/-: parcial obtenido por un determinado equipo durante la presencia en cancha de cada jugador
F: a favor
C: en contra
A: asistencias

Figura 6.37: Fichero de texto con estadísticas de un partido de baloncesto (final de la Copa del Rey de 2013).

6.5.1.2 *Secuencia didáctica*

Siendo el béisbol un deporte poco conocido en España, resulta interesante proponer a los alumnos una serie de actividades relacionadas con el baloncesto o con el fútbol, buscando una mayor afinidad con sus intereses. Hoy en día es habitual trabajar la estadística mediante hojas de cálculo por ordenador, por lo que se ha optado por proponer el uso de la sala de informática o equipos portátiles en la resolución de la siguientes tareas.

1. **El fichero de texto adjunto contiene los datos de la final de la Copa del Rey de baloncesto del año 2013, partido que disputaron los equipos FC Barcelona Regal y Valencia Basket Club. Responde a las siguientes preguntas (trabajo en pequeños grupos):**

   a) ¿Qué equipo ganó la final?

   b) ¿Qué significa cada columna?

   c) ¿Qué jugador fue el mejor valorado?

   Indicaciones para el profesor:
   En el fichero de texto no se proporciona una leyenda completa. Sin embargo, es altamente probable que alguno de los alumnos esté habituado a este tipo de estadísticas. La leyenda completa es: Minutos (Min), puntos (P), tiros de dos (T2), tiros de 3 (T3), tiros libres (T1), rebotes (REB), totales (T), defensivos (D), ofensivos (O), asistencias (A), balones robados (BR), balones perdidos (BP), tapones (TAP), a favor (F), en contra (C), faltas personales (FP), a favor (F), en contra (C), parciales del equipo cuando ese jugador estaba en la cancha (+/-), valoración (V).

2. **La tabla está algo incompleta. Trabajando por parejas (una por ordenador), calculad el porcentaje de aciertos en cada tipo de tiro para todos los jugadores.**

3. **Realiza un gráfico en el que se muestren las puntuaciones de todos los jugadores de cada equipo en forma de diagrama de barras. Después, añade la línea que representa la media aritmética de dichas puntuaciones. Repite el mismo ejercicio con los tapones. ¿Qué conclusiones puedes extraer de estos gráficos?**

   Indicaciones para el profesor:
   Normalmente, el bloque de estadística y probabilidad se trata a final de curso. Así, para la realización de esta secuencia de actividades se asume que los alumnos ya han tenido contacto con la hoja de cálculo, por lo que no es necesario una actividad de introducción. Las conclusiones que se pueden extraer de los gráfi-

cos que se proponen son diversas. Por ejemplo, ¿son los jugadores que anotan por encima de la media los bases, los aleros, los escoltas, ...?, ¿quiénes taponan por encima de la media?

6.5.1.3 *Configuración epistémica*

La relación de la película «Moneyball» con las matemáticas es más que notoria, como refleja el fragmento que hemos escogido. La idea fundamental es que el gerente de un equipo de béisbol de bajo presupuesto decide contratar a un economista experto en técnicas estadísticas para elaborar un equipo competitivo basándose únicamente en valoraciones objetivas, a partir de datos empíricos. A pesar de esta omnipresencia de la estadística, tanto en la escena escogida como en el resto de la película, no se encuentran objetos matemáticos perfectamente definidos, como es esperable en una película sin orientación didáctica que espera cierto éxito de taquilla. Ahora bien, sí se observa claramente cómo los datos de los jugadores se recogen en tablas, la mayoría de ellos en forma de porcentajes. De esta manera, la escena nos ofrece una relación clara entre el registro semiótico en forma de tabla y los procedimientos estadísticos. Es una forma de presentación de datos que la hace más legible a nuestros ojos.

En las tareas que se proponen, algunos de los objetos matemáticos que se intuyen en la escena, se evidencian con más claridad. Es el caso de la noción de frecuencia absoluta, frecuencia relativa y media aritmética.

6.5.1.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

Se ha mencionado que al tratarse el bloque de probabilidad y estadística al final del curso, lo más probable es que el alumnado ya haya tenido contacto con la sala de informática y con las herramientas usuales en la materia de Matemáticas. Si es la primera vez que los alumnos trabajan con una hoja de cálculo, será necesaria una introducción por parte del profesor. En ellas, los datos se representan en forma de tabla, de manera que además es posible vincular los valores de determinadas celdas

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3
Lenguaje	Verbal	Conversación de los protagonistas justificando su equipo según criterios estadísticos	•			
	Numérico	Datos estadísticos que aparecen en el fragmento. Tabla para las tareas.		•	•	
	Gráfico	Gráficos estadísticos a realizar en las tareas.				•
Conceptos - definición	Parámetro estadístico	Dato que resume una propiedad de la población (ej: media aritmética)	•	•		
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Tratamiento de los datos fuera de la situación que aporta significado,		•		
	Contextualización	Aportar significado a los resultados obtenidos, dentro del contexto.		•		
	Media aritmética	Cálculo de la media aritmética		•		
	Porcentaje	Expresión de los resultados como porcentajes		•		
	Gráficas	Realización de gráficos estadísticos			•	
Proposiciones	Propiedades	Propiedades de la media aritmética y otros parámetros		•		
Argumentos	Síntesis	Posibilidad de crear un equipo al alcance del presupuesto	•			
	Razonamiento deductivo	Argumentar, en función de los datos, qué equipo fue el ganador, quién el mejor jugador, etc.		•		

Tabla 6.18: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Moneyball».

con los de otras, mediante el empleo de fórmulas, estadísticas y expresiones lógicas. Además, prácticamente todos los programas permiten la elaboración de gráficas. De esta manera, en términos semióticos es una herramienta didáctica muy completa e interesante, ya que permite trabajar de forma articulada el registro en forma de tabla con el lenguaje algebraico y con el registro gráfico.

6.5.1.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA La escena gira en torno a una conversación entre el gerente del equipo de béisbol y el experto en estadística. El análisis de la configuración epistémica ha mostrado diversos objetos matemáticos. Por un lado, la conversación trata de las conclusiones que se pueden obtener del tratamiento estadístico de los datos disponibles acerca de todos los jugadores de la liga. Si bien los procedimientos no están claros, pues no se trata de un documental sino de una obra de ficción, sí que se indica específicamente el objetivo: asignar un número, una valoración a cada jugador. Esto se puede utilizar para definir el concepto de *parámetro estadístico*. Todo el diálogo tiene forma de argumento basado en resultados matemáticos

Por otro lado, la escena tiene lugar ante una pantalla de ordenador. Algunos planos se aproximan a la misma, dejando entrever tablas enormes de datos que han de ser resumidos. Así, al registro verbal anterior se le añade el registro numérico de la pantalla, que relaciona e identifica la estadística con el tratamiento de grandes cantidades de datos.

La idoneidad epistémica es alta por esta relación de registros semióticos y por la aparición de argumentaciones, que se ve aumentada por otras entidades que aparecen en las tareas. Por ejemplo, los gráficos estadísticos constituyen otro registro que se trabaja en la tercera actividad.

IDONEIDAD COGNITIVA Es muy posible que sea la primera vez que a los alumnos se les presente el concepto de parámetro estadístico. No obstante, en su vida cotidiana lo habrán manejado en más de una ocasión, por ejemplo en contextos deportivos. El fragmento de la película y las tareas que se proponen a partir de él tratan de facilitar la aproximación a dicho concepto desde una situación asimilable por el alumno.

La secuencia didáctica comienza en la zona de desarrollo próximo, ya que prácticamente se trata de aportar significado matemático e institucionalizar ciertos conceptos y procedimientos prácticamente adquiridos por los alumnos. Todo ello se ve potenciado por el empleo de diferentes registros semióticos, que refuerzan la relación entre los objetos matemáticos que se van tratando con las tareas.

IDONEIDAD INTERACCIONAL En este caso, el alumnado aborda las tareas por parejas, compartiendo ordenador en la sala de informática, lo que brinda la oportunidad de comunicarse entre ellos para avanzar en la resolución. A ello habría que sumar la interacción con el ordenador, pues la hoja de cálculo podría considerarse un ente comunicativo adicional, en el sentido de que se le comunican unos datos y devuelve respuestas. Además, hay que tener en cuenta los habituales momentos de institucionalización que no son sino una comunicación entre el profesor y los alumnos. Por lo tanto, se puede decir que interaccionalmente es una secuencia idónea a priori.

IDONEIDAD AFECTIVA El alto grado de idoneidad afectiva que tiene esta secuencia didáctica se justifica, además de por tratarse de una escena de una película que puede resultar interesante para el alumnado, por el cambio de contexto que implica cambiar el béisbol del fragmento por el baloncesto. Dicho cambio de contexto es mínimo y, de hecho, el fragmento seleccionado funcionaría igual de bien si en lugar de carreras (béisbol) hablaran de puntos.

IDONEIDAD MEDIACIONAL Obviamente, la secuencia de tareas podría haberse planteado a los alumnos sin la contextualización previa gracias al fragmento. Sin embargo, la duración es tan breve, inferior a 2 minutos, que mediacionalmente es idóneo.

Apenas se consume tiempo lectivo y, en cambio, se capta la atención del alumnado y se le presentan conceptos de una manera informal.

IDONEIDAD ECOLÓGICA Al tratarse directamente puntos del currículo oficial para la materia, se trata de una secuencia idónea desde el punto de vista ecológico. De hecho, la totalidad de los puntos de contenidos del bloque de estadística y probabilidad se trabajan de una forma u otra con la secuencia (ver rejilla de análisis en la figura 6.38), proporcionando relaciones entre ellos que aportan significado para los alumnos. Además, se trabaja el bloque de contenidos comunes y, en menor medida, el bloque de números y el de álgebra, pues se supervisan las operaciones para los cálculos de los parámetros estadísticos (que se especifican a través de una fórmula), así como el paso de número decimal a porcentaje.

Esta secuencia se relaciona con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

CRITERIO 1 *Utilizar números enteros, fracciones, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.*

A pesar de realizarse esta secuencia en la sala de informática con la ayuda de los ordenadores, es necesario cierto dominio de los contenidos del bloque de números para revisar el sentido de las operaciones realizadas en la hoja de cálculo. De esta manera, en la evaluación de esta secuencia didáctica pueden detectarse ciertas deficiencias en la adquisición de las competencias propias de dicho bloque.

CRITERIO 7 *Formular las preguntas adecuadas para conocer las características de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas informáticas adecuadas.*

La secuencia didáctica se relaciona de forma directa con este criterio, que es específico del bloque de estadística y probabilidad. La población en este caso es el conjunto de todos los jugadores de la final, proporcionándose todos los datos en

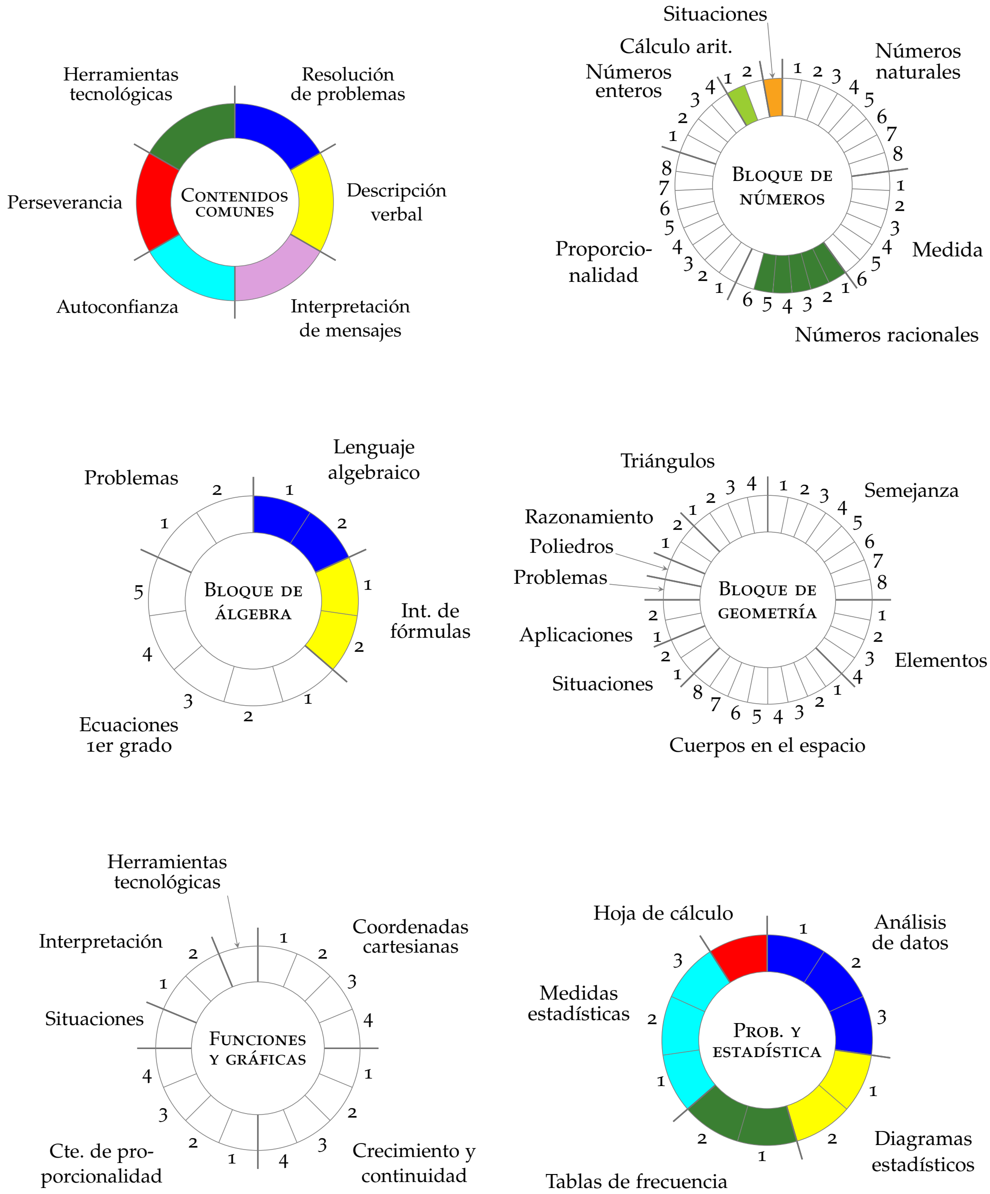


Figura 6.38: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Moneyball» (Miller, 2011).

forma de tabla que debe resumirse en una serie de parámetros, con el objetivo último de responder a una serie de preguntas.

criterio 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

El conjunto de tareas propuestas se articula en forma de situación-problema, ya que los alumnos adoptan el papel de los protagonistas del fragmento de la película. Es decir, asumen el rol de gerentes y técnicos de un equipo deportivo, debiendo valerse de herramientas matemáticas y tecnológicas para efectuar la mejor selección posible de jugadores. Al trabajarse en parejas, se fomenta la comunicación entre los alumnos, constituyendo una oportunidad para el empleo de lenguaje matemático.

6.5.2 *Numb3rs, episodio piloto: experimentos aleatorios*

6.5.2.1 *Descripción del fragmento*

En esta ocasión no reproduciremos los diálogos de la escena, pues resultan algo más extensos de lo habitual. En este capítulo de «Numb3rs» el FBI está buscando a un asesino en serie, pero no saben por dónde empezar. Charlie, que es matemático y además el hermano del investigador principal, les ayuda con la investigación. A partir de un mapa con las localizaciones de los crímenes, que parecen aleatorias, elabora una teoría acerca de dónde podría residir el asesino. Para ello, utiliza la noción de sesgo. Es decir, el asesino, en su afán de evitar que le encuentren, evita llevar a cabo sus crímenes en zonas que puedan relacionarse con su vivienda.

Para demostrar esto, Charlie hace que el equipo de investigación del FBI se reparta aleatoriamente por la sala. Una vez repartidos, les indica que no lo han hecho de forma aleatoria, ya que hay una uniformidad (se han colocado equiespaciadamente) que no suele darse con los fenómenos aleatorios.

6.5.2.2 *Secuencia didáctica*

La práctica totalidad de los contenidos del bloque de estadística y probabilidad en el primer ciclo de ESO está constituida por nociones de parámetros estadísticos básicos e interpretación de gráficas estadísticas. Sin embargo, se suele introducir el concepto de probabilidad de un suceso y alguna de sus propiedades, como la regla de Laplace.

El primer episodio de «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005) permite abordar, como se describe a continuación, diversos conflictos epistemológicos y semióticos relacionados con el concepto de azar y de experimento aleatorio.

Figura 6.39: Episodio piloto de «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005), noción de probabilidad.

1. **Ver el primer vídeo, donde se introduce el argumento del capítulo; es decir, que el FBI está buscando a un asesino en serie y quiere averiguar su ubicación. Antes de ver el segundo vídeo vamos a hacer un experimento: poneros de pie y repartiros de forma aleatoria, al azar, por el aula. ¿Creéis que os habéis repartido de forma aleatoria? Ahora vemos el segundo vídeo y nos hacemos la misma pregunta**

   Indicaciones para el profesor:

   El objetivo es aprender el concepto de experimento aleatorio. Seguramente, antes de ver el vídeo, los alumnos se habrán colocado intentando maximizar la distancia entre ellos. En el fragmento se explica que esa distribución no es completamente aleatoria, ya que si así fuera, habría tanto alumnos solos como agrupados.

2. **Ahora realizaremos por parejas, una secuencia de lanzamientos de moneda a cara o cruz. Un compañero lanzará la moneda 10 veces y el otro anotará el resultado. ¿Puedes predecir si en el lanzamiento 11 saldrá cara o cruz? ¿Por qué?**

   Indicaciones para el profesor:
   Se sigue profundizando en el concepto de experimento aleatorio. Los alumnos trabajan por parejas, debatiendo entre ellos antes de poner en común las conclusiones.

3. **Repetid la experiencia anterior lanzando la moneda 30 veces.**

   Indicaciones para el profesor:
   Se puede proponer sumar las observaciones de toda la clase, para comprobar que la probabilidad de cada una de las opciones es muy próxima a 0,5.

6.5.2.3 *Configuración epistémica*

EL fragmento nos muestra al protagonista principal de «Numb3rs», profesor de matemáticas, explicar el concepto de experimento o fenómeno aleatorio a un grupo de agentes del FBI.

6.5.2.4 *Obstáculos posibles de los alumnos*

El concepto de experimento aleatorio, como se aprecia además en el fragmento seleccionado, muestra un claro obstáculo, que se evidencia en la forma en que se distribuyen los alumnos por el espacio del aula. Se trata de la idea de que diferentes realizaciones de un mismo experimento pueden diferir. Es decir, el obstáculo consiste

TIPO	OBJETOS MATEMÁTICOS	SIGNIFICADO EN LA SITUACIÓN	Vídeo	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3
Lenguaje	Verbal	Explicación de Charlie acerca del azar.	•			
	Gráfico	Mapa con las posibles localizaciones del criminal.	•			
	Numérico	Anotaciones de los alumnos en las tareas		•	•	
Conceptos - definición	Experimento aleatorio	No se puede predecir con certeza el resultado	•	•	•	•
	Probabilidad	Interpretación como frecuencia relativa		•	•	•
Acciones y procedimientos	Descontextualización	Extraer el concepto de experimento aleatorio y de probabilidad	•	•	•	•
	Contextualización	Aportar significado a los cálculos, dentro de la situación	•	•	•	•
	Cálculo de la media	Hallar la frecuencia relativa de una serie		•	•	•
Proposiciones	Prob. como f. relativa	Al aumentar el número de realizaciones, la frecuencia relativa se aproxima a la probabilidad		•	•	•
Argumentos	Razonamiento deductivo	Deducción de la localización del criminal	•			•

Tabla 6.19: Configuración epistémica de la secuencia basada en «Numb3rs» (probabilidad).

en no apreciar la diferencia entre un experimento determinista y otro aleatorio. La serie de actividades que se plantean tienen como objetivo el superar este obstáculo.

6.5.2.5 *Idoneidad didáctica*

IDONEIDAD EPISTÉMICA En la serie de «Numb3rs» , el protagonista matemático acostumbra a explicar los conceptos y procedimientos que emplea para tratar de resolver los crímenes. Aunque en muchas ocasiones se trate de matemáticas más avanzadas que lo que corresponde a un nivel de secundaria y los argumentos sean bastante superficiales, en el fragmento que se considera aquí se trata el concepto de azar de un modo bastante inteligente. En primer lugar, se muestra la dificultad que entrañan para una persona corriente las leyes de azar y el concepto de experimento aleatorio. Después, el protagonista explica el porqué. Todo ello se articula en lenguaje verbal, conformando un argumento en torno a estos conceptos. Además, en la escena aparece un gráfico que aplica las conclusiones de Charlie al caso que están intentando resolver.

De esta forma, junto con el trabajo experimental y comunicativo que tiene lugar en el desarrollo de las tareas, se articula una configuración epistémica rica, que se traduce en una alta idoneidad.

IDONEIDAD COGNITIVA Son habituales los errores conceptuales en torno al azar en el alumnado de secundaria, al igual que los personajes de la serie «Numb3rs». Cognitivamente la secuencia didáctica se sitúa en el nivel más básico posible, buscando el significado del azar. A partir de ahí se plantean una serie de experiencias manipulativas para que, al igual que en la serie, los alumnos se apropien de los fundamentos de la probabilidad. Sin duda, se trabaja en la zona de desarrollo próximo, ya que a partir de esas experiencias se introducen conceptos más formales, como el de frecuencia relativa.

IDONEIDAD INTERACCIONAL Son varios los momentos en los que los alumnos tienen la oportunidad de comunicarse entre ellos, o con el profesor, bien para argumentar sus respuestas o cuando el profesor institucionaliza los objetos matemáticos. Además, durante las actividades manipulativas también surgen espacios para que el alumnado se exprese. Es normal que tras secuencias *raras* de lanzamientos de monedas (como 2 caras y 8 cruces) surjan expresiones como *qué mala suerte*.

IDONEIDAD AFECTIVA Afectivamente, también es idónea. El fragmento pertenece a una serie de ficción reciente que fácilmente puede incluirse en los gustos e intereses del alumnado de estas edades. Por otro lado, las actividades manipulativas que se plantean en las tareas también contribuyen a una predisposición positiva.

IDONEIDAD MEDIACIONAL El empleo de un fragmento cuya duración es inferior a 4 minutos proporciona una ganancia mediacional que justifica su empleo. El coste de tiempo lectivo es mínimo y al mismo tiempo se introducen puntos curriculares al alumno.

IDONEIDAD ECOLÓGICA Si se consideran exclusivamente los puntos que indica el currículo para segundo curso de secundaria, la secuencia presenta ecológicamente una baja idoneidad, pues no aparecen conceptos probabilísticos de forma explícita. Todos los puntos curriculares oficiales tratan conceptos y procedimientos propios de la estadística. Sin embargo, diversos libros de texto incluyen una pequeña introducción a la probabilidad que, por otro lado, aporta significado a los contenidos estadísticos. Por ejemplo, la noción de muestra exige la anterior apropiación del concepto de azar, pues ésta es extraída de forma aleatoria de una determinada población. De esta manera se justifican los puntos curriculares marcados en la rejilla de la figura 6.40. Por otro lado, el cálculo de la frecuencia relativa es el mismo que el que se sigue para obtener la media, que es un parámetro estadístico.

Esta secuencia se relaciona con los siguientes criterios de evaluación oficiales:

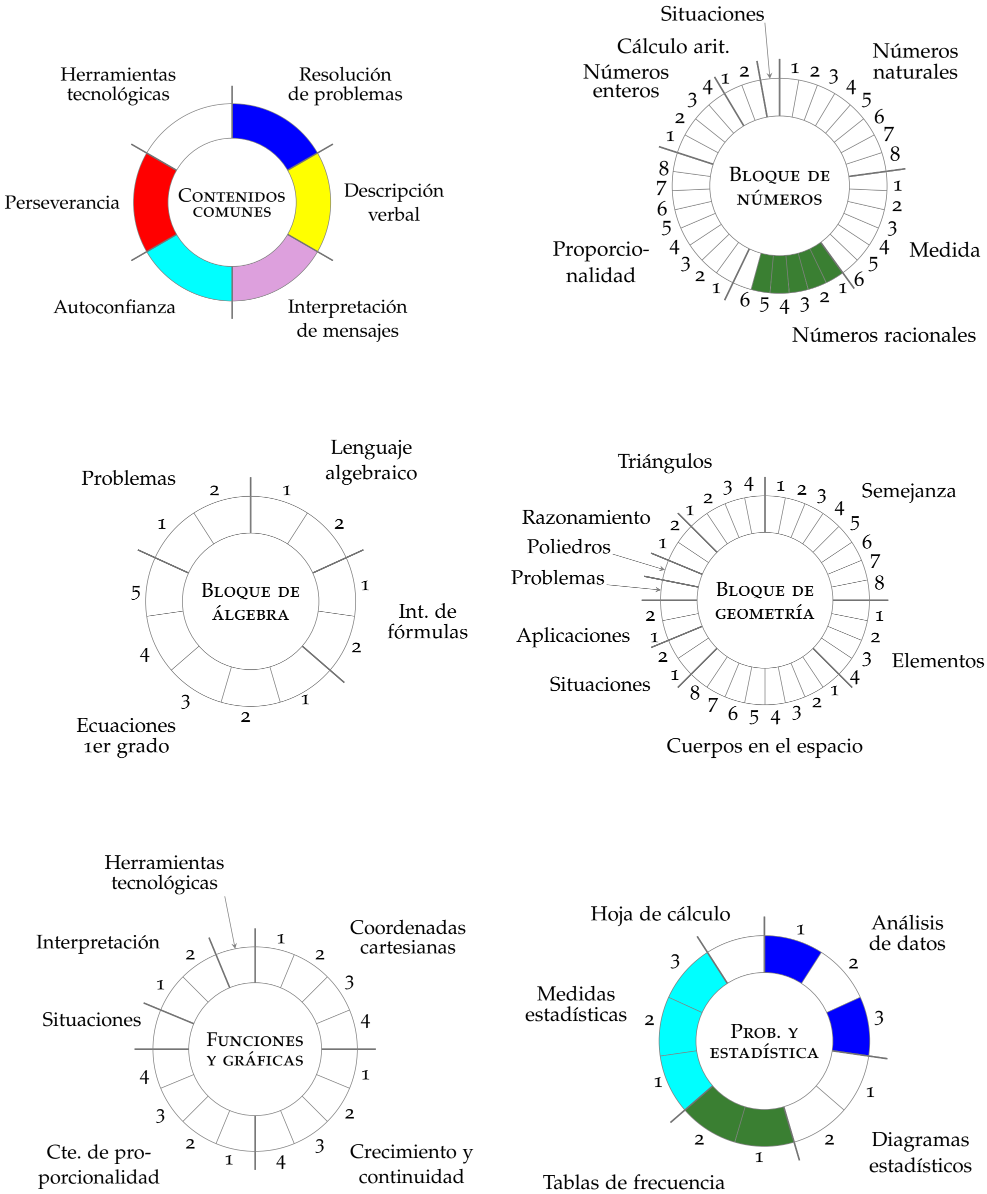


Figura 6.40: Idoneidad ecológica, desde el punto de vista curricular, de la secuencia didáctica basada en el fragmento de «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005) (probabilidad)

CRITERIO 7 *Formular las preguntas adecuadas para conocer las características de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas informáticas adecuadas.*

Como se ha mencionado, en 2º curso de secundaria no se menciona la probabilidad explícitamente en el currículo oficial de Aragón. Sin embargo, la relación de la estadística con la probabilidad es más que notoria, y conceptos como el de muestra de una población no pueden entenderse correctamente sin unas nociones básicas de probabilidad. Por ello, la mayoría de los libros de texto incluyen una unidad didáctica reservada a la probabilidad y, de esa manera, la secuencia didáctica presentada.

CRITERIO 8 *Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.*

El problema que se plantea el protagonista matemático de «Numb3rs» es encontrar la localización de un asesino en serie. A partir del visionado del vídeo se propone a los alumnos la realización de diferentes experiencias manipulativas e interactivas que tienen la consideración de situaciones-problema, debiendo argumentar convenientemente sus conclusiones antes de la institucionalización por parte del profesor.

6.6 CONCLUSIONES DE LOS ANÁLISIS A PRIORI

A lo largo de este capítulo se han mostrado una serie de diseños de secuencias didácticas, sobre los cuales se han llevado a cabo análisis sistemáticos de su idoneidad didáctica a priori. La primera conclusión importante, que ya se intuía en la revisión del estado del arte, es que todos los bloques de contenidos curriculares son susceptibles de incluir actividades de clase basadas en fragmentos seleccionados de películas y series de ficción. Conviene hacer notar que las secuencias didácticas presentadas son meros ejemplos de las tareas que pueden diseñarse para cada bloque. Incluso, otro profesor podría pensar en una serie de actividades diferente a partir de los mismos fragmentos.

Uno de los objetivos de la presente investigación era señalar que pueden diseñarse secuencias de aula con una elevada idoneidad didáctica de partida, a partir de fragmentos o escenas de breve duración, extraídas de obras de ficción. Así lo han demostrado los análisis a priori realizados.

Riqueza de las configuraciones epistémicas

La variedad de objetos matemáticos que aparecen en cada secuencia didáctica; esto es, la riqueza de las configuraciones epistémicas presentadas, depende en primer lugar de los fragmentos escogidos y, en segundo lugar, de las tareas propuestas a partir de ellos. Se ha procurado que las tareas planteadas guarden una relación directa con el fragmento seleccionado, de forma que si en ellas se introducen nuevos objetos matemáticos, éstos sean precursores o sucesores inevitables de los originales.

Si el objetivo que se persigue en una sesión es introducir un nuevo concepto o reforzarlo, cuantos más registros semióticos estén presentes en la actividad, tanto mejor y más completa será la apropiación de los objetos matemáticos por parte de los alumnos. En ese sentido, los ejemplos presentados cubren todo el espectro posible. Así, se tienen secuencias como la basada en el fragmento de «Los Simpson» sobre ecuaciones sencillas de segundo grado (apartado 6.2.4), en las que únicamente aparece un objeto matemático a través de un único registro. Y, en el otro extremo, se encuentran fragmentos que por sí solos ofrecen una variedad muy interesante de registros y de objetos. Ejemplo de ello es el que se ha seleccionado a partir de un capítulo de la serie «Numb3rs», sobre experimentos aleatorios (apartado 6.5.2). En dicho fragmento, sin ni siquiera tener en cuenta las tareas propuestas, aparece una excelente argumentación en torno al concepto de azar, junto con dos representaciones visuales diferentes del mismo.

Ahora bien, como se ha mencionado repetidamente, la motivación en sí también es un objetivo importante. Por lo tanto, si un fragmento puede mejorar la percepción que de las matemáticas tienen los alumnos y despertar su interés, aunque las matemáticas presentes en el mismo sean de menor intensidad que en otros ejemplos, también podrá alcanzar un elevado grado de idoneidad didáctica. De esta forma, puede resultar que la simplicidad de las configuraciones epistémicas de partida sea debida en gran parte a la brevedad de los fragmentos de películas y series seleccionados, los cuales se centran muchas veces en uno o dos objetos matemáticos únicamente. En dichos casos, el desarrollo, articulación y conexión de unos objetos con otros tiene lugar en la tarea que se plantea con posterioridad al visionado y la utilización didáctica del fragmento se justifica por el contexto que proporciona o, si se trata de un contexto de segundo orden, por la motivación que produce en el alumnado, al basarse en material de ocio afín a sus intereses personales. En otras palabras, una configuración epistémica sencilla que resulte en una baja idoneidad epistémica se ve compensada por una elevada idoneidad ecológica y afectiva.

Idoneidad epistémica

La diversidad de configuraciones epistémicas que se ha puesto de relieve en el punto anterior se traduce directamente en una variabilidad en el grado de idoneidad epistémica. Aunque es complicado establecer con exactitud cada grado de idoneidad, los indicadores que se recogen en el apéndice C INDICADORES DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA ayudan a detectar fortalezas y debilidades evidentes. Por este motivo, aunque debido al número de objetos matemáticos se pudiese considerar baja la idoneidad de una secuencia, si ésta los presenta de forma coherente y utilizando varios registros semióticos, se ha convenido en valorarla como media-alta. Es ejemplo ilustrativo de ello el fragmento de «Los Simpson» (apartado 6.3.1), donde únicamente aparece una gráfica. Dicha gráfica relaciona inteligencia y felicidad, pero ya desde la proyección del fragmento se elaboran argumentos en torno a su interpretación que, con las sucesivas tareas, da pie a la elaboración de nuevas gráficas por parte del alumnado. En la misma línea se enmarca la secuencia basada en «Granujas de medio pelo», donde el objeto matemático que aparece en el fragmento es un argumento en torno al concepto de fracción. En este caso, el análisis a priori ha establecido que dicho argumento y el trabajo que desarrollan los alumnos para detectar los errores que contiene, puede revelar profundas deficiencias en torno al concepto de número racional y a las aplicaciones que de él pueden hacerse.

Idoneidad cognitiva

Un análisis completo de la idoneidad cognitiva requeriría enfocar los análisis a priori para un grupo en concreto, teniendo en cuenta el nivel cognitivo exacto de los alumnos. Al generalizar dichos análisis, se asimila nivel cognitivo con nivel curricular, con lo que se solapan las conclusiones obtenidas para la idoneidad cognitiva y la ecológica, ya que es esta última la que valora la adecuación a la normativa, entre otros aspectos. En cualquier caso, se ha pretendido profundizar un poco más en el plano cognitivo, y por ello se han descrito los obstáculos de aprendizaje más comunes en cada una de las secuencias.

Es mediante la superación de los posibles obstáculos de aprendizaje que los alumnos aprenden de forma significativa. Así, un primer paso es la detección de esas dificultades, para poder adecuar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Algunos de los fragmentos seleccionados funcionan como auténticos detectores de obstáculos. Sin ir más lejos, los considerados en el punto anterior pueden usarse de esa manera. Ambos tienen una intencionalidad descaradamente cómica, que tiene su origen directo en la utilización de ciertos objetos matemáticos. Así, si alguien no comprende el concepto de fracción (o quebrado, como lo denominan en la película), no va a sonreír siquiera con la escena de «Granujas de medio pelo». Y lo mismo ocurre con el fragmento de «Los Simpson» donde muestra Lisa la gráfica que relaciona felicidad e inteligencia. Si se permite la analogía, ocurre lo mismo que cuando se cuenta un chiste: si no se entiende, no se ríe. Una vez detectadas estas carencias, las tareas propuestas permiten profundizar en la asimilación del concepto central y en relacionarlo con otros objetos.

Otro aspecto fundamental en la valoración de la idoneidad cognitiva es saber si el punto de trabajo se encuentra en la zona de desarrollo próximo de los alumnos. Idealmente, se deben introducir objetos matemáticos (conceptos, procedimientos, proposiciones, etc.) desconocidos a priori por el alumnado, pero que a los que se pueda llegar fácilmente a partir de otros objetos ya asimilados por el alumno. Resulta difícil trabajar siempre en dicho punto óptimo, pues es una forma de plantear la enseñanza que consume un mayor tiempo lectivo, al menos aparentemente. En esta línea de pensamiento, los análisis realizados han mostrado que los fragmentos o escenas pueden ser clasificados en dos tipos. Aquellos que permiten generar de forma más o menos directa una actividad dentro de la zona de desarrollo próximo y aquellos que, en cambio, sugieren ser utilizados para reforzar un concepto o un procedimiento ya conocido por el alumno. Esta diferencia hay que buscarla en primer lugar en el *nivel de explicitación* de los objetos matemáticos. Cuanto más explícita sea la aparición de un objeto matemático dentro de un fragmento, menos articulado aparece en conexión con otros y, por consiguiente, moviliza menos sistemas de prácticas, resultando en una configuración epistémica normalmente pobre, que a su vez termina disminuyendo el grado de idoneidad epistémica y cognitiva.

Idoneidad interaccional

El esquema común de las secuencias didácticas diseñadas, basado en la teoría de las situaciones didácticas, reserva multitud de momentos para la interacción entre los alumnos. Principalmente por este motivo, la idoneidad interaccional es, a priori, elevada. En estos espacios de interacción, el alumnado argumenta y expresa sus ideas en torno a los resultados que van alcanzando, a la vez que comparten estrategias de resolución y la forma de abordar los problemas. Estas interacciones pueden utilizar un lenguaje más cercano al que emplean en el día a día que al que se emplea en matemáticas. Poco a poco, los alumnos irán introduciendo expresiones más técnicas, con el objetivo de aumentar la exactitud de lo que dicen. Finalmente, la institucionalización de cada secuencia por parte del profesor hace corresponder ese lenguaje más común al que se espera que utilicen los alumnos en su nivel cognitivo y curricular.

A las interacciones entre alumnos y entre profesor y alumnado se deben añadir las comunicaciones, obviamente unidireccionales, con el fragmento de la serie de ficción o de la película en cuestión. Estos fragmentos funcionan como emisores de argumentos y de proposiciones, y emplean un lenguaje verbal, así como otros registros semióticos (gráfico, simbólico, etc.).

Idoneidad afectiva

Íntimamente relacionado con la idoneidad afectiva, el efecto que se ha convenido en llamar *enmascaramiento del carácter didáctico*, no es otra cosa que potenciar la dimensión a-didáctica de las actividades que hemos planteado. Se trata de una idea que nace de la reflexión en torno al contrato didáctico por Brousseau y que, en sus propias palabras, se puede sintetizar de la siguiente manera (Brousseau, 1986):

> El alumno sabe bien que el problema ha sido escogido para hacerle adquirir un nuevo conocimiento, pero debe también saber que este conocimiento está enteramente justificado por la lógica interna de la situación y que puede construirlo sin invocar razones didácticas. No solamente puede hacerlo, sino que debe, pues no habrá adquirido verdaderamente ese conocimiento hasta que sea capaz de ponerlo en práctica él mismo en situaciones que encontrará fuera de todo contexto de enseñanza y en la ausencia de toda indicación intencional. Tal situación es llamada situación a-didáctica.

Cuando se trata de asimilar conceptos fundamentales la teoría de las situaciones didácticas permite diseñar, implementar y evaluar las secuencias didácticas correspondientes, con un alto grado de idoneidad, existen otros tipos de actividades para trabajar contenidos específicos de forma más insistente. Según la línea de pensamiento del enfoque onto-semiótico, se deben integrar tareas de tipo socio-constructivista (como pueden ser las basadas en la teoría de las situaciones didácticas) con otras de corte más procedimental.

Muchas de las tareas que se han propuesto han seguido los principios de la teoría de las situaciones didácticas, pudiéndose distinguir fácilmente situaciones de acción, de comunicación, de validación y de institucionalización. En ellas, el empleo del lenguaje como medio para transmitir y argumentar ideas es un elemento clave y el profesor adopta una labor de guía, más que de transmisor de conocimientos. Sin embargo, secuencias como la basada en «Apolo XIII» (apartado 6.4.4) son totalmente procedimentales y las tareas que incluyen consisten en la repetición de cálculos.

En cualquier caso, todas las secuencias presentan un elemento en común. Todas ellas contextualizan las tareas gracias al empleo de fragmentos extraídos de películas y series de ficción, de forma que la idoneidad afectiva alcanza siempre valoraciones elevadas. La justificación radica en la afinidad de estos medios con los intereses del alumnado, lo que en la mayoría de las ocasiones se traduce en una mayor motivación, curiosidad, y predisposición positiva.

Idoneidad mediacional

Se han dado por supuestas las condiciones básicas que debería reunir el aula física donde se implementarían las actividades. Así, dicha aula hipotética debería contar con ordenador, proyector y altavoces entre su equipamiento. Además, la secuencia didáctica basada en «Moneyball» (apartado 6.5.1) requiere la disponibilidad del aula de informática o de ordenadores de sobremesa para los alumnos. Obviamente, si alguno de estos criterios no se cumpliese, la idoneidad mediacional no sólo sería mínima, sino que constituiría un obstáculo, un cuello de botella, sin cuya resolución la implementación no podría llevarse a cabo. Afortunadamente, hoy en día es habitual disponer de este equipamiento en las aulas y, por ejemplo en Aragón, todas las aulas de secundaria cumplen estos requisitos.

Así pues, sin tener en cuenta las características concretas del aula en la que se van a implementar las secuencias, las elevadas valoraciones de la idoneidad mediacional se deben sobre todo a la magnífica relación entre tiempo lectivo consumido y potenciales resultados de aprendizaje. Una posible excusa para no utilizar este tipo de materiales audiovisuales de vez en cuando podría ser el excesivo tiempo lectivo que se puede consumir. Sin embargo, dicho argumento se desmonta fácilmente cuando en lugar de emplear obras completas cuyo visionado podría extenderse a varias sesiones de clase, se utilizan fragmentos específicos de duración breve. A lo largo de las secuencias, se ha visto cómo la duración de los fragmentos seleccionados suele estar entre 2 y 5 minutos, siendo suficiente para contextualizar las tareas subsiguientes. Por otro lado, la ganancia potencial en términos de resultados de aprendizaje queda reflejada en las configuraciones epistémicas. Es el balance entre estos dos aspectos lo que hace que la idoneidad mediacional sea siempre elevada.

Idoneidad ecológica

Dado que tanto la selección de los fragmentos de series y películas como el diseño de las secuencias didácticas correspondientes se ha llevado a cabo teniendo presente el currículo oficial, los análisis a priori no han hecho sino constatar la elevada idoneidad ecológica en todos los casos.

Ya en la revisión del estado del arte se adelantó la existencia de recopilaciones de referencias matemáticas en el cine, las cuales pueden dar origen a actividades de aula. Con las secuencias que se han mostrado a lo largo de este capítulo se ha visto cómo se pueden utilizar para cada uno de los bloques de contenidos curriculares: números, álgebra, funciones y gráficas, geometría y probabilidad y estadística. Además, se han relacionado con los criterios de evaluación que dicta la normativa, siendo esta relación más que directa. En varios de estos criterios se especifica que los alumnos sean capaces de manejar los objetos matemáticos correspondientes (números enteros, fracciones, etc.) en el contexto de situaciones cotidianas. En ese sentido, la contextualización llevada a cabo mediante los fragmentos de películas y series es más potente que la evocada con los tradicionales problemas que aparecen en los libros de texto.

Por otro lado, la apertura hacia la innovación didáctica es clara. En primer lugar, porque no se trata de una práctica muy habitual todavía del profesorado y, en segundo término, porque permite ser articulada de diferentes maneras, como en el marco de un proyecto colaborativo, como se verá en el capítulo 8 FASE INICIAL. Además, toda innovación didáctica debe seguir un proceso sistemático en el que se diferencien como mínimo las fases de diseño, implementación y evaluación. El modo de proceder que se ha seguido en la elaboración de las secuencias didácticas presentadas es el natural, que comienza con la selección de los fragmentos, la cual desencadena los procesos posteriores. El primero de estos procesos es una reflexión en torno a los objetos matemáticos que aparecen en dicho fragmento y cómo pueden articularse en una serie de tareas. Posteriormente se llevaría a cabo la implementación y, gracias a las múltiples oportunidades de uso del lenguaje y a las producciones de los alumnos, la evaluación sería fácilmente realizable.

Finalmente, un aspecto que contribuye a la idoneidad ecológica es el empleo de herramientas TIC. En todas las actividades, de forma evidente, se utiliza el ordenador,el proyector y los altavoces del aula como recurso de tipo físico. Este hecho, por sí solo, implica una amortización en términos de aprendizaje de la inversión realizada para contar con este equipamiento, lo que siempre es deseable. Ahora bien, alguna de las secuencias que se han planteado ha sido orientada para su realización en el aula de informática, donde los alumnos son los que interactúan entre ellos y con el programa informático correspondiente. Es ejemplo de ello la basada en «Moneyball» (apartado 6.5.1), que muestra cómo sería sencillo incluir actividades de este tipo.

Parte IV

TRABAJO DE CAMPO

La siguiente parte se dedica al trabajo de campo llevado a cabo para proporcionar evidencias empíricas con las que responder a las preguntas de investigación. Comienza describiendo la fase inicial, que consistió en el desarrollo de un proyecto eTwinning colaborativo y que sirvió como guía para refinar la metodología de investigación. Posteriormente, la fase avanzada se configuró como un estudio más específico de la idoneidad afectiva o emocional. En ella, se aplican un cuestionario y mapas de humor como instrumentos de recogida de información, proporcionando datos que se analizan con mapas auto-organizados.

7 PLANTEAMIENTO DEL TRABAJO DE CAMPO

Ya se ha mencionado anteriormente que tanto la metodología empleada como los instrumentos correspondientes se han escogido teniendo presente mi propia motivación, como autor de este trabajo, y la futura utilidad que pudieran tener para otros profesores. Como profesor de Matemáticas de Secundaria y Bachillerato, siempre he encontrado necesario y fundamental el buscar técnicas y estrategias que funcionen y que permitan profundizar en la compleja realidad de ese ecosistema llamado aula, lo que conduce a una mejora de mi propia práctica docente. Si esta búsqueda se lleva a cabo con método, entonces pasa a denominarse investigación. De hecho, esta faceta investigadora de la labor docente ya ha sido justificada y alentada por diversos autores (Leikin & Zazkis, 2010), muy cercana también a la aproximación vivencial que describe Mallart, 2010.

Por otro lado, el haber trabajado como profesor en 6 centros educativos diferentes me ha supuesto entrar en contacto con unos 20 profesores de matemáticas de Secundaria de forma directa con diversos grados de experiencia. Aunque no he realizado un estudio sistemático al respecto, la percepción generalizada es que existe una clara separación entre la pedagogía teórica y la realidad de la práctica educativa. La visión de la mayoría de compañeros, tanto de Matemáticas como de otras áreas, es que de poco vale tener muchos conocimientos de didáctica cuando te enfrentas a una clase de ESO. Esta dialéctica no es sino la constatación de la existencia de cierta brecha entre teoría y práctica educativa, al menos en la etapa de secundaria.

De esta manera, se ha pretendido elaborar un trabajo de tesis que aunara ambas visiones. Por ello, en primer lugar se han diseñado los prototipos de secuencias didácticas fundamentados teóricamente, mostrados en el capítulo 6 SECUENCIAS DIDÁCTICAS Y SUS ANÁLISIS A PRIORI. Y ahora, a lo largo del presente capítulo, se describe el trabajo de campo realizado, el cual se basa en la implementación en el aula de las mencionadas secuencias. La metodología y los instrumentos empleados para dar respuesta a los objetivos de investigación se han escogido atendiendo a su carácter científico y adecuación, pero también teniendo presente nuestra intención de que cualquier profesor que se decida a investigar fenómenos similares pudiera reproducir nuestros pasos. Esto último se hace especialmente patente en la elección del instrumento principal de análisis de la información, los SOM, en los que su carácter visual enmascara en cierta manera el potente trabajo de corte estadístico que se lleva a cabo en segundo plano.

En consecuencia, se ha planteado una división en dos fases del trabajo de campo (figura 7.1), conjugando diferentes enfoques de investigación. La primera fase, realizada durante el curso 2011/2012, tuvo un carácter exploratorio, con el fin de delimitar los objetivos y extraer conclusiones para diseñar las secuencias didácticas del capítulo 6 SECUENCIAS DIDÁCTICAS Y SUS ANÁLISIS A PRIORI, así como para elegir los instrumentos de la fase avanzada.

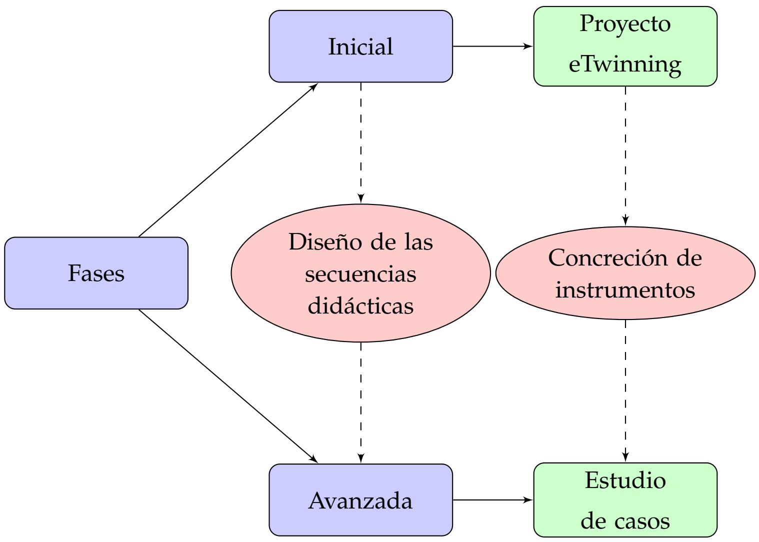


Figura 7.1: División en fases del trabajo de campo.

El enfoque propio de la fase inicial enlaza con la Investigación-Acción Participativa (IAP). A lo largo de dicho curso académico actué tanto como profesor como investigador con mis propios grupos de alumnos de primer curso de ESO, concibiendo la investigación como un medio para cambiar mi forma de impartir docencia. El marco elegido para ello fue un proyecto colaborativo eTwinning, que permitía plantear una temática acorde con los objetivos de la tesis, a la vez que aumentar la muestra en un contexto internacional. Además, las propias herramientas de la plataforma, junto con el sistema de incentivos basado en etiquetas de calidad y revisiones continuas, propició que todas las producciones de los alumnos quedaran registradas y que se pudiera llevar un seguimiento pormenorizado de las actividades del proyecto.

El espacio online característico de los proyectos eTwinning pone a disposición de los profesores una serie de herramientas con las que llevar a cabo el trabajo, como pueden ser foros, salas de chat o mensajería. Mediante estas aplicaciones, los profesores responsables de cada proyecto pueden realizar fácilmente un seguimiento del desarrollo del proyecto y, por consiguiente, de las producciones de los alumnos. Por otro lado, la última sesión se dedicó a la evaluación final, donde el alumnado rellenó un cuestionario sobre el trabajo conseguido. Dicho cuestionario se adaptó de los recomendados por eTwinning para proyectos de este tipo. Finalmente, se entrevistó a unos pocos alumnos, de manera informal, para acotar y dar significado a las respuestas de los cuestionarios. Los instrumentos de investigación empleados durante la fase inicial se muestran en la figura 7.2, que se describirán con detalle en el capítulo 8 FASE INICIAL.

Al siguiente curso académico, y una vez diseñadas las secuencias didácticas y analizadas a priori, se procedió a continuar la investigación con la fase avanzada, adoptando la forma de un estudio de casos aplicado a dos grupos de alumnos de dos profesores diferentes, ajenos hasta ese momento a la investigación. De esta forma, el propio proceso de investigación desembocó en una metodología ágil que, como se verá, invita a ser reproducida. Cabe observar que el enfoque del estudio de casos llevado a cabo también podría catalogarse como investigación-acción, pero no participativa, puesto que no es el investigador el que lleva a la práctica los elementos de la investigación.

El cambio de metodología respecto a la primera fase, consecuente en todo momento con los objetivos iniciales, induce a una reflexión sobre los aspectos positivos y negativos, así como de las estrategias puestas en práctica para compensar estos últimos.

Como desventaja, destaca el hecho de que se pierde parte del control sobre lo que realmente se implementa en el aula. Aun estando los protocolos de clase perfectamente definidos, es inevitable la aparición de nuevos elementos, por ejemplo, en forma de interacciones que no han sido tenidas en cuenta y que tienen lugar por la concepción de la enseñanza que tiene el profesor que las pone en práctica. Por otro lado, la visualización en clase de los fragmentos de películas o series requiere de unos elementos técnicos que, aunque básicos (ordenador, proyector y altavoces), pueden fallar. Estos contratiempos técnicos pueden llegar a provocar una disminución del tiempo efectivo dedicado a la actividad, que ve restringidos los espacios dedicados a las interacciones.

Por otro lado, se cuenta con una serie de ventajas sobre la fase exploratoria. La más obvia es que se amplía el campo de visión, máxime si lo que se pretende es dar a conocer las bondades de contextualizar la enseñanza de las matemáticas por medio de fragmentos de películas. Proporcionando estos protocolos de aula a otros profesores y escuchando de primera mano sus opiniones al respecto, se consigue una información diferente que permite mejorar las secuencias de aula. La metodología de investigación propiamente dicha también se ve contrastada, ya que los profesores participantes en el estudio han de utilizar los instrumentos que se han diseñado para recoger información, y pueden expresarse al respecto valorando si dichas herramientas interfieren su práctica docente y, en caso positivo, en qué grado.

En la figura 7.2 pueden verse también los instrumentos empleados en la fase avanzada, que serán descritos en detalle en el capítulo 9 FASE AVANZADA. Básicamente son tres: un cuestionario inicial y los mapas de humor para la recogida de datos, y los SOM como herramienta de análisis. El cuestionario inicial tiene como finalidad el recoger información acerca de las creencias y percepciones del alumnado sobre las matemáticas, el estilo de enseñanza del profesor, las películas y las series y la relación de éstas con las matemáticas y con su utilización didáctica. Los mapas de humor sirven para recoger datos sobre el plano afectivo de los alumnos. Una vez habituados a ellos, los alumnos indican su estado emocional durante la resolución de ejercicios y problemas mediante pictogramas dibujados por ellos mismos. Los datos así obtenidos se procesan con los SOM, cuya denominación no tiene nada que ver con la anterior

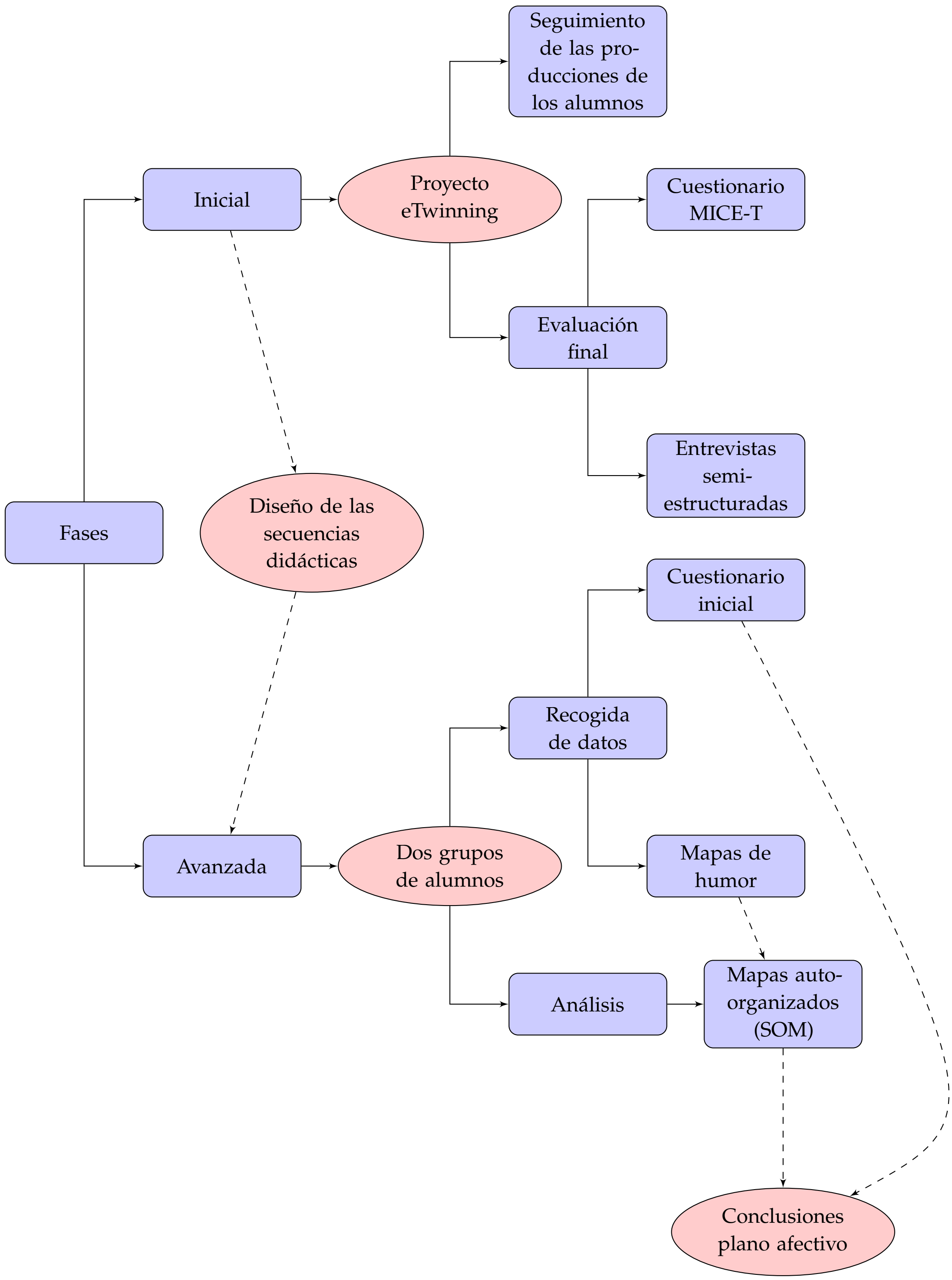


Figura 7.2: Instrumentos empleados en cada fase del trabajo de campo.

herramienta salvo, quizás, que ambas comparten un fuerte carácter visual. Los SOM permiten abordar los datos obtenidos estableciendo correlaciones entre los componentes emocionales y distinguiendo tipologías de alumnos. Las conclusiones así obtenidas se contrastan con los resultados del cuestionario inicial.

Como se ha adelantado en los objetivos, no se ha pretendido llevar a cabo grandes generalizaciones, en la creencia de que hay una cantidad nada despreciable de factores que dependen de los sistemas propios de cada docente y de cada clase en concreto. Dichos factores pueden influir, tanto positiva como negativamente en la implementación de las secuencias didácticas propuestas. Así pues, el trabajo de campo que se presenta en esta parte de la tesis simplemente ha querido ilustrar que es posible utilizar los fragmentos de películas y series de ficción como recurso didáctico para contextualizar la enseñanza de las matemáticas, a la vez que trabajar la motivación y la predisposición de los alumnos.

8

FASE INICIAL

8.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL TRABAJO EN LA FASE INICIAL

8.1.1 *Enfoque de investigación*

Previamente a elegir los instrumentos de investigación más apropiados para responder a las preguntas de investigación, se estimó necesario realizar un trabajo experimental de corte exploratorio. De esta manera, se persigue obtener una visión más cercana de la realidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar con actividades diseñadas en torno al empleo de fragmentos extraídos de películas y series de ficción.

El carácter exploratorio de esta fase de investigación inicial no implica que dicha fase se haya llevado a cabo sin ningún método predefinido. Sencillamente, quiere decir que su objetivo es sentar las bases para la reflexión previa a la fase final o avanzada. Como se verá a lo largo de este capítulo, las actuaciones didácticas se planificaron antes de su implementación, así como la recogida de datos.

La experiencia que se describe a continuación se llevó a cabo durante la segunda mitad del curso 2011-2012 en el marco del proyecto colaborativo eTwinning *7art Maths*, entre un centro educativo español y otro italiano (Asti & Beltrán Pellicer, 2012), con alumnos de primer curso de ESO.

eTwinning es una acción educativa de la Comisión Europea dentro del Programa de Aprendizaje Permanente, como medida de acompañamiento de *Comenius*. Su objetivo es facilitar y promover del desarrollo de proyectos colaborativos entre centros educativos de toda Europa, mediante el empleo de las TIC. Para ello, existe una red de servicios nacionales, coordinados por el Servicio Central de Apoyo, que llevan a cabo diversas actuaciones de carácter formativo, de ayuda y de dinamización. *eTwinning* ofrece una serie de herramientas agrupadas en una plataforma virtual que cumple con los estándares de seguridad y privacidad necesarios:

- Foros
- Salas de chat
- Repositorio de documentos
- Correo interno

Aunque se promueve el empleo de las herramientas propias de *eTwinning*, también es posible combinar su uso con el de otros servicios virtuales, como *Google Drive*[33] o cualquiera que se plantee por parte de los profesores que participan en el proyecto.

El proyecto implementado recibió los sellos de calidad del programa (ver apéndice F), tanto los nacionales como el europeo, así como el premio nacional de *eTwinning* Italia. Estas menciones constituyen un reconocimiento a aquellos proyectos que han alcanzado la excelencia en innovación pedagógica y creatividad, integración en los planes de estudios, colaboración entre centros asociados, uso de las TIC, sostenibilidad y transferibilidad y en resultados y beneficios. Además, para conseguir acceder a los sellos de calidad es necesario haber llevado un seguimiento de la actividad realizada.

8.1.2 *Muestra*

En la fase inicial; es decir, en el proyecto eTwinning, participaron en total 49 alumnos divididos en tres grupos de la siguiente forma: un grupo de 21 alumnos en el centro

33 Previamente conocido como *Google Docs*, es una suite ofimática on-line que incluye procesador de textos, hoja de cálculo, programa de dibujo, etc.

italiano y dos grupos de 14 alumnos cada uno en el español. La edad del 98,4 % de los alumnos era de 12-13 años, salvo el 1,6 % restante que eran repetidores, con una edad de 13-14 años.

8.1.3 *Instrumentos*

La metodología de investigación empleada es de carácter cualitativo y descriptivo. Todas las actividades realizadas por los alumnos en el espacio virtual de *eTwinning* quedan recogidas en sus producciones: discusiones en el foro, mensajes en los chats y documentos ofimáticos de *Google Drive*. Por otro lado, los profesores anotaron el cumplimiento de diversos indicadores en sus diarios de clase para constatar el efecto del proyecto en el estudiantado a nivel motivacional, de empleo de nuevas tecnologías y de rendimiento académico. Dichos indicadores son los recomendados en las especificaciones del proyecto Model Instruments for a Common Evaluation (MICE-T) (Tilkin y col., 2001), nacidas en el seno de una iniciativa Socrates Comenius para la autoevaluación de proyectos educativos. Se consideró el impacto en los alumnos, en los profesores y en la comunidad educativa en general, así como la gestión del proyecto.

Finalmente, se aplicó un cuestionario abierto a los participantes (basado también en MICE-T) y entrevistas informales y semiestructuradas a estudiantes seleccionados, con el objetivo de evaluar la percepción del proyecto por el alumnado. Dicho cuestionario constituía la última actividad del proyecto, por lo que se realizó en clase en presencia de los profesores, los cuales incidieron en que se contestasen todas las preguntas.

8.2 OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DEL PROYECTO

El proyecto estuvo coordinado por la profesora de Matemáticas del grupo italiano y el autor de la presente tesis, profesor de Matemáticas de los grupos españoles. Además, colaboraron los profesores del departamento de Inglés y diversos profesores de apoyo. Mediante la contextualización de ciertas actividades en clase de Matemáticas empleando fragmentos de películas y series, nos planteamos los siguientes objetivos que aúnan los de nuestra tesis con otros de corte más transversal:

1. Incrementar la motivación de los alumnos en Matemáticas.
2. Facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos, contextualizando la enseñanza de las matemáticas y presentando aplicaciones en el mundo cercano al alumno.
3. Alineación de las secuencias didácticas con el currículo.
4. Impulsar el empleo de una lengua extranjera (inglés) para comunicarse con otros estudiantes europeos.

La gestión se realizó de forma colaborativa haciendo uso intensivo de las herramientas online de *Google Drive*. En el documento de proyecto se especificaron los tipos de actividades a trabajar, así como los puntos curriculares coincidentes en todos los grupos participantes. De esta manera, se dividió el proyecto en cuatro bloques diferenciados:

En la tabla 8.1 se muestra cómo se estructuró el proyecto en bloques temáticos. Cada uno de dichos bloques incluía un trabajo específico por parte del alumnado. De esta forma, el objetivo de las actividades del bloque inicial consistió en formar los grupos de trabajo, tratándose contenidos puramente transversales, como el uso del inglés dentro de un contexto virtual. El bloque de escenas es el de mayor interés para nuestro artículo, ya que es el que engloba las actividades basadas en fragmentos de películas y series. En las actividades del bloque de actores se vuelven a tratar contenidos transversales, relacionando las matemáticas con profesionales del cine y la televisión, humanizándolas de alguna manera para el estudiantado. Los alumnos tuvieron que investigar en internet la biografía de actores, directores o guionistas, para terminar realizando una presentación en clase. El bloque de película es similar al dedicado a escenas, con la diferencia de que se proyectó una película completa, «Cielo de octubre» (Johnston, 1999), con gran contenido matemático y motivacional, a modo de colofón del proyecto. Tras su proyección, se inició un debate guiado en

Bloque	Tarea	Recursos virtuales	Actividades presenciales
Inicial	Realización de un póster colaborativo en red, con el fin de conocer a los demás participantes.	Herramientas ofimáticas de Google Drive, chat y foros.	Exposición del póster.
Escenas	Resolución de problemas matemáticos basados en las escenas.	Chat y foros.	Visualización de las escenas. Puesta en común de los resultados de cada grupo. Institucionalización por parte del profesor.
Actores	Investigación de la relación con las matemáticas de ciertos actores, directores y guionistas.	Herramientas ofimáticas de Google Drive, chat y foros.	Exposición de las presentaciones por parte de los alumnos.
Película	Resolución de problemas basados en la película.	Chat y foros.	Proyección de la película. Puesta en común de los resultados de cada grupo. Institucionalización por parte del profesor.
Final	Evaluación del proyecto mediante cuestionario abierto y despedida.	Chat y foros. Realización del cuestionario de evaluación. Entrevistas a alumnos seleccionados.	

Tabla 8.1: División del proyecto en bloques temáticos, indicando los recursos virtuales empleados y las actividades presenciales.

los foros virtuales y se plantearon una serie de actividades similares al del bloque de escenas. Por último, el bloque final consistió en la evaluación del proyecto, e incluyó la realización de un cuestionario y una serie de entrevistas a ciertos alumnos.

En lo sucesivo, se profundizará en la descripción del diseño e implementación de las actividades del bloque de escenas, que siguieron el mismo patrón de trabajo en todas ellas. Los tres grupos veían los fragmentos audiovisuales en el aula, durante el tiempo de clase ordinario y, a continuación, se les presentaba la actividad a desarrollar en su idioma nativo. La secuencia didáctica continuaba por la tarde o durante el fin de semana de forma online, para finalizar de nuevo en el aula al día siguiente. Empleando terminología propia de la teoría de las situaciones didácticas, la situación inicial de acción y la institucionalización final tenían lugar en el aula física, mientras que las situaciones de comunicación y validación se realizaban tanto online en idioma inglés como de forma presencial (figura 8.1).

8.3 DESARROLLO DEL PROYECTO

A continuación, se describen dos de las secuencias didácticas representativas del bloque de escenas, que fueron a su vez el germen de los análisis a priori correspondientes del capítulo 6 SECUENCIAS DIDÁCTICAS Y SUS ANÁLISIS A PRIORI.

8.3.1 *Trabajo con escenas: Jungla de cristal III*

En la escena seleccionada a partir de la película «Jungla de cristal III: la venganza» (McTiernan, 1995), los protagonistas tienen que resolver un problema de lógica para evitar que explote una bomba en un parque. Es un buen ejemplo de la aparición de las matemáticas de forma explícita dentro del cine, y aparece referenciada en la práctica totalidad de las fuentes mencionadas anteriormente. Además, el acertijo en sí se incluye en multitud de libros de texto de secundaria y, por otro lado, es una escena

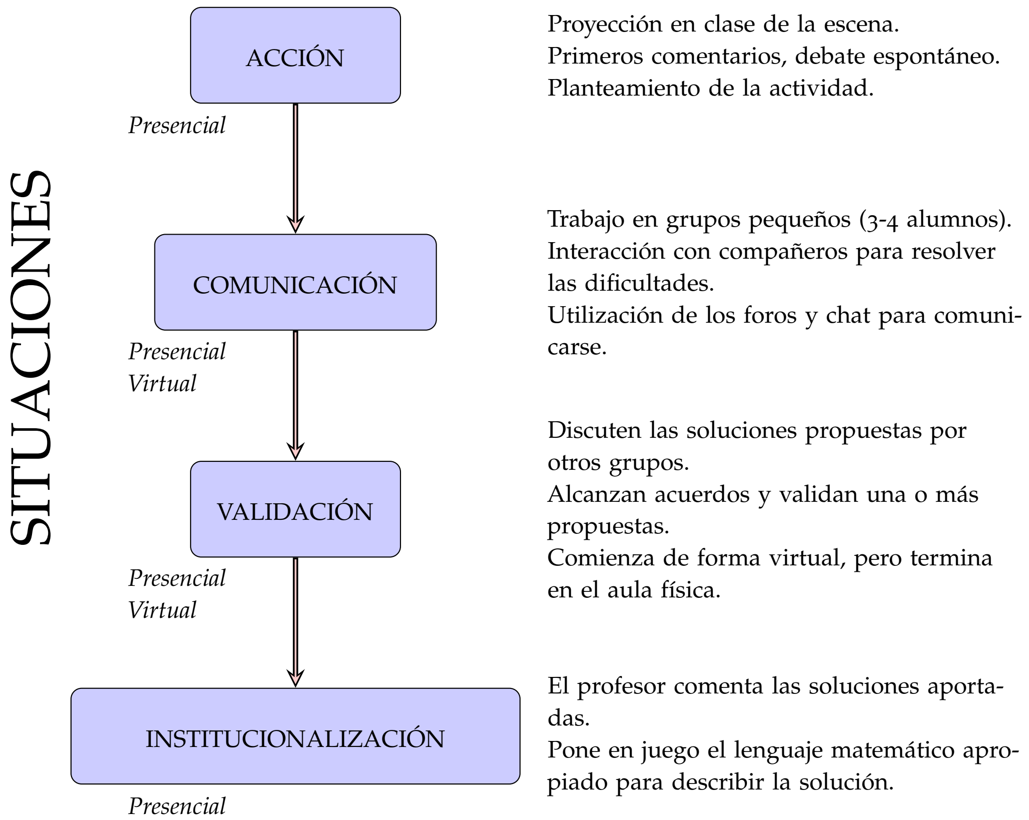


Figura 8.1: Descripción del patrón de trabajo de las actividades del proyecto eTwinning en términos de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

atractiva para nuestros alumnos, ya que la película fue un *blockbuster* con gran impacto comercial.

El problema consiste en conseguir 4 galones exactos de agua, permitiéndose únicamente el empleo de una garrafa de 3 galones y otra de 5 galones. Hay varias formas de resolverlo, bien sea por ensayo y error o mediante ecuaciones diofánticas. Dado el nivel educativo y que prácticamente no se ha tratado el lenguaje algebraico todavía, el problema posibilita trabajar el pensamiento lógico, técnicas de resolución de problemas y, sobre todo, la actitud a la hora de afrontarlos. A continuación, detallamos la secuencia didáctica implementada.

Después de ver la escena en el aula, al final de la sesión, se dio un pequeño margen de tiempo para que los alumnos comentaran la solución. En la propia escena, los protagonistas solucionan el problema, pero el procedimiento que emplean no queda claro del todo (ver sección 6.2.2 Jungla de Cristal III: ecuaciones, resolución de problemas, donde se profundiza en el análisis de esta escena)

Es decir, los protagonistas no explican cómo consiguen llegar a tener los dos galones exactos, así que nuestros alumnos lo primero que piden es volver a ver la escena. Sin embargo, se les propone que la visualicen de nuevo en casa, ya que está disponible en el foro del proyecto, y que ahora trabajen en pequeños grupos la solución durante no más de los 10 minutos restantes de clase. Hasta aquí, los alumnos se han posicionado en las situaciones de acción y de comunicación. La situación de comunicación prosigue con la explicación de la solución personal de cada uno en la plataforma virtual y enlaza con la de validación, ya que los propios alumnos se dan cuenta de si una solución es válida o no, y así lo indican en sus respuestas o en clase al día siguiente, que es donde termina la validación y donde tiene lugar la institucionalización por parte del profesor.

Dos alumnos repiten la solución inicial -errónea, por otra parte- de los protagonistas:

> Llena la garrafa pequeña y echa los 3 galones a la de 5, entonces rellena una tercera parte de la de 3 galones y añádelo a la de 5. Espero que sea así...

La mayoría de los alumnos que respondieron en el foro (12), se aprovechan del estado intermedio del problema que muestra la escena, sin indicar cómo aparecen los dos litros en la garrafa de tres:

> Como ellos dicen, en la botella de 3 litros hay 2 litros, así que no tienes más que poner un litro de la botella de 5 en la de 3, y así te quedarán 4 litros en la de 5.

Por lo tanto, se hace necesaria la intervención del profesor para indicar que se trata de una solución incompleta. Se les anima añadiendo el dato de que realmente hay infinitas soluciones.

Dos alumnos aportan finalmente la solución correcta. Es decir, los dos galones (o litros, según doblaje o interpretación de los alumnos) vienen de llenar la garrafa grande y vaciarla en la pequeña, con lo que quedan dos galones exactos, que luego se pueden echar a la pequeña.

En la institucionalización, al día siguiente en clase, se comenta la solución de la película y se explicita la ecuación diofántica $3x + 5y = 4$. Aunque realmente se trata de un contenido no incluido en el currículo, nuestra intención es únicamente utilizar la ecuación para mostrar el potencial del lenguaje algebraico.

La semana siguiente, y para trabajar la transversalidad de contenidos con la asignatura de inglés, el grupo español trabajó con una parodia de la escena del dúo de humoristas *Cruz y Raya*, en la que el problema consiste en conseguir 8 litros con una garrafa de 5 y otra de 3. Los alumnos subtitularon fragmentos del vídeo de forma colaborativa mediante un documento compartido en *Google Drive*. Posteriormente, un alumno voluntario con ayuda del profesor, creó el vídeo subtitulado en el servicio gratuito online de *Universal Subtitles*[34]. De esta forma, pudieron ver la parodia sus compañeros italianos. La famosa coletilla de la escena original, *"Piensa McClane, piensa"*, se convirtió en un recordatorio espontáneo de la actitud a tomar frente a los problemas matemáticos: perseverar y buscar soluciones alternativas.

8.3.2 *Trabajo con escenas: Granujas de medio pelo*

Se trata de un claro ejemplo de búsqueda del error, en este caso, deliberado. En un fragmento de la película «Granujas de medio pelo» (Allen, 2000), cuatro aspirantes a ladrones elucubran sobre cómo repartirse el botín una vez hayan perpetrado el atraco. Sin embargo, cuando uno de ellos propone incluir a su mujer en el reparto, pues hace de tapadera, las cuentas parecen complicarse (ver diálogos en la página 126 y análisis más detallado.)

34 http://www.amara.org/es/

Para entender la escena y descubrir el error que comete el ladrón, es necesario conocer ciertos aspectos sobre las fracciones. Por un lado, qué son las fracciones, cómo leerlas y cómo se comparan y, por otro, cómo dividir un total en partes iguales. Finalmente, para explicar correctamente el gazapo es necesario saber sumar fracciones e, idealmente, llegar al concepto de las fracciones impropias, donde el numerador es mayor que el denominador. Comúnmente, en los libros de texto de Matemáticas se comienza presentando las fracciones como parte de un todo o en el contexto de repartos. De esta forma, se plantean al alumno diferentes representaciones gráficas que, generalmente, son círculos o rectángulos. De ahí que el primer obstáculo serio que aparezca sea precisamente el concepto de fracción impropia, noción que permitirá a la vez una primera clasificación de las fracciones.

En esta ocasión, casi todos los alumnos descubrieron el error y es notable, según parece, que la mayoría de ellos hayan optado por una respuesta que implique un método de comparar fracciones, sin necesidad de realizar la división. Sin embargo, las formulaciones de la explicación son, en ocasiones, incorrectas o incompletas. Por ejemplo, se puede adivinar que el alumno entiende de alguna manera el error, pero no es capaz de expresarlo:

> El error es que 4/4 no se puede comparar con 1/3, la operación es imposible de hacer.

Hay alumnos que utilizan sus conocimientos de números decimales, lo que da lugar a una explicación correcta, pero no satisfactoria, ya que se busca la explicación por medio de los fundamentos de las fracciones:

> El ladrón cree que un tercio es más pequeño que un cuarto, pero no se da cuenta de que Frenchy conseguiría más dinero. De hecho: un tercio de 2M es 666.666,66 y un cuarto de 2M es 500.000

O más ingeniosas, pero en la línea de utilizar procedimientos que no implican fracciones:

> Hay que dividir 2.000.000 entre 4, que da 500.000. Entonces de cada 500.000 quitamos 100.000, lo que da 400.000 para Frenchy, igual que a todos.

Y también hay alguna respuesta incorrecta, que demuestra que ese alumno no acaba de entender el final de la conversación de los ladrones:

> El error lo comete el chico porque si le dan un tercio a Frenchy y ellos tienen un cuarto, ellos reciben menos porque un tercio es mayor que un cuarto.

Como hemos visto, este breve fragmento da pie al tratamiento de las fracciones impropias a partir de un simple reparto. El contexto de la escena hace que los gazapos que comente el personaje sean evidentes, lo que proporciona una información adicional del objeto matemático en juego y, de esta manera, disminuye el salto cognitivo necesario para la apropiación del conocimiento en concreto.

8.4 evaluación final y resultados

Las preguntas del cuestionario, de carácter abierto, se dividieron en dos categorías principales. Por un lado, aquellas orientadas a recoger información acerca de la percepción de los alumnos acerca de los contenidos y competencias que se trabajaron con el proyecto y, por otro lado, las cuestiones relacionadas con aspectos motivacionales. Como el cuestionario final era semiestructurado y había varias cuestiones abiertas, se recogieron las opiniones de los alumnos en una serie de categorías. A continuación, se muestra dicha información enriquecida con la obtenida de las entrevistas y el registro de observaciones de los profesores:

- El proyecto se extendió a lo largo de unas 10 horas de clase en total, extendidas en sesiones de unos 20 minutos. La percepción del tiempo de clase dedicado al proyecto por el estudiantado osciló entre las 8 y las 12 horas, con una media de

Números	Álgebra	Comunes	Transversales
Operaciones Fracciones y operaciones Porcentajes Cálculos mentales	Problemas con lógica Ecuaciones	Ejemplos en los vídeos Aplicaciones de las Matemáticas	Uso del inglés

Tabla 8.2: Contenidos de la asignatura tratados a lo largo del proyecto, según la percepción del estudiantado.

9,6 horas. Aquellos alumnos que mostraron un mayor interés escribieron menos horas, ya que realmente querrían haber dedicado más tiempo.

- Las actividades estaban perfectamente alineadas con los contenidos oficiales de los bloques de números y de álgebra y los alumnos así lo entendieron.

- Todos los alumnos coincidieron en afirmar que a lo largo de las actividades se mostraron aplicaciones de las matemáticas en la vida normal o real, por lo que el proyecto ofreció una mejor perspectiva de las aplicaciones prácticas de la asignatura.

- Prácticamente todos los alumnos indicaron que el proyecto les gustó, por diferentes motivos

- La percepción acerca de la propia participación de los alumnos en el proyecto coincidió con las observaciones de los profesores. Ésta fue sensiblemente mayor que otras actividades de Matemáticas o de otras asignaturas. No obstante, un 20,4 % de los alumnos indicó que sólo participó al principio y un 12,2 % que no participaron.

Sí	No
90 %	10 %
Ha sido divertido Hemos aprendido Ha sido útil Es fácil Hemos usado el ordenador	No me gusta participar

Tabla 8.3: Valoración del grado de satisfacción del proyecto por los alumnos.

Sí	Sólo al comienzo	No
67,4 %	20,4 %	12,2 %

Tabla 8.4: Valoración del grado de participación del proyecto por los alumnos.

- El 65,4 % de los alumnos indicó que mejoraría el proyecto de alguna manera. Es interesante que la sugerencia que más se repitió fue la de que puntuase más el proyecto para la calificación de la asignatura.
- Las sesiones comenzaron en la segunda evaluación y supusieron la introducción de una nueva modalidad de actividades. La nota media de los grupos se incrementó durante los meses que duró el proyecto, pasando de 5,2 a 6,1.

8.4.1 *Cuestionario final para los alumnos*

8.4.1.1 *Competencias y asignaturas*

1. ¿En qué asignaturas se ha trabajado en el proyecto?

Sí	No	NS/NC
65,4 %	10,2 %	24,4 %
Que contase más la nota del proyecto para la nota final Más trabajo en grupo Motivar más a los compañeros para que participen más	Está bien como está	No sé

Tabla 8.5: Necesidad de mejora del proyecto y sugerencias por los alumnos.

2. ¿Cuánto tiempo -aproximadamente- se ha empleado en el proyecto en horas de clase?

3. ¿Se trataba de trabajo en grupo o clases magistrales (normales)?

4. ¿Se ha incluido en el proyecto materia del día a día de la asignatura? Pon ejemplos:

5. ¿Crees que has aprendido más gracias a realizar un proyecto con otros alumnos europeos? ¿Por qué?

6. ¿Se ha conseguido con el proyecto descubrir aplicaciones prácticas de la asignatura? ¿Cuáles?

   Explica brevemente:

7. ¿Te ha gustado participar en el proyecto? Sí o no y por qué.

8. ¿Ha puntuado el profesor de alguna manera tu trabajo en el proyecto?

8.4.1.2 *Motivación*

1. ¿Te has implicado en el proyecto desde el comienzo?
2. ¿Has sugerido actividades para el proyecto? ¿Cuáles?
3. ¿Se tuvieron en cuenta tus ideas cuando nació el proyecto?
4. ¿Consideras que este proyecto es de los profesores o de los alumnos? ¿Por qué?
5. ¿Te ha resultado útil este proyecto? ¿Cómo?
6. ¿Te has responsabilizado de realizar actividades del proyecto?
7. ¿Has empleado horas fuera de clase para el proyecto?
8. ¿Has tenido que trabajar más duro para entregar algo en alguna fecha determinada?
9. ¿Has tenido que motivar a tus compañeros?
10. ¿Estás contento con los resultados? ¿Por qué?
11. ¿Estás orgulloso de haber participado y del trabajo que ha hecho tu grupo?
12. ¿Cómo mejorarías este proyecto?

Todos los grupos mostraron un aumento en la motivación, más fuerte al principio, decreciendo algo conforme se acercaba el final, sobre todo en uno de los grupos españoles. Ese grupo, como muestran los cuestionarios finales, no llegó a ver el proyecto como una actividad de clase, sino como una pérdida de tiempo. El motivo, en sus propias palabras, fue que el proyecto era voluntario y calificado únicamente en términos de puntos extraordinarios.

Por otro lado, en otro de los grupos españoles había una profesora de apoyo para un alumno con necesidades educativas especiales. Ella relató posteriormente que oía hablar a los alumnos acerca de los fragmentos de vídeo en el tiempo de descanso entre clase y clase. Esto es un indicador de que los alumnos se mostraban más interesados por los problemas planteados en el marco del proyecto que por los problemas del libro de texto.

8.4.1.3 *Caso de Alicia*

Al menos tres alumnos, dos españoles y un italiano mostraron signos positivos de cambio en su actitud hacia la materia especialmente significativos. Se resume a continuación el caso de una alumna española, que llamaremos Alicia. En esta chica, que repetía curso, y su falta de motivación era extrema:

- Casi nunca realizaba las tareas asignadas para casa, y las que se hacían en el tiempo de clase, a duras penas y siempre bajo las indicaciones del profesor.
- Muy habladora en clase, se distraía fácilmente. En este aspecto las advertencias del profesor provocaban un cambio a una actitud pasiva.
- En muchas ocasiones era necesario advertirle de que hacía rato que había comenzado la clase, para que sacara el libro y el cuaderno.
- La nota más alta en un examen había sido de 3 sobre 10.

8.5 CONCLUSIONES DE LA FASE INICIAL

Destaca el hecho de que los alumnos identifiquen el uso de escenas o fragmentos de películas y series de ficción con aplicaciones de las matemáticas en el mundo real. De todos los fragmentos empleados, únicamente uno mostraba una situación que pudiera darse de forma similar en el horizonte actual o próximo de la vida de uno de nuestros alumnos. Se trata de la escena de *21 Blackjack* donde el protagonista calcula mentalmente la cuenta en una tienda. El resto de fragmentos consisten en la resolución de acertijos para que no estallen bombas, anécdotas curiosas en series de dibujos animados o conversaciones entre los ladrones de un banco. Es decir, que el grueso de las escenas empleadas quedaban bastante lejos de representar una situación cotidiana.

Todo ello confirma lo que ya se intuía en la revisión del estado del arte. No es necesario que las matemáticas se contextualicen en situaciones reales, sino que basta con que éstas puedan ser imaginables por los alumnos. En este sentido, la ficción cinematográfica y las series ofrecen una inestimable ayuda al profesor. No importa si la situación matemática tiene lugar en un lejano planeta dentro de una nave espacial. El lenguaje cinematográfico se encarga de hacer *real* dicha situación en la mente de los alumnos, quienes se dejan llevar por la historia que se cuenta.

En la experiencia, también ha jugado un papel determinante el hecho de que haya sido realizada en colaboración con alumnos de un instituto de otro país. Sin duda, tal y como reflejan los cuestionarios, ha sido una motivación añadida.

9

FASE AVANZADA

9.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL TRABAJO

9.1.1 *Enfoque de la investigación en la fase avanzada*

La fase avanzada tuvo lugar durante el segundo semestre del curso 2012-2013 e involucró a dos grupos de alumnos de segundo curso de ESO de dos institutos diferentes. Se mantuvo el contacto con los profesores de forma continua con el objetivo de corroborar y dar validez a los datos generados por los alumnos.

Se ha partido de la premisa de que cada clase es única y posee unas características que la diferencian de otras en mayor o menor grado. El propósito ha sido seguir un proceso de validación interno a partir de datos que pueden ser recogidos por el profesor de manera no disruptiva. Es decir, como se ha mencionado en la metodología, se han escogido instrumentos que se integran fácilmente con el normal desarrollo de las clases de los profesores participantes.

La recolección de datos en la fase avanzada se realiza mediante la aplicación de dos herramientas de investigación:

- Un cuestionario que rellenan los abiertos en la primera sesión, que persigue obtener información acerca de las creencias y actitudes de los alumnos respecto a las matemáticas, tanto como disciplina científica como asignatura, respecto al cine y su relación con las matemáticas y sobre su propia percepción en lo referente al trabajo y rendimiento personal.

- Las fichas de los mapas de humor, que se trata de ejercicios y problemas donde los alumnos expresan su estado emocional mediante el dibujo de unos pictogramas o iconos.

Los pictogramas del mapa de humor, que insertan los alumnos en aquellas actividades o tareas que designa el investigador, requirieron del establecimiento de un protocolo de revisión. Unas actividades eran las establecidas por los profesores participantes en su programación, mientras que otras eran las secuencias mostradas en el capítulo 6 SECUENCIAS DIDÁCTICAS Y SUS ANÁLISIS A PRIORI. Fue labor del profesor detectar aquellos iconos que habían sido erróneamente introducidos por el alumno, bien de forma no consciente o de forma maliciosa. En nuestra experiencia, la implicación de los profesores con el proyecto de investigación ha sido fundamental, pues los casos en que determinados alumnos dibujaban los iconos de forma claramente aleatoria o no representativa de la realidad, se dieron únicamente al principio. Sí que fueron necesarias llamadas de atención concretas, que surtieron efecto.

9.1.2 *Muestra del estudio*

Los alumnos participantes procedían de dos institutos diferentes, estando los grupos compuestos por 15 y 20 alumnos.

Grupo	Alumnos
1	15
2	20

Tabla 9.1: Número de alumnos por grupo en el estudio de casos de la fase avanzada.

9.1.3 *Instrumentos de investigación*

Los instrumentos de investigación empleados a lo largo del estudio de casos se presentan en la figura 9.1.

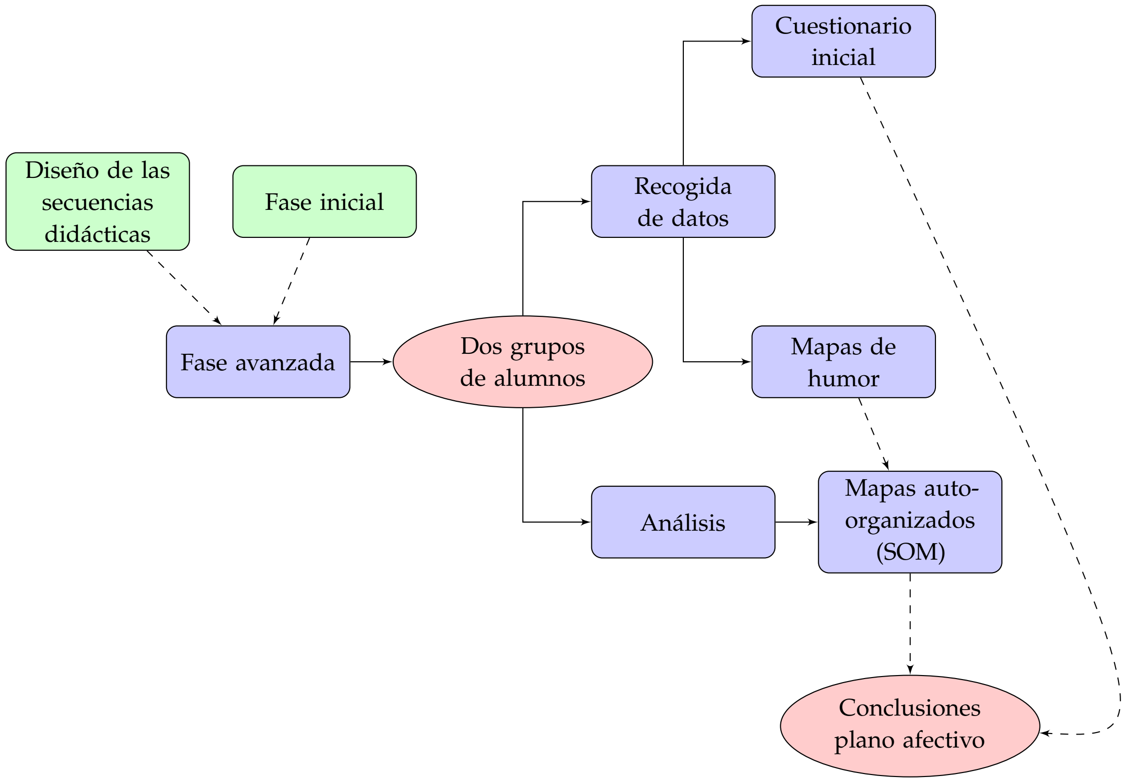


Figura 9.1: Instrumentos empleados en la fase avanzada (estudio de casos).

El trabajo de campo de la fase avanzada comienza con la aplicación de un cuestionario, no anónimo, para recoger información de las creencias de los alumnos acerca de las matemáticas, del cine, de la relación entre cine y matemáticas, el estilo de enseñanza del profesor y de su auto-percepción como estudiantes. El momento de realización del cuestionario es importante, siendo previo a la implementación de cualquiera de las actividades diseñadas en torno a la utilización de fragmentos de películas y series.

Una vez realizado el cuestionario, se procede a la utilización de la herramienta fundamental para la recogida de datos emocionales: los mapas de humor (ver sección 3.3 Recogida de información emocional: mapas de humor). Básicamente, dicho instrumento consiste en una serie de iconos o pictogramas que los alumnos deben dibujar cuando se les propone resolver un problema. Cada uno de estos iconos hace referencia a un estado emocional concreto.

En sesión presencial, sin los alumnos, se introduce a los profesores explicándoles su funcionamiento y lo que se persigue con su aplicación, así como las herramientas TIC de seguimiento que se emplearán. Una vez ha quedado claro, se procede a implementar dos sesiones de prueba con los alumnos y con actividades tradicionales, según criterio del profesor. El objetivo de dichas sesiones simplemente es habituar a los alumnos a manifestar su estado de ánimo mediante el dibujo de los pictogramas del mapa de humor y detectar aquellos casos de alumnos que inicialmente no se lo toman en serio.

La validación de los datos introducidos por los alumnos es doble (ver figura 9.2). Por un lado, los profesores revisan los estados emocionales expresados con el mapa de humor mientras se va realizando la actividad, corroborando que se corresponde con lo que ellos perciben. Cuando se detecta una discrepancia evidente, preguntan al alumno si realmente se siente así. Por otro lado, cuando las tareas son examinadas por el investigador, se introducen los datos en una hoja de cálculo en línea de *Google Drive*, a la que también tienen acceso con permisos de edición los propios profesores. Una vez introducidos, son confirmados de nuevo por ellos. Finalmente, se procede al análisis de los datos, relacionando los resultados de los mapas de humor con los de los cuestionarios sobre las creencias. En el punto 9.3 Recogida y análisis de la información se describirá la aplicación de los instrumentos empleados para dicho análisis, los SOM, que fueron introducidos en las sección 3.4 Análisis de datos: mapas auto-organizados. La aplicación de estas herramientas tuvo que tener en cuenta la complejidad de un aula de secundaria, por lo que fueron escogidas cuidadosamente, en un afán de profundizar en la comprensión de esta complejidad, a la vez que facilitarla. No en vano, como expresa Medina Rivilla (2010, p. 143):

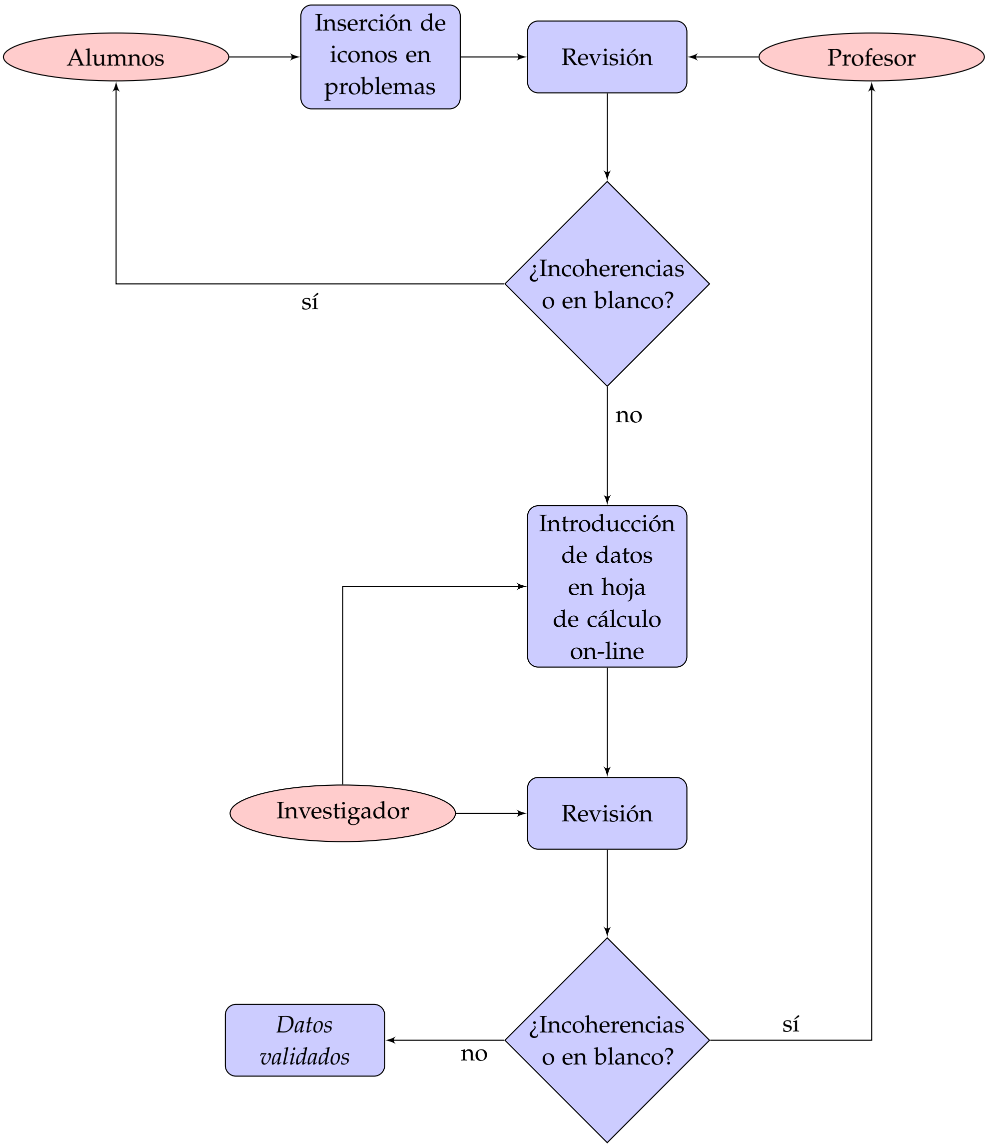


Figura 9.2: Proceso de validación de los datos de los mapas de humor.

La comprensión de la microsociedad del aula es básica para el profesorado. Y ello adquiere más relevancia ante la pluralidad de culturas presentes en cada aula y su impacto en las relaciones sociales entre todos los implicados. Se construye la interacción como un proceso de complementariedad de subjetividades y mediante la utilización de un discurso transformador en el que inciden las perspectivas y experiencias de todos los participantes en la clase.

La gran complejidad sociolingüística de las aulas y la diversidad de enfoques biográficos de los estudiantes y sus familias plantean un gran reto al profesorado, que se incrementa con la impulsividad y la fluctuante conducta características de las comunidades de adolescentes.

9.2 CUESTIONARIO INICIAL

9.2.1 *Descripción*

El cuestionario que se plantea considera diferentes categorías de preguntas o ítems, con el fin de recabar información sobre las creencias y actitudes del alumnos. Como ya se ha mencionado, el objetivo principal será utilizar esta información para relacionar las creencias y las actitudes de los alumnos con los resultados de los análisis del plano emocional. Las categorías que se han considerado son las siguientes (en la figura 9.4 aparecen estas mismas categorías junto con los ítems del cuestionario final que engloba cada una):

- Percepción de los alumnos de las matemáticas
- Percepción de los alumnos del estilo de enseñanza del profesor
- Percepción de los alumnos del estilo de enseñanza del profesor,
- Percepción de los alumnos de la dificultad de la materia,

- Percepción de los alumnos de su actitud y orientación al trabajo en la materia
- Interés de los alumnos en el cine y las series
- Percepción de los alumnos de la utilización didáctica del cine y las series en el aula
- Percepción de los alumnos de la relación existente entre cine y series de ficción y matemáticas.

9.2.2 *Muestra para el cuestionario*

Los datos del cuestionario proceden de alumnos de los dos grupos que serán objeto del estudio de casos, a los que se ha añadido uno adicional de taller de Matemáticas a cargo de uno de los profesores participantes en el estudio. Las edades, como ya se ha mencionado, son las correspondientes a 2º de ESO; es decir, 13-14 años, con la excepción de unos pocos repetidores. La muestra se compone en total de 49 alumnos.

9.2.3 *Elaboración del cuestionario*

El proceso de elaboración del cuestionario se refleja en la figura 9.3. Se comenzó confeccionando un primer borrador, tomando como base cuestionarios de otros autores Muñoz Cantero y Mato Vázquez (2006), diseñados para medir las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas, y cómo éstas pueden afectar al rendimiento. Dicho instrumento ya había sido utilizado en estudios de campo con alumnos de ESO, presentando una alta fiabilidad (0,9706), así que se adaptó teniendo en cuenta los objetivos de la presente tesis. Fundamentalmente, se añadieron preguntas especificas para recabar información acerca de la percepción que tienen los alumnos de la relación entre cine y matemáticas, de su empleo en clase y de su interés por estos medios. Este primer cuestionario fue probado inicialmente con dos alumnos de la misma edad que los grupos de la muestra final, con el fin de ajustar las preguntas.

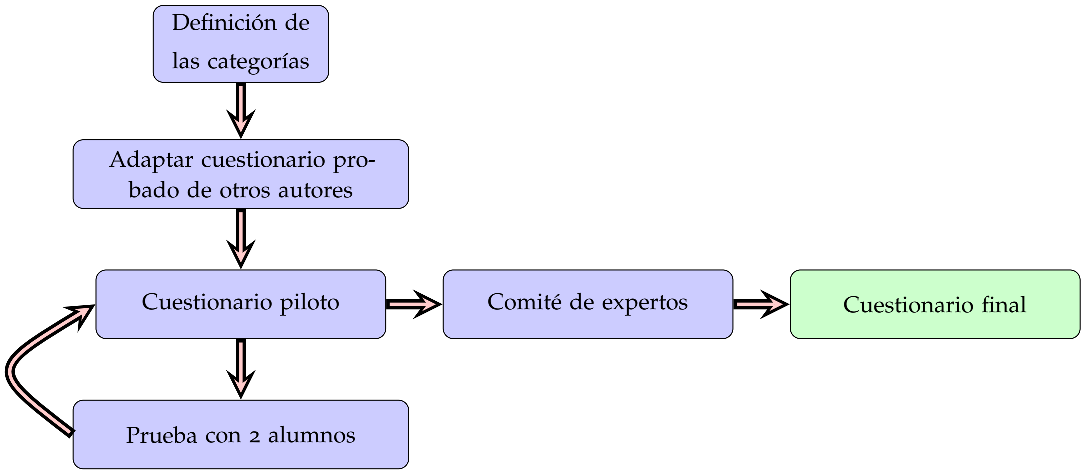


Figura 9.3: Proceso de creación del cuestionario de la fase avanzada.

El resultado de esta primera fase constituye el cuestionario piloto, que fue sometido al juicio de un comité de expertos, con el objetivo de ajustar la claridad, coherencia, pertinencia y adecuación de los ítems al nivel educativo de la muestra. Dicho comité estuvo formado por tres inspectores de educación, dos profesores de la Facultad de Educación de la UNED, dos matemáticos profesores de universidad (uno de los cuales, autor de trabajos sobre cine y matemáticas) y dos profesores de Matemáticas de enseñanza secundaria (uno de los cuales, autor de trabajos sobre cine y matemáticas).

Una vez seleccionado el comité de expertos, se preparó un formulario online con *Google Drive* [35] y cuyo aspecto puede verse en el apéndice A. Dicho formulario permitía introducir, para cada uno de los ítems originales, una valoración acerca de la claridad, pertinencia, coherencia y adecuación, utilizándose para cada aspecto una escala de Likert de 1 a 5. Por otro lado, los expertos disponían para cada pregunta de un campo libre donde introducir comentarios.

35 Anteriormente conocido como Google Docs

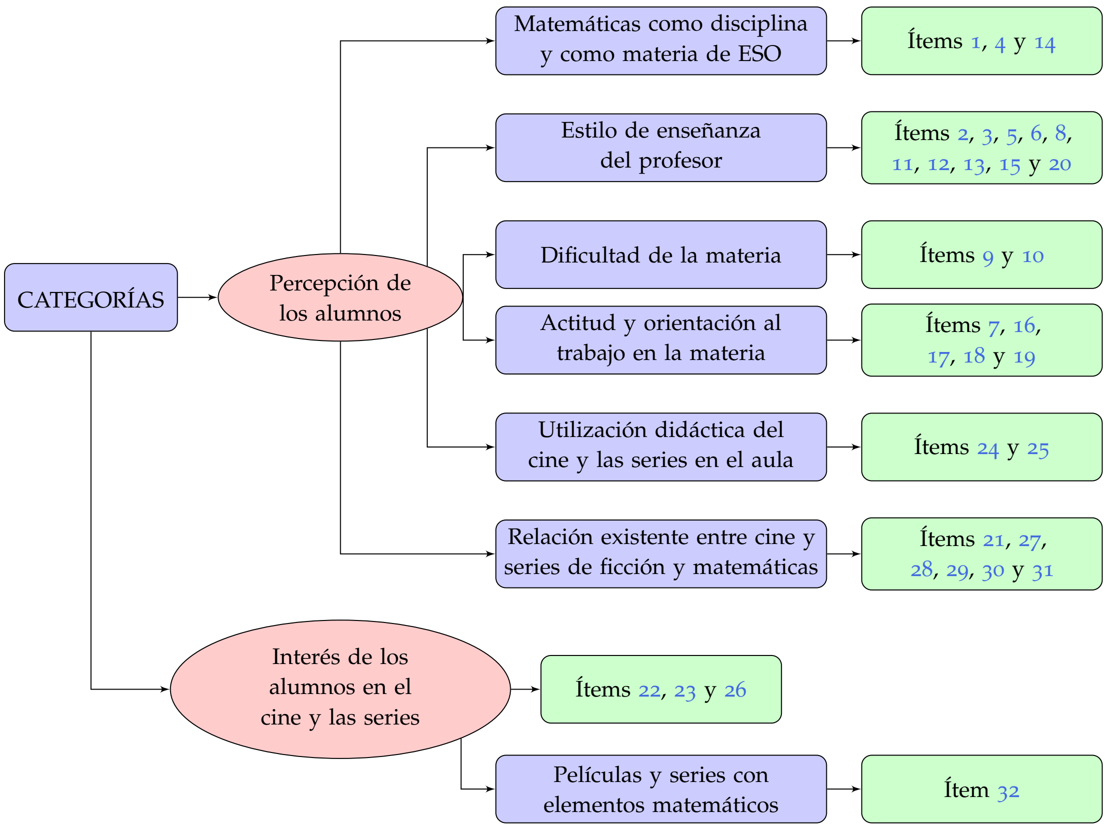


Figura 9.4: División por categorías de los ítems del cuestionario [36].

En el mencionado apéndice A se recogen también las preguntas originales del cuestionario piloto, así como la valoración de los expertos para cada una de ellas y sus indicaciones. Como resultado de este proceso, se modificaron algunas de las cuestiones que en el cuestionario piloto habían quedado poco claras o no adaptadas a la edad del alumnado objetivo. En ese sentido, bastó con reformular las preguntas, incluyendo concreciones en el lenguaje empleado para evitar confusiones. En otros casos, quedó claro que alguna cuestión no era adecuada o que no servía a los objetivos de la investigación, por lo que se eliminó. El cuestionario final fue el siguiente:

1. Las matemáticas son importantes en muchas profesiones

36 En la versión electrónica del documento, el número que identifica cada ítem es un hiperenlace que conduce a su análisis descriptivo.

2. El profesor me anima para que mejore mis conocimientos e interés por las matemáticas
3. El profesor me aconseja y me ayuda a estudiar
4. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana
5. Me gusta la clase de Matemáticas
6. Se nota que a mi profesor le gusta enseñar matemáticas
7. Pregunto al profesor cuando no entiendo algún ejercicio
8. Cuando pregunto al profesor, me contesta de forma que yo lo pueda entender
9. Comprendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa
10. Los ejercicios que manda el profesor como deberes me parecen muy complicados
11. El profesor de Matemáticas me hace sentir que puedo ser bueno en Matemáticas
12. En primaria me gustaban las matemáticas
13. Me gusta cómo enseña mi profesor de Matemáticas
14. Cuando acabe Secundaria, utilizaré lo aprendido en Matemáticas
15. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas
16. Soy bueno en Matemáticas
17. Me gustan las matemáticas
18. Atiendo en clase de Matemáticas
19. Me esfuerzo en hacer los ejercicios y problemas que se mandan en clase

20. En las clases de Matemáticas los alumnos participan (proponiendo soluciones a los ejercicios y problemas, preguntando dudas, etc.)

21. Aprendo mejor las matemáticas con ejemplos de situaciones reales

22. En las películas y series se ven situaciones en las que puedo imaginarme a mí mismo como protagonista

23. Me gusta ver películas y series en mi tiempo libre ¿Cuáles? ¿De qué tipo?

24. En general, mis profesores (de cualquier asignatura) utilizan películas y series en clase Si es así, ¿cuáles? ¿de qué tipo?

25. Mis profesores de Matemáticas utilizan películas y series en clase Si es así, ¿cuáles? ¿de qué tipo?

26. En las películas y series se ven situaciones propias de la vida real

27. Suelen aparecer números o problemas matemáticos en películas y series ¿Sabrías poner algún ejemplo?

28. Hay películas y series en las que los protagonistas emplean fórmulas matemáticas para resolver situaciones ¿Sabrías poner algún ejemplo?

29. Hay películas y series en las que los protagonistas emplean sus conocimientos sobre figuras y formas geométricas ¿Sabrías poner algún ejemplo?

30. Hay películas y series en las que los protagonistas emplean sus conocimientos sobre juegos de azar ¿Sabrías poner algún ejemplo?

31. Hay películas y series en las que los protagonistas son matemáticos ¿Sabrías poner algún ejemplo?

32. Me gustan las películas y series en las que aparecen ideas matemáticas Si es así, ¿cuáles?

9.2.4 *Análisis estadístico descriptivo global*

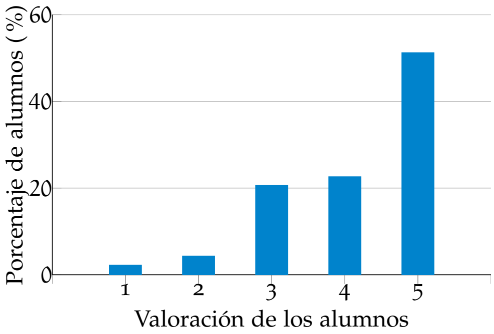
A continuación, y de forma previa al análisis pormenorizado del plano afectivo de los alumnos, se presenta un análisis descriptivo global de las respuestas del cuestionario. De esta manera, se pueden detectar qué percepciones y creencias son más comunes en el alumnado. Posteriormente, los resultados del cuestionario se emplearán para detectar relaciones entre el estilo percibido de enseñanza del profesor, las creencias acerca de las matemáticas, los intereses en el cine, etc. y las reacciones emocionales que despiertan en los alumnos las actividades diseñadas con fragmentos de películas.

Ha sido imprescindible que los cuestionarios no fuesen anónimos, ya que interesa asociar la respuesta o valoración de determinados ítems de un alumno en particular con los estados emocionales que expresa en la resolución de problemas y actividades. Dicho análisis se ofrece en capítulos posteriores. Sin embargo, como se ha adelantado, en esta sección se describen los resultados globales del cuestionario. El hecho de que los alumnos indiquen su nombre y apellidos en el cuestionario puede resultar en que sus opiniones estén sesgadas. De esta manera, es posible que los ítems relativos a la percepción del alumno sobre el estilo de enseñanza del profesor presenten un sesgo positivo. Y, de la misma manera, tampoco sería raro que los ítems acerca de las opiniones sobre las matemáticas también tiendan hacia valores positivos. Por este motivo, los resultados globales de los grupos no se pueden generalizar, ya que a este factor se le añade el que la muestra no sea más amplia.

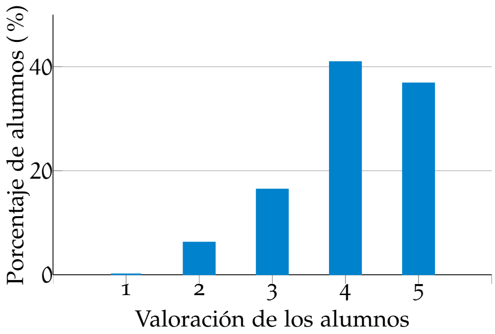
9.2.4.1 *Percepción de los alumnos acerca de las matemáticas*

ÍTEM 1 $\rightarrow$ Las matemáticas son importantes en muchas profesiones

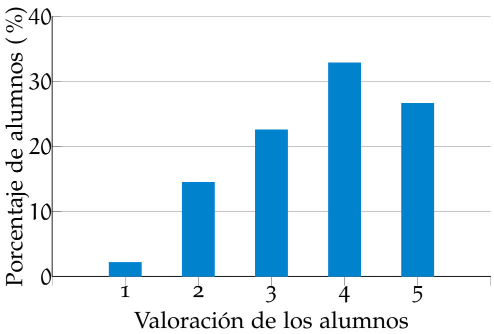
El alumnado se muestra prácticamente unánime al afirmar que las matemáticas son importantes en muchas profesiones (73,4 %). Esta creencia puede ser empleada en el diseño de las actividades de clase, mostrando aplicaciones de las matemáticas en el mundo laboral.



a) Ítem 1: Las matemáticas son importantes en muchas profesiones.



b) Ítem 4: Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.



c) Ítem 14: Cuando acabe Secundaria, utilizaré lo aprendido en Matemáticas.

Figura 9.5: Percepción de los alumnos de las matemáticas, resultados globales de los ítems del cuestionario 1, 4 y 14 (1, en desacuerdo; 5, de acuerdo).

ÍTEM 4 → Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana

Cuando preguntamos a los alumnos si creen que las matemáticas son útiles en situaciones de la vida diaria, coinciden al afirmar que sí 67,6 %. Ahora bien, la rotundidad era mayor en el caso del ítem 1, referido al mundo laboral, donde el 51 % de ellos se mostraba totalmente de acuerdo, frente al 36,7 % en este caso. Una visión en conjunto de ambos ítems nos revela que las matemáticas constituyen un campo de conocimiento útil en potencia para el alumnado, tanto para la vida profesional como en contextos de uso cotidiano, si bien priman la importancia de la necesidad de uso en el mundo laboral.

ÍTEM 14 → Cuando acabe Secundaria, utilizaré lo aprendido en Matemáticas

El ítem 14 puede considerarse como un indicador de la coherencia de los ítems 1 y 4. Los alumnos también se muestran de acuerdo (59,2 %) al afirmar que, tras la etapa de ESO, utilizarán lo aprendido en Matemáticas, bien en su vida laboral, en situaciones cotidianas o en una nueva etapa educativa.

9.2.4.2 *Percepción de los alumnos del estilo de enseñanza*

Con la siguiente serie de ítems se pretende recoger información sobre la percepción que tienen los alumnos del estilo de enseñanza de su profesor de Matemáticas.

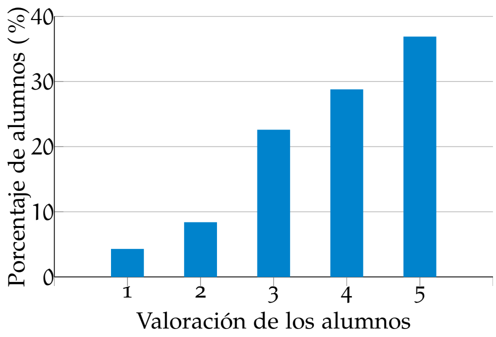
ÍTEM 2 → El profesor me anima para que mejore mis conocimientos e interés por las matemáticas

La mayoría de los alumnos (65,3 %) tiene la percepción de que el profesor ejerce una función motivadora. Únicamente el 12,3 % de ellos se muestra en desacuerdo o muy en desacuerdo. Nótese que en la proposición del ítem la motivación del profesor cumple una doble función. Por un lado, orientada a que el alumno amplíe su bagaje de conocimientos. Y, por otro lado, el profesor también motiva de forma que el alumno se vea interesado por las matemáticas, que disfrute con ellas.

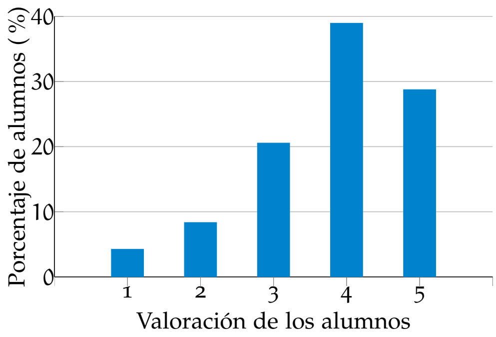
ÍTEM 3 → El profesor me aconseja y me ayuda a estudiar

Muy relacionado con el ítem 2, aquí el alumnado se vuelve a manifestar prácticamente unánime. La mayoría de ellos (67,4 %) perciben que reciben ayuda y consejo por parte del profesor acerca de cómo afrontar el estudio. Solamente el 12,3 % se muestran en desacuerdo o muy en desacuerdo.

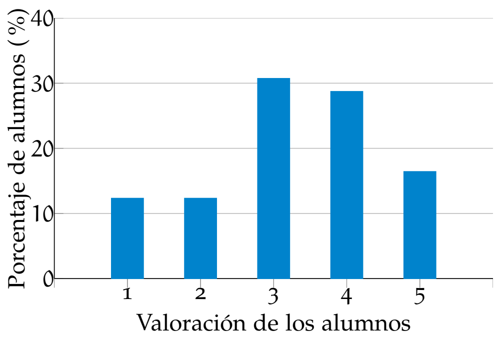
ÍTEM 5 → Me gusta la clase de Matemáticas



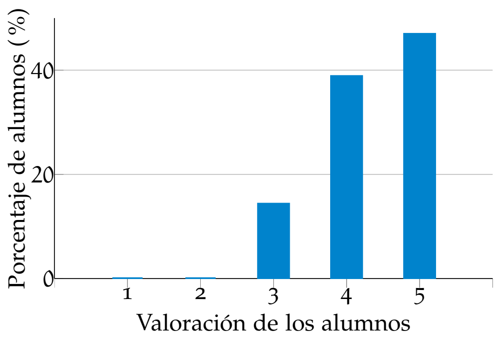
a) Ítem 2: El profesor me anima para que mejore mis conocimientos e interés por las matemáticas.



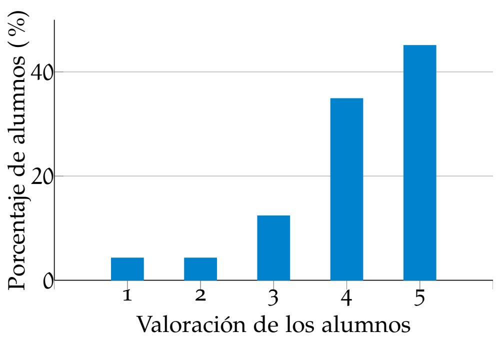
b) Ítem 3: El profesor me aconseja y me ayuda a estudiar.



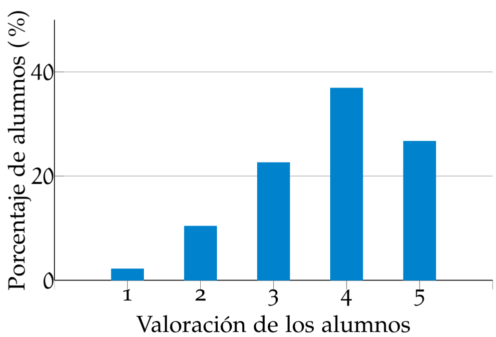
c) Ítem 5: Me gusta la clase de Matemáticas.



d) Ítem 6: Se nota que a mi profesor le gusta enseñar matemáticas.

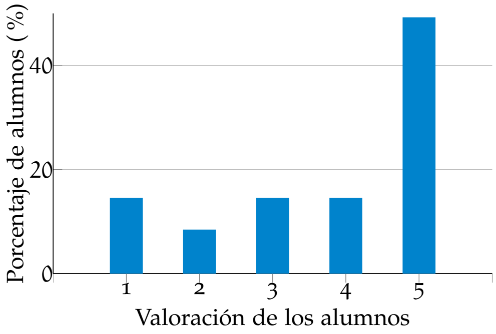


e) Ítem 8: Cuando pregunto al profesor, me contesta de forma que yo lo pueda entender.

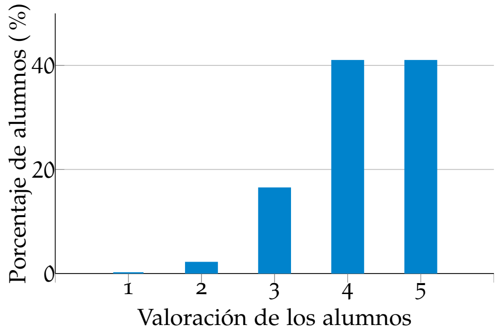


f) Ítem 11: El profesor de Matemáticas me hace sentir que puedo ser bueno en Matemáticas.

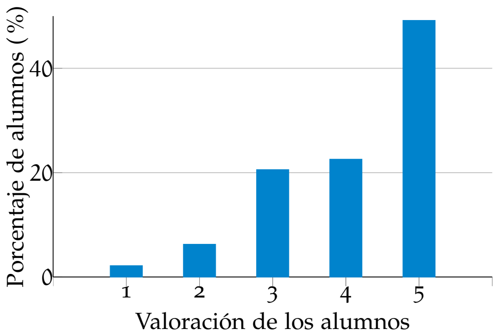
Figura 9.6: Percepción de los alumnos del estilo de enseñanza del profesor, resultados globales de los ítems 2, 3, 5, 6, 8 y 11 del cuestionario (1, en desacuerdo; 5, de acuerdo).



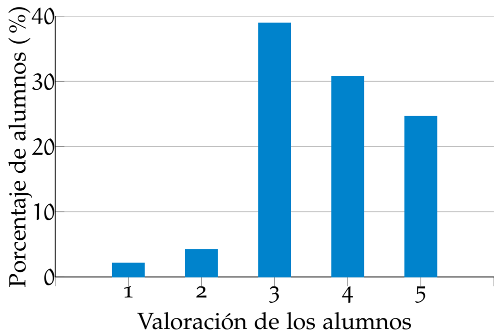
a) Ítem 12: En primaria me gustaban las matemáticas.



b) Ítem 13: Me gusta cómo enseña mi profesor de Matemáticas.



c) Ítem 15: El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.



d) Ítem 20: En las clases de Matemáticas los alumnos participan, proponiendo soluciones a los ejercicios y problemas, preguntando dudas, etc.).

Figura 9.7: Percepción de los alumnos del estilo de enseñanza del profesor, resultados globales de los ítems 12, 13, 15 y 20 del cuestionario (1, en desacuerdo; 5, de acuerdo).

En esta ocasión, hay diversidad de opiniones. No se pueden obtener conclusiones interesantes ni siquiera a nivel de grupo. Sin embargo, las valoraciones recogidas serán sumamente interesantes, para elaborar el discurso que explica el impacto emocional de las actividades basadas en fragmentos de películas y series, como veremos más adelante.

ÍTEM 6 → Se nota que a mi profesor le gusta enseñar matemáticas

Con este ítem se pretende descartar que los alumnos perciban que a su profesor no le gusta impartir docencia de Matemáticas. Afortunadamente, ningún alumno se expresó en desacuerdo. Un elevado porcentaje en desacuerdo habría obligado a considerar al profesor en sí como una fuente de desmotivación.

ÍTEM 8 → Cuando pregunto al profesor, me contesta de forma que yo lo pueda entender

Si el ítem anterior constituía un indicador de la proactividad de los grupos de alumnos objeto de estudio y de los alumnos en particular, ahora se indaga en la percepción de los alumnos acerca de la calidad de las intervenciones del profesor.

ÍTEM 11 → El profesor de Matemáticas me hace sentir que puedo ser bueno en Matemáticas

Muy relacionado con el resto de ítems que valoran la percepción que tiene el alumno del estilo de enseñanza del profesor. En este caso, acerca de su faceta motivadora. En este sentido, los alumnos se expresan bastante de acuerdo (63,2 % frente a 12,2 %) en que el profesor les motiva haciéndoles sentir que pueden superar satisfactoriamente la materia.

ÍTEM 12 → En primaria me gustaban las matemáticas

A tenor de las valoraciones en este ítem, un gran porcentaje de los alumnos (63,3 %) afirma que le gustaban las matemáticas en la etapa de primaria. Únicamente un 22,5 % se muestran en desacuerdo con ello.

ÍTEM 13 → Me gusta cómo enseña mi profesor de Matemáticas

La percepción que tienen los alumnos acerca del estilo de enseñanza del profesor es francamente positiva. Solamente un 2 % de los alumnos se manifiesta en desacuerdo.

ÍTEM 15 → El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas

Hay muy poco alumnos (8,1 %) en los grupos de estudio que, reconociendo que tienen dificultades con la materia, consideren que el profesor no se interesa por ellos.

ÍTEM 20 → En las clases de Matemáticas los alumnos participan (proponiendo soluciones a los ejercicios y problemas, preguntando dudas, etc.)

Este ítem es particularmente interesante dado el diseño de las actividades que se ha presentado en capítulos anteriores. Dichas actividades son fundamentalmente interactivas, y se obtienen mejores resultados si el grupo de alumnos es esencialmente proactivo. De lo contrario, sería necesario un período de adaptación a un estilo de enseñanza más interactivo. Los resultados del cuestionario muestran que únicamente unos pocos alumnos (6,1 %) consideran que su grupo no es lo suficientemente interactivo y participativo.

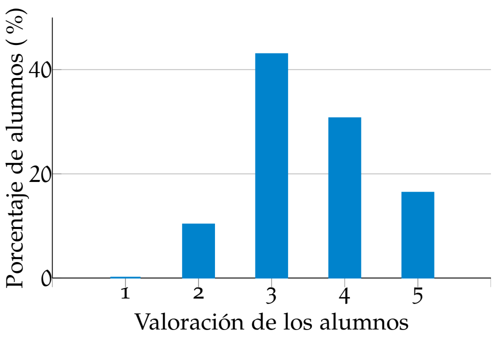
9.2.4.3 *Percepción de los alumnos de la dificultad de la materia*

ÍTEM 9 → Comprendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa

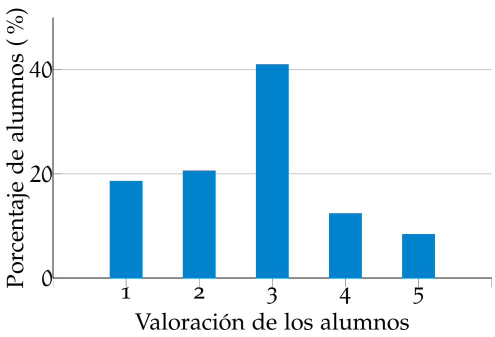
Los alumnos, sin ser unánimes, parecen mostrarse de acuerdo al afirmar que entienden las tareas que el profesor les asigna para trabajar en casa. Así lo expresan un 46,9 % frente al 10,2 %. Esto únicamente implica que las tareas están bien definidas y que el alumno suele comprender cuál es el objetivo. No implica que la resolución de las mismas les resulte sencilla.

ÍTEM 10 → Los ejercicios que manda el profesor como deberes me parecen muy complicados

Muy relacionado con el ítem 9, en este caso los alumnos indican que perciben los ejercicios que se mandan como tarea como muy complicados. Es decir, suelen comprender el enunciado o el objetivo a alcanzar, pero no saben cómo conseguirlos o los procedimientos necesarios para ello se consideran difíciles.



a) Ítem 9: Comprendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa.

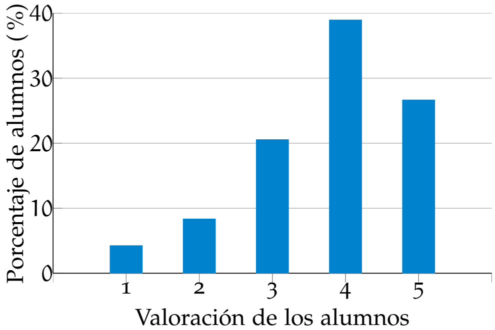


b) Ítem 10: Los ejercicios que manda el profesor como deberes me parecen muy complicados.

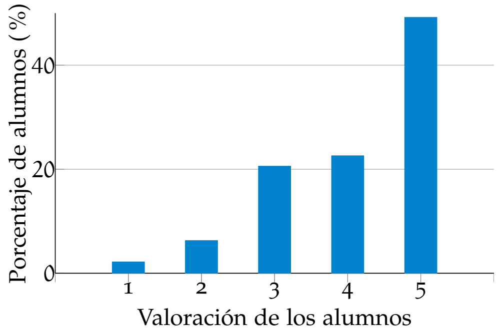
Figura 9.8: Percepción de los alumnos de la dificultad de la materia, resultados globales de los ítems 9 y 10 del cuestionario (1, en desacuerdo; 5, de acuerdo).

9.2.4.4 *Percepción de los alumnos de su actitud y orientación al trabajo en Matemáticas*

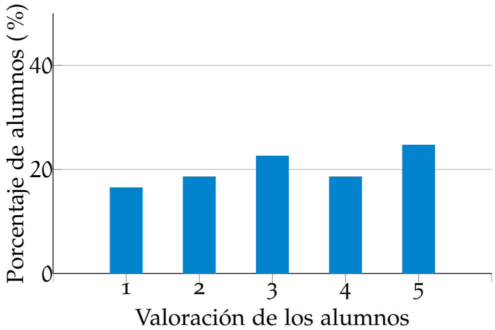
ÍTEM 7 → Pregunto al profesor cuando no entiendo algún ejercicio



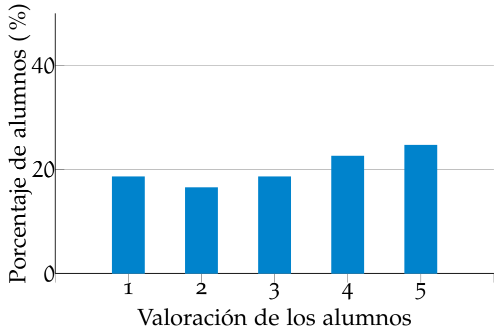
a) Ítem 7: Pregunto al profesor cuando no entiendo algún ejercicio.



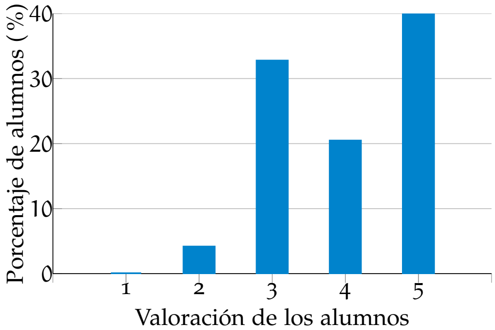
b) Ítem 16: Soy bueno en Matemáticas.



c) Ítem 17: Me gustan las matemáticas.



d) Ítem 18: Atiendo en clase de Matemáticas.



e) Ítem 19: Me esfuerzo en hacer los ejercicios y problemas que se mandan en clase.

Figura 9.9: Percepción de los alumnos de su actitud y orientación al trabajo en la materia, resultados globales de los ítems 7, 16, 17, 18 y 19 del cuestionario (1, en desacuerdo; 5, de acuerdo).

A la luz de los resultados de este ítem, los alumnos son lo suficientemente proactivos como para preguntar sus dudas al profesor cuando no entienden algo en clase. Únicamente un 12,3 % se mostraron en desacuerdo.

ÍTEM 16 → Soy bueno en Matemáticas

Ítem que indaga de forma directa en la autopercepción que el alumnado tiene acerca de su desempeño en la materia de Matemáticas. La gran mayoría (71,4 %) se muestran de acuerdo o muy de acuerdo en que se les dan bien. Esto puede ser debido a diversos factores, como la dificultad de las tareas que manda el profesor o los objetivos personales de cada alumno. Así, si el profesor suele mandar tareas sencillas, los alumnos tenderán a creer que son buenos en matemáticas, lo que puede ser falso.

ÍTEM 17 → Me gustan las matemáticas

Si en el ítem anterior se valoraba la percepción sobre el desempeño o la soltura con la que acometen tareas de matemáticas, ahora se pregunta de forma directa si les gustan las matemáticas, es decir, si existe un componente de motivación intrínseco en forma de afinidad con los intereses personales de cada alumno. Como se aprecia en la figura, no se da una tendencia en absoluto clara, ya que las valoraciones aparecen muy repartidas.

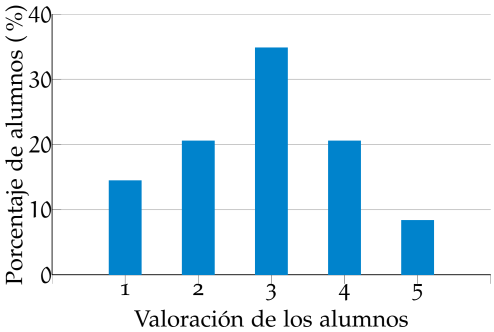
ÍTEM 18 → Atiendo en clase de Matemáticas

En este caso, las respuestas de los alumnos no son concluyentes en cuanto a su percepción acerca de si se esfuerzan por atender en clase de Matemáticas o no, aunque se aprecia una ligera inclinación positiva.

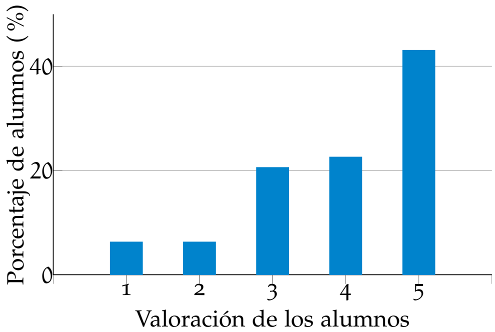
ÍTEM 19 → Me esfuerzo en hacer los ejercicios y problemas que se mandan en clase

Los alumnos consideran de forma muy mayoritaria (63,3 % frente a 4,1 %) que se esfuerzan en realizar las tareas que se proponen en horario lectivo.

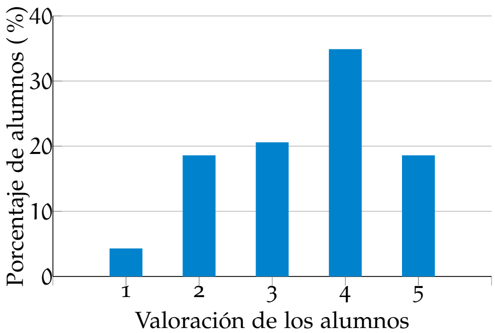
9.2.4.5 *Interés de los alumnos en el cine y las series de ficción*



a) Ítem 22: En las películas y series se ven situaciones en las que puedo imaginarme a mí mismo como protagonista.



b) Ítem 23: Me gusta ver películas y series en mi tiempo libre.



c) Ítem 26: En las películas y series se ven situaciones propias de la vida real

Figura 9.10: Interés de los alumnos en el cine y las series, resultados globales de los ítems del cuestionario 22, 23 y 26 (1, en desacuerdo; 5, de acuerdo).

ÍTEM 22 → En las películas y series se ven situaciones en las que puedo imaginarme a mí mismo como protagonista

Mediante este ítem se pretende recoger el nivel de empatía que puede tener un alumno con los personajes de una película o serie de ficción. Es decir, si consideran que las situaciones que se muestran en pantalla se dan en contextos que, sin tener que ser reales y cotidianos, sí pueden resultar imaginables. Los resultados globales no son nada concluyentes, ya que aparecen bastante repartidos (el 28,6 % se muestra de acuerdo o muy de acuerdo frente al 34,7 % en desacuerdo).

ÍTEM 23 → Me gusta ver películas y series en mi tiempo libre

Los resultados globales coinciden con las conclusiones de los estudios que se han mencionado en capítulos anteriores; es decir, que las películas y series constituyen una de las opciones de ocio más comunes entre los alumnos de esta franja de edad. Así, los datos recogidos indican que un 65,3 % disfrutan viendo películas en su tiempo libre, mientras que solamente un 12,2 % indica lo contrario.

El ítem 23 tiene un subapartado libre en el que los alumnos introducen el tipo de películas y series que les gustan. De esta manera se recoge información que permite hacerse una idea de los intereses del alumnado, pudiendo orientar las actividades y escoger los fragmentos de forma que se mantenga una alta motivación.

El 32,6 % de los alumnos no especificaron nada en la pregunta abierta. En algunos casos (16,3 %), en lugar de especificar el género mediante su nombre comúnmente aceptado (acción, comedia, etc.) o algún sinónimo (pelea, risa, etc.), los alumnos especifican el tipo de películas de forma ostensiva, nombrando películas que para ellos identifican un género audiovisual. A continuación, mostramos algunas de las respuestas de este tipo y en cursiva, el género asignado:

Mar de amor, comedia, baby (*comedia*)

Transportes imposibles,la cosa de empeños (*docu-realities*)

Romanticas 3 Metros Sobre El Cielo y Tengo Ganas De Ti (*romance*)

> me gustan las peliculas romanticas que incluyen acción de akshay kumar (*romance*)
>
> Peliculas como Resacon en las Vegas, o niños grandes (*comedia*)
>
> La saga crepusculo, los mercenarios, torrente y el secreto de puente viejo (*acción, romance, thriller, comedia, drama*)
>
> la que se avecina (*comedia*)
>
> vive cantando (*comedia, drama*)
>
> Torrente, risa (*comedia*)

La totalidad de las películas y series mencionadas por el alumnado forman parte del *mainstream* dirigido a esas edades. Los géneros que más se repiten son la comedia, el drama romántico (en el caso de las chicas) y la acción (en el caso de los chicos).

Género	Descriptores más comunes	Porcentaje
Comedia	Comedia, risas	11
Acción	Acción, pelea, guerra	10
Romance	Románticas, romance	3
Programas TV	MTV, *Nombres de los programas*	2

Finalmente, un alumno que puntuó a la baja este ítem utilizó la pregunta abierta para justificar su valoración de la siguiente manera:

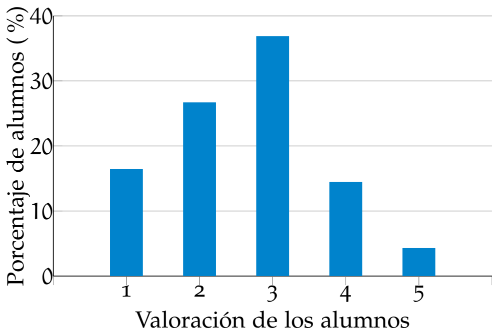
> prefiero ecuchar musica o salir con los de la cuadrilla o leer un libro de aventuras

A pesar de que únicamente un alumno expresó que el cine y la TV quedan fuera de sus preferencias, es un hecho que debe tenerse en cuenta. En esos casos no existirá el factor motivador debido a una afinidad con sus intereses personales en el tiempo de ocio, sino que habrá que buscar la motivación en la diferencia de planteamiento de las actividades o en que las escenas reflejen situaciones de la vida cotidiana (motivación por utilidad).

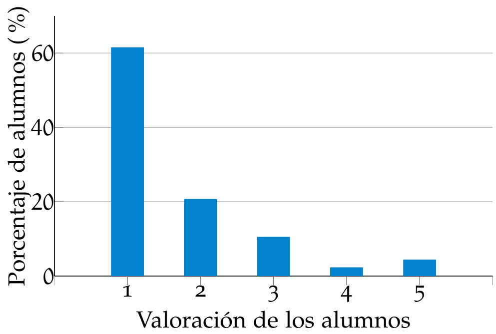
ÍTEM 26 → En las películas y series se ven situaciones propias de la vida real

Algo más de la mitad de los alumnos (53,1 %) coinciden en afirmar que en las películas y series aparecen situaciones que podrían tener lugar en la vida real.

9.2.4.6 *Percepción de los alumnos de la utilización didáctica del cine y las series en el aula*



a) Ítem 24: En general, mis profesores (de cualquier asignatura) utilizan películas y series en clase



b) Ítem 25: Mis profesores de Matemáticas utilizan películas y series en clase.

Figura 9.11: Percepción de los alumnos de la utilización didáctica del cine y las series en el aula, resultados globales de los ítems 24 y 25 del cuestionario (1, en desacuerdo; 5, de acuerdo).

ÍTEM 24 → En general, mis profesores (de cualquier asignatura) utilizan películas y series en clase

En el ítem 24 del cuestionario se dejaba espacio para que el alumnado indicara qué tipo de películas son las más habituales en clase. Rellenaron el apartado algo más de la mitad de los alumnos (57,1 %). De esta forma, se relacionó en gran medida que donde se emplean más películas en clase de lengua extranjera (20,4 %):

> Inglés
>
> Francés, inglés
>
> En inglés
>
> De cualquier tipo, en inglés, francés

La materia de Lengua Española y Literatura también aparece nombrada (6,1 %):

> Inglés, lengua, francés, de risa
>
> En lengua algún vídeo relacionado
>
> De que tienen que ver con literatura

Un 4,0 % de los alumnos se limitan a indicar que sí que se emplean películas, pero sin referirse a ninguna asignatura en concreto:

> Las adecuadas para cada clase
>
> De cada asignatura

Un alumno señaló que en Matemáticas sí que habían utilizado alguna vez películas. Más tarde, al preguntarle sobre cuándo, dijo que había sido el año pasado, antes de vacaciones. Se está refiriendo a la película *La habitación de Fermat*:

> matematicas la vitacion de ferman

Finalmente, el 4,0 % de los alumnos tienen la percepción de que se utilizan pocas películas en clase:

> No ponen casi

Pocas veces

Únicamente el 18,4 % del alumnado considera que sus profesores utilizan películas y series en clase como recurso didáctico, mostrándose de acuerdo o muy de acuerdo con la proposición del ítem. Es una constatación por escrito de un hecho que he venido observando a lo largo de mi vida como docente. Muchas veces que encendía el ordenador para mostrar algo por el proyector, había alumnos que preguntaban si íbamos a ver una película o, más bien, cuándo veríamos alguna, mostrándose interesados por ello. Ahora bien, este interés no venía dado por la potencia contextualizadora de la hipotética película o su utilización didáctica, sino porque el ver una película en tiempo de clase les apetece más que dedicarse a hacer ejercicios. Por lo tanto, este porcentaje del 18,4 % hay que tomarlo con cuidado, ya que puede estar sesgado por esta percepción de los alumnos, para los que siempre serán pocas las películas que se vean en clase.

Por otro lado, en las respuestas se aprecia claramente que las asignaturas donde más películas se emplean es en clase de lengua extranjera y, en menor medida, de lengua española. En ambos casos el uso didáctico es más directo y evidente, ya que siempre se utiliza el lenguaje en los diálogos de las escenas, permitiendo analizar las construcciones sintácticas, el vocabulario, etc.

ÍTEM 25 → Mis profesores de Matemáticas utilizan películas y series en clase

El alumnado de los grupos que formaron parte de la experiencia se muestra de acuerdo en este punto. El 81,4 % afirma que no se utilizan películas y series en clase de matemáticas.

El apartado abierto del ítem 25 los alumnos, únicamente dos (4,0 %) alumnos ponen ejemplos de películas utilizadas en clase de Matemáticas (aunque indican baja frecuencia). El mismo que en el ítem anterior nombraba *La habitación de Fermat* y otro que se expresa en los siguiente términos, que parecen indicar el empleo de documentales:

> de pitágoras y cosas así tambien de algunos libros matemáticos que leimos

9.2.4.7 *Percepción de los alumnos de la relación entre cine y matemáticas*

El siguiente bloque de ítems está centrado en el cine o las series de ficción y su relación con las matemáticas. Se trata de recopilar datos que muestren si es una actividad afín a sus intereses en tiempo de ocio, si les provoca empatía con los personajes y si consideran que hay una relación entre las matemáticas y el cine. También se pregunta a los alumnos si es un recurso que empleen otros profesores.

ÍTEM 21 → Aprendo mejor las matemáticas con ejemplos de situaciones reales

Con esta proposición se trata de comprobar que, efectivamente, los alumnos consideran que aprenden mejor cuando la enseñanza se da dentro de un contexto real, de una situación cotidiana o imaginable. Así, el 71,5 % se muestran de acuerdo o muy de acuerdo, frente al 10,2 % que no.

ÍTEM 27 → Suelen aparecer números o problemas matemáticos en películas y series

En este caso, únicamente un 20,4 % de los alumnos afirmaron que las matemáticas, entendidas como números o problemas, aparecen las películas y las series de ficción. En el apartado abierto del ítem 27, *¿Sabrías poner algún ejemplo?*, se quiere recoger información acerca de qué series y qué películas asocia el alumnado con las matemáticas. El 79,5 % de los alumnos no rellenó nada en el espacio reservado para ello. Las respuestas de los demás fueron:

> Numbers
>
> Numbers, pero no lo veo
>
> la habitacion de farmat
>
> En la de la habitacion que se va cerrando.

Un niño que viene del colegio y se pone a hacer mates

Jungla de cristal

en los Simpsonans algunas veces hacen las cuentas y en lqsa

Que tienen que hacer alguna operacion para abrir una puerta o algo.Indiana Jones.

tengo ganas de ti

CSI Nueva York

El 8,1 % de los alumnos indicaron la serie de «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005), cuya conexión con las matemáticas es muy evidente y el 4,0 % la película «La habitación de Fermat» (Piedrahita & Sopeña, 2007), donde ocurre lo mismo y se trata de una película reciente. Hay un alumno que también indica «Los Simpson» (Groening, 1989), lo que es loable, pues aunque las referencias matemáticas son abundantes, no se suele asociar esta serie de dibujos animados con las matemáticas. También se nombran otras películas como «Indiana Jones y el reino de la calavera de cristal» (Spielberg, 2008), donde el protagonista debe resolver algún acertijo, al igual que en la «Jungla de cristal III: la venganza» (McTiernan, 1995), que también aparece nombrada.

ítem 28 → Hay películas y series en las que los protagonistas emplean fórmulas matemáticas para resolver situaciones

El ítem abierto sólo fue respondido de forma significativa por el 12,2 % de los alumnos. El resto dejaron el espacio en blanco o respondieron con una negativa. Al preguntar por el uso de fórmulas matemáticas queremos evaluar la percepción que tiene el alumnado de la aparición del álgebra en las películas y series que ven. «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005) vuelve a aparecer al ser nombrada por dos de ellos (4,0 %) y aparece «El código Da Vinci» (Howard, 2006), con la misma frecuencia. Las otras películas que se indican son «Indiana Jones y el reino de la calavera de cristal» (Spielberg, 2008) y «Jungla de cristal III: la venganza» (McTiernan, 1995). Salvo el caso de «Numb3rs», las películas nombradas muestran el mismo patrón de utilización de las matemáticas, en el que el protagonista o algún personaje debe resolver un acertijo.

El caso de «Numb3rs» es especial y claramente diferente a las películas mencionadas, pues en dicha serie las matemáticas forma parte del argumento central de cada capítulo, llegando a aparecer expresiones algebraicas complejas de forma explícita.

ÍTEM 29 → Hay películas y series en las que los protagonistas emplean sus conocimientos sobre figuras y formas geométricas

En el caso de la geometría, las opiniones de los alumnos se muestran más repartidas. Un 24,5 % de los alumnos cree que sí hay series y películas donde la geometría juega un papel fundamental, frente a un 36,8 % que opina que no (un 24,7 % no se muestran ni de acuerdo ni en desacuerdo). Vuelven a aparecer las mismas películas y series mencionadas en ítems anteriores, siendo quizá destacable el caso de un alumno que menciona:

> Vi una del pato Donald

Se está refiriendo, sin duda, a «Donald y las matemáticas» (Clark, Luske, Meador & Reitherman, 1959). El pato Donald es un explorador que va redescubriendo diversos aspectos de las matemáticas, como el número aúreo, la geometría y la relación entre música, las matemáticas y otros temas.

ÍTEM 30 → Hay películas y series en las que los protagonistas emplean sus conocimientos sobre juegos de azar

En este ítem se les pregunta a los alumnos acerca de la aparición de elementos probabilísticos o estadísticos en películas y series, adaptando la cuestión utilizando la expresión *conocimientos sobre juegos de azar*. De forma similar al caso de la geometría, en esta ocasión el alumno también se encuentra dividido con una fuerte abstención

(36,7 %). Un 36,7 % creen que los protagonistas no emplean sus conocimientos sobre juegos de azar, frente a un 22,5 % que sí.

Hay muy pocos alumnos que indiquen alguna película, tan sólo el 8,1 % :

juego del hambre

Alguna del Oeste

del oeste

Sí, Indiana Jones

Es destacable que se refieran a los *western*, seguramente motivados por el enunciado de la pregunta. Es fácil asociar el juego de cartas por excelencia de los western, el póquer, con los juegos de azar.

ÍTEM 31 → Hay películas y series en las que los protagonistas son matemáticos

En el ítem 31 los alumnos afirman con mayor seguridad que no hay películas y series en las que los protagonistas son matemáticos, un 46,9 % ,frente a un 18,3 % que piensa que sí que las hay. Como ejemplos, con la misma frecuencia que en el ítem 28, aparece destacada la serie «Numb3rs» (Heuton & Falacci, 2005).

ÍTEM 32 → Me gustan las películas y series en las que aparecen ideas matemáticas

Al preguntarles de forma directa si les gustan las series y películas en las que aparecen ideas matemáticas, en general, el alumnado señala su disconformidad. Únicamente a un 14,3 % parecen sentirse interesados en aquellas en las que aparezcan contenidos matemáticos de una u otra forma.

Únicamente dos alumnos utilizaron el hueco reservado introducir algún ejemplo:

Jungla de cristal

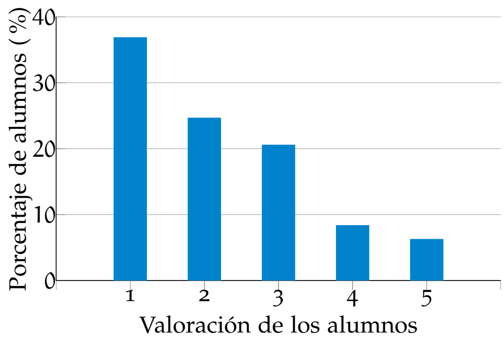


Figura 9.13: Ítem 32: Me gustan las películas y series en las que aparecen ideas matemáticas (1, en desacuerdo; 5, de acuerdo).

Que suelan tener algo de inventos

9.2.5 *Conclusiones del cuestionario inicial*

Aunque el objetivo principal del cuestionario que se ha descrito es el de relacionar las percepciones individuales de los alumnos con los resultados que se obtendrán con los mapas de humor, a continuación se exponen una serie de conclusiones interesantes. Al tratarse de una muestra reducida, hay que tener presente que las conclusiones obtenidas pueden no ser representativas de la población total. Sin embargo, las creencias y percepciones aquí detectadas sí pueden aparecer en cualquier grupo. Es la intención de esta tesis el utilizar una metodología que aumente la comprensión de lo que ocurre en un aula en concreto y que pueda ser replicada en una investigación con cualquier grupo. En definitiva, lo que se persigue es facilitar la detección de fenómenos relacionados con las opiniones de los alumnos acerca de las matemáticas, el cine y las series y su relación en el contexto de clase.

Era esperable, como así ha sido, que las películas y series de ficción que nombraran los alumnos formaran parte del *mainstream*. De esta manera, nos encontramos con Los juegos del hambre, con la reciente «Indiana Jones y el reino de la calavera de cristal» (Spielberg, 2008) o con la serie eterna de «Los Simpson» (Groening, 1989). Este último caso es destacable por sí mismo, ya que no se trata precisamente de una serie de dibujos animados destinada al público infantil. Sin embargo, algunos gags ya les resultan graciosos a estas edades, multiplicando el atractivo que pudiera tener la serie para ellos.

En cuanto a la utilización didáctica de este tipo de recurso, los alumnos son conscientes de que donde más se emplea es para enseñar una segunda lengua. Es decir, que están habituados a ver películas en inglés o francés en las clases de las materias correspondientes. No obstante, algún alumno señala que en Matemáticas también han visto alguna, y nombran «La habitación de Fermat» (Piedrahita & Sopeña, 2007) y «Donald y las matemáticas» (Clark y col., 1959).

9.3 APLICACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS DE RECOGIDA Y ANÁLISIS DE INFORMACIÓN

9.3.1 *Mapas de humor*

En un principio se valoró el empleo de una videocámara, debido a que la información obtenida puede analizarse con más detenimiento. Ahora bien, para que la grabación de las sesiones de clase funcione, la videocámara debe formar parte del entorno habitual del aula. De lo contrario, tanto el profesor como los alumnos van a mostrar un comportamiento alterado. Los profesores de ambos grupos manifestaron en un principio sus dudas acerca de que centro, alumnos y padres accediesen a realizar las grabaciones, además de interferir en el desarrollo de las clases. Por ejemplo, en el grupo principal había un alumno cuyos padres se negaron a firmar en el inicio de curso la hoja de autorización para la cesión de datos, en la que se incluyen fotos y vídeos de excursiones y actividades extraescolares. No obstante, se insistió y el profesor del grupo principal accedió a grabar algunas sesiones. Consiguió todas las autorizaciones excepto la del alumno que ya hemos comentado, que durante los vídeos se situaría de modo que no apareciese. Así pues, se llegaron a grabar dos sesiones de aula. No se continuó con estas grabaciones porque el profesor consideraba que los alumnos estaban mucho más distraídos de lo normal y se ralentizaba su enseñanza.

Otro motivo por el que se descartó finalmente la grabación de las sesiones es que las interacciones principales en la totalidad de las actividades de aula tienen lugar en pequeños grupos. La grabación, aunque fuera en audio, de todas las conversaciones de todos los alumnos generaría un volumen de datos tan grande que queda fuera del alcance de la presente tesis.

Por lo tanto, el comienzo de la fase confirmatoria exigió un replanteamiento de los instrumentos y metodología a utilizar. Las condiciones que se fijaron para la elección final fueron:

Instrumento	Momento	Agente	Función
Cuestionario	Inicio de la fase avanzada	Alumno	Recoger actitudes y percepciones de los alumnos acerca de matemáticas, cine y su relación.
Mapas de humor	Durante las sesiones	Alumno	Recoger estados emocionales de los alumnos durante las actividades.
Mapas de humor (revisión)	Después de cada sesión	Profesor	Detectar errores (intencionados o no) en los datos introducidos por los alumnos.

Tabla 9.2: Instrumentos de recolección de datos en la fase avanzada

1. Mínima intrusividad de los instrumentos en el desarrollo normal de las sesiones.
2. Facilidad de introducción de datos.
3. Máxima fidelidad posible de los fenómenos que tienen lugar en el plano afectivo.
4. Reproducibilidad del experimento.

De esta manera, con la primera de las condiciones se procura que todas las variables didácticas que influyen en el devenir de una clase permanezcan constantes, tanto en los ejercicios, problemas y actividades más habituales propios del profesor como en las actividades que se realizan usando fragmentos de películas. La facilidad de introducción de datos es un requisito sugerido por los profesores participantes en el estudio; es decir, la recopilación de datos por parte del profesor y los alumnos no debe implicar demoras considerables ni consumir demasiado tiempo lectivo.

Por estos motivos, además del cuestionario ya comentado, el instrumento elegido para llevar a cabo la recogida de datos emocionales, es el mapa de humor de los problemas, descrito en la sección 3.3 Recogida de información emocional: mapas de humor. En la tabla 9.2 se muestran los momentos en los que se aplican ambos instrumentos. Así, al comienzo de la fase avanzada se procede a rellenar el cuestionario con los alumnos, de forma que se recogen sus opiniones y creencias sobre las matemáticas, como materia y asignatura, sobre el cine, sobre la relación entre cine y matemáticas y sobre su propia actitud, para posteriormente utilizar los mapas de humor en sesiones de resolución de ejercicios o problemas.

9.3.2 *Análisis de la idoneidad emocional con mapas auto-organizados*

Empleando los datos de los mapas de humor como vectores de entrada de los SOM (introducidos en la sección 3.4 Análisis de datos: mapas auto-organizados), es posible seguir la evolución del grupo de alumnos, o incluso de alumnos concretos, así como interpretar los fenómenos detectados.

Los análisis que se presentarán en las siguientes secciones muestran algunas visualizaciones de mapas auto-organizados que han sido entrenados con vectores de datos que incluyen los iconos de los mapas de humor de diferentes tareas que han realizado los alumnos de los grupos 1 y 2 a lo largo de los bloques de números y de álgebra.

9.3.2.1 *Preproceso de los datos*

Se ha llevado a cabo un preproceso de los datos sencillo, con el objetivo de entrenar a los mapas con patrones que representen la tendencia emocional más común en cada alumno.

Existen diversos sistemas de clasificación de actividades de matemáticas. En el presente trabajo, se ha optado por categorizarlas en cinco tipos:

PROCEDIMENTALES BÁSICAS Codificada en los mapas como *a1* y comúnmente denominadas en los libros de texto como ejercicios. Se trata de reproducir un procedimiento de cálculo o un método para resolver cuestiones sin contextualizar. Es el caso de los ejercicios de operaciones combinadas, resolución de ecuaciones, etc.

PROCEDIMENTALES AVANZADAS Codificada en los mapas como *a2*, se distinguen de las anteriores en su grado de dificultad. En los libros de texto suelen aparecer como ejercicios de ampliación. En ocasiones, exigen del alumno el empleo de diversos procedimientos, que se complementan. Sería el caso, por ejemplo, de los ejercicios de resolución de ecuaciones en los que hay que manipular las expresiones algebraicas previamente.

PROBLEMAS BÁSICOS Codificada en los mapas como *a3*, son problemas vagamente contextualizados y que pueden resolverse empleando el mismo método general para todos ellos. Son ejemplo de ello los típicos problemas de edades que se resuelven mediante ecuaciones de primer grado.

PROBLEMAS AVANZADOS Codificada en los mapas como *a4*, se pueden diferenciar de los problemas básicos en que el contexto sea más real o en el grado de dificultad. Para su resolución el alumno ha de movilizar diferentes sistemas de prácticas, elaborando una estrategia. En los libros de texto suelen aparecer después de los problemas básicos, indicando que se trata de cuestiones que añaden un grado de dificultad.

SITUACIONES-PROBLEMA Codificada en los mapas como *a5*, el contexto es más elaborado que en los casos anteriores, tomando la forma en ocasiones de un pequeño proyecto, en el que se ponen en juego diversos sistemas de prácticas. A veces aparecen al final de cada unidad didáctica en los libros de texto, como problemas de ampliación, y pueden trabajarse de forma más interactiva que el resto de actividades.

Denominación	Tipo	Bloque curricular	Número de vectores
a1	Procedimentales básicas	Números	6
		Álgebra	4
a2	Procedimentales	Números	4
		Álgebra	3
a3	Problemas básicos	Números	3
		Álgebra	5
a4	Problemas	Números	4
		Álgebra	4
a5	Situaciones-problemas	Números	1
		Álgebra	1
aCINE	Situaciones-problemas con cine y series	Números	2
		Álgebra	3

Tabla 9.3: Tipos de actividades cuyos mapas de humor se han recogido y su denominación codificada.

CON FRAGMENTOS DE CINE Y SERIES Codificada en los mapas como *aCine*, la principal diferencia con las situaciones-problema, es que en este caso el contexto se introduce empleando fragmentos de películas o series de ficción.

Se ha optado por entrenar los mapas con un único vector de datos por alumno y tipo de actividad, de forma que se reflejen únicamente los estados emocionales más frecuentes en cada caso. La construcción de este vector para cada tipo de actividad, en el caso de incluir la información acerca del momento en que se expresa el estado emocional se ha realizado de la siguiente manera:

1. Formar una matriz en la que cada fila sean los 42 componentes del mapa de humor. Los valores de cada componente son 1, si dicho estado está presente, o 0, si no lo está.

2. Se añade una columna con el dato de la resolución, valor numérico real comprendido entre 0 y 1. Un 1 indica resolución satisfactoria completamente.

3. Añadir una fila con la media de cada columna.

4. Replicar esta última fila, sustituyendo por un 0 aquellos valores inferiores a $0,25$ y por un 1 los superiores, salvo el dato de la resolución, para el que se deja el valor de la media.

5. El vector es la fila anterior.

El paso 4 se podría haber planteado de diferentes maneras, influyendo en los mapas resultantes. El filtrado por el que se ha optado permite no tener en cuenta aquellos estados emocionales que apenas aparecen, por entender que no es normal que el alumno en cuestión los manifieste. Por otro lado, si dichos estados emocionales se expresan en más del 25 % de las actividades, se considera que tienen lugar con la suficiente frecuencia como para ser considerados. De esta forma, salvo esta distinción entre estados afectivos presentes o no presentes, no se tendrá en cuenta la frecuencia de aparición de estos estados dentro de cada tipo de actividad.

9.3.2.2 *Interpretación de los SOM y visualizaciones empleadas*

Como ya se ha mencionado al introducir los mapas auto-organizados como herramienta de análisis, una de sus ventajas es que no se tiene por qué saber de antemano las categorías en que se dividen los datos, aunque podría forzarse la agrupación en unas categorías tipificadas mediante mapas condicionados. Empleando en la fase de entrenamiento de los SOM como vectores de entrada los vectores construidos a partir de los estados emocionales de cada alumno en cada tipo de actividad, se dispondrá de visualizaciones que muestren qué está ocurriendo en la clase tras la implementación de una secuencia didáctica. Así, se puede considerar el grupo de alumnos al completo, examinando en qué tipos de categorías se divide la clase. O bien, mirando qué celdas activan los vectores de un alumno en concreto, se puede determinar su huella emocional.

A lo largo de la sección 9.4 Análisis de los grupos se van a presentar diferentes visualizaciones (ver figura 9.14) que resultan de entrenar los SOM con diferentes vectores. Así, se comenzará con los mapas entrenados a partir de los 14 estados emocionales originales de los mapas de humor de Gómez-Chacón (2000). Después, se incluirá una componente que valora el grado de cumplimiento en la resolución de la actividad. Finalmente, se repetirá el proceso pero distinguiendo el instante emocional en que los alumnos expresaron el estado emocional (al principio, durante o al final de la tarea).

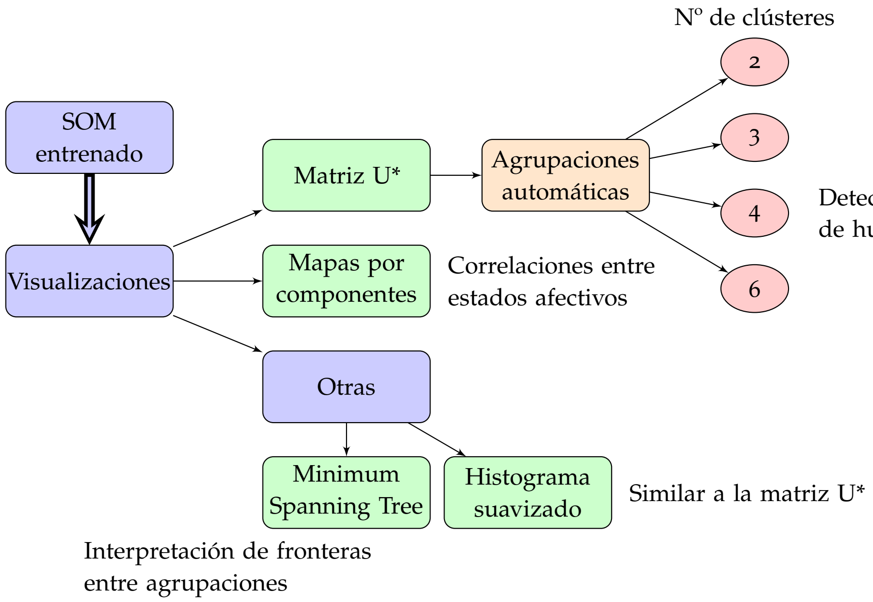


Figura 9.14: Esquema con las diferentes visualizaciones de los SOM que se emplearán para interpretar los mapas de humor.

Así, en primer lugar se presentan las matrices U* donde, para cada celda que ha capturado algún patrón de datos se, señalan las dos componentes que más han influido en dicha asociación. A modo de ejemplo, si una celda presenta 6 vectores y las componentes afectivas que la describen son *comecabeza* y *prisa*, querrá decir que los 6 vectores de datos capturados tienen en común que todos o casi todos presentan valores positivos de esas dos componentes.

Los mapas por componentes individuales permiten establecer correlaciones entre los estados afectivos. De esta manera, si dos o más de ellos activan regiones similares en el mapa (aparecerán con el mismo color), será un indicador de que existe una alta correlación.

Posteriormente se procede a efectuar una agrupación automática en la matriz U*. Es decir, aplicando un algoritmo se fuerza a dividir al mapa en 2,3, 4 o 6 regiones. Aunque esta división es en cierto modo artificial, y además se pueden establecer dichas regiones de forma manual sin más que mirar la matriz U*, posibilita el normalizado de los análisis que se presentarán. Es decir, fijando por ejemplo un número de 4 agrupaciones, resulta más fácil comparar e interpretar las visualizaciones entre los diferentes mapas entrenados.

Finalmente, se presentarán otras dos visualizaciones. Se trata del histograma suavizado, que simplemente es otra forma similar a la matriz U* para explorar el mapa, y del minimum spanning tree. Esta última visualización sí que añade información de interés para interpretar las agrupaciones realizadas anteriormente, porque proporciona los caminos de menor coste entre celdas.

Con cada grupo y para cada tipo de mapa se propondrá una clasificación de los alumnos en función de los clústeres que activen sus vectores de actividades. Es decir, si son esencialmente positivos o negativos, si se aprecian estados positivos para las actividades basadas en fragmentos de películas y negativas en el resto, o viceversa, o si no es posible establecer un patrón emocional claro. Esta clasificación se ha basado en la división de las matrices U* de los mapas en 4 clústeres, caracterizando cada uno de ellos con las dos componentes con mayor presencia. El resto de las componentes se utilizará para explicar posibles disfunciones en esta categorización.

Se considerará que un alumno es positivo si al menos las dos terceras partes de sus vectores de actividad se incluyen en clústeres en los que predominan emociones positivas. Esto implica que, para los alumnos de los que se hayan recogido todos los datos, al menos 4 de los vectores activan celdas de clústeres positivos; y viceversa, un alumno será negativo si 4 de sus vectores se incluyen en clústeres negativos.

Sin embargo, se ha de tener presente que puede haber grupos de alumnos o clústeres que no sean eminentemente positivos ni negativos. Al igual que la realidad de las aulas no es ni blanca ni negra, las visualizaciones de los mapas también reflejarán las zonas grises, permitiendo detectar aquellos alumnos que muestran huellas emocionales diversas.

Los vectores de datos tienen 42 componentes, 43 si se tiene en cuenta la información acerca de si la resolución ha sido satisfactoria o no. Son muchas dimensiones de cara a analizar grupos de alumnos del tamaño de una clase (15-30 individuos). Aun en el caso de disponer de cientos de vectores de actividades por alumno, los patrones emocionales suelen mantenerse estables a lo largo del tiempo para cada alumno, por lo que al principio pueden aparecer tantas agrupaciones como alumnos. Por ello, se ha optado por entrenar los mapas sin tener en cuenta el instante temporal en que el alumno manifiesta la emoción (si al principio, durante o al final), resultando vectores de 14 componentes, 15 contando con la resolución. De esta manera, se consiguen representaciones visuales de las agrupaciones de alumnos en función de su estado emocional.

En cualquier caso, también se han entrenado mapas con los vectores completos de 42 componentes. Ello ha permitido elaborar una explicación más pormenorizada de las huellas emocionales de los alumnos, aunque las agrupaciones que se forman son más dispares que en el caso de vectores de 14 componentes.

Finalmente, para cada grupo se ofrecerá una discusión de los resultados relacionándolos con los resultados del cuestionario sobre la percepción del alumno de su actitud, de las matemáticas y de su relación con el cine.

9.4 ANÁLISIS DE LOS GRUPOS

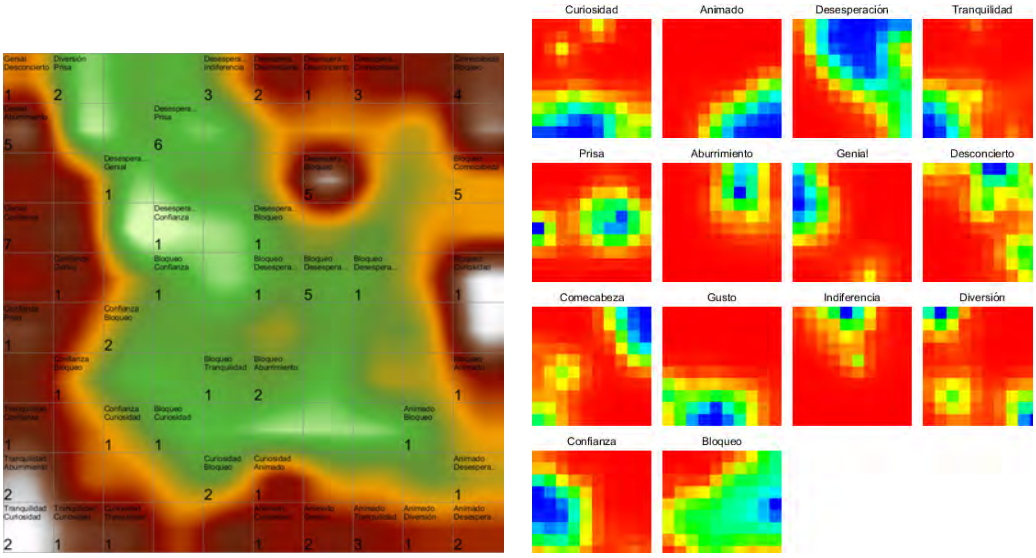
9.4.1 *Grupo 1*

En la etapa de preproceso de los datos simplemente se ha procedido a eliminar los vectores nulos correspondientes a alumnos ausentes que, para esa actividad en concreto, no introdujeron los datos. En total, se dispone de 88 vectores.

9.4.1.1 *SOM con 14 componentes sin incluir el dato de la resolución*

A continuación se presentan y comentan los resultados que se obtienen al entrenar mapas auto-organizados exclusivamente con los valores binarios de los 14 componentes del mapa de humor, correspondientes al grupo 1. No se tienen en cuenta, por lo tanto, los datos acerca de si la resolución de la tarea ha sido satisfactoria o no por parte del alumno. Asimismo, tampoco se tiene en cuenta el momento (al principio, mitad o final de la tarea) en el que el alumno expresa su estado emocional. Más adelante, se complementarán estos resultados con los obtenidos al tener en cuenta estos otros factores.

Los mapas por componentes individuales (figura 9.15) indican una fuerte correlación entre los estados emocionales desesperación, desconcierto, indiferencia, aburrimiento y comecabeza. Este hecho es un indicador de la fiabilidad del mapa auto-organizado, pues es lógico y natural que los estados emocionales negativos se relacionen entre ellos. El otro estado negativo que no se ha nombrado todavía y que corresponde a la situación de bloqueo, también se relaciona con los estados negativos, pero no específicamente, pues también puede activar zonas correspondientes a estados positivos. La explicación radica en que aquellos alumnos que superan una situación de bloqueo posteriormente se muestran animados y llenos de confianza, como se verá en el análisis de los mapas de 42 y 43 componentes.

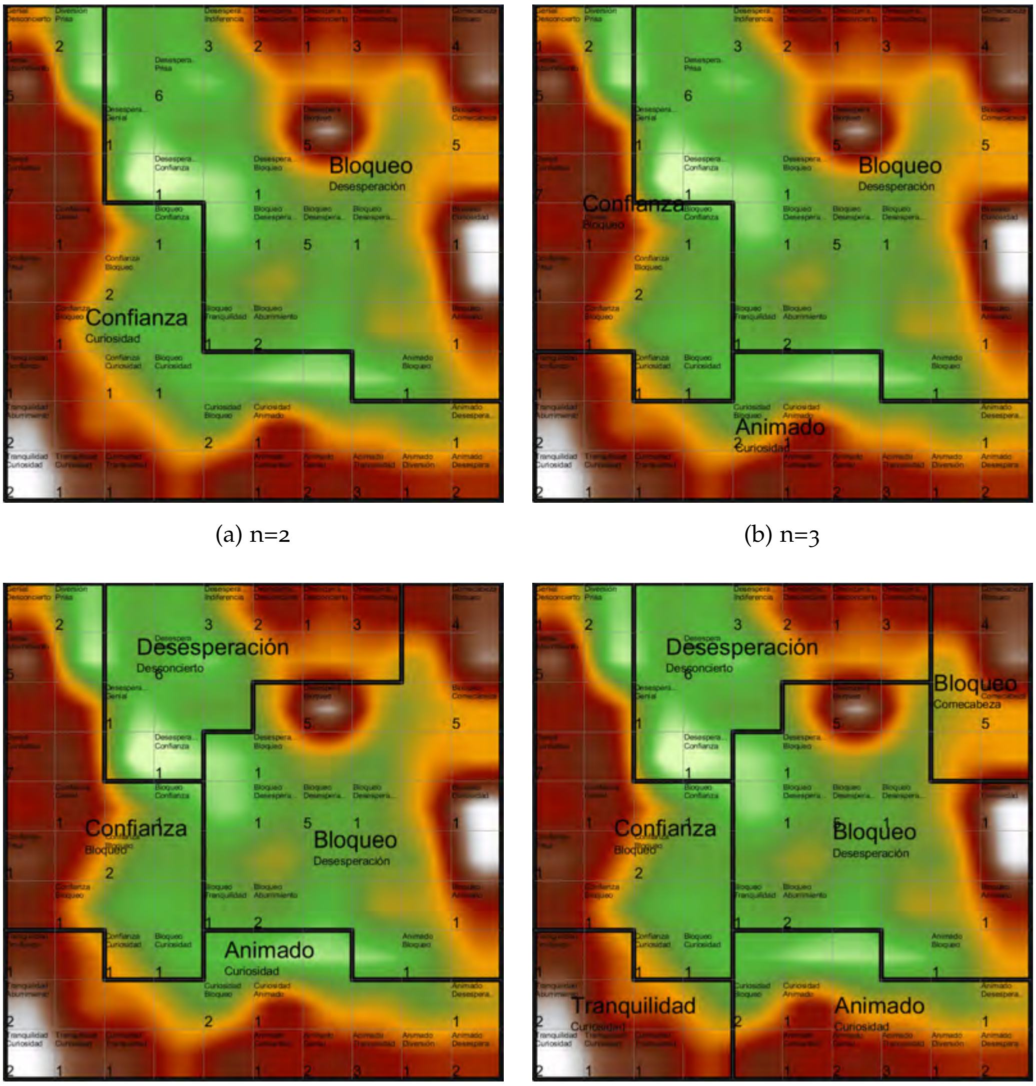


(a) Matriz U* (b) Mapas por componentes individuales

Figura 9.15: Matriz U* y mapas por componentes individuales (14 componentes sin datos de la resolución, grupo 1)

Por otro lado, los estados positivos también activan regiones próximas en el mapa. Por ejemplo, curiosidad, animado, tranquilidad, gusto y diversión aparecen en la parte inferior del mapa. La confianza, por otra parte, aparece relacionada con el estado genial y con parte de los ya mencionados.

A simple vista, lo primero que llama la atención en la matriz U* es la existencia de una región central en la que predominan emociones de bloqueo y desesperación. Para un análisis más detallado, se efectuará una agrupación según el método exacto de Ward, lo que facilitará el estudio (figura 9.16). De esta forma, con n=2 se observa una clara separación en emociones positivas, dominadas por la confianza y la curiosidad, y las emociones negativas, fuertemente influidas por el bloqueo y la desesperación.



(a) n=2 (b) n=3

(c) n=4 (d) n=6

Figura 9.16: Matriz U* con diferentes niveles de agrupación según el método exacto de Ward, para el grupo 1 (14 componentes sin datos de resolución).

Con *n*=3, el clúster correspondiente a la confianza, se divide en dos. En el de la parte superior aparece el bloqueo que, como se ha mencionado antes, si es superado propicia un estado de confianza posterior. El clúster inferior es claramente positivo, debido a que sus características principales son las propias de los estados animado y curiosidad.

Si se incrementa el nivel de agrupación a *n=4*, se divide en dos el clúster que aglutinaba previamente las emociones negativas, siendo destacable el que la característica que los diferencia sea el desconcierto. Es decir, en el clúster superior se agrupan actividades en las que el alumno no sabe muy bien qué hacer, mientras que en el inferior se trata más de desesperación y bloqueo.

Por último, con *n=6* aparecen nuevas divisiones. Así, en la parte positiva se diferencia un grupo de vectores correspondientes a la tranquilidad y la curiosidad. Son alumnos que han afrontado las actividades de forma optimista, tranquila.

En la tabla 9.4 se muestra, para *n=4*, la agrupación de vectores de entrada por clúster, resumiendo la información en la tabla 9.5. Los clústeres esencialmente negativos son el 2 (desesperación y desconcierto) y el 3 (bloqueo y desesperación). Por otra parte, puede decirse sin lugar a duda que el clúster 4 es positivo (animado y curiosidad). Finalmente, está el clúster 1, relacionado principalmente con las emociones de confianza y de bloqueo. La confianza, siempre que no sea excesiva, es un estado afectivo positivo, mientras que el bloqueo es negativo, pues en dicho estado los alumnos no son capaces de poner en marcha los mecanismos cognitivos necesarios para superar con éxito las tareas. Por supuesto, el bloqueo es un estado que puede superarse en el transcurso de una actividad, conduciendo a la aparición de emociones positivas (confianza, tranquilidad, animado, etc.).

Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4
A1-a1	B1-a1	A1-aCINE	C1-a2
A1-a2	B1-a3	C1-a3	D1-aCINE
A1-a3	B1-a5	C1-a4	E1-a4
A1-a4	C1-a1	C1-a5	G1-a2
A1-a5	J1-a1	C1-aCINE	G1-a3
B1-a2	K1-a2	D1-a1	H1-a1
B1-a4	K1-a4	E1-a2	H1-a2
B1-aCINE	K1-aCINE	E1-a5	H1-a3
D1-a2	L1-a1	E1-aCINE	H1-a4
E1-a1	P1-a1	G1-a1	H1-a5
E1-a3	P1-a2	J1-aCINE	H1-aCINE
G1-aCINE	S1-a1	K1-a1	L1-a2
J1-a2	S1-aCINE	K1-a3	L1-a3
N1-a2	T1-a1	K1-a5	L1-aCINE
N1-a3	T1-a3	L1-a4	M1-a2
N1-a5	T1-a4	L1-a5	M1-a3
N1-aCINE	T1-a5	M1-a1	M1-a4
P1-a3		M1-a5	S1-a2
P1-a4		M1-aCINE	S1-a3
P1-a5		N1-a1	T1-aCINE
P1-aCINE		N1-a4	
R1-aCINE		O1-aCINE	
T1-a2		R1-a1	
		R1-a2	
		R1-a3	
		R1-a4	
		R1-a5	
		S1-a5	

Tabla 9.4: Agrupación de las actividades de cada alumno en los 4 clústeres (14 componentes sin datos de resolución, grupo 1).

Sin embargo, si el alumno no es capaz de salir de ese estado de bloqueo, puede permanecer allí hasta el final de la tarea o progresar a estados como la desesperación o la indiferencia. Al no disponer de información sobre el momento en que el alumno siente dichas emociones, no se puede afirmar nada acerca de la trayectoria emocional con seguridad, al menos en principio. Más adelante se profundizará en el estado de bloqueo en los mapas realizados con 42 componentes, que incluyen el momento temporal. No obstante, dado que en este mapa hay dos clústeres en los que predomina el bloqueo y en uno de ellos se asocia a la confianza y en otro a la desesperación, se procede a catalogar como positivo el clúster 1, entendiendo que lo más posible es que dicho clúster incluya los vectores de alumnos que superan el estado de bloqueo.

Clúster	Características más influyentes	Vectores cine y series
1	Confianza, bloqueo	5
2	Desesperación, desconcierto	2
3	Bloqueo, desesperación	6
4	Animado, curiosidad	4

Tabla 9.5: Características más influyentes en cada clúster y activación en cada uno de actividades basadas en el cine (14 componentes sin datos de resolución, grupo 1).

Los vectores correspondientes a las actividades basadas en fragmentos de películas y series se han repartido de forma equilibrada entre los clústeres correspondientes a emociones positivas y los clústeres negativos. Por otro lado, en la parte negativa se han acumulado en el clúster correspondiente al bloqueo y la desesperación (6 vectores frente a 2 en el clúster de desesperación y desconcierto), en la parte positiva se han repartido en ambos clústeres.

	PATRONES EMOCIONALES			BALANCE		
ALUMNO	POSITIVOS	NEGATIVOS	VARIADOS	+	-	CINE +
A1	•			5	1	
B1			•	3	3	•
C1		•		1	5	
D1	•			2	1	•
E1			•	3	3	
G1			•	2	2	•
H1	•			6	0	•
J1			•	1	2	
K1		•		0	6	
L1			•	3	3	•
M1			•	3	3	
N1	•			4	2	•
O1		•		0	1	
P1	•			4	2	•
R1		•		1	5	•
S1			•	2	3	
T1		•		2	4	•

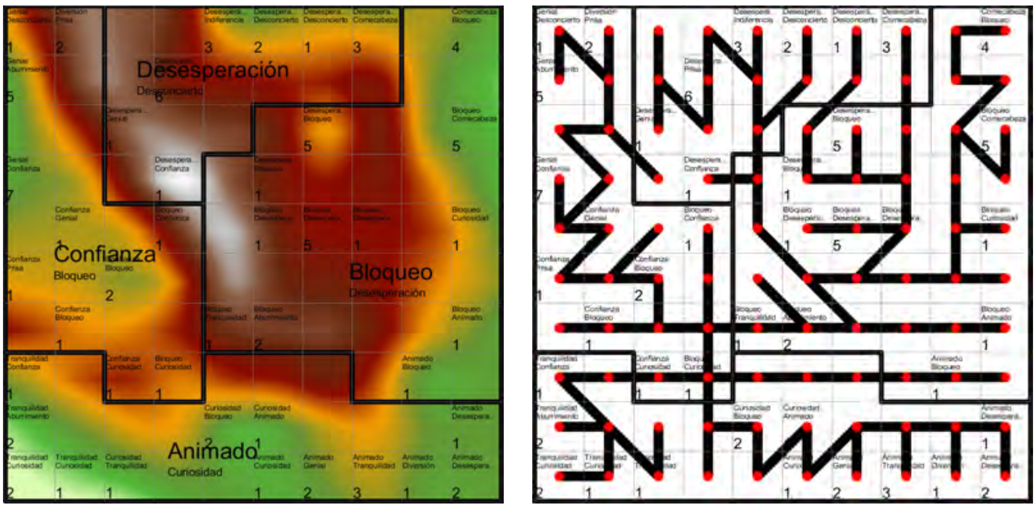
Tabla 9.6: Clasificación de los alumnos en función de sus emociones predominantes (14 componentes sin datos de resolución, grupo 1).

Usando la información que proporciona el mapa auto-organizado es posible efectuar una distinción en 4 grandes tipologías de alumnos, que permiten tener una visión de sus trayectorias emocionales. Simplificando al tomar las dos emociones predominantes en cada clúster, se cataloga a los alumnos en esencialmente positivos, negativos o con patrones emocionales variados. En la tabla 9.6 se muestra esta información, además del balance de emociones positivas y negativas y de si ante las actividades de cine y series el alumno manifiesta estados positivos.

Hay cinco alumnos que afrontan con emociones positivas la mayoría de las tareas (A1, D1, H1, N1 y P1). Es decir, manifiestan confianza, aunque luego puedan bloquearse o se muestran animados y con curiosidad por las actividades que se les proponen. Todos ellos, salvo A1, se muestran también positivos cuando se trata de actividades o tareas que hacen uso de fragmentos de películas.

Otros cinco alumnos (C1, K1, O1, R1 y T1) se revelan especialmente negativos en la mayoría de tipos de tareas en el aula de Matemáticas. Sus mapas de humor indican que se desesperan o desconciertan, estando muy presente la sensación de bloqueo. En el caso de R1 y T1, sí que se recogen datos positivos en las actividades relacionadas con el cine o las series.

Finalmente, hay un grupo de 7 alumnos (B1, E1, G1, J1, L1, M1 y S1) para los que no existe un predominio de un tipo de emociones, no pudiéndose decir si se trata de alumnos que generalmente se muestran positivos ante las tareas de clase o si, por el contrario, manifiestan emociones negativas. De ellos, B1, G1 y L1 expresan estados emocionales positivos en las actividades que hacen uso de fragmentos de películas.



(a) Histograma suavizado

(b) Spanning tree

Figura 9.17: Otras visualizaciones: histograma suavizado y *spanning tree* (14 componentes sin datos de la resolución, grupo 1)

En la figura 9.17 se muestran dos visualizaciones diferentes del SOM. El histograma suavizado confirma la separación en clústeres que se apreciaba en la matriz U*. Por otro lado, el *spanning tree* facilita la interpretación de las regiones fronterizas entre clústeres. Así, se aprecia fácilmente que los clústeres 2 (desesperación, desconcierto) y 3 (bloqueo, desesperación) no se relacionan directamente con el clúster 4 (animado, curiosidad).

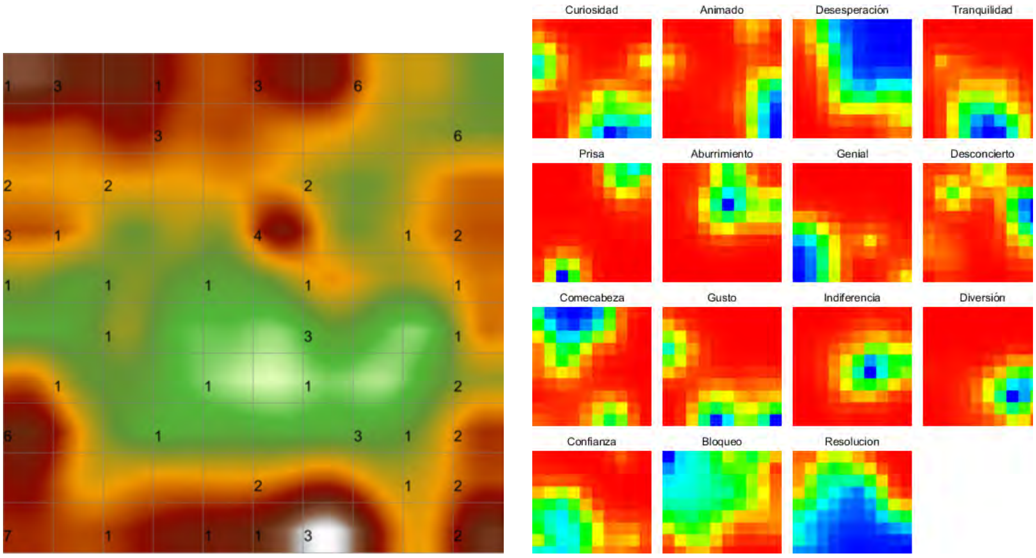
Por otro lado, sí que hay caminos de distancia mínima entre el clúster 1 (confianza, bloqueo) y todos los demás, y entre los clústeres negativos 2 y 3.

9.4.1.2 *SOM con 14 componentes incluyendo el dato de la resolución*

Ahora se entrenará el SOM con los vectores del apartado anterior, aumentados en una componente que valora la resolución de la actividad. Así, los vectores tendrán $14 + 1 = 15$ componentes. En este caso se continúa sin distinguir el momento de la actividad (principio, mitad o final) en el que el alumno dibuja el icono del mapa de humor. Más adelante, los análisis de los mapas resultantes mostrarán si incluir el momento proporciona más información para analizar lo que está pasando en la clase.

Al incluir en el vector de datos de cada actividad el componente correspondiente a la resolución de la tarea, es posible ver cómo se relaciona ésta con el resto de componentes. Los mapas por componentes individuales (figura 9.18) indican que la resolución positiva domina claramente la mitad inferior del mapa, coincidiendo con la presencia de estados emocionales positivos (confianza, diversión, gusto, curiosidad, animado). Las demás conclusiones que se pueden extraer de analizar los mapas individuales son las mismas que las que se obtuvieron en la sección anterior, con los 14 componentes del mapa de humor sin tener en cuenta si el proceso de resolución había sido satisfactorio o no.

Por otro lado, las agrupaciones de vectores de entrada que se pueden establecer en la visualización de la matriz U* son muy parecidas a las obtenidas sin los datos de la resolución. Al ser tan notoria la correlación entre los estados emocionales positivos y una solución satisfactoria, su componente asociado tiene una fuerte presencia en los clústeres positivos.



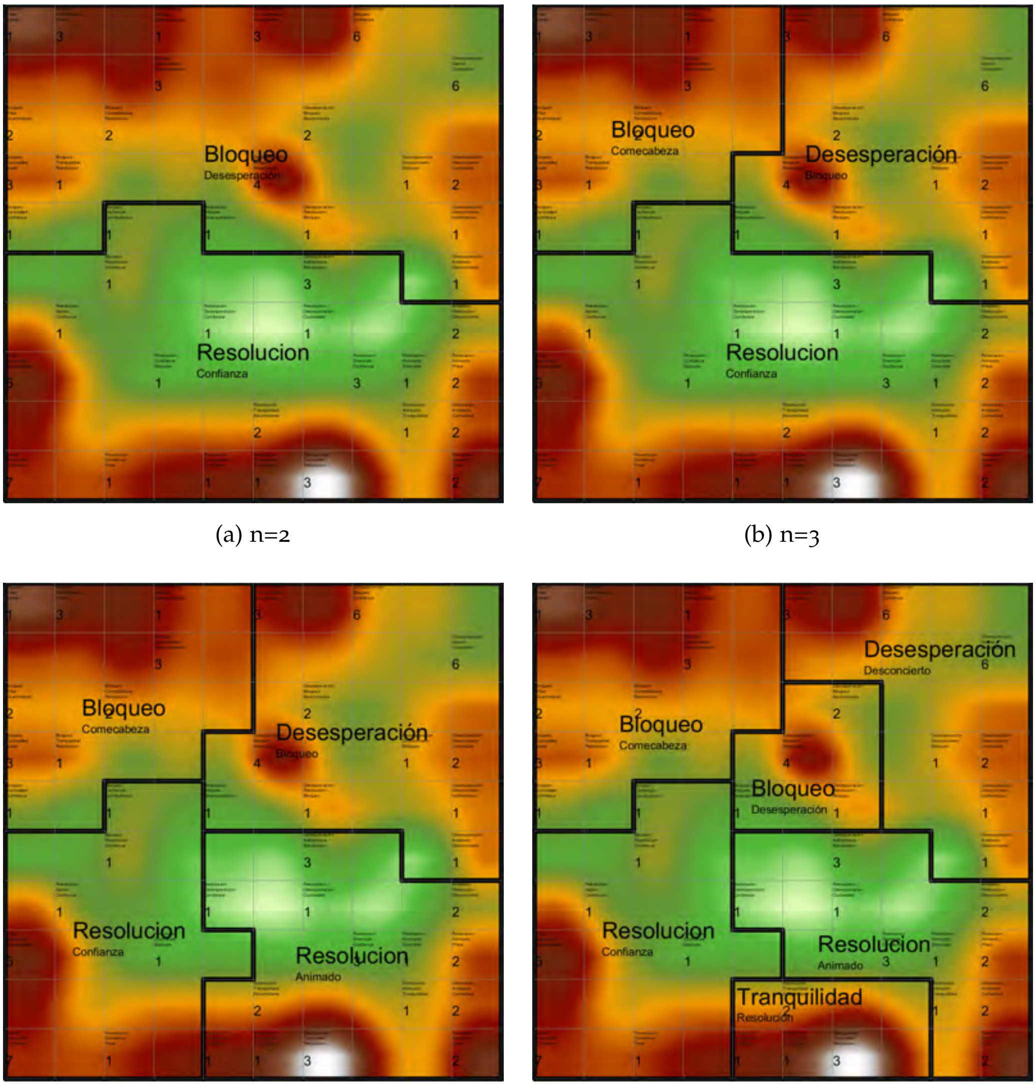
(a) Matriz U*

(b) Mapas por componentes

Figura 9.18: Matriz U* y mapas por componentes individuales (14 componentes con datos de la resolución, grupo 1).

En la tabla 9.7 se muestra, para *n*=4, la agrupación de vectores de entrada por clúster, resumiendo la información en la tabla 9.8. De igual forma que sin tener en cuenta los datos de la resolución, los vectores correspondientes a la actividad basada en la película se han repartido a partes iguales entre los clústeres correspondientes a emociones positivas y los clústeres negativos. Ahora bien, mientras que en la parte negativa se siguen acumulando en el clúster dominado por el bloqueo (6 vectores frente a 1 en el clúster de desesperación y desconcierto), vemos que en la parte positiva, influida por la resolución correcta, hay mayor presencia de vectores en el clúster del estado emocional animado, frente al clúster dominado por la confianza (7 a 2).

Simplificando al tomar las dos componentes predominantes en cada clúster, es posible catalogar a los alumnos en esencialmente positivos, negativos o con patrones emocionales variados. En la tabla 9.9 se muestra esta información, además del balance de emociones positivas y negativas y de si ante las actividades de cine y series el alumno manifiesta estados positivos.



(a) n=2

(b) n=3

(c) n=4

(d) n=6

Figura 9.19: Matriz U* con diferentes niveles de agrupación según el método exacto de Ward (14 componentes con datos de la resolución, grupo 1).

Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4
A1-aCINE	B1-a1	A1-a1	D1-a2
C1-a2	B1-a3	A1-a2	D1-aCINE
C1-a3	B1-a5	A1-a3	E1-a4
C1-a4	C1-a1	A1-a4	G1-a2
C1-a5	E1-a2	A1-a5	G1-a3
C1-aCINE	E1-a5	B1-a2	G1-aCINE
D1-a1	K1-a1	B1-a4	H1-a1
E1-aCINE	K1-a3	B1-aCINE	H1-a2
G1-a1	K1-a5	E1-a1	H1-a3
M1-a3	L1-a1	E1-a3	H1-a4
M1-a4	L1-a4	J1-a2	H1-a5
M1-a5	L1-a5	N1-a2	H1-aCINE
M1-aCINE	M1-a1	N1-a3	J1-a1
N1-a1	P1-a1	N1-a5	J1-aCINE
N1-a4	P1-a2	N1-aCINE	K1-a2
O1-aCINE	R1-a1	P1-a3	K1-a4
P1-aCINE	R1-a2	P1-a4	K1-aCINE
	R1-a3	P1-a5	L1-a2
	R1-a4		L1-a3
	R1-a5		L1-aCINE
	S1-a1		M1-a2
	S1-a5		R1-aCINE
	T1-a1		S1-a2
	T1-a2		S1-a3
	T1-a3		S1-aCINE
	T1-a4		
	T1-a5		
	T1-aCINE		

Tabla 9.7: Agrupación de las actividades de cada alumno en los 4 clústeres (14 componentes con datos de la resolución, grupo 1).

Hay 6 alumnos que afrontan con emociones positivas la mayoría de las tareas (A1, D1, G1, H1, J1 y N1). Es decir, manifiestan confianza y animación, muy ligado a la resolución de la tarea (de ahí la novedad de que aparezca por ejemplo G1 y desaparezca P1). Todos ellos, salvo A1, se muestran también positivos cuando se trata de actividades o tareas que hacen uso de fragmentos de películas.

Otros cinco alumnos (C1, M1, O1, R1 y T1) se revelan especialmente negativos en la mayoría de tipos de tareas en el aula de Matemáticas. Sus mapas de humor indican que se desesperan o bloquean, estando muy presente la sensación de desesperación. Se incluye a M1 y desaparece K1 respecto a la visualización del mapa sin emplear el dato de la resolución. Únicamente en el caso de R1 se recogen datos positivos en las actividades relacionadas con el cine o las series.

Clúster	Características más influyentes	Actividades cine y series
1	Bloqueo, comecabeza	6
2	Desesperación, bloqueo	1
3	Resolución, confianza	2
4	Resolución, animado	7

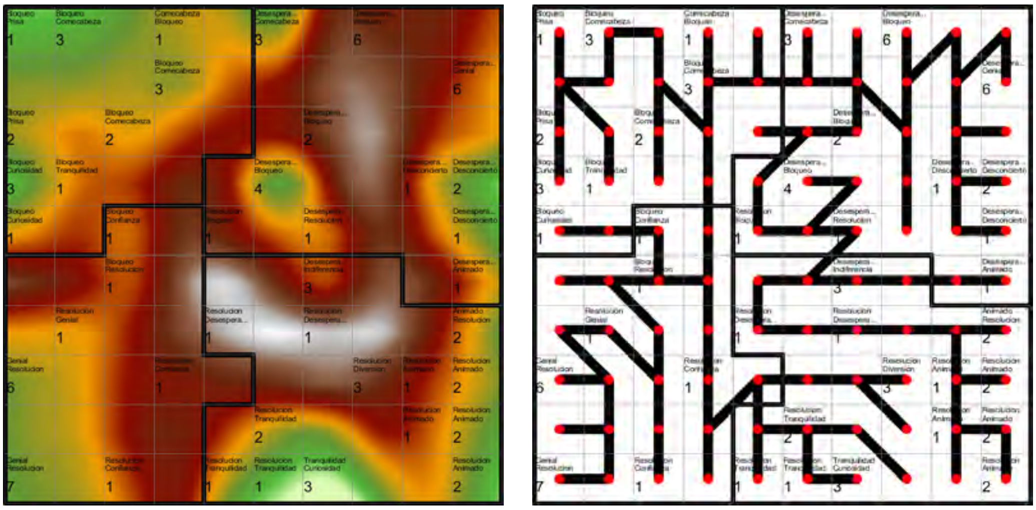
Tabla 9.8: Características más influyentes en cada clúster y activación en cada uno de actividades basadas en el cine (14 componentes con datos de resolución, grupo 1).

Finalmente, hay un grupo de 6 alumnos (B1, E1, K1, L1, P1 y S1) para los que no existe un predominio de un tipo de emociones, no pudiéndose decir si se trata de alumnos que generalmente se muestran positivos ante las tareas de clase o si, por el contrario, manifiestan emociones negativas. De ellos, B1, K1, L1 y S1 expresan estados emocionales positivos en las actividades que hacen uso de fragmentos de películas.

	Patrones emocionales			Balance		
Alumno	Positivos	Negativos	Variados	+	-	Cine +
A1	•			5	1	
B1			•	3	3	•
C1		•		0	6	
D1	•			2	1	•
E1			•	3	3	
G1	•			3	1	•
H1	•			6	0	•
J1	•			3	0	•
K1			•	3	3	•
L1			•	3	3	•
M1		•		1	5	
N1	•			4	2	•
O1		•		0	1	
P1			•	3	3	
R1		•		1	5	•
S1			•	3	2	•
T1		•		0	6	

Tabla 9.9: Clasificación de los alumnos en función de sus emociones predominantes (14 componentes con datos de resolución, grupo 1).

En la figura 9.20 se muestran dos visualizaciones diferentes del SOM. El histograma suavizado confirma la separación en clústeres que se apreciaba en la matriz U*. Por otro lado, el *spanning tree* facilita la interpretación de las regiones fronterizas entre clústeres.



(a) Histograma suavizado (b) Spanning tree

Figura 9.20: Otras visualizaciones: histograma suavizado y spanning tree (14 componentes con datos de la resolución, grupo 1)

De esta manera, se aprecia fácilmente que las mayores distancias se dan entre las parejas de clústeres situados en las diagonales del mapa. Es decir:

- Entre el clúster 1 (bloqueo, comecabeza) y el clúster 4 (resolución, animado)
- Entre el clúster 2 (desesperación, bloqueo) y el clúster 3 (resolución, confianza).

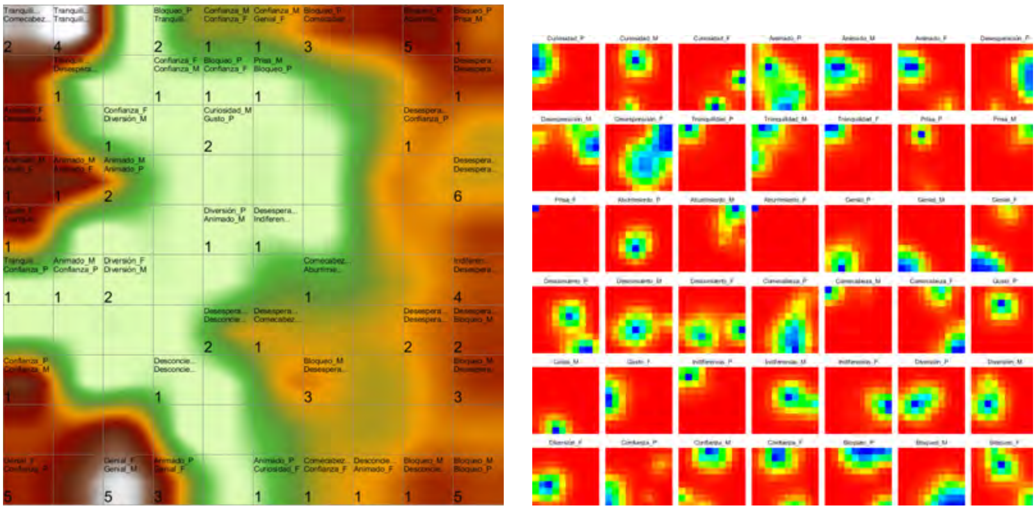
Sin embargo, las siguientes fronteras de clústeres tienen asociada una menor distancia:

- Entre el clúster 1 (bloqueo, comecabeza) y el clúster 3 (resolución, confianza).
- Entre el clúster 2 (desesperación, bloqueo) y el clúster 4 (resolución, animado).

Aunque habrá que esperar a los mapas de 42 componentes para extraer conclusiones finales, una posible interpretación de esta visualización es que hay varios tipos de alumnos. Así, hay algunos que se bloquean o desesperan y posteriormente consiguen resolver la tarea, mostrando confianza. Y también hay otros que, comenzando muy animados las tareas, posteriormente se desesperan al no alcanzar la solución. De ahí los caminos que traza el algoritmo del *spanning tree*.

9.4.1.3 *SOM con 42 componentes sin incluir el dato de la resolución*

Si se considera el momento en el que los alumnos expresaron su estado de ánimo, dibujando el icono correspondiente del mapa de humor, los vectores de datos de cada actividad tienen 42 componentes, 43 si se tiene en cuenta la información sobre la resolución. Al distinguir si dicha emoción tuvo lugar al principio, durante o al final de la tarea, el análisis de los mapas resultantes es más complejo que en los casos de 14 y 15 componentes, postulándose como un complemento interesante de cara a justificar las trayectorias emocionales de los alumnos.



(a) Matriz U* (b) Mapas por componentes

Figura 9.21: Matriz U* y mapas por componentes individuales (42 componentes sin datos de la resolución, grupo 1).

El análisis de los mapas individuales por componentes revela conclusiones interesantes. Vuelve a aparecer una elevada correlación entre las emociones positivas, que tienden a activar las mismas regiones del mapa. Lo mismo ocurre con las emociones negativas. Sin embargo, al disponer de información acerca del instante en el que tuvo lugar la expresión de la emoción, es posible corroborar y explicar ciertos fenómenos que ocurrían al utilizar únicamente los 14 componentes del mapa de humor, sin tener en cuenta el instante.

- El bloqueo al principio de una tarea se relaciona fuertemente con la confianza durante y al final, pero no con la confianza al principio. Es debido a los alumnos que consiguen superarlo y que en momentos posteriores muestran esas emociones positivas.

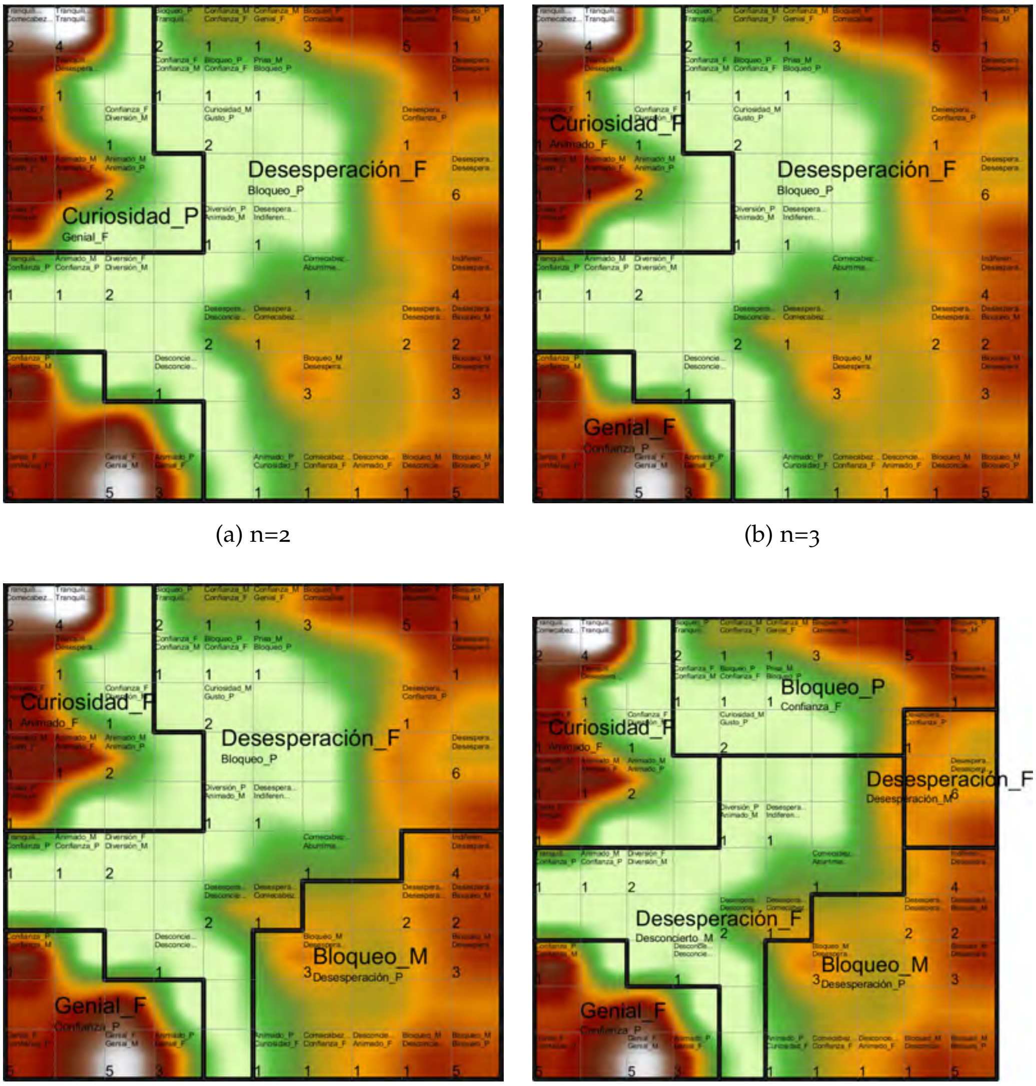
- La curiosidad inicial al comenzar una actividad activa las mismas zonas que la curiosidad durante una tarea, el estado animado (principio, medio y final) y el gusto al final. Todas ellas son emociones positivas que se relacionan de forma normal.

- La animación es un estado más común en los instantes iniciales de una tarea, pero conforme avanza la realización, disminuye, alcanzando los valores más bajos de activación al final. Ello se comprueba fácilmente con el número de celdas que activan las componentes animado_P, animado_M y animado_F y tiene su explicación en que no todos los alumnos que comienzan animados una actividad, la terminan con el mismo grado de excitación.

- La tranquilidad aparece más relacionada con la fase intermedia de resolución. Aunque los tres momentos activan regiones del mapa, es durante el proceso de resolución cuando los alumnos se percatan de que han encontrado la estrategia adecuada y, por lo tanto, es cuando expresan el estado afectivo de tranquilidad. Algo similar ocurre con la confianza. Aunque hay alumnos que ya la experimentan desde el principio, son las fases media y final las que presentan regiones mayores de activación.

- En el plano negativo, la desesperación es más propia de las fases finales, aunque curiosamente también activa muchas celdas al principio. De esta manera, habrá alumnos que nada más ver el enunciado de la tarea, manifiesten dicho estado.

Los clústeres que se obtienen con diferentes niveles de agrupación según el método de Ward arrojan información importante (figura 9.22). Con *n*=2 obtenemos una clara separación entre un grupo dominado por las emociones positivas (curiosidad al principio y genial al final) y otro dominado por las negativas (desesperación al final y bloqueo al principio).



(a) n=2 (b) n=3

(c) n=4 (d) n=6

Figura 9.22: Matriz U* con diferentes niveles de agrupación según el método exacto de Ward, para el grupo 1 (42 componentes sin datos de la resolución)

Si dividimos el mapa en tres clústeres (*n*=3), el clúster positivo se diferencia en dos, apareciendo uno correspondiente al estado emocional genial al final y confianza al principio.

Con *n*=4 el clúster que se divide es el negativo, diferenciando entre el clúster correspondiente a la desesperación al final y el bloqueo al principio y el clúster propio del bloque durante y la desesperación al principio, lo que a efectos prácticos es como decir que es el mismo clúster.

Con *n*=6 aparecen dos clústeres negativos nuevos, una gran zona central influida por la desesperación al final y el desconcierto durante y otro clúster más fuertemente influido por el bloqueo al principio.

Como se ha adelantado, los mapas que tienen en cuenta el momento temporal de cada estado emocional permiten analizar más detenidamente las trayectorias emocionales de los alumnos. Es decir, gracias a ellos se puede diferenciar, por ejemplo, si un alumno comienza la tarea con confianza (confianza al inicio), o si por el contrario alcanza dicho estado emocional durante la resolución (confianza durante) o al final (confianza al final).

Así, de las visualizaciones de los mapas se desprende que hay 3 alumnos que afrontan con emociones positivas la mayoría de las tareas (A1, H1 y J1). Es decir, manifiestan confianza al principio y una sensación genial al final, que se puede presuponer ligada a la resolución satisfactoria (suposición que confirmará el mapa entrenado con el dato de la resolución). También los hay que se mantienen animados y con curiosidad, hasta el final de las actividades, lo cual es muy positivo. Solamente H1 se muestra también positivo cuando se trata de actividades o tareas que hacen uso de fragmentos de películas.

Un grupo numeroso de 11 alumnos (B1, C1, D1, E1, G1, K1, M1, N1, O1, R1 y T1) se revelan especialmente negativos en la mayoría de tipos de tareas en el aula de Matemáticas. Sus mapas de humor indican que se bloquean al principio, desesperándose al final, o que se desesperan al principio, bloqueándose posteriormente. En el caso de G1 y K1 se recogen datos positivos en las actividades relacionadas con el cine o las series.

Finalmente, hay 3 alumnos (L1, P1 y S1) para los que no existe un predominio de un tipo de emociones, no pudiéndose decir si se trata de alumnos que generalmente se muestran positivos ante las tareas de clase o si, por el contrario, manifiestan emociones negativas. De ellos, L1 expresa estados emocionales positivos en las actividades que hacen uso de fragmentos de películas.

Cluster	Características más influyentes	Actividades cine y series
1	Curiosidad_F, animado_F	4
2	Desesperación_F, bloqueo_P	8
3	Genial_F, confianza_P	0
4	Bloqueo_M, desesperación_P	5

Tabla 9.10: Características más influyentes en cada clúster y activación en cada uno de actividades basadas en el cine (42 componentes sin datos de resolución, grupo 1).

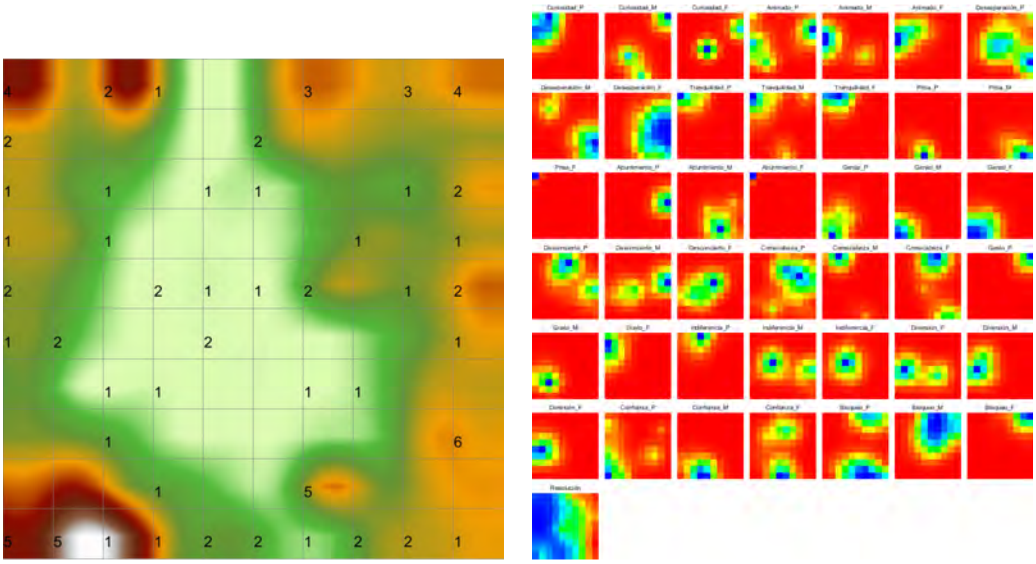
Por otro lado, las características dominantes de los clústeres muestran que:

- La confianza al inicio de las tareas conduce al estado genial al final. Esto puede significar que los alumnos que logran acometer con éxito la tarea son los que han afrontado la misma con confianza, bien porque son los que tienen la percepción de poseer los recursos cognitivos necesarios para acometerla, bien porque dicho estado de confianza les hace probar más estrategias y técnicas.
- La desesperación al principio de las tareas se relaciona con un bloqueo posterior. Y viceversa, un bloqueo al principio conduce mayoritariamente a una desesperación al final. Obsérvese que esto no tiene por qué ser siempre así, y que un bloqueo puede superarse, pero en este caso hay unos cuantos alumnos que están en la situación de bloqueo y que no logran superarla de forma positiva, y es lo que refleja el SOM.

- Los estados animado y curiosidad al final de las tareas aparecen relacionados en los mapas, de forma que estos alumnos terminan la tarea animados y con curiosidad de comprobar su trabajo.

9.4.1.4 *SOM con 42 componentes incluyendo el dato de la resolución*

A continuación, además de tener en cuenta el momento en que los alumnos expresaron su estado de ánimo, se incluye el dato acerca de si la resolución de las tareas fue satisfactoria o no. Así, los mapas que se presentan están formados a partir de vectores con 43 componentes en total (42+1).

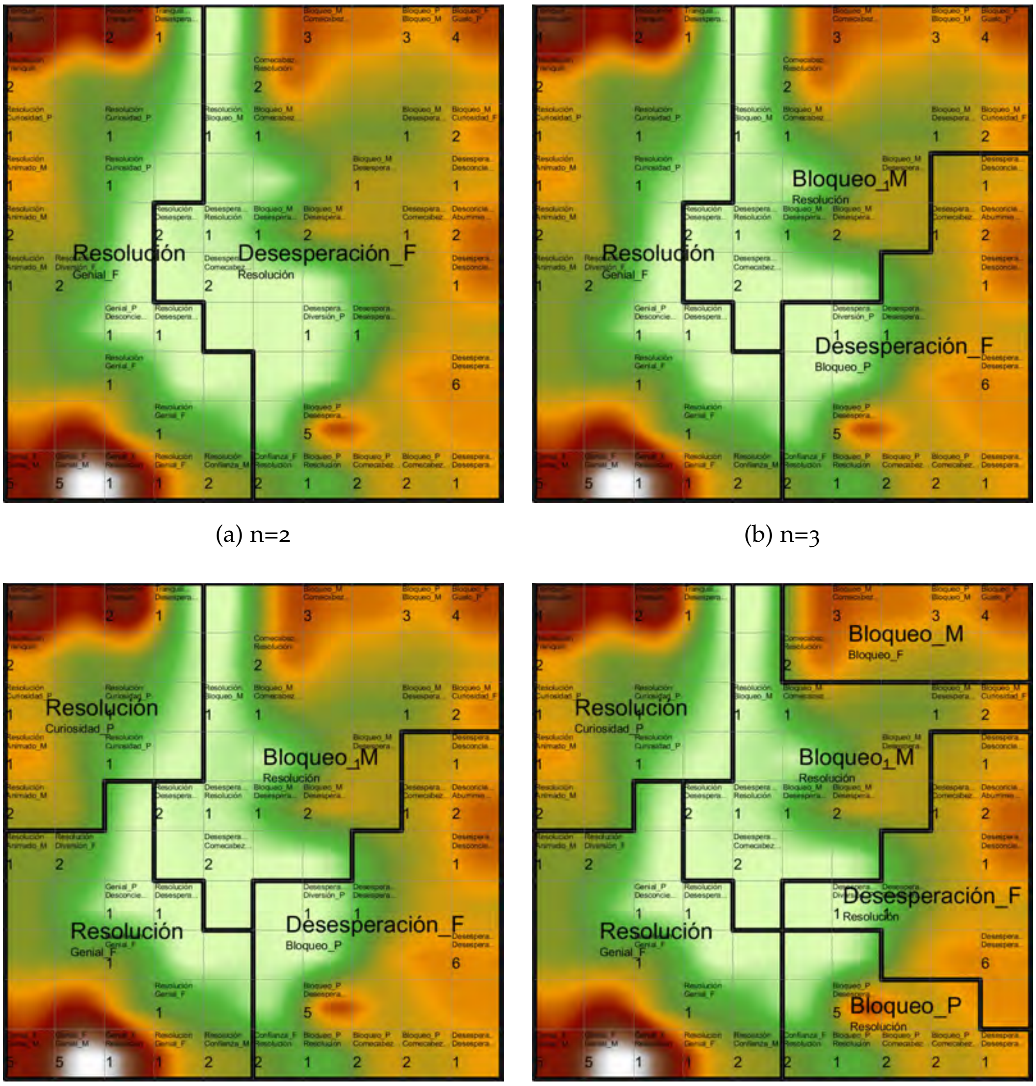


(a) Matriz U*

(b) Mapas por componentes

Figura 9.23: Matriz U* y mapas por componentes individuales (42 componentes con datos de la resolución, grupo 1).

El componente asociado a la resolución por parte del alumno permite elaborar conclusiones interesantes y enriquecer las explicaciones acerca de las agrupaciones de los alumnos que se formaban en el caso de los mapas a partir de 14 componentes. Al igual que entonces, los mapas individuales por componentes (figura 9.23) muestran que la resolución satisfactoria se halla presente en la mitad izquierda del mapa, al igual que los estados emocionales positivos. De nuevo, esto indica una fuerte dependencia de los estados emocionales de los alumnos con el hecho de si éstos saben o no acometer la tarea.



(a) n=2 (b) n=3

(c) n=4 (d) n=6

Figura 9.24: Matriz U* con diferentes niveles de agrupación según el método exacto de Ward, para el grupo 1 (42 componentes con datos de la resolución).

En cuanto a las agrupaciones que se pueden efectuar a diferentes niveles según el método de Ward (figura 9.24), Con *n*=2 el mapa se divide en dos regiones. Un clúster se corresponde con aquellas actividades resueltas satisfactoriamente por los alumnos, y que coinciden con el estado emocional genial al final. El otro clúster está reservado a emociones negativas y una resolución errónea, donde los alumnos muestran desesperación al final.

Con *n*=3 la parte negativa se divide entre un clúster con bloqueo en el medio y resolución negativa y otro clúster con desesperación al final y bloqueo al principio.

Al aumentar a *n*=4, se observan dos clústeres asociados a una resolución satisfactoria. En uno de ellos, la segunda característica dominante es la curiosidad al principio, mientras que en el otro el estado emocional que predomina es genial al final.Finalmente, con *n*=6 se matiza más la región negativa, distinguiendo si el bloqueo se produce al principio o durante la actividad y si hay desesperación al final o no.

Al incluir el componente que indica si la resolución es satisfactoria o no en el entrenamiento del SOM, se puede asegurar la relación efectiva entre ciertos estados afectivos y una resolución correcta. Así, casi todos los alumnos que han superado con éxito las tareas han mostrado curiosidad al principio y han expresado el estado genial al final. Resulta de interés sobre todo la primera relación, que puede ser indicadora de que una predisposición positiva, debida a la curiosidad, aumenta las probabilidades de acometer correctamente una tarea. En ese sentido, las actividades de cine despiertan esa curiosidad y hacen que los alumnos movilicen más recursos propios. La otra relación, el estado genial al final, es obvia. Ello es debido a que tanto si una actividad es del interés de los alumnos como si no lo es, la mayoría de los alumnos expresarán satisfacción al terminar.

Otra relación llamativa que se aprecia en las visualizaciones de este mapa es un clúster dominado por el bloqueo a mitad de la tarea y la resolución. Sin embargo, el valor de la componente de resolución del mapa entrenado es 0,433, lo que es indicativo de lo que hay alumnos que superan el bloqueo y terminan la tarea satisfactoriamente y otros que no lo superan.

Hay 4 alumnos que afrontan con emociones positivas la mayoría de las tareas (A1, G1, H1 y J1). Es decir, manifiestan curiosidad al principio y resuelven bien el problema (como se presuponía en el mapa de 42 componentes sin datos de la resolución), expresando normalmente el estado genial al final de la actividad. G1 y H1 se muestran también positivos cuando se trata de actividades o tareas que hacen uso de fragmentos de películas.

Un grupo numeroso de 8 alumnos (C1, D1, K1, M1, N1, O1, R1 y T1) se revelan especialmente negativos en la mayoría de tipos de tareas en el aula de Matemáticas. Sus mapas de humor indican que se bloquean al principio, desesperándose al final, o que se bloquean durante la actividad y en ocasiones llegan a resolverlo bien. Únicamente en el caso de K1 y R1 se recogen datos positivos en las actividades relacionadas con el cine o las series.

Finalmente, hay 5 alumnos (B1, E1, L1, P1 y S1) para los que no existe un predominio de un tipo de emociones, no pudiéndose decir si se trata de alumnos que generalmente se muestran positivos ante las tareas de clase o si, por el contrario, manifiestan emociones negativas. De ellos, B1 y L1 expresan estados emocionales positivos en las actividades que hacen uso de fragmentos de películas.

Cluster	Características más influyentes	Actividades cine y series
1	Resolución, curiosidad_P	4
2	Bloqueo_M, resolución (0,433)	5
3	Resolución, genial_F	2
4	Desesperación_F, bloqueo_P,	6

Tabla 9.11: Características más influyentes en cada clúster y activación en cada uno de actividades basadas en el cine (42 componentes con datos de resolución, grupo 1).

9.4.1.5 *Discusión de los resultados del grupo 1*

En la tabla 9.12 se muestra cómo quedan repartidos los alumnos en función de sus estados emocionales en los diferentes mapas. A pesar de que se podría esperar una continuidad en los resultados obtenidos para cada alumno en los diferentes mapas, se aprecia alguna irregularidad, como veremos a continuación.

Emociones del alumno	14	14R
Positivas siempre o casi siempre	G1, H1	G1, H1, J1
Negativas siempre o casi siempre	C1 , K1	C1, M1, T1
Positivas en tradicionales y negativas en cine	A1, E1	A1, E1
Negativas en tradicionales y positivas en cine	B1, D1, L1, R1, T1	B1, R1
Confusas o variadas	J1, M1, N1, O1, P1, S1	D1, K1, L1, N1, O1, P1 S1

Tabla 9.12: Diferencias en las agrupaciones realizadas para el grupo 1.

Parte de esta confusión viene motivada por distinguir entre clústeres positivos y negativos, según las emociones predominantes en cada uno de ellos, cuando la realidad es más compleja que esta dicotomía. Al utilizar los mapas que incluían la información temporal del estado emocional, se veía cómo algunos alumnos que comenzaban la actividad en un estado emocional negativo, como el bloqueo, lo superaban posteriormente para situarse en un estado positivo, como genial. Además, dicha trayectoria estaba ligada sobretodo a la resolución de la tarea.

Hay alumnos cuyo estado emocional está claro, tanto si se toma la componente de la resolución como si no.

- A1, D1, H1, y N1 muestran emociones positivas, aunque A1 no lo hace cuando se tratan actividades de cine.
- C1, O1, R1 y T1 son esencialmente negativos, si bien R1 se muestra positivo en las actividades de cine.
- B1 y L1 manifiestan patrones emocionales variados, pero sus actividades de cine y series los llevan a estados positivos.
- E1 muestra estados variados, sea cual sea el tipo de actividad, y sin estar aparentemente motivado por la contextualización con películas.

Sin embargo, hay otros alumnos que, presentando huellas emocionales variadas o incluso negativas, se incluyen en clústeres positivos cuando se incluye la componente de la resolución. El principal motivo es la fuerte correlación existente entre saber realizar una tarea o actividad y los estados emocionales. Es obvio que si un alumno se bloquea al principio de la tarea y después consigue realizarla con éxito, manifestará emociones positivas, mientras que de lo contrario, expresará estados negativos, como desesperación.

G1 Si no incluimos el dato acerca de si la resolución es satisfactoria, el alumno G1 muestra un patrón emocional variado, donde se aprecia una cierta inclinación a expresar emociones positivas en las actividades de cine y series. Al tener en cuenta el dato de la resolución, se incluye en los clústeres catalogados como positivos. Esto es debido a que la mayoría de los alumnos que logran resolverlo muestran emociones positivas.

J1 Sus emociones son variadas, aunque no le afectan positivamente las actividades de cine y series. Como es un alumno que consigue resolver las tareas, al incluir el dato de la resolución, activa clústeres catalogados como positivos.

K1 Sus estados emocionales son negativos sin duda. Ahora bien, en el mapa que incluye el dato de la resolución activa algún clúster positivo, incluyendo el del cine. Son las actividades que ha conseguido superar con éxito.

M1 Sus emociones son variadas, y no parecen influirle positivamente las actividades contextualizadas con fragmentos de películas. Al tener en cuenta el dato de la resolución, activa clústeres esencialmente negativos porque no logra superar las actividades de forma satisfactoria.

P1 Es un alumno bastante positivo y predispuesto a las actividades que contextualizan los contenidos matemáticos con películas y series, pero no resuelve con éxito todas las tareas y por eso se incluye en clústeres variados en el mapa que tiene en cuenta la resolución.

S1 Manifiesta estados variados, sin poder catalogarlo como positivo o negativo. Sin embargo, logra resolver parte de las actividades, incluida la de cine, por lo que el mapa que considera la resolución lo incluye en clústeres positivos.

La relación de estas agrupaciones con las valoraciones de los alumnos en el cuestionario inicial es interesante. Para ello, se ha realizado la media aritmética de cada categoría de ítems, mostrándose los resultados en la tabla 9.13.

Los ítems 2, 3, 5, 6, 11, 12, 13 y 15 proporcionan información acerca de la percepción de los alumnos del estilo de enseñanza del profesor (*estilo de enseñanza*). La importancia que las matemáticas tienen para el alumno se refleja en los ítems 1, 4 y 14 (*importancia de las matemáticas*). La auto-percepción que los alumnos tienen acerca de su actitud en clase y su orientación al trabajo se recoge en la categoría que forman los ítems 7, 9 , 10, 16, 17, 18 y 19 (*actitud*).Los ítems 21, 22, 23, 26 y 32 están diseñados para valorar la afinidad del cine y las series de ficción con los intereses personales del alumno, incluyendo también la influencia en su aprendizaje de la contextualización (*interés personal en el cine*). Los ítems 24 y 25 buscan conocer la percepción del alumno acerca del empleo como recurso didáctico de películas y series de ficción por sus profesores, tanto de Matemáticas como de otras asignaturas (*utilización didáctica del cine*). Los ítems 27, 28, 29, 30 y 31 valoran la percepción que tiene el alumno de la relación del cine con las matemáticas, en cada una de sus principales ramas de conocimiento (percepción de la relación entre cine y matemáticas).

Alumno	Actitud	Importancia de las matemáticas	Estilo de enseñanza	Interés en cine	Utilización didáctica del cine	Relación cine y matemáticas
A1	5	4	3,7	2,2	1	2,4
B1	4,8	4,3	4,1	4,8	4,5	3,6
C1	2,6	4,3	3,3	2	1	1
D1	4,8	4	4,1	4,2	3,5	4,2
E1	3	3,6	3,7	3,2	2	2,2
G1	3,4	4	4,8	4,2	3	2,2
H1	5	3,6	4,3	4,4	4,5	4
J1	3,2	4	3,7	4,6	3	2,4
K1	2,2	5	2,3	5	3,5	2,2
L1	3,4	5	4,1	4,6	4,5	2,8
M1	4,4	4,3	2,1	3	2,5	2
N1	4,2	3,6	3,8	4,2	4	3,8
O1	2	4	2,4	3	1	1,2
P1	4,8	5	4,1	4,4	3,5	2,8
R1	1	4,3	3,1	5	3	1,8
S1	3,4	5	1,2	4,2	3	2
T1	2	6	1,8	2,6	1,2	1,8

Tabla 9.13: Media por categorías de los ítems del cuestionario inicial, por alumnos (grupo 1).

Como se puede apreciar en la tabla 9.13, todos los alumnos que presentan estados afectivos positivos en las actividades basadas en el uso de fragmentos de películas o series, manifiestan un elevado interés personal en ese sentido (alumnos B1, H1, K1, L1, R1 y T1). Este hecho por sí solo no resulta significativo, pues la gran mayoría de los alumnos presentan este mismo interés. Ahora bien, estos alumnos que no expresaron emociones positivas con el cine, presentan puntuaciones muy bajas en la percepción de su propia actitud o en su idea acerca de la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana o profesional (E1, M1, N1). Finalmente, es interesante que aquellos alumnos que muestran patrones emocionales menos predecibles puntuaron además con valores muy bajos el estilo de enseñanza de su profesor (P1 y S1).

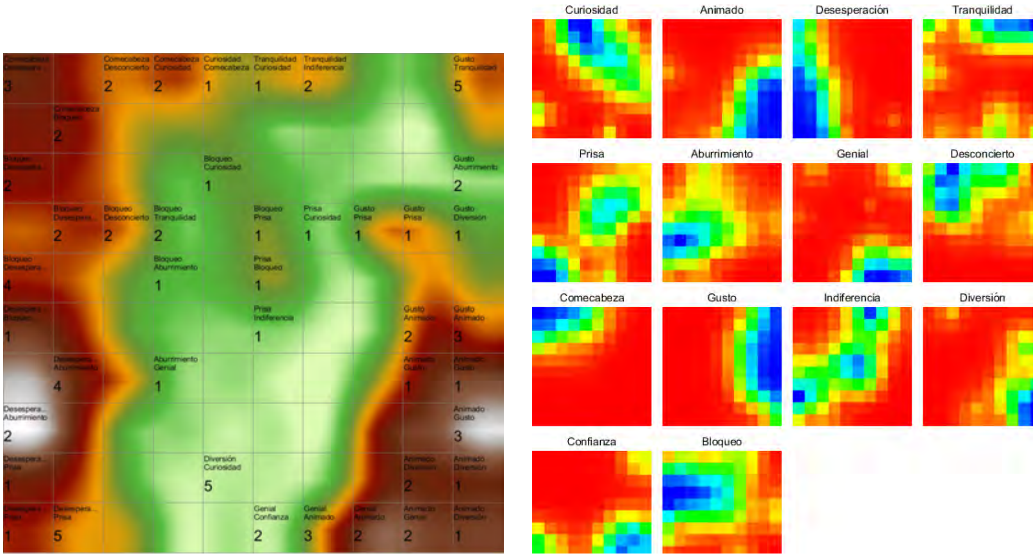
9.4.2 *Grupo 2*

En la etapa de preproceso de los datos simplemente se han eliminado los vectores nulos correspondientes a alumnos ausentes o que, para esa actividad en concreto, no introdujeron los datos. En total, para el grupo 2 contamos son 84 vectores. A lo largo de esta sección se sigue un análisis similar al que se realizó para el grupo 1. Es decir, se muestran visualizaciones de los mapas auto-organizados con 14 y 42 componentes, con y sin datos acerca de la resolución.

9.4.2.1 *SOM con 14 componentes sin incluir el dato de la resolución*

A continuación se exponen los resultados que se obtienen de entrenar mapas auto-organizados exclusivamente con los valores binarios de los 14 componentes del mapa de humor en el grupo 2. No se tienen en cuenta, por lo tanto, los datos acerca de si la resolución de la tarea ha sido correcta por parte del alumno. Asimismo, tampoco se tiene en cuenta el momento (al principio, mitad o final de la tarea) en el que el alumno ha expresado su estado emocional. Los mapas por componentes individuales (figura 9.25) nos indican una fuerte correlación entre los estados emocionales desesperación, prisa, aburrimiento, comecabeza, indiferencia y bloqueo (en menor medida, con desconcierto). Por otro lado, los estados correspondientes a tranquilidad, gusto, animado y confianza activan regiones similares del mapa. Este hecho es un indicador de la fiabilidad del mapa auto-organizado, pues es lógico y natural que los estados emocionales con connotaciones más negativas se relacionen entre ellos, y que los estados más positivos lo hagan entre sí.

El estado de bloqueo requiere un análisis más detallado. Lo hemos nombrado al enumerar los estados negativos que presentan correlación según la visualización de los mapas por componentes individuales. Ahora bien, dicho estado activa también zonas eminentemente positivas, como las de curiosidad o gusto, aunque de forma menos marcada que para estados negativos. Esto es debido a que tras un estado de bloqueo, el alumno puede responder activando los mecanismos que dan pie a estrategias que le permiten salir de dicho estado y progresar en la actividad, en lugar de encerrarse sobre sí mismo y caer en estados más negativos, como la desesperación o la indiferencia.

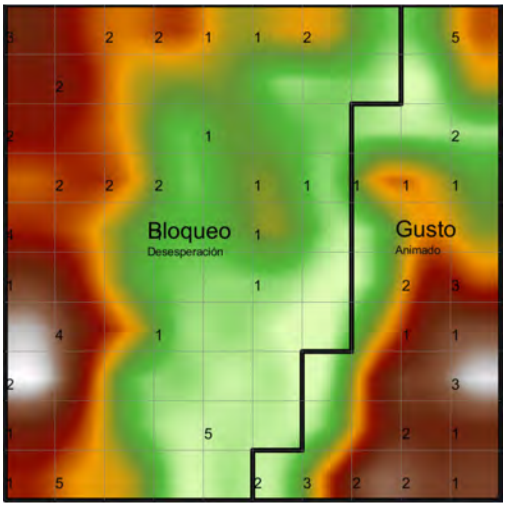


(a) Matriz U* (b) Mapas por componentes individuales

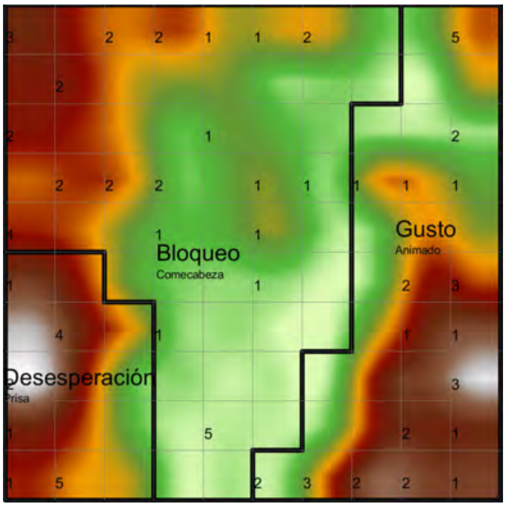
Figura 9.25: Matriz U* y mapas por componentes individuales (14 componentes sin datos de la resolución, grupo 2).

A simple vista, lo primero que vuelve a llamar la atención en la matriz U* es la existencia de una región central. Predominan emociones de bloqueo y aburrimiento, pero se difuminan en torno a las zonas montañosas apareciendo diversas emociones. Así, si nos acercamos a la región inferior derecha, aparecen estados de confianza, curiosidad y animado, mientras que una aproximación hacia la región superior derecha revela la existencia de prisa. Se trata por tanto de una zona central más confusa que para el grupo 1.

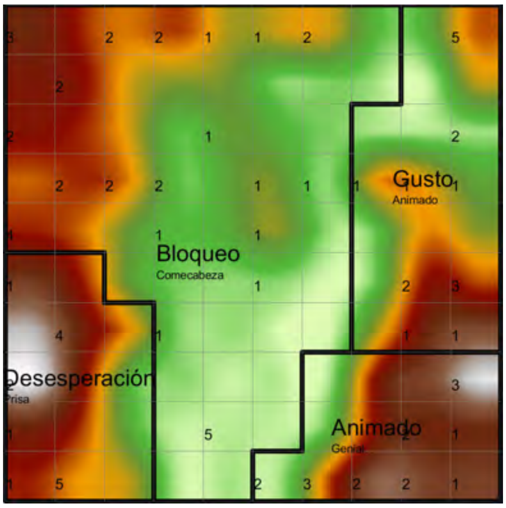
Para un análisis más detallado, efectuaremos de nuevo una agrupación según el método exacto de Ward, lo que nos facilitará el estudio (9.26). De esta forma, con n=2 se observa una clara separación en emociones positivas, dominadas por la gusto y animado, y las negativas, fuertemente influidas por el bloqueo y la desesperación.



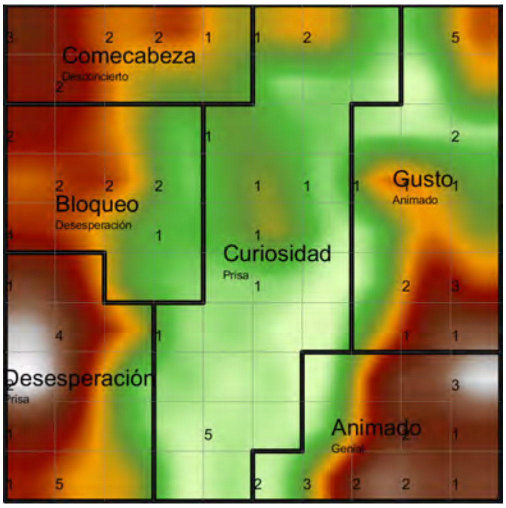
(a) n=2



(b) n=3



(c) n=4



(d) n=6

Figura 9.26: Matriz U* con diferentes niveles de agrupación según el método exacto de Ward, para el grupo 2 (14 componentes sin datos de resolución, grupo 2)

Con n=3, el clúster correspondiente al bloqueo, se divide en dos. En el de la parte inferior aparece la desesperación que, ya se ha adelantado que podría aparecer asociado a un estado de bloqueo que no se consigue superar. El clúster superior sigue dominado por el bloqueo, asociado al estado comecabeza. El clúster de la parte derecha no cambia, es claramente positivo relacionado con los estados gusto y animado. Si aumentamos el nivel de agrupación a *n=4*, se divide en dos el clúster que agrupaba previamente las emociones positivas, diferenciando entre gusto-animado y animado-genial.

Cluster 1		Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4
A2-a3	G2-a1	A2-a2	A2-a1	D2-a3
A2-a5	G2-a2	A2-a4	A2-aCINE	D2-a4
B2-a1	G2-a4	C2-a2	B2-a2	E2-a2
B2-a3	H2-a1	F2-a1	C2-a4	E2-a5
B2-a4	H2-a3	F2-a4	D2-aCINE	E2-aCINE
B2-a5	H2-a4	F2-a5	E2-a4	I2-a3
B2-aCINE	I2-a5	G2-a5	F2-a2	J2-a4
C2-a1	J2-a1	G2-aC	F2-aCINE	J2-a5
C2-a3	J2-a2	H2-a2	G2-a3	J2-aCINE
C2-a5	J2-a3	I2-a1	H2-a5	L2-a1
C2-aCINE	K2-a1	I2-a4	H2-aCINE	L2-a3
D2-a1	K2-a2	I2-aC	I2-a2	L2-aCINE
D2-a2	K2-a5	K2-a3	L2-a2	M2-a5
D2-a5	L2-a4	K2-a4	M2-aCINE	N2-a2
E2-a1	L2-a5	K2-aC	N2-a4	
E2-a3	M2-a1	M2-a3	N2-aCINE	
F2-a3	M2-a2	N2-a5		
	M2-a4			
	N2-a1			
	N2-a3			

Tabla 9.14: Agrupación de las actividades de cada alumno en los 4 clústeres (14 componentes sin datos de resolución, grupo 2).

Por último, con *n=6* aparecen nuevas divisiones. Así, en la parte positiva (zona central) se diferencia un grupo de vectores correspondientes a la curiosidad, pero con connotaciones ligeramente negativas (prisa). Los clústeres negativos ven cómo aparece una zona específica para el estado comecabeza.

En la tabla 9.14 se muestra, para *n=4*, la agrupación de vectores de entrada por clúster, resumiendo la información en la tabla 9.15. Los vectores correspondientes a la actividad basada en la película se han repartido de forma equilibrada entre los clústeres correspondientes a emociones positivas y los clústeres negativos. Mientras que en la parte negativa se han acumulado en el clúster correspondiente al bloqueo y la desesperación (6 vectores frente a 2 en el clúster de desesperación y desconcierto), en la parte positiva se han repartido en ambos clústeres.

Usando la información que proporciona el mapa auto-organizado es posible efectuar una distinción en 4 grandes tipologías de alumnos, que permiten tener una visión de sus trayectorias emocionales. Simplificando al tomar las dos emociones predominantes en cada clúster, se cataloga a los alumnos en esencialmente positivos, negativos o con patrones emocionales variados. En la tabla 9.16 se muestra esta información, además del balance de emociones positivas y negativas y de si ante las actividades de cine y series el alumno manifiesta estados positivos.

Cluster	Características más influyentes	Actividades cine y series
1	Bloqueo, comecabeza	2
2	Gusto, animado	0
3	Animado, genial	6
4	Desesperación, prisa	3

Tabla 9.15: Características más influyentes en cada clúster y activación en cada uno de actividades basadas en el cine (14 componentes sin datos de resolución, grupo 2).

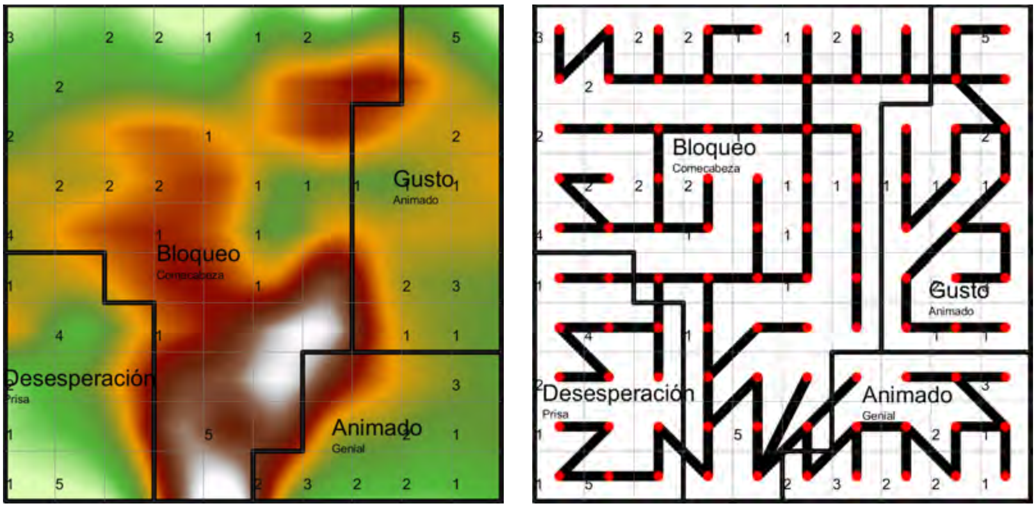
Hay 3 alumnos que afrontan con emociones positivas la mayoría de las tareas (A2, F2 e I2). Es decir, manifiestan gusto, animación e incluso el estado genial (que se presupone ligado a la resolución satisfactoria)Todos ellos se muestran también positivos cuando se trata de actividades o tareas que hacen uso de fragmentos de películas.

	Patrones emocionales			Balance		
Alumno	Positivos	Negativos	Variados	+	-	Cine +
A2	•			4	2	•
B2		•		1	5	
C2		•		2	4	
D2		•		1	5	•
E2		•		1	5	
F2	•			5	1	•
G2			•	3	3	•
H2			•	3	3	•
I2	•			4	2	•
J2		•		0	6	
K2			•	3	3	•
L2		•		1	5	
M2		•		2	4	•
N2			•	3	3	•

Tabla 9.16: Clasificación de los alumnos en función de sus emociones predominantes (14 componentes sin datos de resolución, grupo 2).

Otros 7 alumnos (B2, C2, D2, E2, J2, L2 y M2) se revelan especialmente negativos en la mayoría de tipos de tareas en el aula de Matemáticas. Sus mapas de humor indican que se desesperan o que tienen prisa, estando muy presente la sensación de bloqueo y de comecabeza. En el caso de D2 y M2, sí que se recogen datos positivos en las actividades relacionadas con el cine o las series.

Finalmente, hay un grupo de 3 alumnos (G2, H2 y K2) para los que no existe un predominio de un tipo de emociones, no pudiéndose decir si se trata de alumnos que generalmente se muestran positivos ante las tareas de clase o si, por el contrario, manifiestan emociones negativas. Todos expresan estados emocionales positivos en las actividades que hacen uso de fragmentos de películas.



(a) Histograma suavizado

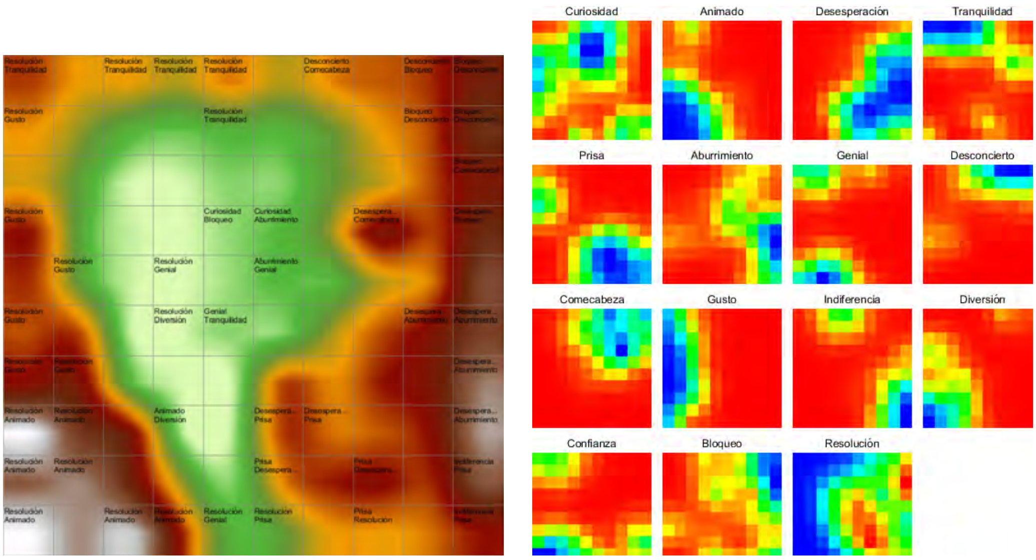
(b) Spanning tree

Figura 9.27: Otras visualizaciones: histograma suavizado y spanning tree (14 componentes sin datos de la resolución, grupo 2).

Finalmente, en la figura 9.27 se muestran dos visualizaciones alternativas del SOM. El histograma suavizado vuelve a confirmar la separación en clústeres que se apreciaba en la matriz U*. Por otro lado, el *spanning tree* nos indica que los clústeres 2 (gusto-animado) y 3 (animado-genial) no están tan cercanos como podría parecer en un principio. En lugar de estar íntimamente relacionados, ambos están más próximos en términos de distancia al clúster bloqueo-comecabeza que entre sí. Este fenómeno quedará mejor explicado con los demás SOM, pero ya se puede adelantar que lo que tienen en común son los alumnos que han expresado gusto o animación pero se han bloqueado en algún momento de la tarea.

9.4.2.2 *SOM con 14 componentes incluyendo el dato de la resolución*

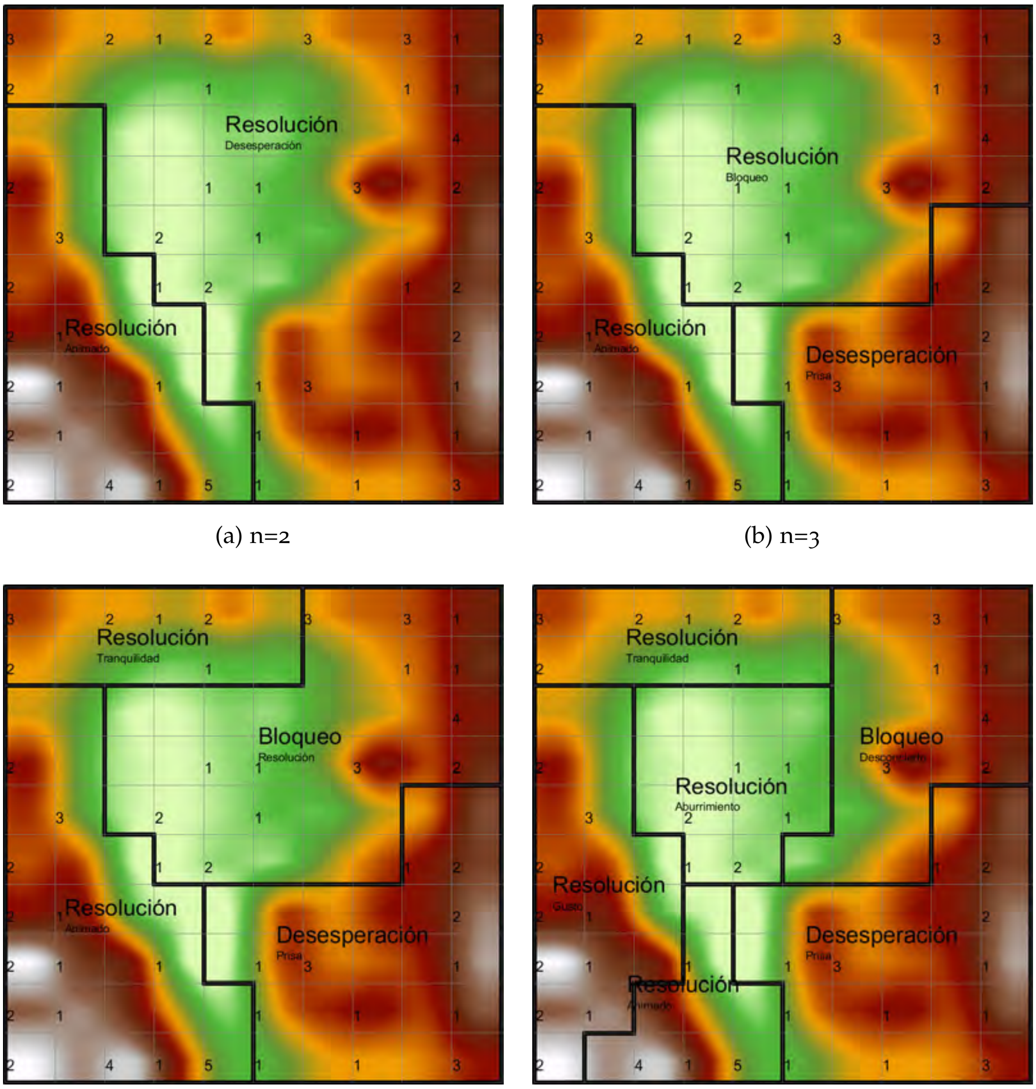
En este punto, se emplearán como datos los vectores correspondientes a las 14 componentes del mapa de humor junto con la resolución de la actividad. No se distingue el momento de la actividad (principio, mitad o final) en el que el alumno dibuja el icono del mapa de humor.



(a) Matriz U* (b) Mapas por componentes

Figura 9.28: Matriz U* y mapas por componentes individuales (14 componentes con datos de la resolución, grupo 2).

Al incluir en el vector de datos de cada actividad el componente correspondiente a la resolución de la tarea, se observa cómo se relaciona ésta con el resto de componentes. Los mapas por componentes individuales (figura 9.28) indican que la resolución positiva domina claramente la mitad izquierda del mapa, coincidiendo con la presencia de estados emocionales positivos (confianza, diversión, gusto, genial, curiosidad, animado). Las demás conclusiones que se pueden extraer de analizar los mapas individuales son las mismas que las que obtuvimos en la sección anterior, con los 14 componentes del mapa de humor sin tener en cuenta si el proceso de resolución había sido satisfactorio o no. Es decir, los estados eminentemente positivos aparecen relacionados entre sí y los estados con connotaciones negativas entre ellos.



(a) n=2

(b) n=3

(c) n=4

(d) n=6

Figura 9.29: Matriz U* con diferentes niveles de agrupación según el método exacto de Ward, para el grupo 2 (14 componentes con datos de la resolución).

Al igual que ocurría con el grupo 1, las agrupaciones de vectores de entrada que podemos formar en la matriz U* son muy parecidas a las obtenidas sin los datos de la resolución. Al ser tan notoria la correlación entre los estados emocionales positivos y una solución satisfactoria, su componente asociado tiene una fuerte presencia en los clústeres positivos.

En la tabla 9.18 mostramos, para *n*=4, la agrupación de vectores de entrada por clúster, resumiendo la información en la tabla 9.17. Los vectores correspondientes a las actividades basadas en fragmentos de películas se han repartido entre los clústeres correspondientes a emociones positivas y los clústeres negativos, predominando las primeras (64,2 %) frente a las segundas (35,7 %). Un análisis más detallado nos revela que de los dos clústeres mayoritariamente positivos, el que recibe todos los vectores en este caso es el asociado al estado animado, frente al estado de tranquilidad que no es activado por ningún vector de este tipo de tareas.

Cluster	Características más influyentes	Actividades cine y series
1	Resolución, tranquilidad	0
2	Bloqueo, resolución	2
3	Desesperación, prisa	3
4	Resolución, animado	9

Tabla 9.17: Características más influyentes en cada clúster y activación en cada uno de actividades basadas en el cine (14 componentes con datos de resolución, grupo 2).

Por otra parte, en los clústeres negativos no se aprecia ninguna diferencia en este sentido, ya que los vectores de cine se reparten prácticamente a partes iguales entre el clúster bloqueo-resolución y resolución-prisa.

Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4
A2-a1	A2-a3	D2-a3	A2-a2
B2-a1	B2-a3	D2-a4	A2-a4
C2-a2	B2-a4	E2-a2	A2-a5
C2-a4	B2-a5	E2-a5	A2-aCINE
D2-a1	B2-aCINE	E2-aCINE	B2-a2
F2-a1	C2-a1	F2-a3	D2-a5
H2-a1	C2-a3	G2-a2	D2-aCINE
I2-a4	C2-a5	I2-a3	E2-a4
K2-a2	C2-aCINE	I2-a5	F2-a2
M2-a3	D2-a2	J2-a4	F2-a4
N2-a5	E2-a1	J2-a5	F2-a5
	E2-a3	J2-aCINE	F2-aCINE
	G2-a1	L2-a1	G2-a3
	G2-a4	L2-a3	G2-a5
	H2-a3	L2-a5	G2-aCINE
	J2-a1	L2-aCINE	H2-a2
	J2-a2	M2-a5	H2-a4
	J2-a3	N2-a2	H2-a5
	K2-a1		H2-aCINE
	K2-a5		I2-a1
	L2-a4		I2-a2
	M2-a1		I2-aCINE
	M2-a2		K2-a3
	M2-a4		K2-a4
	N2-a1		K2-aCINE
	N2-a3		L2-a2
			M2-aCINE
			N2-a4
			N2-aCINE

Tabla 9.18: Agrupación de las actividades de cada alumno en los 4 clústeres (14 componentes con datos de la resolución, grupo 2).

Usando la información que proporciona el mapa auto-organizado es posible efectuar una distinción en 4 grandes tipologías de alumnos, que permiten tener una visión de sus trayectorias emocionales. Simplificando al tomar las dos emociones predominantes en cada clúster, se cataloga a los alumnos en esencialmente positivos, negativos o con patrones emocionales variados. En la tabla 9.19 se muestra esta información, además del balance de emociones positivas y negativas y de si ante las actividades de cine y series el alumno manifiesta estados positivos.

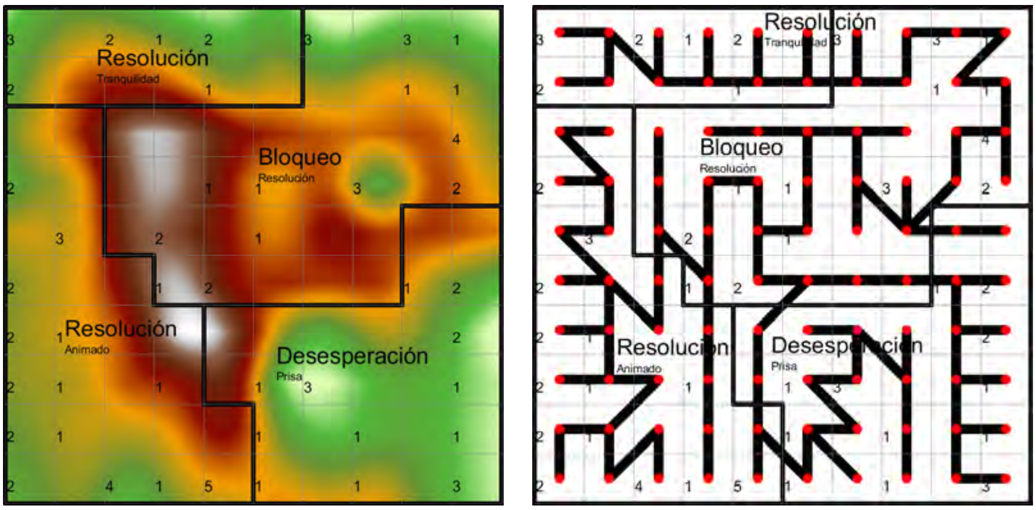
	Patrones emocionales			Balance		
Alumno	Positivos	Negativos	Variados	+	-	Cine +
A2	•			5	1	•
B2		•		2	4	
C2		•		2	4	
D2			•	3	3	•
E2		•		1	5	
F2	•			5	1	•
G2			•	3	3	•
H2	•			5	1	•
I2	•			4	2	•
J2		•		0	6	
K2	•			4	2	•
L2		•		1	5	
M2		•		2	4	•
N2			•	3	3	•

Tabla 9.19: Clasificación de los alumnos en función de sus emociones predominantes (14 componentes con datos de resolución, grupo 2).

Hay 5 alumnos que afrontan con emociones positivas la mayoría de las tareas (A2, F2, H2, I2 y K2). Es decir, manifiestan animación y tranquilidad, muy ligado a si la resolución ha sido satisfactoria, lo que concuerda con lo que se presuponía en el caso del mapa de 14 componentes sin datos de la resolución. Todos ellos se muestran también positivos cuando se trata de actividades o tareas que hacen uso de fragmentos de películas.

Otros 6 alumnos (B2, C2, E2, J2, L2 y M2) se revelan especialmente negativos en la mayoría de tipos de tareas en el aula de Matemáticas. Sus mapas de humor indican que se desesperan o que tienen prisa, estando muy presente el estado de bloqueo (que a veces se supera para alcanzar la resolución correcta). Únicamente para M2, sí que se recogen datos positivos en las actividades relacionadas con el cine o las series.

Finalmente, hay un grupo de 3 alumnos (D2, G2 y N2) para los que no existe un predominio de un tipo de emociones, no pudiéndose decir si se trata de alumnos que generalmente se muestran positivos ante las tareas de clase o si, por el contrario, manifiestan emociones negativas. Los 3 expresan estados emocionales positivos en las actividades que hacen uso de fragmentos de películas.



(a) Histograma suavizado (b) Spanning tree

Figura 9.30: Otras visualizaciones: histograma suavizado y spanning tree (14 componentes con datos de la resolución, grupo 2).

En la figura 9.30 se muestran dos visualizaciones alternativas del SOM. El histograma suavizado vuelve a confirmar la separación en clústeres que se apreciaba en la matriz U*. Por otro lado, el *spanning tree* nos indica de nuevo una separación más clara entre dos clústeres a priori similares. Los clústeres resolución-tranquilidad y resolución-animado están más cercanos al clúster bloqueo-resolución que entre sí. Incluso se aprecia una conexión entre el clúster resolución-animado y el desesperación-prisa. Esto se debe a los diferentes caminos emocionales que conducen a una resolución satisfactoria de la situación-problema. Así, los alumnos más animados, pero que luego se bloquean, consiguen terminar bien las tareas al superar el bloqueo. Y, de la misma manera, hay alumnos que no se manifiestan especialmente animados, que se bloquean y que también superan el bloqueo para llegar a la solución.

9.4.2.3 *SOM con 42 componentes sin incluir el dato de la resolución*

Ahora se tendrá en cuenta el momento en el que los alumnos expresaron su estado de ánimo, dibujando el icono correspondiente del mapa de humor, en el grupo 2. Se distinguirá si dicha emoción tuvo lugar al principio, durante o al final de la tarea, presentando las visualizaciones y las conclusiones de mapas auto-organizados entrenados sin el componente correspondiente al proceso de resolución, que se analizará en la siguiente sección.

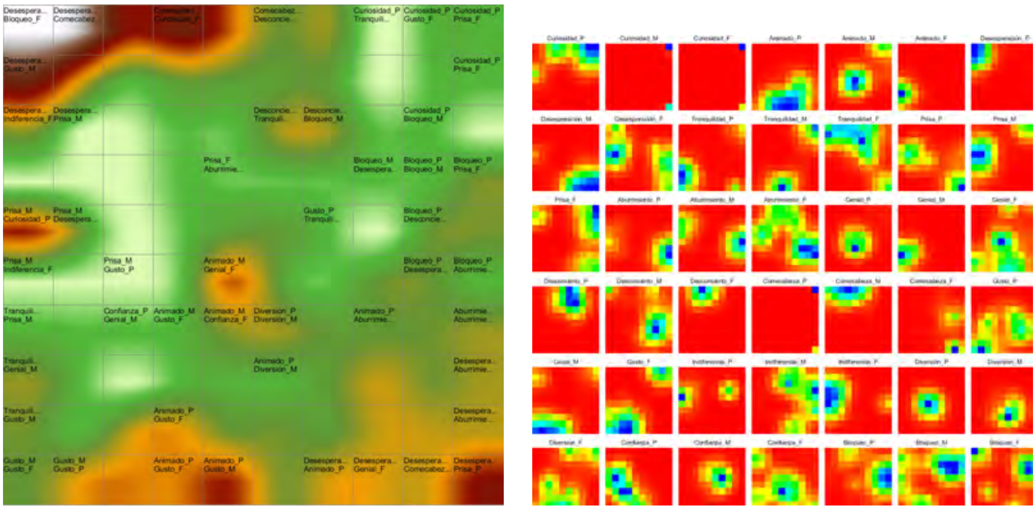
El análisis de los mapas individuales por componentes individuales revela que vuelve a aparecer una elevada correlación entre las emociones positivas, que tienden a activar las mismas regiones del mapa. Lo mismo ocurre con las emociones negativas.

Sin embargo, al disponer de información acerca del instante en el que tuvo lugar la expresión de la emoción, podemos corroborar y explicar ciertos fenómenos que ocurrían al utilizar únicamente los 14 componentes del mapa de humor, sin tener en cuenta el instante.

- La curiosidad aparece activa en los momentos iniciales de la tarea, ya que los estados curiosidad_M y curiosidad_F apenas muestran activación. En menor grado, esta tendencia se da también para el estado animado.

- Los estados genial, comecabeza, indiferencia y, en menor grado, tranquilidad, siguen el patrón inverso al del punto anterior. Hay más presencia al final de la tarea que al principio.

- El bloqueo al principio de una tarea se relaciona fuertemente con la confianza durante y al final, pero no con la confianza al principio, fenómeno que también ocurría en el grupo 1.

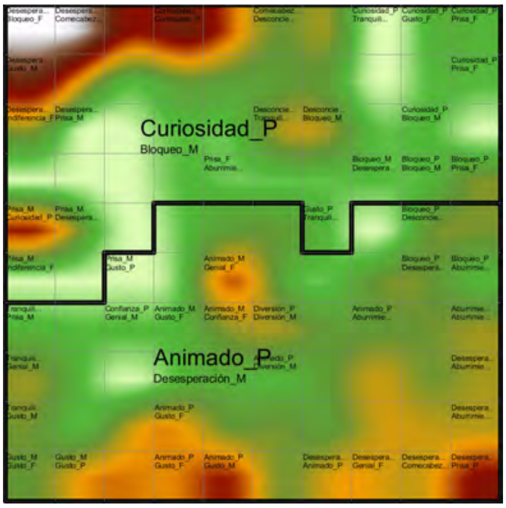


(a) Matriz U*

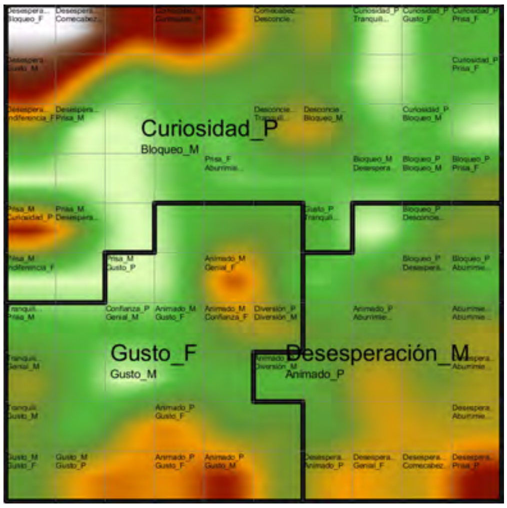
(b) Mapas por componentes

Figura 9.31: Matriz U* y mapas por componentes individuales (42 componentes sin datos de la resolución, grupo 2).

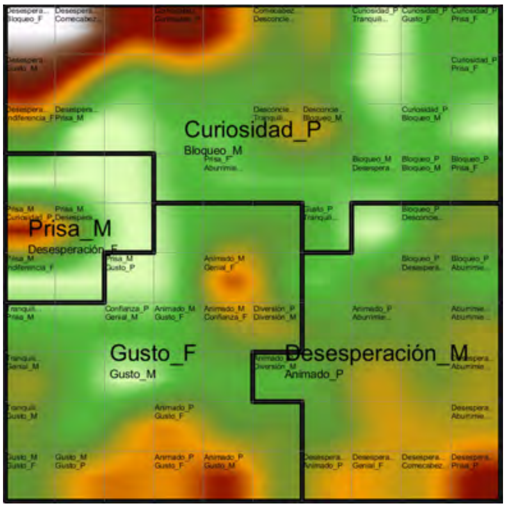
Los clústeres que se obtienen con diferentes niveles de agrupación según el método de Ward arrojan información importante figura 9.32. La región central en este caso es algo más difusa que la obtenida en el grupo 1. Así, con n=2 obtenemos un primer grupo dominado por la emoción de curiosidad al principio y bloqueo en el medio, y un segundo grupo relacionado con el estado animado al principio y desesperación en el medio. Se tendrá que realizar una descomposición en un mayor número de clústeres para comprender esta división.



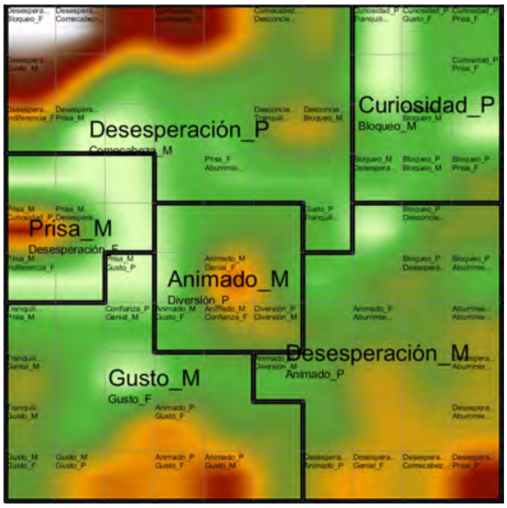
(a) n=2



(b) n=3



(c) n=4



(d) n=6

Figura 9.32: Matriz U* con diferentes niveles de agrupación según el método exacto de Ward, para el grupo 2 (42 componentes sin datos de la resolución).

Así, dividiendo el mapa en tres clústeres (*n*=3), el clúster superior se mantiene como estaba, mientras que el inferior se divide en un estado muy positivo dominado por el gusto (gusto_F y gusto_M) y otro que sigue siendo algo confuso (desesperación_M y animado_P).

Con *n=4* el clúster superior se mantiene intacto todavía, lo que refuerza el hecho de que su agrupamiento es mejor que el de los otros; es decir, las distancias de los vectores de pesos asociados son menores entre ellos que las que guardan vectores pertenecientes a otros grupos. Aparece un estado dominado por la prisa en el medio y la desesperación al final.

Finalmente, con *n=6*, ya se divide el confuso bloque superior en otros dos que se explican fácilmente. Así, tenemos el clúster en el que se da desesperación al principio y el estado comecabeza en el medio, que son estados emocionales bastante relacionados, y por otro lado, el clúster en el que domina la curiosidad al principio y el bloqueo en el medio. Justo en el centro del mapa se diferencia un pequeño clúster de alumnos que se muestran animados en el medio y expresan diversión al principio.

Cluster	Características más influyentes	Actividades cine y series
1	Curiosidad_P, bloqueo_M	5
2	Desesperación_M, animado_P	6
3	Gusto_F, gusto_M	2
4	Prisa_M, desesperación_F	2

Tabla 9.20: Características más influyentes en cada clúster y activación en cada uno de actividades basadas en el cine (42 componentes sin datos de resolución, grupo 2).

Usando la información que proporciona el mapa auto-organizado es posible efectuar una distinción en 4 grandes tipologías de alumnos, que permiten tener una visión de sus trayectorias emocionales. Simplificando al tomar las dos emociones predominantes en cada clúster, se cataloga a los alumnos en esencialmente positivos, negativos o con patrones emocionales variados. En la tabla **??** se muestra esta información, además del balance de emociones positivas y negativas y de si ante las actividades de cine y series el alumno manifiesta estados positivos.

Hay un grupo numeroso de 9 alumnos que afrontan con emociones positivas la mayoría de las tareas (A2, B2, C2, F2, G2, H2, I2, K2 y M2). Es decir, manifiestan gusto por las actividades, bien durante o incluso al final y curiosidad al principio. Esta curiosidad inicial es positiva, pero puede llevar posteriormente a un estado de bloqueo, que a su vez podrá ser superado o no. Todos ellos, salvo H2 y K2 se muestran también positivos cuando se trata de actividades o tareas que hacen uso de fragmentos de películas.

Otros 3 alumnos (D2, E2, y L2) se revelan especialmente negativos en la mayoría de tipos de tareas en el aula de Matemáticas. Sus mapas de humor indican que se desesperan durante la realización de los ejercicios, estando muy presentes la prisa durante o la desesperación al final. Para ninguno de ellos se recogen datos positivos en las actividades relacionadas con el cine o las series.

Finalmente, hay 2 alumnos (J2 y N2) para los que no existe un predominio de un tipo de emociones, no pudiéndose decir si se trata de alumnos que generalmente se muestran positivos ante las tareas de clase o si, por el contrario, manifiestan emociones negativas. Ninguno expresa estados emocionales positivos en las actividades que hacen uso de fragmentos de películas.

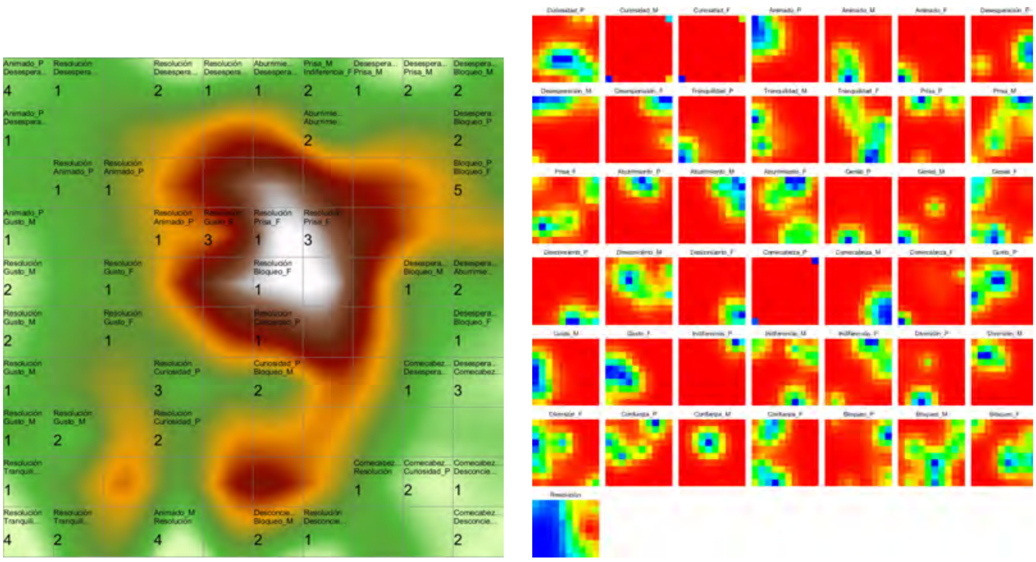
La relación entre las características dominantes de los clústeres muestran que:

- Hay un grupo importante de alumnos que muestran curiosidad al principio, sobre todo con las actividades de cine y series, pero que posteriormente se bloquean a mitad. Algunos de ellos superarán el bloqueo y otros no. De forma similar, hay otros alumnos que se muestran animados inicialmente pero que posteriormente expresan desesperación durante el trabajo. Esto puede considerarse un indicador de que ciertas actividades (las de cine, principalmente) predisponen positivamente al alumnado. Sin embargo, al ser diferentes las situaciones-problema contextualizadas del modo de trabajo normal en clase, pasan a un estado de bloqueo.

- Un pequeño clúster claramente positivo relaciona el gusto durante el trabajo en la tarea y el gusto al final. Presumiblemente son alumnos que han descubierto cómo resolver las tareas y posteriormente siguen manifestando el estado emocional de gusto.
- La prisa por terminar las tareas, expresada durante el trabajo, conduce a la desesperación al final. Así, estos alumnos no ponen a prueba todas las estrategias o técnicas posibles y terminan por desesperarse y no alcanzar la resolución correcta.

9.4.2.4 *SOM con 42 componentes incluyendo el dato de la resolución*

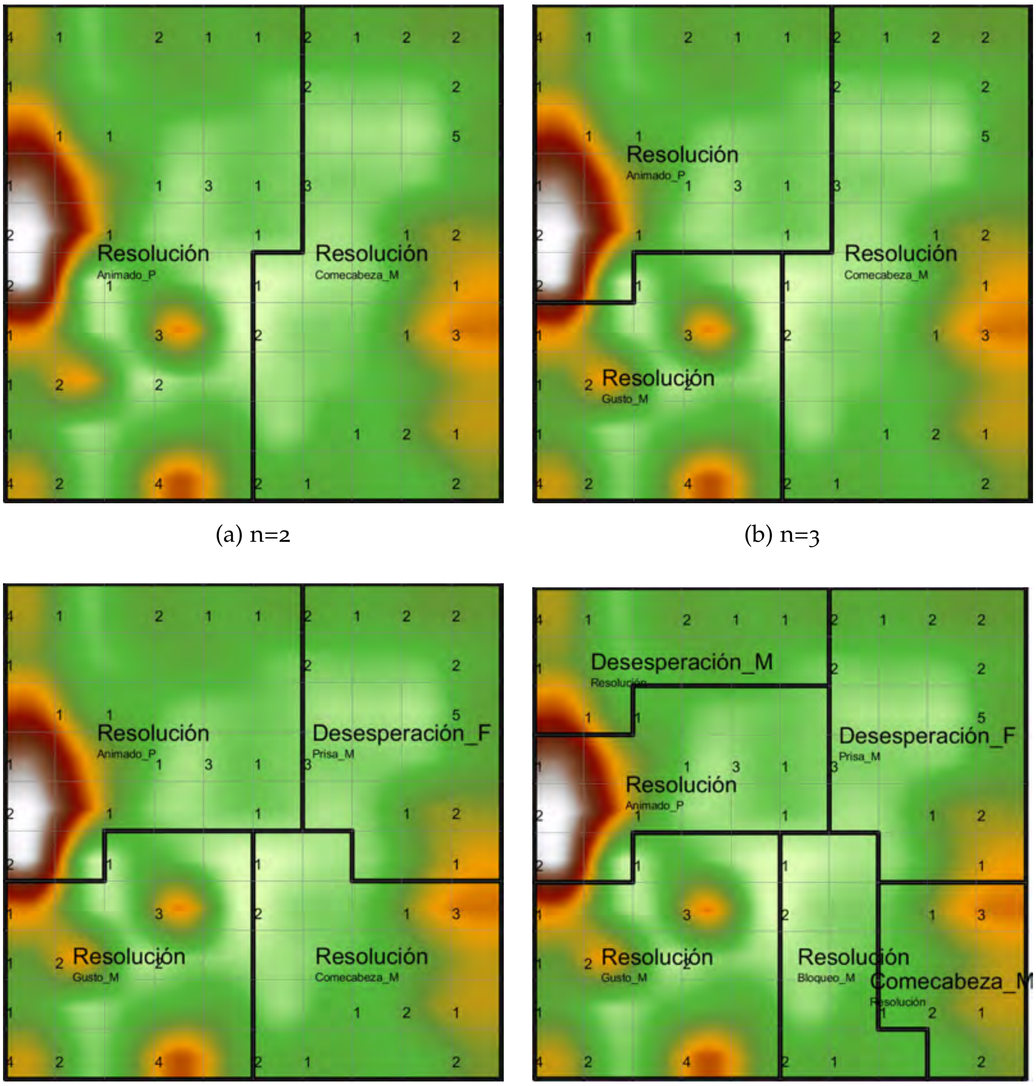
Finalmente, se muestran las visualizaciones de los mapas que tienen en cuenta el momento en que los alumnos expresaron su estado de ánimo, junto con el dato que especifica si la resolución de la tarea fue satisfactoria o no. En total, se trabaja con vectores de 43 componentes (42+1).



(a) Matriz U*　　(b) Mapas por componentes

Figura 9.33: Matriz U* y mapas por componentes individuales (42 componentes con datos de la resolución, grupo 2).

El componente asociado a la resolución por parte del alumno permite elaborar nuevas conclusiones que pueden enriquecer el discurso fenomenológico. Los mapas individuales por componentes (figura 9.33) muestran que la resolución satisfactoria se halla presente en la mitad izquierda del mapa, al igual que la mayoría de los estados emocionales positivos.



(a) n=2 (b) n=3

(c) n=4 (d) n=6

Figura 9.34: Matriz U* con diferentes niveles de agrupación según el método exacto de Ward, para el grupo 2 (42 componentes con datos de la resolución).

En cuanto a las agrupaciones que se pueden efectuar a diferentes niveles según el método de Ward (figura 9.34), con n=2 el mapa se divide en dos regiones. Un clúster se corresponde con aquellas actividades resueltas satisfactoriamente por los alumnos, y que coinciden con el estado emocional animado al principio. El otro clúster está reservado a emociones negativas y una resolución no tan satisfactoria, donde los alumnos muestran comecabeza en el medio por regla general.

Con n=3 la parte más positiva se divide entre un clúster correspondiente al estado animado al principio y otro clúster relacionado con la emoción de gusto en el medio.

Al aumentar a n=4, se divide el clúster asociado a la resolución no satisfactoria, entre un clúster dominado por la desesperación al final y la prisa en el medio frente a otro relacionado con el estado comecabeza en el medio. Finalmente, con n=6 es cuando se aprecia la región correspondiente a los alumnos que no han alcanzado la solución correcta, formándose un clúster dominado por la desesperación al final y la prisa en el medio. Se distingue este clúster de otro (parte superior izquierda) en el que la desesperación se da en el medio, pero cuyos vectores asociados muestran que los alumnos han alcanzado mayoritariamente la solución pedida. Lo mismo ocurre con el clúster de la zona inferior central, en el que se da bloqueo en el medio pero que han llegado a la solución.

Las características dominantes de cada uno de los clústeres, que se resumen en la tabla 9.21, muestran que:

- Los alumnos que se manifiestan animados al principio acaban resolviendo el problema que se plantea. De forma similar, los que expresan gusto durante el proceso de resolución, también terminan de forma satisfactoria. Es un fenómeno que también se vio en el grupo 1 y que parece indicar que la predisposición positiva, que se consigue con las actividades contextualizadas, se relaciona con la resolución.
- Otro estado afectivo que conduce a la resolución satisfactoria, pero a priori no tan positivo como los del punto anterior, es el comecabeza durante. Hay dos alumnos

que expresan dicha emoción durante la resolución de las tareas contextualizadas con cine y series y que, sin embargo, alcanzan la resolución correcta. Es una forma de expresar que están movilizando todos los recursos cognitivos de que disponen y poniendo a prueba diferentes estrategias.

- En el plano negativo, la prisa por terminar que expresan ciertos alumnos durante el proceso de trabajo conduce a la desesperación al final.

Cluster	Características más influyentes	Actividades cine y series
1	Resolución, animado_P	5
2	Desesperación_F, prisa_M	3
3	Resolución, comecabeza_M	2
4	Resolución, gusto_M,	4

Tabla 9.21: Características más influyentes en cada clúster y activación en cada uno de actividades basadas en el cine (42 componentes con datos de resolución, grupo 2).

Hay un grupo numeroso de 8 alumnos que afrontan con emociones positivas la mayoría de las tareas (A2, B2, C2, F2, G2, H2, I2, K2 y N2). Es decir, manifiestan gusto durante la realización de las actividades o animación al principio, siempre ligado a una resolución satisfactoria. Algunos alumnos que con el mapa elaborado sin el dato de la resolución se mostraban positivos, ahora se incluyen en otros clústeres (B2 y M2) y viceversa, N2 se incluye ahora. Todos ellos se muestran también positivos cuando se trata de actividades o tareas que hacen uso de fragmentos de películas.

Otros 5 alumnos (B2, C2, E2, J2 y L2) se revelan especialmente negativos en la mayoría de tipos de tareas en el aula de Matemáticas. Sus mapas de humor indican que se desesperan al final y que tienen prisa durante la realización de los ejercicios, estando muy presente también el estado comecabeza, que en ocasiones conduce a una resolución correcta. Para ninguno de ellos se recogen datos positivos en las actividades relacionadas con el cine o las series.

Finalmente, hay un alumnos (M2) para el que no existe un predominio de un tipo de emociones, no pudiéndose decir si se trata de un alumno que generalmente se muestran positivos ante las tareas de clase o si, por el contrario, manifiesta emociones negativas. Sí que expresa estados emocionales positivos en las actividades que hacen uso de fragmentos de películas.

9.4.2.5 *Discusión de los resultados del grupo 2*

En la tabla 9.22 se muestra cómo quedan repartidos los alumnos en función de sus estados emocionales en los diferentes mapas. A pesar de que se podría esperar una continuidad en los resultados obtenidos para cada alumno en los diferentes mapas, se aprecia alguna irregularidad, como veremos a continuación.

Emociones del alumno	14	14R
Positivas siempre o casi siempre	A2, F2, I2	A2, F2, H2, I2, K2
Negativas siempre o casi siempre	B2, C2, E2, J2, L2	B2, C2, E2, J2, L2
Positivas en tradicionales y negativas en cine	-	-
Negativas en tradicionales y positivas en cine	D2, M2	M2
Confusas o variadas	G2, H2, K2, N2	D2, G2, N2

Tabla 9.22: Diferencias en las agrupaciones realizadas para el grupo 2.

Al igual que para el grupo 1, parte de esta confusión tiene lugar por distinguir entre clústeres positivos y negativos, según las emociones predominantes en cada uno de ellos, cuando la realidad es más compleja. No obstante, en el caso del grupo 2 hay menos variación. Las escasas irregularidades que se observan tienen la misma explicación que se ofreció ya para el grupo 1; es decir, que el componente de la resolución domina los clústeres positivos.

Hay alumnos cuyo estado emocional está claro, tanto si se toma la componente de la resolución como si no.

- A2, F2 e I2 muestran emociones positivas, y todos ellos también lo hacen cuando se tratan actividades de cine.
- B2, C2, E2, J2 y L2 son esencialmente negativos, y ninguno se muestra positivo en las actividades de cine.
- M2 es negativo en las tradicionales, pero se muestra positivo en las actividades de cine.
- G2 y N2 manifiestan patrones emocionales variados, pero sus actividades de cine y series los llevan a estados positivos.

Sin embargo, hay tres alumnos que presentan diferentes huellas emocionales cuando se incluye la componente de la resolución. El principal motivo vuelve a ser la fuerte correlación existente entre saber realizar una tarea o actividad y los estados emocionales.

D2 Sus estados emocionales son muy negativos. Sin embargo, el SOM que incluye el componente de la resolución lo incluye junto a otros alumnos positivos, debido a la correlación entre los estados afectivos positivos y la resolución satisfactoria.

H2 Y K2 A ambos les ocurre exactamente lo mismo. Presentando un patrón emocional confuso, la resolución los mueve a clústeres más positivos, debido a las tareas que han finalizado de forma satisfactoria. Tanto H2 como K2 se manifiestan de forma positiva en las actividades de cine y series.

La relación de estas agrupaciones con las valoraciones de los alumnos en el cuestionario inicial es interesante. Para ello, se ha realizado la media aritmética de cada categoría de ítems, mostrándose los resultados en la tabla 9.23, al igual que se hizo para el primer grupo[37].

37 La explicación de los ítems del cuestionario se dio ya en el análisis del grupo 1. Ver página 369

Alumno	Actitud	Importancia de las matemáticas	Estilo de enseñanza	Interés en cine	Utilización didáctica del cine	Relación cine y matemáticas
A2	4,8	5	4,8	4,8	3	4,4
B2	2,2	4,6	3,1	3,6	2	2,2
C2	3,1	3,6	2,3	4	1	1
D2	1,6	4,6	4,1	5	4,5	4,2
E2	3,7	3,3	2,1	4,4	3	2,2
F2	5	5	5	4,2	4,5	3,8
G2	3,4	5	4,3	4,4	5	5
H2	5	5	5	4,8	4,5	4,6
I2	4,7	4,6	4,6	4,4	5	4,6
J2	1,4	3,3	3,3	2,2	2,5	2,2
K2	4,8	4,6	5	5	5	4,6
L2	2,2	3	3,1	3,3	3	3,2
M2	3,8	4,3	2,3	5	5	4,6
N2	3,4	4	4	4,2	4	4,8

Tabla 9.23: Media por categorías de los ítems del cuestionario inicial, por alumnos (grupo 2).

Al igual que se hiciera con el grupo 1, en la tabla 9.23 que resume las puntuaciones de las diferentes secciones del cuestionario sobre las creencias del alumnado, se observa que todos los alumnos que presentan estados afectivos positivos en las actividades basadas en el uso de fragmentos de películas o series, manifiestan también un elevado interés personal en ese sentido (alumnos A2, D2, F2, H2, I2, K2, M2). Ese interés por el cine realmente es compartido por casi todos los alumnos, incluidos los que manifiestan estados negativos. Sin embargo, en este último caso y al igual que ocurría en el grupo 1, los alumnos puntuaron a la baja la percepción de su propia actitud, u otras secciones, como acerca dela importancia de las matemáticas en la vida cotidiana o profesional (B2, C2, E2, J2 y L2). Los alumnos G2 y N2 no muestran una huella emocional estable, pero ambos valoraron al alza todas las cuestiones relacionadas con el cine y su aplicación didáctica, así como su aplicación a situaciones cotidianas. Sin embargo, ambos presentan una percepción no muy elevada de su actitud en clase, cuya explicación habría que buscarla con un análisis más profundo.

9.4.3 *Conclusiones de los análisis con SOM*

Los mapas auto-organizados se han mostrado como una herramienta útil a la hora de interpretar la información emocional que proporcionan los mapas de humor realizados por los alumnos. Dado el tamaño reducido de la muestra, además de su carácter intencional y de conveniencia, no es posible generalizar las conclusiones aquí obtenidas. Dicho estudio queda fuera de los objetivos de este trabajo y, como expondremos más adelante, es una de las limitaciones de este trabajo.

Si bien es presumible que cada aula de alumnos se divida entre agrupaciones de alumnos esencialmente positivos y y agrupaciones de alumnos negativos, las características predominantes en cada uno de ellos no tienen por qué ser las mismas en todos los casos. De hecho, en los análisis que se han presentado se ha visto, por ejemplo, cómo en el SOM con 14 componentes sin datos de resolución, las características de los clústeres positivos para el grupo 1 eran confianza y bloqueo junto con animado y curiosidad, mientras que en el grupo 2 eran gusto y animado junto con animado y genial. Lo mismo ocurre con los clústeres negativos. Para ese mismo mapa, en el grupo 1 se tiene desesperación y desconcierto, junto con bloqueo y desesperación, mientras que en el grupo 2 los descriptores de los clústeres son desesperación y prisa junto con bloqueo y comecabeza.

Las visualizaciones han servido para identificar fenómenos que a priori parecen triviales, lo que refuerza la fiabilidad de las conclusiones obtenidas para cada grupo. Así, en ambos grupos se ha visto cómo el bloqueo al principio de una tarea se relaciona fuertemente con la confianza durante y al final, pero no con la confianza al principio. Esto significa que aquellos alumnos que consiguen superar un eventual bloqueo inicial al abordar una tarea, muestran confianza posterior al ver que encuentran una estrategia que les permite avanzar e incluso resolver satisfactoriamente la situación.

Otra relación bastante obvia a priori que se ha podido visualizar con los SOM en ambos grupos es que los alumnos que se manifiestan animados al principio acaban resolviendo el problema que se plantea, así como los que expresan gusto durante el proceso de resolución. De esta forma, una predisposición positiva al principio, que se consigue con las actividades contextualizadas mediante fragmentos de películas y series, ayuda a que el alumnado trate de poner en marcha diferentes estrategias para abordar las tareas y, por consiguiente, logre resolver satisfactoriamente las tareas con más frecuencia.

Es más, tampoco tienen por qué estar compensados los clústeres en cuanto a número de alumnos. Los grupos de alumnos que han participado en esta investigación han resultado ser bastante equilibrados. Sin embargo, el espectro abarca todas las configuraciones posibles desde los dos extremos radicales: la clase completamente positiva y la clase completamente negativa. En esos casos tan extremos, las visualizaciones de los mapas de humor no permitirían una distinción entre alumnos con actitudes o emociones positivas ante las tareas de clase y alumnos con predominio de estados emocionales negativos. Sin embargo, resultarían clústeres que permitirían detectar diferencias en el modo emocional de aproximarse a los problemas.

El saber realizar una tarea o actividad, o bien alcanzar finalmente la solución correcta, está fuertemente relacionado con los estados emocionales, como se ha visto en los mapas. Un alumno que sabe cómo afrontar una determinada situación-problema o que sabe utilizar diferentes recursos y estrategias propios de la resolución de problemas, raramente se bloqueará o desesperará al principio. Por el contrario, alumnos acostumbrados a problemas tipificados se bloquearán en las primeras etapas ante situaciones diferentes, aunque algunos de ellos finalmente superen dicho bloqueo y alcancen la solución.

Cuando se utilizan las visualizaciones de los SOM para analizar la respuesta emocional de los alumnos a partir del mapa de humor, es necesario considerar esta correlación entre emociones y saber resolver una situación. Aunque las emociones manifestadas son las mismas en los dos casos, el componente de la resolución cambia el SOM resultante, pues produce una clara separación entre aquellos alumnos que han resuelto correctamente el problema y los que no. Esta diferencia en el SOM se hace patente sobretodo en alumnos con estados emocionales variados.

Parte V

CONCLUSIÓN

Si bien se han ido ofreciendo conclusiones parciales en cada capítulo importante, ahora es cuando se presentan las conclusiones finales. En ellas es donde se relacionan los resultados obtenidos a lo largo de la tesis con las preguntas iniciales de investigación. Por otro lado, se sugieren una serie de líneas futuras de trabajo.

10

CONCLUSIONES DE LA TESIS

El objetivo que perseguía la primera pregunta de investigación, *¿Existen suficientes referencias matemáticas en el cine y las series de ficción como para poder constituir un recurso didáctico a ser tenido en cuenta por los docentes?*, era comprobar si efectivamente existe una cantidad tal de referencias matemáticas en el cine y las series de TV, como para justificar un estudio acerca de su utilización como recurso didáctico. No sólo se consideraba importante cuantificar su número, sino también la diversidad de objetos matemáticos que aparecen en dichas referencias.

El trabajo de búsqueda y análisis realizado en los primeros compases de la tesis ha evidenciado cómo diversos autores y profesores han escrito artículos y libros, y cómo varios de ellos mantienen incluso páginas web que exploran la relación existente entre cine y matemáticas. De esta forma, los profesores de Matemáticas cuentan con una auténtica base de datos donde buscar fragmentos con los que contextualizar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

De todos los trabajos mencionados, quizá el más ilustrativo de la abundancia y diversidad de referencias matemáticas en el cine sea el espacio web de Kasman. Nos permitimos reproducir aquí, por comodidad, la figura 10.1, que ya se mostrara en el capítulo 2 ESTUDIOS PREVIOS SOBRE MATEMÁTICAS EN EL CINE Y SU UTILIZACIÓN DIDÁCTICA. Dicha gráfica cuantifica gráficamente la relación entre cine y matemáticas, así como las ramas de la matemática que más se ven representadas. Así, se observa una dominancia de los aspectos más geométricos y de fuerte carácter visual, aunque le sigue de cerca la categoría que engloba al álgebra, la aritmética y la teoría de números, mucho más abstracta. Hemos de tomar los datos de Kasman como la condición mínima que debía cumplirse para justificar una aproximación académica a la utilización de fragmentos de películas y series como recurso didáctico. Obviamen-

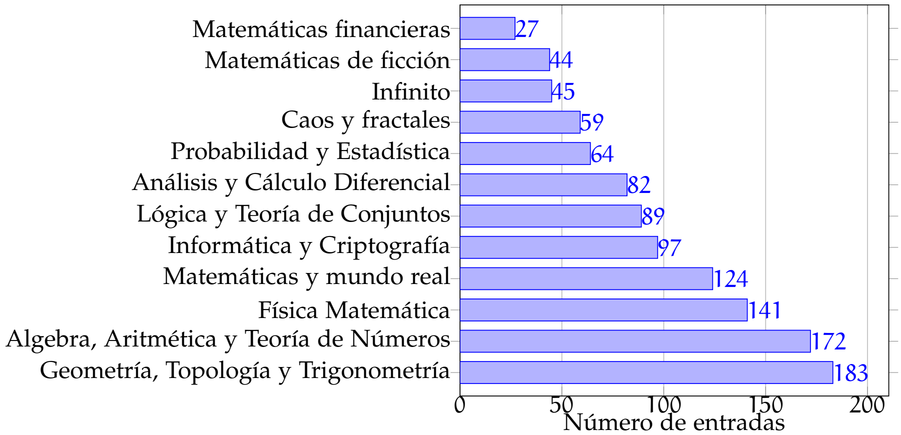


Figura 10.1: Recuento de escenas en la página web de Kasman[38].

te, la lista original de Kasman no puede sino aumentar, bien con la incorporación de nuevas producciones cinematográficas o bien mediante el descubrimiento de nuevos guiños matemáticos en las ya existentes.

Por otro lado, la figura 2.2 mostraba la variedad de contextos en que aparecen las referencias matemáticas en el cine. Podría haberse esperado que únicamente apareciesen referencias matemáticas en películas especializadas cuyos protagonistas fueran matemáticos, científicos o ingenieros. Sin embargo, aunque donde más abundan es en contextos académicos, se ha constatado que cualquier escenario es válido, habiendo alusiones a las matemáticas en contextos aparentemente tan diferentes como el romance, los viajes en el tiempo, la guerra o la religión.

En lo que a nuestra investigación se refiere, la verdadera importancia del análisis que se ha realizado radica en que existen abundantes referencias matemáticas en películas y series para todos los bloques de contenidos curriculares de la ESO; es decir, números, álgebra, funciones y gráficas, geometría y probabilidad y estadística.

Para responder a la segunda pregunta de investigación, *¿Qué grado de idoneidad didáctica presentan las secuencias de clase que hacen uso de fragmentos de películas y series?*, se ha procedido a diseñar en primer lugar una serie de secuencias didácticas en el capítulo 6 SECUENCIAS DIDÁCTICAS Y SUS ANÁLISIS A PRIORI. En todas ellas se

38 Elaboración propia a partir de datos obtenidos de «Mathematical Fiction Homepage» (Kasman, 2014).

parte de un fragmento de una película o una serie, para dar paso a una serie de cuestiones relacionadas con los objetos matemáticos que aparecen en él. La filosofía de diseño seguida en la elaboración de estas secuencias o protocolos de aula ha utilizado fundamentalmente premisas de tipo socio-contructivista, ya que el alto nivel de contextualización que proporcionan los fragmentos así lo sugería. En ocasiones, estos diseños se han basado en trabajos de otros autores, debido a que algunos de estos fragmentos son ya auténticos clásicos en el aula de Matemáticas. No obstante, somos conscientes de que otros profesores podrían haber diseñado secuencias completamente diferentes partiendo de los mismos fragmentos.

Los análisis efectuados en el capítulo sobre estas secuencias de aula, han mostrado que su idoneidad didáctica a priori; es decir, de forma previa a su implementación en el aula, alcanza cotas muy elevadas.

La configuración epistémica de un fragmento de una película o de una serie de TV hace referencia a los objetos matemáticos que aparecen, de forma explícita o velada, y cómo se articulan los unos con los otros. En las secuencias didácticas que se diseñan a partir de estos fragmentos, la configuración se ve extendida, ya que mediante las tareas que se proponen a los alumnos, se introducen otros conceptos afines a los propios del fragmento.

Un primer análisis de estas configuraciones epistémicas, ha revelado que presentan elementos comunes, tales como los procesos de contextualización y descontextualización. Estos mismos procesos pueden trabajarse con los problemas que aparecen en los libros de texto tradicionales, pero al mostrar el contexto visualmente, se consigue enmarcarlos en una situación más imaginable. Además, al tratarse las películas y las series de un medio afín a los intereses de los alumnos, se produce un efecto motivador que facilita la predisposición de éstos a las tareas que se propongan en el aula.

También es destacable la variedad de registros semióticos que aparecen en las situaciones que muestran los fragmentos. Aparte del esperado lenguaje verbal, en cualquier película, se ha visto que también aparecen registros simbólicos y gráficos, que en ocasiones aparecen articulados de forma coherente dentro una misma escena.

Respecto a la idoneidad didáctica que presentan las secuencias didácticas diseñadas a partir de estos fragmentos, los análisis han revelado la existencia de cierta uniformidad. Dejando aparte el estudio de la idoneidad cognitiva, que requeriría tener presente un grupo de alumnos en concreto, se ha conseguido justificar elevadas valoraciones para el resto de idoneidades parciales. Únicamente se ha detectado variabilidad para la idoneidad epistémica, que depende de la riqueza de las configuraciones epistémicas mencionadas. Así, se han analizado secuencias didácticas con idoneidades que varían desde niveles medios a altos, dependiendo del fragmento que tomen como punto de partida.

El resto de subidoneidades son, sin lugar a duda, elevadas. La filosofía de diseño empleada en las secuencias propuestas, basada fundamentalmente en la teoría de las situaciones didácticas, encuentra en el uso del lenguaje uno de sus pilares fundamentales. De esta manera, se reservan multitud de momentos para la argumentación y la comunicación de ideas, lo que repercute positivamente en la idoneidad interaccional. Incluso durante las series de tareas puramente procedimentales se han propuesto espacios para ello. Por otra parte, en lo referente al plano afectivo y emocional, ha sido el carácter a-didáctico de las películas y series de ficción lo que ha justificado el alto grado de idoneidad. Además, hay que tener presente que tanto películas como series se incluyen con facilidad dentro de los intereses de los alumnos, lo que contribuye a favorecer una predisposición positiva por su parte. Para maximizar este efecto, se ha procurado ofrecer una variedad suficiente de géneros y estilos, así como elegir algunas obras que suelen gustar a los alumnos, como «Los Simpson» (Groening, 1989) y «Futurama» (Groening, 1999).

La utilización de películas y series de ficción en clase de Matemáticas hace uso de unos recursos materiales muchas veces infrautilizados, como son el ordenador, el proyector y los altavoces. Diversas comunidades autónomas los incluyen ya de serie en los equipamientos de aula y no son pocos los docentes que apenas hacen uso de los mismos. La aplicación de las secuencias didácticas que se proponen requiere unos conocimientos mínimos de ofimática, y el diseño de nuevas actividades tampoco precisa de grandes esfuerzos de formación en ese sentido. Se ha demostrado que basta dirigirse a las recopilaciones de referencias matemáticas existentes y, mediante sencillas búsquedas en el ciberespacio, un docente puede contextualizar de vez en cuando actividades de clase con pequeños fragmentos de películas y series. Por otro lado, la brevedad de estos fragmentos es tal (entre 2 y 5 minutos, normalmente) que apenas emplea tiempo de clase. En cambio, permiten poner en juego múltiples objetos matemáticos en un marco contextualizado. La amortización del equipamiento existente, junto con el balance positivo entre tiempo lectivo empleado y potenciales ganancias de aprendizaje, se traduce directamente en una elevada idoneidad mediacional.

Ecológicamente, las altas cotas de idoneidad son debidas a la estrecha relación que guardan las secuencias didácticas con los criterios de evaluación y contenidos curriculares que dicta la normativa oficial. Asimismo, los análisis a priori demuestran que las tareas involucran otros contenidos que pueden considerarse inter-disciplinares o que se utilizan para fomentar la educación en valores. Además, la orientación hacia la innovación didáctica es clara, y el proceso llevado a cabo para el diseño constituye un claro ejemplo de ello.

Finalmente, la tercera pregunta de investigación, *¿Cómo afecta al plano emocional de los alumnos la utilización de fragmentos de películas y series como recurso didáctico en clase de Matemáticas?*, nos ha conducido a utilizar una serie de instrumentos novedosos para recoger y analizar los datos emocionales.

El método que se ha utilizado para analizar el plano emocional del alumnado constituye un aporte novedoso sobre los mapas de humor de Gómez-Chacón, proporcionando una herramienta de investigación y análisis que puede ser utilizada por cualquier docente para determinar la idoneidad afectiva de las actividades que plantea en el aula.

Aunque los mapas auto-organizados pueden parecer sofisticados a priori, la curva de aprendizaje para interpretar las visualizaciones de los mapas es mucho menor que la necesaria para efectuar el típico análisis de corte estadístico. Por otro lado, la información que proporcionan dichas visualizaciones es incluso más rica en el caso de los mapas auto-organizados. La labor del profesor debe tener una vertiente investigadora y, en una sociedad donde las tecnologías de la información están presentes en todo momento, cada vez cobra más sentido el incorporarlas en el quehacer docente.

Los resultados se han mostrado coherentes, puesto que los estados emocionales negativos aparecen relacionados entre sí, ocurriendo lo mismo con los negativos. No sólo eso, sino que se observa cómo estados que se podrían catalogar de transición, como el bloqueo, enlazan con la desesperación o con la confianza, dependiendo de si el alumno es capaz de superar dicho bloqueo o no.

Estas visualizaciones han mostrado que los mapas auto-organizados, al menos en el tipo de aproximación que se ha llevado a cabo, son más útiles para efectuar un seguimiento individualizado de los alumnos que para establecer agrupaciones dentro del aula. Efectivamente, los mapas han revelado la compleja diversidad existente en cualquier aula. Hay unos pocos alumnos que mantienen una actitud positiva sea cual sea la tarea que se les plantea, a los que se les añade algún otro cuando saben cómo resolverlas y alcanzan la solución correcta. En el extremo opuesto, están los alumnos esencialmente negativos, para los que poco importa el hecho de plantear actividades basadas en recursos interactivos o contextualizados. Entre ambos polos, se encuentra el resto del alumnado, que presentan patrones emocionales diferentes en función del tipo de actividad y de si ésta les parece sencilla o saben solucionarla.

Las agrupaciones (clústeres) que se obtienen de esta manera resultan confusas en cierta medida y bastante dependientes de las variables escogidas. El significado que se les puede atribuir no tiene por qué ser extrapolable entre diferentes aulas. Por ese motivo es mejor analizar las trayectorias individuales de los alumnos.

Los resultados del cuestionario inicial indican que los alumnos que mejor responden a las actividades que hacen uso de fragmentos de películas o series manifiestan un elevado interés personal hacia ellas, como forma de ocupar su tiempo de ocio. Evidentemente, esto no es exclusivo de ellos, sino que hay bastantes alumnos que también expresan este interés pero cuyos estados emocionales no son especialmente positivos. En esos casos, hay que buscar la explicación en otros factores que tienen que ver con las creencias del estudiante acerca de las matemáticas o con su auto-percepción como alumno.

11

LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

11.1 DISEÑO DE PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

Si durante las primeras semanas de curso se realizan actividades de diversa índole y se integran los mapas de humor y su análisis mediante SOM con la evaluación predictiva, es posible seleccionar o diseñar procesos de enseñanza-aprendizaje adaptados para un grupo de alumnos concreto.

Es decir, a lo largo de esta tesis se han utilizado los mapas de humor y los SOM para analizar la respuesta emocional de los alumnos, comparando aquella que presentaban durante actividades que hacían uso de fragmentos de películas y series con tareas de tipo más tradicional. Este análisis es extensible al empleo de cualquier otro recurso didáctico o tipología de actividades.

Es habitual que la evaluación predictiva, entendida como aquella que tiene lugar a principios de curso, tenga como único objetivo valorar el nivel cognitivo del grupo en cuestión y detectar posibles alumnos con necesidades educativas especiales. Por lo tanto, normalmente no se tienen en cuenta factores diferentes al del conocimiento actual acerca de la materia e, incluso en ese caso, la valoración no es del todo acorde con la realidad, ya que el proceso tiene lugar justo después de las vacaciones estivales.

Haciendo uso de los instrumentos mencionados, se recoge nueva información para esa evaluación inicial, consiguiendo una visión más completa del grupo de alumnos.

11.2 DESARROLLO DE HERRAMIENTAS ONLINE

El análisis de los datos proporcionados por los mapas de humor ha sido llevado a cabo con el software *The Java SOMToolbox* [39]. Las visualizaciones de los SOM obtenidos; es decir, la matriz U*, los mapas por componentes individuales, etc., han permitido alcanzar una comprensión más amplia del grupo de alumnos en cada caso. Los SOM son una herramienta de investigación muy visual, cuya curva de aprendizaje es bastante rápida. Proporcionan resultados intuitivos a la vez que fundamentados en los datos recogidos, y su éxito se consigue gracias al conocimiento del investigador del tema en cuestión.

Ahora bien, si lo que se pretende es extender este instrumento e invitar a otros docentes a utilizarlo, como medio para analizar qué está ocurriendo en su clase, se hace necesario facilitar el acceso. Esta tarea podría acometerse desarrollando herramientas online específicamente orientadas para la docencia, que guiaran parte del proceso de entrenamiento de los mapas, y sugirieran unas visualizaciones u otras dependiendo de los datos a interpretar.

11.3 MAPAS AUTO-ORGANIZADOS CONDICIONADOS

El modelo de SOM clásico, que es el que se ha utilizado, no utiliza datos específicos que dirijan su entrenamiento. Podría plantearse una sencilla forma de condicionar el mapa mediante componentes especiales, en la forma de etiquetas de condicionamiento. De esta manera, se conseguirían preestablecer zonas del mapa asociadas a una componente en concreto, consiguiendo una mayor precisión.

Para condicionar un mapa auto-organizado se amplía el vector de entradas con una etiqueta introducida de forma artificial, que cumple el papel reservado a un estímulo

39 Desarrollado por el *Institute of Software Technology and Interactive System*, *Vienna University of Technology*, con licencia Apache versión 2.0 http://www.ifs.tuwien.ac.at/dm/somtoolbox/index.html

condicionado [40]. Conviene ejercer cierto control sobre el peso de la etiqueta ya que, si el vector de entradas tiene un número considerable de componentes, el efecto de ésta puede pasar desapercibido. Ello es debido a que la etiqueta, en los mapas condicionados, es una componente más de entrada. Adjudicando valores elevados a las etiquetas numéricas, las neuronas calcularán distancias donde el *peso relativo* de las etiquetas frente a otras entradas será importante.

Las neuronas ganadoras durante el entrenamiento serán principalmente aquellas con pesos cercanos a las etiquetas. Este método hace que las neuronas del mapa se distribuyan principalmente en función del valor de las etiquetas y, por extensión, generen detectores para el resto de las entradas. Cuando se desea evaluar el mapa así entrenado es conveniente omitir la presencia de la etiqueta en las entradas del mapa, ya que ésta no se dispondría en un patrón nuevo. Para impedir que las etiquetas inexistentes afecten al funcionamiento del mapa, bastará excluir las componentes de las etiquetas del cálculo de la distancia entre entradas y pesos de las neuronas durante la competición, con lo que la determinación de la neurona ganadora se efectuará exclusivamente con las componentes del vector de entrada del patrón.

Los mapas condicionados tienen múltiples aplicaciones prácticas. En nuestro caso, interesa por ejemplo el poder catalogar a los alumnos en función de los datos recogidos por los mapas de humor. Para ello, se debería disponer en primer lugar de una buena clasificación del alumnado potencial, de forma genérica. Así, podríamos tener en un extremo al prototipo de alumno altamente motivado y que reacciona positivamente ante cualquier actividad. En el otro extremo, estaría situado el alumno disruptivo, que no muestra nada de interés sea cual sea la tarea que se plantee. Y, entre uno y otro, una serie de prototipos intermedios, con características bien definidas.

Posteriormente, y disponiendo de una amplia base de datos de los mapas de humor de un número considerable de alumnos, se procedería a entrenar el mapa, añadiendo una componente que indique el tipo de alumno que se trata en cada caso. Finalmente, con el mapa así entrenado, se procedería a presentarle datos de nuevos alumnos, sin

40 Realmente, es el mismo papel que juega la campana en el famoso experimento sobre condicionamiento clásico de Ivan P. Pavlov.

etiquetar, consiguiendo clasificar a cada alumno en una de las categorías previamente definidas.

REFERENCIAS

Ainley, M., Hidi, S. & Berndorff, D. (2002). Interest, learning, and the psychological processes that mediate their relationship. *Journal of Educational Psychology*, *94*(3), 545-561.

Alsina, À. & Domingo, M. (2010). Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(1), 7-32.

Anzola González, M., Vizmanos Buelta, J. R., Peralta Coronado, J. & Bargueño Sancho, J. J. (2008). *Matemáticas 2º ESO*. Editorial SM.

Arroio, A. (2010). Context based learning: A role for cinema in science education. *Science Education International*, *21*(3), 131-143.

Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. En *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 27-40). Mathematics Education Library.

Asti, A. & Beltrán Pellicer, P. (2012). 7art Maths: un progetto vincente. *XlaTangente*, *35*.

Ballesta Pagan, J. & Guardiola Jiménez, P. (2001). El profesorado ante las nuevas tecnologías y los medios de comunicación. *Enseñanza & Teaching: Revista interuniversitaria de didáctica*, *19*, 211-238.

Bartolomé Pina, A. & Mateo Andrés, J. (1983). Utilización del lenguaje audiovisual en la enseñanza de la Estadística. *Enseñanza & Teaching: Revista interuniversitaria de didáctica*, *1*, 183-192.

Batanero Bernabeu, C., Fernandes, J. & Contreras García, J. (2009). Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas. *Suma: Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 11-18.

Bending Rodríguez, B. (2009). La indoblable página de Bender Bending Rodriguez. Recuperado el 4 de septiembre de 2012, desde http://bbrp.atwebpages.com/

Bergala, A. (2007). *La hipótesis del cine: Pequeño tratado sobre la transmisión del cine en la escuela y fuera de ella*. Editorial Laertes.

Billett, S. (1996). Situated learning: Bridging sociocultural and cognitive theorising. *Learning and instruction*, *6*(3), 263-280.

Brake, M. & Thornton, R. (2003, enero). Science fiction in the classroom. *Physics Education*, *38*(1), 31-34.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *7*(2), 33-115.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Springer.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique; du savoir savant au savoir enseigné*. París: La Pensée Sauvage.

Cólera Jiménez, J. & Gaztelu Albero, I. (2011). *Matemáticas 2º ESO*. Anaya.

Cronbach, L. J., Gleser, G. C., Nanda, H. & Rajaratnam, N. (1972). *The dependability of behavioral measurements: theory of generalizability for scores and profiles*. John Wiley y Sons.

de Lange, J. (1987). *Mathematics, Insight and Meaning: Teaching, Learning and Testing of Mathematics for the Life and Social Sciences*. Rijksuniversiteit Utrecht.

de Pablos Pons, J. (1989). La diegesis cinematográfica y sus implicaciones didácticas. *Enseñanza & Teaching: Revista interuniversitaria de didáctica*, *7*, 9-16.

Devlin, K. & Lorden, G. (2007). *The numbers behind Numb3rs*. A Plume Book.

Dick, W. & Cary, L. (1990). *The Systematic Design of Instruction*. Harper Collins.

Emmer, M. (2000). *Matematica e cultura 2000*. Springer.

Emmer, M. (2002). *Matematica e cultura 2002*. Springer.

Emmer, M. (2004, febrero). *Mathematics and Culture I*. Springer.

Emmer, M. (2007). *Mathematics and Culture IV*. Springer.

Emmer, M. (2008). *Matematica e cultura 2008*. Springer.

Font, V. [Vicenç], Planas, N. & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, *33*(2), 1-18.

Freudenthal Institute. (2009). Wiki on mathematics education. Recuperado desde http://www.fisme.science.uu.nl/en/wiki/index.php/Main%5C_Page

Freudenthal, H. (1981). Major problems in mathematic education. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(2).

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers.

Gil, N., Blanco, L. J. & Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas . Una revisión de sus descriptores básicos. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 15-32.

Godino, J. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)* (pp. 1-20).

Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1-2), 127-135.

Godino, J., Bencomo, D., Font, V. & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. En *X simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática (SEIEM)* (Vol. 27).

Godino, J., Contreras, Á. & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *26*(1), 39-88.

Godino, J. D. (2010). Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo: Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en educación matemática {xiv}* (2010, pp. 341-352). Lleida: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea de Ediciones.

Greenwald, S. J. & Nestler, A. (2014). Mathematics on The Simpsons. Recuperado el 7 de agosto de 2014, desde http://mathsci2.appstate.edu/~sjg/simpsonsmath/

Harvey, R. & Averill, R. (2012). A Lesson Based on the Use of Contexts: An Example of Effective Practice in Secondary School Mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development*, *14*(1986), 41-59.

Heinich, R., Molenda, M., Russell, J. & Smaldino, S. (1999). *Instructional media and technologies for learning*. Prentice Hall.

Hernández, C. D. C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *11*, 59-77.

Holbrook, J. (2010). Education through science as a motivational innovation for science education for all. *Science Education International*, *21*(2), 80-91.

Jonassen, D. (1999). Designing constructivist learning environments. En C. Reigeluth (Ed.), *Instructional theories and models: a new paradigm of instructional theory*. Lawrence Erlbaum.

Kasman, A. (2014). Mathematical Fiction Homepage. Recuperado el 24 de enero de 2014, desde http://kasmana.people.cofc.edu/MATHFICT/

Knill, O. (2013). Mathematics in Movies. Recuperado el 22 de febrero de 2014, desde http://www.math.harvard.edu/~knill/mathmovies/

Kohonen, T. (1982). Self-organized formation of topologically correct feature maps. *Biological Cybernetics*, *43*(1), 59-69.

Kohonen, T. (1988). *Self-organization and associative memory*. Springer-Verlag.

Leikin, R. & Zazkis, R. (2010). *Learning Through Teaching Mathematics: Development of Teachers' Knowledge and Expertise in Practice*. Springer.

López Vidales, N., González Aldea, P. & Medina de la Viña, E. (2011). Jóvenes y televisión en 2010: Un cambio de hábitos. *Zer: Revista de estudios de comunicación*, (16-30), 97-113.

Mallart, J. (2010). Didáctica: perspectivas, teorías y modelos. En A. Medina & M. C. Domínguez Garrido (Eds.), *Didáctica: formación básica para profesionales de la educación* (Cap. 1). Universitas.

Malsburg, C. (1973). Self-organization of orientation sensitive cells in the striate cortex. *Kybernetik*, *14*(2), 85-100.

Martín, A. & Martín Sierra, M. (2014). Mathsmovies: la web de las matemáticas y el cine. Recuperado desde http://www.mathsmovies.com/

Mazzeo, C., Rab, S. & Alssid, J. (2003). *Building Bridges to College and Careers: Contextualized Basic Skills Programs at Community Colleges.* (inf. téc. N.º january). Workforce Strategy Center. New York.

McLeod, D. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, *19*(2), 134-141.

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the national council of teachers of mathematics* (pp. 575-596). Macmillan Publishing Company.

Medina Rivilla, A. (2010). Problemas emergentes enla formación inicial del profesorado de educación secundaria. En I. González Gallego (Ed.), *El nuevo profesor de secundaria.: la formación inicial docente en el marco del espacio europeo de educación superior* (pp. 135-150). Editorial GRAÓ.

Meyer, M., Dekker, T. & Querelle, N. (2001). Context in Mathematics Curricula. *Mathematics teaching in the middle school*, *6*(9), 522-527.

Muñoz Cantero, J. M. & Mato Vázquez, M. D. (2006). Diseño y validación en un cuestionario para medir las actitudes hacia las matemáticas en alumnos de ESO. *Revista galego-portuguesa de psicoloxía e educación*, *13*, 413-424.

Nielsen, R. H. (1990). *Neurocomputing*. Addison-Wesley Publishing Company.

Numb3rs Math Activities. (2013). Cornell Department of Mathematics. Recuperado desde http://www.math.cornell.edu/~numb3rs/

The Math behind Numb3rs. (2014). Wolfram Research, Inc. Recuperado el 10 de octubre de 2014, desde http://numb3rs.wolfram.com

Palmer, L. (1994). It's a Wonderful Life: Using Public Domain Cinema Clips To Teach Affective Objectives and Illustrate Real-World Algebra Applications. En *Annual conference of the international society for exploring teaching alternatives*. Salt Lake City.

Pampalk, E., Rauber, A. & Merkl, D. (2002). Using smoothed data histograms for cluster visualization in self-organizing maps. En *Proceedings of the intl conf on artificial neural networks (icann 2002)*.

Petit Pérez, M. F. & Solbes Matarredona, J. (2012). La ciencia ficción y la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, *30*(2), 69-86.

Población Sáez, A. J. (2006). *Las Matemáticas en el Cine*. Proyecto Sur de Ediciones S.L. Real Sociedad Matemática Española.

Polster, B. & Ross, M. (2008). MMDB The Mathematical Movie Database. Recuperado el 20 de marzo de 2013, desde http://www.qedcat.com/moviemath/index.html

Polster, B. & Ross, M. (2012, julio). *Math Goes to the Movies*. Johns Hopkins University Press.

Quero Gervilla, M. (2003). Televisión: niñera y compañera Panorama del consumo televisivo en España. *Red digital: Revista de Tecnologías de la Información y Comunicación Educativas*, (3).

Raga Benedicto, M. C., Muedra Jornet, A. & Requena Sala, J. (2009). *Matemáticas de cine*. Generalitat Valenciana.

Raga Benedicto, M. C., Muedra Jornet, A. & Requena Sala, J. (2010). Matemátiques de cine (entrevista). *Mestre a casa, revista digital*, 2.

Ramos, A. & Font, V. [V]. (2006). Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. *La Matematica e la sua didattica*, 1-15.

Reinhold, A. G. (2011). The Math in the Movies Page. Recuperado el 10 de noviembre de 2013, desde http://world.std.com/~reinhold/mathmovies.html

Requena Fraile, Á. (2014). Matemáticas de cine: recursos para el aula. Recuperado el 15 de agosto de 2014, desde http://matedecine.wordpress.com/

Roberts, F. & Roberts, D. (2014). Math and the Movies! Recuperado desde http://mathbits.com/MathBits/MathMovies/MathMovies.htm

Saltzberg, D. (2013). The Big Blog Theory: The science behind the science. Recuperado el 18 de enero de 2014, desde http://thebigblogtheory.wordpress.com/

Sobrecueva, L. (2014). Subzin - Find quotes in movies and series. Recuperado el 15 de octubre de 2014, desde http://www.subzin.com/

Sorando Muzás, J. M. (2004). Matemáticas... de cine. *Suma: Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, *47*, 125-131.

Sorando Muzás, J. M. (2007). Gazapos matemáticos en el cine y en la televisión. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, *55*, 117-125.

Sorando Muzás, J. M. (2009a). CineMATeca: Escenas. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, *61*, 119-124.

Sorando Muzás, J. M. (2009b). Matemáticas por todos los caminos. En *Xiv jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas* (pp. 1-15).

Sorando Muzás, J. M. (2012). Cine y estadística (1). *Suma: Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 99-104.

Sorando Muzás, J. M. (2014). Matemáticas en tu mundo: matemáticas en el cine y en las series de TV: un recurso para el aula. Recuperado el 20 de febrero de 2014, desde http://catedu.es/matematicas%5C_mundo/CINE/cine.htm

Spanhel, D. (2011). Un enfoque para integrar la educación en medios, en la instrucción y en el día a día de la escuela secundaria. *Enseñanza & Teaching: Revista interuniversitaria de didáctica*, 181-190.

Thuneberg, H. & Hotulainen, R. (2006, junio). Contributions of data mining for psycho-educational research: what self-organizing maps tell us about the well-being of gifted learners. *High Ability Studies*, *17*(1), 87-100.

Tilkin, G., Leroux, M., Mateusen, L. & McLeod, R. (2001). *Model Instruments for a Common Evaluation (MICE-T)*. Socrates Comenius 2. Recuperado desde http://www.mice-t.net/mice.html

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project*. Kluwer Academic Publishers.

Ultsch, A. (2003). *U * -Matrix : a Tool to visualize Clusters in high dimensional Data.* University of Marburg. Marburg, Germany.

Verret, M. (1975). *Le temps des études* (Tesis doctoral, París: Librairie Honoré Champion.).

Vesanto, J. (1999, marzo). SOMBased Data Visualization Methods. *Intelligent Data Analysis*, *3*(2), 111-126. doi:10.1007/BF02945214

Vesanto, J. & Ahola, J. (1999). Hunting for Correlations in Data Using the Self-Organizing Map. En *Proceeding of the international icsc congress on computational intelligence methods and applications (cima'99)* (279285). Academic Press.

Virta, A. & Halver, D. (2011). *Quadratic Regression: Apollo 13 (Graduate Fellows in K-12 Education)*, University of Minnesota Duluth. Recuperado desde http://www.d.umn.edu/gk12/FellowTeacherTeams/2010-11teams/AmyVirta-DebHalver10-11/Regression-Apollo13.pdf

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

Wilhelmi, M. R., Font, V. & Godino, J. D. (2005). Bases empiriques de modèles théoriques en didactique des mathématiques: réflexions sur la théorie de situations didactiques et le point de vue ontologique et sémiotique. En *Colloque international didactiques : quelles references epistemologiques?* (pp. 1-10). Bordeaux, France: Association Francophone Internationale de Recherche Scientifique en Education (AFIRSE).

REFERENCIAS A PELÍCULAS Y SERIES DE FICCIÓN

Allen, W. (2000). Granujas de medio pelo. Dreamworks.

Alvart, C. (2009). Pandorum. Constantin Film Produktion / Overture Films / Alliance Films.

Amenábar, A. (2009). ÁGORA. Telecinco Cinema / Mod Producciones / Himenóptero.

Aronofsky, D. (1998). Pi, fe en el caos. Harvest Film Works Truth & Soul / Planttain Films.

Benigni, R. (1997). La vida es bella. Miramax International / Mario & Vittorio Cecchi Gori / Melampo Cinematografica.

Cantolla, D., Gallego, L. & García, G. (2005). Pocoyó. Granada International / Zinkia Entertainment.

Clark, L., Luske, H., Meador, J. & Reitherman, W. (1959). Donald y las matemáticas. Walt Disney Productions.

Eggeling, V. (1924). Sinfonía diagonal. Universum Film A.G. (Ufa), Berlín.

Fleming, V. (1939). El mago de Oz. MGM.

Greenaway, P. (1969). Intervals. Zeitgeist Video.

Groening, M. (1989). Los Simpson. Gracie Films / 20th Century Fox Television / Film Roman.

Groening, M. (1999). Futurama. 20th Century Fox Television.

Heuton, C. & Falacci, N. (2005). Numb3rs. The Barry Schindel Company / Scott Free Productions / Paramount Network Television / CBS Paramount Network Television.

Howard, R. (1995). Apolo XIII. Imagine Entertainment.

Howard, R. (2001). Una mente maravillosa. Dreamworks / Universal Pictures / Imagine Entertainment.

Howard, R. (2006). El código Da Vinci. Columbia Pictures / Imagine Entertainment.

Johnston, J. (1999). Cielo de octubre. Universal Pictures.

Jones, T. & Gilliam, T. (1975). Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores. Columbia.

Kubrick, S. (1968). 2001: Una odisea del espacio. Metro-Goldwyn-Mayer (MGM) / Stanley Kubrick Productions.

Lin, J. (2005). El desafío (Annapolis). Touchstone Pictures.

Lorre, C. & Prady, B. (2007). The Big Bang Theory. Warner Bros Television.

Lubin, A. (1941). Abbott and Costello In the Navy. Universal Pictures.

Luketic, R. (2008). 21 Black Jack. Columbia Pictures.

Madden, H., Conrad, G., McWane, K., Chialtas, G. S., Pollack, S. & Wong, A. (2000). Dora la exploradora. Nickelodeon Studios.

McTiernan, J. (1995). Jungla de cristal III: la venganza. 20th Century Fox / Silver Pictures.

Menéndez, R. (1988). Lecciones inolvidables. Warner Bros Pictures.

Miller, B. (2011). Moneyball. Michael De Luca Productions / Scott Rudin Productions / Specialty Films.

Mosquera, G. (1996). Moebius. Gustavo Mosquera.

Natali, V. (1997). Cube. Cube Libre / The Feature Film Project / The Harold Greenberg Fund / Odeon Films / Ontario Film Development Corporation / Téléfilm Canada / Viacom Canada.

Piedrahita, L. & Sopeña, R. (2007). La habitación de Fermat. Notro Films.

Sant, G. V. (1997). El indomable Will Hunting. Miramax International.

Spielberg, S. (2008). Indiana Jones y el reino de la calavera de cristal. Paramount Pictures / Lucasfilm.

Stone, O. (1987). Wall Street. 20th Century Fox / Edward R. Pressman Production.

Weill, C. (1980). Ahora me toca a mí. Columbia Pictures.

Zemeckis, R. (1997). Contact. Warner Bros Pictures.

Parte VI

APÉNDICES

A

CUESTIONARIO DE LA FASE AVANZADA

Figura A.1: Aspecto del formulario online para ajustar el cuestionario piloto

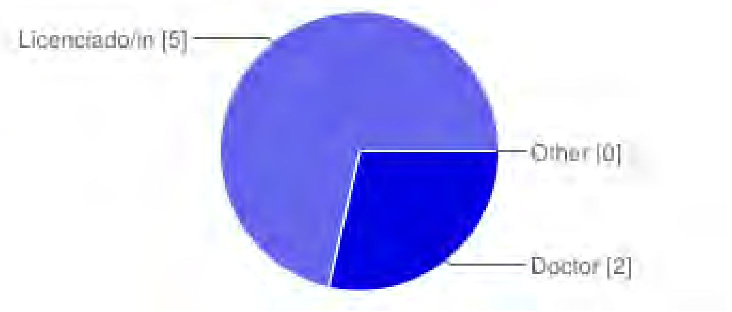
7 responses

View all responses   Publish analytics

Summary

Formación y experiencia profesional

Título académico



Doctor	2	29%
Licenciado/ingeniero	5	71%
Other	0	0%

Campo de conocimiento

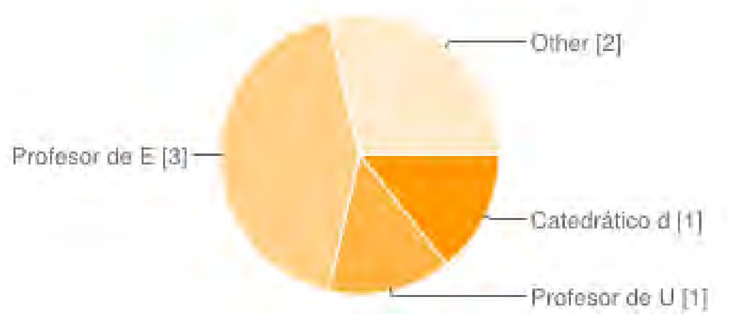
Matemáticas

Eduación

Educación

EDucación, Matemáticas

Puesto profesional



Catedrático de Universidad	1	14%
Profesor de Universidad	1	14%
Profesor de Enseñanza Secundaria	3	43%
Other	2	29%

Datos de contacto

Lamberto López y Miguel Angel García Luque

jaime.martinez@uca.es

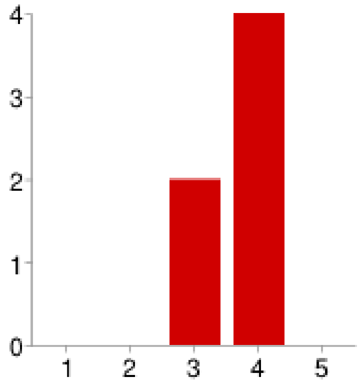
angelrequenaen@gmail.com

jmsorando@ono.com

Antonio Costa

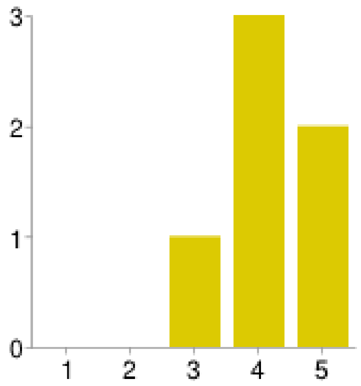
Las matemáticas serán importantes para tu futura vida personal y profesional

Claridad



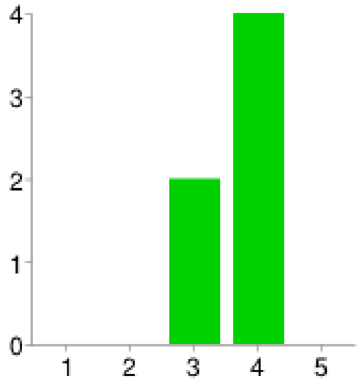
1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	4	57%
5	0	0%

Pertinencia



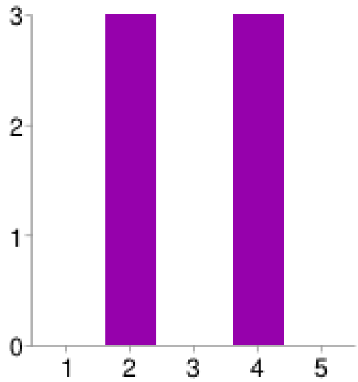
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	3	43%
5	2	29%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	4	57%
5	0	0%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	3	43%
3	0	0%
4	3	43%
5	0	0%

Observaciones libres sobre esta pregunta

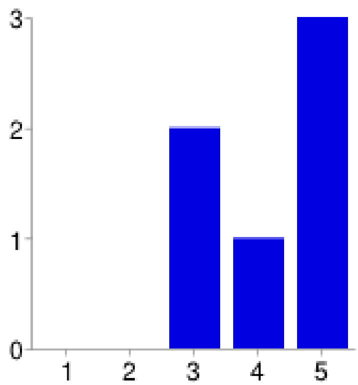
En 2º ESO, la futura vida personal y profesional queda muy lejos de su pensamiento

Para que sea clara es necesario saber si la respuesta va a ser del tipo nada, poco, algo, muy importantes, Queda claro que evaluamos percepción y no realidades

Las valoraciones que hemos dado tienen muy en cuenta que se trata de alumnos de 2º de ESO. También es posible que las respuestas del alumnado pudieran estar condicionadas por la atracción o repulsión que tengan hacia las matemáticas.

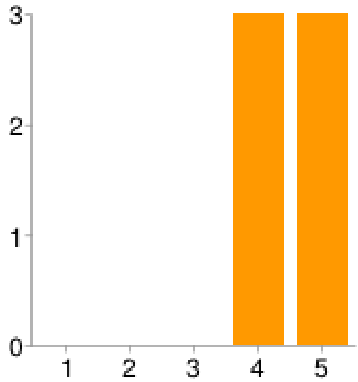
El profesor me anima para que mejore mis conocimientos e interés por las matemáticas

Claridad



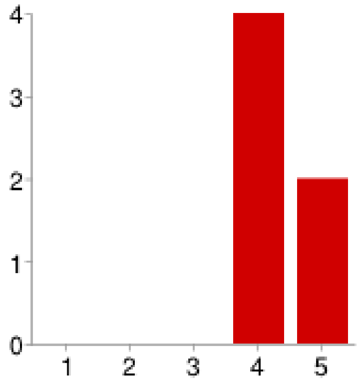
1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	1	14%
5	3	43%

Pertinencia



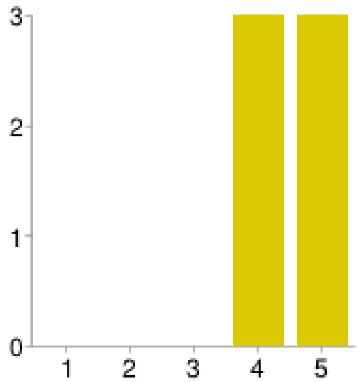
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	4	57%
5	2	29%

Adecuada al nivel educativo



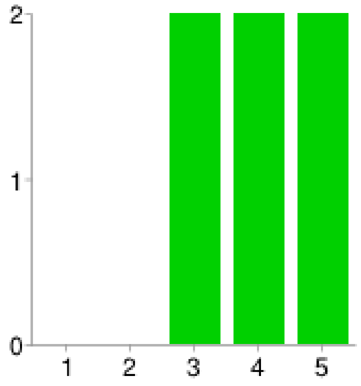
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Como en la anterior. Conviene para evaluar no solo conocer la pregunta, también las respuestas

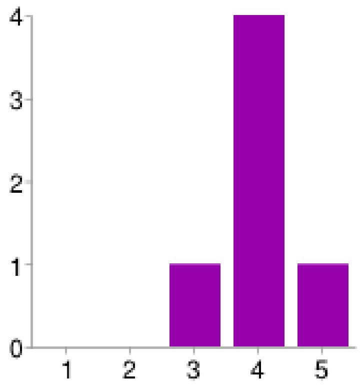
El profesor me aconseja y me enseña a estudiar

Claridad



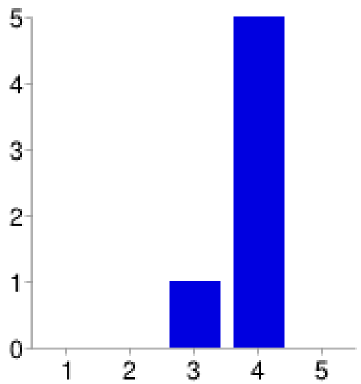
1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	2	29%
5	2	29%

Pertinencia



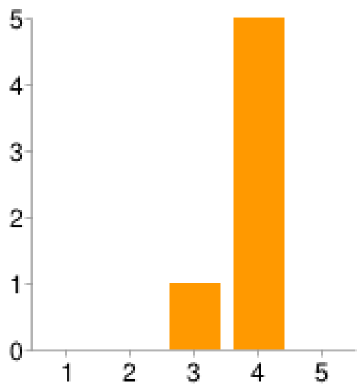
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	4	57%
5	1	14%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	5	71%
5	0	0%

Adecuada al nivel educativo



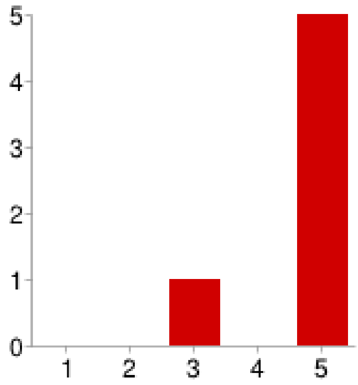
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	5	71%
5	0	0%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Podría incluirse la expresión "me ayuda"

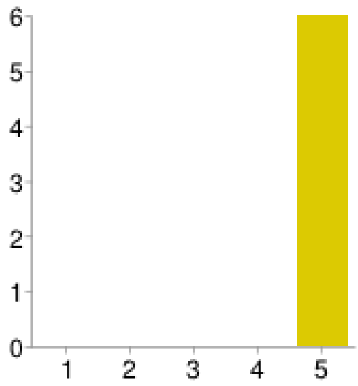
Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana

Claridad



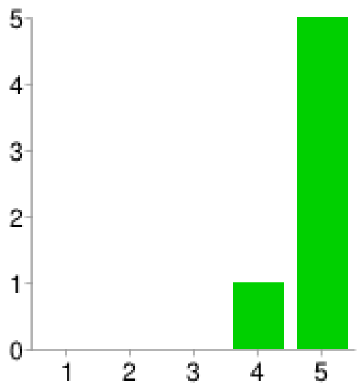
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	0	0%
5	5	71%

Pertinencia



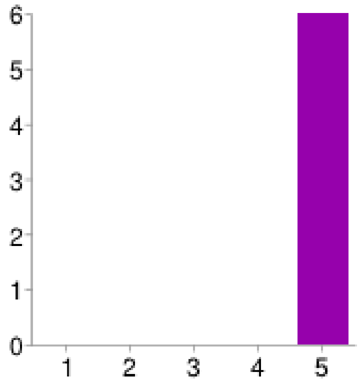
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Adecuada al nivel educativo



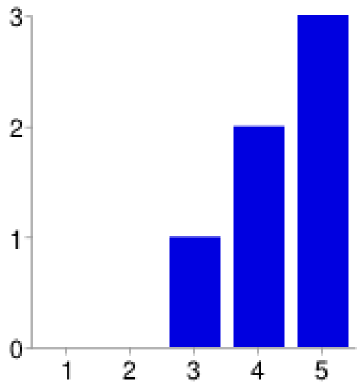
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Igual

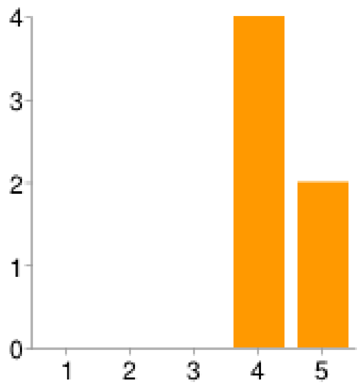
Me siento motivado (a gusto) en clase de Matemáticas

Claridad



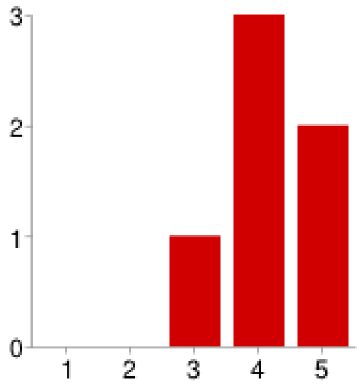
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	2	29%
5	3	43%

Pertinencia



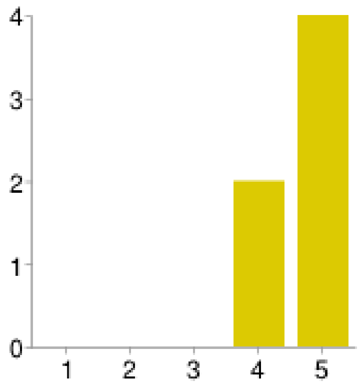
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	4	57%
5	2	29%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	3	43%
5	2	29%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Observaciones libres sobre esta pregunta

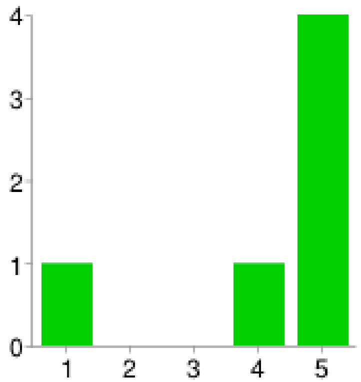
Creo que motivado y a gusto no son equivalentes, como se pudiera pensar al estar entre paréntesis

Los conceptos motivado y a gusto no son sinónimos

No creo que motivado y a gusto sean similares. Si se quiere ser directo basta con preguntar si te gusta la clase de matemáticas. Creo que el término motivado puede eludirse.

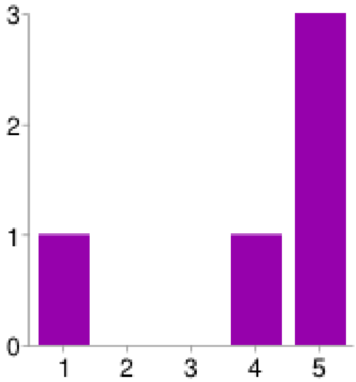
El profesor se divierte cuando nos enseña matemáticas

Claridad



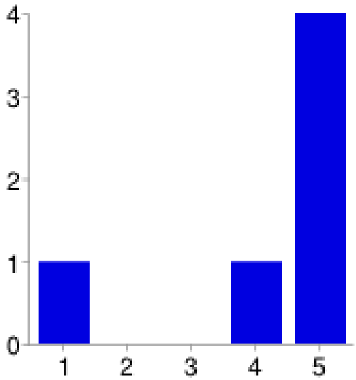
1	1	14%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	4	57%

Pertinencia



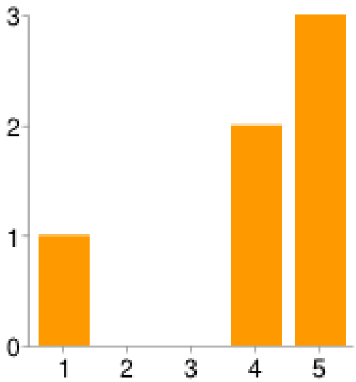
1	1	14%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	3	43%

Coherencia



1	1	14%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	4	57%

Adecuada al nivel educativo



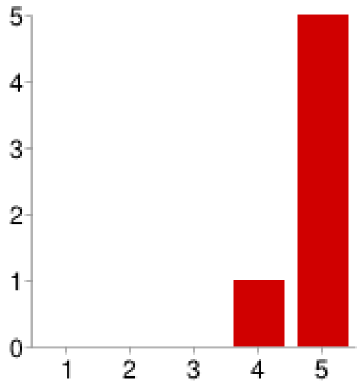
1	1	14%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	3	43%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Se "divierte" qué significa, ¿que se ríe del alumno?, así podría se percibido por un adolescente de 2º de ESO.

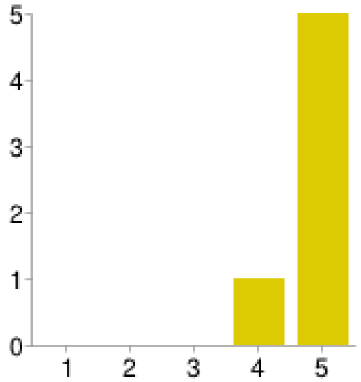
Pregunto al profesor cuando no entiendo algún ejercicio

Claridad



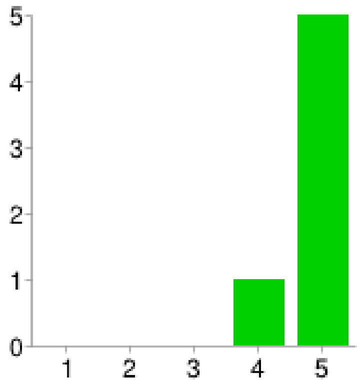
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Pertinencia



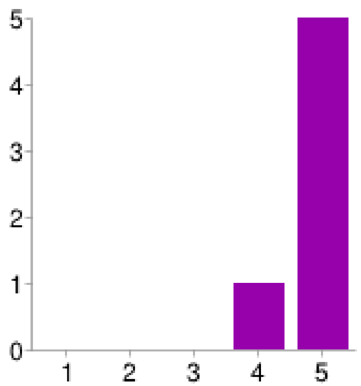
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Adecuada al nivel educativo



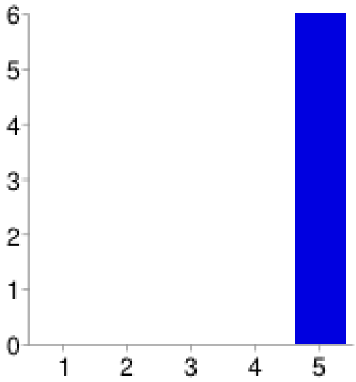
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Debería completarse con otra pregunta sobre si el profesor le constesta y si lo hace conmprensiblemente

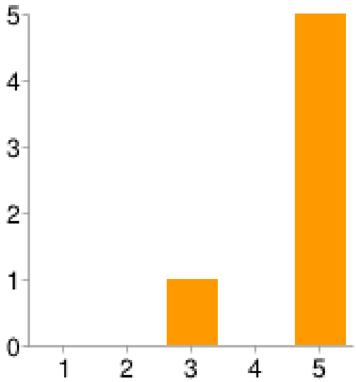
Entiendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa

Claridad



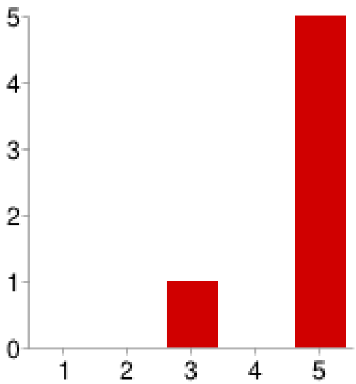
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Pertinencia



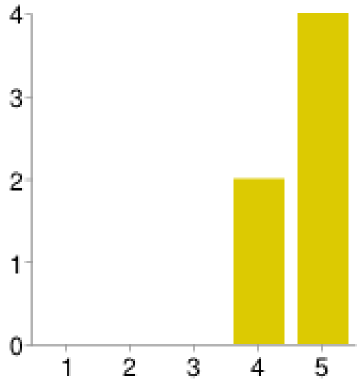
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	0	0%
5	5	71%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	0	0%
5	5	71%

Adecuada al nivel educativo



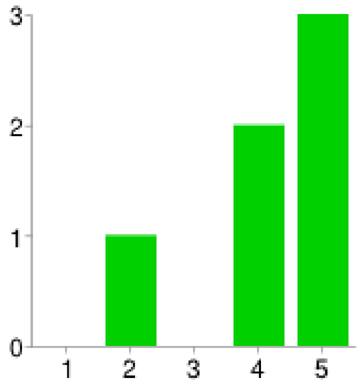
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Completar con otra pregunta sobre si sabe hacerlos. Una sería sobre comprensión y la otra sobre dificultad.

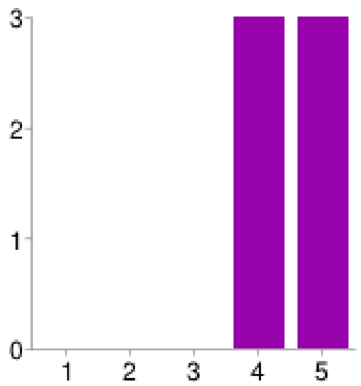
El profesor de matemáticas me hace sentir que puedo ser bueno en Matemáticas

Claridad



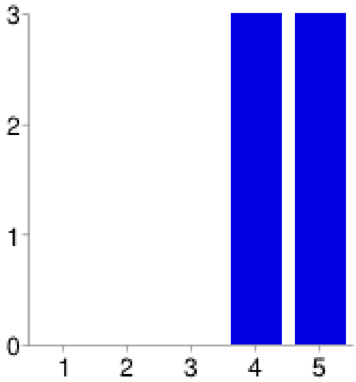
1	0	0%
2	1	14%
3	0	0%
4	2	29%
5	3	43%

Pertinencia



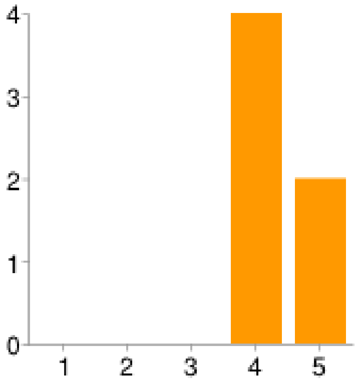
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

Adecuada al nivel educativo



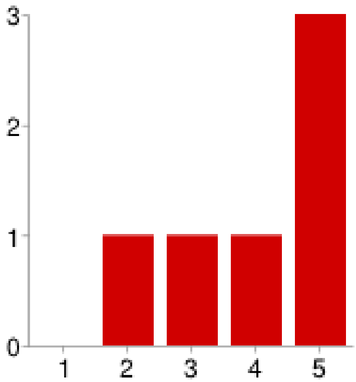
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	4	57%
5	2	29%

Observaciones libres sobre esta pregunta

No responses yet for this question.

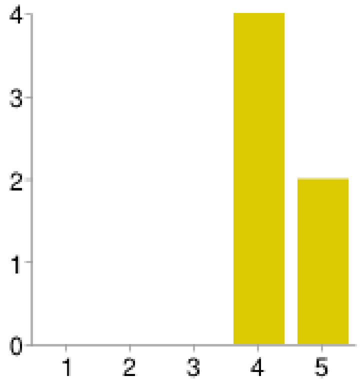
El profesor tiene en cuenta los intereses de los estudiantes

Claridad



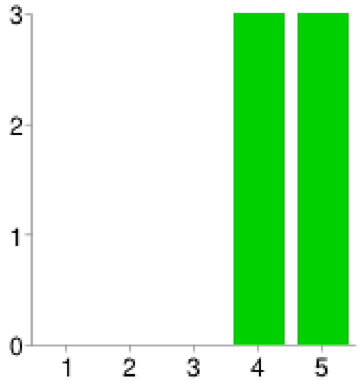
1	0	0%
2	1	14%
3	1	14%
4	1	14%
5	3	43%

Pertinencia



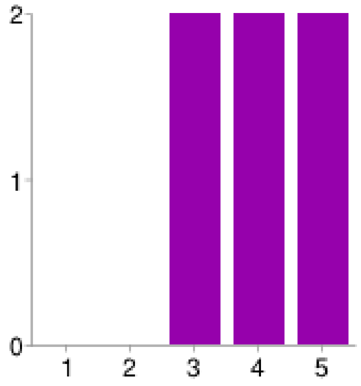
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	4	57%
5	2	29%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	2	29%
5	2	29%

Observaciones libres sobre esta pregunta

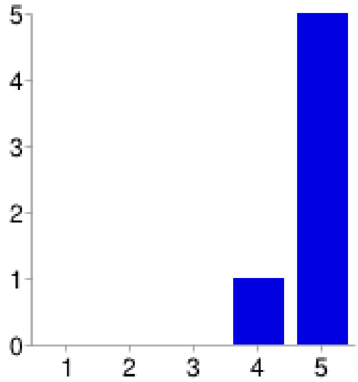
¿Conoce el alumno los intereses de los estudiantes, o solos los suyos?

Formulación poco adecuada a un adolescente de esa edad

No sé si la palabra intereses es la adecuada si lo que se desea saber es si tiene en cuenta las características de los estudiantes

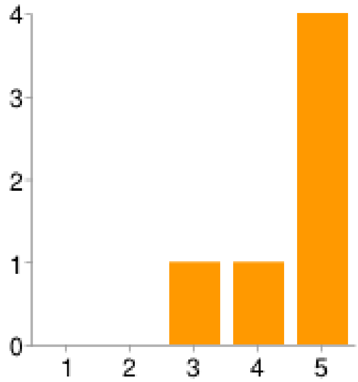
En primaria me gustaban las matemáticas

Claridad



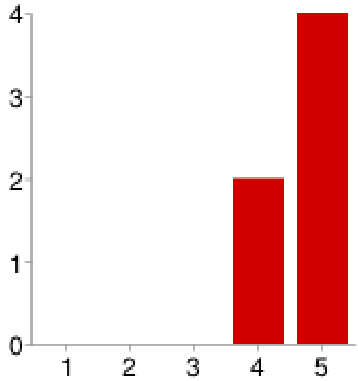
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Pertinencia



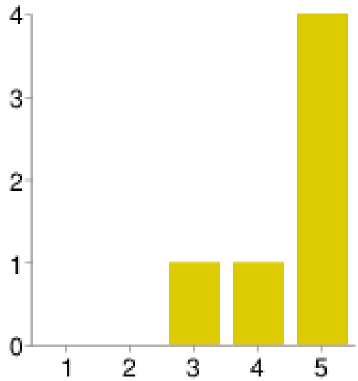
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	1	14%
5	4	57%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Adecuada al nivel educativo



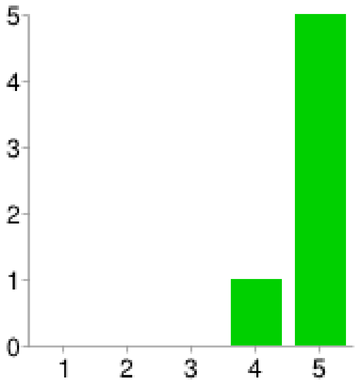
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	1	14%
5	4	57%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Insisto en las respuestas ...

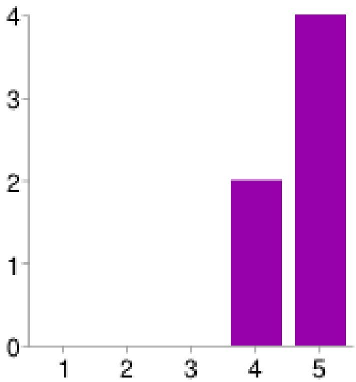
Me gusta cómo enseña mi profesor de Matemáticas

Claridad



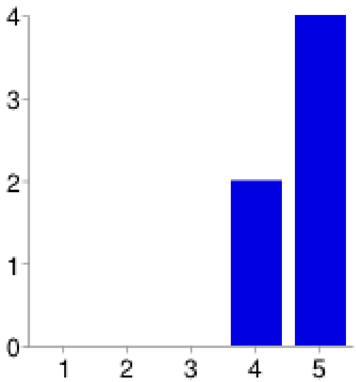
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Pertinencia



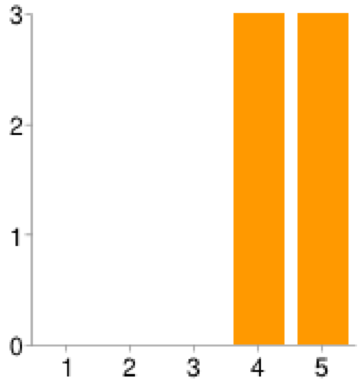
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Adecuada al nivel educativo



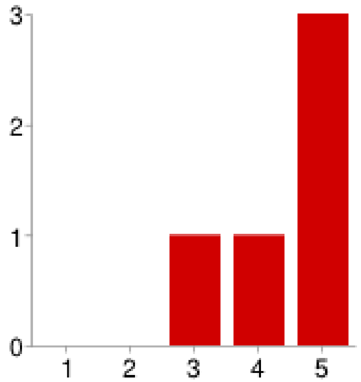
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

Observaciones libres sobre esta pregunta

No responses yet for this question.

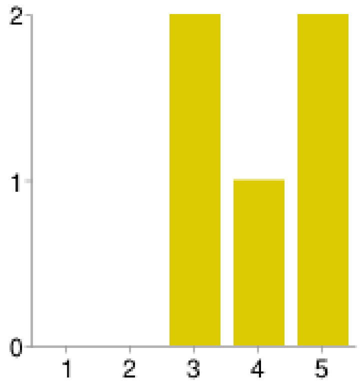
Cuando acabe Secundaria, espero emplear lo aprendido en Matemáticas

Claridad



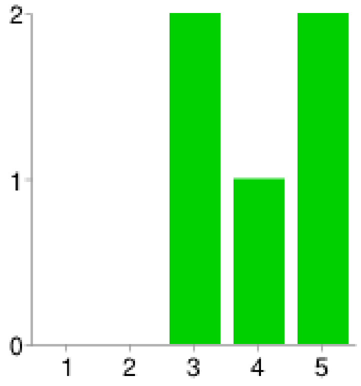
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	1	14%
5	3	43%

Pertinencia



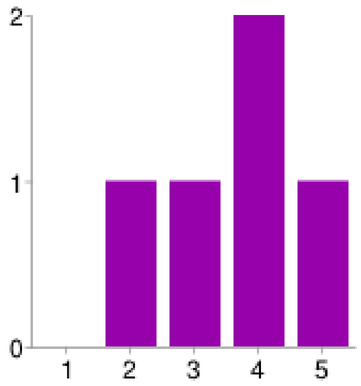
1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	1	14%
5	2	29%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	1	14%
5	2	29%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	1	14%
3	1	14%
4	2	29%
5	1	14%

Observaciones libres sobre esta pregunta

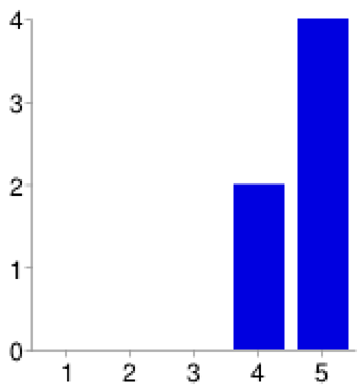
¿Y antes no? ¿Hasta que no se acabe la etapa no se puede aplicar?

Esta bien por complementar la pregunta de la utilidad. Las preguntas parcialmente redundantes suelen ser útiles

No queda claro qué significa "espero emplear"

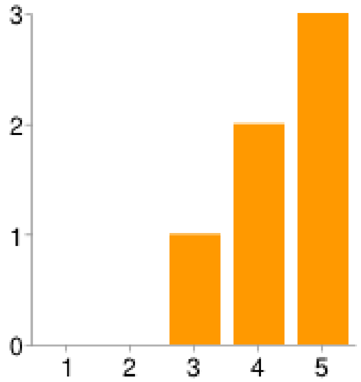
Después de cada evaluación, el profesor me comenta mis progresos

Claridad



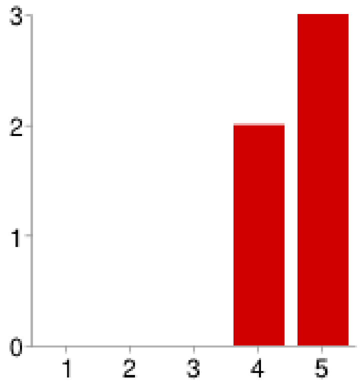
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Pertinencia



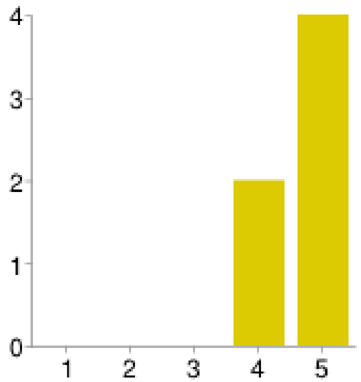
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	2	29%
5	3	43%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	3	43%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

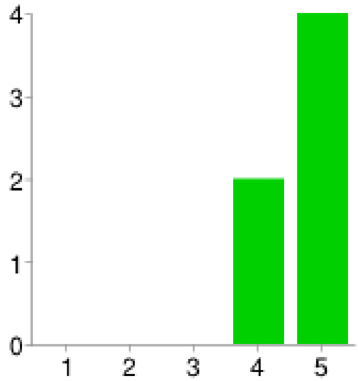
Observaciones libres sobre esta pregunta

¡Ojo! No es Primaria. Un profesor de IES puede dar clase a seis grupos, y son al menos 180 alumnos. No es fácil comentar los progresos con 180 alumnos uno a uno considerados.

Debería completarse con otra sobre si les comenta sus fallos o en lo que van mal

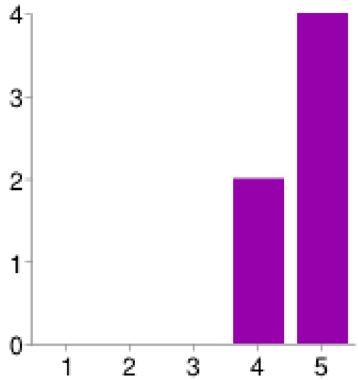
El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas

Claridad



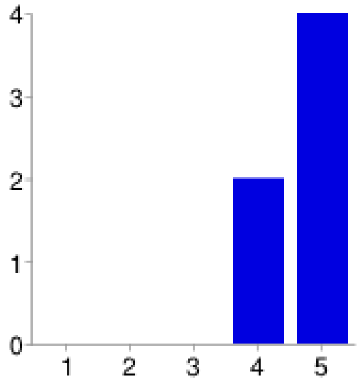
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Pertinencia



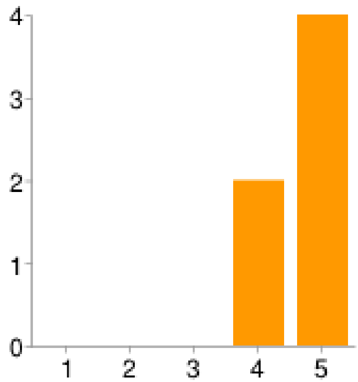
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Adecuada al nivel educativo



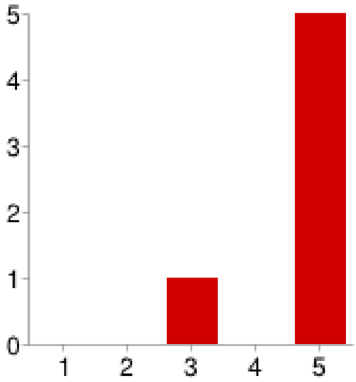
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Observaciones libres sobre esta pregunta

No responses yet for this question.

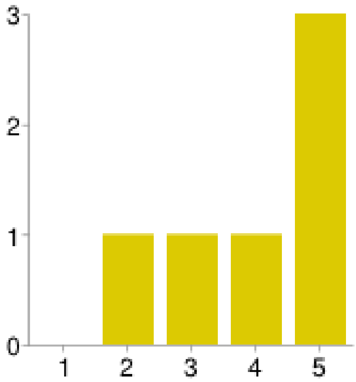
Saber matemáticas me ayudará a ganarme la vida

Claridad



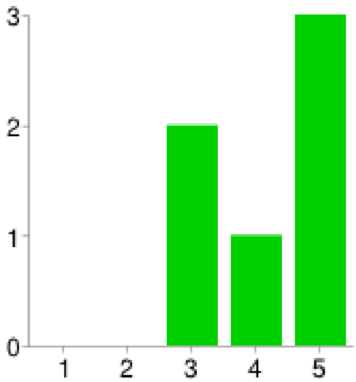
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	0	0%
5	5	71%

Pertinencia



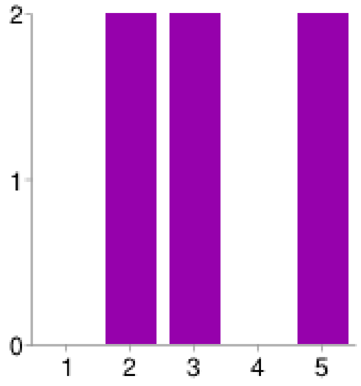
1	0	0%
2	1	14%
3	1	14%
4	1	14%
5	3	43%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	1	14%
5	3	43%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	2	29%
3	2	29%
4	0	0%
5	2	29%

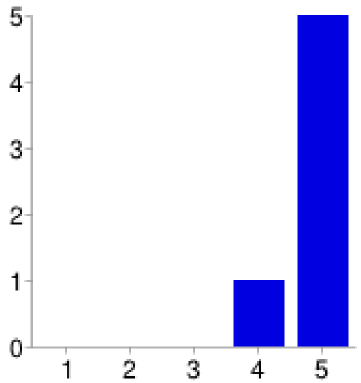
Observaciones libres sobre esta pregunta

A esa edad, en general, no se plantean el futuro profesional

Aquí se echa mucho de menos la respuesta pues el tal vez está en el aire. Para evaluar el cuestionario hay que saber las respuestas

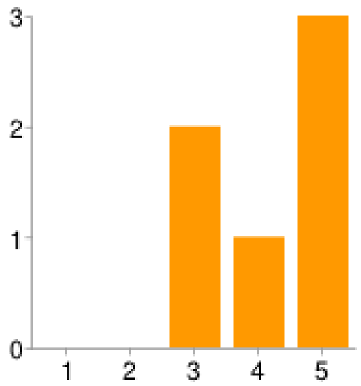
Soy bueno en Matemáticas

Claridad



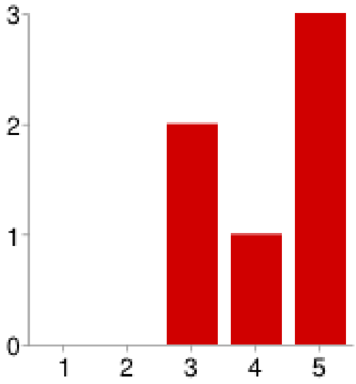
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Pertinencia



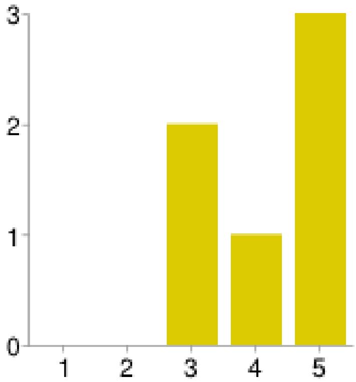
1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	1	14%
5	3	43%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	1	14%
5	3	43%

Adecuada al nivel educativo



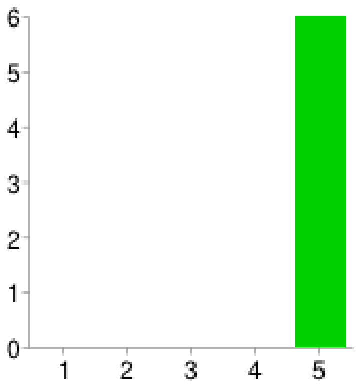
1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	1	14%
5	3	43%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Buena pregunta si va unida a la siguiente. Relacionada con se me dan bien. Hay tres cosas que evaluar: si se dan bien, si te gustan y si se saca buena nota.

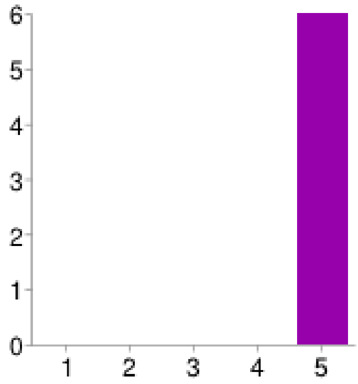
Me gustan las matemáticas

Claridad



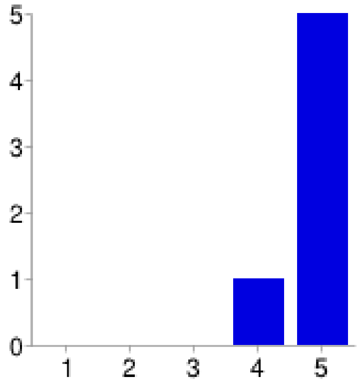
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Pertinencia



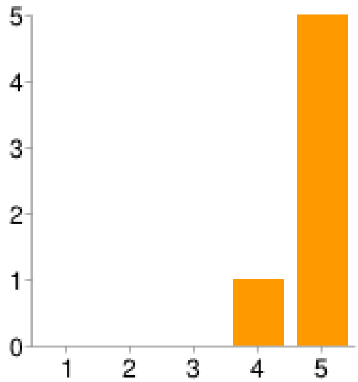
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Adecuada al nivel educativo

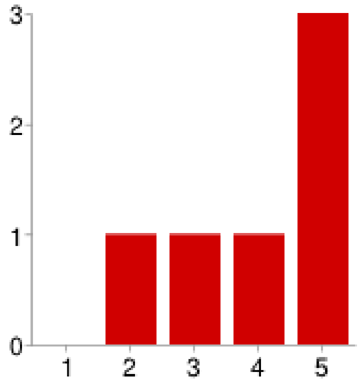


1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Observaciones libres sobre esta pregunta

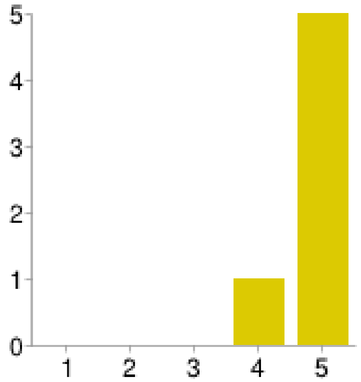
En general, las clases son participativas

Claridad



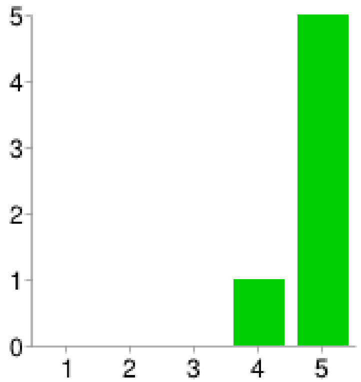
1	0	0%
2	1	14%
3	1	14%
4	1	14%
5	3	43%

Pertinencia



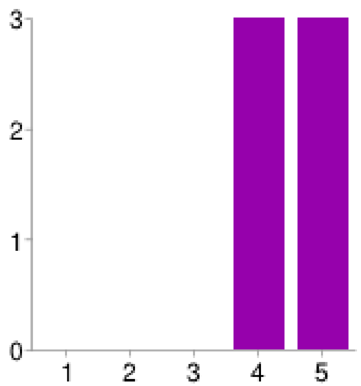
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

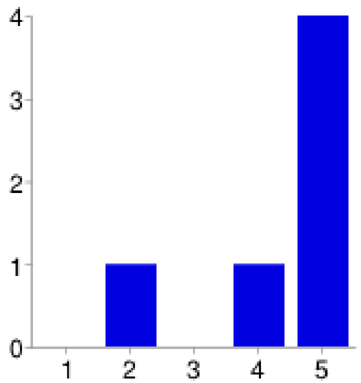
Observaciones libres sobre esta pregunta

Tal vez se debería remarcar que participativo no quiere decir que todo el mundo habla venga o no a cuento con el tema que se esta tratando

El concepto participativa es confuso en estas edades

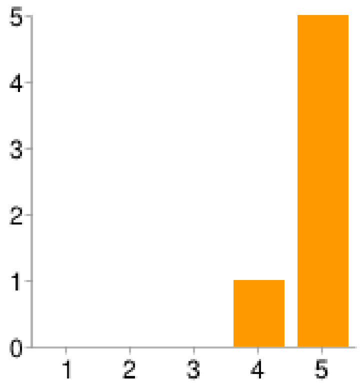
Me implico en la clase de matemáticas (atiendo, pregunto, colaboro en las actividades propuestas, etc.)

Claridad



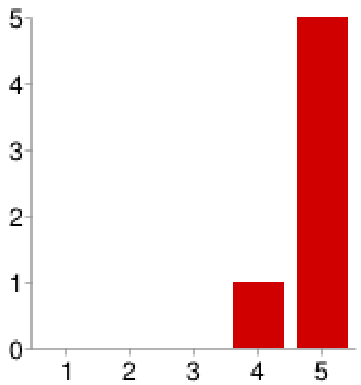
1	0	0%
2	1	14%
3	0	0%
4	1	14%
5	4	57%

Pertinencia



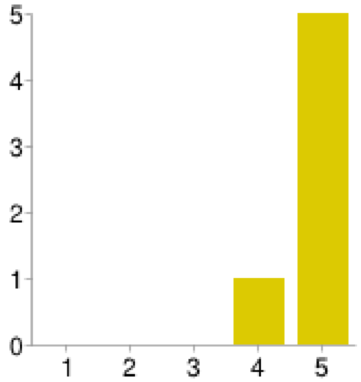
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

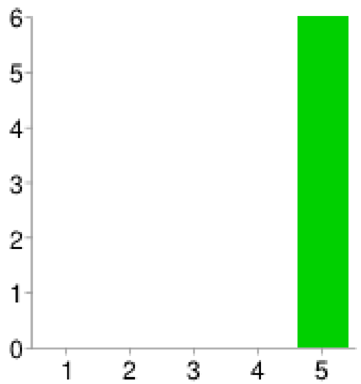
Observaciones libres sobre esta pregunta

Atender, preguntar, colaborar, son terminos diferentes. Sería mejor dividr en varias preguntas, cada una con un concepto.

Igual que en la anterior, creo que debería quedar claro que pregunto sobre el tema, que colaboro y no me limito a copiar de la pizarra o de un compañero,...

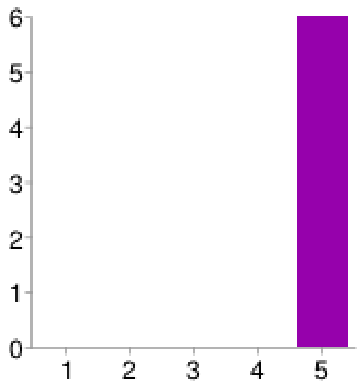
Me gusta ver películas y series en mi tiempo libre

Claridad



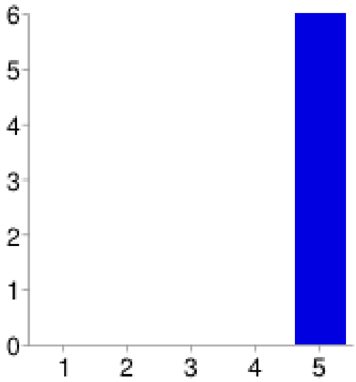
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Pertinencia



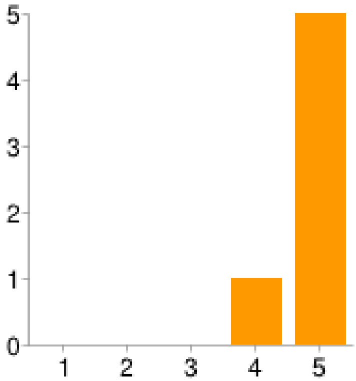
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Adecuada al nivel educativo



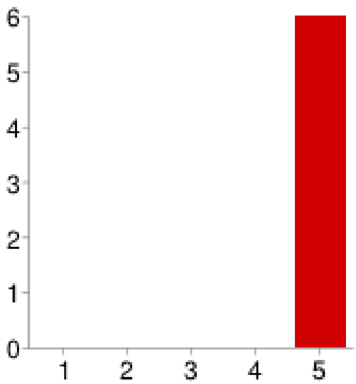
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Observaciones libres sobre esta pregunta

No responses yet for this question.

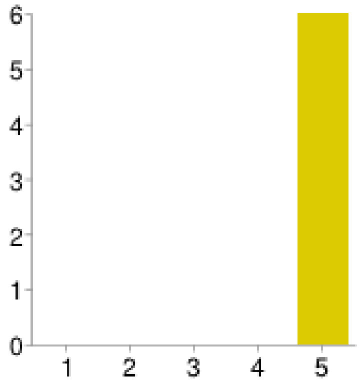
En general, mis profesores (de cualquier asignatura) utilizan películas y series en clase

Claridad



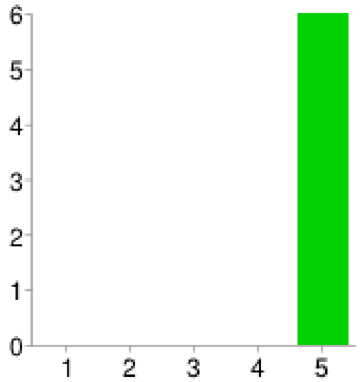
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Pertinencia



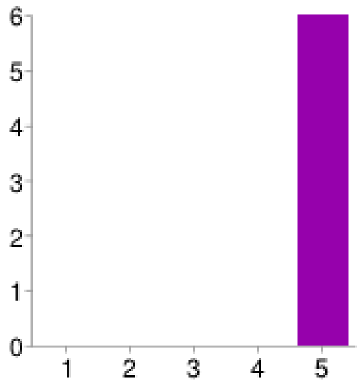
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Adecuada al nivel educativo



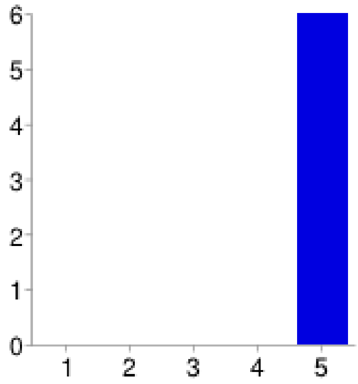
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Observaciones libres sobre esta pregunta

No responses yet for this question.

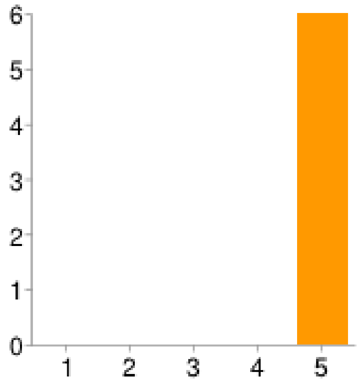
Mis profesores de Matemáticas utilizan películas y series en clase

Claridad



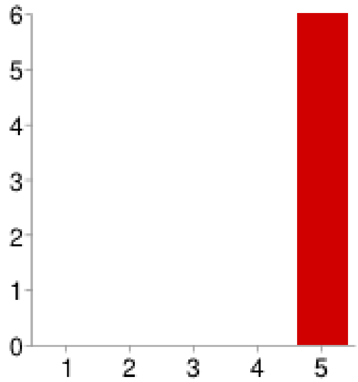
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Pertinencia



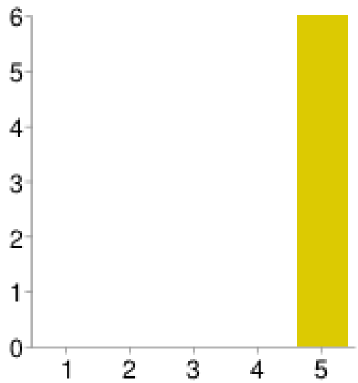
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Adecuada al nivel educativo



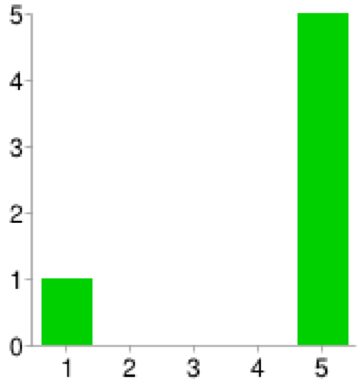
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Observaciones libres sobre esta pregunta

No responses yet for this question.

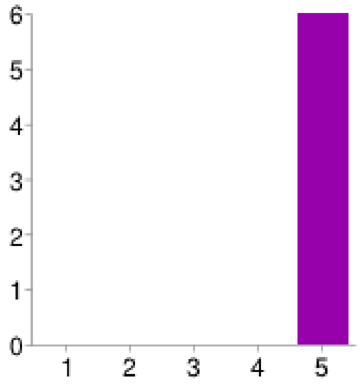
Suelen aparecer ideas matemáticas en películas y series

Claridad



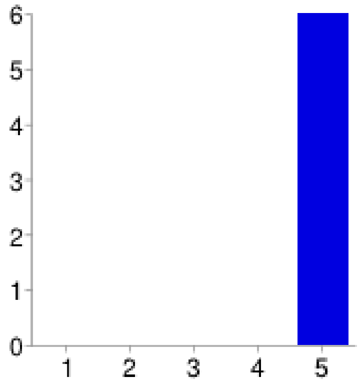
1	1	14%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	5	71%

Pertinencia



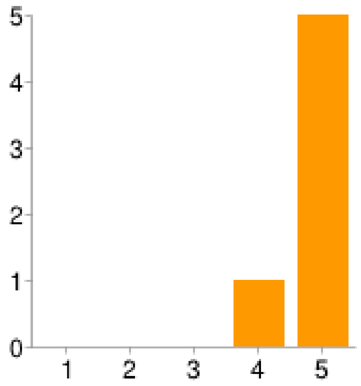
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	6	86%

Adecuada al nivel educativo



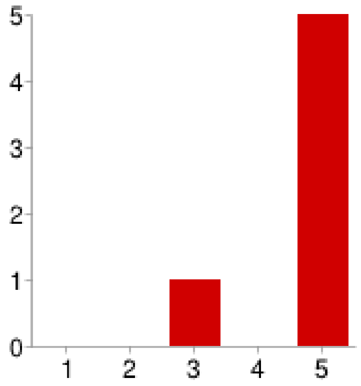
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Observaciones libres sobre esta pregunta

El concepto "!ideas matemáticas" es poco comprensible. Sería mejor preguntar por "números o problemas matemáticos", que son conceptos más cercanos a esa edad.

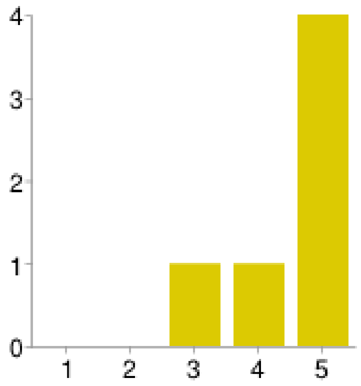
Hay películas y series en las que los protagonistas emplean ecuaciones para resolver situaciones.

Claridad



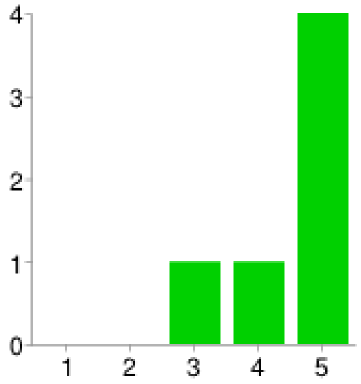
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	0	0%
5	5	71%

Pertinencia



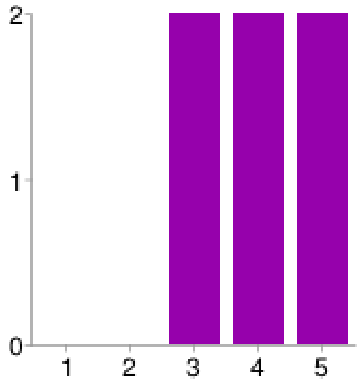
1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	1	14%
5	4	57%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	1	14%
4	1	14%
5	4	57%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	0	0%
3	2	29%
4	2	29%
5	2	29%

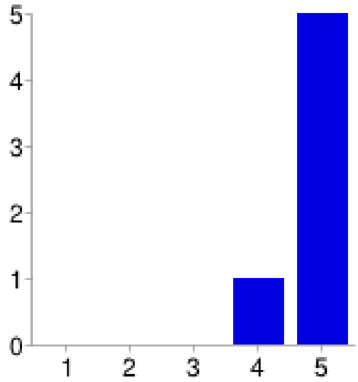
Observaciones libres sobre esta pregunta

Las ecuaciones aparecen como "contenidos mínimos" por vez primera en 2º ESO, aunque en muchos centros se inician ya en 1º ESO. Aún en este último caso, hasta la segunda mitad de curso en 2º ESO el contacto que han tenido con las mismas es escaso y es prematuro focalizar en ellas.

Yo plantearía la pregunta de otro modo: ¿Hay películas y series en las que los protagonistas emplean matemáticas para resolver situaciones? Porque no se si en 2º ESO tienen claro que son las ecuaciones si no aparecen explicitamente escritas.

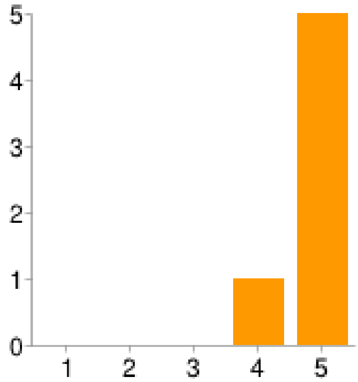
Hay películas y series en las que los protagonistas emplean sus conocimientos sobre figuras y formas geométricas.

Claridad



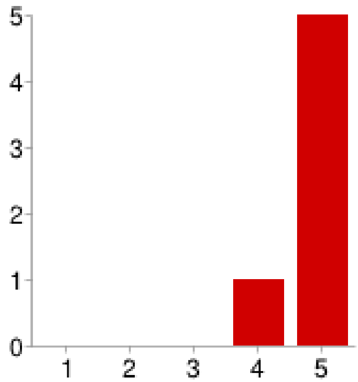
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Pertinencia



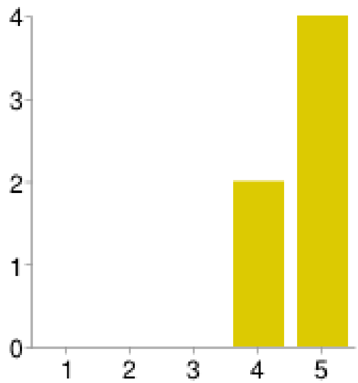
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Adecuada al nivel educativo



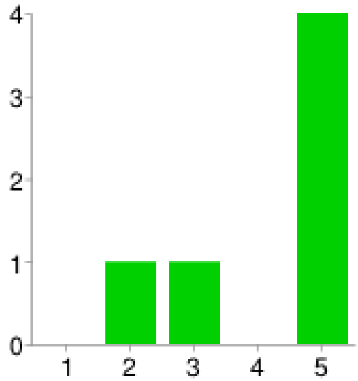
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Quizá excesivas preguntas sobre lo mismo

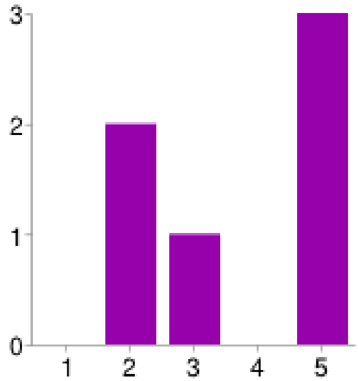
Hay películas y series en las que los protagonistas emplean sus conocimientos sobre azar y probabilidad.

Claridad



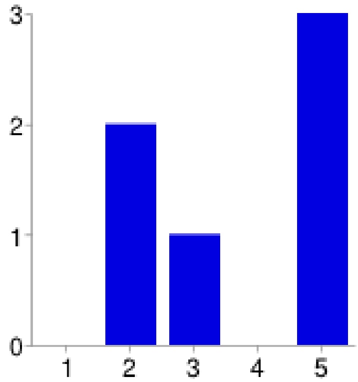
1	0	0%
2	1	14%
3	1	14%
4	0	0%
5	4	57%

Pertinencia



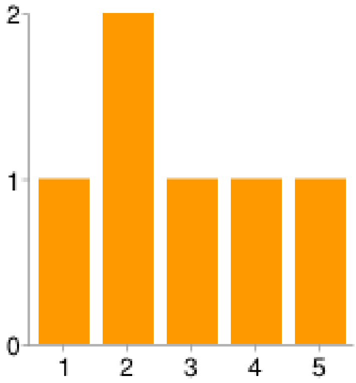
1	0	0%
2	2	29%
3	1	14%
4	0	0%
5	3	43%

Coherencia



1	0	0%
2	2	29%
3	1	14%
4	0	0%
5	3	43%

Adecuada al nivel educativo



1	1	14%
2	2	29%
3	1	14%
4	1	14%
5	1	14%

Observaciones libres sobre esta pregunta

Es poco probable que alumnos de 2º de ESO hayan comprendido los concpetosde azar y probabilidad

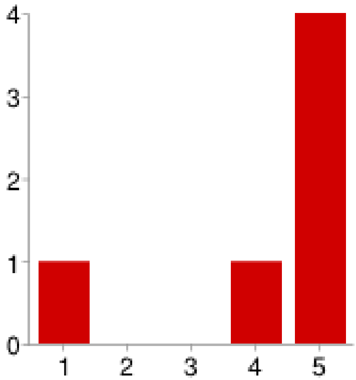
Como con las ecuaciones, no sé si ellos, de una conversación podrían deducir si aparecen ideas sobre este tema. En cambio con la Geometría es más claro para ellos.

Quizá en segundo todavía no se tiene una clara idea de todo lo que es parte de la matemática ...

La probabilidada no la han estudiado nunca hasta entonces.

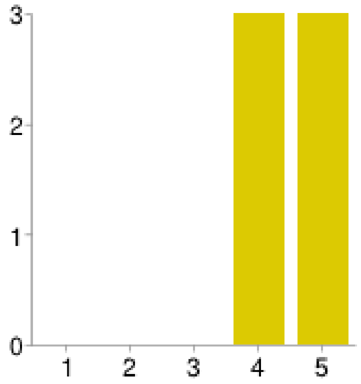
Me gustan las películas y series en las que aparecen ideas matemáticas

Claridad



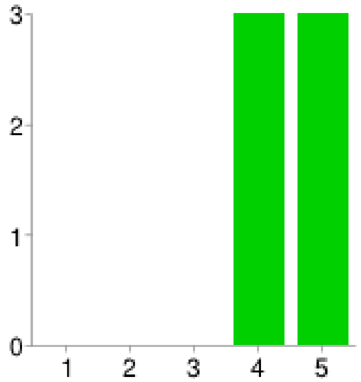
1	1	14%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	4	57%

Pertinencia



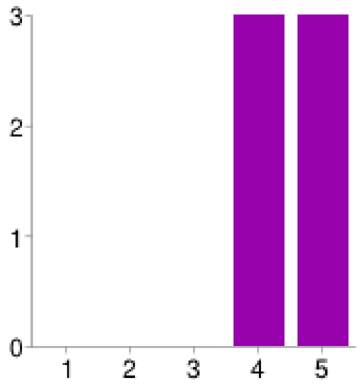
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	3	43%
5	3	43%

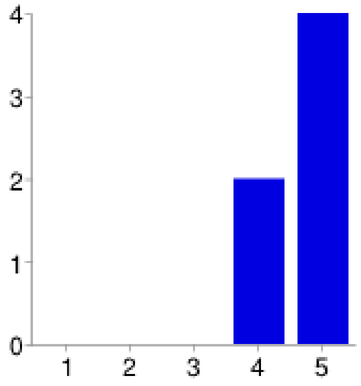
Observaciones libres sobre esta pregunta

Vale la observación anterior sobre el concepto ideas

En vez de las preguntas anteriores, pondría esta (como "cajón de sastre"), una que hablase de cálculos y otra de figuras geométricas.

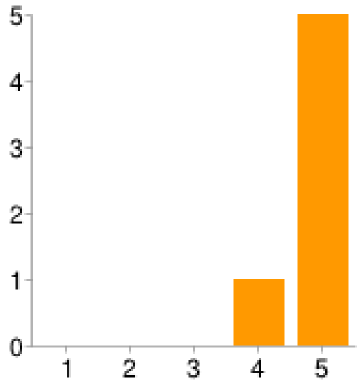
Aprendo mejor las matemáticas con ejemplos de situaciones reales

Claridad



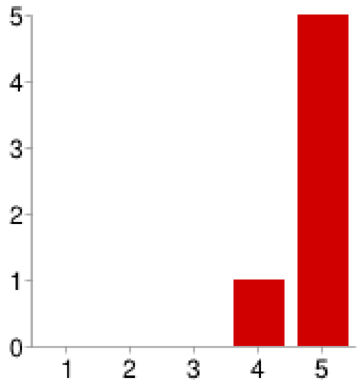
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	2	29%
5	4	57%

Pertinencia



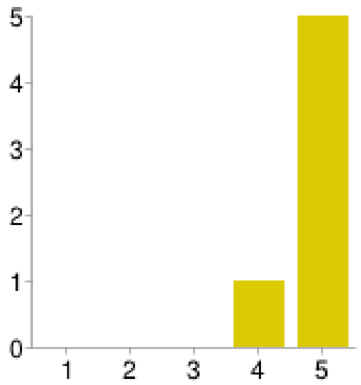
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Coherencia



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Adecuada al nivel educativo



1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	1	14%
5	5	71%

Observaciones libres sobre esta pregunta

No responses yet for this question.

Fin del cuestionario

Observaciones libres sobre el cuestionario

En general, no termino de entender de qué va. Tan solo he puesto algunos comentarios algo obvios.

Los cuestionarios son siempre útiles. La cuestión sería saber para qué se hacen, a quienes se van a pasar y que uso se va a hacer de los resultados. Si el objetivo es llamar la atención sobre el papel del cine y su utilidad sobran muchas de las preguntas iniciales. Si lo que se quiere es hacer una evaluación sobre la enseñanza de las matemáticas y como añadido lo del cine vale lo que está, pero las primeras preguntas tendrán solo interés para el evaluador si no llegan a su profesor para mejorar su enseñanza.

Nos parece un cuestionario muy interesante, aunque recomendamos aclarar algunos conceptos y téminos, tales como ideas matemáticas, "azar y probabilidad", Te deseamos suerte en la investigación. Lamberto y Miguel Angel

Number of daily responses

El cuestionario final fue el siguiente:

1. Las matemáticas son importantes en muchas profesiones
2. El profesor me anima para que mejore mis conocimientos e interés por las matemáticas
3. El profesor me aconseja y me ayuda a estudiar
4. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana
5. Me gusta la clase de Matemáticas
6. Se nota que a mi profesor le gusta enseñar matemáticas
7. Pregunto al profesor cuando no entiendo algún ejercicio
8. Cuando pregunto al profesor, me contesta de forma que yo lo pueda entender
9. Comprendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa
10. Los ejercicios que manda el profesor como deberes me parecen muy complicados
11. El profesor de Matemáticas me hace sentir que puedo ser bueno en Matemáticas
12. En primaria me gustaban las matemáticas
13. Me gusta cómo enseña mi profesor de Matemáticas
14. Cuando acabe Secundaria, utilizaré lo aprendido en Matemáticas
15. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas
16. Soy bueno en Matemáticas
17. Me gustan las matemáticas

18. Atiendo en clase de Matemáticas

19. Me esfuerzo en hacer los ejercicios y problemas que se mandan en clase

20. En las clases de Matemáticas los alumnos participan (proponiendo soluciones a los ejercicios y problemas, preguntando dudas, etc.)

21. Aprendo mejor las matemáticas con ejemplos de situaciones reales

22. En las películas y series se ven situaciones en las que puedo imaginarme a mí mismo como protagonista

23. Me gusta ver películas y series en mi tiempo libre ¿Cuáles? ¿De qué tipo?

24. En general, mis profesores (de cualquier asignatura) utilizan películas y series en clase Si es así, ¿cuáles? ¿de qué tipo?

25. Mis profesores de Matemáticas utilizan películas y series en clase Si es así, ¿cuáles? ¿de qué tipo?

26. En las películas y series se ven situaciones propias de la vida real

27. Suelen aparecer números o problemas matemáticos en películas y series ¿Sabrías poner algún ejemplo?

28. Hay películas y series en las que los protagonistas emplean fórmulas matemáticas para resolver situaciones ¿Sabrías poner algún ejemplo?

29. Hay películas y series en las que los protagonistas emplean sus conocimientos sobre figuras y formas geométricas ¿Sabrías poner algún ejemplo?

30. Hay películas y series en las que los protagonistas emplean sus conocimientos sobre juegos de azar ¿Sabrías poner algún ejemplo?

31. Hay películas y series en las que los protagonistas son matemáticos ¿Sabrías poner algún ejemplo?

32. Me gustan las películas y series en las que aparecen ideas matemáticas Si es así, ¿cuáles?

B

CURRÍCULO OFICIAL DE 2º DE ESO

En este anexo recogemos el currículo oficial de la comunidad autónoma de Aragón, que hemos empleado a la hora de analizar la dimensión institucional de los objetos matemáticos puestos en juego, así como la idoneidad ecológica. Hemos convenido en utilizar una rejilla abreviada para no repetirnos en cada una de las secuencias didácticas propuestas.

B.1 CONTENIDOS COMUNES

2C1 Resolución de problemas

Utilización de estrategias y técnicas en la resolución de problemas, tales como:

- Análisis del enunciado
- Ensayo y error
- División del problema en partes
- Comprobación de la solución obtenida

2C2 Descripción verbal

Descripción verbal de procedimientos de resolución de problemas utilizando términos adecuados.

2C3 Interpretación de mensajes

Interpretación de mensajes que contengan informaciones de carácter cuantitativo o sobre elementos o relaciones espaciales

2c4 Autoconfianza

Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas.

2c5 Perseverancia en la búsqueda de soluciones

Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas

2c6 Herramientas tecnológicas

Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas

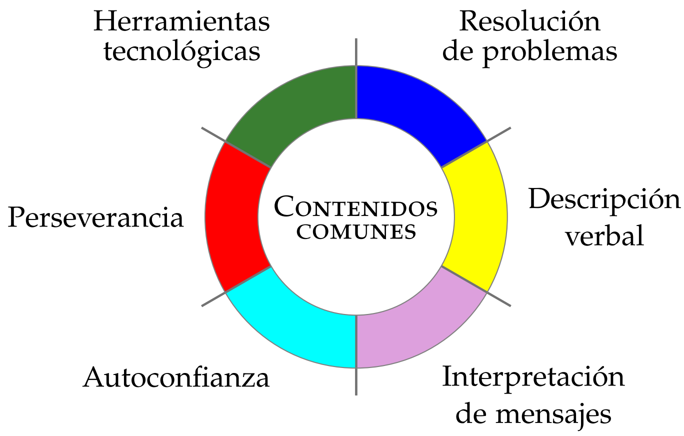


Figura B.1: Rejilla abreviada del currículo oficial para el bloque de contenidos comunes de 2º de ESO

B.2 BLOQUE DE NÚMEROS

2N1 Números naturales

1. Números naturales.
2. Relación de divisibilidad.
3. Criterios de divisibilidad.
4. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos números naturales.
5. Potencias con exponente natural.
6. Cuadrados perfectos.
7. Operaciones con potencias.
8. Utilización de la notación científica para representar números grandes.

2N2 Medida

1. Planificación de tareas de medición previendo los recursos necesarios, el grado de precisión exigido, la unidad de medida, la técnica que se vaya a utilizar, etc.
2. Utilización diestra de instrumentos de medida.
3. Expresión del resultado de la medida en las unidades y con la precisión adecuada a la situación.
4. La medida del tiempo y los ángulos.
5. Medidas de uso corriente en informática.

6. Precisión y estimación en la medida.

2N3 Números racionales

1. Números racionales.
2. Sistemas de representación de racionales
   a) Notación fraccionaria
   b) Notación decimal
   c) Notación porcentual
   d) Recta numérica
   e) Notación científica.
3. Estimaciones, aproximaciones decimales y redondeos.
4. Revisión de las operaciones elementales con fracciones y decimales.
5. Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis.
6. Aproximación decimal de las raíces cuadradas.

2N4 Proporcionalidad

1. Magnitudes directamente e inversamente proporcionales.
2. Análisis de tablas.
3. Razón de proporcionalidad.
4. Reducción a la unidad.
5. Porcentajes.

6. Uso de las relaciones entre fracciones, decimales y porcentajes para elaborar estrategias de cálculo práctico con porcentajes.

7. Aumentos y disminuciones porcentuales.

8. Resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana, tales como intereses, tasas, descuentos, etc., en los que aparezcan relaciones de proporcionalidad directa o inversa.

2N5 Números enteros

1. Números enteros.

2. Representación gráfica.

3. Operaciones elementales.

4. Jerarquía y uso de los paréntesis.

2N6 Procedimientos de cálculo aritmético

1. Utilización de la forma de cálculo mental, escrito o con calculadora, y de la estrategia para contar o estimar cantidades más apropiadas a la precisión exigida en el resultado y la naturaleza de los datos.

2. Estimación, a priori, del orden de magnitud del resultado de cálculos escritos y con calculadora con números naturales y decimales

2N7 Aritmetización de situaciones

Formulación de conjeturas sobre situaciones numéricas y su comprobación mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, ensayo y error, etc.

La correspondiente rejilla abreviada para este bloque queda reflejada en la siguiente tabla.

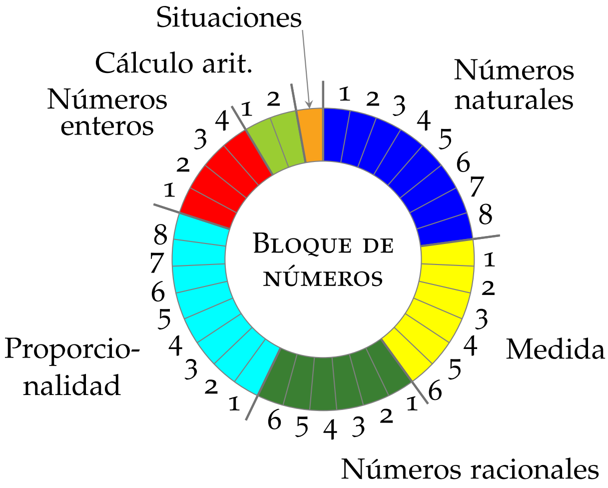


Figura B.2: Rejilla abreviada del currículo oficial para el bloque de números de 2º de ESO

B.3 BLOQUE DE ÁLGEBRA

2A1 El lenguaje algebraico

1. El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones.
2. Utilización del lenguaje algebraico para la expresión de propiedades, relaciones o regularidades de los números y de las figuras.

2A2 Interpretación de fórmulas

1. Lectura, interpretación y escritura de fórmulas y expresiones algebraicas.
2. Valor numérico de una expresión algebraica.

2A3 Ecuaciones de primer grado

1. Identidades y ecuaciones.
2. Significado de las ecuaciones y de las soluciones de una ecuación.
3. Resolución de ecuaciones de primer grado

4. Transformación de ecuaciones en otras equivalentes.

5. Interpretación de la solución.

2A4 Resolución de problemas

1. Utilización de las ecuaciones para la resolución de problemas

2. Resolución de estos mismos problemas por métodos no algebraicos: ensayo y error dirigido

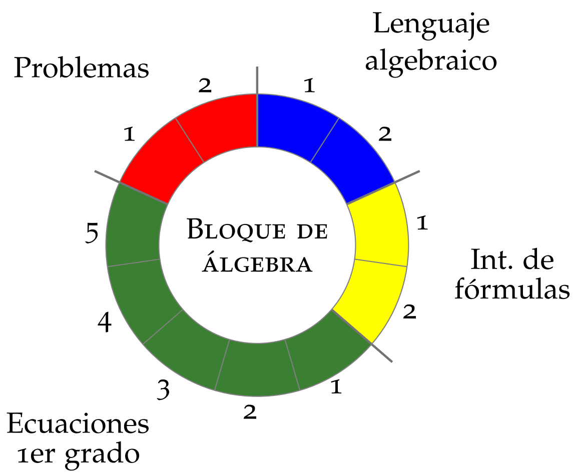


Figura B.3: Rejilla abreviada del currículo oficial para el bloque de álgebra de 2º de ESO

B.4 BLOQUE DE GEOMETRÍA

2G1 Triángulos

1. El triángulo.

2. Triángulos rectángulos.

3. El teorema de Pitágoras.

4. Semejanza de triángulos:

   a) Teorema de Thales.

   b) Criterios de semejanza de triángulos.

2G2 Semejanza

1. Figuras con la misma forma y distinto tamaño.

2. La semejanza.

3. Proporcionalidad de segmentos.

4. Identificación de relaciones de semejanza.

5. Ampliación y reducción de figuras.

6. Obtención, cuando sea posible, del factor de escala utilizado.

7. Razón entre las superficies de figuras semejantes.

8. Homotecia

2G3 Elementos de geometría

1. Elementos básicos de la geometría del espacio.

   a) Punto

   b) Segmento

   c) Recta

   d) Plano.

2. Posición relativa de rectas y planos: incidencia y paralelismo.

3. Ángulos diedros: propiedades y medida.

4. La perpendicularidad.

2G4 Cuerpos en el espacio

1. Cuerpos en el espacio.
2. Prismas y pirámides: descripción, elementos y propiedades.
3. Poliedros.
4. Cilindro, cono y esfera: descripción, elementos y propiedades.
5. Desarrollos planos.
6. Realización de clasificaciones de figuras geométricas del espacio atendiendo a diferentes características.
7. Obtención de figuras planas mediante cortes o proyecciones de figuras espaciales.
8. Áreas y volúmenes de cuerpos en el espacio: concepto y cálculo.

2G5 Situaciones geométricas

1. Utilización de la terminología y notación adecuadas para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas en el plano y en el espacio.
2. Elaboración de definiciones de objetos geométricos en un proceso de depuración de la descripción de sus características.

2G6 Aplicaciones de los teoremas

1. Utilización de los teoremas de Thales y Pitágoras para obtener medidas y comprobar relaciones entre figuras.

2. Resolución de problemas que impliquen la estimación y el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes.

2G7 Problemas

Utilización de propiedades, regularidades y relaciones para resolver problemas del mundo físico.

2G8 Composición de poliedros

Utilización de procedimientos tales como la composición, descomposición, intersección, truncamiento, dualidad, movimiento, deformación o desarrollo de poliedros para analizarlos u obtener otros.

2G9 Razonamiento

1. Utilización de métodos inductivos para formular conjeturas sobre propiedades geométricas.

2. Uso de razonamientos deductivos para validar alguna afirmación o propiedad geométrica sencilla.

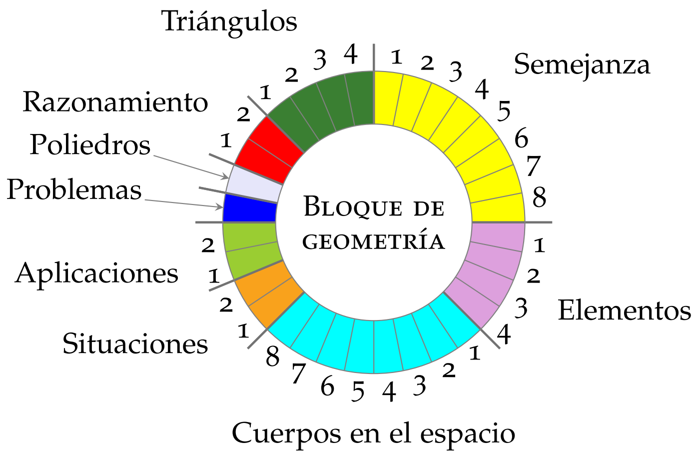


Figura B.4: Rejilla abreviada del currículo oficial para el bloque de geometría de 2º de ESO

B.5 Bloque de funciones y gráficas

2F1 Coordenadas cartesianas

1. Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.
2. Coordenadas cartesianas.
3. Representación de una tabla de valores en unos ejes de coordenadas cartesianas.
4. Construcción de tablas de valores, tanto a partir de una descripción verbal como de una gráfica o de una expresión algebraica.

2F2 Crecimiento y continuidad

1. Aportaciones del estudio gráfico al análisis de una situación: crecimiento y decrecimiento.
2. Continuidad y discontinuidad.
3. Cortes con los ejes.
4. Máximos y mínimos relativos.

2F3 Constante de proporcionalidad

1. Obtención de la relación entre dos magnitudes directa o inversamente proporcionales a partir del análisis de su tabla de valores y de su gráfica.
2. Interpretación de la constante de proporcionalidad.
3. Aplicación a situaciones reales.

4. Relaciones funcionales entre magnitudes directamente proporcionales: expresión algebraica y representación gráfica de las funciones $y = k \cdot x$ e $y = mx + b$

2F4 Representación de situaciones

Representación gráfica de una situación que viene dada a partir de una tabla de valores, de un enunciado o de una expresión algebraica sencilla.

2F5 Interpretación

1. Interpretación de las gráficas como relación entre dos magnitudes.
2. Observación y experimentación en casos prácticos.

2F6 Herramientas tecnológicas

Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.

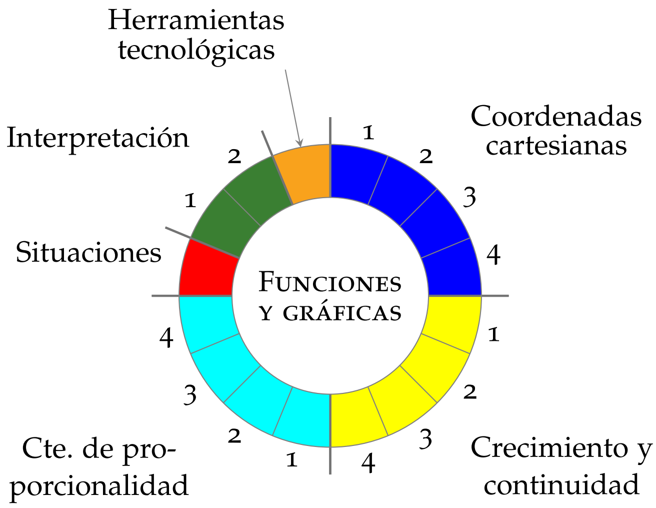


Figura B.5: Rejilla abreviada del currículo oficial para el bloque de funciones y gráficas de 2º de ESO

B.6 BLOQUE DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

2P1 Análisis de datos

1. Diferentes formas de recogida de información.
2. Organización de los datos en tablas.
3. Frecuencias absolutas y relativas, ordinarias y acumuladas

2P2 Diagramas estadísticos

1. Diagramas estadísticos.
2. Lectura e interpretación de la información contenida en tablas y gráficos estadísticos.

2P3 Tablas de frecuencia

1. Elaboración e interpretación de tablas de frecuencia y de diagramas de barras correspondientes.
2. Realización de diagramas de sectores a partir de tablas de frecuencias absolutas y relativas

2P4 Medidas estadísticas

1. Medidas de centralización: media, mediana y moda.
2. Significado, estimación y cálculo.
3. Utilización de la media, la mediana y la moda para realizar comparaciones y valoraciones. Utilización de las propiedades de la media para resolver problemas.

2P5 Hoja de cálculo

Utilización de la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar los cálculos y generar los gráficos más adecuados.

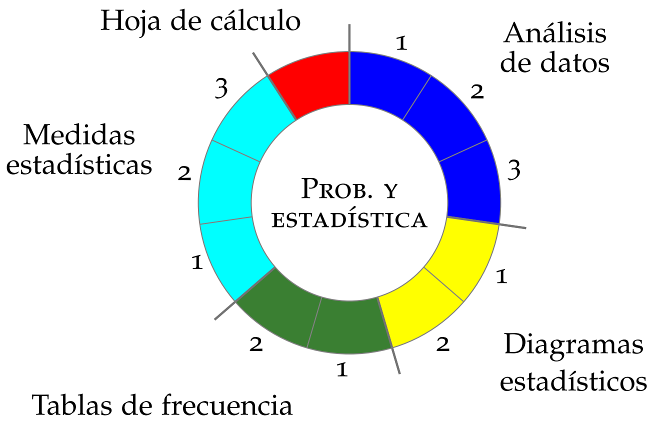


Figura B.6: Rejilla abreviada del currículo oficial para el bloque de probabilidad y estadística de 2º de ESO

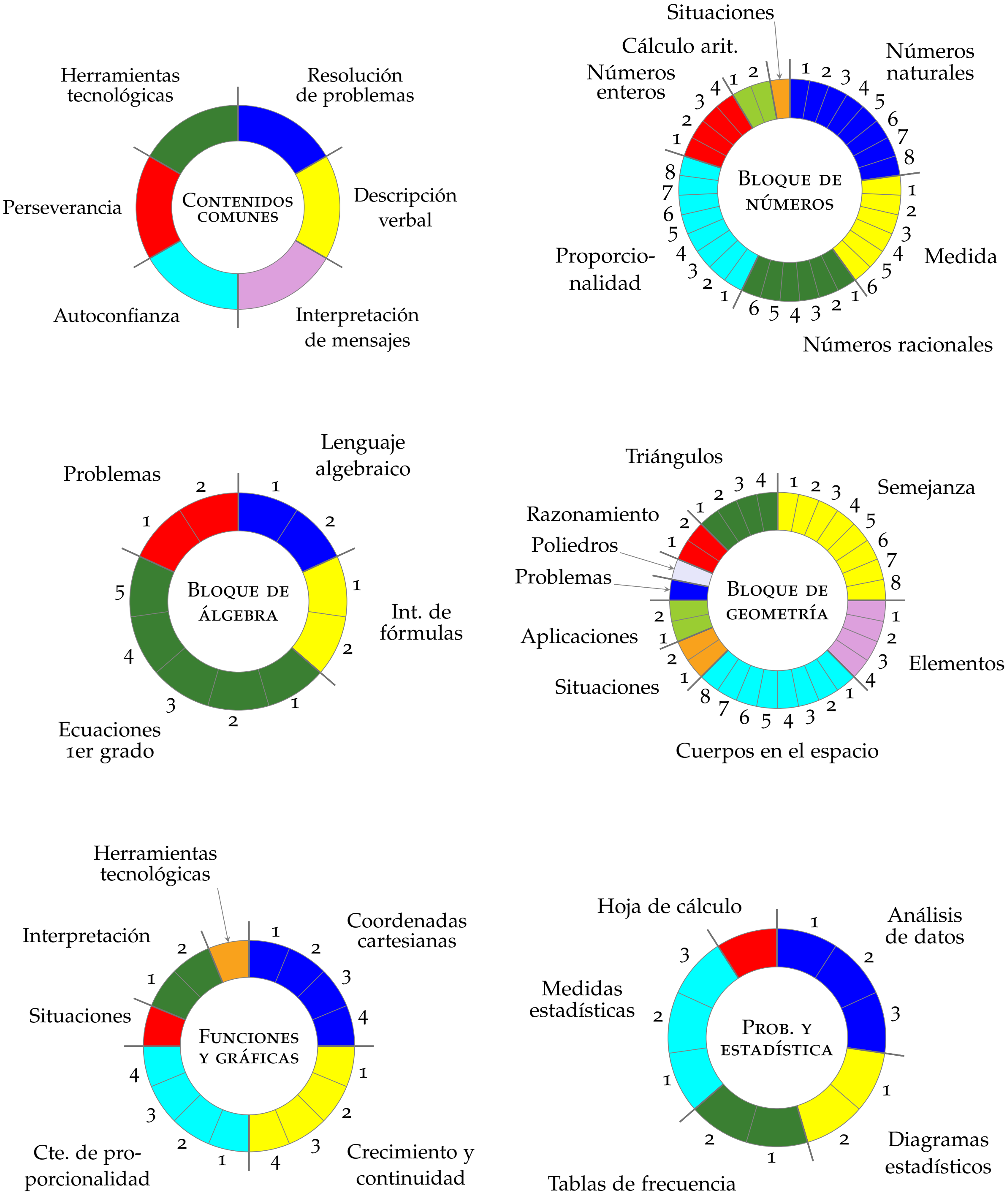


Figura B.7: Recopilación de las rejillas de comprobación de todos los bloques curriculares oficiales para 2º de ESO

C

INDICADORES DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA

En este apéndice recogemos en forma de tablas los indicadores de la idoneidad didáctica que aparecen en el trabajo de J. Godino (2011), a los que hacemos referencia a lo largo de la tesis.

Componentes	Indicadores
Situaciones-problemas	Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación
	Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas.
	Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige
	Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas (definiciones, proposiciones, procedimientos)	Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen.
	Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado.
	Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.
Argumentos	Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen
	Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.
	Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Tabla C.1: Indicadores de la idoneidad epistémica.

COMPONENTES	INDICADORES
Conocimientos previos (se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)
	Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo
	Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje (se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva
	La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia
	Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

Tabla C.2: Indicadores de la idoneidad cognitiva.

COMPONENTES	INDICADORES
Interacción docente-discente	El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.)
	Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.)
	Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento
	Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.
	Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase
Interacción entre alumnos	Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes
	Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos
	Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
Autonomía	Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)
Evaluación formativa	Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos

Tabla C.3: Indicadores de la idoneidad interaccional.

COMPONENTES	INDICADORES
Recursos materiales (manipulativos, calculadoras, ordenadores)	Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (de enseñanza colectiva y de tutorización, tiempo de aprendizaje)	El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

Tabla C.4: Indicadores de la idoneidad mediacional.

COMPONENTES	INDICADORES
Intereses y necesidades	Las tareas tienen interés para los alumnos
	Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.
	Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.
	Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas

Tabla C.5: Indicadores de la idoneidad emocional.

COMPONENTES	INDICADORES
Adaptación al currículo	Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
Apertura hacia la innovación didáctica	Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva
	Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
Adaptación socio-profesional y cultural	Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes
Educación en valores	Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico
Conexiones intra e interdisciplinares	Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares

Tabla C.6: Indicadores de la idoneidad ecológica.

D

FICHA DEL MAPA DE HUMOR DE LOS PROBLEMAS


Mapa de humor de los problemas

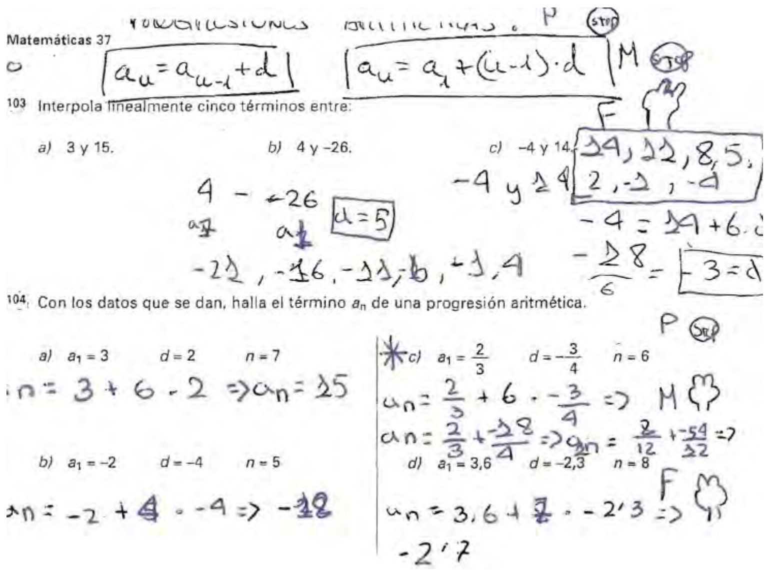
Aquí tienes un mapa de Europa en el que se pronostica el tiempo que hará a lo largo del día. Gracias a los símbolos que aparecen podemos ver, por ejemplo, que en Roma hace sol, mientras que casi toda España está cubierta de nubes.

Vamos a hacer algo parecido para cada una de las actividades que se te han propuesto. Se trata de hacer tu MAPA DE HUMOR DE LOS PROBLEMAS. Con los símbolos que te proponemos, señala cómo te has sentido al leer el enunciado y al realizar el problema, indicando en qué momento del problema te encontrabas.

Figura D.1: Ficha explicativa del mapa de humor de los problemas, tal y como se entregó a los alumnos. Adaptada de (Gómez-Chacón, 2000), donde simplemente se ha actualizado alguno de los iconos para facilitar su dibujo.

E

MUESTRA DE LOS MAPAS DE HUMOR DE LOS ALUMNOS


Matemáticas 37

103 Interpola linealmente cinco términos entre:

a) 3 y 15. b) 4 y −26. c) −4 y 14.

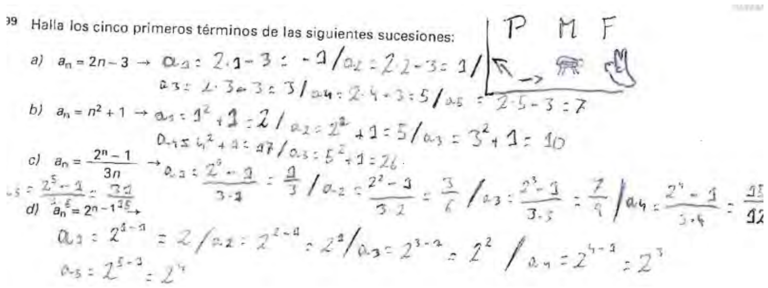
104 Con los datos que se dan, halla el término a_n de una progresión aritmética.

a) $a_1 = 3$ $d = 2$ $n = 7$

b) $a_1 = -2$ $d = -4$ $n = 5$

c) $a_1 = \frac{2}{3}$ $d = -\frac{3}{4}$ $n = 6$

d) $a_1 = 3{,}6$ $d = -2{,}3$ $n = 8$


39 Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 2n - 3$

b) $a_n = n^2 + 1$

c) $a_n = \frac{2^n - 1}{3n}$

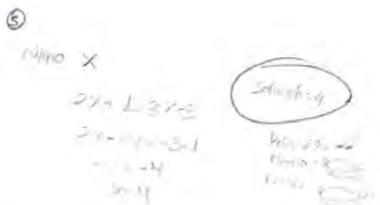
d) $a_n = 2^{n-1}$

4

Pablo x

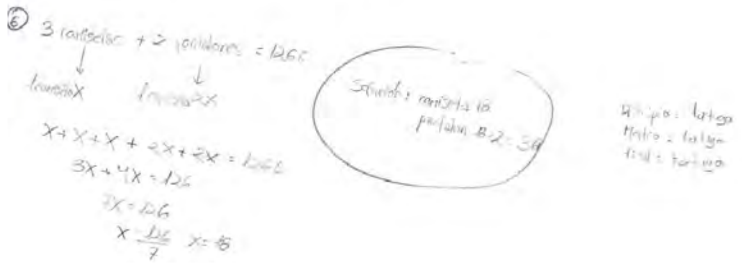
Solución: Pablo 8

$x = \frac{16}{2}$ $x = 8$



5

x



6

3 camisetas + 2 pantalones = 126

$x + x + x + 2x + 2x = 126$

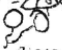
$3x + 4x = 126$

$7x = 126$

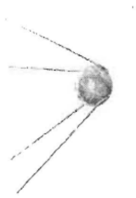
$x = \frac{126}{7}$ $x = 18$

Solución: camiseta 18

pantalón $18 \cdot 2 = 36$

Principio = 
Mitad = 
final = confianza

Cielo de octubre



Pequeña explicación sobre la película

El Sputnik, lanzado por la URSS, fue el primer satélite artificial en orbitar nuestro planeta. Su lanzamiento tuvo lugar en octubre de 1957 y de ahí le viene el título a la película de donde procede la escena que veremos a continuación. Un grupo de alumnos de instituto decide diseñar y construir un cohete para acudir a un concurso científico y así optar a becas universitarias.

En una de sus múltiples pruebas, pierden un cohete con tan mala suerte que coincide con un incendio.

Actividades

1- En la explicación que da Homer ante el Sr. Turner para demostrar que su cohete no inició el fuego del que se les acusa, utiliza la siguiente fórmula:

$$S = \frac{1}{2}at^2$$

¿Qué representan las letras S, a y t en dicha ecuación?

T = tiempo
a = contante de gravedad
S = altitud

F

CERTIFICACIONES DEL PROYECTO COLABORATIVO

Figura F.1: Sello de calidad europeo del proyecto eTwinning *7art Maths*.

G

ALGORITMO DE APRENDIZAJE AUTO-ORGANIZADO

El proceso de aprendizaje de un SOM comprende dos etapas fundamentales: una ordenación global, en la que se produce el *despliegue* del mapa; y un ajuste fino en el que las neuronas se especializan. A lo largo del entrenamiento se presentan los patrones de entrada como ejemplos y la red efectúa una fase de entrenamiento con cada uno de ellos. Cada presentación de patrón y su aprendizaje se denomina iteración. El entrenamiento se considera acabado pasado cierto número de iteraciones máximo.

Al comienzo del entrenamiento, la vecindad de neuronas alrededor de la ganadora comprende una amplia región del mapa, lo que permite una ordenación global de los pesos sinápticos. La modificación de los pesos no se aplica solamente a una neurona específica (la ganadora), sino también a su vecindad. Conforme avanza el entrenamiento el tamaño de la vecindad se reduce, y finalmente solamente se modifican los pesos de las neuronas ganadoras. El resultado final del proceso de aprendizaje es bastante independiente de los detalles de su realización, como por ejemplo, los pesos concretos de partida, la forma de variar el ritmo de aprendizaje o el tamaño de la vecindad.

Las neuronas ajustan sus pesos con la fórmula:

$$\Delta\omega_{um}(t) = \eta(u,t) \cdot (x_m(t) - \omega_{um}(t)) \cdot h_u(r); \quad u = (i,j)$$

donde $h_u(r)$, representa la función vecindad, que genera el valor 1 si la neurona u-ésima es vecina de la ganadora dentro de una región de radio r, y vale cero en caso contrario. El factor de aprendizaje η puede depender del tiempo de entrenamiento y de la neurona que esté siendo ajustada. La expresión matemática de ambas magnitudes se trata en el apartado siguiente.

Una vez que se ha ajustado el mapa al cabo de un cierto número prefijado de iteraciones, se detiene el entrenamiento de la primera fase de ordenamiento global. Se puede realizar a continuación una segunda fase en el aprendizaje, en la que se produce el *ajuste fino del mapa*, de modo que la distribución de los pesos se ajuste más a la de las entradas. El proceso es similar al anterior pero manteniendo el factor de aprendizaje constante e igual a un pequeño valor (por ejemplo, 0.01), y el radio de vecindad a valor uno, de forma que sólo se ajusten las unidades individualmente.

En el proceso de aprendizaje, el número de iteraciones debe ser suficientemente grande por requerimientos estadísticos, proporcional al número de neuronas del mapa e independiente del número de componentes de las entradas. Aunque 500 iteraciones por neurona es una cifra adecuada, de 50 a 100 suelen ser suficientes.

MAGNITUDES DEL APRENDIZAJE El proceso de aprendizaje se efectúa durante un número de iteraciones prefijado T. A lo largo de este periodo de entrenamiento, dos magnitudes del mapa, el factor de aprendizaje (η) y el radio de la región de vecindad (r), son forzadas a decrecer en forma monótona. Posibles funciones decrecientes serían:

$$\eta(t) = \eta_0 \cdot (1 - \tfrac{t}{T}); \qquad r(t) = r_0 \cdot (1 - \tfrac{t}{T})$$

El radio, $r(t)$, de la región de vecindad determina las unidades que se activan conjuntamente bajo la influencia de la unidad ganadora, situada en el centro de dicha región. Inicialmente comienza en un valor elevado (r_0) que abarcará entre la mitad y dos terceras partes del mapa. La función vecindad define en cada iteración las neuronas que pertenecen a la vecindad de la vencedora g. Esta vecindad es simétrica y centrada en g, decreciendo su radio con el tiempo, de forma que únicamente se ajustan las neuronas que distan de la vencedora menos de $r(t)$.

COLOFÓN

Este documento se ha elaborado en LaTeX empleando la plantilla `classicthesis`, desarrollada por André Miede: http://code.google.com/p/classicthesis/

Dicho estilo se inspira en el libro de Robert Bringhurst "*The Elements of Typographic Style*".

Para la redacción se ha utilizado el entorno `Texmaker`: http://www.xm1math.net/texmaker/

Los esquemas y figuras de elaboración propia se han realizado utilizando el paquete de gráficos vectoriales `PGF/TikZ`. Las figuras de la hoja de rejillas se basan en una plantilla de Jake, http://tex.stackexchange.com/users/2552/jake.