UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MARIA ELAINE DOS SANTOS SOARES

CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: UMA ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Canoas, 2016

MARIA ELAINE DOS SANTOS SOARES

CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: UMA ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^{a}. Dr^{a}. Carmen Teresa Kaiber

Canoas, 2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

S676c Soares, Maria Elaine dos Santos.

Conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais : uma análise sob a perspectiva do enfoque ontosemiótico / Maria Elaine dos Santos Soares. – 2016.
230 f. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2016.
Orientadora: Profª. Drª. Carmen Teresa Kaiber.

1. Educação Matemática. 2. Conhecimento matemático. 3. Formação continuada. 4. Professor. 5. Ensino Fundamental. 6. Enfoque Ontosemiótico. I. Kaiber, Carmen Teresa. II. Título.

CDU: 372.851

Bibliotecária responsável – Heloisa Helena Nagel – CRB 10/981

MARIA ELAINE DOS SANTOS SOARES

CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: UMA ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª Dr.ª Denise do Nascimento Silveira - Universidade Federal de Pelotas (UFPEL)

Prof.ª Dr.ª Maria Cristina Kessler – Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)

Prof.ª Dr.ª Claudia Lisete Oliveira Groenwald - Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Prof.ª Dr.ª Jutta Cornelia Reuwsaat Justo - Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

AGRADECIMENTOS

- à Deus, pela vida;
- aos meus pais, pelos ensinamentos;
- ao meu esposo Gilson Sidnei Vargas Soares, por entender a ausência;
- aos familiares, pelo apoio;
- à Profª. Drª. Carmen Teresa Kaiber, que acompanhou essa jornada e contribuiu para o êxito desta Tese, pelo aprendizado, convívio e amizade;
- às Professoras que integraram a banca examinadora, pelas valiosas contribuições;
- aos Professores do Programa de Pós-Graduação – PPGECIM – pelas discussões, reflexões e conhecimentos que aqui se encontram;
- aos colegas do PPGECIM, pelo apoio, trocas de experiência e convívio;
- à colega Jacinta Lourdes Weber Bourscheid, pela amizade, incentivo e horas de estudo, ao longo dessa caminhada;
- à colega Tania Cristina Duarte, pelo companheirismo;
- à colega Cristiane Stedille, pela amizade;
- à Drª. Patrícia Vargas Zillig, pela amizade e competência profissional, tornando possível essa grande jornada;
- à Mariluce Barros Vieira e seus familiares, pelo apoio neste e em outros períodos de meus estudos;
- às colegas professoras de Pelotas que contribuíram com o processo formativo e investigativo, tornando possível a realização deste trabalho;
- a todos que, de uma forma ou de outra, deram seu apoio, seja contribuindo para a realização do trabalho, seja em um gesto de carinho e motivação, ...

Muito Obrigada!

Dedico esta Tese de Doutorado à minha filha Daiane dos Santos Soares, que sempre me apoiou e incentivou a realização da mesma.

[...] Ando devagar porque já tive pressa,

E levo esse sorriso, porque já chorei demais,

Cada um de nós compõe a sua história, cada ser em si

Carrega o dom de ser capaz, e ser feliz.

Renato Teixeira e Almir Sater

RESUMO

O conhecimento específico e pedagógico do conteúdo dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem sido foco de questionamentos e investigações, tanto na área de Educação quanto na de Educação Matemática. Porém, o tema ainda suscita inquietações, entre os investigadores e os professores em atuação. Nesse contexto, apresenta-se, aqui, uma pesquisa que tem por objetivo investigar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública municipal de Pelotas, em um processo de formação continuada, na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico. Do objetivo geral, derivam os seguintes objetivos específicos: investigar a formação profissional de um grupo de professores que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que atua nas escolas municipais de Pelotas, região sul do Rio Grande do Sul; investigar que conhecimentos didático-matemáticos para o ensino são de domínio desses professores e as dificuldades por eles enfrentadas, em relação ao que ensinar e como ensinar; pesquisar o papel da experiência na constituição do conhecimento didático-matemático do professor que ensina Matemática nos anos iniciais. A pesquisa, que tem caráter qualitativo, se desenvolveu junto a um grupo de professores do 4º e do 5º ano do Ensino Fundamental, em duas etapas: a primeira ocorreu com um grupo formado por vinte e cinco professoras, em encontros de formação continuada, sendo de caráter formativo e investigativo; a partir desse grupo, foram estabelecidos os conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos: frações e números decimais. A segunda fase, considerada como aprofundamento da pesquisa, ocorreu no ambiente escolar com quatro docentes, tendo o mesmo propósito da primeira fase. Para a coleta de dados, foram utilizados questionários, documento de pesquisa exploratório sobre o conhecimento didático-matemático do professor referente ao conteúdo de frações e números decimais, observação participante e análise documental. Teoricamente, o trabalho desenvolvido toma como referência a noção de Idoneidade Didática proposta pelo grupo de pesquisa liderado por Juan Godino, no contexto do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática e a experiência docente como fonte de conhecimento amparado em Maurice Tardif. Considera-se que a Idoneidade Didática, constituída de seis dimensões (epistêmica, cognitiva, afetiva, mediacional, interacional e ecológica), é um instrumento teórico propício para a análise de propostas educativas, que pode ser aplicado na elaboração e no desenvolvimento de programas de formação de professores. Porém, na investigação produzida, foram tomadas quatro dessas dimensões: epistêmica, cognitiva, mediacional e interacional. A partir dos dados obtidos, inferiu-se que as professoras do grupo têm formação compatível com a mínima exigida para o exercício da docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental (Magistério e Licenciatura em Pedagogia). As análises apontaram para baixa idoneidade epistêmico-cognitiva, pois as docentes mostraram dificuldades relacionadas ao conhecimento específico do conteúdo de frações e números decimais. Com relação à dimensão mediacional, as professoras apresentaram média idoneidade, pois, embora utilizem recursos manipulativos na prática docente, apresentam dificuldades na utilização de tecnologias digitais, relevante para a melhoria na idoneidade mediacional. Com relação à dimensão interacional, a análise produzida permitiu inferir média idoneidade, devido à apresentação do conteúdo de frações não contemplar diferentes formas de representação, indicador apontado para essa idoneidade. Por fim, foi possível identificar que a experiência do professor contribui, positivamente, para o conhecimento didático-matemático, ratificando Maurice Tardif, quando se refere à experiência como elemento chave na formação da identidade profissional.

Palavras-chave: Professores que Ensinam Matemática. Conhecimento Matemático do Professor. Idoneidade Didática. Saber Experiencial. Formação Continuada. Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The specific and pedagogical content knowledge of teachers who teach Math in the early years of Elementary School have been the focus of inquiries and investigations both in the area of Education and in Math Education. However, the topic also raises concerns, both among researchers and teachers in action. In this context, we present here a research that proposes to investigate the didactic and mathematical knowledge that is mobilized by a group of teachers who teach Math in the early years in Pelotas' Public Schools in a continued training process. The overall goal derives the following specific objectives: to investigate the training of a teacher group that teaches Math in the early years of Elementary School and works in the public schools of Pelotas, southern region of Rio Grande do Sul state; investigate that didactic and mathematical knowledge for teaching are the domain of these teachers and the difficulties they faced, as it relates to what to teach and how to teach; investigate the role of experience in the constitution of knowledge-teaching Math teacher who teaches Math in the early years. The research, which is qualitative, was developed along a 4^{th} and 5^{th} group of teachers of Elementary School in two stages: the first was with a group of twenty-five teachers in continuing education meetings, which they had training and investigative character, and from that group the mathematical contents have been established to be developed: Fractions and Decimal Numbers. The second stage was considered a deeper research, was at school with four teachers, the same end of the first stage. To collect data, questionnaires were used, exploratory research papers on the didactic and mathematical knowledge of the teacher on the content of fractions and decimals, participant observation and document analysis. Theoretically, the work developed takes as reference the Didactic Suitability proposed by the research group led by Juan Godino, in the context of Ontosemiotic Knowledge Focus and Math instruction and teaching experience as a source of knowledge supported by Maurice Tardif. It is considered that the Didactic Suitability is composed of six dimensions (epistemic, cognitive, affective, mediational, interactional and ecological), and it is a theoretical instrument suitable for analyzing educational proposals that can be applied in the preparation and development of teacher training programs. However, the research produced were taken four of these dimensions: epistemic, cognitive, and interactional mediacional. From the data obtained, it inferred that the group of teachers have training in line with the minimum required for the practice of teaching in the early years of Elementary School (Teaching and Pedagogy Degree). The analysis points to download epistemic-cognitive suitability, because the teachers showed difficulties related to specific knowledge of the content of fractions and decimals. In relation of mediacional dimension, the teachers had a medium suitability, because, although use of manipulatives resources in teaching practice, they have difficulties in using digital technologies, relevant to the improvement in mediacional suitability. In relation of interactional dimension, the analysis produced allowed to infer medium suitability, due to the presentation of fractions content not contemplate different forms of representation, indicator pointed to this suitability. Finally, we could identify that teacher's experience contributes positively to the didactic and mathematical knowledge, confirming Maurice Tardif, when referring to the experience as a key element in the formation of professional identity.

Keywords: Teachers who teach Math. Mathematical Knowledge of Teacher. Didactical Suitability. Experience Knowledge. Continous Formation. Early Years of Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

AZONASUL – Associação dos Municípios da Região Sul
CCK – *Common Content Knowledge* (Conhecimento comum do conteúdo) [tradução nossa]
CETEP – Centro Educacional e Tecnológico Professor Ruy Miritz
EF – Ensino Fundamental
EOS – Enfoque Ontosemiótico
MEC/INEP – Ministério da Educação/Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MKT – *Mathematical Knowledge of Teaching* (Conhecimento matemático para o ensino) [tradução nossa]
PCK – *Pedagogical Content Knowledge* (Conhecimento pedagógico do conteúdo)
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PEJA – Programa de Educação de Jovens e Adultos
SCK – *Specialized Content Knowledge* (Conhecimento especializado do conteúdo) [tradução nossa]
SHIAM - Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática
SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
SMED – Secretaria Municipal de Educação e Desporto
TFS – Teoria das Funções Semióticas

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O professor polivalente ou multidisciplinar exerce suas funções, na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ensinando conteúdos de distintas áreas do conhecimento, entre elas, a Matemática. Esse docente, que não se denomina professor de Matemática, mas a ensina, Fiorentini *et al* (2002, p.138) chamam de *professor que ensina Matemática* [grifo dos autores].

Esse professor pode ter como formação o curso Normal, em nível médio. Porém, quando graduado, pode ser formado pelo Curso Normal Superior[1] ou, ainda, pelo curso de Licenciatura em Pedagogia. O exercício das funções docentes desse licenciado na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental está garantido no artigo 4º da Resolução CNE/CP 1/2006 (BRASIL, 2006). Ainda, conforme o documento que discute aspectos do Censo Escolar da Educação Básica 2013 (BRASIL, 2014a), os professores não graduados, ou graduados em outras áreas, diferentes da Matemática, também atuam nesses primeiros anos, podendo ter pouca ou nenhuma formação matemática.

No que concerne aos licenciados em Pedagogia, Curi (2004) apresenta inquietações com a problemática enfrentada por esses profissionais, tendo em vista a escassa carga horária destinada ao ensino da Matemática na formação dos mesmos. A autora aponta que, apesar do professor necessitar de profundo conhecimento do conteúdo que vai ensinar, os cursos de formação inicial, com raras exceções, estão mais focados nos métodos de ensino.

Do mesmo modo, Curi e Pires (2008) consideram que os professores que ensinam Matemática, quando não possuem domínio total em um determinado assunto, não o ensinam, ou, se o fazem, apoiam-se em recursos didáticos, não apresentando, muitas vezes, condições de avaliar ou explorar de maneira adequada esses materiais. Nacarato, Passos e Carvalho (2004) destacam, ainda, que as dificuldades assinaladas pelos docentes multidisciplinares, frente ao ensino da Matemática, estão atreladas a um sentimento de impotência, de desconhecimento, uma vez que as experiências ao educar nessa disciplina estão, na maioria das vezes, vinculadas à vivência escolar e pouco providas de consistência teórica e metodológica

Ademais, o exercício da docência da autora deste trabalho, há mais de três décadas atuando nos anos finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e no Ensino Superior, incluindo-se o curso de Licenciatura em Matemática, possibilitou à mesma observar, num

[1] Parecer CNE/CP nº 5/2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/pcp005_06.pdf>. Acesso em: 28 jun. 2015.

número expressivo de alunos, lacunas em conteúdos aritméticos, geométricos e algébricos tais como, frações, divisão de números inteiros e decimais, paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, operações algébricas, propriedades operatórias, princípios aditivo e multiplicativo. Por entender que parte desses conhecimentos matemáticos tem suas noções básicas e intuitivas a serem formadas desde os anos iniciais, conjectura-se que os entraves e dificuldades apresentadas possam ter sua origem nesse início de escolarização.

Ainda, a experiência desta pesquisadora tem permitido, a partir do contato com os professores dos anos iniciais, ficar frente a relatos dos próprios docentes que se referem às dificuldades em conhecimentos matemáticos, tanto no que se relaciona ao conteúdo específico quanto no que diz respeito ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Essa percepção encontra respaldo nas pesquisas sobre a questão, na área de Educação Matemática, realizadas por Fiorentini et al (2002), Nacarato, Passos e Carvalho (2004), Curi (2004), Passos, Oliveira e Souza (2009), entre outros, que tratam das dificuldades apresentadas pelos professores dos anos iniciais, no que se refere a conteúdos matemáticos.

Embora a literatura apresente um conjunto significativo de investigações sobre a questão dos conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, considera-se um tema que suscita questionamentos e reflexões o que abre espaço para a realização de novas pesquisas.

Nesse contexto, surgem questões que motivaram a realização da presente investigação, todas relacionadas ao ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apresentadas a seguir.

- Que formação tem um grupo de professores que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que atua nas escolas municipais de Pelotas, região sul do Rio Grande do Sul?
- Quais conhecimentos didático-matemáticos possuem os professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais, e quais dificuldades os mesmos enfrentam?
- Qual o papel da experiência na constituição do conhecimento didático-matemático do professor?

Assim, a pesquisa aqui apresentada realizou-se no âmbito de um processo formativo em Matemática com o objetivo de investigar os conhecimentos didático-matemáticos que são mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública municipal de Pelotas, sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico.

A pesquisa tem caráter qualitativo e os sujeitos da investigação são um grupo de 25 professoras de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, que atuam na rede municipal de ensino de Pelotas, município situado na região sul do Rio Grande do Sul. A pesquisa foi organizada em duas fases: a primeira, iniciada com 25 professoras, ocorreu em um processo de formação continuada e a segunda, com 4 professoras de uma mesma escola municipal, também participantes do processo formativo. Buscando alcançar o objetivo proposto, utilizam-se os seguintes instrumentos de investigação: análise documental, questionários, produção das professoras, materiais produzidos pelos alunos dos anos iniciais e a observação participante.

Os dados advindos da investigação foram analisados seguindo os pressupostos teóricos da Idoneidade Didática, no âmbito do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS), proposto por Godino (2009, 2011), Godino *et al* (2006), Godino, Batanero e Font (2008) e Godino *et al* (2013). Buscou-se, também, aporte teórico em Tardif (2000, 2012), para analisar aspectos do saber experiencial do professor no processo de ensino.

Godino (2011) aponta o Enfoque Ontosemiótico como um marco teórico para a Didática da Matemática, que propõe a articulação de diferentes noções e pontos de vista sobre o conhecimento matemático, bem como o ensino e a aprendizagem. Para o autor, o EOS é adequado para orientar os processos de ensino e aprendizagem, sendo próprio, também, para a reflexão do professor sobre sua prática profissional.

No que se refere à Idoneidade Didática, Godino (2009) considera que, além de servir de instrumento de pesquisa, permite identificar o avanço nas ações discentes, tornando possível a melhoria na qualidade das atividades docentes, pois os distintos níveis da mesma contemplam a análise de elementos que constituem o processo educativo, como conteúdos, alunos, professores e uso de recursos didáticos. Godino (2011) ressalta, ainda, a Idoneidade Didática como um nível do EOS que pode ser utilizada na elaboração de programas de formação de professores.

Assim, considera-se pertinente utilizar esse marco teórico como referência em um processo de formação continuada, pois admite que as relações ocorridas entre professor/aluno, no processo de ensino e aprendizagem, na sala de aula, possam ser transpostas para os espaços formativos, nos quais sucessos e falhas podem ser identificados a partir da relação professor formador/professor em formação, constituindo-se, então, numa ferramenta de análise para a pesquisa proposta.

Em Tardif (2012), buscaram-se elementos que se referem às relações de experiência dos professores com o seu fazer, uma vez que a Idoneidade Didática não abrange esse aspecto, considerando-se o mesmo de grande importância no trabalho desenvolvido pelos professores.

O autor trata dos saberes docentes, ressaltando o experiencial como o centro deles, isto é, todos os demais, como disciplinares, pedagógicos e curriculares, giram em torno da experiência do professor. Considera, ainda, o saber docente como sendo plural, heterogêneo e temporal. No que se refere à temporalidade, ressalta que as experiências são adquiridas ao longo da história de vida do professor, considerando o ambiente familiar, escolar e profissional, as quais são retraduzidas e validadas, contribuindo para a identidade profissional docente. Assim, o saber experiencial é objeto de investigação no trabalho em pauta, pois se apresenta como uma das fontes que abastece a construção do conhecimento matemático, principalmente, em se tratando de professores polivalentes que ensinam Matemática, os quais, com raras exceções, não possuem formação específica na área.

Esta investigação está organizada em seis capítulos. O primeiro destina-se à contextualização, iniciando-se pelo caminho profissional percorrido pela autora, cuja trajetória norteia e justifica a busca pelo entendimento da existência de possíveis dificuldades matemáticas enfrentadas pelos professores polivalentes. Emergem, assim, a questão de pesquisa e os objetivos da mesma.

Os três capítulos seguintes põem em foco os aportes teóricos que sustentam a investigação. O segundo capítulo refere-se à formação inicial em nível superior do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ressaltando a Licenciatura em Pedagogia, a abrangência matemática nesse curso e as possíveis dificuldades matemáticas apresentadas pelos professores polivalentes. Nesse mesmo capítulo, apresentam-se considerações referentes aos avanços nos processos de formação continuada, a partir da década de setenta, chegando às atuais tendências desse processo formativo, tanto no âmbito mundial quanto no Brasil.

O terceiro capítulo contempla uma reflexão sobre conhecimento e saber, na visão de educadores matemáticos e, na sequência, é dado destaque aos modelos de categorização do conhecimento do conteúdo, sob a ótica de Shulman (1986, 1987), e os saberes docentes de Tardif (2000, 2012). Aborda-se, também, o modelo de categorização do conhecimento matemático de Ball, Thames e Phelps (2008) e de Hill, Ball e Schilling (2008), os quais vão ao encontro da proposta de Shulman (1986, 1987), contribuindo para o modelo que compreende as categorias de análise do conhecimento didático-matemático, sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico proposto por Juan Godino e o grupo de pesquisadores por ele liderado.

O quarto capítulo refere-se à Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, destacando o estudo de Frações e de Números Decimais, bem como a relevância do uso de recursos manipulativos e tecnologia digital na abordagem desses e outros conteúdos matemáticos.

Os dois últimos capítulos estão relacionados ao processo investigativo e sua análise. O quinto capítulo aborda os aspectos metodológicos, apresentando os sujeitos e o *locus* da pesquisa, bem como os instrumentos de investigação e as fases da mesma. O capítulo 6 refere-se à apresentação, à análise e à consolidação dos dados coletados em encontros de formação continuada, ocorridos em duas fases: a primeira, com um grande grupo, e a segunda, com um pequeno, no ambiente escolar, a qual é considerada como uma etapa de aprofundamento da investigação. Por fim, chega-se à conclusão deste trabalho.

Reitera-se que houve o desejo de investigar os conhecimentos específicos do conteúdo, os quais são de domínio desses professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, bem como conhecer suas práticas, buscando identificar o universo teórico e metodológico no qual transitam em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, no sentido de poder contribuir para o desenvolvimento profissional desses educadores.

1 CONTEXTUALIZANDO A INVESTIGAÇÃO

Entende-se que a construção de uma tese emerge da necessidade de respostas a perguntas e inquietações sobre determinado tema ou fenômeno. Por essas inquietações serem acompanhadas de opiniões previamentes estabelecidas, ou preconceitos de senso comum, há necessidade de se recorrer a teorias, coletar dados a partir de uma investigação, confrontar as evidências em torno do assunto. Assim, na expectativa de lançar um olhar mais aguçado a questões que surgiram ao longo da trajetória docente dessa pesquisadora, – Quem ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental? Que conhecimento matemático e pedagógico tem esse professor? Os professores dos anos iniciais têm dificuldades quando ensinam Matemática? Por que os alunos apresentam tantos equívocos matemáticos oriundos dos primeiros anos de escolaridade? – propõe-se o presente trabalho expondo, primeiramente, a própria carreira profissional, que começou com o exercício da docência, nos anos finais do Ensino Fundamental, passando por todas as séries do Ensino Médio, pelo Curso de Licenciatura em Matemática e pelos Cursos Superiores que se abastecem das diversas áreas da Matemática.

1.1 SOBRE A TRAJETÓRIA DA INVESTIGADORA

Em 1978, ainda como aluna de graduação em Ciências - Habilitação em Matemática, da Universidade Católica de Pelotas, inicia-se a carreira no Magistério Público Estadual, como professora de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, em uma escola estadual do município de Arroio Grande, situado ao sul do Rio Grande do Sul. Cinco anos depois, transfere-se para Pelotas, sua terra natal, passando a exercer as atividades profissionais junto ao Grupo de Apoio em Matemática da 5ª Delegacia de Educação (5ª DE), hoje 5ª Coordenadoria Regional de Educação. Na 5ª DE, o referido grupo tinha, entre outras responsabilidades, a incumbência de oferecer aos professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, da rede estadual, cursos de formação continuada, começando, dessa forma, o despertar do interesse por esses processos formativos.

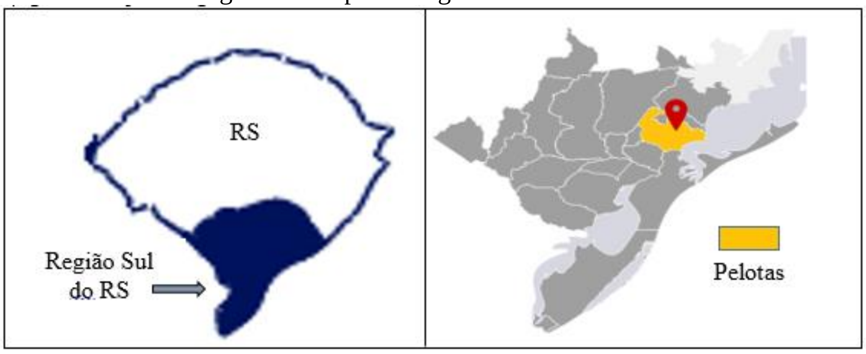
Seguindo a trajetória profissional, em 1988, concomitante com o magistério estadual, passou a exercer as funções docentes no ensino superior, na Universidade Católica de Pelotas, na qual ministrou disciplinas específicas do Curso de Matemática, além de disciplinas matemáticas destinadas aos cursos de Engenharia, Administração, Informática, Farmácia, entre outros. Na Universidade, além das funções docentes, organizou e atuou, também, em cursos de formação continuada em Matemática, juntamente com outros colegas.

A partir de 1994, passou a atuar, unicamente, na rede federal de educação, no Conjunto Agrotécnico Visconde da Graça (CAVG), pertencente à Universidade Federal de Pelotas. Essa instituição de ensino, a partir de 2011, tornou-se um dos *campi* do Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSul), passando a ser denominado de *Campus* Pelotas Visconde da Graça (CAVG). Oferece Ensino Médio e Técnico integrados, cursos de tecnólogo e cursos de Licenciatura em Física, Química e Biologia, nos quais, em todos, a pesquisadora desempenha atividades docentes relativas ao ensino da Matemática.

Nessa escola, também coordenou a Unidade Especial de Orientação Pedagógica, no período de abril de 2007 a março de 2011. Nesse tempo, ouviu depoimentos de alunos, pais e colegas professores, os quais destacavam o alto índice de reprovação nas disciplinas de Matemática e Física e, ainda, em disciplinas da área técnica do curso de Agropecuária e Agroindústria. Lembra-se, ainda, da voz de um colega professor da Agropecuária: "Os alunos compreendem o conteúdo, mas reprovam, porque não sabem Matemática, não sabem proporção, não sabem regra de três, nem sistema de medidas, não conseguindo, então, resolver os problemas*"*.

O CAVG/IFSul conta com o Programa Núcleo de Estudos em Ciências e Matemática (PRONECIM)[2], em parceria com a Universidade Federal de Pelotas, oferecendo Cursos de Formação Continuada para professores da Educação Básica, nas áreas de Biologia, Física, Química e Matemática, uma das ações do referido Programa. No âmbito do PRONECIM, existe o Programa Rede Regional de Ciências, que presta atendimento em processos de formação continuada, nas quatro áreas citadas, na região limitada por vinte e três municípios que compõem a AZONASUL – Associação dos Municípios da Zona Sul. A Figura 1 apresenta, à esquerda, a região sul do Rio Grande do Sul, localizada no mapa do Rio Grande do Sul e, à direita, os vinte e três municípios que a compõe.

Figura 1 - Mapa da Região Sul do Rio Grande do Sul



Fonte: AZONASUL[3]

[2] Disponível em: http://www.pronecim.org/Pagina/1/Quem-Somos. Acesso em: 20 jan. 2016.
[3] AZONASUL - Associação dos municípios da Zona Sul. A Zona Sul é composta por vinte e três municípios: Aceguá, Amaral Ferrador, Arroio do Padre, Arroio Grande, Candiota, Canguçu, Capão do Leão, Cerrito, Chuí,

No PRONECIM/CAVG/IFSul, a pesquisadora integra o grupo de formação continuada em Matemática do Programa Rede Regional de Ciências, que atende professores dos anos iniciais, dos anos finais do Ensino Fundamental, bem como professores do Ensino Médio, nos diferentes municípios que se agregam à referida Associação, conforme necessidade das Secretarias de Educação.

Ainda no período de 1996 a 2003, foi membro da banca de elaboração de provas de Vestibular da Universidade Federal de Pelotas, participando da correção das questões dissertativas nos referidos concursos. As questões dissertativas, quase sempre, estavam aplicadas em um contexto extramatemático, possibilitando a pontuação, desde a extração dos dados do problema até a sua finalização com a resposta correta. Aquele momento também foi favorável para observar e registrar as diferentes dificuldades e erros matemáticos apresentados pelos alunos, às portas da universidade.

Assim, considera-se que, por meio das experiências vivenciadas em sala de aula, foi possível perceber dificuldades em conteúdos matemáticos, dos quais os alunos já deveriam ter se apropriado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. As queixas dos professores das universidades remetem à Educação Básica o encargo pelo fracasso escolar na Matemática. Da mesma forma, o professor de Ensino Médio responsabiliza o professor de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e esse, por sua vez, chega ao professor polivalente, que ensina Matemática. Acredita-se que não existam culpas, nem culpados. O que deve existir é uma reflexão sobre o processo educativo para, dessa forma, conduzir, conjuntamente, a melhoria de tal processo. Segundo Portal (2002, p. 122), "Há que se resgatar a falta de conscientização de nós professores de que nós próprios somos agentes, atores e responsáveis pelas nossas vidas e que somente com nossas próprias forças e competências faremos mudanças no meio em que vivemos".

Ainda com relação às experiências vividas, destacam-se as observações feitas por esta pesquisadora como professora formadora em processos de formação continuada destinados a professores dos anos iniciais, bem como o relato dos próprios professores, no que se refere às dificuldades em conhecimentos didático-matemáticos. São tantos os anseios desses profissionais nos cursos de formação continuada, tanto no intuito de entender conceitos que deveriam estar dominados quanto ao de levar para sua classe o máximo de atividades possíveis que favoreçam o ensino e a aprendizagem.

Herval, Jaguarão, Morro Redondo, Pedras Altas, Pedro Osório, Pelotas, Pinheiro Machado, Piratini, Rio Grande, Santa Vitória do Palmar, Santana da Boa Vista, São José do Norte, São Lourenço do Sul e Turuçu. Fonte: AZONASUL- Disponível em: http://www.azonasul.org.br/Municipios. Acesso em 07 jan. 2016.

Assim, as observações empíricas levaram a questionamentos relacionado à ação dos professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais, especificamente, no 4º e 5º anos, tendo em vista a alegação de que, nesses anos, ocorre maior reprovação, se comparado aos primeiros anos. Desejou-se pesquisar o que lhes foi ensinado, as situações problemáticas por eles encontradas, em termos de conhecimento matemático, abrangendo o conhecimento do que ensinar e de como ensinar.

Dessa forma, no sentido de nortear a investigação que envolve as questões apontadas, entendeu-se pertinente buscar elementos nas pesquisas produzidas sobre o trabalho do professor que atua nos anos iniciais. Para tanto, consideraram-se os ideários de Curi (2005, 2010), Nacarato e Paiva (2006) e Fiorentini *et al* (2002), bem como os trabalhos no âmbito da Educação Matemática, publicados no período de 2006 a 2015, nos principais eventos da área, os quais são destinados a documentar aspectos (formação, saberes, conhecimentos) relacionados ao professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1.2 PESQUISAS NA ÁREA

Fiorentini *et al* (2002) demonstram inquietação em relação ao conhecimento matemático dos professores que ensinam Matemática, destacando a necessidade de que sejam ampliadas e aprofundadas as pesquisas sobre essa temática. Na mesma linha de pensamento, Curi (2005) ressalta a importância das investigações sobre a formação dos professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as quais podem contribuir para que

> [...] essa formação possa vir a contemplar as dimensões históricas e sociais da Matemática e da Educação Matemática, numa perspectiva problematizadora das ideias matemáticas e educacionais, promovendo mudanças de crenças, valores e atitudes prévios, visando à uma Educação Matemática crítica, e possa propiciar a experimentação e a modelagem de situações semelhantes àquelas que os futuros professores terão que gerir (CURI, 2005, p.163).

Ainda no contexto das investigações referentes a essa temática, Nacarato e Paiva (2006) consideram escasso o interesse dos pesquisadores em Educação Matemática por assuntos relacionados à formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, admitindo que ainda são necessárias reflexões e discussões sobre esse assunto. As autoras apontam que, na maioria das vezes, as publicações são pautadas no ensino da Álgebra, Aritmética e, principalmente, no ensino da Geometria, na tentativa de resgatá-la.

Avançando no tempo, Curi (2010) ressalta que os resultados das pesquisas realizadas pelo Grupo de Pesquisa Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam

Matemática - GP CCPPM - apontam que, com relação aos conhecimentos dos professores que ensinam Matemática, ainda existem incompreensões sobre vários temas e formas de ensiná-los, caracterizando desafios para os processos de formação inicial e continuada. A autora corrobora o pensamento de Nacarato e Paiva (2006), destacando, também, as limitações nas produções de pesquisas na área do conhecimento do professor que ensina Matemática. A autora ainda salienta que a participação dos professores nos processos de formação, que possibilitam reflexões e relações entre teoria, prática e pesquisa, proporciona melhoria nos conhecimentos matemáticos, didáticos e curriculares.

Na busca de pesquisas relacionadas à temática deste trabalho, no âmbito brasileiro, revisitaram-se os anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), os artigos apresentados nos anais do Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática (SHIAM). Apresentam-se, também, teses e dissertações disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações[4] e Banco de Teses e Dissertações-Capes[5]. Como o Enfoque Ontosemiótico está sendo desenvolvido por um grupo de pesquisadores da Espanha, julgou-se pertinente buscar as pesquisas relacionadas à temática deste trabalho, destacadas por esse grupo.

Assim, organizaram-se, no quadro da Figura 2, as pesquisas encontradas no período de 2004-2015, em quatro categorias: formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, formação de professores dos anos iniciais e o estudo de frações e números decimais, além da noção de Idoneidade Didática e o processo de formação e, por fim, o processo formativo, na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico, os quais julgou-se estarem relacionados à temática dessa tese.

Figura 2 - Pesquisas relacionadas a este trabalho

Primeira categoria - formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais		
Título/Autor(es)	Descritor	Publicação/Ano
Ações de estudo em atividade de formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais. - Ana Paula Gladcheff	Esta pesquisa investigou o processo de significação da atividade de ensino de Matemática que pode emergir durante uma atividade de formação contínua para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Tese de Doutorado – 2015 Faculdade de Educação – USP
Formação de professores para o ensino da Matemática com a Informática integrada à prática pedagógica: exploração e análise de dados em bancos computacionais.	A investigação se propôs a responder à seguinte questão: Quais são os fatores significativos de um processo de formação de professores, na perspectiva da mediação da aprendizagem, ao utilizar o computador	PUC – São Paulo Tese de Doutorado - 2004

[4] Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Diponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/. Acesso em: 03 de jul.2016.
[5] Banco de Teses e Dissertações – Capes. Disponível em: <http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#/>. Acesso em: 06 jul. 2016.

- Nielce Meneguelo Lobo da Costa	para a construção de práticas pedagógicas de Matemática?	
Formação continuada: o uso da calculadora e o sistema de numeração decimal. - Simone Dias da Silva	Na pesquisa, foram investigados aspectos de formação continuada nas horas de trabalho coletivo de professoras dos anos iniciais de uma escola estadual da região metropolitana de São Paulo, cujo foco foi a prática reflexiva do ensino de Matemática.	UNICAMP - III SHIAM Campinas – São Paulo Julho 2010
Segunda categoria - formação de professores dos anos iniciais e o estudo de frações e números decimais		
Título/Autor(es)	Descritor	Publicação/Ano
Estudo e ensino de frações: aprendizagens e dificuldades docentes no processo de formação continuada. - Vani Terezinha Siebert Silva	Dificuldades e as aprendizagens de professores do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, manifestadas durante o processo formativo, em relação ao conhecimento específico, pedagógico e curricular sobre frações.	Universidade Federal do Mato Grosso Dissertação de Mestrado – 2015 -
Formação de professores dos anos Iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração. - Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro	O trabalho de pesquisa foi desenvolvido com o intuito de analisar as mudanças de concepções relativas aos processos de ensino e aprendizagem de frações de professores que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, participantes de um curso de formação continuada.	Universidade Anhanguera de São Paulo Dissertação de Mestrado – 2014
A formação dos professores dos anos inicais do Ensino Fundamental no movimento de organização do ensino de frações: uma contribuição da atividade orientadora de ensino. - Patricia Perlin	O objetivo principal consistiu em investigar a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no contexto da organização do ensino de frações para o quinto ano.	Universidade Federal de Santa Maria Dissertação de Mestrado – 2014
Ideias de professoras dos anos iniciais sobre números racionais. - Adriana Camejo - Cristina Maranhão - Márcia Regiane Miranda	O trabalho busca diagnosticar a manifestação de conhecimentos sobre o número racional, especificamente os ligados ao pensamento proporcional entre professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.	IV SIPEM Outubro 2009
Conhecimento profissional docente de professores das séries iniciais em um processo de formação continuada, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações. - Angélica da Fontoura Garcia Silva - Ruy César Pietropaolo - Tânia Maria Mendonça Campos	O artigo tem por objetivo analisar a relação entre a reflexão sobre a prática e os domínios dos conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares de professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental com relação à representação fracionária de números racionais e seus diferentes significados. Para atingir tal objetivo, os autores desenvolveram o trabalho com um grupo de professoras dos anos iniciais, de uma cidade da grande São Paulo, em processo de formação continuada.	IV SIPEM Outubro 2009
Competência, concepção e crenças de professores polivalentes a respeito de fração. - Raquel Factori Canova - Tânia Maria Mendonça Campos	O artigo tem por objetivo identificar e analisar crenças, concepções e competências de professores das séries iniciais em situações que abordam o conceito de fração, no que se refere aos significados parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número. Para tanto identificamos e analisamos crenças, concepções e competências desses professores ao lidar com o conceito de fração.	IV SIPEM Outubro de 2009

Números decimais na escola fundamental: interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica. - Anelisa Kisielewski Esteves - Neusa Maria Marques de Souza	O artigoapresenta uma pesquisa qualitativa, desenvolvida com professores de uma escola municipal de Campo Grande/MS, que teve como objetivo investigar os conhecimentos de um grupo de educadores do 5º ano do Ensino Fundamental sobre números decimais e a relação com sua prática pedagógica.	IV SIPEM Outubro de 2009
Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. - Patricia Konic - Juan Godino - Mauro Rivas	O artigo tem por objetivo analisar uma atividade matemática direcionada para o quarto ano do curso Primário em uma Escola da Espanha (anos iniciais do Ensino Fundamental), tendo o propósito de determinar o grau de adequação, do estudo de números decimais, ao referido nível escolar.	Números-Revista de Didáctica de las Matemáticas Julho de 2010
Terceira categoria - a noção de Idoneidade Didática e o processo de formação		
Título/Autor (es)	Descritor	Publicação/Ano
A noção de Idoneidade Didática e seu uso na formação de professores de Matemática -Adriana Breda - Vicenç Font - Valderez Marina do Rosário Lima	O trabalho tem como objetivo apresentar uma discussão teórica sobre a noção de Idoneidade Didática dos processos de instrução e como o uso dessa se reflete nas investigações sobre a formação do docente de Matemática.	JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática 2015
Quarta categoria - processo formativo na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico		
Título/Autor(es)	Descritor	Publicação/Ano
Formação continuada para professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico. - Maria Elaine dos Santos Soares - Carmen Teresa Kaiber	A pesquisa tem por objetivo identificar situações problemáticas relativas ao trabalho com a Matemática, apontadas por um grupo de professores de quarto e quinto anos da Educação Básica, quando em um processo de formação continuada.	V SHIAM 2015

Fonte: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações; Banco de teses e Dissertações-CAPES; III SHIAM; IV SIPEM (2009); Revista Números (2010); JIEEM (2015); V SHIAM (2015).

A partir dos dados apresentados no quadro da Figura 2, é possível observar que já existe um avanço nas pesquisas, no âmbito da Educação Matemática, no que se refere às categorias apontadas. No entanto, ainda são escassas as pesquisas brasileiras relacionadas à Idoneidade Didática e ao Enfoque Ontosemiótico, em se tratando de formação de professores dos anos iniciais.

Quanto à categoria relacionada à “Formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais”, apresentam-se três trabalhos. O primeiro é a tese de Doutorado de Ana Paula Gladcheff (2015), intitulada ”Ações de estudo em atividade de formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais”. O trabalho de Gladcheff (2015) teve por objetivo investigar o processo de significação da atividade de ensino de Matemática, a qual pode emergir durante uma formação continuada para professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A autora aponta o trabalho docente e coletivo como elementos essenciais nas ações que norteiam o processo formativo, ressaltando que as ações realizadas coletivamente têm como objetivo a aprendizagem teórica de conhecimentos matemáticos, possibilitando a ressignificação do trabalho docente.

O segundo trabalho, dentro da mesma categoria, tem como título “Formação de professores para o ensino da Matemática com a Informática integrada à prática pedagógica: exploração e análise de dados em bancos computacionais” de Costa (2004). O autor aponta que, na pesquisa, foi analisado um processo de formação continuada para professores dos anos iniciais, desenvolvido no ambiente escolar. A investigação buscou responder à seguinte questão: “Quais são os fatores significativos de um processo de formação de professores, na perspectiva da mediação da aprendizagem, ao utilizar o computador para a construção das práticas pedagógicas de Matemática?”. Costa (2004) ressalta que a pesquisa aponta para a relevância do professor, desempenhando papéis de docente e discente, professor formador e professor pesquisador. Como resposta à questão de pesquisa, o autor concluiu que os fatores significativos foram:

> a formação ser desenvolvida na escola e desenhada suas especificidades; ocorrer em um período contínuo e prolongado de tempo; a existência da parceria entre universidade e escola para o desenvolvimento da formação; favorecer a criação de atividades e materiais didáticos diversos; a utilização da Informática, integrada a outros recursos, em todas as etapas do projeto de formação; ser constituído um grupo colaborativo; a atuação dos sujeitos em diferentes funções e a reflexão compartilhada sobre cada um desses papéis profissionais (COSTA, 2004, p.7).

O terceiro trabalho vem do III SHIAM e tem como título “Formação continuada: o uso da calculadora e o sistema de numeração decimal”, da pesquisadora Silva (2010). Na pesquisa, foram investigados aspectos de formação continuada, nas horas de trabalho coletivo de professoras dos anos iniciais de uma escola estadual da região metropolitana de São Paulo, cujo foco foi a prática reflexiva do ensino de Matemática. Segundo a autora, o processo foi apropriado para reflexões sobre os saberes experienciais, revelados pelo movimento ação-reflexão-ação, o qual permeou os encontros de formação continuada. A autora ressalta, ainda, que os dados apontaram que o professor precisa ser sensibilizado e encorajado a conscientizar-se de suas limitações e potencialidades, para, então, tornar-se um profissional reflexivo e oferecer um ensino de qualidade.

A segunda categoria refere-se à "Formação de professores dos anos iniciais e ao estudo de frações e números decimais". Nessa categorização, apresentam-se sete trabalhos, os quais alinham-se a esta pesquisa, pois as tarefas que serviram para as análises contemplam o conteúdo de frações e números decimais. O primeiro, dentro dessa categoria, é a Dissertação de Mestrado de Silva (2015), com o trabalho intitulado "Estudo e ensino de frações: aprendizagens e dificuldades docentes no processo de formação continuada". A pesquisa de Silva (2015) busca responder à seguinte indagação: "Quais as dificuldades e as aprendizagens de professores do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, manifestadas durante o processo formativo, em relação ao conhecimento específico, pedagógico e curricular sobre frações?". A autora aponta que, para o desenvolvimento da pesquisa, contou com a colaboração de três professoras, uma do 4° ano e duas do 5° ano do Ensino Fundamental, em duas escolas da rede estadual de ensino de Cuiabá-MT, em processo de formação continuada, a qual, segundo a autora, deve possibilitar o desenvolvimento profissional e pessoal dos professores. Os resultados da pesquisa de Silva (2015) indicam que as professoras tiveram poucas oportunidades de acesso e atribuição de significado para o estudo de frações em suas trajetórias escolar, acadêmica e profissional, destacando que se apropriar do conteúdo específico, ao ensinar, além de saber como e o sentido de ensinar, constituem-se de elementos essenciais para a atividade docente.

O segundo trabalho é a Dissertação de Mestrado de Pinheiro (2014), sob o título "Formação de Professores dos Anos Iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração". Segundo a autora, o trabalho de pesquisa foi desenvolvido em um processo de formação continuada para professores que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o intuito de analisar as mudanças de concepções relativas aos processos de ensino e aprendizagem de frações. Ela salienta que a análise da fase diagnóstica permitiu perceber que as professoras entendiam que o significado parte-todo seria suficiente para resolver qualquer situação com fração. No entanto, ao longo do processo, foram discutidas situações com o significado quociente, equivalência, ordem das frações, entre outros assuntos dentro do tema. Dessa forma, conforme Pinheiro (2014), os encontros de formação continuada contribuíram para a (re)construção dos conhecimentos das professoras no que diz respeito aos significados da fração, além de suscitar reflexões sobre a prática docente.

Perlin (2014) trata, em sua Dissertação de Mestrado, sobre " A formação dos professores dos anos inicais do Ensino Fundamental no movimento de organização do ensino de frações: uma contribuição da atividade orientadora de ensino (AOE)". A autora relata que o objetivo era o de investigar em que medida a AOE pode se converter em um modo geral de ação de organização do ensino para o professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental, além de identificar fatores que determinam a mudança de qualidade do trabalho do professor envolvido nesse movimento. O sujeito pesquisa desse trabalho foi uma professora que ensina Matemática nos anos iniciais, participante do projeto Educação matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e os fatores, identificados no contexto desta pesquisa, os quais podem determinar a mudança de qualidade do trabalho do professor foram: a aprendizagem matemática, a aprendizagem da docência e os novos sentidos atribuídos à prática docente.

O quarto trabalho, a ser apresentado, integrou as comunicações do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) e tem como título: “Ideias de professoras dos anos iniciais sobre números racionais”. Camejo, Maranhão e Miranda (2009) ressaltam que esse artigo teve por objetivo diagnosticar, entre professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a manifestação de conhecimentos sobre o número racional, especificamente, os ligados ao pensamento proporcional. As autoras fizeram a pesquisa com um um grupo de quinze professoras que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ressaltando que as análises indicaram fragilidades relativas a tais conhecimentos.

Silva, Pietropaolo e Campos (2009) apresentaram, no IV SIPEM, o artigo sobre “Séries iniciais em um processo de formação continuada, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações”. Segundo os autores, o objetivo do trabalho foi analisar a relação entre a reflexão sobre a prática e os domínios dos conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares de professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental, no que diz respeito à representação fracionária de números racionais e seus diferentes significados. A pesquisa, que foi realizada em um processo de uma formação continuada com um grupo de professoras dos anos iniciais de uma cidade da grande São Paulo, apontou para a necessidade de um enfoque mais amplo da noção de fração, tanto em cursos de formação inicial quanto em processos de formação continuada. Os autores relatam ter sido possível inferir que o processo formativo é diretamente influenciado pelo conhecimento profissional docente, sendo necessária uma constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo.

Nesse mesmo evento, Canova e Campos (2009) apresentaram o trabalho sobre “Competência, concepção e crenças de professores polivalentes a respeito de fração”, que tem por objetivo identificar e analisar crenças, concepções e competências de professores das séries iniciais em situações que abordam o conceito de fração, no que se refere aos significados parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número. O estudo foi realizado junto a 51 professores polivalentes de três escolas da rede pública do estado de São Paulo. Segundo os autores, a análise dos resultados obtidos mostrou que as crenças dos professores não sofrem influência da prática docente, não ocorrendo o mesmo com as concepções. No que diz respeito à competência, os autores constataram que não houve um desempenho equitativo entre os cinco significados da fração e seus invariantes.

Ainda no IV SIPEM, Esteves e Souza (2009) apresentaram o artigo com o título “Números decimais na escola fundamental: interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica”. O trabalho teve por objetivo investigar os conhecimentos, de um grupo de educadores do 5º ano do Ensino Fundamental, sobre números decimais e a relação com sua prática pedagógica, sendo desenvolvido com docentes de uma escola municipal de Campo Grande/MS. Para a investigação, foram propostas situações que envolveram o conceito de números racionais, as operações com números decimais e as relações estabelecidas entre números decimais, sistema de numeração decimal, sistemas de medidas e sistema monetário. Os autores relatam que os resultados revelam a existência de lacunas no conhecimento específico sobre números decimais desses professores, as quais interferem no conhecimento pedagógico do conteúdo e no conhecimento curricular, podendo influenciar a forma como os professores organizam o processo de ensino e aprendizagem dos números decimais em sala de aula.

Konic, Godino e Rivas (2010) apresentaram o artigo sob o título "Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto”, que tem por objetivo a análise de uma atividade matemática de um livro texto, destinado ao quarto ano do ensino Primário, de uma escola da Espanha (anos iniciais do Ensino Fundamental). A investigação teve o propósito de determinar o grau de adequação da lição, na introdução de números decimais, no referido nível escolar. Os autores apontam que os resultados da investigação sobre a didática de números decimais possibilitaram refletir sobre a pertinência do uso desse recurso, na introdução do referido tema.

Breda, Font e Lima (2009) apresentaram no IV SIPEM, um trabalho sob o título “A noção de Idoneidade Didática e seu uso na formação de professores de Matemática”, o qual teve por objetivo identificar de que forma o uso da Idoneidade Didática se reflete nas investigações relacionadas à fomação do docente em Matemática. A partir dos resultados da pesquisa, os autores concluíram que os princípios e critérios de Idoneidade são regras de correção úteis em dois momentos do processo de estudo matemático, primeiramente, para guiar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática e, em segundo lugar, para avaliar a sua implementação. Eles consideraram que “a priori, os critérios são princípios que orientam “como as coisas devem ser feitas” (grifo dos autores). A posteriori, os critérios servem para avaliar o processo de estudo efetivamente implementado” (BREDA; FONT;

LIMA, 2009, p. 36), destacando a relevância, em diferentes países, da noção de Idoneidade Didática na formação de professores.

Ainda no âmbito do Enfoque Ontosemiótico, no que se refere à Idoneidade Didática, Soares e Kaiber (2015) apresentaram no V SHIAM o trabalho intitulado "Formação continuada para professores que ensinam Matemática nos anos iniciais da Educação Básica, sob a perspectiva do enfoque ontosemiótico". A pesquisa teve por objetivo identificar situações problemáticas relativas ao trabalho com a Matemática, as quais foram apontadas por um grupo de professores de quarto e de quinto ano do Ensino Fundamental, quando em um processo de formação continuada. Segundo as autoras, resultados parciais mostraram que as docentes apresentaram dificuldades relacionadas, tanto ao conhecimento específico do conteúdo de frações quanto ao conhecimento e manuseio de recursos concretos e tecnológicos digitais, caracterizando baixa idoneidade epistêmica-cognitiva e baixa idoneidade mediacional, respectivamente.

A busca de um aporte teórico que melhor desse amparo aos questionamentos os quais emergiram das experiências, estudos e reflexões realizadas, conduziu essa pesquisadora ao construto teórico em desenvolvimento, ao Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS), do grupo de pesquisa liderado por Juan Godino, da Universidade de Granada, Espanha. Segundo Godino, Batanero e Font (2008), a visão da Matemática como atividade socialmente compartilhada de resolução de problemas, linguagem simbólica (termos, expressões, notações e gráficos) e como sistema conceitual organizado, mediante definições e descrições, tem servido como base para a construção desse ideário, o qual abrange aspectos envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem.

Alinhando-se ao ideário de Breda, Font e Lima (2009**),** entende-se que o Enfoque Ontosemiótico abrange questões relativas à formação de professores, as quais estão relacionadas ao desenvolvimento de conhecimentos e competências que os mesmos põem em jogo para favorecer a aprendizagem dos alunos. Dessa forma, Godino (2009, p. 15) propõe a expressão "conhecimento didático-matemático do professor", para referir-se ao conhecimento didático e ao conhecimento do conteúdo matemático, tomado, nesta tese, como foco de investigação.

Assim, aponta-se para a relevância deste trabalho, tanto no aspecto formativo quanto no aspecto investigativo. Entende-se pertinente a presente investigação, no sentido de poder fomentar e dar contribuições às pesquisas já existentes, tornando possível o encaminhamento de tomadas de decisões, buscando a melhoria nos processos formativos e, por consequência, nas práticas na sala de aula dos anos iniciais. Com relação ao processo formativo, o mesmo alinha-se ao ideário de Curi (2010), no sentido de que, nos encontros de formação continuada, pode ocorrer a ressignificação dos conhecimentos, permeada pelas relações interpessoais e pelos saberes experienciais próprios das práticas docentes, por propiciar espaço para os docentes participantes da investigação discutirem e refletirem sobre a Matemática e seu ensino.

As reflexões e inquietações em torno dos conhecimentos matemáticos e didáticos, aliadas aos resultados que emergem das pesquisas, na área, encaminham a questão que norteia esta pesquisa: Quais conhecimentos didático-matemáticos são mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública municipal de Pelotas, em um processo de formação continuada?

No que segue, apresentam-se os objetivos (geral e específicos) que norteiam este trabalho.

1.3 OBJETIVOS

A noção teórica da Idoneidade Didática, segundo Godino (2013), consiste em uma família de instrumentos próprios para análise de cada um dos princípios didático-matemáticos para o ensino e a aprendizagem de conteúdos específicos, podendo ser aplicados em processos formativos. Essa noção teórica, aliada aos indicadores dos saberes experienciais apontados por Tardif (2012), e a busca por elementos que permitam responder a questão de pesquisa conduzem ao seguinte objetivo geral: investigar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública municipal de Pelotas, em um processo de formação continuada, na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico.

A partir desse objetivo geral, definem-se os seguintes objetivos específicos, os quais, segundo Gil (2002), possibilitam descrever de forma mais clara o objetivo a ser atingido:

- investigar a formação profissional de um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e que atuam nas escolas municipais de Pelotas, região sul do Rio Grande do Sul;
- investigar que conhecimentos didático-matemáticos para o ensino são de domínio desses professores e as dificuldades por eles enfrentadas, em relação ao que ensinar e como ensinar;
- investigar o papel da experiência na constituição do conhecimento didático-matemático do professor que ensina Matemática nos anos iniciais.

No que segue, os capítulos 2, 3 e 4 são destinados à apresentação dos aportes teóricos, os quais fornecem subsídios para a realização deste trabalho.

2 FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

O processo de formação, segundo Moita (2007), não é tomado, somente, como uma atividade de aprendizagem, mas uma construção do indivíduo, que acompanha o percurso da vida, incluindo aprendizagens, relações de troca, experiências, interações sociais, constituindo-se na dinâmica que constrói a identidade profissional. Para Gonçalves (2007), a formação inicial condiciona o fluir da carreira profissional docente, devendo possibilitar uma articulação harmoniosa entre o saber e o saber-fazer, preparando para que haja aproximação entre professores e alunos e, ainda, deve construir, no futuro professor, um processo de equilíbrio entre o mesmo e o meio em que se insere. No que se refere à formação contínua, segundo o autor, a mesma deve desenvolver-se ao longo da carreira, apoiando e incentivando as iniciativas pedagógicas das escolas e dos professores, além de organizar-se de acordo com as necessidades reais dos docentes e as perspectivas educacionais.

O docente multidisciplinar que atua nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF) é chamado, atualmente, *professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Segundo Brzezinski (2010), desde o período do Império até a primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) – Lei 4.024, de 20 de dezembro de 1961 – esse profissional foi chamado *professor primário*. A partir da Lei 5.692/1971, essa denominação mudou para *professor de primeiro grau* alterando-se, novamente, pela atual Lei de Diretrizes e Bases (LDB) nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, para *docente para as primeiras séries do ensino fundamental* e, por último, anteriormente à denominação atual, sua designação era *professor para atuação multidisciplinar*, conferida pelo Decreto 3.276 de 06 de dezembro de 1999.

Entretanto, esse docente multidisciplinar, que não se autodenomina professor de Matemática, cumpre seu papel ensinando, também, conteúdos matemáticos, mesmo não tendo formação específica, além de articular saberes e procedimentos de outras áreas. A esse professor polivalente, os pesquisadores em Educação Matemática, entre eles Fiorentini *et al* (2002, p.138), denominam **professor que ensina Matemática** [grifo do autor] e é com base em seus saberes matemáticos que esta pesquisa se desenvolve.

Nesse contexto, busca-se, neste capítulo, trazer reflexões sobre a formação do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tanto no que se relaciona à formação inicial quanto à formação continuada. Considerando a formação inicial, encontra-se aporte teórico em Baumann e Bicudo (2010), Curi (2004, 2005), Grando (2000, 2009) e

Nacarato, Passos e Carvalho (2004). No que tange à formação continuada, buscam-se subsídios em Gatti (2008) e Imbernón (2010).

2.1 A FORMAÇÃO INICIAL PARA O EXERCÍCIO DA DOCÊNCIA

Brzezinski (2010, p. 202) aponta a relevância da formação superior, de graduação plena, dos professores que atuam nos anos iniciais do EF, não extinguindo, no entanto, a formação mínima em Modalidade Normal, de nível médio, conforme o teor dos artigos 62º e 63° da LDB n. 9.394/96 (BRASIL, 1996):

> Art. 62º - A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal (BRASIL, 1996, p. 27839).
> Art. 63º - Os institutos superiores de educação manterão:
> I - cursos formadores de profissionais para a educação básica, inclusive o curso normal superior, destinado à formação de docentes para a educação infantil e para as primeiras séries do ensino fundamental;
> II - programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de educação superior que queiram se dedicar à educação básica;
> III - programas de educação continuada para os profissionais de educação dos diversos níveis.

Embora a Lei 9.394/96, art. 62º, não preconize que um curso de nível superior substitua a formação de nível médio para o exercício do magistério da Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em 30 de setembro de 1999, a Resolução CNE/CP[6]/99 nº 1, considerando o art. 63º da LDB 9.394/96, estabeleceu que a formação superior desses docentes dar-se-á através dos Institutos Superiores de Educação, a saber:

> Art. 1º Os institutos superiores de educação, de caráter profissional, visam à formação inicial, continuada e complementar para o magistério da educação básica, podendo incluir os seguintes cursos e programas:
> I - curso normal superior, para licenciatura de profissionais em educação infantil e de professores para os anos iniciais do ensino fundamental (BRASIL, 1999 a).

Assim, o professor que ensina Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, poderá ser licenciado no Curso Normal Superior com habilitação em Educação Infantil, habilitação em anos iniciais do Ensino Fundamental, ou poderá optar por ter as duas habilitações.

Porém, em 15 de maio de 2006, por meio do artigo 4º da Resolução CNE/CP 1/2006 foi concedido ao licenciado em Pedagogia, entre outras atividades, o direito de exercer, também, a docência na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2006). Os dois cursos de graduação, Normal Superior e Pedagogia, com a mesma carga horária de 3.200

---

[6] CNE/CP – Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno

horas, diferem, segundo Brzezinski (2010) pela sua organização curricular: a matriz curricular do curso Normal Superior se organiza em habilitações polivalentes ou em habilitações especializadas, por disciplina ou área de conhecimento, em conformidade com CNE/CP, Resolução n.1/2002, art. 7º, parágrafo 1º, enquanto que a matriz curricular do curso de Pedagogia se organiza em núcleos de estudos básicos, estudos de aprofundamento e estudos integradores, segundo CNE/CP n. 1/2006. Assim sendo, a formação do professor pode ocorrer pelo Curso Normal Superior, pelo curso de Pedagogia, ou ainda, pela Modalidade Normal ou Magistério, de nível médio.

A Tabela 1 ilustra os números relativos à formação dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no Brasil e Rio Grande do Sul, nos anos de 2007 e 2013. Toma-se como base o ano de 2007, porque o INEP[7], a partir dessa data, apresenta uma nova sistemática de coleta de dados, o Sistema Educacenso, buscando a melhoria no processo de registro e informação, permitindo a geração de novas estatísticas sobre os docentes que atuam nas escolas brasileiras (BRASIL, 2009). Por isso, a Instituição considera o ano de 2007 como o marco inicial das estatísticas sobre o professor. Os dados de 2007 e 2013 são relativos a professores em efetiva regência de classe em 30 de maio de 2007 e em 29 de maio de 2013, respectivamente, (BRASIL, 2009, 2014a).

Tabela 1- Escolaridade dos Professores dos anos iniciais no Brasil e no Rio Grande do Sul em 2007 e em 2013

TOTAL			Nível Fundamental		Nível Médio				Nível Superior			
					Ensino Médio		Normal ou Magistério		Com Licenciatura		Sem Licenciatura	
	2007	2013	2007	2013	2007	2013	2007	2013	2007	2013	2007	2013
BRASIL	685.025	745.650	5.515	1.566	38.623	81.181	221.468	118.242	376.421	501.317	42.998	43.344
RS	40.564	39.288	236	28	894	2769	13.666	5.128	24.280	28.845	1.488	2.518

FONTE: MEC/INEP/DEED[8] (2009, 2014a)

Mesmo com os incentivos e a ampliação do acesso dos educadores às universidades, pelas políticas públicas educacionais, ainda se pode constatar, a partir dos dados do Censo Educacional 2007 (BRASIL, 2009), cerca de 44.000 professores do Brasil atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no período, tinham apenas o nível fundamental ou nível médio, sem curso normal ou habilitação para o Magistério. Esses profissionais, que não atingiram o nível mínimo de exigência para a docência, conforme a LDB 9.394/96, são chamados "professores leigos" (BRASIL, 2009, p. 26).

[7] INEP – Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

[8] MEC/INEP/DEED – Ministério da Educação/Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira/ Diretoria de Estatísticas Educacionais - Sinopse Estatística da Educação Básica, 2009, 2014, tabela 4.4 e tabelas 2.62 e 2.63, respectivamente.

Embora o número de docentes sem formação superior, apenas com Nível Fundamental, tenha despencado, no período de 2007 a 2013, é possível perceber, pela Tabela 1, que o número de docentes leigos brasileiros quase duplicou no mesmo período, justificado pelo aumento de professores com formação em nível médio, diferente do Curso Normal ou Magistério. Ainda de acordo com o Sistema Educacenso, as regiões Nordeste e Sudeste compreendem mais de 50% dos docentes que compõem esse acréscimo: a Região Nordeste conta 37214 professores leigos, sendo 10491 da Bahia, seguido da região Sudeste, com 15.965 docentes, sendo 7565 de São Paulo (BRASIL, 2014a, tabela 2.62).

Conforme os dados da Tabela 1, cerca de 70% dos professores de todo Brasil, que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, possuem alguma licenciatura. Em 2007, haviam 10.430 professores (BRASIL, 2009, tabela 4.5) com graduação em Matemática atuando nos anos iniciais, mas esse número caiu para 2.668 professores formados na área de Matemática, Ciências e Computação (BRASIL, 2014a, tabela 2.64), em 2013, constatando-se que, concluída a formação em nível superior, os professores abandonam o exercício da profissão nos anos iniciais.

Baumann e Bicudo (2010) também ressaltam a existência de profissionais com formação em Matemática que exercem suas atividades docentes nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF), mas admitem que a grande maioria dos professores que ensinam Matemática nesse ciclo não tem formação específica na área. Segundo as autoras, os cursos que formam o professor dos anos iniciais do EF, em geral, não aprofundam os conhecimentos específicos que, futuramente, serão por ele ensinados. Esse foi um motivo de inquietação de Curi (2004, 2005), a qual considera preocupante o número de horas destinadas à formação matemática nas grades curriculares dos cursos superiores desses professores, bem como as escassas publicações destinadas a essa área. Curi (2005) manifesta, ainda, que o professor precisa ter conhecimento aprofundado do conteúdo que vai ensinar, sendo os cursos de formação, com raras exceções, mais direcionados ao método de ensino. Para a autora, além da ausência do conhecimento específico, existe, também, pouca articulação entre conhecimentos específicos e conhecimentos pedagógicos.

Nesse mesmo sentido, Nacarato, Passos e Carvalho (2004) ressaltam suas inquietudes em relação à formação inicial do professor polivalente que ensina Matemática, referindo-se, especificamente, ao curso de Pedagogia, e declarando que esse necessita de uma discussão mais ampla no que tange à Educação Matemática. As pesquisadoras alegam que as dificuldades assinaladas pelos professores, frente ao ensino da Matemática, estão atreladas a um sentimento de impotência, de desconhecimento, uma vez que suas experiências em contextos matemáticos estão, na maioria das vezes, vinculadas a sua vivência escolar e pouco providas de consistência teórica e metodológica. Grando (2009) também fez referência à forma deficitária com que os conteúdos geométricos e sua metodologia ainda são apresentados nos cursos de Licenciatura em Pedagogia. Contudo, observa-se que tal limitação não se restringe somente ao ensino de Geometria, mas aos conhecimentos matemáticos que contemplam a Álgebra, a Aritmética e os Tratamentos de Informação.

Assim, diante dos resultados de pesquisas e das possíveis dificuldades enfrentadas pelos professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, busca-se, em um processo de formação continuada em conhecimentos didático-matemáticos, uma forma de contribuir para a mudança das práticas docentes desses profissionais.

2.2 A FORMAÇÃO CONTINUADA NA PROFISSÃO DOCENTE

Os estudos relativos à formação continuada tiveram um avanço no final do século XX e, com base em Gatti (2008), abrangeram diferentes ofícios, considerando o avanço dos conhecimentos em diversas áreas, nas tecnologias e, consequentemente, na atividade profissional. A profissão docente também foi incorporada a esse processo, exigindo políticas educacionais nacionais ou regionais que levassem à melhoria da prática do professor.

Segundo Imbernón (2010), na década de setenta, se deu o início, na maioria dos países latinos, à formação continuada como campo de conhecimento, movimentando a formação pedagógica do professor, no qual cada um planejava e buscava a própria formação. Segundo Gatti (2008), nessa década, no Brasil, o processo formativo em educação ganhou a forma de programas de complementação, com o propósito de preencher as lacunas provenientes da formação acadêmica, distanciando-se da proposta inicial de atualização e aprofundamento em avanços do conhecimento, ocorrendo ao longo da vida profissional, conforme aponta Imbernón (2010). Também Fiorentini, Souza Jr e Melo (2011) referem-se a essa década como o auge do período tecnicista, em que a formação docente valorizava os aspectos didáticos e metodológicos.

Já na década de oitenta, Imbernón (2010) destaca os processos de formação continuada como um produto assimilável, ficando as universidades com a incumbência de criar programas de formação do professor em modalidades de treinamento, no sentido de habilitar ações mecânicas e repetitivas, continuando o modelo tecnicista de formação docente, próprio da época. Nesse contexto, Fiorentini e Nacarato (2005) destacam que esse paradigma transparecia a ideia de que o professor, ao se defasar em relação a conteúdos e metodologias, seria incapaz de repensar, refletir e ressignificar a sua prática docente.

Na década de noventa, começou uma introdução à mudança no processo de formação continuada do professor. O processo, que já tinha sido chamado de reciclagem, treinamento, aperfeiçoamento profissional ou capacitação, nasceu com a intenção de adequar o professor aos momentos atuais, configurando um modelo que levava os professores a adquirirem conhecimentos ou habilidades em processos formativos, ainda, decididos por outros.

No final do século XX, nasceu um novo paradigma de formação continuada. No Brasil, as formações passaram a receber incentivo do governo, conforme o explicitado na Lei 9.394/96 art. 63º, Inciso III, tornando-se um processo inacabável, no qual o professor é o principal agente de seu desenvolvimento profissional, tanto o professor formador, quanto os "receptores" do processo, os quais são incentivados a adotar uma postura reflexiva de sua prática pedagógica, num "movimento ação-reflexão-investigação permanente" (FIORENTINI; NACARATO, 2005, p. 9), tornando-se, também, partícipes do processo educacional e cultural do grupo em que estão inseridos. Começaram, então, os cursos de curta ou longa duração, seminários e outras modalidades.

De acordo como os autores, as novas tendências da formação continuada buscam alternativas e valorizam os saberes e as práticas docentes. Além disso, segundo Tardif (2000), envolvem toda a carreira do professor, pois têm início na sua formação acadêmica, se validam no momento em que ingressa no campo profissional e nos primeiros anos de trabalho e, a partir daí, é constante o processo de formação.

A partir do novo milênio, criaram-se, por meio de projetos ou programas federais, espaços e recursos para construir o processo de formação continuada. Em 2004, esse processo recebeu incentivos públicos, criando-se a Rede Nacional de Formação Continuada de Professores, com o objetivo de contribuir para a melhoria da formação dos professores da educação básica dos sistemas públicos de educação, investindo nas áreas de "Alfabetização e Linguagem, Educação Matemática e Científica, Ensino de Ciências Humanas e Sociais, Artes e Educação Física" (BRASIL, 2004).

Seguindo as políticas de formação, o Governo Federal, através do Ministério da Educação, instituiu, em 2008, o Programa Pró-Letramento – Mobilização pela Qualidade da Educação – que é um Programa de Formação Continuada para Professores de Anos/Séries Iniciais do EF - em parceria com as universidades que compõem a Rede de Formação Continuada e adesão dos estados e municípios, destinados a docentes desses anos/séries, visando à melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e Matemática (BRASIL,

2008) e apresentando, como um dos objetivos, o de instituir nas escolas a cultura de formação continuada. O material de trabalho para a Matemática dos anos/séries iniciais era constituído de oito fascículos, sendo que, no primeiro, encontrava-se a definição de formação continuada, a saber:

> A formação continuada é uma exigência nas atividades profissionais do mundo atual, não podendo ser reduzida a uma ação compensatória de fragilidades da formação inicial. O conhecimento adquirido na formação inicial se reelabora e se especifica na atividade profissional para atender a mobilidade, a complexidade e a diversidade das situações que solicitam intervenções adequadas. Assim, a formação continuada deve desenvolver uma atitude investigativa e reflexiva, tendo em vista que a atividade profissional é um campo de produção do conhecimento, envolvendo aprendizagens que vão além da simples aplicação do que foi estudado (BRASIL, 2008, p. 9).

O Plano Nacional de Educação – PNE 2011-2020 – compõe-se de vinte metas seguidas de estratégias próprias para a sua realização. A meta 16, relativa à formação continuada, tem como objetivo garantir a todos a formação continuada em sua área de atuação, além de formar os professores da educação básica em nível de pós-graduação *lato* e *stricto sensu* (BRASIL, 2010). Essa meta visa proporcionar que todos os professores da Educação Básica passem pela formação continuada, não significando que todos devam ser mestres ou doutores. Entre as ações governamentais deste decênio citam-se o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e a Rede Nacional de Formação de Profissionais da Educação (RENAFOR). O PNAIC é um programa do Governo Federal, estados, municípios e sociedade, que tem por objetivo assegurar a alfabetização para todas as crianças, de modo que até oito anos de idade as mesmas tenham alcançado até o terceiro ano do Ensino Fundamental. Entre as ações do PNAIC está a formação continuada presencial para professores de primeiro a terceiro ano do Ensino Fundamental, incluindo formação de Linguagens e Educação Matemática, sendo que a formação matemática tem por meta constituir-se num instrumento próprio para a leitura do mundo, indo além do estudo dos números e das quatro operações (BRASIL, 2014b). Já o programa RENAFOR[9] tem por objetivo promover a formação continuada dos professores da Educação Básica, em diversas áreas do conhecimento, incluindo a Educação Matemática. Para essa ação governamental, a responsabilidade pelos cursos de formação está a cargo das Instituições Públicas de Educação Superior, dos Institutos Federais de Educação, Ciências e Tecnologia e das Escolas de Aplicação.

---

[9] RENAFOR - Secretaria Gestora**:** SEB – Secretaria de Educação Básica e SECADI – Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/6430-renafor-rede-nacional-de-forma%C3%A7%C3%A3o-de-profissionais-da-educa%C3%A7%C3%A3o?highlight=YToxOntpOjA7czo3OiJyZW5hZm9yIjt9>. Acesso em: 12 fev. 2016

Os Referenciais para a Formação de Professores, organizados pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação (BRASIL, 1999b) instituem a formação continuada como um “[...] processo contínuo e permanente de desenvolvimento, o que pede do professor disponibilidade para a aprendizagem; da formação, que o ensine a aprender; e do sistema escolar no qual ele se insere como profissional, condições para continuar aprendendo” (BRASIL, 1999b, p. 63). Dessa forma, a formação continuada constitui-se num movimento contínuo de construção e reconstrução de conhecimentos e saberes profissionais vivenciados na formação inicial e renovados ao longo da carreira do professor. No entanto, esses referenciais apontam que essa formação não deve ser instituída como um processo destinado a suprir possíveis deficiências oriundas da formação inicial. Falsarella (2004) também chama a atenção para a possível visão distorcida que possam apresentar os programas de formação continuada, apontando-os como ato contínuo da formação inicial, isto é, a formação inicial é a primeira etapa de um processo que acompanha o professor em toda vida profissional.

Assim, considera-se que o processo de formação continuada se presta a reflexões sobre a prática, incentivando o professor a compreender sobre sua realidade e sua atividade docente. Entretanto, esse processo de formação é válido, também, para a ação e para a troca de conhecimentos, habilidades e atitudes. É o professor experiente potencializando o seu saber e apoiando o jovem colega; é o docente recém-formado dividindo as informações atuais, como as da área tecnológica, por exemplo. É o professor buscando aprender e apreender, aprender o que nunca lhe foi ensinado, apreender o que lhe foi ensinado e ele não transformou em saber.

Na sequência deste trabalho, apresentam-se conhecimentos e saberes na ação e na prática docente, na visão de Lee Shulman, Maurice Tardif, Deborah Ball e colaboradores e Juan Godino e colaboradores. Esta tese baseia-se nas contribuições desses autores, para que possam ser investigados os conhecimentos mobilizados pelos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3 CONHECIMENTOS E SABERES NA AÇÃO E NA PRÁTICA DOCENTE

Busca-se, neste capítulo, trazer reflexões sobre conhecimentos e saberes mobilizados na prática docente a partir de leituras das propostas de categorização dos *conhecimentos docentes*, de Shulman (1986, 1987), e dos modelos de classificação dos *saberes docentes* de Tardif (2000, 2012), que, mesmo utilizando critérios diferentes para estabelecer suas concepções e tipologias, consideram, de forma abrangente, o processo educativo, tendo como ideia central a ação e a prática docente. Apresenta-se, também, no âmbito da Educação Matemática, a proposta de categorização do *conhecimento matemático para o ensino (MKT)* de Ball, Thames e Phelps (2008), Hill, Ball e Schilling (2008), além do modelo *didático-matemático do professor*, no âmbito do E*nfoque Ontosemiótico sobre o Conhecimento e a Instrução Matemática*[10] *(EOS)*, proposto nos trabalhos de Godino (2002, 2003, 2009, 2011, 2012), de Godino, Batanero e Font (2008) e Godino, Font e Wilhelmi (2007).

Godino (2009) ressalta que o modelo de Shulman (1986) foi pioneiro na abordagem específica sobre o conhecimento do conteúdo para o ensino, destacando o importante papel dessa proposta no que se refere ao desenvolvimento de investigações e implementações curriculares destinadas à formação de professores. Nesse contexto, Ball, Thames e Phelps (2008) apontam para a mudança radical, a partir da apresentação do trabalho de Shulman (1986), uma vez que as pesquisas se concentravam, quase exclusivamente, nos aspectos gerais de ensino, tais como a gestão em sala de aula e outros assuntos afins, os quais o autor não ignorou, mas não considerou objeto de estudo para a proposta que estava sendo apresentada.

Em seu trabalho investigativo, Shulman (1986) propõe um modelo que se baseia nos aspectos do conhecimento do conteúdo, referindo-se a três dimensões desse conhecimento: conhecimento específico do conteúdo[11], conhecimento pedagógico do conteúdo[12] (PCK) e conhecimento curricular[13], suscitando o paradigma perdido, "*the missing paradigm*"[14] (SHULMAN, 1986, p. 7), o qual se refere à falta de conhecimento do conteúdo por parte do professor, que se constitui, assim, em um "ponto fraco" ou "ponto cego".

Já Tardif (2000) aponta que o conhecimento da matéria a ser ensinada e o conhecimento pedagógico referente aos alunos, à organização das atividades de ensino e aprendizagem e à gestão de classe são relevantes, mas não abrangem os saberes do professor no seu espaço de

[10] Usa-se a expressão instrução matemática para fazer referência à articulação entre as atividades de ensino e aprendizagem dirigidas para alcançar fins educativos específicos, conforme sugere Godino (2011).
[11] Content knowledge.
[12] Pedagogical content knowledge
[13] Curricular knowledge
[14] "*the missing paradigm"* - paradigma perdido (tradução de Fiorentini, Souza Jr. e Melo (1998)).

trabalho. O autor considera que o objeto de trabalho do professor são seres humanos e, consequentemente, os saberes docentes trazem as marcas desse objeto e do contexto no qual está inserido, não podendo, o estudo do saber profissional, ser reduzido ao estudo da cognição ou do pensamento dos professores. Para o autor, os saberes da docência estão nas tarefas do professor, incluindo o trabalho em sala de aula, a aprendizagem e a evolução dos alunos, a interação com os mesmos e com os colegas de trabalho, o cumprimento dos programas escolares, entre outras tantas. “Em suma, o saber está a serviço do trabalho. Isso significa que as relações dos professores com os saberes nunca são relações estritamente cognitivas: são relações mediadas pelo trabalho que lhes fornece princípios para enfrentar e solucionar situações cotidianas” (TARDIF, 2012, p. 17).

Nesse contexto, para Tardif (2012), os saberes da docência compreendem o conhecimento do conteúdo, além de atitudes, habilidades e competências adquiridas ao longo da vida profissional. Para o autor, os saberes são plurais, heterogêneos e temporais, uma vez que não se abastecem de uma única fonte, ou seja, de uma disciplina, ou de uma concepção de ensino, ou, somente, da formação escolar ou, ainda, de uma tecnologia, mas de diversas fontes, as quais caracterizam-se por serem distintas, bem como são adquiridos ao longo da história de vida do professor, com a família, a formação escolar e a experiência profissional. Dessa forma, o autor propõe um critério de classificação dos saberes docentes, os quais cumprem a sua função, tanto no trabalho diário quanto no que se relaciona à identidade do professor.

Ball, Thames e Phelps (2008), assim como Shulman (1986) e Tardif (2012), investigaram, também, o conhecimento para o ensino, acompanhando o trabalho do professor na sala de aula. No entanto, a preocupação desses autores é centrada no ensino da Matemática, pesquisando o que os professores precisam saber e serem capazes de fazer para ensinar os conteúdos matemáticos, de modo a desenvolver o raciocínio matemático, que tipos de habilidades possuem, além de investigar demandas relevantes ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

Dessa forma, Ball, Thames e Phelps (2008) buscam aporte, no modelo de Shulman (1986), e propõem um refinamento nas categorias do conhecimento para o ensino sugerido pelo autor, concentrando-se no que diz respeito ao conhecimento do conteúdo e ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Os autores desenvolvem uma nova categorização para o “conhecimento matemático para o ensino” (*Mathematical Knowledge of Teaching - MKT*)[15] [grifo dos autores]. O MKT significa “[...] o conhecimento matemático que os docentes

---

[15] Todas as siglas referem-se às expressões em inglês.

precisam para realizar o seu trabalho como professores de Matemática”[16] (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 4, tradução nossa). Apontam, ainda, que o PCK de Shulman (1986) envolve o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino, isto é, as discussões do conteúdo são relevantes para o ensino e a discussão do ensino chama a atenção para o conteúdo.

Já Godino (2009), em seus estudos, revisita o modelo de Shulman (1986), ressaltando a continuidade das categorias abordadas pelo autor, mesmo que as interpretações dadas às mesmas tenham sido mudadas ao longo do tempo. O autor cita, também, o MKT de Ball e colaboradores - Ball, Thames e Phelps (2008) e Hill, Ball e Schilling (2008), além da noção de proficiência no ensino da Matemática, de Schoenfeld e Kilpatrick (2008). No entanto, mesmo considerando a relevância do conhecimento do conteúdo, Godino (2009) julga pertinente que o professor seja capaz de organizar o ensino, desenvolver tarefas de aprendizagem, utilizar adequadamente os recursos didáticos, além de compreender as condições necessárias que possibilitem o ensino e aprendizagem. Para o autor, os modelos de conhecimento matemático para o ensino incluem categorias muito gerais, o que não torna possível uma análise mais detalhada de cada um dos tipos de conhecimento.

Nesse contexto, Godino (2009), no sentido de integrar, organizar e estender os modelos por ele revisitados (PCK, MKT, ...), propõe um sistema de categorias de análise dos conhecimentos didáticos e matemáticos do professor. A proposta do autor está fundamentada no EOS - Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática. Conforme Godino (2013), a aplicação das categorias propostas, além de atender os domínios que o professor deve ter sobre o conteúdo a ser ensinado, destaca que sejam considerados outros aspectos, tais como, cognitivos e afetivos que implicam na aprendizagem (dificuldades, erros, níveis de desenvolvimento, instrumentos de avaliação), além de considerar, também, o uso de recursos didáticos manipulativos e tecnológicos, formas de interação, entre outros. O EOS fornece subsídios para análise dos dados advindos da investigação proposta neste trabalho.

3.1 CONHECIMENTO OU SABER?

Shulman (1986, 1987) utiliza, em seus trabalhos, a expressão *conhecimento* para o ensino, da mesma forma que Ball, Thames e Phelps (2008), Hill, Ball e Schilling (2008) usam *conhecimento* matemático para o ensino e Godino (2002, 2009, 2011, 2012, 2013), bem como Godino e colaboradores (2007, 2008), abordam sobre os *conhecimentos* didático-matemáticos, enquanto Tardif (2000, 2012) trata dos *saberes* do professor.

[16][…] *the mathematical knowledge that teachers need to carry out their work as teachers of mathematics”*.

Nesse contexto, Fiorentini, Souza Jr. e Melo (2011) ressaltam que os textos voltados à Educação Matemática utilizam, normalmente, os termos *conhecimento* e *saber*, indistintamente. Ainda que a rigidez na diferenciação dos seus significados não seja foco deste trabalho, considera-se pertinente uma breve reflexão sobre como diferentes autores referem-se a esses dois termos.

Embora a tradução de *knowledge*[17] para a língua portuguesa possa ser conhecimento ou saber, Fiorentini, Souza Jr. e Melo (2011) explicam o *knowledge* de Shulman (1986) de duas maneiras distintas: tratam por *conhecimento*, quando Shulman (1986) dá ênfase ao conteúdo para ensinar, classificando as três vertentes do conhecimento, e chamam de *saber*, àquele utilizado pelo Shulman (1986) no contexto da prática docente, isto é, o saber proposicional, estratégico ou de caso, em que cada uma das três categorias do conhecimento pode se organizar.

Entretanto, os autores distinguem, em seus trabalhos, esses dois termos da seguinte forma:

> [...] "conhecimento" aproximar-se-ia mais com a produção científica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação, tradicionalmente aceitas pela academia; o "saber", por outro lado, representaria um modo de conhecer/saber mais dinâmico, menos sistematizado ou rigoroso e mais articulado a outras formas de saber e fazer relativos à prática não possuindo normas rígidas formais de validação" (FIORENTINI; SOUZA JR.; MELO, 2011, p. 312, grifo dos autores).

Tardif (2000) considera que o *conhecimento* profissional tem natureza pragmática, ou seja, está modelado e voltado para a solução de problemas como, por exemplo, facilitar a aprendizagem do aluno com dificuldades. Já os *conhecimentos* profissionais são adquiridos ao longo do processo formativo, geralmente, universitário e, por isso, são evolutivos e progressivos, sendo necessária a formação continuada após os estudos universitários iniciais. O autor ressalta, ainda, que os *conhecimentos* profissionais partilham com os *conhecimentos* científicos e técnicos, sendo passíveis de revisão e aperfeiçoamento. No entanto, a noção de *saber* dada pelo autor tem um sentido amplo, que engloba conhecimentos, competências, habilidades ou aptidões e atitudes, isto é, aquilo que é chamado de saber, saber-fazer e saber-ser, sendo o ambiente de trabalho do professor o lugar próprio para estudar os saberes profissionais mobilizados e utilizados nas tarefas docentes.

Brousseau (1986, 2008), em seus estudos relacionados à Didática da Matemática, aponta que o *conhecimento* ocorre pela compreensão, enquanto o *saber* acontece quando o *conhecimento* é reconhecido e conduzido. Para o autor, o *saber* é o *conhecimento*

[17] *Knowledge* – conhecimento, saber. Tradução com base em:

1) HOUAISS, Antonio. Dicionário Inglês-Português. 13 ed. Rio de Janeiro: Record, 2000. (p. 436).
2) MICHAELIS: Moderno Dicionário Inglês-Português, Português-Inglês. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 2000. (p. 378).

institucionalizado e passar do estado de *conhecimento* para o estado de *saber* implica transformações no *conhecimento*, que são, em parte, explicadas pelas ações didáticas que se formam sobre essas transformações.

Já D'Ambrósio (2011), quando discorre sobre a origem e aquisição do *conhecimento*, utiliza *conhecimento* e *saber* como sinônimos. O autor escreve:

> Ao longo da história, se reconhecem esforços dos indivíduos e de todas as sociedades para encontrar explicações, formas de lidar e conviver com a realidade natural e sociocultural. Isso deu origem aos modos de comunicação e às línguas, às religiões e às artes, assim como às ciências e às matemáticas, enfim tudo o que chamamos "conhecimento", muitas vezes também chamado "saber" (D'AMBROSIO, 2011, p. 18).

As leituras relacionadas ao significado de *saber* e *conhecimento* permitem perceber os diferentes entendimentos apresentados pelos autores. Embora não seja a intenção discuti-los, entende-se pertinente explicitar o entendimento que será tomado como referência neste trabalho. Considera-se, então, concordando com Tardif (2012), que "o *conhecimento* acontece pela compreensão e apropriação de um determinado objeto pelo meio científico e acadêmico e o *saber* ocorre quando este (o *conhecimento*) transforma-se, consolida-se, seja pelas ações didáticas, a experiência, a reflexão ou a prática, para que possa ser direcionado e desenvolvido em um determinado contexto educativo" [grifo nosso].

3.2 DIVERSIDADE DE CONHECIMENTOS NA VISÃO DE SHULMAN

Shulman (1986) ressalta que, durante um período, houve uma distinção entre o conteúdo a ser ensinado e o conhecimento pedagógico dos professores. O autor aponta que, por volta de 1870, os testes aplicados em avaliações dos professores ignoravam aspectos pedagógicos, em favor do conhecimento do conteúdo e da matéria a ser ensinada. Também era avaliada a compreensão do professor sobre os aspectos fisiológicos, pois era esperado que, pelo menos, ele (o professor) tivesse alguma noção do funcionamento biológico do aluno. Um século depois, segundo o pesquisador, os questionamentos passaram a dar ênfase aos saberes pedagógicos do educador e os testes de seleção e certificação avaliavam a forma de ensinar, distanciando-se, assim, do conhecimento do conteúdo a ser ensinado pelo professor.

Nesse contexto, o autor, em seus trabalhos, tem como foco a investigação sobre diferentes tipos de conhecimentos que podem ser de domínio dos professores.

3.2.1 Tipos de conhecimentos na visão de Shulman

Shulman (1986) fez seu trabalho de investigação junto aos professores atuando em sala de aula, considerando os seus aspectos cognitivos. Criou uma espécie de “biografia intelectual docente” [grifo do autor], constituída por entendimentos e concepções do professor sobre a disciplina que ensina e, a partir daí, categorizou os conhecimentos docentes para o ensino em *conhecimento do conteúdo (content knowledge)*, *conhecimento pedagógico do conteúdo* (*pedagogical content knowledge)* e *conhecimento curricular* (*curricular knowledge*).

O conhecimento do conteúdo (*content knowledge*) refere-se ao conjunto de conhecimentos de uma determinada disciplina, do qual o educador deve apropriar-se e organizar em sua mente. Para o autor, o professor deve entender a matéria a ser ensinada, considerando diferentes aspectos, de tal forma que possa conduzir a aprendizagem do aluno, relacionando o assunto dentro e fora da disciplina, além de ser capaz de estabelecer a conexão teórica com a prática.

Além disso, para Shulman (1986), o professor deve considerar se o assunto a ser estudado é central ou periférico, destacando sua maior ou menor relevância, devendo, além de saber ensinar, entender por que ensinar, aproximando o imaginário do real. Segundo o autor, para o trabalho docente, é necessário ter o domínio histórico e epistemológico do conteúdo, pois é o professor o intercessor entre o conhecimento historicamente construído, o conhecimento por ele apropriado e o construído pelos alunos.

A segunda tipologia estabelecida por Shulman (1986) é a do conhecimento pedagógico do conteúdo (*pedagogical content knowledge)*, que se refere ao conhecimento do conteúdo, mas de forma particular, com ilustrações, exemplos, explicações, formas de representação, ou seja, aspectos que favoreçam o ensino do conteúdo. O autor salienta que essas formas de representação não são únicas e podem ser oriundas da academia ou dos próprios saberes práticos. Shulman (1987) também considera que, nessa categorização, há uma fusão especial dos aspectos do conteúdo e dos aspectos pedagógicos, sendo exclusiva do professor, uma vez que lhe possibilita a compreensão de como os conteúdos de ensino organizam-se e adaptam-se aos interesses e capacidades dos alunos, para, posteriormente, tornarem-se próprios para o ensino.

O conhecimento pedagógico do conteúdo inclui as facilidades na aprendizagem, permitindo ao professor desfazer percepções negativas ou preconceitos trazidos pelo aluno em sua bagagem de conhecimentos em relação a determinado assunto. Ainda que Shulman (1986) tenha reconhecido a gestão de sala de aula, bem como as normas de organização, como temas pedagógicos, não enfatiza esses aspectos em seu trabalho, tendo em vista ter sua atenção voltada ao conhecimento pedagógico do conteúdo.

A terceira classificação instituída por Shulman (1986) é a do conhecimento curricular (*curricular knowledge*). Segundo o autor, esse conhecimento, embora muitas vezes negligenciado nos cursos de formação inicial ou formação continuada, refere-se ao currículo específico, à estruturação dos assuntos a serem ensinados e ao conhecimento dos materiais didáticos e programas que servem como ferramentas para o exercício da profissão docente. Para o pesquisador, um professor consciente das suas responsabilidades na docência procura alternativas curriculares disponíveis, para viabilizar o ensino de determinado assunto, como textos, *softwares*, filmes educativos, experiências de laboratório, além de buscar formas de corrigir e avaliar o desempenho de seus alunos.

Essa categorização também compreende o conhecimento curricular horizontal, que se refere à capacidade do professor de relacionar o assunto ou tema que está sendo trabalhado com outros de diferentes disciplinas concomitantes à sua. E, ainda, o saber curricular vertical, que está relacionado à articulação dos temas que foram ou serão ministrados na mesma disciplina, em anos anteriores ou posteriores.

3.2.2 Base de conhecimentos para o ensino na visão de Shulman

Shulman (1986), em seu trabalho posterior Shulman (1987), considera relevante que o professor tenha uma espécie de "manual ou guia", que seja sua *base de conhecimentos para o ensino* (*knowledge base for teaching*), o qual compreende a aprendizagem do aluno, frente à capacidade de ensino do professor, pois resultados educacionais positivos consideram tanto os resultados para o professor quanto para o aluno. Esse compêndio contém sete itens, a saber:

- conhecimento do conteúdo específico, que se refere aos conceitos e procedimentos relativos ao próprio assunto, bem como à área na qual o mesmo está inserido;
- conhecimento pedagógico do conteúdo, que reúne conteúdo e didática, possibilitando compreender como os temas organizam-se e adaptam-se aos interesses e compreensão dos alunos;
- conhecimento curricular, que trata dos materiais e programas que compõem os instrumentos necessários ao exercício da docência;
- conhecimento pedagógico geral, que vai além daquele relacionado à área específica do conteúdo, com princípios e estratégias gerais de condução e organização da sala de aula;

- conhecimento dos alunos e suas peculiaridades, com o qual o professor deve ser capaz de conduzir o processo de aprendizagem de seus alunos com atividades próprias ao nível de ensino e à idade cronológica, sendo necessário que o docente compreenda, tanto o processo de desenvolvimento humano quanto o processo de aprendizagem;
- conhecimento dos contextos educativos, que vai do funcionamento da classe, da escola, até um caráter mais amplo, o aspecto cultural da comunidade, tanto dentro quanto fora da escola;
- "conhecimento dos objetivos, das finalidades e dos valores educativos, considerando seus fundamentos filosóficos e históricos[18]" (tradução nossa).

As três primeiras categorias compõem o conhecimento para o ensino, as quais são abordadas em Shulman (1986) e referem-se ao conhecimento do conteúdo. As quatro últimas abordam dimensões gerais do conhecimento do professor e formaram, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), a base dos programas de formação de professores da época. Entre essas categorias, o conhecimento pedagógico do conteúdo representa a mescla entre a matéria e a didática, pela qual se torna possível chegar a uma compreensão de como os problemas e os assuntos organizam-se e adaptam-se aos interesses e capacidade dos alunos.

Shulman (1987) destaca que o professor deve buscar essa base de conhecimentos – intelectual, prática e normativa – necessária ao ensino e à profissionalização docente, em quatro fontes:

- a primeira fonte é da formação específica na matéria de ensino, a qual constitui-se do conhecimento dos conteúdos e apoia-se em bibliografias e pesquisas;
- a segunda constitui-se de materiais didáticos e das estruturas curriculares, isto é, são os livros, os currículos, a organização escolar e a experiência na profissão docente, os quais facilitam o processo de ensino e aprendizagem;
- a terceira refere-se à literatura acadêmica destinada à compreensão da escolarização, do ensino e da aprendizagem, a qual fornece os conceitos na área específica do conteúdo, na do desenvolvimento humano e na de educação, além de expor aspectos normativos, filosóficos e éticos;
- a quarta é a do saber, adquirida com a prática docente e a constante reflexão sobre essa prática.

[18] Knowledge of educational ends, purposes, and values, and their philosophical and historical grounds (Shulman, 1987, p.8).

3.2.3 Saberes docentes na visão de Shulman

Shulman (1986) utiliza-se da prática docente, a de sala de aula, para classificar os saberes docentes em três tipos: o proposicional, o de casos e o estratégico, os quais estão inseridos dentro das categorias do conhecimento do conteúdo.

O *saber proposicional* divide-se em princípios, máximas e normas. Os princípios são produzidos a partir de reflexões filosóficas ou de uma investigação empírica. As máximas, que têm como fonte a sabedoria acumulada da prática, são ideias que nunca foram confirmadas por pesquisa e, provavelmente, seriam difíceis de demonstrar. Por exemplo, quebrar o giz antes de usar, para evitar o rangido no quadro verde. As normas não são teóricas e nem práticas, norteando o trabalho do professor porque são morais e eticamente corretas.

O *saber de casos* é considerado por Shulman (1986) como complemento das proposições e está relacionado a fatos específicos da prática. Os casos caracterizam-se por ser um conjunto de ocorrências, geralmente, bem descritos e documentados, que possibilitam um elo entre teoria e prática.

O terceiro e último saber docente vinculado à prática do professor é o *saber estratégico*, que está ligado ao gerenciamento da sala de aula e ao enfrentamento de situações-problema que nela possam ocorrer, sejam elas de ordem teórica, prática ou moral.

Shulman (1986) demonstra sua preocupação com o conhecimento do conteúdo (conhecimento específico, conhecimento pedagógico e conhecimento curricular). No entanto, reconhece a importância do conhecimento pedagógico do ensino, distinto daquele do conteúdo, que trata dos princípios gerais de organização, gestão de sala de aula. O autor enfatiza que não os ignora, mas sua tentativa foi de fazer um trabalho dando visibilidade ao conhecimento do conteúdo.

3.3 DIVERSIDADES DE SABERES SOB A ÓTICA DE TARDIF

Tardif (2012) trata da categorização dos saberes docentes num sentido amplo, que engloba não só o conhecimento do conteúdo, mas também as habilidades, competências e atitudes constantes na vivência profissional do professor. Como já destacado, o saber docente, na visão de Tardif (2000), é plural, heterogêneo, temporal, personalizado e situado, o qual carrega marcas do ser humano, que é seu objeto de trabalho, deixando no saber docente um componente ético e emocional.

O saber docente é plural porque é oriundo de diversas fontes: a história de vida, a universidade, na ocasião da formação inicial, que prepara para o exercício da profissão como professor, ou ainda, o período escolar que precede essa formação, quer seja a escola primária ou a secundária, momento no qual o professor de hoje era o aluno de ontem, numa experiência discente, ganhando de seus professores exemplos de docência, tais como, maneiras, comportamentos e crenças. Também fazem parte dessa pluralidade os conhecimentos curriculares veiculados por programas ou manuais, o próprio saber ligado à experiência do trabalho, à experiência com outros professores e à tradição docente, que é peculiar ao ofício de professor.

Os saberes docentes são heterogêneos porque não se constituem de saberes unificados, utilizando muitas teorias, concepções e técnicas, de acordo com a sua necessidade, na busca de integração com o trabalho docente e o desejo de atingir diferentes tipos de objetivos, tais como, o controle do grupo, a motivação e a concentração do aluno para a realização de determinadas tarefas, o acompanhamento e a evolução dessas tarefas, bem como a organização de atividades de aprendizagem. Nesse contexto, Gauthier (1998) que, ao tratar da profissão docente, fala de conhecimento e de saber, ressalta que esses conhecimentos são originários das pesquisas e práticas docentes: "conhecimento do conteúdo, saber experiencial, conhecimento das crianças, conhecimento do programa, conhecimento relativo ao gerenciamento da classe, conhecimento de si mesmo, cultura geral, etc" (GAUTHIER, 1998, p. 18).

O saber docente é temporal, pois é adquirido ao longo da história de vida do professor, tanto no ambiente familiar, através das experiências vividas na família, quanto no ambiente escolar ou profissional. Tardif (2012) ressalta que a temporalidade deixa resquícios do seu período escolar primário ou secundário, podendo deixar marcas tanto positivas quanto não tão positivas dessa época, as quais acabam por contribuir na formação profissional docente. "A temporalidade estruturou, portanto, a memorização de experiências educativas marcantes para a construção do Eu profissional [...]" (TARDIF, 2012, p.67) e os saberes adquiridos e vivenciados pelo professor, nesse período que antecede a profissão, tornar-se-ão importantes para o exercício da atividade docente.

Tardif (2012) categoriza os saberes docentes em saberes da formação profissional, disciplinares, curriculares e experienciais, todos relacionados ao trabalho do professor. Para o autor, os da formação profissional são os constituídos pelas Ciências da Educação, unidos aos saberes pedagógicos, cujas fronteiras são quase imperceptíveis. Os saberes das Ciências da Educação são os científicos, transmitidos pelas instituições formadoras de professores, tanto na formação inicial quanto na formação continuada, cujo objetivo é produzir conhecimentos para as Ciências Humanas e para as Ciências da Educação e incorporá-los à prática docente. Essa prática mobiliza os saberes pedagógicos, os quais apresentam percepções e ideologias provenientes de reflexões sobre a prática educativa, técnicas, formas de saber e de fazer.

Os saberes disciplinares são aqueles transmitidos pelas instituições universitárias, através dos cursos e departamentos, cujo objetivo é produzir o conhecimento científico do conteúdo a ser ensinado em cada disciplina. Os saberes curriculares que, para Tardif (2012), ocorrem em forma de programas escolares e estão relacionados aos objetivos, conteúdos e metodologia seguidos pelo professor.

Por fim, o autor nomeia os saberes experienciais ou práticos, frutos da própria experiência docente, individual ou coletiva, vivenciada na sala de aula ou na escola, além de todas as experiências anteriores retraduzidas e validadas pelo próprio professor. O saber experiencial é tido como central, como a chave dos saberes, oriundo da prática cotidiana do professor, que articula todos os demais. Dessa forma, os professores retomam os saberes adquiridos e os adaptam à sua profissão, desprezando o que não lhes parece útil e conservando o que se relcaiona à sua realidade profissional.

De acordo com o autor, os experienciais ou práticos manifestam-se pelo saber-fazer e o saber-ser próprio de cada docente e não devem ser confundidos com os saberes da prática. Os saberes da prática, ou sobre a prática, constituem um conjunto de saberes que mobilizam a ação docente, isto é, são aqueles aplicados à prática.

Para Tardif (2000, 2012), os saberes mobilizados no exercício da docência não se restringem apenas ao aspecto cognitivo docente, mas relacionam-se com ele e vinculam-se ao trabalho do professor, de tal maneira que possibilitem inspiração de princípios e soluções para as situações diárias da sua prática.

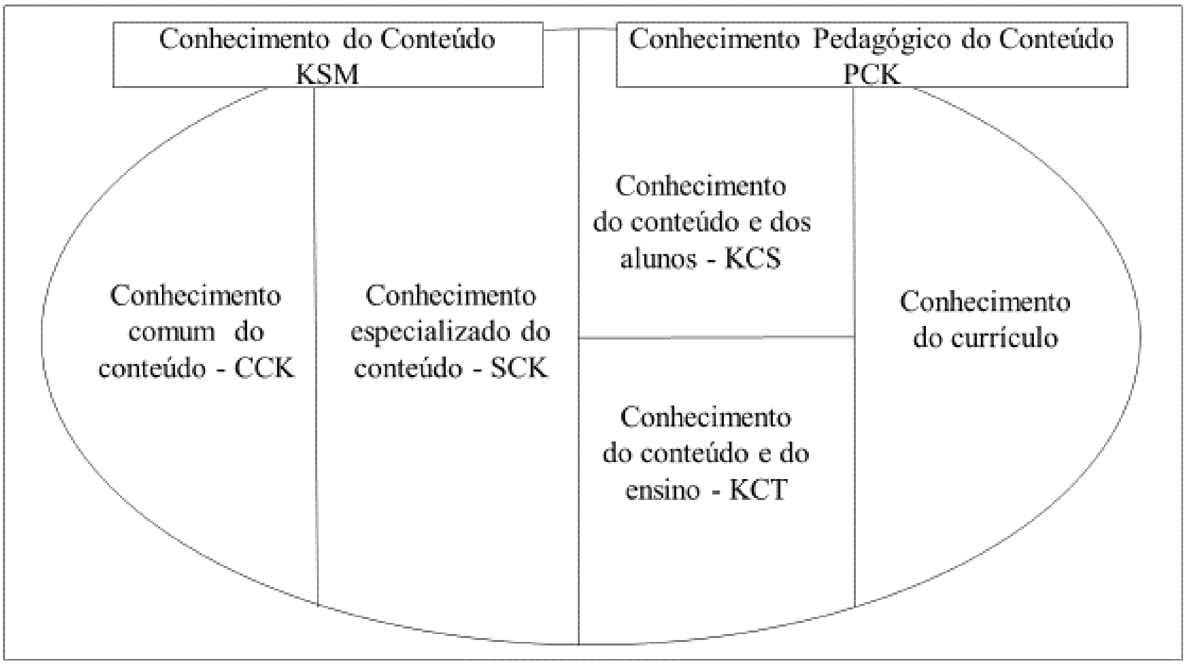
3.4 CATEGORIZAÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO NA VISÃO DE BALL E COLABORADORES

Fiorentini, Souza Jr. e Melo (1998) apontam que a categorização estabelecida por Lee Shulman tem sofrido críticas, por enfatizar o conhecimento do conteúdo e não aprofundar aspectos não menos importantes relacionados ao saber prático e ao saber reflexivo. No entanto, os autores destacam que é possível perceber, por meio da literatura, que a produção de pesquisas com foco na base de conhecimentos (*knowledge base*), de Shulman (1987), tem crescido substancialmente nesses últimos anos.

Ball, Thames e Phelps (2008) observam que, por duas décadas após o trabalho de Shulman (1986, 1987), as pesquisas realizadas voltaram-se pouco para o entendimento do professor sobre o conteúdo que ensina, destinando-se, na maioria das vezes, para o conhecimento pedagógico. Assim, os autores, com o intuito de manter o enfoque no conhecimento do conteúdo, começaram sua investigação a partir da prática docente na sala de aula, pelo trabalho, pelas demandas do dia-a-dia, pelo *work for teaching* – trabalho para o ensino – (tradução nossa).

As categorizações de Ball, Thames e Phelps (2008) alinham-se ao pensamento de Shulman (1986, 1987), mas estão direcionadas, especificamente, ao conhecimento matemático. Os autores entendem que a proposta de Shulman (1986, 1987) tem um papel relevante na formação dos professores e nas ações de investigação, podendo ser levadas a outras áreas, mesmo que, em cada situação, sejam necessárias adaptações. Assim, a partir das análises de suas pesquisas, refinam os estudos de Shulman (1986) e propõem duas categorias iniciais no conhecimento matemático para o ensino (*mathematical knowledge of teaching* – MKT): o conhecimento do conteúdo (*subject matter knowledge* – KSM) e o conhecimento pedagógico do conteúdo (*pedagogical content knowledge* – PCK). As duas categorias iniciais propostas são organizadas em subcategorias, tal como apresentado no esquema da Figura 3, estando em consonância com o conhecimento para o ensino (conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo) de Shulman (1986).

Figura 3 - Conhecimento matemático para o ensino (MKT)



Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008, p. 5, tradução nossa, adaptado).

A primeira categoria definida por Ball, Thames e Phelps (2008) é a do conhecimento do conteúdo matemático “puro” (lado esquerdo da Figura 3), exclusiva para o trabalho de ensino e relativa à organização, conceitos e estruturas do conteúdo. Está dividida em duas subcategorias, sendo que a primeira se refere ao conhecimento comum do conteúdo (*common content knowledge* – CCK) e a segunda, ao conhecimento especializado do conteúdo (*specialized content knowledge* – SCK).

Os autores ressaltam que o conhecimento comum do conteúdo é próprio de um indivíduo adulto, matemático ou não, que possui capacidade suficiente para a resolução de problemas matemáticos. Esse é usado em muitas profissões e ocupações que se utilizam dos conhecimentos matemáticos, sendo usado, também, pelo professor, quando ensina Matemática. Ball, Thames e Phelps (2008) ressaltam que o CCK possibilita que o professor utilize termos e notações matemáticas corretamente, reconheça uma resposta imprecisa de um livro, isto é, seja capaz de realizar a tarefa que atribui aos seus alunos.

O conhecimento especializado do conteúdo (SCK) é uma forma mais recente de categorização, assinalada pelo conhecimento mais avançado do professor, que o habilita a desenvolver a sequência de ensino do currículo. Hill, Ball e Schilling (2008) apontam que o SCK inclui ideias de representação matemática, possibilita o envolvimento do professor em determinadas tarefas de ensino e o entendimento de métodos de solução incomuns para problemas matemáticos. Os autores ressaltam que, tanto o CCK quanto o SCK referem-se ao conhecimento do conteúdo, não considerando, portanto, aspectos relativos ao que o aluno conhece, nem ao conhecimento do ensino.

A segunda categoria definida por Ball, Thames e Phelps (2008) (lado direito da Figura 3) é a do conhecimento pedagógico do conteúdo (*pedagogical content knowledge* – PCK), a qual se relaciona aos domínios de base de conhecimentos, propostos por Shulman (1986), incluindo três subcategorias, a do conhecimento do conteúdo e dos alunos (*knowledge content and students* – KCS), a do conhecimento do conteúdo e do ensino (*knowledge content and teaching* – KCT) e a do conhecimento do currículo (*knowledge of curriculum*).

O KCS, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), refere-se ao conhecimento do conteúdo entrelaçado ao de como os alunos pensam, sabem ou aprendem determinada matéria. Inclui o conhecimento dos erros comuns, dificuldades e equívocos, referindo-se às estratégias utilizadas para avaliar a compreensão do aluno e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Segundo Hill, Ball e Schilling (2008), o KCS é um elemento importante do PCK, que se alinha à proposta de Shulman (1986), pois o pensamento e as ideias do aluno, bem como suas concepções e preconceitos sobre determinados assuntos, fornecem uma base essencial para o conhecimento pedagógico, encontrando-se a melhor forma de construir o raciocínio matemático ou a possibilidade de sanar os erros. O KCS é relevante no que tange à compreensão do professor em relação a como o aluno apropria-se de certo conteúdo.

Os autores exemplificam essa subcategoria, por meio da resolução da adição “56 + 9”, considerando que o professor poderia esperar que um aluno solucionasse o problema pela contagem. Outro faria a contagem de cinquenta e seis com dez e tiraria uma unidade, ou ainda, o seguinte construiria o algoritmo. Sem o domínio do KCS, é possível que o professor trate determinado assunto matemático com muita propriedade, mas não seja capaz de entender como os alunos aprendem, ou ainda, como apresentam raciocínios distintos diante de um problema.

Já o conhecimento do conteúdo e ensino (KCT) refere-se ao conteúdo matemático e ao saber sobre o ensino, pois tarefas matemáticas requerem o conhecimento matemático aliado à compreensão de questões pedagógicas, as quais conduzem o processo de ensino. Ball, Thames e Phelps (2008) ressaltam que, se um professor tem o conhecimento do ensino e do conteúdo (KCT), deve ter condições de sequenciar o conteúdo específico para o ensino e a aprendizagem, decidir quando usar um comentário de um aluno para fazer um ponto matemático, ou ainda, quando constituir uma nova tarefa para a aprendizagem dos alunos. Cada um desses domínios requer uma interação entre a compreensão matemática específica e uma compreensão de questões pedagógicas.

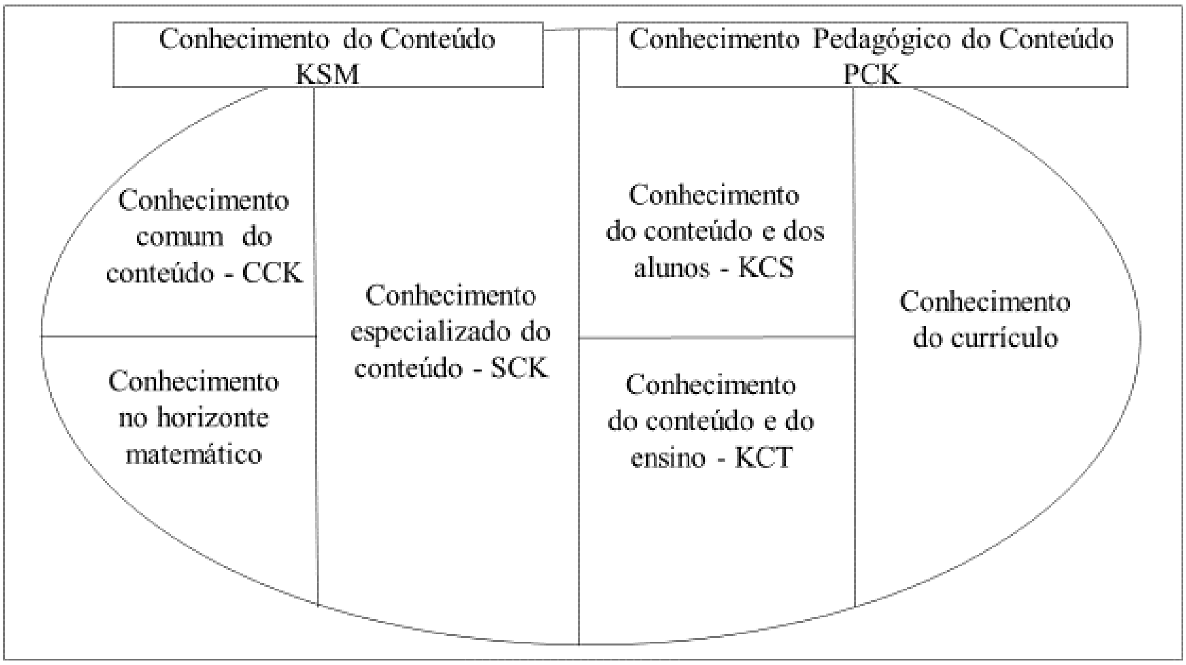
Por fim, há o conhecimento curricular, última categoria de Shulman dentro da proposta de classificação dos conhecimentos do professor, e que, na concepção de Ball, Thames e Phelps (2008), é uma subcategoria dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo. Está relacionada ao conhecimento dos materiais curriculares, às transformações ocorridas no conteúdo matemático, para que se tornem prontas para serem difundidas e comunicadas, de acordo com cada nível de escolaridade, além de indicar os programas próprios para o ensino dos conteúdos matemáticos.

Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), as linhas que delimitam as categorias de conhecimento matemático são maleáveis. Os autores justificam tal afirmativa, considerando o exemplo: reconhecer uma resposta errada significa ter CCK, entretanto, se ocorrer avaliação do erro, pode-se tratar do conhecimento especializado do conteúdo (SCK), ou do conhecimento do conteúdo e alunos (KCS), conforme a maneira de o professor analisar o erro.

Se o professor avaliar o erro, predominantemente, pelo seu conhecimento, significa que ele tem SCK. No entanto, se a avaliação partir da experiência com o aluno e pela familiaridadedos erros comuns, então o conhecimento é do tipo KCS. Ainda, se decidir qual a melhor forma de atenuar o erro, então exigirá o conhecimento do conteúdo e ensino (KCT).

Hill, Ball e Schilling (2008) apresentam uma proposta um tanto diferente, definindo outra forma de divisão do conhecimento do conteúdo, não mais em duas, mas em três categorias: a do conhecimento comum do conteúdo, a do conhecimento especializado do conteúdo, referidas anteriormente, e a do conhecimento no horizonte matemático (*knowledge at the mathematical horizon*), conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4 - Conhecimento matemático para o ensino, acrescido do horizonte matemático



Fonte: Hill, Ball e Schilling (2008, p.377, tradução nossa, adaptado)

O conhecimento no horizonte matemático é próprio de um indivíduo que possui informação avançada em Matemática. Segundo Hill, Ball e Schilling (2008), tê-lo significa ter os temas matemáticos em toda a extensão do currículo, relacionando a Matemática que o aluno irá aprender aos seus conhecimentos prévios e com conteúdo matemático futuro. Para Oliveira (2011, p.48), o conhecimento, no horizonte matemático, é o "conhecimento de como os tópicos matemáticos se relacionam e da forma como a aprendizagem de um determinado tópico se desenvolve ao longo da escolaridade".

Assim, entende-se que as categorizações sugeridas por Ball, Thames e Phelps (2008) e Hill, Ball e Schilling (2008) emergem dos refinamentos da proposta de Shulman (1986) e do *knowledge base* de Shulman (1987). O conhecimento do conteúdo e dos alunos – KCS coincide com o item que compõe a base de conhecimentos *(knowledge base*) referente à apresentação do conteúdo a ser ensinado aos alunos, de forma compreensível. Da mesma maneira, o conhecimento do conteúdo e ensino, o KCT, concorda com o item no qual está descrita a necessidade de o professor conhecer os alunos e suas peculiaridades, incluindo a idade, suas origens e seus conhecimentos prévios.

3.5 CATEGORIZAÇÃO DOS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS DO PROFESSOR NA PERSPECTIVA DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Godino (2009, 2011) apresenta uma proposta que considera adequada à categorização do conhecimento matemático. Segundo o autor, um modelo que trate desse assunto tem que englobar categorias de análise dos conhecimentos didático-matemáticos do professor mais apuradas, ressaltando a necessidade de tratar dos conhecimentos voltados ao conteúdo, mas, também, ao relacionado aos alunos, bem como o gosto pela Matemática, a forma de aprender e as dificuldades enfrentadas pelos mesmos.

O modelo apresentado pelo autor baseia-se na aplicação do "Enfoque Ontosemiótico – EOS" [grifo do autor] sobre o conhecimento e a instrução matemática. O EOS é definido como um marco teórico que surgiu no âmago da Didática da Matemática, no início dos anos noventa, com o propósito de comparar marcos teóricos existentes, superar algumas limitações para, por fim, articular essas diferentes noções teóricas sobre o conhecimento, o ensino e a aprendizagem matemática (GODINO; BATANERO; FONT, 2008). De acordo com os autores,

> o ponto de partida do EOS é a formulação de uma ontologia de objetos matemáticos que contemple o triplo aspecto da Matemática: como atividade socialmente compartilhada de resolução de problemas, como linguagem simbólica e sistema conceitual logicamente organizado (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p.12).

Ainda, segundo os autores, as noções teóricas do EOS podem servir tanto como ferramenta de análise e reflexão de uma proposta educativa, como para a orientação e a elaboração da mesma, podendo, ainda, serem utilizadas, pelo professor, na própria prática docente. Tais noções podem ser consideradas, também, como instrumento de pesquisa, pois contêm categorias distintas, as quais possibilitam a análise dos diferentes enfoques de investigação relacionados ao processo de ensino e aprendizagem matemática, focando questões como: *de que forma ensinar Matemática de tal modo que a aprendizagem ocorra da melhor maneira possível* e *que Matemática é ensinada e por quê?*

O conjunto de noções teóricas que compõem o EOS inclui cinco níveis de análise do processo de ensino e aprendizagem, aplicáveis a um processo de estudo matemático planificado ou implementado: sistema de práticas, configuração de objetos e processos matemáticos, trajetórias didáticas, dimensão normativa e idoneidade[19] didática (FONT; PLANAS; GODINO, 2010, p. 92).

---

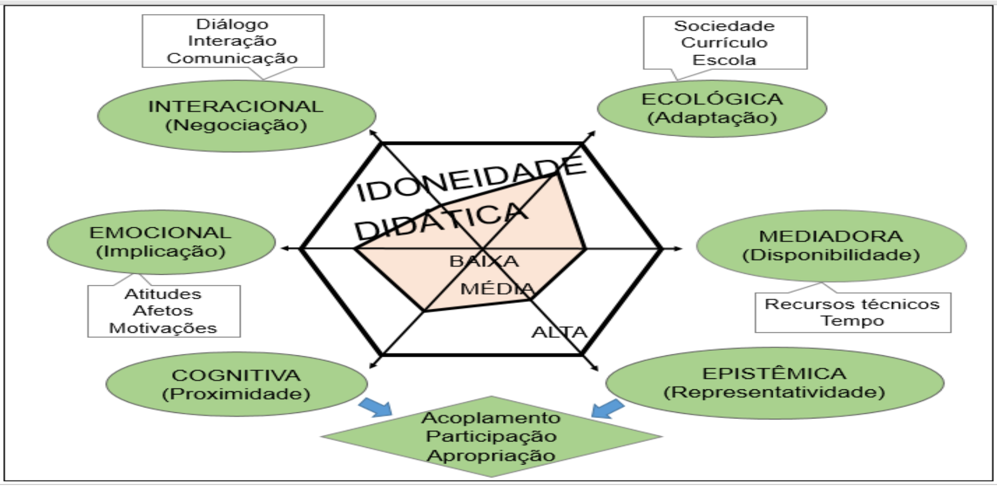
[19] Em Godino, Batanero e Font (2008), o termo *idoneidad* é traduzido como *adequação*. Já Andrade e Kaiber (2014) optam por utilizar *idoneidade*, pois consideram que esse termo melhor condiz com o significado de *idoneidad* no âmbito do EOS, tradução esta que será utilizada no presente trabalho.

Godino, Font e Wilhelmi (2008) destacam que, enquanto os quatro primeiros níveis[20] de análise são ferramentas para uma didática descritiva-explicativa, a Idoneidade Didática é um instrumento o qual possibilita a orientação da prática docente na escola.

Para Godino (2011), a Idoneidade Didática é um nível do EOS que se constitui em uma ferramenta própria para análise, reflexão e síntese didática, o qual possibilita orientar o trabalho docente com relação à Matemática, melhorando a qualidade das atividades docentes, o que a torna útil, também, na elaboração dos programas de formação de professores. Andrade e Kaiber (2014) apontam que os elementos que compõem a Idoneidade Didática são essenciais ao planejamento e desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos na escola, considerando que se referem ao fundamental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática: conteúdo do conhecimento, professor e alunos, em interação, em um espaço educativo, mediados por relações de natureza epistêmica, cognitiva e emocional.

Godino (2011) aponta que a Idoneidade Didática de um processo de instrução matemática refere-se à articulação coerente e harmônica de seis dimensões: epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica, as quais são citadas disjuntas para facilitar uma apreciação mais detalhada, porém, interagem entre si e podem ser percebidas a partir de distintos graus de adequação (alta, média, baixa). A Figura 5 apresenta um esquema que destaca as distintas dimensões da Idoneidade Didática, bem como seus graus de adequação.

Figura 5 - Dimensões da Idoneidade Didática



Fonte: Godino, Batanero e Font (2008, p. 24).

Godino (2011) destaca que o diagrama da Figura 5 apresenta as principais características que compõem a Idoneidade Didática. De acordo com o autor, representa-se,

[20] O estudo desses quatro primeiros níveis apresenta-se em 4.5.1 (Bases do Enfoque Ontosemiótico).

> [...]através do hexágono regular, a idoneidade correspondente a um processo de estudo pretendido ou planificado, donde, a *priori,* se supõe um grau máximo das idoneidades parciais. O hexágono irregular interno corresponderia às idoneidades efetivamente alcançadas na realização do processo de estudo. Situam-se, na base as idoneidades epistêmica e cognitiva, ao considerar que o processo de estudo gira em torno do desenvolvimento de conhecimentos específicos (GODINO, 2011, p. 06, tradução nossa)[21].

Assim, para que seja alcançada uma alta idoneidade em um processo de estudo, torna-se necessário que essas distintas dimensões ou idoneidades parciais estejam bem estruturadas.

As duas primeiras idoneidades a serem tratadas são a idoneidade epistêmica e a cognitiva. Para tanto, busca-se, em Godino (2003), as explicações referentes ao uso desses dois termos. O autor ressalta que utiliza o termo cognitivo para designar conhecimentos subjetivos, isto é, os processos mentais desenvolvidos por um indivíduo. Porém, por entender que as pessoas interagem entre si, dialogam, buscam um consenso e regularizam as formas de atuação e expressão, Godino (2003) considera que dessas práticas emergem objetos institucionais. Assim, define o termo "[...] *cognitivo* para a cognição individual e *epistêmico* para a cognição institucional" (GODINO, 2003, p. 17).

Nessa conjuntura, a dimensão epistêmica refere-se, então, aos conhecimentos matemáticos relativos ao contexto institucional em que se realiza o processo de ensino, bem como à distribuição do tempo para os diversos componentes do conteúdo, como problemas, linguagem, procedimentos, definições, propriedades e argumentos. Segundo Godino e Neto (2013), o ponto central para a realização de uma alta idoneidade epistêmica será, portanto, a seleção e adaptação nos diversos componentes do conteúdo. Para os autores, nessa idoneidade, as tarefas ainda devem proporcionar aos alunos várias formas de abordagem, implicando diversas representações e exigindo dos mesmos, interpretação e justificativa em suas soluções. Além disso, as situações-problema devem incluir a conexão entre os diferentes blocos do conteúdo, não como entes separados, mas interligados entre si.

Dentro dessa idoneidade, Godino (2009), a partir do aporte teórico de Hill, Ball e Schilling (2008) aponta três vertentes que servem para avaliação e reflexão sobre o conhecimento do conteúdo: o conhecimento comum, com o qual o indivíduo resolve as tarefas; o conhecimento especializado (SCK), com o qual o indivíduo elabora a configuração de objetos e processos, considerando uma solução aceitável, além de outras possíveis relacionadas à tarefa;

[21] Representamos mediante un hexágono regular la idoneidad correspondiente a un proceso de estudio pretendido o planificado, donde a priori se supone un grado máximo de las idoneidades parciales. El hexágono irregular interno correspondería a las idoneidades efectivamente logradas en la realización de un proceso de estudio implementado. Situamos en la base las idoneidades epistémica y cognitiva al considerar que el proceso de estudio gira alrededor del desarrollo de unos conocimientos específicos.

o conhecimento ampliado, o que se refere às conexões com outros temas, além de generalizações das tarefas.

A fim de que se eleve o grau da idoneidade epistêmica, Godino e Neto (2013) consideram necessário o aumento do grau de idoneidade em cada um dos componentes. Para tanto, os problemas matemáticos apresentados aos alunos devem ser, de preferência, contextualizados e exibidos em diversas formas de linguagem, incluindo-se a natural, o registro gráfico e o simbólico, além das possíveis conversões entre essas formas de representação. Os enunciados e procedimentos envolvidos na solução dos problemas precisam ser adaptados ao nível de escolaridade ao qual se destinam e devem ser desenvolvidos de maneira clara, valendo o mesmo para as demonstrações e as propriedades. Também é necessário que haja conexão entre os conceitos, propriedades e o problema estudado.

Já a idoneidade cognitiva, segundo Godino (2009, 2011), refere-se aos conhecimentos próprios dos alunos e o progresso na sua aprendizagem, expressando, também, o grau em que os conteúdos implementados ou pretendidos são adequados aos alunos. Nessa dimensão, entende-se que o aluno possa apropriar-se de novos conhecimentos a partir de suas experiências e conhecimentos prévios. Há uma correspondência entre a noção de idoneidade epistêmica e idoneidade cognitiva pela similaridade dos respectivos componentes. Ambas consideram que o processo de estudo gira em torno do desenvolvimento dos conhecimentos específicos e estão definidas sobre os sistemas de práticas operativas e discursivas, institucionais ou pessoais.

Já a idoneidade mediacional, segundo Godino (2009, 2011) tem como elementos a utilização de recursos didáticos, o tempo didático e as condições ambientais da sala de aula, os quais são considerados necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. Godino, Batanero e Font (2004) apontam que os recursos manipulativos desempenham funções representativas que propiciam a compreensão dos significados matemáticos para posterior formulação de conceitos e estruturas matemáticas, podendo, portanto, ser considerados como instrumentos semióticos. Os autores ressaltam que os materiais manipulativos servem de elo entre a realidade e o objeto matemático, no entanto, não devem comprometer o raciocínio, sendo apenas um "meio para um fim e não um fim em si mesmo" (GODINO; BATANERO; FONT, 2004, p.141).

A alta idoneidade mediacional, conforme Godino e Neto (2013), pode ser garantida pela contextualização, situações concretas e visualizações das definições e propriedades na abordagem do conteúdo. Esses pesquisadores consideram que tais condições podem ser favorecidas pela utilização de materiais manipulativos, mas também pelo uso de recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem matemático, os quais contribuem significativamente para o crescimento da idoneidade mediacional. Outra forma de aumentar essa idoneidade, consoante os mesmos, é destinar maior tempo para os assuntos com maiores dificuldades, ou para aqueles considerados temas centrais do conteúdo estudado ou para os de maior relevância. Da mesma forma, os aspectos relacionados ao número de alunos por turma, o horário da aula de Matemática e as condições adequadas da sala contribuem, positivamente, tanto para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem quanto para aumentar essa idoneidade.

Com relação à idoneidade afetiva, Godino (2009, 2011) aponta como aquela que determina o grau de interesse e motivação de cada aluno com relação aos objetos matemáticos e ao processo de estudo seguido. Godino e Neto (2013) consideram que, para elevar o grau dessa idoneidade, as tarefas selecionadas pelo professor devem ser de interesse do aluno, justificando a utilidade da Matemática ao longo da vida e proporcionando situações de valorização e autoestima, evitando, assim, a fobia e o medo da disciplina.

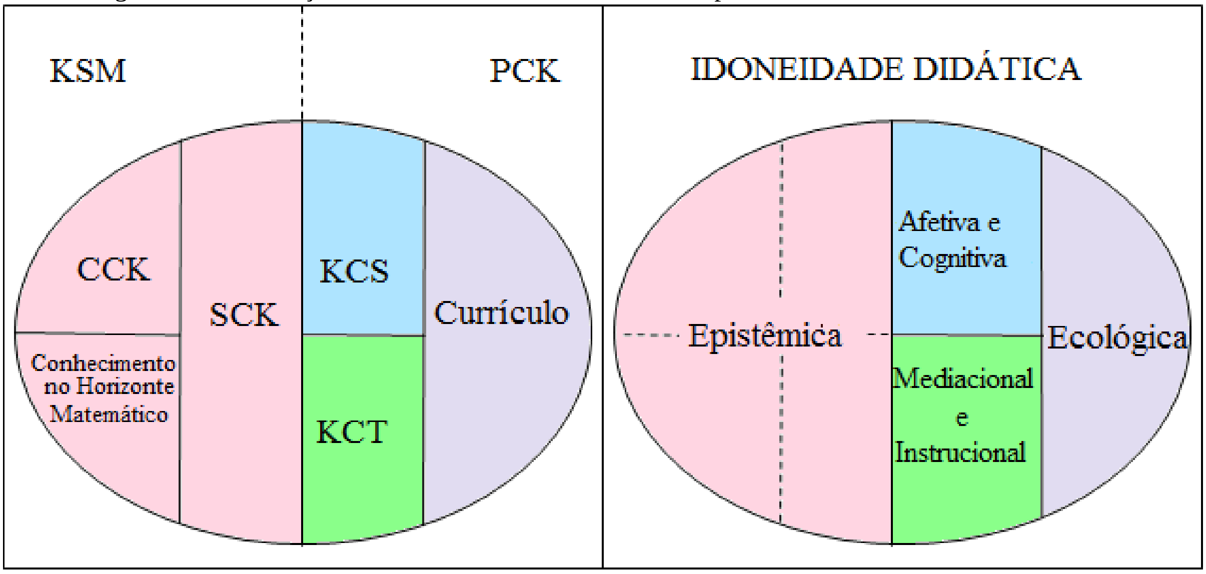
Já a idoneidade interacional, conforme Godino (2009, 2011), trata dos padrões de interação entre professores e alunos, identificando e resolvendo conflitos de significados e favorecendo a autonomia na aprendizagem. Essa dimensão pode elevar-se, segundo Godino e Neto (2013), com uma apresentação clara e organizada do tema abordado, com a inclusão dos alunos nas dinâmicas de classe, promovendo o diálogo e a comunicação entre os mesmos, contemplando momentos em que possam assumir a responsabilidade pelo estudo.

Por fim, Godino (2009, 2011) apresentam a idoneidade ecológica, que inclui aspectos que Shulman (1986) descreve como conhecimento curricular. Essa dimensão determina o grau de adaptação do processo de estudo ao projeto educativo, às diretrizes curriculares e ao entorno social. Godino e Neto (2013) consideram que é possível aumentar essa dimensão, quando se pode assegurar que os conteúdos ensinados contribuam para a formação social e profissional dos alunos, além de proporcionar a relação intramatemática e extramatemática.

Godino (2009) aponta que, embora as seis dimensões da Idoneidade Didática apresentem certa similaridade com o conhecimento matemático para o ensino (MKT) de Hill, Ball e Schilling (2008), as noções de configuração de objetos e processos e de configuração didática possibilitam uma classificação nessas dimensões, que o autor julga necessária para a organização dos processos formativos e sua evolução.

No entanto, mesmo considerando as ponderações do autor, entende-se pertinente estabelecer relações entre o MKT e a Idoneidade Didática, conforme se apresenta na Figura 6.

Figura 6 - Inter-relação entre o conhecimento matemático para o ensino e a Idoneidade Didática



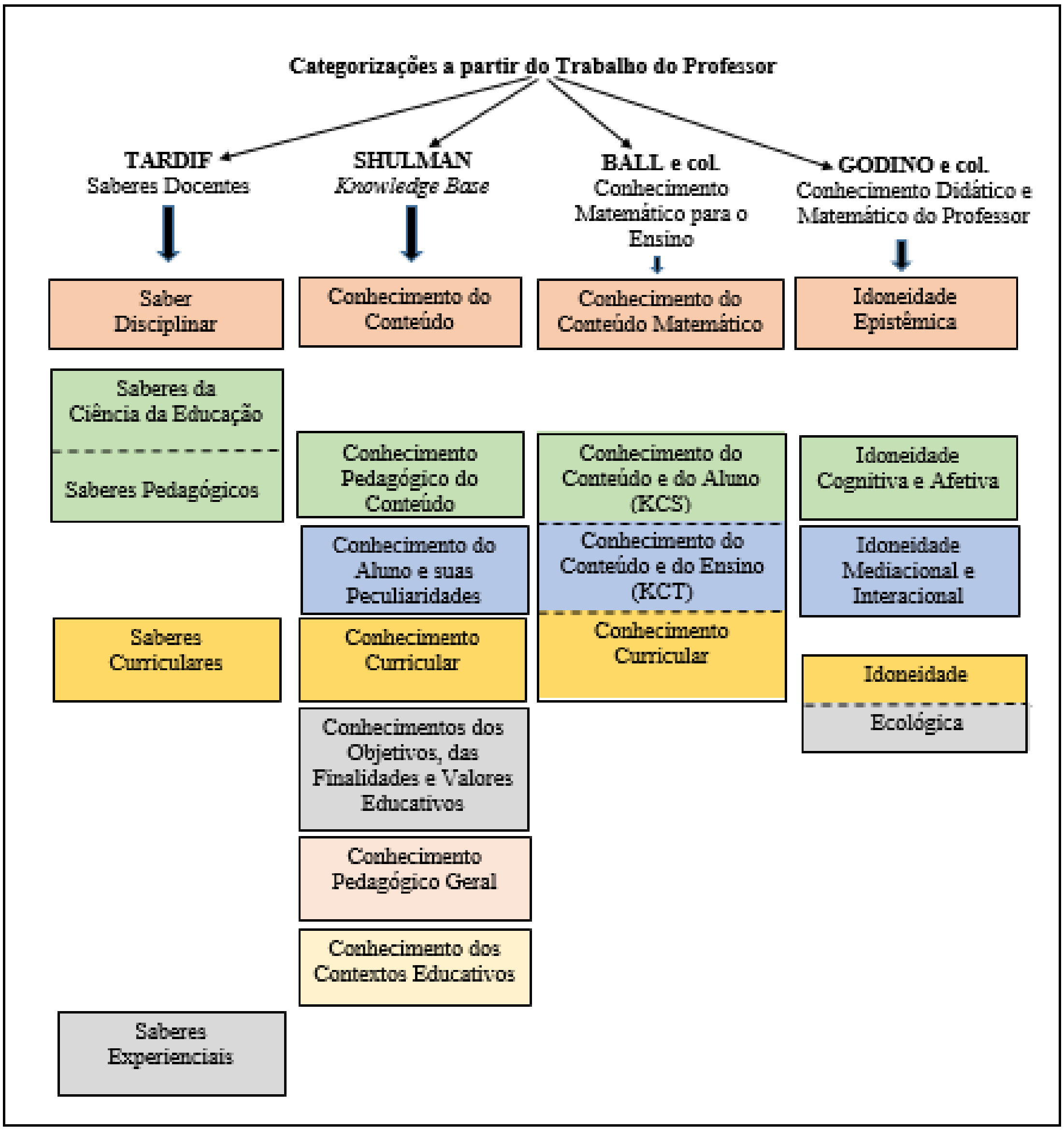
Fonte: Hill, Ball, Schilling (2008); Godino (2009).

Assim sendo, a partir das descrições de cada dimensão da Idoneidade Didática, é possível observar a analogia estabelecida por Godino (2009) através de cada categoria de Hill, Ball e Schilling (2008). Na dimensão epistêmica, por exemplo, cada uma de suas três vertentes do conhecimento do conteúdo (o conhecimento comum do conteúdo, o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento ampliado do conteúdo) está associada a cada componente do conhecimento do conteúdo do MKT. Da mesma forma, a interação das dimensões cognitiva e afetiva relaciona-se ao conhecimento do conteúdo e dos alunos (KCS), bem como a faceta instrucional, resultante da junção das facetas interacional e mediacional, associa-se ao conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT).

Godino (2009) denomina de idoneidade ecológica o conhecimento do currículo associado às conexões intra e interdisciplinares. Considera que essa idoneidade se alinha ao item do *knowledge base* de Shulman (1987), o qual abrange o conhecimento do currículo, contextos educativos, finalidades e propósitos, bem como valores da Educação.

Assim, considerando os estudos de Godino (2009), Hill, Ball e Schilling (2008), Shulman (1986, 1987) e Tardif (2012), no quadro da Figura 7, apresenta-se uma síntese das categorizações indicadas pelos autores.

Figura 7 - Conhecimentos e saberes do professor



Fonte: a autora.

É possível observar que todas as categorias, tanto as abordadas como conhecimento, quanto aquelas tratadas como saberes, sobrepõem-se e inter-relacionam-se. De cada uma delas, ou da interação entre elas, podem surgir novos refinamentos específicos para a modelagem do conhecimento matemático ou, ainda, aplicados à classificação em outras áreas.

O trabalho de Shulman (1986) foi pioneiro quanto ao conhecimento do conteúdo para o ensino, deixando aos pesquisadores o legado para a atenção com relação à possível falta de conhecimento do conteúdo na profissão docente. Além disso, o autor elabora um ideário que contempla diferentes aspectos do processo de ensino e aprendizagem, os quais influenciaram as demais pesquisas.

Já Tardif (2012) não desconsidera o ideário de Shulman, mas reconhece os saberes da docência, compreendendo os conhecimentos, habilidades explícitas e atitudes. Os saberes docentes propostos por Tardif enfatizam os saberes da experiência, como centro da ação docente. Esses saberes relacionam-se à temporalidade, tanto no que se refere a um certo domínio no trabalho quanto no aperfeiçoamento dos conhecimentos e têm a propriedade de serem revisáveis dentro e fora da escola.

Ball, Thames e Phelps (2008), Hill, Ball e Schilling (2008), bem como os pesquisadores do grupo de pesquisa liderado por Juan Godino preocupam-se com o conhecimento matemático e, a partir do *knowledge base*, de Shulman, traçam o perfil do professor de Matemática, relacionando aspectos do professor, do aluno e do ensino e aprendizagem da Matemática.

Assim, o trabalho desenvolvido por Ball, Thames e Phelps (2008) e Hill, Ball e Schilling (2008) consiste em refinar as categorizações do conhecimento do professor – conteúdo, pedagógico, curricular – propostas por Shulman (1986, 1987). Na opinião dos autores, talvez as categorias não sejam certas e precisas, justificando a necessidade de novos testes e refinamentos.

Após os estudos desses autores, referentes às categorizações do conhecimento do conteúdo e do conhecimento do conteúdo matemático e dos saberes docentes, buscam-se, em Godino (2009, 2012) e Tardif (2012), as ferramentas teóricas de análise para a pesquisa em pauta.

Godino (2009) aponta que as dimensões da Idoneidade Didática, no âmbito do Enfoque Ontosemiótico, contêm itens de avaliação sobre o conhecimento didático e matemático dos professores. Da mesma forma, Godino (2012) ressalta que esses construtos teóricos podem servir tanto para orientar a prática docente quanto como ferramenta de análise, os quais possibilitam a descrição de um processo de ensino e aprendizagem matemática ou a análise conjunta do pensamento matemático com a linguagem e as situações e fatos em que se encontram as atividades matemáticas.

Assim, apreciando as considerações de Godino (2009, 2012), julga-se pertinente que as dimensões da Idoneidade Didática, com seus respectivos itens, constituam as ferramentas teóricas de análise do conhecimento didático-matemático de um grupo de professores que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, objeto de estudo desta pesquisa.

No entanto, sendo os sujeitos participantes da pesquisa professores sem formação matemática, entende-se a necessidade de outra ferramenta teórica de investigação que também possibilite identificar o conhecimento didático-matemático do professor, adquirido em outra fonte. Dessa forma busca-se o saber experiencial de Tardif (2012), que aponta o início da carreira profissional do professor como uma reativação dos saberes oriundos da família, da escola e da universidade, os quais se transformam em certezas profissionais, no contexto do trabalho, seja em modelos de gestão de classe, seja na transmissão de conteúdos, seja na rotina de trabalho. Segundo o autor, o saber experiencial, que estabelece uma socialização e uma vivência, levando à edificação da identidade do professor no ambiente profissional exige, também, um domínio cognitivo e mediacional. Dessa forma, considera-se o conhecimento proveniente da própria experiência do professor como elemento relevante na prática docente, sendo, portanto, passível de investigação.

3.6 BASES DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E DA INSTRUÇÃO MATEMÁTICA

De acordo com Godino (2012), a epistemologia da Matemática e a epistemologia da Didática da Matemática serviram de reflexão e motivação para o enfoque ontosemiótico. Assim, nesta seção, apresentam-se considerações sobre a origem desse enfoque que, segundo autor, atualmente, está sendo bastante utilizado em processos investigativos, mas reconhece que, futuramente, será necessário aperfeiçoamento.

O Enfoque Ontosemiótico, conforme Godino, Batanero e Font (2008), é um marco teórico que surgiu no âmago da Didática da Matemática, no início dos anos noventa, desenvolvido por Godino e colaboradores, com o propósito de comparar teorias existentes, superar algumas limitações para, por fim, articular essas diferentes noções teóricas sobre o conhecimento, o ensino e a aprendizagem matemática. Na proposta, encontra-se a relevância dos modelos teóricos para a investigação matemática, desde que compreendam as dimensões epistemológica, cognitiva e instrucional, assim como a relação entre essas dimensões.

Segundo Godino (2012), os primeiros trabalhos foram publicados entre 1993 e 1998 (Godino e Batanero, 1994, 1998), nos quais as noções de “significado institucional e pessoal de um objeto[22] matemático” [grifo do autor] são refinadas gradativamente. Tais refinamentos baseiam-se na teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1986), nas noções de Prática Matemática (Chevallard, 1991, 1992) e na teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990), entre outros autores da Didática da Matemática francesa.

Godino (2002) ressalta que, nessa primeira fase de estudos, que levou à idealização do EOS sobre o conhecimento da instrução matemática, juntamente com Batanero, buscou uma forma de conceber os objetos matemáticos, considerando um sistema de práticas que se constitui de “ações ou manifestações operatórias e discursivas” (GODINO, 2002, p. 9), as quais

[22] Objeto matemático é qualquer entidade ou ente que pode ser referido no discurso matemático (objeto matemático es cualquier entidad o cosa referida en el discurso matemático (GODINO *et al*, 2006, p. 121, tradução nossa). Pode ser um conceito, uma propriedade, uma representação, um procedimento, uma argumentação.

podem ser atribuídas a um indivíduo ou ser compartilhadas no âmbito de uma instituição, conforme seja o significado de um objeto pessoal ou institucional, respectivamente.

Godino (2012) aponta que, na segunda fase de estudos, surgiu a necessidade, de relacionar o eixo epistêmico-cognitivo com o ontológico (Godino, 2002; Contreras, Font, Luque e Ordónez, 2005). Assim, os autores buscaram o desenvolvimento de uma ontologia matemática associada a uma função semiótica, as quais se voltaram ao estudo dos processos de interpretação dos sistemas de signos colocados nas interações didáticas. O interesse era pelo estudo global e aprofundado entre as relações dialéticas: as ideias matemáticas (o pensamento), a linguagem matemática com a utilização do sistema de signos e as situações-problema, para cuja resolução se destinam tais recursos.

Na terceira fase de estudos, Godino (2012) expõe que ele, Contreras, Font e Ordónez, (2006) sentiram a necessidade de desenvolver novas ferramentas e incorporar noções de marcos teóricos que tornassem possível a descrição do processo de ensino e aprendizagem matemática em sala de aula. Para tanto, buscaram os modelos teóricos, no campo da Educação Matemática, em “Cobb e Bauersfeld, (1995)” e “Godino e Llinares, (2000)”, os quais estudam os processos sobre a instrução matemática.

Nesse contexto, Godino, Batanero e Font (2008, p.10) apresentam as seis ferramentas do processo de ensino e aprendizagem matemática, cada uma delas com seus respectivos estados e trajetórias:

> epistêmica – relativa à configuração institucional;
> docente – funções do professor;
> discente – funções do aluno;
> mediadora – relativa ao uso de recursos instrucionais;
> cognitiva – gênese dos significados pessoais;
> emocional – que contempla as atitudes, emoções do aluno, etc, relativo às situações do ensino e aprendizagem da Matemática (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p.10).

Godino (2012) aponta que esses construtos teóricos abordados e elaborados nessas três fases de estudos constituem o modelo ontológico-semiótico, cujas noções podem servir, tanto como ferramenta de análise e reflexão de uma proposta educativa, como para a orientação e a elaboração da mesma, podendo, ainda, serem utilizadas, pelo professor, na própria prática docente. Essas ferramentas teóricas permitem analisar, conjuntamente, o pensamento matemático, a linguagem, bem como as situações e fatos em que se encontram as atividades matemáticas.

Assim, o conjunto de noções teóricas que compõem o EOS busca aporte, segundo Godino, Batanero e Font (2008), nas disciplinas da área humana, como a Epistemologia, a Sociologia, a Pedagogia, a Semiótica, as disciplinas das Ciências da Educação e a Matemática.

As faces implicadas no conhecimento matemático devem ser articulas entre si: “[...] ontológica (tipos de objetos e sua natureza), epistemológica (acesso ao conhecimento) sociocultural e instrucional (ensino e aprendizagem organizados no âmbito das instituições escolares)” (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 9).

Godino (2009) ressalta que o Enfoque Ontosemiótico é um marco que inclui diferentes pontos de vista sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem e tem suas bases nos seguintes modelos[23]:

> a. um modelo epistemológico sobre a Matemática baseado em pressupostos antropológicos/socioculturais;
> b. um modelo de cognição matemática sobre bases semióticas;
> c. um modelo instrucional sobre base socioconstrutivista;
> d. um modelo sistêmico-ecológico que relaciona as dimensões anteriores entre si e com fundo biológico, material e sociocultural em que tem lugar a atividade de estudo e comunicação matemática (GODINO, 2009, p. 20).

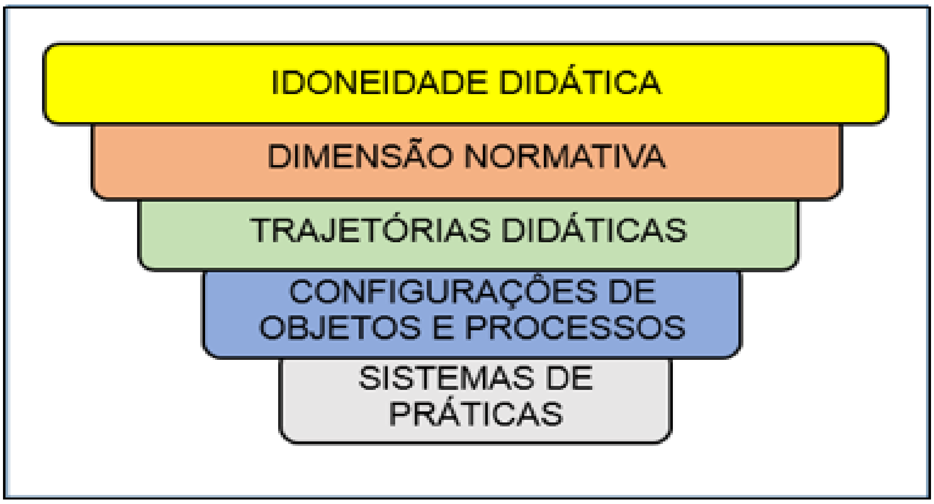
Tais noções podem ser consideradas, também, como instrumento de pesquisa, pois contêm categorias distintas, que possibilitam a análise de diferentes enfoques de investigação, relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, focando questões como: *de que forma ensinar Matemática de tal maneira que a aprendizagem ocorra do melhor modo possível* e *que Matemática é ensinada e por quê?*

O Enfoque Ontosemiótico inclui cinco níveis de análise do processo de ensino e aprendizagem, aplicáveis a um processo de estudo matemático planificado ou implementado: sistema de práticas, configuração de objetos e processos matemáticos, trajetórias didáticas, dimensão normativa e Idoneidade Didática, apresentados na Figura 8, a qual deve ser lida de forma ascendente.

---

[23] a) un modelo epistemológico sobre las matemáticas basado en presupuestos antropológicos/ socioculturales;
b) un modelo de cognición matemática sobre bases semióticas;
c) un modelo instruccional sobre bases socioconstructivistas;
d) un modelo sistémico – ecológico que relaciona las anteriores dimensiones entre sí y con el trasfondo biológico, material y sociocultural en que tiene lugar la actividad de estudio y comunicación matemática.

Figura 8 - Níveis de análise do processo de ensino e aprendizagem, sob a perspectiva do EOS



Fonte: Font, Planas e Godino (2010, p. 92, tradução nossa).

Godino, Font e Wilhelmi (2007) destacam que, enquanto os quatro primeiros níveis de análise são ferramentas para uma didática descritiva-explicativa, a Idoneidade Didática constitui-se numa ferramenta própria para análise, reflexão e síntese didática, a qual pode contribuir para melhorar a qualidade das atividades docentes, tornando-se útil na elaboração dos programas de formação de professores.

O primeiro nível considerado refere-se ao *Sistema de Práticas* (Práticas Matemáticas e Didáticas), as quais, orais ou escritas, são vivenciadas pelo professor e pelo aluno e utilizadas para resolver os problemas matemáticos propostos na ocasião da contextualização do conteúdo, com vistas à aprendizagem. Esse nível de análise permite separar o processo de estudo em etapas sequenciais e descrevê-las seguindo o momento de cada etapa. Segundo Godino, Font e Wilhelmi (2007) e Godino (2009), as práticas podem ser pessoais, quando realizadas por uma única pessoa, ou institucionais, quando compartilhadas por pessoas envolvidas em um mesmo problema dentro de uma instituição.

Para Godino (2002), conhecer a Matemática significa conhecer o sistema de práticas, o qual denominou "praxeologia" (Godino, 2002, p.3), em que estaria implícito o conhecimento dos diversos objetos ou conteúdos matemáticos que emergem dessa prática. Godino (2002, p. 241) ressalta que "os componentes das praxeologias matemáticas propostas, *práxis* (atividades, técnicas) e *logos* (tecnologia, teoria) modelam adequadamente a Matemática como a atividade humana e a dialética entre a ação situada e o discurso que a descreve [...][24] [tradução nossa]".

[24] Los componentes de las praxeologias matemáticas que proponen, "práxis" (tareas, técnicas), "logos" (tecnologia, teoria) modelizan adecuadamente la matemática como actividad humna y la dialéctica entre la acción situada y e el discurso que la describe [...].

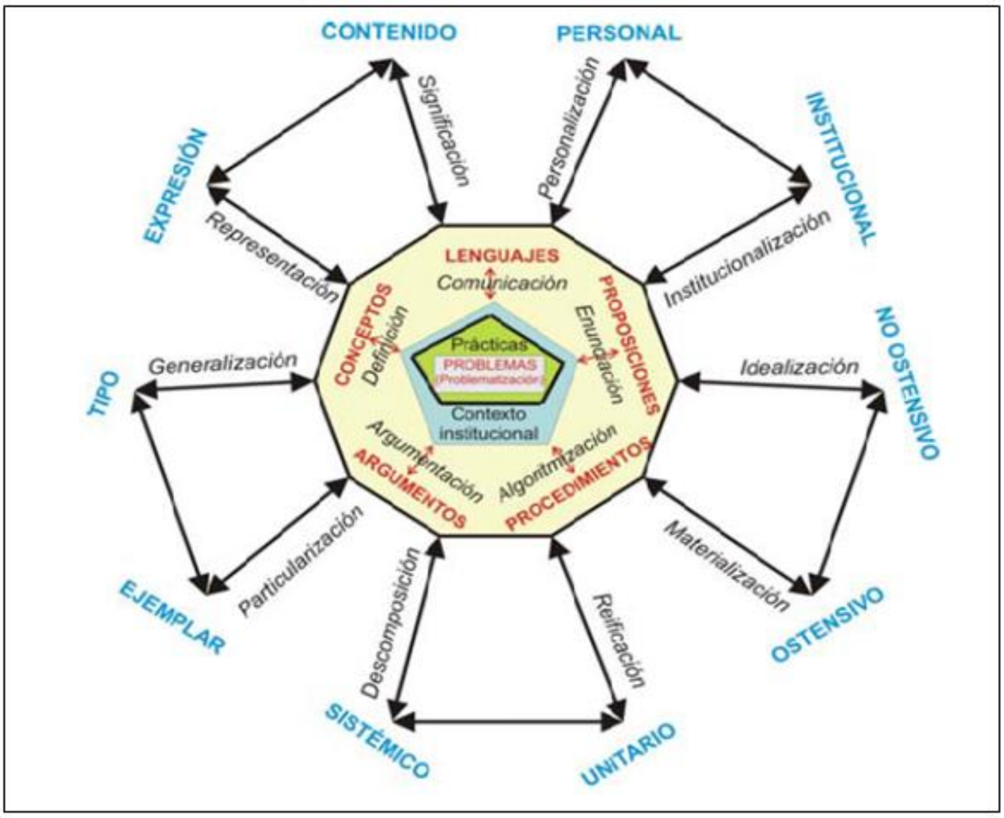
O segundo nível de análise está relacionado à *Configuração de Objetos e Processos*. Essa categoria de objetos e processos, introduzida no EOS, permite, segundo Godino (2009), a análise pormenorizada das atividades matemáticas e, por consequência, dos conhecimentos envolvidos em um ensino idôneo de Matemática. Para a realização e evolução de qualquer prática, torna-se necessário ativar um conjunto de elementos primários que estão relacionados entre si, formando *configurações*. Essas *configurações* são definidas como redes de objetos que estão envolvidos no sistema de práticas ou emergem de tal sistema.

Segundo Godino (2009) e Godino *et al* (2009b), as *configurações de objetos* se caracterizam como ferramentas teóricas que servem para descrever conhecimentos matemáticos cognitivos (conjunto de objetos pessoais) e epistêmicos (conjunto de objetos institucionais), conforme seja a prática na perspectiva pessoal ou institucional. Dessas práticas, derivam seis tipos de objetos primários propostos no EOS, os quais estão relacionados entre si, formando as *configurações* (GODINO: BATANERO; FONT, 2008, p. 14), a saber:

- linguagem (termos, expressões, notações, gráficos...) em seus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...);
- situações-problema (aplicações extra matemáticas, exercícios...);
- conceitos-definição (introduzidos mediante definições ou descrições: reta, ponto, número, média, função...);
- proposições (enunciados sobre conceitos...);
- procedimentos (algoritmos, operações, técnicas de cálculo...);
- argumentos (enunciados usados para validar ou explicar as proposições e procedimentos, dedutivos ou de outro tipo...).

Godino *et al* (2009b) ressaltam que a finalidade desse nível é descrever a complexidade de objetos e significados de práticas matemáticas e didáticas, tanto no que se refere ao progresso na aprendizagem, quanto nos conflitos que surgem na realização da prática. Para uma análise criteriosa, os objetos envolvidos no sistema de práticas, ou derivados dele, podem ser considerados desde as cinco facetas ou dimensões que se apresentam aos pares, e se complementam de maneira dual e dialética. Os seguintes objetos secundários, apresentados na Figura 9, podem ser considerados como atributos dos objetos primários.

Figura 9 - Configuração de Objetos e Processos



Fonte: Godino *et al* (2009b, p. 9).

Godino *et al* (2009b) ressaltam que a configuração de objetos e processos tem sido introduzidos em trabalhos recentes, na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico, visando tornar operativa a noção de sistema de práticas e possibilitar a análise da atividade matemática de forma mais detalhada. Quanto aos processos, salientam que existem diferentes classes, como os de sequências de práticas, cognitivos e metacognitivos, de instrução, entre outros, mas optam pelos processos cognitivo-epistêmicos, presentes na Figura 9: institucionalização – personalização, generalização – particularização, decomposição – reificação, materialização – idealização, representação – significação, os quais passam a ser caracterizados, tomando como referência Godino *et al* (2009).

- Pessoal/ Institucional – A cognição pessoal resulta do pensamento e da ação de um indivíduo perante certa classe de problemas, enquanto a institucional provém do diálogo, da interação ou do convênio de um grupo de pessoas que constituem uma comunidade de práticas.
- Ostensivo/ Não Ostensivo – Objeto ostensivo é qualquer objeto público que, portanto, pode ser mostrado aos outros. Os objetos institucionais ou pessoais caracterizam-se por serem não ostensivos, porque não são perceptíveis por si mesmos. Por outro lado, quaisquer desses objetos podem ser tornados públicos por meio de ostensivos associados (gráficos, símbolos, ...). Para Godino *et al* (2009b),

um objeto é ostensivo ou não, dependendo do contexto utilizado. Por exemplo, um ostensivo pode estar implícito no discurso matemático, como o sinal de multiplicação na notação algébrica $2x$. Já as generalidades e abstrações, sejam conceitos ou propriedades, são objetos não ostensivos, os quais tomam consciência e são manipulados por símbolos ostensivos.

- Unitário/ Sistêmico – Os objetos unitários caracterizam-se por serem elementares, isto é, são conhecidos previamente. Assim, a classificação de um objeto como unitário ou sistêmico depende do contexto em que está inserido. Godino *et al* (2009b) exemplificam que, se a adição e a subtração estiverem sendo analisadas em situações dos sistemas de numeração decimal, nos últimos anos do EF, devem ser consideradas como algo conhecido e o objeto é do tipo unitário (elementar). No entanto, para a aprendizagem de adição e subtração, no primeiro ano do Ensino Fundamental, esse objeto deve ser considerado sistêmico.
- Extensivo/ Intensivo – Nessa dualidade, o objeto envolvido pode ser mais particular (extensivo) ou mais geral (intensivo), dependendo do contexto a ser analisado. Na família de funções afins, $y = mx + n$ é intensivo em relação à $y = 2x+3$, que é um objeto extensivo. No entanto, na família de funções polinomiais, $y = mx + n$ é considerado objeto extensivo.
- Expressão/Conteúdo – Referem-se ao antecedente e ao consequente de qualquer função semiótica. São relacionais, isto é, os objetos não são considerados isoladamente e a relação se estabelece por meio de funções semióticas, entendidas como relação entre antecedente (expressão, significante) e consequente (conteúdo, significado), estabelecida por uma pessoa ou instituição, de acordo com um critério de correspondência.

O terceiro nível de análise do EOS refere-se às *Trajetórias Didáticas*. Esse nível permite analisar o progresso dos significados institucionais implementados, a melhoria na aprendizagem, além do uso de recursos para mediar o ensino e a aprendizagem, e, ainda, o tempo destinado a cada configuração epistêmica. Godino, Contreras e Font (2006) ressaltam que uma configuração didática está sempre associada a uma configuração epistêmica, estabelecendo relações entre os docentes, os alunos e as mediações oriundas da atividade matemática.

A trajetória didática constitui-se uma sequência de configurações didáticas orientada para a aprendizagem de um tipo de situação-problema e as trajetórias didáticas descrevem a aprendizagem conquistada pelos alunos. Por exemplo, se um professor apresenta uma situação-problema, acompanhada de uma determinada tecnologia, o aluno busca solucionar o problema. Na sequência, o professor, por sua vez, apresenta a solução e o aluno recebe as informações de maneira ativa, comparando seus resultados e fazendo o autoexame. Caso suas soluções sejam distintas das apresentadas pelo professor, o aluno pede novas explicações. A configuração didática chega ao final quando o aluno alcança, positivamente, os objetivos do problema e o professor troca a tarefa, iniciando-se, assim, uma nova configuração.

As configurações didáticas e suas sequências nas trajetórias didáticas têm em conta as seguintes dimensões ou facetas: epistêmica (conhecimento institucional), cognitiva (conhecimentos pessoais), afetiva, mediacional (recursos tecnológicos e temporais), interacional e ecológica, as quais caracterizam os processos de estudos matemáticos.

O quarto nível de análise do EOS é o da *Dimensão Normativa* (Normas e Metanormas), que está relacionado à identificação do conjunto de regras e normas que torna possível o processo de estudo em cada faceta, ou a interação entre elas. A Educação, assim como outra atividade social, deve estar regida por leis, as quais vão desde as diretrizes curriculares até as questões comportamentais de respeito e cortesia entre professores e alunos. Essa dimensão normativa pode descrever o funcionamento do processo cognitivo, como também modificá-lo, objetivando a sua melhoria (GODINO, 2012).

Segundo Godino *et al* (2009c), esse nível estuda as normas e metanormas que condicionam o processo de estudo matemático, abarcando as normas relacionadas às dimensões epistêmica, cognitiva, afetiva, interacional, mediacional e ecológica.

As normas epistêmicas caracterizam-se por normatizar a atividade matemática a ser desenvolvida em uma determinada instituição, regulamentando os conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos, o tipo de situação adequada para a aprendizagem e as representações utilizadas nos diferentes conteúdos.

Já as normas cognitivas estão relacionadas aos assuntos do aluno e desenvolvem o princípio de que o mesmo deve aprender o que lhe foi ensinado. Nelas está assegurado que o aluno tem os conhecimentos prévios, o ensino acontecerá dentro da sua zona de desenvolvimento proximal e que a instituição vai adaptar-se à diversidade do aluno.

As normas interativas regulam os modos de interação entre professor, aluno e todos os envolvidos no processo de estudo matemático, de modo que os objetivos de ensino e aprendizagem sejam alcançados.

As normas mediacionais regulamentam os meios ou recursos que condicionam o processo de estudo matemático, considerando os recursos tecnológicos e manipulativos, bem como o tempo destinado a cada assunto matemático.

Dentro das normas afetivas, está a capacidade a qual deve ter o professor de instituir situações matemáticas que pertençam ao campo de interesse do aluno, bem como criar condições afetivas favoráveis à aprendizagem, buscando eliminar atitudes que possam levar o aluno ao medo ou à fobia com relação à Matemática. Nessa norma, está inserida a capacidade de o professor colocar em funcionamento mecanismos, os quais levem o aluno a desenvolver a responsabilidade de resolver problemas.

Por fim, as normas ecológicas que consideram os conteúdos a serem ensinados, o cumprimento dos programas, os quais buscam a assegurar a todos os alunos um determinado nível de conhecimento.

O último nível do EOS refere-se à *Idoneidade Didática* do processo de estudo. Segundo Godino, Font e Wilhelmi (2008), os quatro primeiros níveis de análise apresentados caracterizam-se por serem ferramentas descritivo-explicativa, as quais respondem perguntas, do tipo "o quê? " e "por quê?". Já a Idoneidade Didática caracteriza-se por ser uma ferramenta de análise e síntese didática na Educação Matemática, que permite emitir um juízo de valor sobre um processo de estudo, mediante a aplicação de suas dimensões, além de conduzir a melhoria do referido processo. Os autores ressaltam que para a aplicação dessa idoneidade é necessária a elaboração de um significado de referência para os objetos matemáticos e didáticos pretendidos em cada uma das dimensões. Dessa forma, torna-se possível perguntar o que pode ser modificado em cada uma das dimensões para que um processo de estudo seja idôneo, isto é, a melhoria em cada dimensão modifica e determina a Idoneidade Didática global (GODINO, FONT, WILHELMI, 2008).

A Idoneidade Didática, ferramenta de análise e síntese didática, utilizada nesta investigação, já foi apresentada neste capítulo, não sendo necessário retomá-la neste momento.

Encerra-se o presente capítulo com uma síntese das categorizações e caracterizações, aqui apresentadas, baseada nos autores Shulman (1986, 1987), Tardif (2000, 2012), Ball, Thames e Phelps (2008), Hill, Ball e Schilling (2008) e demais pesquisadores do grupo de pesquisa liderado por Juan Godino:

- conhecimento do conteúdo – proposta de Shulman (1986), que inclui três vertentes: conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular;
- saberes docentes – proposta de Tardif (2012), a qual inclui os saberes disciplinares, os pedagógicos, juntamente com os das Ciências da Educação, saberes curriculares e os experienciais;

- conhecimento matemático do conteúdo (MKT) – proposta de Hill, Ball e Schilling (2008), os quais consideram duas categorias: conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo. A primeira categoria inclui o conhecimento comum do conteúdo, o conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento no horizonte matemático. A segunda constitui-se do conhecimento do conteúdo e dos alunos, do conteúdo e do ensino e do
- conhecimento curricular;
- conhecimento didático-matemático do professor, sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico – proposta de Godino e colaboradores, citados no início do capítulo. Essa categorização apresenta cinco níveis de análise: sistema de práticas, configuração de objetos e processos, trajetórias didáticas, normas e Idoneidade Didática. O último nível conta com seis dimensões: epistêmica, cognitiva, afetiva, mediacional, instrucional e ecológica, as quais compõem as ferramentas de análise utilizadas na presente pesquisa.

4 CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS E DIDÁTICOS NOS ANOS INICIAIS

O presente capítulo tem por objetivo trazer reflexões sobre os conteúdos matemáticos abordados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir dos blocos de conteúdos apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997a). Enfatiza-se o estudo de frações e números racionais, por terem sido os conteúdos mais solicitados pelos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental para abordagem na proposta de formação continuada. O capítulo traz, também, noções dos erros mais comuns praticados pelos alunos na aprendizagem de frações e números decimais apresentando, também, considerações sobre o uso de recursos manipulativos, tecnologias digitais e jogos em sala de aula. Busca-se aporte teórico em Bittar (2006), Bittar e Freitas (2005), Grando (2000), Kamii (2001), Konic (2011), Llinares e Sanchez (1988), Lorenzato (2006), Maranhão e Igliori (2013), assim como, em outros educadores matemáticos não menos importantes, cujos nomes aparecem ao longo do texto. Ressaltam-se, aqui, as contribuições do grupo de pesquisa liderado por Juan Godino, na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS).

O Brasil caracteriza-se pela pluralidade de etnias, proporcionando diferentes modos de vidas, crenças e sentimentos. Entretanto, mesmo com essa diversidade social e cultural, o aluno brasileiro fala a mesma língua, utiliza o mesmo sistema monetário e de numeração, além de receber as mesmas informações, por meio de mídias, as quais se utilizam de linguagens e recursos gráficos comuns, não importando se o cidadão brasileiro está no Norte ou no Sul do País. Nessa conjuntura, a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei Federal nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, em seu artigo 22, reforça a necessidade de um núcleo comum na formação básica, que norteie os currículos e conceda os conteúdos mínimos a todo cidadão brasileiro, garantindo a todos uma formação comum indispensável para o exercício da cidadania e que lhe forneça meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores (BRASIL, 1997a).

Nesse contexto, foram instituídos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os quais passaram a servir de referência para a elaboração dos currículos em todas as áreas, no âmbito dos sistemas de ensino e de cada escola, incluindo-se a Matemática. Trata-se de uma proposta flexível, que teve por objetivo assegurar a Educação Básica e conferir ao Ensino Fundamental o duplo caráter, o de terminalidade e o de continuidade dos estudos (BRASIL, 1997a).

Os Parâmetros de Matemática apresentam conteúdos a serem desenvolvidos nacionalmente, dentro de quatro blocos, com o objetivo de nortear a aprendizagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997a):

- Números e Operações (no campo da Aritmética e da Álgebra);
- Espaço e Formas (no campo da Geometria);
- Grandezas e Medidas (interligados para o Campo da Aritmética e da Álgebra e da Geometria);
- Tratamento da Informação.

Essa divisão não significa que os conteúdos devam ser tratados isoladamente, pois, além de interligados entre si, devem estar relacionados com o contexto fora da Matemática. Assim, é desafio da escola e do professor identificar os conteúdos socialmente relevantes e quais contribuem para a formação do pensamento lógico-matemático, bem como para o desenvolvimento intelectual do indivíduo (BRASIL, 1997a). Com relação aos assuntos extramatemáticos, Giardinetto (1999) chama a atenção para o cuidado que se deve ter com o saber cotidiano, o qual deve servir como ponto de apoio ao processo de ensino e aprendizagem, não sendo fator limitante no avanço do conhecimento matemático mais elaborado. O autor destaca que “[...] o ensino da Matemática que realmente quer contribuir para a humanização do homem, não pode abrir mão de, através da escola, possibilitar a superação desses limites que o conhecimento cotidiano impõe” (GIARDINETTO, 1999, p. 69).

4.1 TECENDO CONSIDERAÇÕES SOBRE OS CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O primeiro bloco de conteúdos apontado nos Parâmetros Curriculares Nacionais refere-se aos Números e Operações, no campo da Aritmética e da Álgebra, sendo recomendado que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sejam estudados, além da Aritmética, uma pré-Álgebra, ficando para os anos finais o simbolismo, a abstração, as variáveis, as equações e as aplicações da Álgebra à solução de problemas. Porém, no âmbito de formação continuada do Pacto para a Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2012), a Álgebra ganhou um eixo estruturante próprio (o desenvolvimento do pensamento algébrico), chamando a atenção para o assunto, que tem como objetivo geral comparar padrões e relações a partir de diferentes contextos.

Aké (2010) aponta que há uma falta de conexão da Álgebra com as demais áreas da Matemática e a ausência ou o escasso conhecimento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental pode levar ao fracasso escolar, quando os alunos enfrentam o primeiro contato com esse conteúdo no terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Para a autora, a forma como os alunos aprendem aritmética não proporciona uma base para a Álgebra, havendo uma separação bem definida entre os conteúdos aritméticos e os algébricos. Ressalta, ainda, que, no contexto atual, não há o reconhecimento da importância dos hábitos mentais envolvidos na atividade algébrica.

Nesse campo dos conhecimentos algébricos, Freire (2011) defende o ensino algébrico mais precocemente, pois entende que o simbolismo acompanha o aluno desde cedo integrado à Aritmética, passando despercebido. Segundo a autora, quando o aluno expressa o número referente a cinco elementos pelo numeral 5, está relacionando quantidade ao símbolo, constatando que os conhecimentos algébricos só se tornam difíceis quando a linguagem simbólica é exagerada e arbitrária, sem referentes significativos.

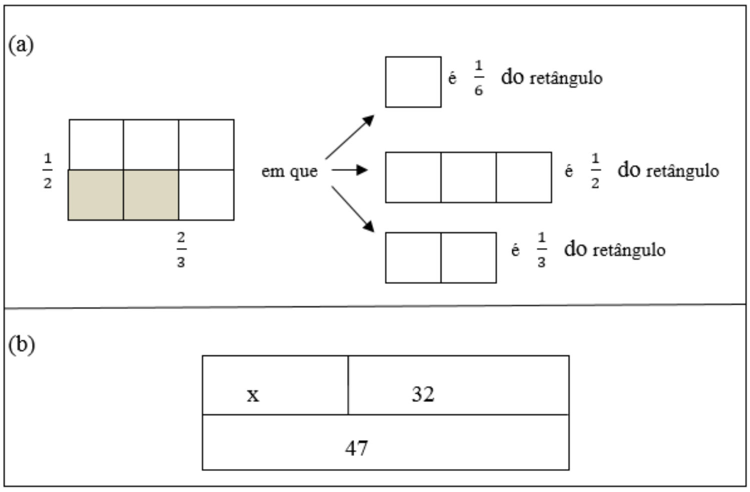
O segundo bloco dos Parâmetros Curriculares Nacionais é o de Espaço e Forma, no campo da Geometria. Os conhecimentos geométricos são apontados nos PCN como importantes no currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno compreende, descreve e representa, de forma organizada, o mundo em que vive, desenvolvendo um tipo especial de pensamento. Do mesmo modo, Lorenzato (1995) aponta o valor do conhecimento geométrico, pois, além de desenvolver a capacidade de raciocínio, auxilia na solução de problemas matemáticos e de outras áreas.

No entanto, mesmo com essa notoriedade, Bittar e Freitas (2005) observam que os conhecimentos geométricos, pouco enfocados nas aulas de Matemática, quando apareciam, era sob a forma de cálculos, a partir de regras e propriedades, sem materiais manipulativos ou sem o movimento das figuras geométricas. Para os autores, quando bem explorada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a Geometria pode ser desenvolvida a partir da percepção e organização do espaço em que se vive. Considerando que esse espaço é tridimensional, a proposta é trabalhar com os objetos tridimensonais disponíveis no ambiente e, por meio deles, criar noções de interior, exterior, região de fronteira, seguindo para a planificação dos sólidos e explorando as figuras planas. Dessa forma, o estudo dos sólidos deve preceder à Geometria Plana, valorizando a experiência do aluno e a manipulação das figuras.

Ledur et al (2008) complementam Bittar e Freitas (2005), ressaltando, ainda, que o conteúdo geométrico esteve relegado aos capítulos finais dos livros didáticos, embora, atualmente, seja possível observar que a Geometria já conseguiu melhor posição física dentro deles, numa tentativa de integração com a Álgebra e a Aritmética. Lorenzato (2006) alinha-se às ideias de Bittar e Freitas (2005) e Ledur et al (2008), no sentido de que a Geometria não tem ocupado o seu devido lugar no ensino da Matemática. Para o autor, o escasso raciocínio geométrico leva a uma visão incompleta da Matemática, ressaltando que os conteúdos curriculares devem buscar uma forma de serem trabalhados, harmonizando a Aritmética com a Geometria e a Álgebra e defendendo, assim, a intradisciplinaridade.

No entanto, o autor observa que, para essa integração, devem ser respeitadas as características de cada bloco (definições, conceitos, propriedades, notações), além da identificação de pontos de conexão entre os campos. Para Lorenzato (2006), a Geometria desempenha um importante papel como facilitadora no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, aliando-se às palavras, aos números ou a outros sistemas de representação, os quais facilitam a comunicação do conteúdo. As Figuras 10(a) e 10(b) representam duas conexões, a primeira, da Geometria com a Aritmética e a segunda, da Geometria com a Álgebra.

Figura 10 - Conexão entre a Geometria, a Aritmética e a Álgebra



Fonte: Lorenzato (2006, p. 61, adaptado).

Na Figura 10(a), o autor quer mostrar, valendo-se de um recurso, a representação figural (figura geométrica plana) e da noção intuitiva de congruência (sobreposição de objetos onde não há sobra, falta ou deformação), porque o algoritmo de $\frac{1}{2} x \frac{2}{3}$ deve ser calculado pelo produto dos numeradores, dividido pelo produto dos denominadores. Considerando um retângulo dois por três, dividido em seis partes iguais, tomando-se $\frac{1}{2}$ da altura e $\frac{2}{3}$ da largura desse retângulo, a parte sombreada corresponde ao produto $\frac{1}{2} x \frac{2}{3}$. Já a Figura 10(b) mostra a representação figural da equação $x + 32 = 47$ e, sem regras de sinais, é possível perceber que a solução da equação é dada por $x = 47 - 32$.

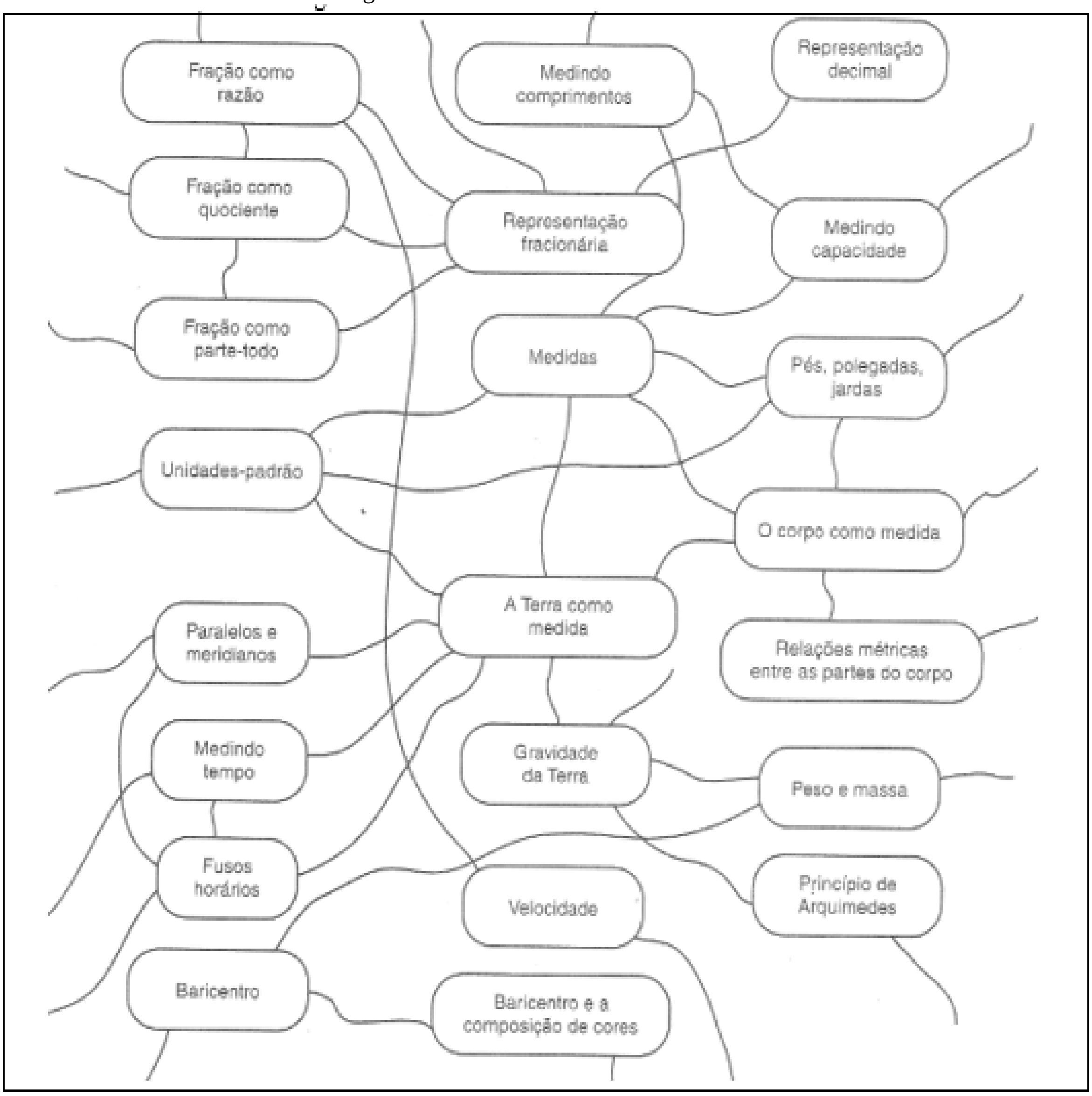
Seguindo o contexto das conexões matemáticas, ressalta-se que a divisão em conteúdos é apenas uma expressão curricular de abordar os assuntos matemáticos. Não existem linhas que separem cada um dos blocos. Assim, com relação ao eixo referente a Grandezas e Medidas, as medidas estão relacionadas ao contexto relativo ao uso de números naturais, isto é, a unidade de uma grandeza está associada à cardinalidade, referindo-se ao número de unidades existentes numa quantidade dada e, se as grandezas forem contínuas, a noção de número será estendida para os números racionais. Já Cid, Godino e Batanero (2004) consideram que as medidas introduzem os números decimais, geralmente, relacionadas às medidas de comprimento, com diferentes unidades.

Bittar e Freitas (2005) sugerem o ensino de medidas, a partir dos anos iniciais, utilizando unidades diversificadas, como o pé, o palmo, uma vareta, um barbante, convergindo, posteriormente, para o estudo do metro, seus múltiplos e submúltiplos. Os autores ressaltam, também, que é necessário ter noção sobre a região que está sendo medida e as unidades de comprimento, superfície e volume, conforme seja a região unidimensional, bidimensional ou tridimensional, diretamente ligadas às ideias geométricas.

Nesse contexto, Fonseca et al (2005) também ressaltam a relevância sobre noção de medidas, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, como principal articuladora da Geometria e da Aritmética. As autoras lembram que as situações de medição alicerçaram, desde o início das civilizações, a Matemática como Ciência, sendo, portanto, importante, nos primeiros anos da Educação Básica, a abordagem dos aspectos históricos e epistemológicos, não se reduzindo, apenas, ao estudo das unidades usuais e seus múltiplos e submúltiplos.

A Figura 11 mostra a conexão do conteúdo referente a medidas com os Números Racionais, apontada por Pires (2000, p. 173). A autora mostra a inter-relação do uso de medidas em outras áreas do conhecimento, como as Ciências Biológicas e a Geografia, bem como, a utilização de outras unidades de medidas como pés, polegadas e jardas.

Figura 11 - Medidas e Números Racionais



Fonte: Pires (2000, p. 173)

Aos três primeiros campos, tradicionalmente estudados, inclui-se o bloco de Tratamento da Informação, o qual aborda noções de Estatística, Probabilidade e Análise Combinatória. Esse bloco permite ao aluno desenvolver habilidades essenciais, estimular a reflexão, para que, desde cedo, possa ser instigado a exercer plenamente sua cidadania. Isso não anula a relevância dos três primeiros blocos de conteúdos no desenvolvimento de tais habilidades.

Lopes (2008) ressalta a importância de o aluno saber calcular porcentagem, porém é preciso, também, que ele entenda o significado dos percentuais expostos nos índices estatísticos, para que seja capaz de analisar, criticar e até verificar a validade na interpretação dos dados. Nesse sentido, Batanero e Godino (2004), Bittar e Freitas (2005) e Lopes (2008) são partidários de que o ensino de Estatística comece desde os primeiros anos do Ensino Fundamental (primeiro ciclo), pela necessidade de aprender a ler e interpretar dados, tabelas e gráficos estatísticos que aparecem nos meios de comunicação, deixando para o ciclo seguinte (4º e 5º anos), a coleta e organização de dados, além da construção de tabelas.

Quanto ao conteúdo de Probabilidade, pode-se dizer que o mundo no qual se vive caracteriza-se pela forte presença de fenômenos aleatórios ou casuais, os quais se definem pelos resultados imprevisíveis. Nessa conjuntura, Lopes (2008) ressalta que as concepções probabilísticas propiciam a proximidade do resultado do evento aleatório, sem que haja a interferência de intuições, possivelmente, errôneas. Assim, a autora, bem como Bittar e Freitas (2005), admitem ser pertinente o ensino de Probabilidade desde os primeiros anos do Ensino Fundamental (EF), pois favorece a previsão de possíveis resultados, estimulando a tomada de decisão.

Com relação ao conteúdo de Análise Combinatória, toma-se por base Bittar e Freitas (2005), que admitem que esse assunto deve ser introduzido, também, nos dois primeiros ciclos do EF, de modo que os problemas sejam resolvidos de forma intuitiva, integrada ao princípio multiplicativo da contagem. Nessa forma de abordagem, torna-se possível relacionar com a Aritmética, dando sentido à multiplicação.

Com esses quatro blocos, ficam definidos, então, os conteúdos que norteiam o conhecimento matemático do aluno dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os Parâmetros Curriculares Nacionais, conforme Bittar e Freitas (2005), cumprem seu papel, incentivando o tratamento dos conteúdos matemáticos de forma espiralada, articulando os diversos assuntos intramatemáticos (Aritmética, Álgebra, Geometria e Tratamento de Dados) e extramatemáticos, consideradas as abordagens com outras áreas do conhecimento. Para os autores, as propostas sugeridas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (de problematização, contextualização, evolução histórica dos conceitos, uso de novas tecnologias, modelagem matemática, entre outros campos) despertam para a importância de significados ao conteúdo matemático.

4.2 SOBRE FRAÇÕES E NÚMEROS RACIONAIS POSITIVOS

O uso de frações de um todo ou de uma quantidade já ocorreu entre os povos primitivos, provavelmente, pela necessidade de se fazer repartições em partes relativamente iguais. Segundo Bortolotto e Andreazza (1991), o termo fração vem do latim *fragere*, que significa quebrar. Naquela época, a intenção era, possivelmente, dividir em partes, não importando a igualdade das partes entre si.

Para Cid, Godino e Batanero (2004), a ideia de fração começa com a necessidade de dividir um todo em partes iguais. Ela está inserida no cotidiano, seja para repartir, igualmente, um conjunto de objetos, ou em situações de partilha (um terço de uma herança), para medir certa quantidade de uma grandeza, que não seja múltiplo da unidade de medida (meio quilograma, um quarto de litro), para períodos de tempo (um quarto de hora, meio dia), ou ainda, na Música, nas relações entre notas e compassos, entre outras aplicações.

O quociente entre dois números naturais positivos, que, no registro simbólico algébrico denota-se por

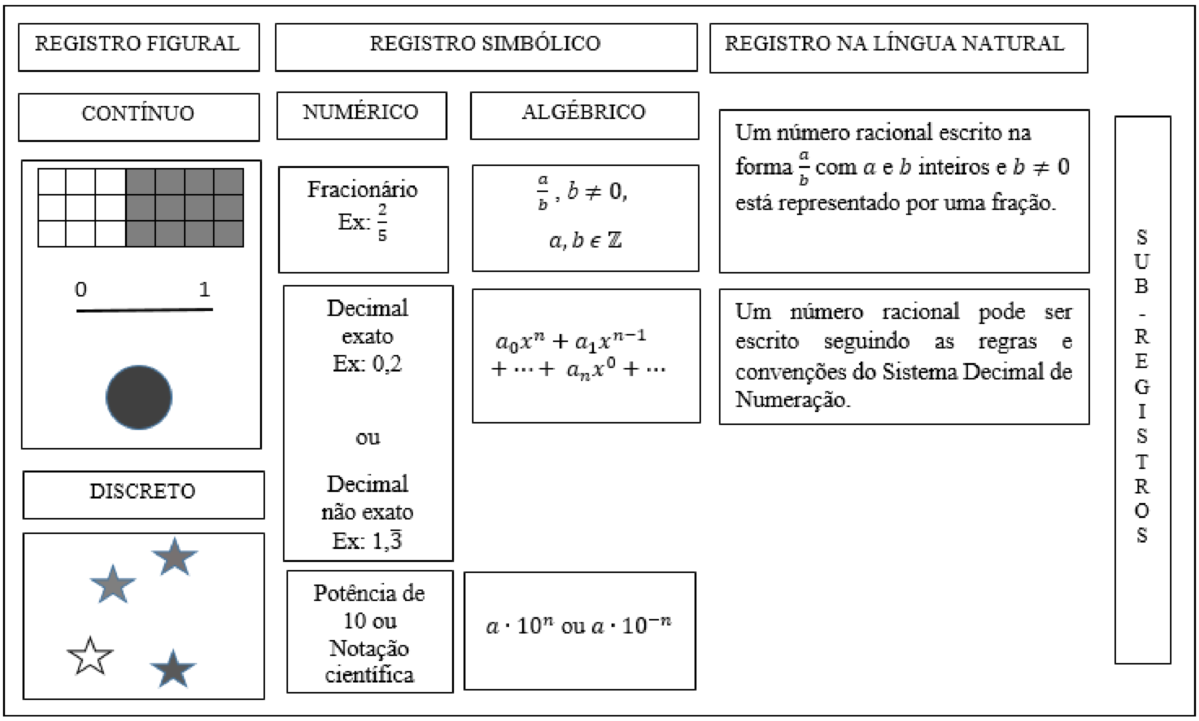
$$\frac{p}{q} \text{ ou } {}^{p}/_{q}, \ p \text{ e } q \in \mathbb{N} \text{ e } q \neq 0,$$

atende tais necessidades e introduz os Números Racionais Positivos, nos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. Bittar e Freitas (2005) consideram que, nesses dois primeiros ciclos, devem ser apresentados os números racionais positivos ou os números racionais absolutos, deixando a definição formal de números racionais para os ciclos posteriores.

Duval (2013) destaca o caráter formal e abstrato dos objetos matemáticos, pois diferentemente de outros domínios de conhecimento científico, caracterizam-se por não ser acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente. O autor afirma que "*O acesso aos objetos matemáticos passa, necessariamente, por representações semióticas*" (DUVAL, 2013, p. 21, grifo do autor). Assim, para o autor, a compreensão em Matemática está relacionada com a capacidade de representar um mesmo objeto matemático por, pelo menos, duas diferentes formas de representação.

A Figura 12 mostra os diversos registros de representação estudados no Ensino Fundamental, segundo Maranhão e Igliori (2013).

Figura 12 - Registros de representação de Números Racionais



Fonte: Maranhão e Igliori (2013, p. 59, adaptado).

As autoras apresentam o registro na língua natural, o registro simbólico, que pode ser numérico fracionário, numérico decimal ou algébrico, além do registro figural, que representa partes de grandezas contínuas ou discretas (Figura 12). As mudanças de um registro para outro são chamadas de conversão (DUVAL, 2013) e servem para facilitar o processo de ensino e aprendizagem, devendo ser feitas nos dois sentidos.

4.2.1 Significados da Fração

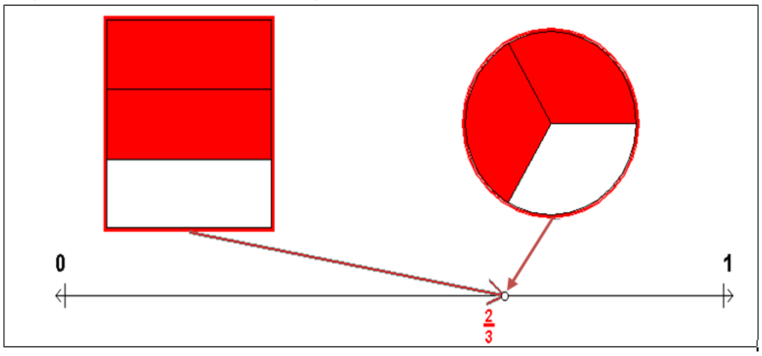
Segundo Cid, Godino e Batanero (2004), as frações estão atreladas a diferentes significados, conforme sejam as informações contextuais e as práticas matemáticas nas quais estão inseridas. Os autores apontam algumas situações que remetem à ideia de Fração – significado de divisão (parte-todo), de medida (fracionamento da unidade), de transformação (operador), de divisão não inteira (quociente) –, todos utilizados no contexto de uso numérico. O significado de divisão não inteira aparece também no uso de fração no contexto algébrico, na solução de uma equação, quando o resultado da divisão não é um número inteiro. O número fracionário também pode ser utilizado como razão, aplicado na representação de probabilidade e porcentagens.

- Significado de divisão – parte-todo

Trata-se de uma relação parte-todo, quando um todo, contínuo ou discreto, é dividido em partes iguais, isto é, equivalentes como quantidade de superfície (todo contínuo) ou quantidade de objetos (todo discreto) e considera-se uma ou algumas dessas partes. Assim, se um total q é dividido igualmente, a fração $\frac{p}{q}$ significa dizer que desse total, considera-se p dessas partes. As representações figurais mais frequentes no contexto contínuo costumam ser os diagramas circulares e os retangulares.

A Figura 13 mostra a representação da fração dois terços num contexto contínuo.

Figura 13 - Representação figural de uma fração em um todo contínuo

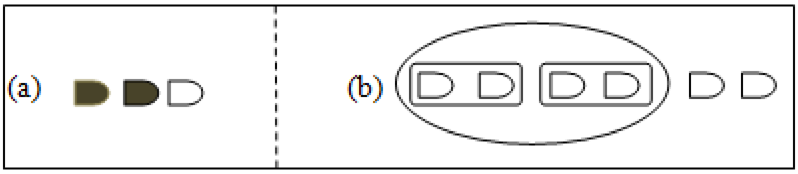


Fonte: a autora; imagem do Banco Internacional de Objetos Educacionais[25].

[25] Equivalent Fractions Finder. Disponível em: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/18778. Acesso em: 12 jun. 2015

A Figura 13 apresenta a parte colorida de um todo contínuo retangular e um todo contínuo circular e está associada à magnitude comprimento, no qual o segmento é dividido em partes iguais. Já a Figura 14 apresenta a fração dois terços no contexto discreto.

Figura 14 - Representação figural de uma fração em um todo discreto

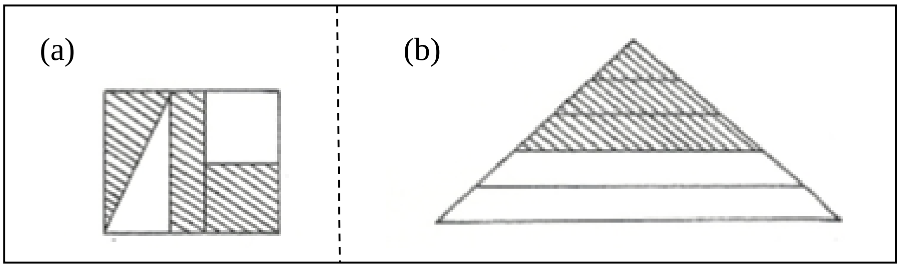


Fonte: Llinares; Sánchez (1988, p. 58) (adaptado).

É utilizado, na Figura 14(a), um conjunto de entes discretos como unidades. Nesse caso, a fração indica a relação entre o número de elementos sombreados e o total. Já na Figura 14(b), o conjunto foi dividido em três subconjuntos, sendo cada um deles formado por dois elementos, tomando-se dois subconjuntos do total de três para indicar a fração dois terços.

Llinares e Sánchez (1988, p. 58), quando tratam da caracterização da relação parte-todo, no contexto contínuo, não se referem à divisão do todo em partes iguais, mas em “partes congruentes”, isto é, as partes não precisam ter a mesma forma, mas a mesma superfície. As Figuras 15(a) e 15(b) apresentam o desenho de duas regiões divididas em partes diferentes. Em 15 (a), a representação figural está associada à representação numérica $\frac{3}{5}$, porque, segundo os autores, as partes não têm a mesma forma, mas têm a mesma superfície, diferentemente de 15(b), em que as partes não têm a mesma forma e nem a mesma superfície, não indicando uma fração.

Figura 15 - Partes congruentes e não congruentes de um todo contínuo



Fonte: Llinares; Sánchez (1988, p. 58).

Assim, a figura 15(a) apresenta a relação entre as partes pintadas e o todo, correspondendo à fração três quintos, “pois a figura tem sombreada os três quintos da sua superfície” (LLINARES; SÁNCHEZ, 1988, p. 58). Do mesmo modo, os autores utilizam a noção de “partes congruentes” para justificar que, na Figura 15(b), a região tracejada não remete à fração três quintos, pois as partes não são congruentes.

- Significado de medida – fracionamento da unidade

As situações de medida são aquelas nas quais existe uma quantidade de determinada grandeza que não equivale à unidade de medida dessa grandeza ou de seus múltiplos ou submúltiplos. Dessa forma, para precisar essa quantidade, divide-se a unidade de medida que denota a grandeza em q partes iguais e o quantitativo equivalente à fração $\frac{p}{q}$ unidades corresponde a p dessas partes.

A reta numérica serve como boa representação do significado de fração como medida, pois um segmento com uma unidade de medida admite subdivisões congruentes, isto é, novas divisões da unidade. Nesse contexto, torna-se possível a interpretação da soma de Frações, que consiste na união de medidas, bem como a introdução de números decimais. Além disso, a representação de frações, por meio da reta numérica, possibilita a noção de equivalência, ou seja, a mesma parte da unidade recebe nomes diferentes em função do número de divisões. Nessa conjuntura, é possível considerar que a interpretação das Frações como medida fundamenta-se no contexto de fração como parte-todo (LLINARES; SÁNCHEZ, 1988).

- Significado de transformação – operador

Nessa situação, a fração funciona como um operador que se aplica a uma quantidade inicial para chegar a uma quantidade final. Bittar e Freitas (2005) ressaltam que os operadores são utilizados, nas escalas, para diminuir ou aumentar figuras, como fator de redução ou ampliação, respectivamente. Os problemas que envolvem operadores são apresentados aos alunos, segundo os autores, a partir do III ciclo do Ensino Fundamental.

Llinares e Sánchez (1988) observam que, num contexto discreto, tomando-se uma situação de partida e aplicando-se um operador sobre um conjunto, modifica-se o estado final desse conjunto. Da mesma forma, num contexto contínuo, aplicar um operador $\frac{p}{q}$ sobre um segmento significa obter o segmento de comprimento $\frac{p}{q}$ do original. Os autores abordam a relevância das frações como elementos da álgebra de funções (transformações), ressaltando a composição de transformações (funções, operador), da mesma forma que destacam o conceito dos números racionais com a multiplicação como estrutura de grupo.

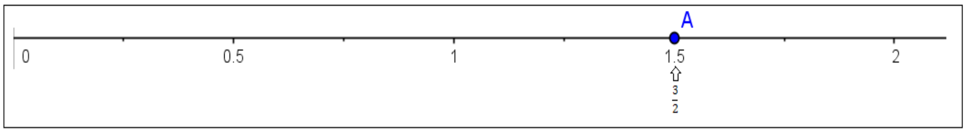
- Significado de divisão não inteira – Quociente

Esse significado de divisão não inteira está relacionado à operação de dividir um número natural por outro, divisão indicada por $p : q$ ou $\frac{p}{q}$, sendo p e q inteiros e diferentes de zero, onde q não é divisor de p. Nesse contexto de divisão, T. E. Kieren (1980, *apud* Llinares;

Sánchez, 1988) aponta as possibilidades de interpretação do quociente, quando o aluno aprende frações como, por exemplo, dividir um inteiro em cinco partes e tomar três dessas partes é diferente de repartir três unidades por cinco pessoas, embora o resultado obtido seja o mesmo.

Cid, Godino e Batanero (2004) observam que, no contexto algébrico, a divisão não inteira aparece na equação $qx = p$, sendo p e q números naturais (para números racionais positivos), diferentes de zero, e q não é divisor de p. A solução para a variável x é determinada pelo quociente c e só está vinculada ao pensamento dos alunos a partir do terceiro ciclo do Ensino Fundamental. Bittar e Freitas (2005) consideram que esse significado de fração como quociente auxilia, também, na introdução dos números decimais e sua relação com as frações, quando se faz a divisão $p \div q$. A Figura 16 mostra a representação da fração $\frac{p}{q}$ na reta numérica, associada ao correspondente número decimal 1,5.

Figura 16 - Relação da fração ao correspondente número decimal na reta numérica

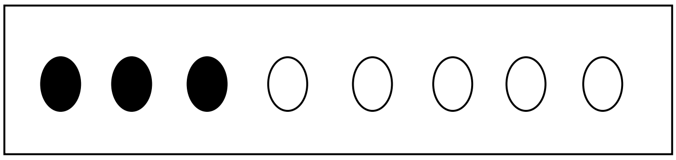


Fonte: Llinares; Sánchez (1988, p. 59, adaptado).

- Significado de razão

Como razão, a fração é usada como uma comparação entre duas quantidades de naturezas diferentes, na qual não tem sentido pensar, somente, no conjunto como um todo. Na razão existe uma relação bidirecional, isto é, $\frac{p}{q}$ ou $\frac{q}{p}$, conforme for o comparativo estabelecido entre as situações. A razão entre p e q também pode ser denotada por outros símbolos que não sejam as frações: $p \to q$ ou $p : q$, que na linguagem natural é dita p para q. Nesse caso, é possível tomar as frações como comparação entre parte-parte e nas relações, conjunto a conjunto (todo-todo). A Figura 17 apresenta a razão $\frac{3}{5}$, ou 3 para 5, para representar a relação entre círculos pretos e círculos brancos.

Figura 17 - Representação da fração como razão



Fonte: a autora.

Cid, Godino e Batanero (2004) consideram que as frações como razões podem ter o segundo componente igual a zero, indicando a ausência do elemento, diferentemente dos outros significados de fração, cujo denominador não pode ser nulo.

Llinares e Sánchez (1988) ressaltam que o significado de fração como razão inclui outros contextos, como a noção de probabilidade e de porcentagem. No caso de probabilidade, se estabelece uma comparação todo-todo entre um conjunto de casos favoráveis e o conjunto de casos possíveis, como, por exemplo, a probabilidade de cair um número par ao lançar um dado perfeito. Já no caso de porcentagem, a relação é constituída entre conjuntos, estabelecendo-se o total de cem partes, isto é, o percentual de *x*% é uma forma de expressão da fração $\frac{x}{100}$, que significa *x* partes de um todo de cem.

Konic (2011) considera, ainda, que a noção de razão deve preceder a ideia de fração e pode ser tomada como objeto central. Para a autora, a partir da noção de razão, os alunos podem explorar frações, números e frações decimais e porcentagem, ressaltando que as frações e os números decimais, que são expressões das frações em base dez, podem ser convertidos em casos particulares de razão, os quais expressam quantidades específicas.

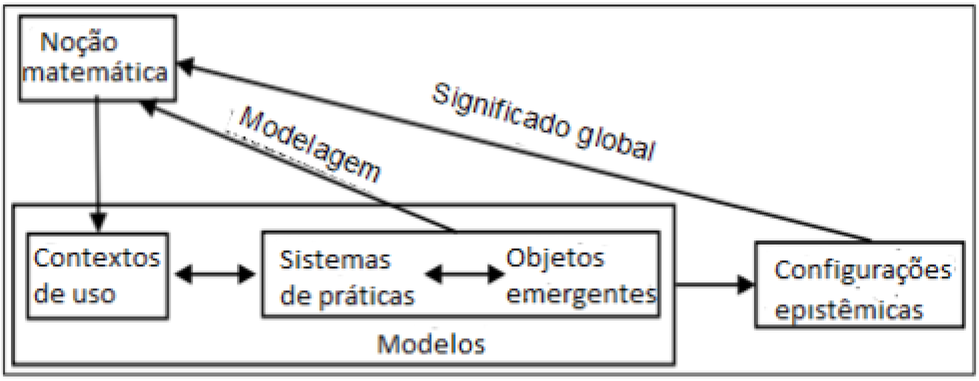
Para descrever o significado institucional e pessoal de um objeto matemático, Godino (2003) ressalta ser útil a noção de "sistema de práticas operativas e discursivas", associadas ao campo de problemas, contradizendo o caráter absoluto e o universal, que habitualmente são atribuídos aos objetos matemáticos no contexto da Matemática pura. Dessas práticas emergem novos objetos, associados a distintos contextos de uso desses objetos, determinando diferentes definições de uma noção matemática.

Assim, considera-se que a noção de fração não pode ser restrita a um único contexto. Do mesmo modo, Llinares e Sánchez (1988) apontam que estudos recentes mostram várias interpretações sobre frações, embora exista uma aproximação entre os diversos contextos. Sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico, práticas, objetos e diferentes contextos estão relacionados entre si, constituindo redes ou configurações epistêmicas locais e modelando um significado parcial das frações.

Segundo Godino *et al* (2009a), as configurações epistêmicas situam os objetos em determinados "nichos", que se classificam como formais, intramatemáticos e extramatemáticos, conforme seja a circunstância de uso desse objeto. A configuração epistêmica formal coloca o objeto em questão sob a formalidade da Matemática pura. Já a configuração epistêmica intramatemática estabelece as conexões matemáticas, definindo as noções e justificando as propostas. Enquanto isso, na extramatemática, o objeto em questão está relacionado à resolução de problemas contextualizados.

As relações estabelecidas entre os distintos significados parciais associados à noção de fração determinam a noção de significado global ou holo-significado (WILHELMI; GODINO; LACASTA, 2007), conforme apresentado na Figura 18.

Figura 18 -Ferramenta para análise epistemológica na Teoria das Funções Semióticas

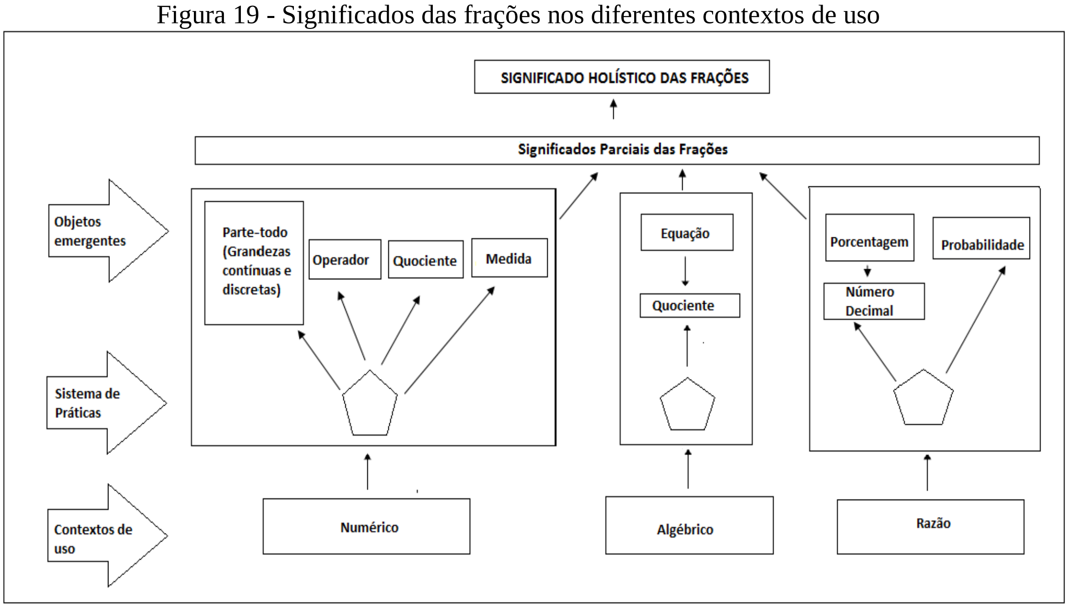


Fonte: Wilhelmi; Godino; Lacasta (2007, p. 24, tradução nossa).

Godino *et al* (2009b) apontam que, na Teoria das Funções Semióticas (TFS), um objeto matemático compreende o antecedente (expressão) de uma função semiótica, que é a noção matemática, e o consequente (significado), que é a estrutura formada pelo sistema de práticas, contextos de uso e rede de objetos emergentes de tais sistemas de práticas.

A Figura 19 aborda objetos distintos, relacionados à noção de fração, derivados dos diferentes contextos de uso e das práticas matemáticas relativas a esses contextos. A construção dessa figura tem embasamento no esquema sobre "Estruturação dos modelos e significados associados à igualdade", apontado por Wilhelmi, Godino e Lacasta (2007, p. 15).

Figura 19 - Significados das frações nos diferentes contextos de uso



Fonte: a autora.

Conforme se observa na Figura 19, a noção de fração não é restrita a um único contexto. Cada binômio "objetos emergentes ↔ sistema de práticas" determina um modelo relativo à noção de fração ou uma configuração epistêmica local. "De certa forma, cada configuração epistêmica local "modela" um aspecto parcial do significado da noção correspondente: a configuração é o sistema modelador e a noção é o objeto modelado" (WILHELMI; GODINO; LACASTA, 2007, p. 15, tradução nossa). Assim, o significado global ou holo-significado permite relacionar os diferentes significados parciais relativos à noção de frações, constituindo uma rede de modelos associados à dita noção.

4.2.2 Números Racionais Absolutos

O valor absoluto de um número real *x*, conforme Lipschutz (1976, p. 45), por | *x* |, é definido |pela expressão:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}.$$

Portanto, se *x* é positivo ou zero, | *x* | é igual a *x* e se *x* é negativo, | *x* | é igual a - *x*, isto é, o valor absoluto de um número real nunca é negativo. Como todo Número Racional é real, todo Número Racional absoluto é um Número Racional não negativo.

O conceito de número racional positivo está ligado, segundo Cid, Godino e Batanero (2004), a contextos concretos de medida e partilha e foi construído ao longo de milhares de anos. Assim, foram instituindo-se os conceitos de fração e razão, que, inicialmente, eram tratados de forma independente. A partir desses significados de fração, estabeleceu-se o conceito de número racional positivo e, posteriormente, o objeto matemático número racional.

O conjunto das frações é dividido em classes de equivalência, sendo cada uma delas formada por todas as frações equivalentes entre si. Diz-se que cada uma dessas classes é um *número racional* (grifo nosso) e o conjunto de todas as classes compõe o Conjunto dos Números Racionais Absolutos, o conjunto $\mathbb{Q}_+$, que compreende os números inteiros e os números fracionários positivos. Em linguagem simbólica:

$$\mathbb{Q}_+ = \left\{\frac{p}{q} \quad | \quad p \in \mathbb{Z}_+,\ q \in \mathbb{Z}_+^*\right\}$$

Como exemplo, toma-se o número racional positivo $\frac{2}{5}$, identificado como representante de qualquer outro elemento da classe de frações equivalentes a $\frac{2}{5}$. As frações que pertencem à mesma classe de equivalência são distintas entre si, mas representam o mesmo número racional, por isso, usa-se o símbolo de igualdade para expressar as frações equivalentes. Assim, como exemplo, apresenta-se a classe de equivalência de $\frac{2}{5}$, que é dada por:

$$\left[\frac{2}{5}\right] = \left\{\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{6}{15}, \dots\right\}.$$

Destaca-se, ainda, a propriedade das frações equivalentes, dada por: duas frações, $\frac{p}{q}$ e $\frac{r}{s}$, são equivalentes, se e somente se $ps = rq$.

Uma das formas de buscar uma fração equivalente é pela simplificação de frações, o que permite definir, a partir de uma fração, outra equivalente à primeira. Uma simplificação ou sucessivas simplificações levam à obtenção de uma fração em sua forma irredutível, que também pode ser obtida dividindo-se o numerador e o denominador pelo máximo divisor comum dos dois números. Na sua forma irredutível, o numerador e o denominador de uma fração são números primos entre si. Assim, duas frações são equivalentes se, quando simplificadas, apresentam as correspondentes frações irredutíveis iguais.

As frações equivalentes preenchem as condições de uma relação de equivalência, isto é, são cumpridas as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva, a saber:

- reflexiva – toda fração é equivalente a si mesma;
- simétrica – se uma fração *x* é equivalente a uma fração *y*, então a fração *y* é equivalente a *x*;
- transitiva – se uma fração *x* é equivalente a uma fração *y* e essa fração *y* é equivalente à outra fração *z*, então *x* é equivalente a *z*.

As frações estão divididas em classes de equivalência, as quais são formadas por frações equivalentes entre si. Cada uma das classes é um número racional e o conjunto de todas as classes forma o Conjunto dos Números Racionais, o qual é um corpo comutativo totalmente ordenado, dotado das operações binárias, adição e multiplicação, que cumpre as seguintes propriedades: associativa, comutativa, elemento neutro 0 para a soma, elemento oposto para cada número racional, distributiva da multiplicação em relação à adição e à relação de ordem.

As propriedades apresentadas para os Números Racionais, no que se refere à classe de equivalência, são válidas para os Números Racionais absolutos. Entretanto, esses não cumprem a propriedade a qual diz que “cada racional tem um oposto único”, assim como não há sentido na relação de ordem relativa ao produto, uma vez que *x* e *y* já são maiores do que zero nesse campo de Números Racionais.

Considerando os significados de fração e razão que antecedem o conceito de Número Racional, Cid, Godino e Batanero (2002) justificam seis propriedades dos Números Racionais, aplicáveis aos Números Racionais absolutos, assunto dos anos iniciais do Ensino Fundamental e deste trabalho. Dá-se início, então, às propriedades, denotando-se a fração por $\frac{p}{q}$:

P1) Se $p \neq q \neq 0$, os números racionais $\frac{p}{q}$ e $\frac{q}{p}$ são distintos. Diz-se que esses números racionais são inversos um do outro.

P2) O denominador de uma fração não pode ser zero e o numerador pode. O denominador de uma fração não pode ser igual a zero, porque não tem sentido fracionar a unidade de medida em zero partes ou dividir algo em zero elementos. Por outro lado, o numerador, o qual pode ser zero indica que não é tomada nenhuma parte daquela que se tenha dividido em q unidades. No caso da divisão proporcional, ter tanto a razão $\frac{0}{q}$ ou $0 : q$ (0 para q) quanto $\frac{p}{0}$ ou p: 0 (p para 0) tem significado. Numa situação de partilha, por exemplo, significa que uma pessoa recebe tudo e outra não recebe nada. Nesse caso, não se trata de um número racional.

P3) O racional zero (0) é aquele que tem como representante qualquer fração do tipo $\frac{0}{q}$. Se na medida por fracionamento da unidade ou tratando-se de quantidade de objetos, obter-se, $\frac{0}{q}$ significa dizer que das partes em que o todo fora dividido, não se toma nenhuma delas.

P4) As frações com numerador e denominador iguais são equivalentes e representam o número racional 1. Se uma grandeza mede $\frac{q}{q}$ unidades, significa que o todo se divide em q partes e tomam-se todas essas partes, ou seja, o inteiro.

P5) As frações com denominadores iguais a 1 representam os números naturais (inteiros, se for considerada a propriedade para todo número racional) que são subconjuntos dos números racionais. Se, por exemplo, uma quantidade mede $\frac{p}{1}$, significa dizer que o todo não está decomposto em partes e a quantidade é equivalente a p unidades.

P6) O numerador de uma fração pode ser maior, igual ou menor que o denominador, conforme seja a fração maior, igual ou menor que a unidade, respectivamente.

Para os autores Cid, Godino e Batanero (2002), os números racionais apresentam a propriedade de que todo número inteiro é um racional, uma vez que pode ser escrito em forma de fração.

$$0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \ldots; \quad 1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \ldots; \quad 2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \ldots$$

4.2.3 Número decimal e representação decimal

Segundo Socas (2001, p. 297, *apud* Konic, 2011, p. 20, tradução nossa[26]), "o objeto número decimal é caracterizado erroneamente e a representação decimal dos diferentes números é identificada como número decimal". A representação decimal de um número racional, conforme Ayres Jr. (s/d),

- pode ser um decimal exato, como, por exemplo, r = 0,77= $\frac{77}{100}$;
- pode ser um decimal periódico, como, por exemplo, r = 0,7777..... = $\frac{7}{99}$.

Assim, cada número racional pode ser expresso como um decimal exato ou periódico e, reciprocamente, todo decimal exato ou periódico é um número racional. No entanto, Cid, Godino e Batanero (2002) chamam a atenção para o fato de que o comprimento de uma circunferência C é dado por $C = \pi d,$ onde d é o diâmetro dessa circunferência. Logo, o quociente obtido, quando se divide o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro, é $\pi \cong$ 3,1415..., que não é um decimal periódico, portanto, não é um número racional, mas irracional.

Konic (2011) aponta o conflito semiótico[27] existente, quando uma pessoa identifica uma expressão decimal de um número qualquer, como sendo número decimal, reafirmando que todo número decimal é um número racional, pois todo número decimal pode ser escrito em forma de fração, cujo denominador é uma potência de dez. Assim, um subconjunto D dos números racionais é constituído por todos os números racionais d que se pode representar mediante frações decimais. A autora ressalta que, para a representação decimal ser relativa a um número decimal, é necessário que o denominador seja igual a dez ou potências de dez, isto é,

$$\mathrm{D} = \left\{ d \in \mathbb{Q} \mid d = \frac{a}{10^n},\ a \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{N} \right\},$$

ou ainda, considerando os números decimais absolutos,

$$D_+ = \left\{ d \in \mathbb{Q} \mid d = \frac{a}{10^n},\ \ a\ , n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Uma forma de reconhecer se uma fração é um decimal exato, sem efetuar a divisão, é escrevê-la na forma irredutível e verificar se, decompondo o denominador, aparecem, somente, os números primos dois e cinco. Por exemplo, $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$. O número 4 só tem 2 na sua decomposição.

---

[26] "*el objeto número decimal es caracterizado erróneamente, y la representación decimal de los diferentes números es identificada como un número decimal*"

[27] Um *conflito semiótico* é qualquer disparidade ou discordância entre os significados atribuídos a uma expressão por dois sujeitos (pessoas ou instituições). Um conflito semiótico é do tipo epistêmico, quando a disparidade se produz entre significados institucionais e do tipo cognitivo, quando a disparidade se produz entre práticas que formam o significado pessoal de um mesmo sujeito (GODINO: BATANERO; FONT, 2008, p.23, nota de rodapé).

Konic (2011) descreve três propriedades que relacionam um número *x* e os conjuntos numéricos:

P_1 - se *x* é um número natural, é inteiro, decimal, racional e real;

P_2 - se *x* é um número inteiro, é decimal, racional e real;

P_3 - se *x* não é um número racional, então é irracional.

Os apontamentos sobre números racionais, aqui apresentados, tiveram por objetivo trazer aspectos formais dos objetos matemáticos (frações e números decimais) que compõem as atividades propostas no Instrumento Exploratório de Investigação.

4.2.4 Erros comuns no estudo de frações e números decimais

Julga-se pertinente, no desenvolvimento deste trabalho, apresentar alguns erros comuns referentes ao conteúdo de frações e números decimais, considerando a importância de munir o professor de KCS, isto é, de conhecimento sobre o conteúdo e o aluno, visto que, segundo Ball e colaboradores, é necessário identificar os erros mais frequentes.

Para Llinares e Sánchez (1988), o conhecimento dos números naturais exerce influência sobre os aspectos do processo de ensino e aprendizagem de frações, levando o aluno a cometer alguns erros. Isso porque passar dos números naturais para os racionais absolutos não é fácil para o aluno, considerando, por exemplo, o entendimento do motivo pelo qual o produto de duas frações pode ser menor do que uma delas. Os autores apontam os erros comuns e recorrentes no que se refere a frações.

- Erro de equivalência de frações:

$\frac{2}{5} = \frac{8}{11} = \frac{14}{17}$

Nesse caso, o aluno reconhece que alguma operação matemática é feita sobre o numerador e denominador, para que se definam frações equivalentes. Então, soma seis unidades a cada um deles, desconhecendo o verdadeiro significado da equivalência de frações.

- Erro de simplificação de frações

Para um aluno, é solicitado que simplifique as frações e ele, então, responde da seguinte forma:

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \qquad \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \qquad \frac{3}{6} = \frac{1}{3} \qquad \frac{4}{9} = \frac{2}{3}$$

Segundo os autores, à primeira vista, parece não haver nenhuma lógica nos erros, mas é possível perceber que o aluno tenha elaborado uma regra para a simplificação de frações, que consiste em associar cada número natural a outro mais simples. Assim, onde há dois e três substitui por um, quatro por dois, seis e nove por três. Os autores sugerem que para a correção desse erro, o primeiro passo seria o entendimento do significado de fração.

- Erro na adição de frações:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \qquad\qquad \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{4}{7}$$

Esse erro apresenta-se, possivelmente, pela similaridade de notações entre os números naturais e racionais, levando em conta os procedimentos aditivos dos números naturais. Assim, somam diretamente os numeradores e os denominadores. Os autores recomendam que os alunos pratiquem atividades relativas à soma de frações. Um erro análogo ocorre para a subtração de frações.

- Erro na multiplicação de uma fração por um inteiro:

$$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{8} \qquad\qquad \frac{2}{3} \times 3 = \frac{6}{9}$$

Nesse caso, os autores consideram que o aluno sabe multiplicar frações, efetuando o produto dos numeradores e o produto dos denominadores. Como o multiplicador é um número natural, age da mesma forma, utilizando esse número para multiplicar o numerador e o denominador. O autor aponta, também, que pode ser que o aluno apresente um conflito semiótico perante a ideia de que, para determinar frações equivalentes, multiplica-se numerador e denominador pelo mesmo valor, induzindo-o ao erro.

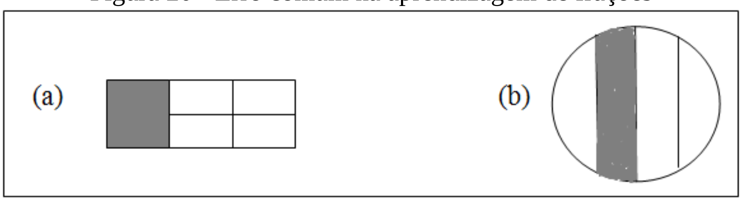
- Erro na divisão de frações (p. 163):

$$\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \qquad\qquad \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

Para os autores, os procedimentos consistem em dividir separadamente os numeradores e os denominadores, desconsiderando os possíveis restos obtidos quando a divisão não é exata. Esse erro pode acontecer a partir do algoritmo da multiplicação de frações, bem como por influência da divisão de números naturais.

Na sequência, apresentam-se os conflitos sugeridos por Damico (2007), em seu trabalho investigativo com futuros professores de Matemática. No primeiro deles, o autor propôs a seguinte questão: “[...] escreva a fração que representa a parte hachurada em relação ao todo” (DAMICO, 2007, p. 126) (Figura 20).

Figura 20 - Erro comum na aprendizagem de frações



Fonte: Damico (2007, p. 126).

Em relação à letra (a), em torno de 40% dos alunos que participaram da pesquisa constataram que a fração referente à parte pintada é igual a $\frac{1}{5}$. Para o autor, dar como resposta um quinto, significa não considerar que, quando se divide um todo contínuo ou discreto, divide-se em partes congruentes, isto é, equivalentes como quantidade de superfície ou como número de objetos. Os alunos fizeram uma contagem simples de partes, sem considerar a congruência. No entanto, os demais que responderam $\frac{1}{3}$, ou $\frac{2}{6}$ apresentaram a divisão da região hachurada em duas partes iguais, formando o inteiro com seis partes e dessas, a região pintada corresponde a duas, acertando a questão.

No mesmo grupo, mais de 50% em cada categoria respondeu a questão da letra (b) como $\frac{1}{4}$. Para Damico (2007), esses números revelam que a compreensão sobre relação parte-todo ainda é limitada, pois a maioria não conseguiu observar a não congruência entre as partes.

Já Konic (2011) fez seu trabalho de pesquisa com 49 estudantes em processo de formação para professores de Matemática. Entre as questões de investigação propostas pela autora, apresenta-se a seguinte: "[...] Indica a qual destes conjuntos numéricos pertence cada um dos seguintes números (um mesmo número pode pertencer a mais de um conjunto): (a) 7, (b) $\frac{3}{4}$, (c) $\frac{1}{7}$, (d) π; nos conjuntos numéricos, Naturais, Decimais, Racionais, Irracionais, Reais" (KONIC, 2011, p. 117).

Após a análise da questão, a autora concluiu que:

> - em geral, não existem problemas com o reconhecimento do número sete como um número natural;
> - ninguém identificou 7 e $\frac{3}{4}$ como números decimais, que é o correto;
> - 53% do grupo investigado consideraram somente π como número decimal e esse percentual eleva-se para 90%, se forem considerados outros números juntos a π;
> - apenas 6% dos alunos reconheceram, simultaneamente, os três números racionais: 7, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{7}$, embora 82% só reconheça como número racional aquele que tem a forma fracionária;
> - apenas 6% consideraram um número natural como decimal;
> - 41% definem $\frac{1}{7}$ como decimal;
> - 50% parecem saber que qualquer dos números apresentados é real, porém 30% julgam somente o 7 como número real (KONIC, 2011, p. 117).

Nesse contexto de respostas, a autora conclui que há indícios de fortes dificuldades enfrentadas pelos futuros professores de Matemática no reconhecimento dos diferentes conjuntos numéricos e sua relação de inclusão.

Lorenzato (2006) ressalta que o erro sempre teve uma conotação negativa, numa época em que somente o acerto era valorizado. No entanto, o autor vê no erro uma forma de alerta para o professor, constituindo-se, assim, como parte natural do processo de ensino e aprendizagem, o qual permite o redirecionamento didático. Para o autor, a falta de atenção e de estudo, o raciocínio falho, ou ainda, a falta de conhecimento na linguagem materna, de forma a ocasionar má interpretação ou pouco conhecimento matemático podem constituir-se em fatores que levem ao erro, tendo o professor a tarefa de identificação e correção.

Já Godino *et al* não se referem ao erro, mas ao conflito semiótico como sendo uma dificuldade, um equívoco cometido pelo indíviduo, com relação a um objeto matemático, conduzindo ao erro. Segundo os autores, "A noção de conflito semiótico é introduzida como uma explicação dos erros, dificuldades e obstáculos dos alunos para a aprendizagem de um conteúdo matemático e, em geral, nas dificuldades surgidas na comunicação em sala de aula. [...]"[28] (GODINO *et al*, 2009, p.11, tradução nossa). Dessa forma, entende-se que o conflito semiótico explica o erro.

Com relação aos conteúdos tratados neste capítulo, Bittar e Freitas (2005) sugerem que, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, o estudo de números racionais não seja tão formal e o ensino de frações ocorra por meio de problemas práticos. Da mesma forma, a introdução de números decimais não deve ser apresentada aos alunos sem referência às frações decimais, de modo que o professor proponha situações que permitam a inter-relação dos dois assuntos matemáticos.

No 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, os alunos devem ampliar os conhecimentos relativos aos conjuntos numéricos e medidas. Nesse período, começam a surgir situações-problemas, as quais não têm solução no campo dos números naturais, possibilitando a introdução dos números racionais. Inicia a compreensão de alguns significados de frações, como parte-todo, quociente e razão, além das diferentes representações fracionárias e decimais inter-relacionadas. No contexto do bloco referente a Grandezas e Medidas, os alunos passam a compreender melhor, pois os números decimais relacionados a frações permitem contar quantas vezes a unidade foi dividida.

4.3 SOBRE OS RECURSOS DIDÁTICOS

Com relação aos recursos didáticos apontados nos Parâmetros Curriculares Nacionais, destaca-se a visão de Godino, Batanero e Font (2004) na perspectiva do EOS. Para os autores, os recursos didáticos são instrumentos que se inserem no âmbito das mediações, as quais se estabelecem entre professor, conhecimento matemático e aluno. Incluem-se os livros didáticos,

[28] La noción de conflicto semiótico se ha introducido como una explicación de los errores, dificultades y obstáculos de los estudiantes para el aprendizaje de un contenido matemático, y en general, en las dificultades surgidas en la comunicación en el aula. [...].

cadernos de exercícios, calculadora, recursos digitais (*softwares* educativos, *internet*) materiais manipulativos e jogos, além de gráficos, figuras, textos específicos, sistemas de signos, entre outros. Considera-se ser pertinente apresentar considerações relativas ao uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais, bem como a utilização de jogos no processo de ensino e aprendizagem matemática, tendo em vista ser a análise mediacional um dos enfoques desta investigação.

Com relação aos materiais manipulativos ou materiais concretos, os autores apontam que são objetos físicos "que apoiam e potencializam o raciocínio matemático[29]" (GODINO; BATANERO; FONT, 2004, p. 128, tradução nossa), podendo ser considerados como instrumentos semióticos, pois desempenham funções representativas que propiciam a compreensão dos significados matemáticos, para posterior formulação de conceitos e estruturas matemáticas.

Em se tratando do uso de recursos tecnológicos digitais, Godino, Batanero e Font (2004) entendem como enriquecedores no ensino e aprendizagem da Matemática. Entretanto, apontam para os cuidados com a complexidade desses materiais, que, muitas vezes, podem tornar a atividade matemática até mais difícil. Nesse contexto, Bittar (2006) considera que as pesquisas indicam resultados positivos alcançados, quando o professor faz uso de tecnologias em sala de aula. No entanto, a autora salienta a importância da escolha adequada dos recursos pelo professor, de modo que não seja apenas uma tecnologia a ser usada, longe dos objetivos e distanciando-se do processo de construção da aprendizagem.

O jogo também pode ser considerado como um recurso para a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, substituindo exaustivas listas de exercícios, utilização de regras e desenvolvimento mecânico de algoritmos. Além de o aluno se distanciar do papel e do lápis, essa atividade propicia o desenvolvimento de habilidades de raciocínio, a elaboração de estratégias com vistas à vitória e a interação social (KAMII, 2001).

Nessa circunstância, Grando (2000), em suas pesquisas, se mostra favorável à utilização do jogo na sala de aula, mas chama a atenção para a responsabilidade do professor, na escolha do mesmo, avaliando sua eficácia antes da aplicação na sala de aula, bem como os conceitos e habilidades que possam emergir no decorrer da atividade, para que sejam aproveitados como conhecimento matemático e não, simplesmente, um jogo pelo jogo.

Da mesma forma, Godino, Batanero e Font (2004) reconhecem os aspectos positivos do jogo em sala de aula, pois, além de ter seu papel motivador, pode servir como processo de

---

[29] *Materiales manipulativos que apoyan y potencian el razonamiento matemático*

estudo e aprofundamento dos conteúdos matemáticos já abordados. No entanto, também apontam para a necessidade de manter a conexão da atividade com conceitos, estruturas matemáticas ou situações-problemas.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, encontra-se a recomendação para a utilização de recursos didáticos na prática docente, assim como a adequação do uso desses materiais para que não surjam expectativas indevidas. Nesse sentido, Godino, Batanero e Font (2004), apesar das constatações positivas relacionadas à vinculação entre o uso de recursos concretos e o objeto matemático, apontam para o cuidado que o professor precisa ter, devendo ser considerados aspectos de como, quando e que material utilizar. Os materiais manipulativos servem de elo entre a realidade e o objeto matemático, não devendo comprometer o raciocínio, sendo, apenas, um "meio para um fim e não um fim em si mesmo" (GODINO; BATANERO; FONT, 2004, p.141).

Paulino Filho (2008) também tece considerações em relação aos recursos didáticos, ressaltando que o melhor ensino e aprendizagem matemática não estão garantidos pelo uso de jogos ou atividades com recursos concretos, sendo imprescindível a postura reflexiva do professor com relação ao uso deste ou daquele material, devendo ser considerados o objeto matemático e os aspectos relacionados ao contexto escolar em que o aluno está inserido, tais como, a proposta político-pedagógica, o histórico da escola e o aluno que se pretende formar.

Considera-se, nesta pesquisa, a relevância do uso de recursos materiais, tecnologias digitais e jogos para a aprendizagem matemática. No entanto, julgam-se pertinentes as ressalvas apontadas por Bittar (2006), Godino, Batanero e Font (2004), Grando (2000) e Paulino Filho (2008) com relação à utilização desses recursos.

Assim, encerra-se o presente capítulo, que teve por finalidade trazer reflexões sobre alguns aspectos dos conhecimentos didático-matemáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, os quais servirão de subsídios para posteriores análises dentro do contexto do processo investigativo. Os capítulos 2, 3 e 4 trazem para este trabalho, cada um dentro de suas especificidades, contribuições que norteiam o desenvolvimento da pesquisa, a qual começa a ser apresentada a partir do capítulo 5.

5 DELINEANDO A PESQUISA

O presente capítulo trata dos aspectos metodológicos que norteiam a investigação. São destacados a opção metodológica, o delineamento da pesquisa com suas fases, local e sujeitos da investigação e os instrumentos de coleta de dados. O conjunto de ações, no âmbito metodológico, buscou reunir elementos os quais permitiram encontrar respostas ou encaminhamentos para a questão que norteia a investigação: quais os conhecimentos didático-matemáticos que são mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública municipal de Pelotas, a partir de um processo de formação continuada?

Assim, encaminhou-se a investigação como uma pesquisa de base qualitativa, tomando-se como referência os trabalhos de Bogdan e Biklen (1994), Canzioneri (2010), Gil (2001) e Lüdke e André (2013). Por tratar-se de uma investigação cujo contexto está relacionado à Educação Matemática, busca-se respaldo, também, em Fiorentini e Lorenzato (2010), os quais consideram a Educação Matemática "[...] um campo profissional e científico, certamente, mais complexo e problemático que o da Matemática, pois em sua prática social participam pessoas de todas as idades e de níveis de escolarização que gostam ou não da Matemática"[30] (FIORENTINI; LORENZATO, 2010, p.151, tradução nossa).

5.1 SOBRE A PESQUISA

Reitera-se, aqui, o objetivo geral da presente pesquisa de investigar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública municipal de Pelotas, em um processo de formação continuada, na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico. Para cumprir o objetivo geral, traçaram-se os seguintes objetivos específicos: investigar a formação profissional de um grupo professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que atua nas escolas municipais de Pelotas, região sul do Rio Grande do Sul; investigar que conhecimentos didático-matemáticos para o ensino são de domínio desses professores e as dificuldades por eles enfrentadas, em relação ao que ensinar e como ensinar; investigar o papel da experiência na constituição do conhecimento didático-matemático do professor que ensina Matemática nos anos iniciais.

---

[30] "[...] um campo profesional y científico ciertamente más complejo y problemático que el de la Matemática, pues en su prática social participan personas de todas las edades y niveles de escolarización que les gusta o no la Matemática."

Por estar associada a um processo formativo, a um grupo de estudos, à observação das ações de professores em sala de aula, ao ambiente escolar e ao trabalho do pesquisador, considera-se esta pesquisa, com apoio em Bogdan e Biklen (1994), como um trabalho de campo. Os autores apontam que esse é um método bastante usado pelos investigadores qualitativos para recolher dados, ressaltando que, nesse tipo de investigação, o pesquisador é capaz de se inserir no mundo do sujeito da pesquisa, acompanhando as atividades, observando e coletando as informações que lhe são necessárias, podendo, inclusive, participar das tarefas docentes de forma colaborativa, desde que respeite os limites, sem ser intruso e tendo uma interferência combinada nas atividades. Por isso, nessa forma de pesquisa, "se, por um lado, o investigador entra no mundo do sujeito, por outro, continua a estar do lado de fora" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 113). Já Gil (2002) denomina o trabalho de campo como estudo de campo, podendo ser aplicado a uma comunidade de estudo, de trabalho, de lazer, ou de qualquer outra atividade humana. Para o autor: "No estudo de campo, o pesquisador realiza a maior parte do trabalho pessoalmente, pois é enfatizada a importância de o pesquisador ter tido ele mesmo uma experiência direta com a situação de estudo" (GIL, 2002, p.53), o que é bastante presente nesta investigação.

Embora Bogdan e Biklen (1994) considerem que a forma de investigação adequada para o trabalho de campo seja a observação participante, não descartam a possibilidade de aplicação de outros instrumentos, tais como entrevistas e análise de documentos. Nesse aspecto, Gil (2002) ratifica Bogdan e Biklen (1994), apontando que o estudo de campo presta-se a ter instrumentos conjugados, como observação participante, entrevistas, gravações em áudio e vídeo e fotografias.

Como já destacado, a investigação segue os pressupostos da pesquisa qualitativa, pois, segundo Bogdan e Biklen (1994), o trabalho de campo é passível desse tipo de análise, pela proximidade que se estabelece entre o pesquisador e o sujeito da pesquisa. Ainda, segundo Canzonieri (2010), a pesquisa qualitativa apresenta os seus resultados de forma descritiva, preocupando-se com os significados oriundos do objeto ou fenômeno pesquisado. A autora corrobora as ideias de Bogdan e Biklen (1994), considerando, também, ser relevante a aproximação do pesquisador e dos sujeitos da pesquisa. Entretanto, salienta a necessidade de, sobretudo, manter o cuidado ético, desde o processo investigativo, passando pelas análises das informações, até a formulação das conclusões. Assim, o trabalho de campo, de caráter qualitativo, aqui apresentado, desenvolveu-se junto a um grupo de professores da região sul do Rio Grande do Sul, entre outubro de 2014 e novembro de 2015. No que segue, serão explicitados todos os aspectos que envolveram a investigação.

5.1.1 Os sujeitos e o *locus* da pesquisa

A investigação foi realizada junto a um grupo de professores de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática na rede pública municipal do município de Pelotas, Estado do Rio Grande do Sul, a partir de um processo de formação continuada. A investigação contou, em uma primeira fase, com 25 professores e, posteriormente, em uma fase de aprofundamento, com 4 professores.

A decisão do município de Pelotas ser o *locus* da pesquisa ocorreu pelo mesmo ser o município da Região Sul do Rio Grande do Sul, que conta com instituições de ensino superior, técnico e tecnológico, as quais abastecem, considerando aspectos educacionais, toda Zona Sul do Rio Grande do Sul já apresentada na Figura 1, seja recebendo alunos dos municípios vizinhos, seja levando conhecimento até eles, por meio de cursos à distância, cursos superiores em determinadas áreas e projetos educacionais, sendo, também, o município de atuação profissional da pesquisadora.

Por fim, embora, na referida Zona Sul, frequentemente, a partir do estabelecimento de parcerias, sejam realizadas formações continuadas envolvendo professores dos distintos municípios que a compõem, considerou-se pertinente que os professores participantes do processo formativo e investigativo fossem do mesmo município, o que favoreceria os encontros de formação. A Figura 21 apresenta o mapa do Rio Grande do Sul onde são apontados Pelotas e a capital do Estado, Porto Alegre.

Figura 21 - Mapa do Rio Grande do Sul

Fonte: imagem[31].

[31] Imagem disponível em: https://www.google.com.br/search?q=mapa+do+rs+conendo+pelotas&espv=2&biw=1366&bih=667&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiW57W9pJLMAhWBi5AKHQHKAH0Q_AUIBigB&dpr=1#tbm=isch&q=mapa+do+rs+contendo+pelotas&imgrc=cAkf1vknUWfGnM%3A Acesso em: 16 abr. 2016.

Pelotas conta com mais de trezentos mil habitantes, sendo considerada a terceira cidade gaúcha mais populosa. O Município, situado às margens do Canal São Gonçalo, o qual liga a lagoa dos Patos à lagoa Mirim, está a duzentos e cinquenta quilômetros de Porto Alegre. Possui as seguintes instituições de ensino: Universidade Federal de Pelotas (UFPel), Universidade Católica de Pelotas (UCPel), Faculdade Anhanguera de Pelotas, Faculdade de Tecnologia SENAC – RS e o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense, que se constitui de dois *campi* na cidade, o *Campus* Pelotas e o *Campus* Pelotas Visconde da Graça, além de escolas da rede estadual, sob o gerenciamento da 5ª Coordenadoria Regional de Educação, escolas da rede municipal, coordenadas pela Secretaria Municipal de Educação e Desporto (SMED), e escolas particulares.

A rede municipal de ensino conta 88 escolas[32], das quais 63 atendem o Ensino Fundamental, 24 destinam-se à Educação Infantil e, ainda, o Colégio Municipal Pelotense, uma única instituição municipal que possui Ensino Médio, além de Educação Infantil, Ensino Fundamental (1º a 9º ano), Curso Normal, Programa de Educação para Jovens e Adultos (PEJA) e Pós Médio em Educação Infantil. Segundo a SMED Pelotas, o município atende, incluindo a zona urbana e rural, cerca de 15000 alunos no Ensino Fundamental, sendo que, aproximadamente, 10500 alunos são dos anos iniciais. Para tal, conta com o trabalho de cerca de 1150 professores.

5.1.2 Fases da pesquisa

Nesse contexto, a presente pesquisa iniciou-se a partir de uma proposta de formação continuada, oferecida a 25 professores de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental da rede municipal de Pelotas. O processo formativo, a partir do qual a investigação se desenvolveu, foi estruturado, inicialmente, em conjunto com a equipe diretiva da Secretaria Municipal de Educação e Desporto (SMED) de Pelotas. Dessa forma, foi elaborada a proposta de formação continuada que contou com dez encontros, cada um com quatro horas de trabalho, totalizando quarenta horas. Foi estabelecido com as professoras coordenadoras da SMED que o primeiro tema a ser abordado seria a Geometria e os demais seriam determinados a partir das necessidades apontadas pelos professores, alinhando-se às ideias de Imbernón (2010), o qual afirma que o professor deve ser partícipe do seu processo formativo.

---

[32] Número de escolas da rede municipal – Disponível em: http://www.pelotas.com.br/teste/escolas/escolas/. Acesso em: 26 jan. 2016.

Desse grupo inicial de professores e no sentido de promover um aprofundamento na investigação, considerou-se pertinente organizar um segundo grupo menor, com docentes oriundos da formação continuada e pertencentes a mesma escola. Assim, foi constituído um grupo de quatro docentes que aceitaram, espontaneamente, fazer parte de um grupo de estudos que faria o aprofundamento de aspectos da investigação. Ainda, como não há intenção de comparar dados entre as escolas, julgou-se pertinente que os sujeitos estivessem no mesmo ambiente de trabalho, favorecendo o encontro para a formação continuada no grupo de estudos constituído.

Dessa forma, a investigação ficou organizada em duas fases, as quais aconteceram durante um espaço de tempo, de forma concomitante: a primeira fase, denominada de Grande Grupo e a segunda, de Pequeno Grupo. Os encontros do Grande Grupo aconteceram em local disponibilizado pela Secretaria Municipal de Educação e Desporto (SMED) de Pelotas e o Pequeno Grupo reuniu-se em uma escola, quinzenalmente, num período de quatro horas, totalizando 60 horas. A Figura 22 apresenta um quadro que sintetiza as duas fases da investigação aqui apresentadas.

Figura 22 - Fases da investigação

Fases da Investigação	**Número Prof.**	**Período**	**Local**	**Modalidade de Ação**
Primeira Fase – 2014 e 2015 Grande Grupo	25	Outubro de 2014 a novembro de 2015 (40 h)	Local próprio SMED	Formação Continuada e Investigação
Segunda Fase – 2015 Pequeno Grupo	4	Abril de 2015 a novembro de 2015 (60 h)	Ambiente Escolar	Formação Continuada, Grupo de Estudos e Investigação

Fonte: a autora.

Como já explicitado, o marco inicial da pesquisa ocorreu a partir do contato da pesquisadora com a Coordenadora responsável pelos anos iniciais do Ensino Fundamental, na Secretaria Municipal de Educação e Desporto (SMED) do município de Pelotas. Essa etapa apresentou certo grau de complexidade, pois envolveu a aceitação da proposta do projeto de formação, com carga horária de, no mínimo, quarenta horas.

Se, por um lado, os gestores sentem a necessidade de promover a formação continuada dos professores, por outro, ficam condicionados ao tempo que o professor ficará fora da escola e, principalmente, fora da sala de aula. Sobre essa questão, concorda-se com Imbernón (2010, p. 50), quando destaca que “[...] a formação continuada não deve ser uma sobrecarga para o trabalho docente, senão um processo complementar que faz parte de sua profissão [...]”, entendendo-se necessário ter cuidado quando se oferece formação continuada em tempo que vá além da jornada de trabalho dos professores, ou aos sábados, por exemplo. Nesse sentido, procurou-se encontrar, junto com a gestora da SMED, uma forma de possibilitar aos professores, o máximo possível, realizar a formação no seu horário de trabalho, respeitando as decisões das direções das escolas.

Na primeira conversa da pesquisadora com a equipe diretiva da SMED Pelotas, foram expostas as intenções da pesquisa, com a definição, de forma conjunta, do número de professores que participariam da formação. Embora, em sua formatação inicial, o processo formativo que estava sendo proposto poderia ser aberto a todos docentes dos Anos Iniciais, a equipe diretiva entendeu que era o momento de dar oportunidade aos docentes de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, uma vez que os professores do 1º ao 3º ano já estavam sendo beneficiados pela formação continuada oportunizada pelo Governo Federal, em parceira com os Estados e Municípios, a partir do programa Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). Além disso, argumentaram que, no 4º e no 5º ano se evidenciam situações problemáticas, tanto com relação ao ensino, por meio de relatos de professores que apontam dificuldades em ensinar determinados conteúdos, quanto no que se refere à aprendizagem dos alunos, que, de acordo com as supervisoras da SMED, pode ser identificada pelo alto índice de reprovação.

Na sequência, foi entregue um ofício ao Secretário Municipal de Educação, o qual solicitava autorização para o processo formativo, a proposta de trabalho e o compromisso e responsabilidade pelo sigilo dos dados levantados na pesquisa (Apêndice A). Diante da resposta positiva dos gestores da Secretaria, com relação à formação, mediante termo de cooperação e autorização n° 03/2014 (Anexo A), ficou acertado que o encargo com a certificação dos docentes, bem como o critério de escolha para participar do processo de formação seria da Secretaria Municipal de Educação e Desporto do Município. Começou, então, o convite e divulgação, nas escolas e no *site* da Prefeitura, sobre a proposta formativa, com horário e datas já definidos, cabendo ao professor decidir pela sua inscrição ou não, conforme a sua necessidade e disponibilidade para a participação no processo. Ficou acertado, também, que o grupo de professores não poderia exceder 25 docentes.

5.1.3 Instrumentos de pesquisa

Os instrumentos de pesquisa constituem-se de métodos e técnicas que propiciam a coleta dos dados que vão dar as possíveis respostas ao questionamento feito. Nesses instrumentos, incluem-se a observação, o questionário, a análise documental e o pesquisador, considerando que, segundo Bogdan e Biklen (1994), na “investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47) [grifo do autor]. Assim, foi constituído um conjunto de instrumentos de investigação, a saber:

- três questionários;
- sequência de atividades;
- documento da SMED;
- notas descritivas;
- material dos alunos;
- observação/observação participante.

Na Figura 23, apresentam-se os instrumentos de coleta de dados utilizados em cada uma das fases da investigação, relacionando-os, também, aos objetos específicos estabelecidos. Em seguida, esses instrumentos são detalhados e justificados.

Figura 23 - Instrumentos de coleta de dados

Instrumentos	**Tipo de Instrumento/ Análise**	**Descrição do Instrumento**	**Objetivo**	**Aplicado ao**
Protocolo de Investigação – Plano de Trabalho	Documental	Plano de Trabalho do 4º e 5º anos disponibilizado pela SMED	Captar elementos para a constituição da formação e realização da análise interacional.	---
Instrumento de Investigação Inicial (Apêndice B)	Questionário	**Perfil do Professor** Perfil geral, como idade, gênero e aspecto profissional (tempo de magistério, curso de formação inicial, formação continuada, curso de nível médio, Magistério ou não).	Investigar se as experiências adquiridas ao longo da história de vida do professor contribuem para a prática docente, tomando como referência os indicadores do saber experiencial.	Grande Grupo e Pequeno Grupo
		Matemática na formação inicial Percepção da Matemática no curso de formação inicial	Investigar a formação de um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e que atuam nas escolas municipais de Pelotas, região sul do Rio Grande do Sul, a partir dos dados obtidos por meio do instrumento de investigação inicial,	

			referente à Matemática na formação inicial.	
		A Matemática na prática docente Aspectos relacionados às situações problemáticas enfrentadas pelo professor, no que se refere ao conhecimento didático-matemático.	Investigar que conhecimentos didático-matemáticos para o ensino são dedomínios desses professores, a partir dos dados obtidos por meio do instrumento de investigação inicial, referente à Matemática na prática docente.	
Instrumento Exploratório de Investigação	Atividade I (Apêndice C) Atividade II (Apêndice D) Atividade III (Apêndice E) Atividade IV (Apêndice F)	Tarefas relativas ao conhecimento matemático do grupo de professoras, considerando as dificuldades apontadas (frações e números decimais).	Investigar que dificuldades enfrentam esses professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais, no que se relaciona ao que ensinar, como ensinar e por que ensinar, tomando como referência as dimensões da Idoneidade Didática, epistêmica e cognitiva.	Grande Grupo e Pequeno Grupo
Instrumento de Investigação Mediacional (Apêndice G)	Questionário	Disponibilidade e utilização de recursos didáticos	Investigar que dificuldades enfrentam esses professores que ensinam Matemática nos anos iniciaisem relação ao como ensinar, tomando como referência a idoneidade mediacional.	Grande Grupo e Pequeno Grupo
Instrumento de Investigação da Experiência do Professor (Apêndice H)	Questionário	A experiência do professor	Investigar se as experiências adquiridas ao longo da história de vida do professor contribuem para a prática docente, tomando como referência os indicadores do saber experiencial.	Grande Grupo e Pequeno Grupo
Produção Discente (Anexo B)	Documental	Produção dos alunos de 5º ano	Investigar que dificuldades enfrentam esses professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais, no em relação ao que ensinar, tomando como referência a idoneidade interacional.	Pequeno Grupo
Observação e Observação Participante		Atitudes, atividades e narrativas do professor.	Investigar de que forma as ações desenvolvidas no processo de formação continuada podem contribuir para a	Grande Grupo e Pequeno Grupo

Notas do Professor (Apêndice I)			prática docente desses profissionais.	

Fonte: a autora.

Com relação à análise documental, considera-se um elemento relevante para a investigação em pauta, pois, além de propiciar as informações necessárias é, conforme Lüdke e André (2013), uma fonte “natural” [grifo dos autores], de baixo custo, rico em informações que fornecem dados sobre um determinado fenômeno, exigindo do pesquisador apenas atenção, para que possa selecionar os dados necessários à pesquisa. Os documentos para análise são Plano de Trabalho do 4º e 5º anos, disponibilizado pela SMED e a produção dos alunos referentes ao processo de ensino e aprendizagem (material dos alunos de 5º ano – Anexo B).

O denominado Instrumento de Investigação Inicial (Apêndice B) consiste em questionário com uma série de questões abertas, fechadas ou mistas, que buscam captar elementos referentes a:

- um perfil do professor - permite recolher dados pessoais, como idade e gênero, e referentes ao aspecto profissional (tempo de magistério, curso de formação inicial, formação continuada, curso de nível médio, Magistério ou não);
- Matemática na formação inicial do professor – permite recolher dados quanto à abordagem matemática, por ocasião da formação inicial;
- Matemática na prática docente – permite recolher dados relacionados às situações problemáticas enfrentadas pelo professor, no que se refere ao conhecimento didático-matemático.

O Instrumento Exploratório de Investigação é formado por quatro sequências de atividades – Atividade I, II, III e IV (Apêndices C, D, E, F, respectivamente), as quais são desenvolvidas ao longo do processo formativo, permitindo que, a partir delas, além de serem investigados aspectos do conhecimento matemático do professor, permitem que sejam fomentadas discussões, reflexões, ações e avanços em questões relativas ao conhecimento matemático do grupo de professoras, considerando as problemáticas apontadas. Assim, esse instrumento tem dupla função: investigativo e formativo.

Os questionários, segundo Fiorentini e Lorenzato (2010), são bastante utilizados na fase exploratória da pesquisa, tendo a vantagem de poder ser aplicados, ao mesmo tempo, a um grande número de pessoas, sem que haja necessidade da proximidade do investigador com os sujeitos da pesquisa. Assim, utilizou-se o mesmo no instrumento de investigação mediacional, relativo ao uso de recursos didáticos (Apêndice G), o qual visa coletar dados sobre a disponibilidade e utilização de recursos manipulativos e tecnológicos na prática docente. O questionário serviu, também, de instrumento de investigação sobre a experiência do professor

(Apêndice H), o qual contém perguntas relacionadas à experiência do professor e a influência desse conhecimento adquirido ao longo da vida, na prática docente.

No que se refere à observação participante, Lüdke e André (2013) ressaltam que se constitui em um importante instrumento de coleta de dados nas pesquisas qualitativas educacionais, pois permite que o pesquisador acompanhe, *in loco,* o fenômeno estudado, tornando-se possível presenciar as atividades do cotidiano dos sujeitos da pesquisa. Os registros dos dados ocorrem a partir da indagação coletiva, pelas observações nas narrativas ou durante as atividades desenvolvidas em grupo.

Bogdan e Biklen (1994) apontam que as notas descritivas são fundamentais na observação participante porque o pesquisador tem a possibilidade de captar impressões ou comentários não obtidos por outros meios. Essas notas geram, em cada dia de observação, um diário de campo, que permite fornecer a descrição detalhada do que foi observado naquele dia, incluindo data, local, pessoas, fatos, atividades e conversas. Para os autores, as anotações escritas de campo constituem-se num “[...] relato descrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha [...]” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 150). Ainda, com relação às notas descritivas, chamam-se notas do professor (Apêndice I), o documento de investigação que indica como as ações desenvolvidas no processo de formação continuada pode contribuir para a prática docente.

Apresentam-se, a seguir, aspectos da formação continuada, que foi a fonte de coleta de dados na presente investigação. A proposta teve um formato inicial, que foi se alterando na sequência do trabalho, pela intervenção das professoras participantes do processo formativo e investigativo.

5.2. SOBRE A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

A proposta de formação continuada para o grupo de professores que ensina Matemática no 4º e no 5º ano do Ensino Fundamental, no município de Pelotas, foi apresentada, discutida e aprovada pela Secretaria Municipal de Educação e Desporto (SMED). O local dos encontros para a formação foi o Centro Tecnológico Educacional Professor Ruy Miritz (CETEP), espaço disponibilizado pela SMED aos professores e alunos da rede, para ações que visem promover práticas pedagógicas que possibilitem a melhoria no trabalho docente e discente, sendo que, posteriormente, uma parte do processo de formação, realizada junto ao Pequeno Grupo, ocorreu em uma escola muncipal. Esse processo de formação (que inclui a investigação) foi realizado no período de outubro de 2014 a novembro de 2015.

Os encontros, junto ao Grande Grupo, em número de dez, com duração de 4 h, ocorreram quinzenalmente, a partir de agenda elaborada, no início do processo com os professores. A temática do primeiro e segundo encontros foi definida previamente, porém, as demais foram estabelecidas junto ao grupo, já como parte da metodologia de formação e investigação prevista. Concomitantemente, foram ocorrendo os encontros com o Pequeno Grupo.

O quadro da Figura 24 apresenta aspectos gerais da estrutura da formação continuada, considerando os instrumentos de coleta de dados, atendendo o processo investigativo.

Figura 24 - Atividades do processo formativo e investigativo

Encontros Grande Grupo	Processo formativo (conteúdos abordados)	Processo investigativo (instrumentos aplicados)
1	Estudo de Geometria	Instrumento de Investigação Inicial
2	Estudo de Geometria	----
3	Estudo de frações: conceito, representações, significados, relação parte-todo num contexto contínuo e num contexto discreto	Instrumento Exploratório de Investigação - Atividade I
4	Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: Sequências algébricas; Problemas Curiosos: algébricos, aritméticos e geométricos	----
5	Estudo de Frações: tipos de Frações, Mínimo Múltiplo Comum, Frações Equivalentes	Instrumento Exploratório de Investigação - Atividade II
6	Estudo de Frações: uso de recursos tecnológicos[33] Jogos: Dividindo a pizza * Enigma das Frações ** Banco Internacional de Objetos Educacionais ***	Instrumento de Investigação Mediacional
7	Estudo de Frações: operações com Frações	Instrumento Exploratório de Investigação - Atividade III
8	Subtração e Divisão de Números Naturais com dois ou mais algarismos no divisor, Frações Decimais e Porcentagem, Material Dourado Montessori	Instrumento de Investigação sobre a Experiência do Professor
9	Estudo de Frações e Números Decimais	Instrumento Exploratório de Investigação - Atividade IV
10	Uso do *Equation* Editor – editor de fórmulas matemáticas	Notas das professoras sobre a formação continuada
Encontros Pequeno Grupo	**Processo formativo**	**Processo investigativo**
15 encontros	Grupo de estudos	Grupo de estudos
		Observação em sala de aula

Fonte: a pesquisa.

[33] * Dividindo a pizza – Disponível em: <http://www.escolagames.com.br/jogos/dividindoPizza/>
** Enigma das Frações – Disponível em: < http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?211_enigma_fracoes.swf>
*** Banco Internacional de Objetos Educacionais - Ensino Fundamental - Séries Iniciais - Matemática: *Softwares* educacionais - Disponível em: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/415/browse?type=title>

A formação continuada começou pela abordagem dos conteúdos geométricos. A opção por esse assunto surgiu a partir de contato com a equipe diretiva da SMED, que tinha entendimento de que a Geometria ainda é um conteúdo no qual o professor apresenta dificuldades. A decisão esteve, também, alicerçada nas pesquisas de Nacarato, Passos e Carvalho (2004), Passos, Oliveira e Souza (2009) e Manrique e André (2010) com professores dos anos iniciais, cujos resultados apontam para a situação problemática relacionada a esse conteúdo.

Para Passos, Oliveira e Souza (2009), a visão geométrica que os professores mais apresentam aos alunos é aquela que se relaciona aos objetos do cotidiano. Entretanto, ainda que essa percepção seja importante, não se pode esperar que os alunos aprendam esse conteúdo tão somente a partir de identificação dos objetos do seu dia-a-dia. Já Nacarato, Passos e Carvalho (2004) destacam que os professores têm dificuldades de trabalhar Geometria em sala de aula, no sentido apresentá-la, de modo prazeroso, compreensível e que produza aprendizagem, percebendo a formação continuada como um processo indispensável à melhoria da prática docente. Em consonância com as autoras, Manrique e André (2010) consideram que uma proposta de formação em Geometria deve identificar os sentimentos e as concepções sobre esse conteúdo, além de conter atividades que contemplem a manipulação de materiais didáticos, possíveis estratégias de ensino, de modo a minimizar a possível ausência desse conteúdo no período de formação inicial desses profissionais. Diante das considerações dos autores, apresenta-se a Geometria como um conteúdo que os professores ainda admitem não ter estudado, ou, quando o fizeram, foi apenas com o uso de fórmulas, sem o devido entendimento, distante até mesmo da Álgebra e da Aritmética.

A investigação ocorreu durante os encontros de formação, nos quais a pesquisadora ocupou, também, o papel de professora formadora. O trabalho começou com a interação da pesquisadora com os professores em formação, a partir das conversas no grupo, pelas narrações das situações problemáticas que afetam os professores e pelas experiências positivas compartilhadas. Nessa conjuntura, Imbernón (2010) ressalta que “a experiência relatada pelas vozes que viveram as diversas situações narradas acaba impregnando as ideias e as condutas de outras pessoas que participam de uma mesma atividade ou profissão” (IMBERNÓN, 2010, p. 76). Dessa forma, o processo de formação continuada propiciou uma visão parcial do contexto educacional, no qual o professor participante da pesquisa está inserido e que o pesquisador busca se inserir.

Os primeiros encontros direcionaram a escolha dos temas a serem abordados, bem como caminhos metodológicos e recursos, possibilitando a elaboração de uma proposta de formação conjunta professor pesquisador/professores em formação. Os assuntos a serem tratados, ao longo do processo formativo, exceto a Geometria, foram apontados pelos professores participantes dos encontros, a partir do instrumento de investigação inicial, conforme as suas necessidades e interesses.

Em cada encontro era realizada uma reflexão com o grupo, relacionada ao andamento do processo, possibilitando a discussão sobre a continuidade do projeto ou possíveis mudanças no caminho definido, alterando, incorporando, ou mesmo suprimindo elementos. Essa percepção de formação continuada de professores vai ao encontro das ideias de Imbernón (2010), no sentido de que é "imprescindível considerar, por um lado, a experiência pessoal e profissional dos professores, suas motivações e seu meio de trabalho e, por outro, a participação dos interessados na formação e na tomada de decisões que lhes concirnam diretamente" (IMBERNÓN, 2010, p.60).

Assim, as alterações na proposta de formação continuada começam já no início do processo formativo. Embora tenha ficado definido, a partir de discussões no primeiro encontro e dos dados advindos do Instrumento de Investigação Inicial, o estudo prioritário de frações e números decimais, o grupo demonstrou interesse pelo tema Pensamento Algébrico, um dos eixos estruturantes que compõe o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC e que estava sendo objeto de estudo pelas colegas docentes do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental. O grupo também solicitou um período para o aprendizado do *Equation* editor, além de outras ferramentas necessárias para a elaboração de materiais didáticos de conteúdos matemáticos, o que já tinha sido previsto pela formadora.

No início do processo formativo, convidaram-se os professores a participar da segunda fase, que teria como espaço as escolas de atuação. No entanto, notou-se pouca disponibilidade, sendo possível perceber a existência de um constrangimento, talvez associado ao temor de que o professor pesquisador pudesse "invadir" o seu ambiente de trabalho, sendo necessário o empenho da pesquisadora em mostrar a importância do grupo de estudos na Escola, incentivando a participação dos componentes do Grupo Grande e apontando a possível sequência do trabalho de formação, na tentativa de que esse engajamento, na segunda fase da pesquisa, fosse voluntário.

Foi possível, então, definir um grupo de quatro professoras, duas de 4º ano e duas de 5º ano, todas da mesma escola, que se dispuseram a dar continuidade ao processo no que se denominou de Pequeno Grupo. Ficou definido, também, com a Equipe Pedagógica da Escola que os encontros com esses professores ocorreriam a cada quinze dias, no período de abril a novembro de 2015, sendo esses destinados para o estudo em grupo, ou para a observação em sala de aula, ou ainda, para a realização das duas atividades.

Assim, um total de 25 professoras iniciou o processo investigativo no Grande Grupo e quatro dessas professoras vieram a compor o Pequeno Grupo. Pondera-se que a investigação conduzida junto ao Pequeno Grupo contribui para o aprofundamento e a legitimidade nos resultados da pesquisa, pois se considera que a proximidade com as quatro professoras propicia melhor atenção às suas narrativas, atitudes e atividades. Nesse aspecto, Lüdke e André (2013) ressaltam que, se o pesquisador ocupa os dois papéis, o de observador e o de participante, como é o caso do processo formativo, poderá ter dificuldades em fazer os apontamentos, por ser esse, também, um momento de interação com os sujeitos. Busca-se superar essa dificuldade utilizando uma diversidade de instrumentos de coleta de dados.

Na segunda fase, a partir do acordo entre as 4 professoras e a pesquisadora, deu-se continuidade às tarefas e atividades realizadas no Grande Grupo, sendo que os encontros, no Pequeno Grupo, ocorriam de forma individual, por meio de acesso à sala de aula ou, ainda, por estudos relacionados a frações, números decimais e outros assuntos. No entanto, os estudos também ocorreram em duplas ou com as quatro professoras, conforme o dia da visita à escola e a disponibilidade de horário de cada uma delas.

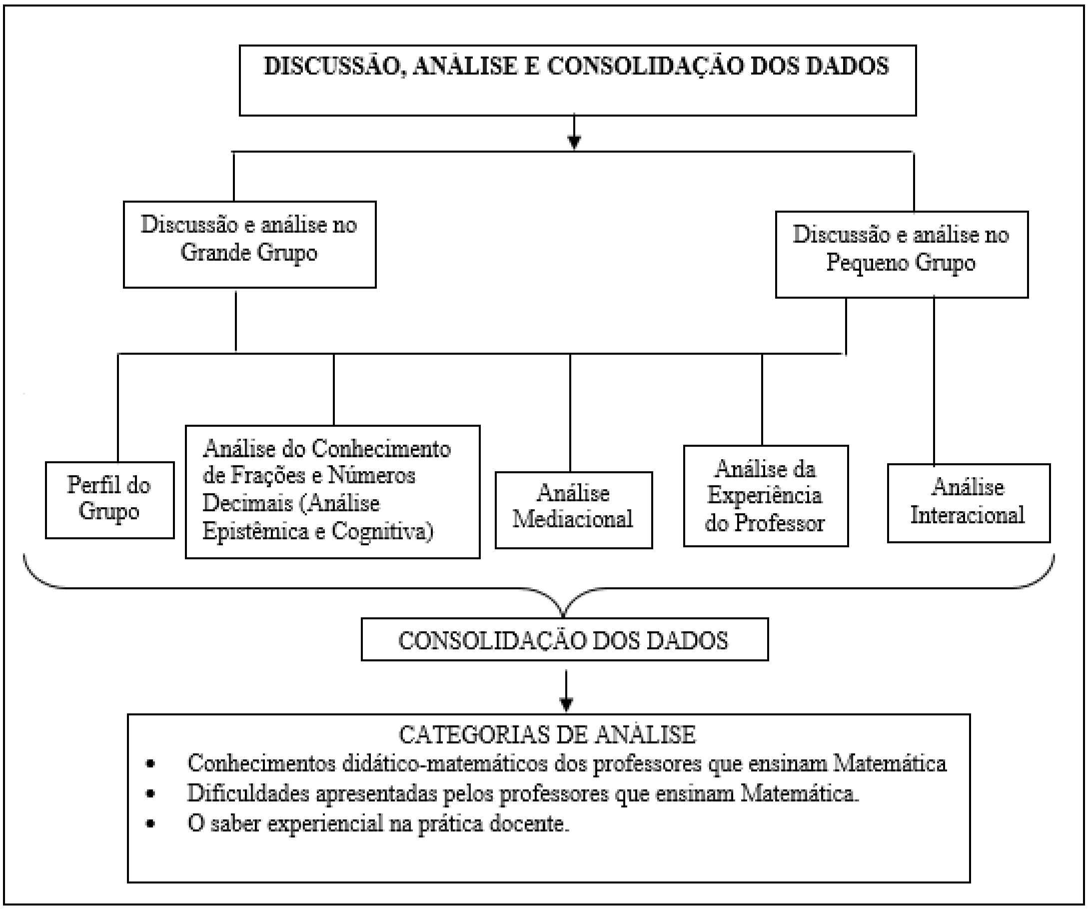
Destaca-se, aqui, que os dados serão analisados tomando como referência um conjunto de ferramentas de análise (análise epistêmica, análise cognitiva, análise interacional e análise mediacional), as quais encontram respaldo no modelo de análise do conhecimento e a instrução matemática do professor, na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico (EOS), encontradas em Godino (2009, 2011), Godino *et al* (2006), Godino, Batanero e Font (2008) e Godino *et al* (2013). Ainda, em Tardif (2000, 2012) busca-se respaldo para constituir uma ferramenta de análise que permita investigar a importância da experiência do professor no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

A seguir, no Capítulo 6, apresentam-se as discussões, a análise e a consolidação dos dados obtidos sobre o processo investigativo referente ao Grande Grupo e ao Pequeno Grupo.

6 DISCUSSÃO E ANÁLISE DE DADOS

Este capítulo destina-se à análise e discussão dos dados obtidos por meio, dos instrumentos de investigação, aplicados ao longo do processo formativo e investigativo, e por fim, será apresentada a consolidação dos mesmos. O esquema da Figura 25 coloca em destaque o percurso da apresentação, discussão, análise e consolidação dos dados.

Figura 25 - Esquema referente à discussão, análise e consolidação dos dados



Fonte: a autora.

Seguindo o esquema da Figura 25, no primeiro momento, serão apresentados dados e análises referentes ao perfil do Grande e do Pequeno Grupo, no que se refere à formação e aspectos do conhecimento matemático, tanto na formação inicial quanto na prática docente. Em seguida, apresentar-se-ão as análises de um conjunto de tarefas das Atividades I, II, III e IV, relacionadas ao conhecimento de frações e números decimais, a análise mediacional, a análise interacional, a análise da experiência do professor e, na sequência, a consolidação dos dados.

6.1 PERFIL DO GRUPO

Apresentam-se, aqui, dados advindos da aplicação do Instrumento de Investigação Inicial (Apêndice B), aplicado em outubro de 2014, que contemplam informações sobre idade, tempo de magistério, formação inicial, formação continuada, número de disciplinas na área matemática cursadas na licenciatura e ano de formação nesse nível, buscando apresentar um perfil do grupo que participou do processo formativo e investigativo. Esse grupo iniciou com vinte e cinco professores do gênero feminino, a partir daqui, mencionadas como professoras, sendo que cada uma delas criou uma senha própria, com quatro dígitos, a qual foi utilizada em todos os instrumentos de investigação, possibilitando que a pesquisadora seguisse, de forma particular, a sequência de manifestações de cada professora participante. Posteriormente, essa senha foi alterada para um código alfanumérico de três dígitos, o qual, com suas especificidades, favoreceu o trabalho de identificação de cada professora, no que se relaciona à formação acadêmica.

Assim, a primeira letra desse código é M ou N, conforme a professora tenha, ou não, o curso de Magistério em nível médio. Considerou-se, para esta investigação, o curso de Magistério como formação inicial, uma vez que a Lei 9394/96 (BRASIL, 1999) determina ser essa a titulação mínima exigida para o exercício da docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Já a segunda letra do código indica o curso de formação inicial em nível superior. As letras utilizadas referem-se às seguintes formações:

- Licenciatura em Biologia – B.
- Cursando Licenciatura em Pedagogia – C.
- Ciências Domésticas – D.
- Licenciatura em Filosofia – F.
- Licenciatura em História – H.
- Licenciatura em Letras – L.
- Licenciatura em Matemática – M.
- Licenciatura em Pedagogia – P.
- Sem Formação Superior – S

Dessa forma, as duas primeiras letras identificam a formação de cada professora e são acrescidas de um numeral que indica a ordem da docente no grupo com mesmo nível formação, sendo essa posição aleatória. Assim, MP3 refere-se à terceira professora do grupo que possui Magistério e é licenciada em Pedagogia.

6.1.1 Perfil do professor

As vinte e cinco professoras que iniciaram a formação têm habilitação para o exercício da docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo em vista ser o curso de Magistério a habilitação mínima exigida para esse trabalho. As docentes que não possuem o curso de Magistério estão habilitadas pela Licenciatura em Pedagogia, conforme preconiza o art. 4º da Resolução CNE/CP 1/2006. Observou-se, também, que, das 25 professoras participantes da pesquisa, 23 possuem formação em nível superior e uma está em curso, o que caracteriza o esforço e a consciência das docentes, no sentido "[...] de que o que pretendemos saber deve ser revisto e atualizado à luz dos tempos atuais [...]" (IMBERNÓN, 2009, p.12). O quadro apresentado na Figura 26 exibe o número de professoras nas respectivas formações.

Figura 26 - Número de professoras nas respectivas formações em nível superior

Formação Nível Médio	**Formação em Nível Superior**		**Número de Professoras**
Com Magistério	Licenciatura em Biologia		1
	Ciências Domésticas		1
	Licenciatura em Filosofia		1
	Licenciatura em História		1
	Licenciatura em Letras		1
	Licenciatura em Matemática		1
	Licenciatura em Pedagogia		11
	Cursando Pedagogia		1
	Sem formação superior		1
Sem Magistério	Licenciatura em Pedagogia		6
TOTAL	----		25

Fonte: a pesquisa.

Para Falsarella (2004), a formação inicial constitui-se na primeira etapa de um processo que acompanha o professor em toda sua profissão, sendo a formação continuada um ato contínuo desse processo. Assim, no que se relaciona à formação continuada, 23 das 25 docentes (92%) declararam já ter participado de cursos de curta duração, o que não aconteceu com as professoras MP7 e NP3, possivelmente, pelo pouco tempo de profissão de ambas (menos de um ano).

A participação de processos formativos demonstra, por um lado, o que Imbernón (2010) ressalta como o entendimento do professor de que a formação continuada determina benefícios próprios e, por consequência, o desenvolvimento profissional. Por outro, está relacionada aos apontamentos de Gatti (2008), no sentido de que o poder público, através dos diversos órgãos, está atento à oferta e à melhoria dos processos formativos, no sentido de sensibilizar o professorado a participar dos mesmos.

Seguindo a formação continuada, 4 das 25 professoras (16%) têm curso de Especialização em Psicopedagogia, em nível de pós-graduação *lato sensu*. O escasso interesse por cursos de pós-graduação é justificado pela fala de MP1, por ocasião do processo formativo: "Há pouco incentivo, tanto no que se refere à liberação ou redução de carga horária quanto em termos financeiros, além de a maioria trabalhar em mais de uma escola".

O grupo não possui nenhuma professora com titulação de mestre ou doutora, o que é justificado por NP3: "O estímulo financeiro acontece, somente, para os cursos de especialização, não havendo nenhum fomento para mestrados e doutorados".

Nesse contexto, ressalta-se a meta 16 do Plano Nacional de Educação – PNE 2011-2020 (BRASIL, 2004), apontada no Capítulo 2, a qual garante formação continuada para todos os professores da Educação Básica, não sendo, necessariamente, mestrados e doutorados. Nesse sentido, Imbernón (2009) chama a atenção de que não é possível separar a formação continuada das políticas públicas de incentivo e promoção na carreira do professor. O autor ressalta que deve ser considerada, pelo menos, a possibilidade de não castigar aqueles que se empenham pela transformação de sua prática o que, por consequência, acaba refletindo-se no ambiente escolar.

Com relação ao tempo de serviço das docentes, o mesmo variava, na época da aplicação do questionário, entre 3 meses a 36 anos, com tempo médio de trabalho docente igual a 12,2 anos. Tardif e Raymond (2000) apontam para a influência da temporalidade no trabalho do professor, sendo o tempo capaz de estruturar "[...] experiências educativas marcantes para a construção do Eu profissional e constitui o meio privilegiado de chegar a isso" (TARDIF; RAYMOND, 2000, p. 216). Assim, a temporalidade, que carrega a história de um professor, não pode ser invertida, contribuindo para a legitimação da identidade profissional.

Desse modo, o grupo de docentes que participou do processo formativo e investigativo constituiu-se de 25 professoras, todas com a habilitação mínima exigida para o exercício da docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A maioria (92%) possui formação em nível superior e o mesmo percentual declarou ter participado de, pelo menos, duas propostas de formação continuada de curta duração. Embora os quantitativos sejam iguais, as professoras que indicaram a participação em menos de dois processos formativos não são as mesmas que não possuem nível superior. Considerando um tempo de vinte e cinco anos de atuação (tempo estimado para aposentadoria), o grupo participante da investigação está no tempo médio de trabalho (12,2 anos). Dessa forma, pode-se inferir que as professoras já se abastecem do saber experiencial, entretanto, ainda possuem um bom tempo de desenvolvimento profissional.

Na sequência, apresenta-se, no quadro da Figura 27, o perfil das professoras da Escola, onde realizaram-se os estudos com o Pequeno Grupo.

Figura 27 - Perfil das professoras do Pequeno Grupo

Professoras	**Formação**	**Idade**	**Tempo de magistério**	**Em 2015, exerceu suas atividades no**
MP4	Magistério Pedagogia	35 anos	12 anos	5º ano
MP9	Magistério Pedagogia	37 anos	10 anos	5º ano
NP1	Pedagogia	38 anos	20 anos	4º ano
NP4	Pedagogia	28 anos	6 anos	4º ano

Fonte: a pesquisa.

A partir do quadro da Figura 27, observa-se que as professoras do Pequeno Grupo mantêm as características encontradas no Grande Grupo, todas com formação em nível superior, especificamente, em Licenciatura em Pedagogia e com tempo médio de trabalho igual ao do Grande Grupo (12 anos).

6.1.2 Matemática na formação inicial

O Instrumento de Investigação Inicial permitiu, também, identificar que, com exceção da Professora MM1, licenciada em Matemática, o número de disciplinas relacionadas ao conhecimento matemático cursadas pelas demais professoras, durante o período de licenciatura, varia entre 0 e 4, numa média de menos de duas disciplinas por curso (1,66). Considerando-se somente as licenciadas em Pedagogia, a média de disciplinas matemáticas cursadas é de duas disciplinas por curso (2,11), incluindo-se a Professora MC1, que está com a Licenciatura em Pedagogia, em andamento, mas já cursou as disciplinas de Matemática.

A carga horária em Matemática, nos cursos de Licenciatura em Pedagogia, apontada pelas professoras, justifica as preocupações ressaltadas por Curi (2004), Curi e Pires (2008) e Nacarato, Passos e Carvalho (2004), com relação ao escasso número de horas destinadas às atividades matemáticas nas grades curriculares dessa licenciatura, sendo essa a principal fonte que abastece o professor para o exercício da docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

As referidas autoras compartilham as inquietações expressas por Shulman (1986) sobre o escasso conhecimento do conteúdo nas três vertentes por ele apresentadas, no que diz respeito ao pouco conhecimento dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

6.1.3 Matemática na prática docente

O Instrumento de Investigação Inicial apresentou duas questões relativas ao conhecimento do conteúdo. A primeira está relacionada ao conhecimento matemático para o ensino e solicitava que as professoras indicassem os conteúdos nos quais julgavam ter dificuldades para ensinar. As manifestações das mesmas são apresentadas em termos quantitativos na Tabela 2.

Tabela 2- Dificuldades apontadas pelas professoras de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental

Conteúdos	Número de Professoras/ Percentual					
	Com dificuldades		Sem dificuldades		Em parte	
	Frequência	%	Freqência	%	Frequência	%
Números Naturais e Operações	0	0	20	80	5	20
Frações e Operações	5	20	6	24	14	56
Números Decimais	5	20	13	52	7	28
Sistema de Medidas	1	4	15	60	9	36
Sistema Monetário	0	0	24	96	1	4
Tratamento da Informação	8	32	9	36	8	32
Geometria	12	48	5	20	8	32
Outro(s) assunto(s): Subtração e Divisão de Números Naturais com dois ou mais algarismos no divisor	0	0	23	92	2	8

Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados obtidos, foi possível perceber que apenas uma das professoras referiu ter alguma dificuldade em ensinar o Sistema Monetário, tema com menor índice de dificuldade (96%). No entanto, o mesmo não aconteceu com os demais conteúdos, ressaltando-se a Geometria, com quase 50% do grupo admitindo ter problemas. Considerando-se, também, os dois itens “com dificuldades” e “em parte”, ressalta-se o alto percentual de professoras (80%) que apontaram as problemáticas relacionadas a esse conteúdo. Esse quantitativo confirma os resultados de investigação dos pesquisadores Nacarato, Passos e Carvalho (2004), Passos, Oliveira e Souza (2009) e Manrique e André (2010), no que se refere às lacunas no conhecimento geométrico, conforme já referido, corroborando a ideia da pesquisadora de iniciar a formação continuada pelos conteúdos geométricos.

Assim, considerando a elaboração da proposta de formação continuada, buscou-se identificar, por meio da segunda pergunta, que temáticas as professoras entendiam ser importantes trabalhar no processo formativo.

A partir dos dados da Tabela 3, na qual o Tratamento da Informação foi o conteúdo posterior à Geometria, com o qual as professoras admitiram ter mais dificuldade, conjecturou-se que essa fosse a opção do grupo para a próxima abordagem na formação continuada. No entanto, a ordem de escolha apresentada na Tabela 3 negou a hipótese.

Tabela 3 - Escolha dos conteúdos matemáticos para abordagem no processo formativo

Conteúdos	Professoras	
	Frequência	%
Frações e Operações	15	30
Números Decimais	12	24
Tratamento da Informação	6	12
Geometria	5	10
Outro assunto: subtração de Números Naturais e Divisão com dois ou mais algarismos no divisor	4	8
Números Naturais e Operações	4	8
Sistema de Medidas	3	6
Sistema Monetário	1	2

Fonte: a pesquisa.

Conforme os resultados obtidos e detalhados na Tabela 3, percebe-se que 30% das escolhas prioritárias destinaram-se ao estudo de Frações e Operações, seguidas de Números Decimais (24%). As próprias professoras, quando questionadas sobre o porquê de não priorizarem a continuidade do estudo da Geometria e o Tratamento da Informação argumentaram que consideram Frações e Números Decimais conteúdos “mais importantes” para os alunos e gostariam de aprofundar conhecimentos nesses conteúdos, os quais ficaram definidos para serem trabalhados, atrelados a questões didáticas e metodológicas, ao longo da formação continuada.

A próxima seção destina-se aos resultados e análises sobre o conhecimento didático-matemático de frações e números decimais no processo de formação e investigação. Os dados obtidos pelos instrumentos de coleta serão computados por meio de indicadores quantitativos (frequência, percentuais, tabelas, gráficos) e analisados pelas ferramentas de análise do conhecimento didático-matemático do professor, sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico, tanto no domínio do Grande Grupo quanto do Pequeno Grupo.

6.2 FERRAMENTAS DE ANÁLISE DO CONHECIMENTO DIDÁTICO-MATEMÁTICO DO PROFESSOR

A Idoneidade Didática constitui-se de seis dimensões do que se pode chamar de idoneidades parciais, as quais podem ser utilizadas como ferramentas de análise do conhecimento didático-matemático do professor. Na análise dos dados advindos do Grande Grupo e do Pequeno Grupo foram consideradas as seguintes ferramentas teóricas de análise:

- epistêmica;
- cognitiva;
- mediacional.

Já, especificamente, para o Pequeno Grupo, além das três ferramentas mencionadas, foi utilizada mais uma ferramenta teórica de análise, considerando o aprofundamento proposto junto ao grupo:

- ferramenta teórica de análise interacional.

Segundo Godino (2009), as dimensões epistêmica e cognitiva são as chaves do modelo, postulando “[...] a Matemática como atividade humana, que adquire significado mediante a ação das pessoas frente a situações-problema específicos”[34] (Godino, 2009, p.21). Já as dimensões mediacional e interacional compõem a dimensão instrucional, referente ao conhecimento do conteúdo em relação ao ensino. Essas ferramentas são consideradas a partir dos respectivos componentes e indicadores citados em Godino (2009, 2011). Além disso, para um conjunto de dados advindos dos dois grupos estabelecidos na investigação (Grande e Pequeno), apresenta-se uma nova ferramenta teórica de análise, denominada de “ferramenta teórica de análise da experiência do professor”, a qual terá itens (componentes e indicadores), conforme sugere Godino (2009) nas dimensões da Idoneidade Didática, considerando-se, também, os apontamentos feitos a partir de Tardif (2012) sobre o saber experiencial.

Destaca-se, aqui, que as idoneidades ecológica e afetiva não serão objetos de estudo neste trabalho, tendo em vista que a idoneidade ecológica está relacionada ao conhecimento curricular, ao por que ensinar e às conexões intra e interdisciplinares e a idoneidade afetiva está diretamente ligada às motivações e interesses do aluno, não contemplando os objetivos específicos previstos para essa investigação.

O quadro da Figura 28 apresenta os componentes e indicadores da primeira ferramenta teórica, a de análise epistêmica, conforme Godino (2009).

Figura 28 - Ferramenta teórica de análise epistêmica

Componentes	**Indicadores**
Conhecimento Comum	-Resolve as tarefas.
Conhecimento Especializado	-Elabora a configuração de objetos e processos contida nas soluções possíveis dos problemas e outras relações.
Componentes:	
• Tipos de problemas	Identifica as variáveis do problema; generaliza (particulariza) o enunciado.
• Linguagens (representações)	Resolve as tarefas, usando diferentes tipos de representações.
• Procedimentos	Resolve as tarefas, usando diferentes procedimentos (intuitivos, formais).
• Conceitos/propriedades	Identifica os conceitos e propriedades contidas nas soluções.
• Argumentos	Explica e justifica as soluções.
Conhecimento Ampliado: • Conexões	-Identifica possíveis generalizações do problema e as conexões com outros temas mais avançados

Fonte: Godino (2009, p. 25, tradução nossa)[35].

[34] [...] la matemática como actividad humana que adquiere significado mediante la acción de las personas ante situaciones – problemas específicos.
[35] *Conocimiento común – Resuelve la tarea.*

Para a análise matemática das atividades, no âmbito da idoneidade epistêmica, julgou-se pertinente considerar, na análise produzida, os conhecimentos comum e especializado do conteúdo (GODINO *et al*, 2013). De acordo com esses autores, o conhecimento comum do conteúdo é próprio para o ensino e, por meio desse, o professor dos anos iniciais é capaz de ensinar a Matemática relativa a esses anos, além de resolver as tarefas por ele propostas. No entanto, Godino *et al* (2013) ressaltam que o conhecimento comum está imbricado ao conhecimento especializado, pois esse último abrange a configuração das entidades primárias (linguagem, conceitos, propriedades, procedimentos, argumentos) necessárias ao ensino da Matemática, mesmo que seja destinado aos anos iniciais do Ensino Fundamental, motivo pelo qual o conhecimento especializado também é considerado para análise.

Com relação aos objetos primários introduzidos no Enfoque Ontosemiótico, Godino *et al* (2006) apontam as linguagens como formas de representação, as quais servem para expressar o conhecimento do aluno, considerando a possibilidade de transformação e a conversão entre diferentes formas de representação. Segundo Godino, Batanero e Font (2008), essas representações constituem-se em termos, expressões, notações e gráficos, em seus diversos registros (oral, gestual, escrito). Já as definições, proposições e procedimentos, conforme os autores, devem estar contextualizados de acordo com as situações, explicados e justificados com argumento pertinente relativo ao nível de ensino e embasados por meio de recursos eficazes.

Godino, Batanero e Font (2008) apresentam e explicam os componentes do conhecimento especializado, apontados no quadro da Figura 29, da seguinte forma:

- linguagem (termos, expressões, notações, gráficos...) em seus diversos registros (escrito, oral, gestual...)
- situações-problema (aplicações extramatemáticas, exercícios...);
- conceitos - definição (introduzidos mediante definições ou descrições: reta, ponto, número, média, função...);
- proposições (enunciados sobre conceitos...);
  procedimentos (algoritmos, operações, técnicas de cálculo, ...)

Conocimiento Especializado: Elabora la configuración de objetos e procesos puesta en juego em las soluciones plausibles de la tarea otras relacionadas:

- *Tipos de problemas – Identifica lãs variables de la tarea; generaliza (particulariza) el enunciado.*
- *Lenguajes (representaciones) – Resuelve las tareas usando diferentes representaciones.*
- *Procedimientos – Resuelve las tareas usando diferentes representaciones.*
- *Conceptos/propiedades – Identifica los conceptos y propiedades puestas en juego en las soluciones.*
- *Argumentos – Explica y justifica las soluciones.*

Conocimiento ampliado:

- *Conexiones – Identifica posibles generalizaciones de la tarea y conexiones com otros temas más avanzados.*

- argumentos (enunciados usados para validar ou explicar as proposições e procedimentos, dedutivos ou de outro tipo...) (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 14, grifo do autor).

A segunda ferramenta de análise é a que se refere à cognição, a qual não se distancia da dimensão epistêmica. Segundo Godino (2009), as noções de idoneidade cognitiva e epistêmica correspondem-se, incluindo componentes similares. O grau dos objetivos de aprendizagem pretendidos pode ser determinado por meio das soluções previstas na dimensão epistêmica. A Figura 29 apresenta os componentes e indicadores da ferramenta teórica de cognitiva.

Figura 29 - Ferramenta teórica de análise cognitiva

COMPONENTES	INDICADORES
Conhecimentos prévios Tem-se em conta os mesmos elementos primários presentes na idoneidade epistêmica (linguagens, conceitos e proposições, procedimentos e argumentos).	-Os sujeitos[36] têm os conhecimentos prévios necessários para o estudo do conteúdo. -Os conteúdos pretendidos devem ser alcançados em seus diversos componentes.
Configurações cognitivas (estratégias, representações, enunciados, argumentações,...).	-Descreve os tipos de configurações cognitivas que os sujeitos desenvolvem ao resolver a tarefa ou as tarefas.
Erros, dificuldades, conflitos de aprendizagem, concepções.	-Descreve os principais tipos de conflitos de aprendizagem dos sujeitos na resolução de tarefas.

Fonte: Godino (2009, p. 26; 2011, p.10, adaptado, tradução nossa)[37].

Com relação aos conhecimentos prévios apontados na Figura 29, Godino, Batanero e Font (2008) apresentam o exemplo do estudo das operações aritméticas. Os autores apontam que, para o ensino com três ou mais algarismos, é necessário que o professor investigue o conhecimento e domínio do aluno quanto a operações que utilizam um ou dois algarismos. Caso seja identificada a não apropriação, é necessário que se esse tema seja o início do processo de estudo. Considerando que, nessa investigação, os sujeitos referidos nos indicadores da Figura 29 são professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, considera-se, com base nos pressupostos de Godino (2009, 2011), que dominam os conhecimentos dos conteúdos aqui propostos, por, no mínimo, terem o conhecimento comum do conteúdo.

Ainda em relação à dimensão cognitiva, apresentada na Figura 29, Godino, Batanero, Font (2008) referem-se aos conflitos semióticos, os quais consideram como disparidades entre os significados atribuídos por dois sujeitos (pessoas ou instituições), em relação a um

[36] Godino (2009) utiliza, nos indicadores das ferramentas teóricas, a palavra alunos. Optou-se por substituir essa por sujeitos, uma vez que a ferramenta teórica está adaptada a professores.

[37] Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica): - Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.
Configuraciones cognitivas (estratégias, representaciones, enunciados, argumentaciones, ...): Describe los tipos de configuraciones cognitivas que los alumnos han desarrollado al resolver la tarea (o tareas) propuesta.
Errores, dificultades, conflictos de aprendizaje, concepciones: Describe los principales tipos de conflictos de aprendizaje en la resolucón de este tipo de tareas por los alumnos.

significado de referência, num processo de intercomunicação. Essas disparidades ou equívocos que o sujeito apresenta, justificam o erro em uma atividade matemática.

A terceira ferramenta teórica de análise refere-se à dimensão mediacional, a qual busca analisar os recursos didáticos (manipulativos, tecnológicos digitais, ...) utilizados pelos professores participantes da investigação em sala de aula. O quadro da Figura 30 apresenta, a partir de Godino (2011), somente os componentes e indicadores dessa idoneidade, os quais serão abordados nesta investigação.

Figura 30 - Ferramenta teórica de análise mediacional

Componentes	**Indicadores**
Recursos Materiais (manipulativos, tecnologias digitais)	-Se os sujeitos usam materiais manipulativos e informáticos que permitem introduzir boas situações, linguagens, procedimento, argumentações adaptadas ao conteúdo pretendido. - As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas, usando situações, modelos concretos e visualizações.

Fonte: Godino (2011, p. 13, adaptado, tradução nossa)[38].

A dimensão mediacional, exibida na Figura 30, refere-se aos recursos materiais necessários ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, os quais são integrados aos elementos das configurações epistêmica e cognitiva (linguagens, conceitos e proposições, procedimentos e argumentos). Assim, essa idoneidade será positiva, se o professor e os alunos tiverem ao seu alcance os meios materiais necessários e ajustados aos significados pretendidos.

A quarta ferramenta de análise, a interacional, será aplicada somente nas análises dos dados advindos do Pequeno Grupo, estando relacionada à interação e à comunicação do conteúdo. Nessa idoneidade, é possível, por meio da interação, identificar e resolver conflitos semióticos, favorecendo a autonomia na aprendizagem e o desenvolvimento de competências comunicativas professor/aluno e aluno/aluno. Os instrumentos de análise são a observação em, sala de aula, e o material discente. A Figura 31 apresenta os componentes e indicadores dessa idoneidade a partir de Godino (2011), sendo considerados somente os componentes e indicadores pertinentes à análise interacional desta pesquisa.

Figura 31 - Ferramenta teórica de análise interacional

Componentes	**Indicadores**
Interação docente-discente	-O professor tem uma apresentação adequada do tema (apresentação clara e bem organizada, enfatizando os conceitos-chave do tema).

Fonte: Godino (2011, p. 12, adaptado, tradução nossa)[39]

[38] Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores): - Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.
- Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones

[39] El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) -

O componente apresentado, na Figura 31, aponta para a interação que, segundo Godino (2011), sendo considerado como auxiliar na melhoria dos níveis de compreensão. Nessa idoneidade, o professor deve ser capaz de identificar e resolver os conflitos semióticos presentes na aprendizagem matemática.

A última ferramenta de análise relaciona-se à experiência do professor e não está sob a perspectiva do EOS. No entanto, julga-se a mesma pertinente para esta investigação, tendo em vista que os professores sujeitos dessa pesquisa são profissionais, na sua maioria, sem formação específica em Matemática, caracterizando uma possível mobilização do conhecimento matemático, ao longo do tempo, e a aquisição desse conhecimento em diferentes fontes. Para a construção dessa dimensão experiencial (Figura 32), busca-se aporte teórico em Tardif (2012), o qual trata do saber experiencial e, em Godino (2009), a ideia da disposição com os componentes e respectivos indicadores.

Figura 32 - Ferramenta teórica de análise da experiência do professor

Componentes	**Indicadores**
Conhecimento proveniente da formação profissional para o magistério	-Considera o curso de Magistério em nível médio e a formação em Pedagogia. -Considera somente a formação em Pedagogia.
Conhecimento proveniente da sua própria experiência em sala de aula e na escola	Considera o tempo de magistério, a prática na sala de aula e a experiência com seus alunos e seus pares.
Conhecimento proveniente de formação escolar posterior à formação profissional	Considera os cursos de formação continuada em Matemática.

Fonte: a autora, com apoio em Tardif (2012, adaptado).

Tardif (2012) aponta a experiência como o centro de todos os conhecimentos ou saberes mobilizados pelo professor. Para o autor, o saber experiencial repousa “[...] sobre vários conhecimentos e sobre um saber-fazer, que são mobilizados e utilizados em função dos contextos variáveis e contingentes da prática profissional” (TARDIF, 2012, p. 109). Assim, faz-se referência às ideias do autor, considerando-se que a experiência docente está presente ou pode se manifestar em cada um dos componentes das idoneidades apontadas por Godino (2009, 2011).

Buscam-se, em Godino (2009, 2011), os componentes das idoneidades parcias que se referem aos indicadores apontados na Proposta de Trabalho da Secretaria Municipal de Educação e Desporto para os anos iniciais do Ensino Fundamental, apresentada na Figura 33.

Figura 33 - Componentes da Idoneidade Didática relacionados aos indicadores da Proposta de Trabalho disponibilizada pela SMED

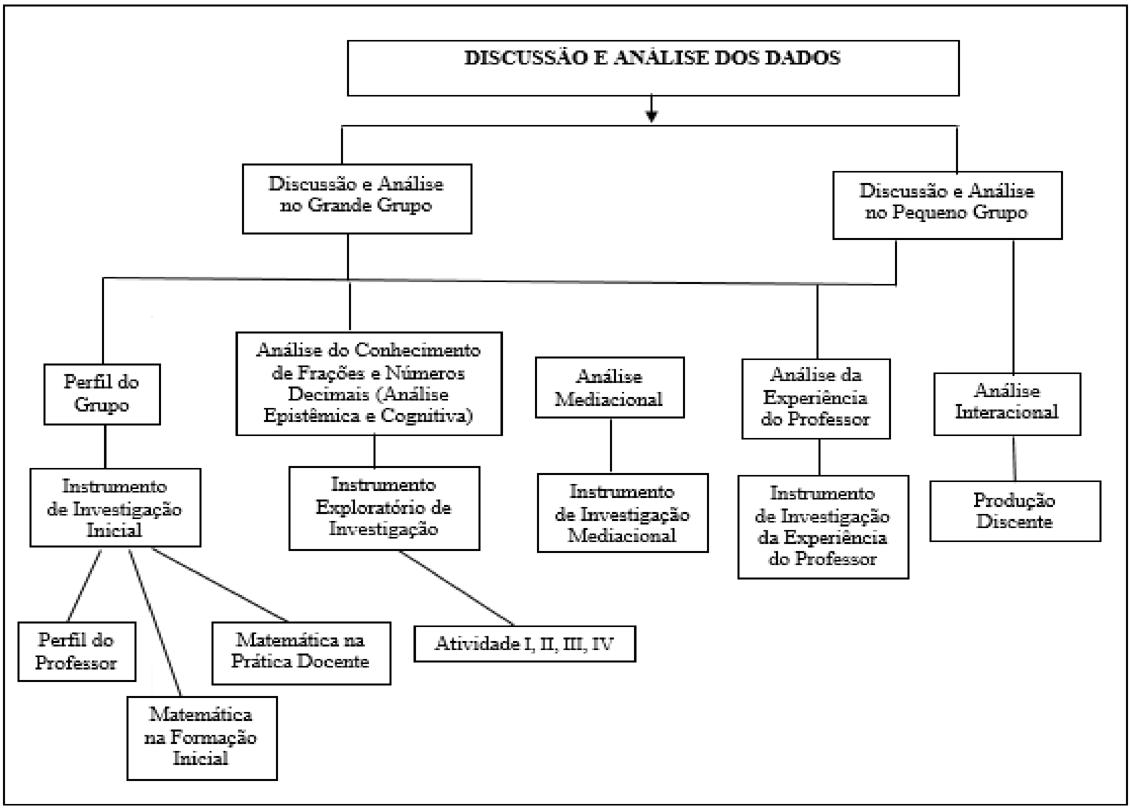
Idoneidade Didática/ Componentes (*)	**Indicadores da Proposta (**)**
Idoneidade Epistêmica Conhecimentos matemáticos relativos ao contexto institucional em que se realiza o processo de estudo e a distribuição no tempo dos diversos componentes do conteúdo.	-Considerando o ciclo de alfabetização (os três primeiros anos do Ensino Fundamental), a prática pedagógica, nesse período, deverá proporcionar um ambiente alfabetizador que promova o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades específicos. Como poderá ser observado, um determinado conhecimento ou capacidade pode ser introduzido em um ano e aprofundado em anos seguintes. É importante salientar que o nível de aprofundamento de um determinado conhecimento que se busca, ao lidar com crianças de seis anos, não é o mesmo com crianças de oito anos.
Idoneidade Cognitiva Conhecimentos prévios – Os sujeitos têm os conhecimentos prévios necessários para o estudo do conteúdo.	-Nesse sentido, o professor deverá estar atento aos conhecimentos prévios de seu grupo, seus interesses e modos de lidar com o saber, fazendo, assim, a avaliação diagnóstica, que tem como objetivo mapear os percursos de aprendizagem do aluno e paralelo a isso, analisar as estratégias de ensino adotadas, de modo a relacioná-las às possibilidades do educando, o que é imprescindível.
Idoneidade Interacional Evolução formativa – Observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos	-Na intenção de preservar a unidade, ou seja, a mesma linha de trabalho, a orientação contemplará os cinco anos iniciais do ensino fundamental.
Idoneidade Ecológica Conexões - Os conteúdos estabelecem conexões intra e interdisciplinares Idoneidade Mediacional Recursos materiais manipulativos – Permitem introduzir boas situações, linguags, procedimentos e argumentações, adaptados ao conteúdo pretendido.	-Cabe ressaltar que o professor titular deverá trabalhar de forma articulada às disciplinas de Arte e Ed. Física, buscando o desenvolvimento integral do aluno. É responsabilidade do professor titular promover atividades que contemplem o movimento, a dramatização, a música, as brincadeiras dirigidas, hora do conto, técnicas variadas (dobradura, colagem, recorte, pintura...), enfim, promover a aprendizagem de maneira rica e competente. Portanto, cabe aos professores de Arte e Educação Física, trabalharem juntos com os professores titulares na busca dessa prática integradora de todas as áreas e saberes.
Idoneidade Epistêmica Conhecimento especializado do conteúdo de frações (4 ºano)	-Realização de operações envolvendo as frações. -Realização de atividades com frações (situações em que se usa frações, cálculos simples envolvendo frações...).
Idoneidade Epistêmica Conhecimento especializado do conteúdo de frações (5º ano)	-Identificação do significado do MMC (calcular o MMC pelo processo de fatoração simultânea). -Realização de atividades com frações (situações em que se usa frações, cálculos simples envolvendo frações, numerador, denominador...). -Identificação de décimos, centésimos e milésimos. -Leitura e escrita de números decimais; adição e subtração de números decimais; transformação de número decimal em fração decimal e vice-versa. -Noção de porcentagem (operação e uso do símbolo %).

Fonte: (*)Godino (2009, 2011); (**) Plano de Trabalho SMED, Pelotas (adaptado).

A Proposta de Trabalho disponibilizada pela SMED destina-se a crianças de seis a dez anos e, particularmente, apresentam-se os conteúdos matemáticos referentes ao 4º e 5º anos.

Reitera-se, aqui, que a investigação ocorreu em um processo de formação continuada que, apesar de ter um formato prévio, foi sendo modelado pela interação entre as professoras participantes e a pesquisadora, tendo parte de seu desenvolvimento ocorrido no ambiente escolar, em encontros de estudo de um pequeno grupo de professores. Houve o desejo de se estabelecer um processo formativo, no qual os professores participantes tivessem voz, contribuindo para a constituição do próprio processo e assumindo responsabilidades sobre o mesmo. Esse ideário de formação continuada, o qual encontra respaldo em Imbernón (2010), visa a melhorias na proposta formativa, as quais estão atreladas a inovações nas práticas de formação, estando relacionadas a “Mudanças de contexto, de organização, de gestão e de relações de poder entre os educadores, já que a formação por si mesma resulta pouco, se não está unida a tais mudanças” (IMBERNÓN, 2010, p. 44). Por fim, dentro do campo das análises e discussão de dados, apresenta-se a análise interacional, realizada somente com as professoras do Pequeno Grupo, a partir de material discente e observação. A Figura 34 apresenta o encaminhamento das análises apresentadas neste capítulo com os respectivos instrumentos de investigação.

Figura 34 - Síntese das análises com os respectivos instrumentos de investigação



Fonte: a autora.

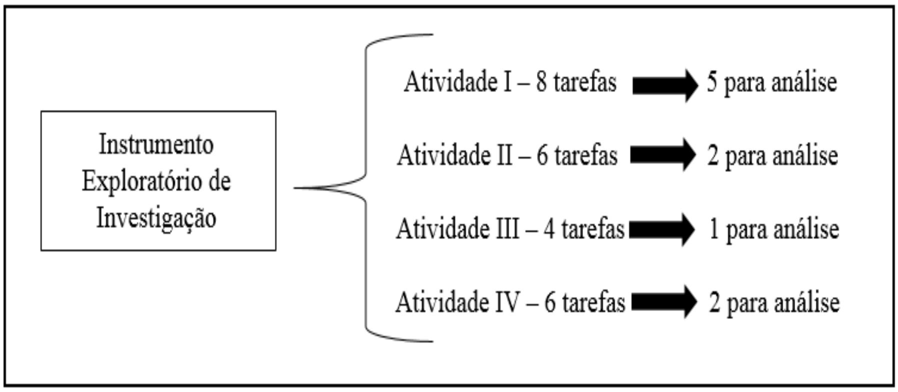
6.3 UMA ANÁLISE DO CONHECIMENTO DE FRAÇÕES E NÚMEROS DECIMAIS NA PERSPECTIVA EPISTÊMICA E COGNITIVA

O Instrumento Exploratório de Investigação constituiu-se de uma sequência de atividades que contempla 24 tarefas, das quais 10 serão analisadas, neste trabalho, sob a perspectiva epistêmica e cognitiva, no âmbito do Enfoque Ontosemiótico. O instrumento teve um caráter investigativo e formativo, o que justifica o número elevado de atividades/tarefas, levando à necessidade de reduzir o número das mesmas na análise.

Assim, como nem todas as tarefas foram passíveis de análise, considerou-se para o descarte das mesmas, critérios como: se continham ideias e noções que se mostraram por demais estranhas às professoras, acarretando um baixo índice de soluções, se continham variáveis já analisadas e, ainda, se não traziam na solução algum tipo de conflito semiótico que pudesse gerar reflexões sobre o conteúdo de frações e números decimais

A Figura 35 apresenta o número de tarefas de cada atividade do Instrumento Exploratório de Investigação e o quantitativo a ser analisado.

Figura 35 - Tarefas do Instrumento Exploratório de Investigação a serem analisadas



Fonte: a autora.

No que segue, apresentam-se as análises epistêmico-cognitivas das tarefas propostas na sequência de atividades. Segundo Godino (2009), a noção de configuração cognitiva está relacionada à configuração epistêmica (soluções previstas), pois inclui componentes similares. Assim, o termo epistêmico refere-se aos conhecimentos matemáticos, considerando-se a solução esperada para o problema, e o cognitivo está relacionado aos conhecimentos implantados, efetivamente, pelos alunos, que, para esta pesquisa, relaciona-se ao conhecimento do professor. O êxito da dimensão epistêmica contempla as análises pormenorizadas da dimensão cognitiva, por meio da configuração de objetos primários (elementos linguísticos, conceito/definição, proposições/propriedades, procedimentos e argumentos).

6.3.1 Análise epistêmico-cognitiva da Atividade I – Estudo de Frações e Números Decimais

A Atividade I (Apêndice C) foi apresentada e resolvida pelas professoras no terceiro encontro de formação continuada. Como quatro professores não se fizeram presentes, optou-se por considerar o quantitativo de 21 sujeitos para a análise das tarefas, embora o grupo, inicialmente, contasse com vinte e cinco professoras.

Essa atividade teve como objetivo captar elementos sobre os conhecimentos das docentes, em relação ao conceito de fração e seus significados, à relação parte-todo, nos contextos contínuo e discreto, bem como a utilização de diferentes registros para representação de frações. As tarefas que compõem a atividade foram debatidas após a solução das mesmas e, ao longo do processo formativo, conforme as necessidades do grupo. Como já explicitado apenas cinco tarefas da referida atividade serão analisadas, as quais apresentam as seguintes variáveis para análise:

- Tarefa 1 – conceito de fração;
- Tarefa 2 – divisão não inteira, quociente;
- Tarefa 3 – linguagem figural para identificar as frações e associar à respectiva representação numérica;
- Tarefa 4 – relação parte-todo de uma fração;
- Tarefa 8 – relação parte-todo de uma fração, a partir de um operador.

Destaca-se que, antes da análise epistêmica e cognitiva, serão apresentados dados quantitativos referentes à realização da tarefa.

6.3.1.1 Atividade I – Estudo de Frações e Números Decimais, tarefa 1

A Figura 36 apresenta a primeira tarefa da Atividade I, na qual a variável para análise refere-se ao conceito de fração.

Figura 36 - Atividade I, tarefa 1

Explique o que você entende por Fração. Quais significados se podem atribuir às Frações?

Fonte: a pesquisa.

- Indicadores quantitativos

Apresentam-se, na Tabela 4, os quantitativos relacionados às categorias de respostas estabelecidas para a primeira tarefa.

Tabela 4 - Indicadores quantitativos da Atividade I, tarefa 1

Respostas	**Frequência**	**%**
Corretas	7	33,3
Não corretas	9	42,9
Não apresentaram solução	5	23,8
Total	21	100

Fonte: a pesquisa.

Analisando as categorias de respostas das educadoras, referentes à primeira tarefa, foi possível constatar que 76,2% daquelas que realizaram a tarefa têm como noção de fração dividir um todo em partes, porém, apenas 33,3% apontam para a igualdade dessas partes, não ficando evidenciado se as demais possuem, ou não, esse entendimento.

- Análise epistêmica

Para a análise epistêmica dessa tarefa, utilizam-se, conforme Godino (2009), as duas vertentes do conhecimento do conteúdo: conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo.

Considerando que todas as professoras têm formação, quer seja em nível médio ou superior, exigida para a atuação nos anos iniciais, partiu-se do princípio que o grupo possui o conhecimento comum do conteúdo de frações, com o qual os professores são capazes de resolver as tarefas propostas, desde que estejam de acordo com o nível de ensino no qual atuam (GODINO, 2009). No entanto, apenas 33,3% das docentes (MC1, MD1, MF1, MM1, MP1, MP4 e MP11) acertaram a tarefa, o que sugere escasso conhecimento comum do conteúdo, tendo em vista que o conceito de frações deve ser abordado no 4º e 5º anos do Ensino Fundamental e as professoras investigadas atuam nas referidas classes.

Com relação ao conhecimento especializado do conteúdo, Godino *et al* (2013) consideram-no imbricado ao conhecimento comum do conteúdo, pois o conhecimento especializado possui os elementos (linguagens, conceitos, propriedades, procedimentos, argumentos) que se constituem nos objetos primários de cada prática, necessários ao ensino da Matemática, mesmo que esse ensino seja destinado aos anos iniciais do Ensino Fundamental. A Figura 37 apresenta o quadro com componentes e indicadores relativos à análise epistêmica dessa tarefa, os quais se consideram pertinentes, pois permitem identificar os objetos primários oriundos das respostas dos professores, bem como possíveis conflitos semióticos.

Figura 37 - Análise epistêmica associada à Atividade I, tarefa 1

Componentes	**Indicadores**
Situação-Problema	Explique o que você entende por fração. Quais significados se podem atribuir a frações?
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações). Representação figural.
Conceitos/propriedades	Conceito de fração. Significado parte-todo. Grandezas discretas.
Procedimentos	Conceituar Fração - As Frações indicam partes iguais de um todo ou um total, podendo ser esse todo contínuo ou discreto.
Argumentos	Divisão de um todo (um inteiro) em partes iguais.

Fonte: a pesquisa.

- Análise cognitiva

As professoras que responderam, satisfatoriamente, a tarefa 1 utilizaram a linguagem natural, sem nenhum outro tipo de representação, o que pode ser visto no quadro da Figura 38. Com relação ao significado de fração, apontaram o que se refere à relação parte-todo. Conjectura-se que esse significado tenha sido ressaltado, por ser o que, via de regra, é abordado no 4º e 5º anos. Assim, considera-se que, por trabalharem sistematicamente com essa ideia, outros significados atribuídos a frações fiquem em um plano secundário, ou mesmo não sejam de domínio das professoras. Esse entendimento ganha força a partir do momento em que as tarefas 6, 7 e 8, na Atividade I, que se relacionavam a esses outros significados, tiveram um baixo índice de solução.

Figura 38 - Resposta corretas referentes à Atividade I, tarefa 1

Professoras	**Respostas Corretas**
MC1	É a divisão de um número ou alguma coisa em partes iguais.
MD1, MF1	Fração é o inteiro repartido em partes iguais.
MM1	Parte de um todo, ou ainda, temos um inteiro dividido em partes iguais, de onde tomamos algumas ou todas as partes.
MP1, MP4	É a divisão de um todo em partes iguais.
MP11	Divisão de algo em partes iguais.

Fonte: a pesquisa.

Analisando as respostas apresentadas, no quadro da Figura 38, é possível observar que cada uma das professoras, na sua forma individual de expressão linguística, transmitiu a ideia de Fração como sendo o dividir em partes iguais. No entanto, 42,9% delas deram respostas consideradas incompletas, caracterizando conflitos semióticos, na perspectiva de Godino *et al* (2009). No quadro da Figura 39, apresentam-se recortes dessas respostas, os quais estão agrupados por categorias que utilizam a mesma ideia central, na tentativa de expressar o conceito de fração.

Figura 39 - Respostas incompletas referentes à Atividade I, tarefa 1

Professoras	**Respostas Incompletas**
MB1, MP5, MP10	Fração é divisão de um todo.
MP9	Fração é a representação do inteiro dividido em partes.
MH1, NP1, NP4	São as partes de um inteiro.
MP7, NP2	Divisão de um número em partes.

Fonte: a pesquisa.

Buscando aporte teórico em Maranhão e Igliori (2013), com relação aos registros de representação dos Números Racionais, a resposta – *Fração é a representação do inteiro dividido em partes* – dá indícios de que a docente possa ter pensado num registro simbólico numérico, como, por exemplo $\frac{2}{5}$, ou ainda, num registro figural contínuo, como uma barra ou círculo, que usualmente é utilizado para representar frações, tomando-os como fração, o que permite inferir que está considerando a representação no lugar do objeto (DUVAL, 2013). Da mesma forma, a resposta – *Divisão de um número em partes* – pode estar relacionada ao entendimento de Fração apenas como o quociente entre dois números. Além disso, as respostas dessas nove professoras confirmam Damico (2007), com relação à opinião do autor sobre o erro característico de que o indivíduo entende a fração como divisão em partes, mas não indica a mesma quantidade (contexto discreto) ou a mesma região (contexto contínuo), conforme apontam Llinares e Sánchez (1988), quando definem fração.

Considerando o Pequeno Grupo com 4 professoras (MP4, MP9, NP1, NP4), apenas MP4 escreveu o significado de fração como divisão de um todo em partes iguais. No momento de correção e reflexão sobre essa tarefa, uma das docentes ressaltou que esse é um conceito bastante trabalhado, em sala de aula, entretanto, esse trabalho apoia-se em definições de livros didáticos, que, muitas vezes, repetem sem que seja atribuído significado. Dessa forma, conjectura-se que há relativa dificuldade das docentes em expressar conceitos em linguagem natural, quando não há utilização de materiais ou registros de apoio.

Mesmo considerando que essas docentes não têm formação específica em Matemática, o que influenciaria na elaboração dos significados pessoais atribuído a um objeto matemático, pondera-se ser relevante, para uma alta idoneidade epistêmica (âmbito dos significados institucionais), o entendimento de que a fração não é, somente, a divisão de um todo, pois essa divisão tem que ser em partes iguais. Assim, a apreciação feita para essa primeira tarefa do estudo exploratório é de que pode haver um conhecimento ainda falho no que se refere à relação parte-todo dentro do significado de frações. Além disso, mesmo que outros significados (além da relação parte-todo) não sejam trabalhados no 4º e 5º anos, entende-se que deveriam ser do conhecimento das professoras (conhecimento ampliado do conteúdo).

Assim, considerando-se que mais de 50% (14) das professoras participantes do Grande Grupo ou não responderam a questão, ou responderam de forma incompleta e que, no Pequeno Grupo, apenas uma delas respondeu satisfatoriamente, pode-se inferir que o grupo apresentou baixa idoneidade epistêmico-cognitiva para essa tarefa.

6.3.1.2 Atividade I – Estudo de Frações e Números Decimais tarefa 2

A segunda tarefa realizada refere-se a repartir o todo em partes iguais, justificando o significado de fração como quociente, identificando, ainda, as partes de um todo contínuo. A tarefa foi introduzida a partir da discussão do ditado popular: *Quem parte e reparte e não fica com a melhor parte, ou é tolo, ou não tem arte.*[40]

Os provérbios ou ditados populares são expressões que se perpetuam ao longo dos anos e transmitem mensagens sobre as situações de vida. A mensagem transmitida, nesse caso, permite ao educador tratar, além da Matemática, de assuntos relacionados à vida em sociedade. A reflexão, com os alunos, sobre aspectos não positivos relacionados à ganância, ao egoísmo, ao levar vantagem, propicia a ênfase em valores morais contrários a essa postura. O quadro da Figura 40 exibe a Atividade I – Estudo de Frações e Números Decimais tarefa 2.

Figura 40 - Atividade I - tarefa 2

Provérbio popular: *Quem parte e reparte e não fica com a melhor parte, ou é tolo, ou não tem arte.*
Quatro crianças querem repartir, entre elas, três barras de chocolate, de modo que todas recebam partes iguais, não seguindo o que é sugerido pelo provérbio. Assinale a(s) possível(veis) opção(ções) de resposta.

(a) Não é possível a divisão em partes iguais.
(b) Pode-se dividir cada uma das barras em quatro partes.
(c) Podem-se dividir duas barras pela metade e a terceira em quatro partes.

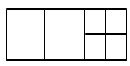
Você teria outra sugestão para que os chocolates fossem repartidos entre as quatro crianças.

Fonte: a autora.

- Indicadores quantitativos

A Tabela 5 apresenta os quantitativos relacionados às categorias de respostas da Atividade I - tarefa 2.

Tabela 5 - Indicadores quantitativos da Atividade I, tarefa 2

Opções de Respostas	Frequência	%	Outra Sugestão
(a)	0	0	---
Somente (b)	8	38,1	---
Somente (c)	6	28,6	---
Simultaneamente (b) e (c)	3	14,3	---
	3	14,3	Dividir cada barra em 8 partes, dar 6 partes para cada criança. 8x3=24; 24: 4=6
	1	4,7	 "1/3+1/3+1/12 para cada criança"
Total	21	100	---

Fonte: a pesquisa.

Os dados evidenciam que, na tarefa 2, todas as docentes marcaram, pelo menos, uma alternativa, evidenciando uma noção do conceito de Fração como parte de um todo, dividido igualmente, o que não havia ocorrido na Atividade I, tarefa 1.

[40] Provérbio popular português. Disponível em: http://quemdisse.com.br/frase.asp?frase=65236. Acesso em: 11 jun.2015.

- Análise epistêmica

Para a análise epistêmica dessa tarefa, utilizam-se as duas vertentes do conhecimento do conteúdo, conforme Godino (2009): conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo. Quanto ao conhecimento comum do conteúdo, conjectura-se que os professores têm dificuldade de expressar-se em linguagem natural, por escrito, quando se referem a uma definição ou caracterização, como aconteceu na tarefa 1. Porém, quando são chamados a resolver um problema, apresentando uma solução numérica ou mesmo figural, conseguem expressar, de modo mais objetivo, o domínio de conhecimento. Isso fica evidenciado, quando se pede uma outra sugestão para a repartição dos chocolates, a qual é feita, por apenas 19% do grupo.

Com relação ao conhecimento especializado do conteúdo, apresentam-se, na Figura 41, os componentes e indicadores dessa tarefa.

Figura 41 - Análise epistêmica associada à Atividade I, tarefa 2

Componentes	Indicadores
Situação-Problema	Dividir três barras de chocolate entre quatro crianças.
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações). Representação figural.
Conceitos/propriedades	Conceito de Frações. Significado parte-todo. Contexto contínuo.
Procedimentos	Assinalar as letras (b) e (c) como opção de divisão das três barras de chocolates entre quatro crianças e criar outra(s) forma(s) de divisão.
Argumentos	Dividir, igualmente, três chocolates entre quatro crianças.

Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados quantitativos da Tabela 5, na qual é possível observar que todas as professoras assinalaram, pelo menos, uma opção de divisão do chocolate e pelos componentes e indicadores apresentados, na Figura 41, torna-se possível inferir que essa tarefa não apresentou conflitos semióticos.

- Análise cognitiva

As opções de resposta presentes no problema mostram que quatorze, das vinte e uma professoras que realizaram a tarefa (66,7%), assinalaram apenas uma forma de repartir igualmente, o que pode indicar procedimentos automatizados de solução de problemas os quais são comuns quando se estuda frações. Das sete professoras (33,3%) que marcaram as duas formas de divisão em partes iguais, apenas quatro (19%) foram capazes de indicar outro procedimento distinto para resolver a tarefa, explicando e justificando a nova solução. Apresentam-se, no quadro da Figura 42, os procedimentos de divisão dessas quatro professoras com suas respectivas formas de linguagem.

Figura 42 - Procedimentos utilizados pelas professoras na Atividade I, tarefa 2

Professoras	Outra Forma de Divisão
MD1, MH1, MM1	Dividir cada barra em 8 partes e dar 6 partes para cada criança. 8x3=24; 24: 4=6
MP1	 "1/3+1/3+1/12 para cada criança"

Fonte: a pesquisa.

Com base nos dados da Figura 42, é possível observar que as professoras MD1, MH1 e MM1 usaram, para a solução do problema, a linguagem natural como registro de representação de partida: "Dividir cada barra em 8 partes e dar 6 para cada criança". Pode-se interpretar que essas professoras pensaram numa solução similar, por meio da proporcionalidade à opção descrita em (b) e converteram-na para o registro numérico (8 x 3=24; 24: 4=6), como forma de ratificar a resposta dada. A professora MP1 partiu do registro figural, recorrendo à barra, usualmente utilizada no ensino de frações nos anos iniciais, e converteu sua resposta para o registro numérico fracionário.

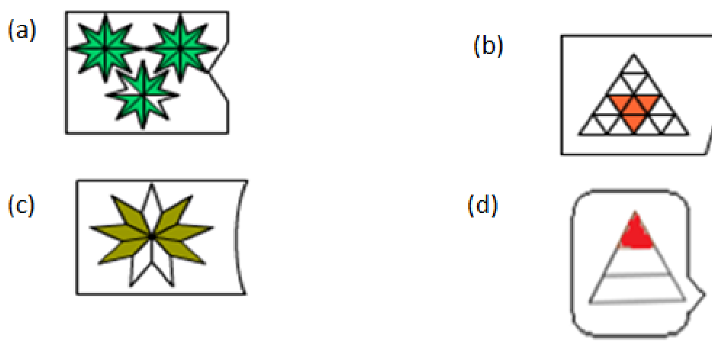
No Pequeno Grupo, 3 professoras, MP4, MP9 e NP1, marcaram as letras (b) e (c), simultaneamente, como formas de dividir o chocolate, mas não conseguiram definir uma terceira forma de divisão, não apresentando nenhuma justificativa para tal, por ocaisão do encontro no grupo de estudos na escola. Assim, mesmo que todas as docentes tenham assinalado pelo menos uma possibilidade de repartir o todo em partes iguais, não é possível considerar uma alta idoneidade epistêmico-cognitiva. A análise do conhecimento matemático para essa tarefa dá indicativos de possíveis limitações, em se tratando do significado de fração como quociente, pois as mesmas consideraram a possibilidade de, apenas, uma forma de solução para repartir o todo em partes iguais, motivo pelo qual entendeu-se que é média a idoneidade epistêmico-cognitiva. Godino e Neto (2013) ressaltam que uma alta idoneidade epistêmica vem acompanhada de várias formas de representação, interpretação e justificativa coerente das soluções.

6.3.1.3 Atividade I – Estudo de Frações e Números Decimais tarefa 3

A Atividade I, tarefa 3, tem por objetivo identificar se o registro figural indicado refere-se, ou não, a uma fração e, em caso positivo, fazer a conversão da representação figural da fração para a numérica. Trata-se de registros de frações com significado parte-todo, num contexto contínuo, com formas distintas das retangulares e circulares, geralmente, usadas em sala de aula. Porém, nem todos registros figurais da tarefa são representativos de uma fração (item d). A Figura 43 apresenta a referida tarefa.

Figura 43 - Atividade I, tarefa 3

As cartelas abaixo contêm figuras que podem representar frações. Para as identificadas como frações, represente-as numericamente, considerando que as partes são as coloridas.
Imagens de http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/encaixe.htm(adaptado).



Fonte: a autora.

- Indicadores quantitativos

As categorias de respostas identificadas na Atividade I, tarefa 3, estão apresentadas na Tabela 6. Destaca-se, novamente, que 21 professoras realizaram a tarefa.

Tabela 6 - Indicadores quantitativos da Atividade I tarefa 3

Itens da Questão	**Respostas Corretas**		**Respostas não Corretas**		**Não Apresentaram Solução**		**Total**	
	Frequência	**%**	**Frequência**	**%**	**Frequência**	**%**	**Frequência**	**%**
(a)	13	61,9	7	33,3	1	4,8	21	100
(b)	21	100	0	0	0	0	21	100
(c)	16	76,2	5	23,8	0	0	21	100
(d)	4	19,1	12	57,1	5	23,8	21	100

Fonte: a pesquisa.

Conforme se observa, na Tabela 6, a tarefa 3, item (d), foi a que apresentou maior dificuldade, tendo menos de 20% de acertos.

- Análise epistêmica

Com base nas observações realizadas ao longo do processo formativo, foi possível identificar dificuldades no grupo em relacionar representações numéricas e figurais. É provável que as professoras, na sua maioria, trabalhem numericamente e de forma algoritmizada, sem representações figurais e, quando o fazem, utilizem-se de formas geométricas retangulares e circulares. Ressaltam-se, aqui, as considerações de Godino e Neto (2013), as quais apontam para a importância do uso de mais de uma representação de um objeto matemático, bem como a conversão entre elas, para que se possa almejar uma alta idoneidade cognitiva e epistêmica.

Porém, reportando-se às ideias já mencionadas de Pino-Fan e Godino (2015), quanto ao conhecimento comum do conteúdo, entende-se que as professoras que fizeram parte da investigação devem ser capazes de resolver a tarefa 3. Ademais, o problema é elementar, figurando entre um dos aspectos geralmente bastante trabalhados quando do estudo de frações (passar da representação figural para a escrita numérica e vice-versa).

No entanto, no item 3(d), mais de 70% das professoras (considerando respostas incorretas e sem solução) não foram capazes de reconhecer que a representação utilizada nesse item não corresponde à fração $\frac{1}{3}$, pois a intenção desse item era, justamente, mostrar, por meio de uma representação figural, as professoras seriam capazes de buscar no conceito de fração, a divisão em partes iguais, não relacionando a parte colorida da região triangular com a fração $\frac{1}{3}$. Esse alto percentual confirma o quantitativo relacionado à tarefa 1 (Tabela 4) quando, em torno de 67% do grupo, ou não conceituou fração, ou não se referiu à divisão em partes iguais.

Ressalta-se, ainda, que só houve 100% de acertos em um item (item (b)) e nos demais, itens (a) e (c), o que não ultrapassou os 77%. O item (b), com 100% de acertos, refere-se a uma representação mais utilizada em materiais didáticos sobre frações, enquanto que os outros dois já não são tão frequentes. Conjectura-se, então, que parte das professoras só utilizam procedimentos automatizados de solução desse tipo de problema e, quando surgem representações um pouco distintas das usuais, nem sempre acertam a conversão entre os diferentes registros.

Com relação ao conhecimento especializado do conteúdo, apresentam-se, na Figura 44, os componentes e indicadores associados à idoneidade epistêmica da referida tarefa.

Figura 44 - Análise epistêmica associada à Atividade I, tarefa 3

Componentes	**Indicadores**
Situação-Problema	Entre as representações gráficas, identificar as frações e converter para linguagem numérica.
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações). Representação gráfica.
Conceitos/propriedades	Conceito de frações. Significado parte-todo. Contexto contínuo. Número misto.
Procedimentos	3 (a) $2\frac{6}{8} = \frac{22}{8} = \frac{11}{4}$ 3 (b) $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 3 (c) $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ 3 (d) A figura não representa nenhuma fração porque as partes não são congruentes.
Argumentos	Relacionar as partes coloridas com o todo, num contexto contínuo, identificando frações. Conversão entre as representações figural e numérica.

Fonte: a pesquisa.

- Análise cognitiva

A Figura 45 apresenta o número de professoras que respondeu corretamente, ou não, a cada um dos itens da tarefa 3, destacando, também, a resposta dada, ressaltando o item (d) com menor índice de acertos.

Figura 45 - Quantitativo de respostas corretas e incorretas da Atividade I, tarefa 3

Item	Respostas Corretas				Respostas Incorretas		
	Frequência	%	Respostas dadas		Frequência	%	Respostas dadas
(a)	13	61,9	$2\frac{6}{8}$		7	33,3	$\frac{22}{24}$
(b)	21	100	$\frac{4}{16}$		0	0	------
(c)	16	76,2	$\frac{6}{9}$		5	23,8	$\frac{3}{9}$
(d)	4	19,1	Não representa fração.		12	57,1	$\frac{1}{3}$

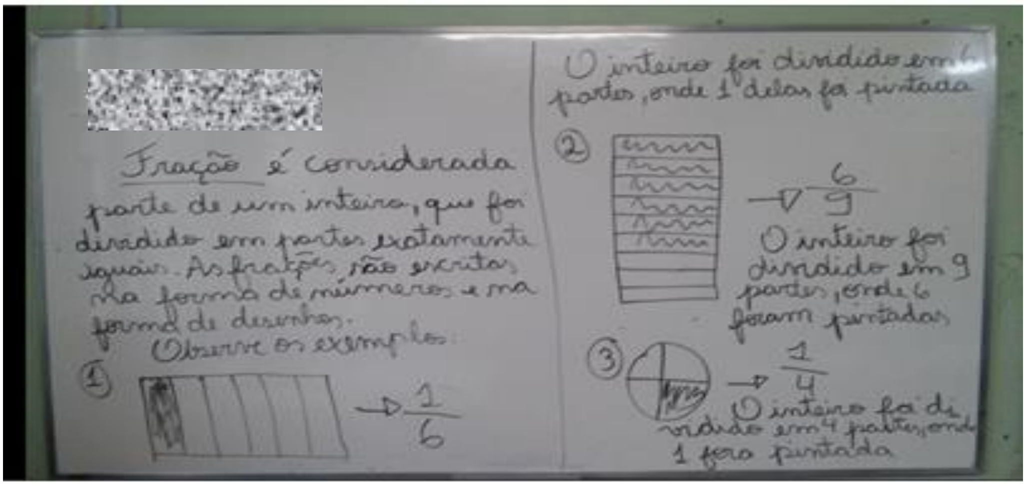
Fonte: a pesquisa.

As respostas incorretas da tarefa 3, apresentadas na Figura 45, possibilitam identificar possíveis conflitos semióticos nos itens 3(a), 3(c) e 3(d). No item 3(a), surge a resposta equivocada $\frac{22}{24}$, provavelmente, oriunda da adição de 8+8+6 partes sombreadas de 24, ou seja, tomaram o inteiro dividido em 24 partes e dessas somaram 22 sombreadas. O conflito semiótico presente nesse item possibilita conjecturar dois aspectos: primeiramente, a representação figural utilizada no problema não é comum, em sala de aula, pois existe uma tendência ao uso de círculos e retângulos, como já mencionado, quando relacionado a frações.

O segundo aspecto considera a representação figural do item (a), a qual se refere à fração imprópria $\frac{22}{8}$ sendo que, a partir das observações feitas por ocasião das visitas, em sala de aula do Pequeno Grupo, foi possível inferir que as conversões entre registros numéricos e figurais são apresentadas aos alunos, por ocasião do conceito de frações, com o uso de retângulos e círculos e, habitualmente, com frações próprias. Registra-se, também, que, após assistir a uma aula da Professora MP9, do Pequeno Grupo, sobre como transformar número misto em fração imprópria e vice-versa (transformação numérica), foi sugerido que apresentasse, em cada exercício, a representação figural, de modo que os alunos visualizassem a fração imprópria, possibilitando a conversão entre a representação figural e a numérica. Tal atitude aumentaria a idoneidade epistêmica, conforme apontam Godino e Neto (2013), melhorando tanto o processo de ensino quanto o de aprendizagem, pois conduziria os alunos a níveis mentais mais altos. A Professora MP9 declarou não ter segurança na conversão numérica para a figural e vice-versa, quando se trata de fração imprópria, o que levou a pesquisadora a discussão desse tema no

Pequeno Grupo. A Figura 46 apresenta o quadro de sala de aula de uma das professoras, apresentando o conteúdo de frações.

Figura 46 - Quadro de uma professora do Pequeno Grupo



Fonte: a pesquisa.

A partir do quadro da professora, observa-se que não há erros conceituais, destacando-se que, junto ao significado, a docente refere-se às formas de representação, numérica e figural, e os exemplos apresentados são em formas circulares e retangulares, no campo das frações próprias, conforme foi referido anteriormente. Ressalta-se que a mesma, no transcorrer da aula apresentou exercícios referentes a conversões figurais e numéricas, seguindo as mesmas formas e os mesmos tipos de frações, não fazendo referência a frações impróprias.

No que se refere ao conflito apresentado no item 3(c), aponta-se, para identificação das partes em que o problema se refere às coloridas, e as professoras que responderam $\frac{3}{9}$ associaram às brancas, ou seja, a relação estabelecida foi entre as partes não coloridas e o todo. Por ocasião do comentário de cada uma das tarefas, o grupo manifestou, fortemente, a necessidade de se incentivar o aluno à leitura e à interpretação dos problemas matemáticos, pois esse tipo de equívoco está relacionado, muitas vezes, à leitura superficial da atividade ou problema.

Já em 3(d), a região triangular não está dividida em três partes iguais, descaracterizando a noção de fração. Assim, o conflito semiótico está relacionado à igualdade das partes de uma fração, justificando o erro comum entre os alunos, citado por Damico (2007). Esse item, acertado somente por 4 professoras (MD1, MM1, MP4 e NP4), confirma o equívoco presente na tarefa 1, quando parte do grupo deixa de citar, no conceito de fração, a divisão em partes iguais.

A partir das análises feitas e considerando os apontamentos de Godino e Neto (2013), os quais se referem como um dos fatores para alta idoneidade epistêmica, situações-problema que incluam várias formas de representação, de modo que o mesmo objeto seja identificado por diferentes representações, pode-se avaliar que o Grande Grupo apresentou baixo nível nessa idoneidade. Pode-se inferir, ainda, que o conhecimento do conceito de frações ainda está limitado para esse tipo de problema, pois mais de 50% do grupo ainda não se apropriou da noção de igualdade entre as partes de um todo contínuo, para que a expressão figural represente uma fração, corroborando para a baixa idoneidade epistêmico-cognitiva.

Em relação ao Pequeno Grupo, as docentes acertaram os itens (a), (b) e (c). Já o item (d) foi respondido corretamente por duas delas. Por ocasião do comentário dessa tarefa, uma das professoras, a qual colocou como resposta $\frac{1}{3}$ nesse item, argumentou que a representação triangular levou ao equívoco, uma vez que as representações figurais mais usadas, em sala de aula, são as circulares e as retangulares (Figura 46), aumentando, na percepção delas, o grau de dificuldade do respectivo problema. Mesmo assim, considera-se, para essa tarefa, que o Pequeno Grupo apresentou média idoneidade epistêmico-cognitiva.

6.3.1.4 Atividade I – Estudo de Frações e Números Decimais tarefa 4

Na sequência, na Figura 47, mostra-se a Atividade I, tarefa 4, a qual apresenta uma situação-problema com significado parte-todo de uma Fração, num contexto discreto, em que se relaciona a parte da fração com um número inteiro e pede-se o total.

Figura 47 - Atividade I tarefa 4

> Quinze figurinhas correspondem a $\frac{5}{8}$ do total. Qual é o número que representa esse total? Descreva como você chegou ao resultado.

Fonte: a autora.

A ideia inicial foi buscar resposta à pergunta: Os professores de 4º e 5º anos, participantes desse grupo de formação, são capazes resolver tarefas relacionadas ao objeto matemático frações, no contexto discreto, quando o problema disponibiliza a fração de um todo numérico e pede o inteiro.

- Indicadores quantitativos

A Tabela 7 apresenta as situações relacionadas à Atividade, I Tarefa 4, em termos de correção da resposta e dos procedimentos adotados para a solução.

Tabela 7 - Indicadores quantitativos da Atividade I tarefa 4

Respostas	**Frequência**	**%**	**Procedimentos**	**Frequência**	**%**
Corretas	5	23,8	Fração	2	9,5
			Proporção	3	14,3
Não apresentaram solução	13	61,9			
Total	21	100			

Fonte: a pesquisa.

Os dados apresentados indicam que apenas cinco professoras chegaram a uma resposta considerada correta para essa tarefa. Esse número corresponde a 23,8% do grupo, enquanto que mais de 70% não respondeu à tarefa, ou, se o fez, foi de forma incorreta. Entre os que responderam corretamente, identificaram-se dois procedimentos utilizados para desenvolver o problema apresentado: o uso do conceito de fração (relação parte-todo no contexto discreto) e o de proporção.

- Análise epistêmica

Para análise epistêmica dessa tarefa, utilizam-se as três vertentes do conhecimento do conteúdo apontadas por Godino (2009): conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento ampliado do conteúdo. Com relação ao conhecimento comum do conteúdo, evidencia-se, pelos números da Tabela 7, que as professoras do grupo têm pouco domínio de frações, com significado parte-todo, no contexto discreto. Pelas suas narrativas, na maioria das vezes, os problemas abordados, em sala de aula, estão relacionados à fração de um todo contínuo e, quando abordam o contexto discreto, o fazem, considerando apenas a parte de um todo. Assim, é possível constatar que as professoras não possuem a mesma facilidade para o processo inverso, ou seja, quando se tem a parte de um todo e deseja calcular o inteiro.

Em um momento de discussão da referida tarefa, uma das professoras comentou que não costuma ensinar esse tipo de problema (como o da tarefa 4) no qual se pede o inteiro. A professora salientou, ainda, que, em se tratando de problemas que pedem a fração de um todo discreto, não existe dificuldade para os seus alunos, ressaltando: “Ensino a regra e eles não erram. Ensino que divide pelo debaixo e multiplica pelo de cima”. E enfatizou: “Divide e multiplica”.

A partir da manifestação dessa professora e das observações realizadas, reforça-se o que foi apontado, anteriormente, conjecturando-se que, primeiramente, o conteúdo de Frações, no contexto discreto, é pouco abordado e, quando os professores o fazem, trabalham situações-problemas, nas quais é solicitada a parte de um todo discreto e não o inteiro discreto, a partir de uma ou mais partes. Em segundo lugar, os professores quando tratam de tarefas, nas quais é solicitada a parte do inteiro, como por exemplo, $\frac{2}{3}$ de 30 bolinhas, ensinam, de forma mecânica, dividindo 30 bolinhas por 3 e multiplicando por 2. Entende-se que o aluno que assim resolve a tarefa aprende o algoritmo, mas não se apropria do porquê está sendo feito dessa forma.

Fez-se, então, uma reflexão com o grupo no sentido de estimular a leitura, com o objetivo de entender o que está sendo pedido no problema, incentivando o ensino de problemas que abordem tanto a parte quanto o todo de uma Fração. Discutiram-se as distintas formas de representação e a importância de se trabalhar com as mesmas em diferentes contextos e situações. Se possível, recorrendo à tecnologia, como jogos e objetos de aprendizagem, usando diferentes materiais manipulativos, para, posteriormente, ensinar a regra.

Nesse contexto, observa-se, por meio da narrativa, que a professora dita o algoritmo sem, ao menos, usar os termos apropriados, numerador e denominador. No entanto, considera-se que as docentes que compõem o grupo investigado têm formação suficiente para abordar o assunto referente a frações de maneira adequada, da mesma forma que o aluno que recebe o conteúdo deve aprender a linguagem matemática de forma adequada.

O quadro da Figura 48 apresenta a configuração de objetos primários relacionados à tarefa 4, os quais se constituem nos componentes associados ao conhecimento especializado do conteúdo, dentro da idoneidade epistêmica.

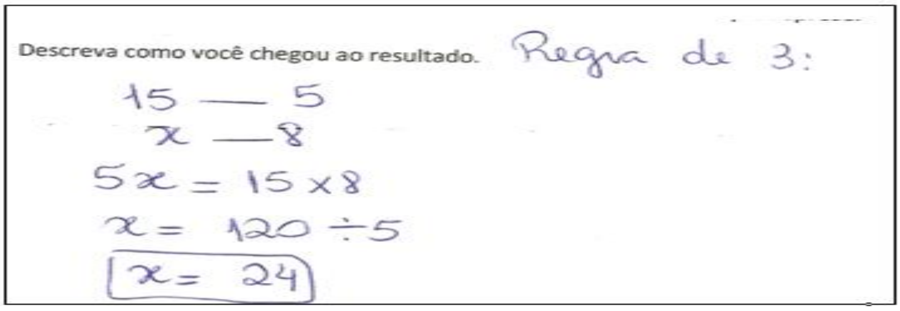
Figura 48 - Análise epistêmica da Atividade I, tarefa 4

Tipos de Objetos	**Indicadores**
Situação-Problema	Quinze figurinhas correspondem a $\frac{5}{8}$ do total.
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (Frações e números naturais). Representação gráfica.
Conceitos/propriedades	Frações. Significado parte-todo. Grandezas discretas.
Procedimentos	$\frac{5}{8}$ equivalem a 15 figurinhas $\frac{1}{8}$ equivale a 3 figurinhas } $15 \div 5$ $\frac{8}{8}$ equivalem a 24 figurinhas } 3×8
Argumentos	Identificar uma parte das figurinhas. Identificar o total de figurinhas.

Fonte: a pesquisa.

A partir da análise epistêmica da tarefa 4, pode-se inferir não só possíveis conflitos semióticos, mas também conexões que foram feitas com conteúdos de outros anos do Ensino Fundamental, o que se identificou com o conhecimento ampliado do conteúdo. Assim, os procedimentos utilizados para solução da referida tarefa foram baseados, também, na ideia de proporção (Figura 49), organizando as grandezas para, posteriormente, aplicar a propriedade fundamental das proporções (em uma proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos)

Figura 49 - Resposta da Atividade I, tarefa 4 com a ideia de proporção


Descreva como você chegou ao resultado. Regra de 3:

15 — 5

x — 8

5x = 15 x 8

x = 120 ÷ 5

$\boxed{x = 24}$

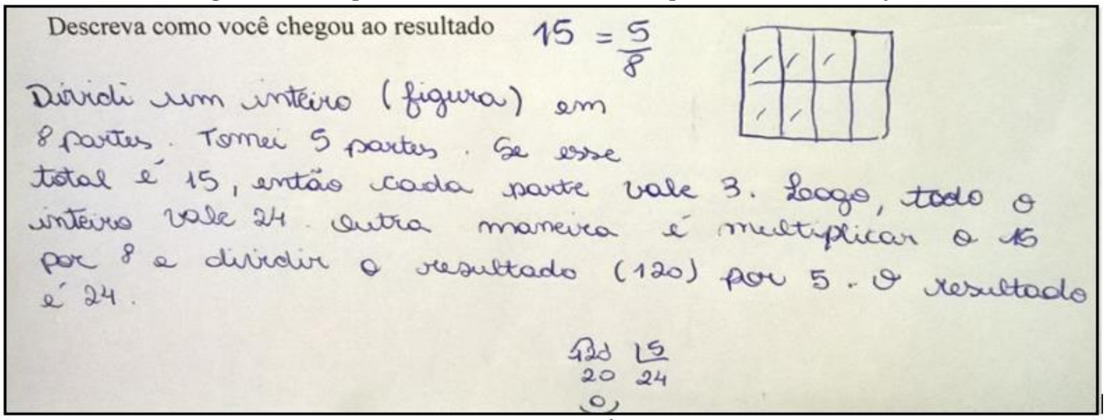
Fonte: a pesquisa.

A solução da tarefa 4, exibida na Figura 49, foi desenvolvida pelas Professoras MP5, MS1 e NP1, utilizando a noção de proporção e se desvinculando, em termos de representação, da ideia de fração. Buscando aporte teórico em Godino (2009), considera-se ser esse um conhecimento especializado do conteúdo, pois, por ser esse um assunto que é abordado somente no 6º ano do Ensino Fundamental. Dessa forma, conclui-se que tal procedimento não estaria apropriado para alunos de 5º ano do Ensino Fundamental.

- Análise cognitiva

As professoras MM1 e MP1 utilizaram o significado de fração parte-todo para resolverem a tarefa 4, sendo que a Figura 50 mostra a solução da professora MM1.

Figura 50 - Resposta da Atividade I, tarefa 4 pelo conceito de fração


Descreva como você chegou ao resultado $15 = \frac{5}{8}$

Dividi um inteiro (figura) em 8 partes. Tomei 5 partes. Se esse total é 15, então cada parte vale 3. Logo, todo o inteiro vale 24. Outra maneira é multiplicar o 15 por 8 e dividir o resultado (120) por 5. O resultado é 24.

120 | 5
20   24
0

Fonte: a pesquisa.

O procedimento da professora MM1, destacado na Figura 50, mostra que, primeiramente, iguala 15 a $\frac{5}{8}$, utilizando duas representações numéricas distintas, um número natural e uma fração. Posteriormente, utiliza a representação figural e a linguagem escrita, sendo que a figura apresentada pode ser considerada equivocada, se a professora representou um inteiro contínuo e não um todo discreto, como apresenta o problema. No entanto, a representação figural pode remeter a uma caixa com 8 divisões e 5 objetos ocupando cada uma dessas divisões. Seja uma ou outra forma de pensamento, concluiu de modo correto o problema.

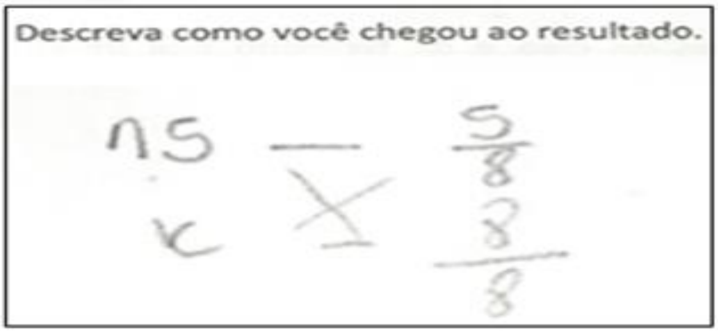
Já a segunda professora (MP1) usa somente a linguagem escrita, sem a representação figural ou numérica, fazendo a mesma descrição da professora MM1.

Como referido anteriormente, as Professoras MP5, MS1 e NP1 resolveram o problema, utilizando a noção de proporção, conforme foi apresentado na Figura 49. Essas docentes, além de descreverem (linguagem natural) o procedimento, utilizaram a expressão algébrica (variáveis) e a expressão numérica (números inteiros), além das operações de multiplicação e divisão.

Embora esse procedimento tenha possibilitado a solução do problema, mesmo com a ausência dos denominadores das frações, entende-se não ser essa a forma de solução pertinente para uma explicação em sala de aula, pois não condiz com o nível de escolaridade dos alunos dessas professoras (4º e 5º anos do Ensino Fundamental). Esse fato caracterizaria a ausência do conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT), o qual foi apontado por Ball, Thames e Phelps (2008) e Hill, Ball e Schilling (2008) como o conhecimento que trata do ensino e das peculiaridades do aluno. O KCT emerge do *knowledge base for teaching* (base do conhecimento para o ensino, tradução nossa) de Shulman (1987), no qual o autor ressalta que o professor deve conhecer o conteúdo e esse deve estar de acordo as necessidades de cada aluno, isto é, deve ser considerada a idade cronológica e as atividades devem estar em consonância com a série a que pertence o aluno.

Entende-se, também, que, no caso do procedimento adotado para a solução do problema ser a relação de proporcionalidade, que essa seja feita como fez a Professora ML1, ressaltada na Figura 50 (resposta incompleta da Atividade I, tarefa 4) em série mais adiantada. Desse modo, torna-se mais claro mostrar ao aluno a relação que se estabelece entre as quinze figurinhas com a parte fracionária correspondente $\frac{5}{8}$ e o total (x) de figurinhas com o inteiro $\frac{8}{8}$ ou 1.

Figura 51 - Resposta incompleta da Atividade I tarefa 4



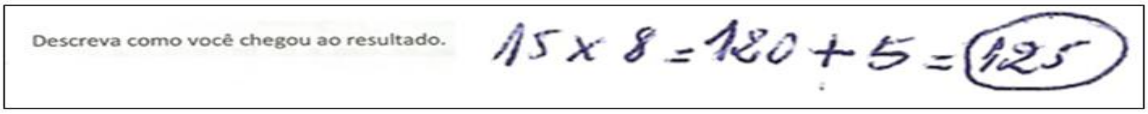
Fonte: a pesquisa.

Com relação à solução apresentada por ML1 (Figura 51), a mesma foi apontada como incorreta, por não haver a finalização da tarefa. Entende-se que a Professora ML1 conduziu o seu procedimento inicial, utilizando a noção de proporção e associando a fração com a parte relacionada ao número de figuras citadas na situação-problema, bem como o inteiro com o total procurado (x) de figuras. Pode-se observar, comparando-se a solução apresentada na Figura 51, que ML1 utiliza a linguagem numérica (números inteiros e frações) e a linguagem algébrica (variáveis), conduzindo para a aplicação da propriedade fundamental da proporção.

Conjecturando-se sobre o porquê de ML1 não ter concluído a tarefa, infere-se que pode ter ocorrido uma situação declarada por algumas professoras, nos encontros de formação continuada sobre operações com frações: quando percebem que a tarefa exige tais operações, não a concluem, por insegurança. Conjectura-se, ainda, que, como o registro encaminha o equacionamento $\frac{5}{8}x = 15 \cdot \frac{8}{8}$, cuja solução envolve a aplicação do princípio multiplicativo, conhecimento esse distante dos procedimentos usualmente utilizados no trabalho com fração no 4º e 5º anos, a professora não tenha dado continuidade à tarefa.

Já a solução desenvolvida e apresentada pela Professora MH1 (Figura 52) permite identificar o que Godino *et al* (2009) aponta como conflito semiótico. É possível que a docente tenha a noção do algoritmo 15 x 8 : 5, para a solução do problema, tal como sugere MM1 (Figura 50), mas não entende o motivo de desenvolver esse algoritmo e o faz de forma mecânica. Assim, no lugar de dividir por cinco, soma cinco unidades. Pode-se inferir que MH1 sabe que tem que fazer duas operações matemáticas, mas não tem certeza de quais são elas, conduzindo a tarefa ao erro.

Figura 52 - Exemplo de conflito semiótico na Atividade I, tarefa 4



Fonte: a pesquisa.

Nesse contexto, a partir da análise dos dados advindos da configuração cognitiva, pode-se considerar baixa a idoneidade epistêmico-cognitiva para essa tarefa.

6.3.1.5 Atividade I – Estudo de Frações e Números Decimais, tarefa 8

A Atividade I, tarefa 8 (Figura 53), apresenta uma situação-problema referente aos ingredientes de um bolo e, especificamente, está sendo pedida a quantidade final de óleo e de fermento após a receita ser triplicada, referindo-se à fração com significado parte-todo.

Figura 53 - Atividade I, tarefa 8

Ingredientes para um bolo de chocolate
3 xícaras de farinha
2 xícaras de açúcar
1 xícara de chocolate
$\frac{3}{4}$ xícara de água fervente
$\frac{2}{3}$ xícara de óleo
$2\frac{1}{2}$ colheres de sobremesa de fermento
Para triplicar esta receita, determine as quantidades de óleo e de fermento que devemos utilizar, representando:
(a) em forma de fração imprópria, quando pertinente;
(b) em forma de número misto, quando pertinente.

Fonte: a autora.

As quantidades iniciais dos ingredientes apresentados na receita sofrem a ação de um operador (número natural), modificando o resultado final de toda a receita, sendo que os ingredientes em questão, o óleo e o fermento, estão representados por uma fração própria e um número misto, respectivamente.

- Indicadores quantitativos

A Tabela 8 apresenta os números relacionados a acertos e erros referentes às questões (a) e (b) da Atividade I, tarefa 8

Tabela 8 - Indicadores quantitativos da Atividade I, tarefa 8

Itens da Questão	Respostas Corretas		Respostas não Corretas		Não Apresentaram Solução		Total	
	Frequência	%	Frequência	%	Frequência	%	Frequência	%
(a)	3	14,3	10	47,6	8	38,1	21	100
(b)	5	23,8	8	38,1	8	38,1	21	100

Fonte: a pesquisa.

A Tabela 8 mostra o baixo número de acertos, tanto no item (a) quanto no item (b). Os itens (a) e (b) foram solucionados, corretamente, pelas professoras MH1, MM1 e MP4, sendo que o item (b) também foi resolvido, acertadamente, pelas professoras MP5 e NP4.

- Análise epistêmica

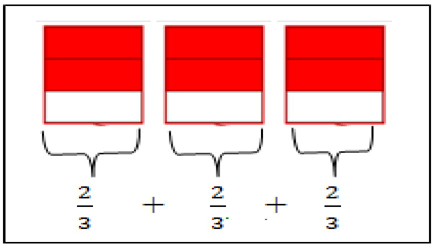
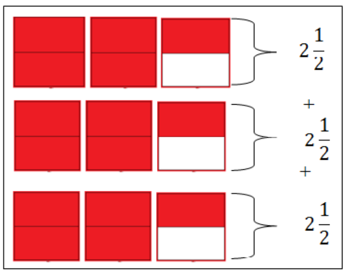
A Atividade I, tarefa 8, será analisada pelo conhecimento comum do conteúdo e pelo conhecimento especializado do conteúdo. Com relação ao conhecimento comum do conteúdo, considera-se que os tipos de frações, própria, imprópria, aparente e a transformação de fração imprópria em número misto e vice-versa são assuntos abordados no 5º ano do Ensino Fundamental, o que leva a inferir que as professoras poderiam resolver a tarefa 8 com relativa facilidade. No entanto, a partir dos dados da Tabela 8, pode-se observar que é baixo o número de acertos nos itens (a) e (b).

Por ocasião da resolução da referida tarefa, as professoras alegaram dificuldades, ressaltando que estão acostumadas a proporcionar aos alunos exercícios mais simples. Nesse momento, uma das professoras apontou que: “Eu trabalho os tipos de frações, própria, imprópria e aparente e número misto, mas não é tão difícil assim” (MP2).

A narrativa da Professora e as queixas do grupo possibilitaram perceber a falta de hábito de trabalhar situações-problema, particularmente, tarefas que apresentam um texto mais longo. No entanto, durante a discussão da tarefa, a pesquisadora não percebeu tão alto grau de dificuldade, pois as manifestações do grupo eram de entendimento e de que a tarefa se tratava de uma questão simples, inerente ao trabalho docente, contrariando as falas inicias e os números obtidos na Tabela 8.

Com relação ao conhecimento especializado do conteúdo, apresenta-se, no quadro da Figura 54, os componentes e indicadores da tarefa 8.

Figura 54 - Análise epistêmica associada à Atividade I, tarefa 8

Tipos de Objetos	**Indicadores**
Situação-Problema	Triplicar a quantidade de óleo e fermento em uma receita de bolo.
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações).
Conceitos/propriedades	Frações. Significado parte-todo. Fração própria. Fração imprópria. Número misto. Multiplicação de um número natural por uma fração.
Procedimentos	(a)  Óleo = $\frac{6}{3}$ = 2 xícaras (b)  Fermento = $6\frac{3}{2} = 7\frac{1}{2}$
Argumentos	Multiplicação de fração própria e número misto por um número natural.

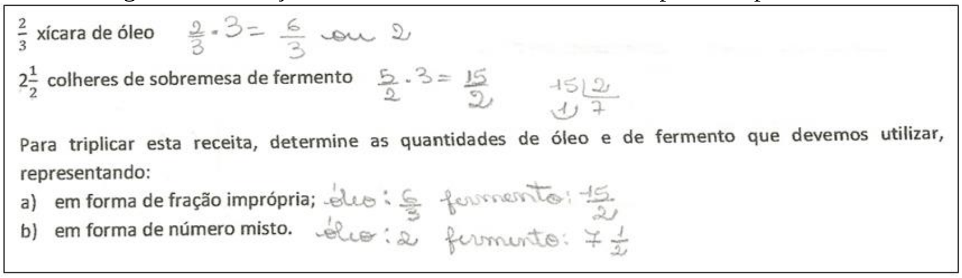
Fonte: a pesquisa.

A partir dos objetos primários pretendidos na Atividade I, tarefa 8, podem-se inferir possíveis conflitos semióticos, como a transformação de número misto em fração imprópria e, como apontado por Llinares e Sánchez (1988), multiplicação de um número natural por uma fração.

- Análise cognitiva

As professoras que acertaram a tarefa 8, utilizaram os conceitos indicados no quadro da Figura 54, referentes à análise epistêmica. Apresenta-se, na Figura 55, o procedimento da Professora MM1.

Figura 55 - Solução correta da Atividade I, tarefa 8, por uma professora



$\frac{2}{3}$ xícara de óleo $\frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{6}{3}$ ou 2

$2\frac{1}{2}$ colheres de sobremesa de fermento $\frac{5}{2} \cdot 3 = \frac{15}{2}$ $15 \,|\, 2$ → 1 7

Para triplicar esta receita, determine as quantidades de óleo e de fermento que devemos utilizar, representando:

a) em forma de fração imprópria; óleo: $\frac{6}{3}$ fermento: $\frac{15}{2}$

b) em forma de número misto. óleo: 2 fermento: $7\frac{1}{2}$

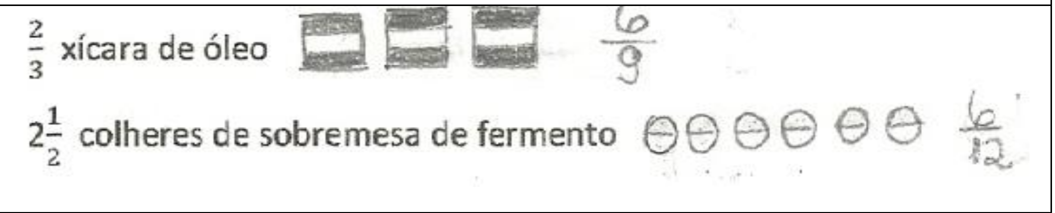
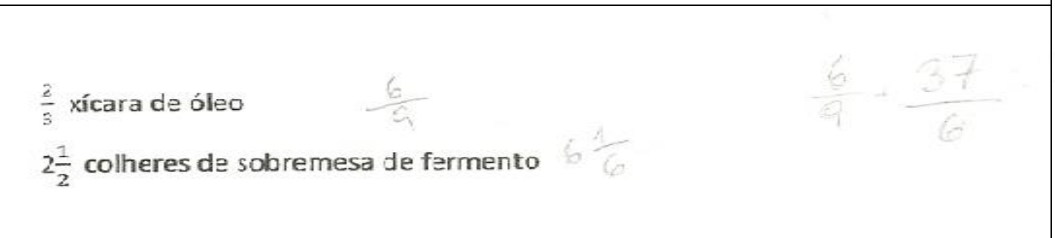
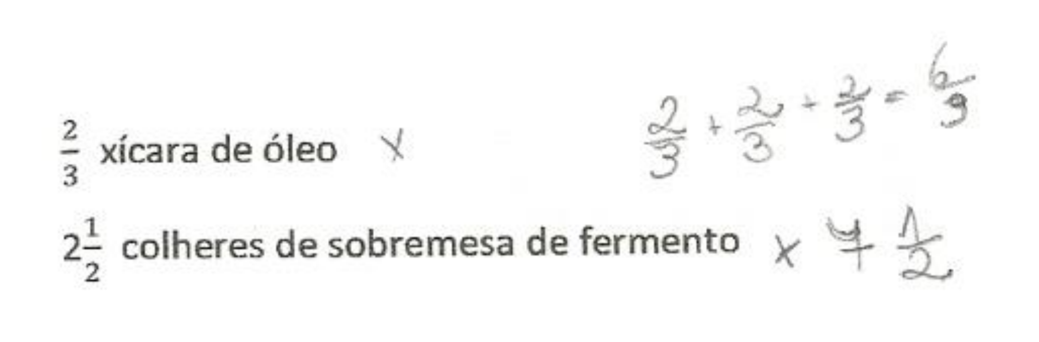
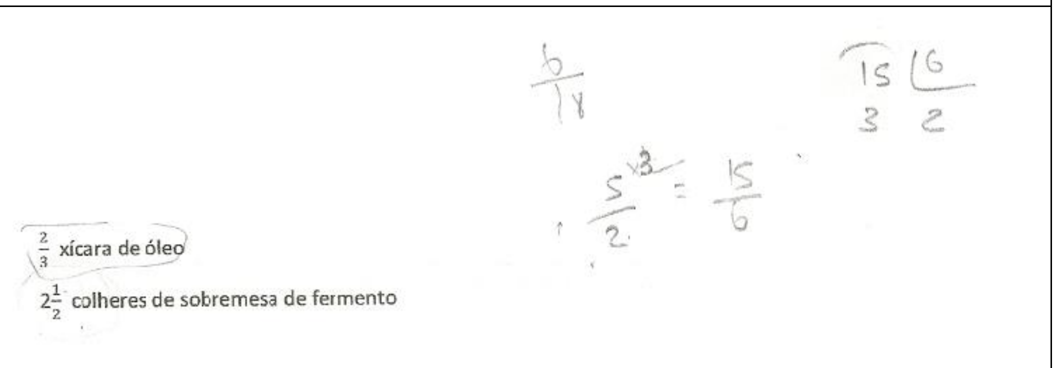
Fonte: a pesquisa.

Observa-se, a partir da Figura 55, que a Professora MM1 usa linguagem numérica fracionária, transformação de número misto em fração imprópria e a multiplicação de um número natural por uma fração. As demais professoras que acertaram a questão procederam de maneira análoga à MM1. Nota-se que os procedimentos raramente são acompanhados de representações gráficas, indo diretamente à solução numérica. Embora estejam corretos, considera-se relevante que, para a solução dos problemas, em sala de aula, o professor utilize tanto a representação numérica quanto a representação figural. Desse modo, além de propiciar a melhoria no ensino e na aprendizagem, elevam a idoneidade epistêmica, conforme apontam Godino e Neto (2013).

Essa tarefa foi caracterizada por conflitos semióticos, equívocos matemáticos, feitos pelas professoras no momento da solução do problema. Na Figura 56, apresenta-se um resumo desses conflitos.

Figura 56 - Conflitos semióticos referentes à Atividade I, tarefa 8

Docente	Conflito Semiótico
MF1	 $\frac{2}{3}$ xícara de óleo $\frac{6}{9}$ $2\frac{1}{2}$ colheres de sobremesa de fermento $6\frac{3}{6} \Rightarrow \frac{39}{6}$

MD1	
NP3	
MB1	
MP7	
MS1	

Fonte: a pesquisa.

Ressalta-se, na Figura 56, alguns dos conflitos semióticos oriundos da tarefa 8. Com relação à quantidade de óleo da receita, as Professoras MB1, MD1 MF1, NP3 e MP7 apontaram como resposta $\frac{6}{9}$. As Professoras MD1 e MF1 não esboçaram nenhum tipo de cálculo, mas pode-se inferir que multiplicaram numerador e denominador por três. Já NP3 mostrou uma representação gráfica e, a partir daí, somou todas as partes para formar o denominador e soma as partes pintadas para definir o numerador.

É possível inferir que essas professoras carregam o que Llinares e Sánchez (1988) apontam como erro frequentemente cometido. Os autores ressaltam o equívoco que os indivíduos fazem com relação à soma de frações e à multiplicação de um número natural por uma fração, a partir da soma e multiplicação de números naturais, respectivamente. Assim, o procedimento equivocado utilizado pelas professoras justifica o que Godino, Batanero e Font (2008) e Godino *et al* (2009) apontam como conflito semiótico.

Com relação à quantidade de fermento, que estava escrita em forma de número misto, MD1 e MF1 chegaram à mesma solução, multiplicando a parte inteira (2) e a fração $\left(\frac{1}{2}\right)$ por três, seguindo, na parte fracionária, o mesmo erro anterior. Já NP3 representou, graficamente, seis vezes, um meio, desconsiderando a parte inteira e repetindo o erro feito com relação à quantidade de óleo. A Professora MS1 respondeu corretamente ao item, entretanto, não apresentou clareza nos cálculos.

Assim, considerando o alto número de ausência de soluções, bem como o de respostas incorretas e que o conteúdo é do nível de ensino das professoras que participaram do processo formativo e investigativo, conclui-se, a partir das referências de Godino e Neto (2013), que esse grupo apresenta baixa idoneidade epistêmico-cognitiva.

. A Figura 57 apresenta um quadro resumo, relacionando o acerto de cada professora com a respectiva tarefa. Para elaboração do quadro, consideraram-se, apenas, as tarefas, ou itens das tarefas, cujo número de acertos é inferior a 50%. As linhas horizontais do quadro determinam quantas e quais docentes acertaram a tarefa e as linhas verticais indicam quais tarefas acertou cada docente.

Figura 57 - Quadro resumo de acertos por professora

	MC1	MD1	MF1	MH1	MM1	MP1	MP4 (Esc)	MP5	MP11	MS1	NP1 (Esc)	NP4 (Esc)
Tarefa 1	X	X	X		X	X	X		X			
Tarefa 2		X		X	X	X						
Tarefa 3 (d)		X			X		X					X
Tarefa 4					X	X		X		X	X	
Tarefa 8 (quant. de óleo)				X	X		X					
Tarefa 8 (quant. de fermento)				X	X		X	X				X

Fonte: a pesquisa.

A partir da Figura 57, destaca-se a Professora MM1, que acertou todas as tarefas. A mesma tem formação no Magistério, em nível médio, e é licenciada em Matemática, inferindose que uma formação matemática especializada tem influência sobre o conhecimento do conteúdo, conforme apontam Shulman (1986). Nesse aspecto, Baumann e Bicudo (2010) ressaltam que, embora os licenciados em Matemática prefiram atuar nos anos finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, seria importante considerar, também, nos cursos de Licenciatura em Matemática, uma formação específica para o trabalho docente com os anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que, embora os licenciados em Matemática apresentem um maior nível de conhecimento do conteúdo matemático, nem sempre têm um nível satisfatório de domínio de conhecimento pedagógico do conteúdo, especificamente, no conhecimento do conteúdo e do aluno (KCS), além do conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT), na visão de Ball, Thames e Phelps (2008). Para os autores, o KCS possibilita que o professor busque materiais que facilitem o processo de ensino e aprendizagem e o professor munido do KCT entende que os níveis das tarefas e de escolaridade do aluno devem estar em consonância.

Destaca-se, também, a Professora MP4 (Grupo Pequeno da Escola), que apresentou quatro tarefas corretas. A referida professora tem formação em Magistério (nível médio), Licenciatura em Pedagogia e quatorze anos de trabalho docente nos anos iniciais. Em seguida, as Professoras MD1, MH1 e MP1, contando com três tarefas corretas. As três têm formação, em nível médio, no curso de Magistério, e contam com 12, 36 e 28 anos, respectivamente, de docência nos anos inicias. A Professora MD1 é graduada em Ciências Domésticas, MH1 é licenciada em História e MP1, em Pedagogia.

Nesse contexto, é possível conjecturar-se sobre dois aspectos relevantes para o conhecimento matemático: a formação para a docência, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, desde o Ensino Médio, com o curso de Magistério e o tempo de trabalho docente, ou seja, a experiência adquirida ao longo da trajetória profissional, refletindo-se no conhecimento do professor.

6.3.2 Análise epistêmica e cognitiva da Atividade II – Estudo de Frações e Números Decimais

A Atividade II (Apêndice D) foi apresentada e resolvida pelas docentes, no quinto encontro de formação continuada, com a presença de 9 professoras. O escasso número de docentes no processo formativo foi justificado pelo fato de que, em muitas escolas, estavam ocorrendo reuniões de conselhos de classe.

Essa atividade com sete tarefas teve como objetivo captar elementos sobre os conhecimentos das professoras no que se refere às frações equivalentes e à comparação de frações. Apenas duas das tarefas da referida atividade serão analisadas, as quais apresentam as seguintes variáveis para análise:

- Tarefa 3 – Frações equivalentes;
- Tarefa 5 – Ordem das frações com mesmo numerador.

6.3.2.1 Atividade II – Estudo de Frações e Números Decimais, tarefa 3

A tarefa 3 da Atividade II consiste em identificar os pares de frações equivalentes, a partir de uma representação numérica. A Figura 58 apresenta a referida tarefa.

Figura 58 - Atividade II, tarefa3

Assinale os pares de frações equivalentes

(a) $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{6}{4}$ e $\frac{9}{5}$ (c) $\frac{5}{10}$ e $\frac{4}{8}$ (d) $\frac{7}{2}$ e $\frac{28}{8}$

Explique como você identificou esses pares.

Fonte: a pesquisa.

A tarefa 3 da Atividade II apresentava dois pares de frações equivalentes em (c) e em (d).

- Indicadores quantitativos

A Tabela 9 apresenta os números relacionados aos acertos da Atividade II, tarefa 3.

Tabela 9 - Indicadores quantitativos da Atividade II, tarefa 3

Opções de Respostas	Frequência	%	Justificativa	Frequência	%
Somente (c)	2	22,2	Sim	1	11,1
			Não	1	11,1
Somente (d)	5	55,6	Sim	3	33,3
			Não	2	22,3
Simultaneamente (c) e (d)	2	22,2	Sim	1	11,1
			Não	1	11,1
Respostas erradas	0	0			
Total	9	100			

Fonte: a pesquisa.

A partir da observação dos dados da Tabela 9, pode-se concluir que todas professoras têm noção de equivalência de frações, pois nenhuma delas assinalou o par de frações da alternativa (a) ou da alternativa (b), por não se tratarem de frações equivalentes. No entanto, somente 22,2% do grupo respondeu corretamente, assinalando (c) e (d), simultaneamente, e ainda, dessas, somente uma professora justificou sua resposta.

- Análise epistêmica

O tema equivalência de frações, dentro do estudo das mesmas, abordado na tarefa 3 da Atividade II é também assunto de 5º ano do Ensino Fundamental. Dessa forma, entende-se que as professoras do Grande e, por consequência, do Pequeno Grupo, responsáveis por esse nível de ensino nas escolas de origem, são capazes de resolver a referida tarefa, pois, segundo Pino-Fan e Godino (2015), estão abastecidas do conhecimento comum do conteúdo. A Figura 59 apresenta os componentes e indicadores presentes na tarefa 3, no âmbito do conhecimento especializado do conteúdo.

Figura 59 - Análise epistêmica da Atividade II, tarefa 3

Componentes	Indicadores
Situação-Problema	Identifique os pares de frações equivalentes
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações).
Conceitos/propriedades	Conceito de frações equivalentes. Duas frações diferentes, ou não, são equivalentes quando representam a mesma parte de um todo. Duas frações $\frac{p}{q}$ e $\frac{r}{s}$ são equivalentes se, e somente se, $ps = rq$. Duas frações são equivalentes se, quando simplificadas, apresentam a mesma fração irredutível.
Procedimentos	Assinalar os pares de frações equivalentes.
Argumentos	Os argumentos para a solução ocorrem a partir do uso das propriedades.

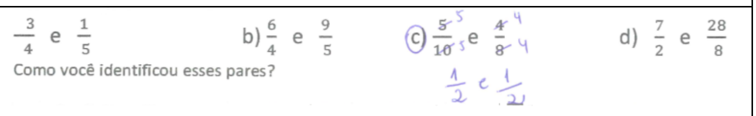
Fonte: a pesquisa.

Os objetos primários, apresentados na Figura 59, possibilitam inferir que a justificativa das docentes, na escolha de sua(s) resposta(s), toma por base uma ou outra propriedade.

- Análise cognitiva

O quadro da Figura 60 apresenta o que cada uma das professoras assinalou e a respectiva justificativa, quando dada.

Figura 60 - Opções de resposta de cada uma das docentescom a respectiva justificativa

Respostas Assinaladas	Professora	Justificativa de Cada Professora
(c) e (d)	MP4	Simplificando.
	NP4	Não apresentou nenhuma justificativa.
Somente (c)	MB1	Quando um é múltiplo do outro.
	NP1	 $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{5}$ b) $\frac{6}{4}$ e $\frac{9}{5}$ c) $\frac{5}{10}$ e $\frac{4}{8}$ d) $\frac{7}{2}$ e $\frac{28}{8}$ Como você identificou esses pares? $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$

Somente (d)	MD1	Multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo número, neste caso, 4.
	MM1	Observando primeiro os numeradores, qual a relação entre eles. Por ex: no item (a), 3 : 3 =1, mas 4 : 3 não é igual a 5.
	MP8	Multiplicando numerador e denominador pelo mesmo número.
	MF1	Não justificou.
	MP9	Não justificou.

Fonte: a pesquisa.

A Professora NP1 utilizou linguagem numérica para fundamentar a equivalência das frações. As demais, quando o fizeram, usaram linguagem natural. A Professora MP4 justificou que determinou as frações equivalentes, simplificando. Ela assinalou as opções (c) e (d), explicando, em encontro do Pequeno Grupo, que simplificou o par de frações, em cada opção, por divisões sucessivas, até obter frações irredutíveis. Como em (c) e (d) as frações irredutíveis são iguais, concluiu, então, que as mesmas são equivalentes.

Já MB1 e NP1 marcaram somente a alternativa (c). A justificativa da Professora MB1 não está errada, mas teria mais sentido se tivesse marcado a opção (d), onde está mais evidente que uma fração apresenta multiplicidade igual a 4 em relação a outra. A Professora NP1, de acordo com o quadro da Figura 60, busca a igualdade das frações irredutíveis, por meio da simplificação, dividindo numerador e denominador pelo máximo divisor comum obtido entre os mesmos. Dessa forma, assinalou uma das respostas corretamente em (c). Quando questionada em reunião, com o Pequeno Grupo, porque não fez o mesmo para as frações em (d), manifestou-se, ressaltando que "como uma das frações em (d) já estava na forma irredutível, não soube o que fazer" (NP1).

Com relação às professoras que marcaram somente a opção de resposta (d), MD1 e MP8 usaram o mesmo procedimento, que foi o de multiplicar o numerador e o denominador da fração $\frac{7}{2}$ por 4, encontrando $\frac{28}{8}$, constatando a equivalência das duas frações. Isso só foi possível fazer porque uma das frações está na forma irredutível, não conseguindo realizar o mesmo procedimento na opção (c). Com relação à explicação da Professora MM1, é possível inferir que as considera frações equivalentes quando o numerador de uma é múltiplo do numerador da outra, valendo o mesmo para os denominadores, com a mesma constante de multiplicidade. Dessa forma, encontrou 28 como múltiplo de 7 e 8, como múltiplo de 2, com fator de multiplicidade 4. Embora o seu pensamento esteja correto, MM1 não foi capaz de conduzir essa ideia à opção (c), pois a constante de multiplicidade, nesse caso, não é um número inteiro, mas o número racional 1,25.

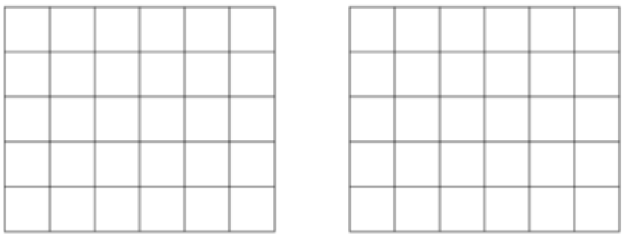
A partir dos resultados obtidos, é possível inferir que o grupo apresenta dificuldades em relação à equivalência de frações, pois os argumentos ainda são falhos. Considerando ser esse um conteúdo de 5º ano e que os componentes do conhecimento especializado do conteúdo, segundo Godino *et al* (2013), estão imbricados no conhecimento comum do conteúdo, pondera-se, para esse grupo, média idoneidade epistêmico-cognitiva, relacionada à tarefa 3 da Atividade II.

6.3.2.2 Atividade II – Estudo de Frações e Números Decimais, tarefa 5

A Atividade II, tarefa 5, tem por objetivo determinar a maior fração, entre duas frações de mesmo numerador, a partir de uma malha quadriculada. A ideia era que as professoras utilizassem a representação figural e, a partir dela, identificassem o maior número de quadradinhos correspondentes à maior fração, escrevendo a regra que indica a ordenação de duas frações com mesmo numerador. A Figura 61 apresenta a referida tarefa.

Figura 61- Atividade II, tarefa 5

Nas malhas quadriculadas abaixo:
(a) pinte $\frac{2}{3}$ e $\frac{2}{5}$ do total e conte os quadradinhos pintados;
(b) a partir do número de quadradinhos pintados, obtenha a maior fração;
(c) escreva a propriedade que permite comparar frações com mesmo numerador.



Fonte: a pesquisa.

As malhas são formadas por 30 quadradinhos (inteiro) e pintar $\frac{2}{3}$ e $\frac{2}{5}$ significa colorir 20 e 12 quadradinhos (partes), respectivamente, numa relação parte-todo, num contexto contínuo.

- Indicadores quantitativos

A Tabela 10 apresenta os números relacionados a acertos e erros referentes às questões (a), (b) e (c) da Atividade II, tarefa 5.

Tabela 10 - Indicadores quantitativos da Atividade II ,tarefa 5

Itens da Questão	**Respostas Corretas**		**Respostas não Corretas**		**Não Apresentaram Solução**		**Total**	
	Frequência	**%**	**Frequência**	**%**	**Frequência**	**%**	**Frequência**	**%**
(a)	4	44,4	4	44,4	1	11,2	9	100
(b)	3	33,3	2	22,3	4	44,4	9	100
(c)	1	11,2	0	0	8	88,8	9	100

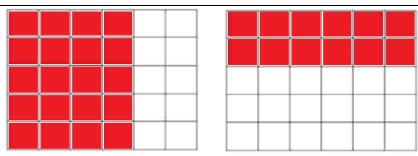
Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados da Tabela 10, pode-se inferir que mais de 50% das docentes, ou não responderam corretamente a Atividade II, tarefa 5, ou não resolveram. Esse percentual aumenta no item (b) para mais de 60% e eleva-se a quase 90% no item (c).

- Análise epistêmica

Os dados da Tabela 10 possibilitam inferir que as professoras participantes da investigação apresentam dificuldades quando as tarefas estabelecem relação entre o registro numérico e o figural e vice-versa, mesmo que a tarefa apresentada seja no nível de ensino que as docentes do grupo atuam. A Figura 62 apresenta os componentes e indicadores, no conhecimento especializado do conteúdo, dentro da Idoneidade Didática.

Figura 62 - Análise epistêmica da Atividade II, tarefa 5

Componentes	Indicadores
Situação-Problema	Dadas duas frações de mesmo numerador, determinar a maior.
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações). Representação figural e numérica.
Conceitos/propriedades	Frações no contexto contínuo. Comparação de frações com numeradores comuns. Propriedade: dadas duas frações com numeradores iguais, será maior a de menor denominador.
Procedimentos	(a)  (b) $\frac{2}{3} = 20$; $\frac{2}{5} = 12$; $20 > 12$; $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$. (c) Dadas duas frações com numeradores iguais, será maior a de menor denominador.
Argumentos	Conceito de fração e a aplicação da propriedade.

Fonte: a pesquisa.

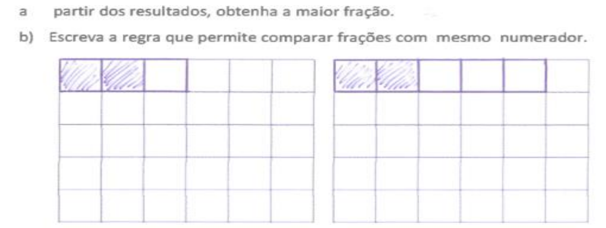
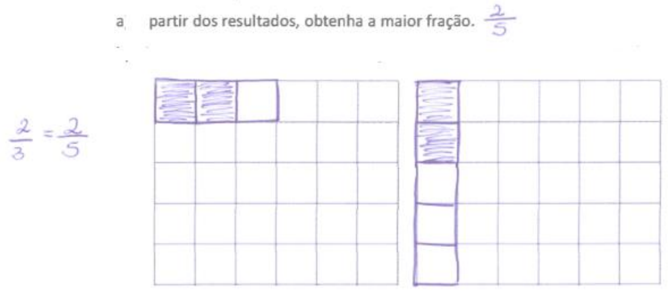
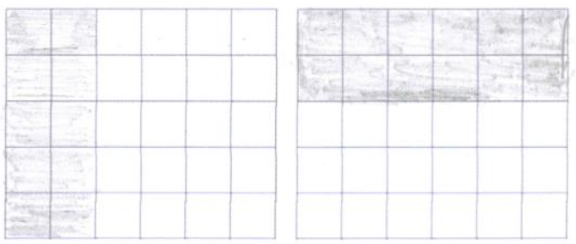
O procedimento para a letra (a), apresentado na Figura 62, não é único desde que, na primeira malha, sejam pintados 20 quadradinhos e, na segunda, 12. No entanto, a partir do procedimento pretendido em (a), no conhecimento especializado do conteúdo, pode-se inferir possíveis conflitos semióticos relacionados à conversão numérica em figural.

- Análise cognitiva

As Professoras MB1, MD1, MP8 e MP9 pintaram, corretamente, a malha, de acordo com as frações indicadas, apontando a fração $\frac{2}{3}$ como sendo a maior, mas somente MB1 escreveu a propriedade que compara duas frações de mesmo numerador. A Professora NP1 representou, de maneira correta, a fração $\frac{2}{3}$, não preenchendo a segunda malha referente a $\frac{2}{5}$. Na escola, NP1 justificou que visualizou, na primeira malha, três colunas no sentido vertical, conseguindo representar a primeira fração, mas não teve a mesma percepção na segunda malha, para a fração $\frac{2}{5}$. Nos encontros com o Pequeno Grupo, foram feitas reflexões sobre a representação figural e a numérica, bem como a conversão entre elas. Já a Professora MM1 não resolveu a tarefa.

O quadro da Figura 63 apresenta conflitos semióticos presentes na tarefa 5, oriundos da conversão do registro numérico para o registro figural.

Figura 63 - Conflitos semióticos presentes na tarefa 5

Professora	Solução equivocada
MP4	
NP4	
MF1	

Fonte: a pesquisa.

As Professoras MP4 e NP4 representaram, de forma semelhante e equivocada, as duas frações. No Pequeno Grupo, essas docentes confirmaram a falta do entendimento de que a tarefa pedia frações de toda a malha e não em uma parte da malha. Além disso, NP4 respondeu, erroneamente, que $\frac{2}{5}$ é a maior fração. No Pequeno Grupo, NP4 argumentou: “Como $\frac{2}{5}$ ocupou, na malha, uma área maior, pensei que fosse maior do que $\frac{2}{3}$" (NP4). A partir da manifestação da Professora, foi possível perceber o equívoco entre a região ocupada pelo todo (3 ou 5) e a preenchida, somente, pela parte (2), levando a docente a considerar $\frac{2}{5}$ como sendo a maior fração. Além disso, observou-se, também, que as professoras apresentaram maior dificuldade de representação figural quando o número de partes do inteiro (do todo), na figura, não coincide com o denominador da fração.

Com relação ao procedimento de MF1, percebeu-se que, em cada malha, pintou duas colunas e duas linhas, tendo em vista o numerador 2. No entanto, deu certo para a segunda malha relativa à fração $\frac{2}{5}$, não acontecendo o mesmo na primeira malha, referente à fração $\frac{2}{3}$.

Godino e Neto (2013) reforçam a necessidade das diferentes representações em processos de ensino e aprendizagem. Dessa forma, considerando-se a idéia dos autores, os itens das tarefas, cujos percentuais relacionados às respostas corretas não atingiram 50%, os equívocos presentes na representação figural, as dificuldades, não só em comparar frações, mas, também, em transitar livremente entre os diferentes tipos de representação, pode-se inferir, que esse grupo apresenta baixa idoneidade epistêmico-cognitiva para a Atividade II, tarefa 5.

6.3.3 Análise epistêmica e cognitiva da Atividade III – Estudo de Frações e Números Decimais

A Atividade III (Apêndice E) foi resolvida por 13 professoras no sétimo encontro de formação continuada. Contou com 4 tarefas e teve por objetivo buscar um *feedback* em problemas no contexto discreto, além de tratar de questões relativas a tipos de fração e subtração de frações, enfatizando as diversas formas de representação (linguagem natural, numérica e figural), bem como a conversão entre elas, conforme sugere Godino e Neto (2013), como uma das condições favoráveis para que se tenha alta idoneidade epistêmica.

Apenas a tarefa 1 da referida Atividade foi analisada, com a seguinte variável para análise: situação-problema sobre frações com significado parte-todo, num contexto discreto.

6.3.3.1 Atividade III – Estudo de Frações e Números Decimais tarefa 1

A tarefa 1da Atividade III contempla uma situação-problema envolvendo frações com significado parte-todo, dividida em dois itens, (a) e (b). O primeiro item, comum de ser trabalhado, pede a fração de um todo. Já o segundo, relaciona uma fração com uma quantidade e pede o todo (inteiro). A Figura 64 apresenta a referida tarefa.

Figura 64 - Atividade III, tarefa1

Resolva os problemas da tabela abaixo.

(a) Num total de 12 alunos, $\frac{3}{4}$ foram aprovados num exame. Quantos foram aprovados?	
(b) Uma classe aprovou $\frac{3}{4}$ dos seus alunos, o equivalente a 12 alunos. Quantos fizeram o exame?	

Fonte: a pesquisa.

- Indicadores quantitativos

A Tabela 11 apresenta os números relacionados às respostas corretas e não corretas da Atividade III, tarefa 1.

Tabela 11 - Indicadores quantitativos da Atividade III, tarefa 1

<table>
<tr><th rowspan="2">Itens da Questão</th><th colspan="3">Respostas Corretas</th><th colspan="2">Respostas não Corretas</th><th colspan="2">Não Apresentaram Solução</th><th colspan="2">Total</th></tr>
<tr><th colspan="2">Frequência</th><th>%</th><th>Frequência</th><th>%</th><th>Frequência</th><th>%</th><th>Frequência</th><th>%</th></tr>
<tr><td>(a)</td><td colspan="2">12</td><td>92,3</td><td>1</td><td>7,7</td><td>0</td><td>0</td><td>13</td><td>100</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(b)</td><td rowspan="2">8</td><td>Solução por Fração (1)</td><td>7,7</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">30,8</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">7,7</td><td rowspan="2">13</td><td rowspan="2">100</td></tr>
<tr><td>Solução por Proporção (7)</td><td>53,8</td></tr>
</table>

Fonte: a pesquisa.

A partir da observação dos dados da Tabela 11, pode-se inferir que as professoras tiveram noção de como calcular a fração de um todo, pois quase a totalidade do grupo resolveu o item (a) da tarefa de forma correta. Já no item (b), quando a fração se referia a uma parte, sendo pedido o número que representa o todo (inteiro), o índice de tarefas corretas foi bem menor. Embora problema semelhante já tivesse sido trabalhado e discutido pelas professoras, observou-se que 30% do grupo ainda apresenta dificuldades nesse tipo de abordagem no conteúdo de frações. No entanto, considerando tarefa similar apresentada na seção 6.4.1.4, na qual o percentual entre respostas não corretas e sem solução foi de 76,2%, observa-se que esse quantitativo reduziu a 38 %, o que evidencia que o produzido na formação agregou conhecimentos às professoras. Para essa tarefa, também foram utilizados dois procedimentos: conceito de fração e proporção.

- Análise epistêmica

O item (b) da tarefa aqui apresentada é análogo à situação-problema da Atividade I, tarefa 4, relatada na seção 6.4.1.4. Mesmo com conhecimento comum do conteúdo, já destacado em seções anteriores, as professoras do grupo formativo e investigativo alegam ainda ter alguma dificuldade com frações no contexto discreto, quando o problema pede para calcular o inteiro a partir de uma fração dada. A Professora MP4 manifestou, em um dos encontros na escola, o quanto se sentia insegura para tratar desse assunto. Do mesmo modo, a Professora MP9 ressaltou que apresentou as duas respostas iguais em (a) e (b), pois usou diretamente o algoritmo, fazendo o mesmo cálculo para os dois exercícios. Na oportunidade, o grupo interagiu entre si e com a pesquisadora, de modo a sanar possíveis dúvidas.

Ressalta-se, aqui, a relevância de levar o processo formativo ao ambiente escolar, o que encontra respaldo em Imbernón (2010). Se, por um lado, considera-se significativo o processo de formação continuada acontecer fora da escola, justificado pela interação com outras realidades escolares, por outro, o convívio direto e particularizado do professor formador, no espaço da docência, proporciona certo grau de confiança e raro constrangimento em expor e dirimir dúvidas.

Apresentam-se, na Figura 65, os objetos primários que compreendem esse conhecimento, os quais possibilitam elucidar os objetivos pretendidos.

Figura 65 - Análise epistêmica da Atividade III tarefa 1

Componentes	**Indicadores**
Situação-Problema	(a) Calcular $\frac{3}{4}$ de 12. (b) Calcular o todo, quando $\frac{3}{4}$ = 12.
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações e números inteiros).
Conceitos/propriedades	Conceito de fração. Significado parte-todo. Contexto discreto.
Procedimentos	$(a)\,\frac{3}{4}$ de 12 = 12 ÷ 4 = 3 equivalente a $\frac{1}{4}$ 3 x 3 = 9 equivalente a $\frac{3}{4}$. (b) $\frac{3}{4}$ equivale a 12 alunos $\frac{1}{4}$ equivale a 4 alunos $\}$ 12 ÷ 3 $\frac{4}{4}$ equivale a 16 alunos $\}$ 4 x 4
Argumentos	(a) Calcular a parte de um todo. (b) Calcular o todo.

Fonte: a pesquisa

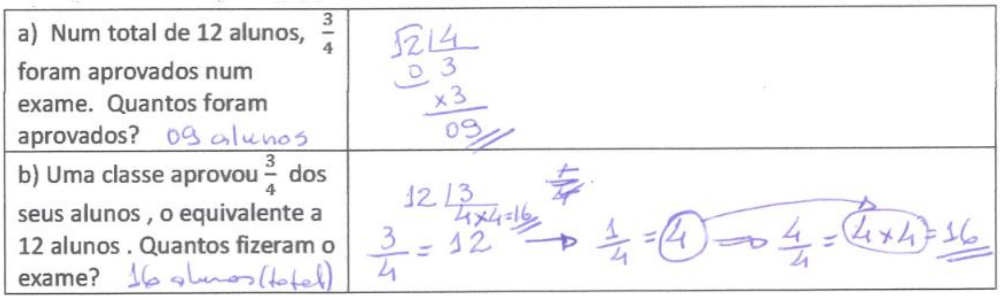
Destaca-se, ainda, a forma de solução do item (b) da referida tarefa. Pouco mais de 50% buscam a proporção para responder a questão, como na tarefa 4 da Atividade I, caracterizando o conhecimento especializado do conteúdo, conforme ressalta Godino (2009, 2011).

- Análise cognitiva

O item (a) da Atividade III, tarefa 1, foi resolvido por 12 professoras, utilizando o procedimento, conforme se apresenta na Figura 66. A professora MP8, que não acertou esse item, colocou como resposta 3, sem apresentar nenhum cálculo. É possível que tenha calculado $\frac{1}{4}$ de 12, deixando o exercício de forma incompleta.

Já o item (b) foi desenvolvido, utilizando o conceito de frações, somente, pela Professora MD1. A Figura 66 apresenta o procedimento de MD1 nos itens (a) e (b) da tarefa.

Figura 66 - Atividade III, tarefa 1, desenvolvida corretamente

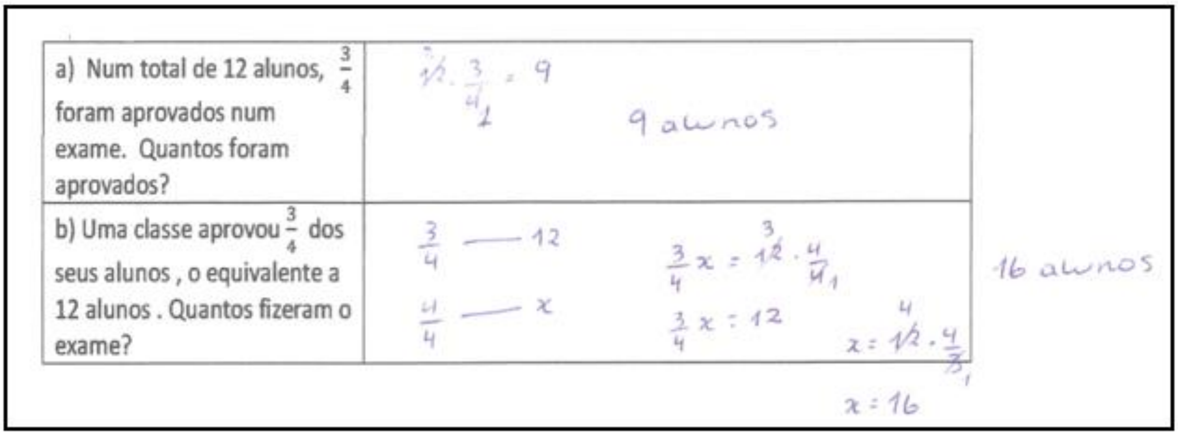


a) Num total de 12 alunos, $\frac{3}{4}$ foram aprovados num exame. Quantos foram aprovados? 09 alunos	$12 \lfloor 4$ 0 3 x3 09
b) Uma classe aprovou $\frac{3}{4}$ dos seus alunos, o equivalente a 12 alunos. Quantos fizeram o exame? 16 alunos (total)	$12 \lfloor 3$ 4x4=16 $\frac{3}{4} = 12 \rightarrow \frac{1}{4} = 4 \rightarrow \frac{4}{4} = 4 \times 4 = 16$

Fonte: a pesquisa.

Nos itens (a) e (b) da referida tarefa, MD1 utiliza linguagem numérica e as operações de divisão e multiplicação. Já as demais professoras que responderam corretamente à tarefa fizeram-na por cálculo de proporção A Figura 67 apresenta o desenvolvimento do problema, utilizando o conceito de proporção no item (b).

Figura 67 - Atividade III, tarefa 1, item (b) desenvolvido por proporção



a) Num total de 12 alunos, $\frac{3}{4}$ foram aprovados num exame. Quantos foram aprovados?	$\cancel{12} \cdot \frac{3}{\cancel{4}_1} = 9$ 9 alunos
b) Uma classe aprovou $\frac{3}{4}$ dos seus alunos, o equivalente a 12 alunos. Quantos fizeram o exame?	$\frac{3}{4}$ — 12; $\frac{4}{4}$ — x; $\frac{3}{4}x = 12 \cdot \frac{4}{4}$; $\frac{3}{4}x = 12$; $x = 12 \cdot \frac{4}{3}$; $x = 16$

16 alunos

Fonte: a pesquisa.

O procedimento apresentado, na Figura 67, envolve a noção de proporção, sendo desenvolvido por MP4 de forma correta. A professora utilizou linguagem numérica, uma variável, aplicou a propriedade da proporção e, utilizando o processo multiplicativo, resolveu a equação. Porém, reitera-se, aqui, que esse não deve ser um procedimento para ser aplicado a alunos de 5º ano, pois, além do estudo de proporção ocorrer somente a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, pondera-se estar em pauta a noção de fração, nesse caso, a relação parte-todo.

As quatro professoras que não tiveram êxito na solução (MB1, MP1, MP8, MP9) colocaram respostas aleatórias, com pouca ou nenhuma possibilidade de identificação de conflito semiótico. Assim, com base nos dados obtidos a partir do Instrumento Exploratório de Investigação, referente à Atividade III e pela apreciação das respostas, pode-se concluir que esse grupo apresentou média idoneidade epistêmico-cognitiva. O item (b) dessa tarefa corresponde à Atividade I, tarefa 4, e o percentual de acertos elevou-se de 23,8% para 61,5%.

6.3.4 Análise epistêmica e cognitiva da Atividade IV – Estudo de Frações e Números Decimais

A Atividade IV (Apêndice F) foi aplicada ao grupo que fez parte do processo formativo e investigativo, no penúltimo encontro, que, na oportunidade, contava com 15 professoras. Essa última atividade contemplou 6 tarefas, que incluíram subtração de números decimais, noção de porcentagem, frações no contexto discreto, fração como operador e conversão de representação figural para numérica.

Destaca-se, para este trabalho, duas tarefas com as seguintes variáveis para análise:

- Tarefa 1 - Subtração de números decimais e a transformação de número decimal em fração decimal;
- Tarefa 2 - Cálculo de porcentagem, utilizando fração decimal.

6.3.4.1 Análise epistêmica e cognitiva da Atividade IV – Estudo de Frações e Números Decimais tarefa 1

A Atividade IV, tarefa 1, teve por objetivo comparar números decimais, a subtração entre o maior e o menor e transformar a solução obtida em número decimal, em fração decimal. A ideia trabalhada era a de realização de cálculos com números decimais, a partir da transformação em frações decimais. A Figura 68 apresenta a referida tarefa.

Figura 68 - Atividade IV, tarefa 1

O quadro abaixo mostra a variação do valor do Dólar Americano em relação ao Real Brasileiro, no período de 24 a 29 de setembro de 2015. Fonte: Disponível em: http://pt.exchangerates.org.uk/historico/USD-BRL.html (adaptado)

24/09	1 US$ = R$ 3,96	27/09	1 US$ = R$ 3,97
25/09	1 US$ = R$ 3,97	28/09	1 US$ = R$ 4,08
26/09	1 US$ = R$ 3,98	29/09	1 US$ = R$ 4,05

a) Determine a diferença entre o maior valor e o menor valor do Dólar Americano, no período considerado.
b) Determine essa diferença em forma de fração irredutível.

Fonte: a pesquisa.

- Indicadores quantitativos

A Tabela 12 apresenta os números relacionados a acertos e erros referentes aos itens (a) e (b) da Atividade IV, tarefa 1.

Tabela 12 - Indicadores quantitativos da Atividade IV, tarefa 1

Itens da Questão	Respostas Corretas		Respostas não Corretas		Não Apresentaram Solução		Total	
	Frequência	**%**	**Frequência**	**%**	**Frequência**	**%**	**Frequência**	**%**
(a)	11	73,3	4	26,7	0	0	15	100
(b)	5	33,3	9	60	1	6,7	15	100

Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados da Tabela 12, pode-se inferir que no item (a), aproximadamente, 75% do grupo efetuou a subtração com números decimais, sendo que no item (b), quando foi solicitada a representação do mesmo valor em linguagem numérica fracionária e não mais decimal, somente em torno de 35% realizou a tarefa com correção.

- Análise epistêmica

Os dados da Tabela 12 possibilitam inferir que as professoras participantes da investigação apresentam dificuldades quando as tarefas estabelecem relação entre o registro numérico fracionário e o decimal. Embora a tarefa apresentada seja do nível de ensino que as docentes atuam, podendo ser considerado que as mesmas têm o conhecimento comum do conteúdo, 66,7% do grupo, considerando que não responderam corretamente ao item (b) e as que não resolveram esse item da tarefa, não transitaram de uma representação numérica decimal para uma representação numérica fracionária. Quanto ao conhecimento especializado do conteúdo, a Figura 69 apresenta os componentes e indicadores que possibilitam definir os objetivos pretendidos na referida tarefa.

Figura 69 - Análise epistêmica da Atividade IV tarefa 1

COMPONENTES	INDICADORES
Situação-Problema	(a) Dados seis números decimais, identificar o maior, o menor e efetuar a subtração entre eles. (b) Representar o resultado obtido em (a) em forma de fração irredutível.
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações e número decimal)
Conceitos/propriedades	Números decimais. Comparação de números decimais. Subtração de números decimais. Transformação de número decimal em fração decimal irredutível. Fração irredutível.
Procedimentos	(a) Maior valor – menor valor = 4,08 – 3,96 = 0,12 (b) 0,12 $=\frac{12}{100}=\frac{3}{25}$
Argumentos	(a) É maior o decimal que tem maior parte inteira. Se as partes inteiras são iguais é maior, o que tem maior parte decimal. Se a parte inteira e os décimos são iguais em dois números, é maior aquele que tem maior parte centesimal. (b) Todo número decimal pode ser escrito em forma de fração decimal.

Fonte: a pesquisa.

A partir dos objetos primários pretendidos, é possível inferir possíveis conflitos semióticos.

- Análise cognitiva

As professoras que acertaram o item (a) da tarefa 1 utilizaram a representação numérica (número decimal) e determinaram a diferença entre os dois números que indicaram o maior e o menor valor do Dólar Americano. Os erros que se apresentaram em (a) originaram-se do equívoco em reconhecer o maior e o menor valor do Dólar. O quadro da Figura 70 mostra os conflitos semióticos das 4 professoras.

Figura 70 - Conflitos semióticos presentes no item (a) da Atividade IV, tarefa 1

Professora	**Conflito Semiótico**		
	Maior valor	Menor valor	Diferença
ML1, MP1, MP9	4,05	3,96	0,09
MH1	4,08	4,05	0,03

Fonte: a pesquisa.

O erro apresentado por ML1, MP1 e MP9 foi justificado por MP9, no encontro na escola, ressaltando que o mesmo ocorreu porque tomaram, por engano, R$ 4,05 como maior valor da moeda americana, em reais, por ser esse número referente à última data da tabela. Quanto ao equívoco da Professora MH1, entende-se que tomou o maior e menor valor da moeda americana, mas os valores dos dois últimos dias.

No que se refere ao item (b), as 4 docentes que não resolveram, de forma correta, o item (a), deixaram de fazer, também, em (b). Já entre as professoras que acertaram o item (a), MD1 e NP1, colocaram como resposta em (b) $\frac{12}{100}$, sem simplificar a fração, até torná-la irredutível, como foi solicitado na tarefa, sendo considerada como incorreta e as Professoras MB1, MC1 e NP4 escreveram a fração decimal $\frac{12}{10}$, para associar ao número decimal 0,12.

Dessa forma, diante de dificuldades apresentadas no conhecimento relacionado à representação numérica, passar da forma decimal para a fracionária, considera-se, a partir do aporte teórico de Godino e Neto (2013), baixa idoneidade epistêmico-cognitiva. Os autores apontam que o professor não pode ficar engessado a um tipo de representação e que as situações-problema não sejam resolvidas de uma única forma, com o que se concorda.

6.3.4.2 Análise epistêmica e cognitiva da Atividade IV – Estudo de Frações e Números Decimais, tarefa 2

Na Atividade IV, tarefa 2, buscou-se, com o grupo de professoras que, via de regra, dizem ter dificuldades em porcentagens, calcular percentuais a partir de frações decimais, tendo essas frações o significado de operador (transformador). A Figura 71 apresenta a referida tarefa.

Figura 71 - Atividade IV, tarefa 2

(a) Que fração ou frações representa (m) 80%?

(b) Calcule 80% de 15, utilizando o percentual como fração.

Fonte: a pesquisa.

- Indicadores quantitativos

A Tabela 13 apresenta os números relacionados a acertos e erros referentes às questões (a), (b) da Atividade IV, tarefa 2.

Tabela 13 - Indicadores quantitativos da Atividade IV, tarefa 2

Itens da Questão	**Respostas Corretas**		**Respostas não Corretas**		**Não Apresentaram Solução**		**Total**	
	Frequência	**%**	**Frequência**	**%**	**Frequência**	**%**	**Frequência**	**%**
(a)	7	46,7	0	0	8	53,3	15	100
(b)	6	40	4	26,7	5	33,3	15	100

Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados apresentados, considera-se que o objeto matemático porcentagem não é de domínio desse grupo de professoras, pois um quantitativo inferior a 50% acertou os itens (a) e (b). A relação que se tentou buscar do percentual, com sua fração equivalente, toma por base Llinares e Sánchez (1988), os quais apontam o significado de fração como porcentagem, estabelecendo uma relação entre conjuntos de *x* partes de um todo de cem. Assim, o percentual de *x*% é uma forma de expressão da fração decimal $\frac{x}{100}$.

- Análise Epistêmica

Por ocasião da abordagem do objeto matemático porcentagem, no oitavo e nono encontros do processo formativo, professoras do grupo admitiram não ensinar, no 5º ano do Ensino Fundamental, tal conteúdo. A alegação das docentes é de que a forma de resolução de situações-problemas envolvendo porcentagens ocorre mediante o uso de proporção, que não é assunto para esse nível de ensino. Assim, foi preocupação da pesquisadora, enquanto professora formadora, abordar o estudo de porcentagem, a partir de frações decimais, com o uso do material montessoriano.

O quadro da Figura 72 apresenta a configuração de objetos primários relacionados à tarefa 2 da Atividade IV.

Figura 72 - Análise epistêmica da Atividade IV, tarefa 2

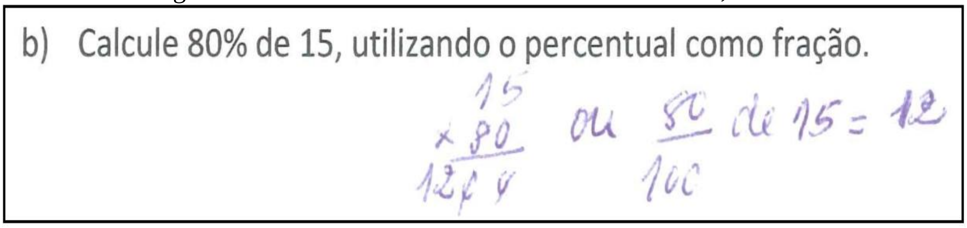
Componentes	**Indicadores**
Situação-Problema	(a) Representar 80% em forma de fração. (b) Calcular 80% de 15.
Elementos linguísticos	Linguagem natural. Linguagem numérica (frações, porcentagem)
Conceitos/propriedades	Porcentagem como fração decimal. Significado de fração como operador. Simplificação de frações.
Procedimentos	(a) 80% $= \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ (b) 80% de 15 = $\frac{4}{5}$ de 15= 12.
Argumentos	Utilizar a fração decimal para resolver situações-problema com porcentagens.

Fonte: a pesquisa.

- Análise cognitiva

As Professoras do Grande Grupo, as quais resolveram, corretamente, a tarefa 2, o fizeram considerando 80% igual a $\frac{80}{100}$ e, no item (b), utilizaram o significado da fração como operador. Usaram linguagem numérica (fração e porcentagem) e o processo multiplicativo, sem representação figural. A Figura 73 apresenta o procedimento de solução da Professora MM1.

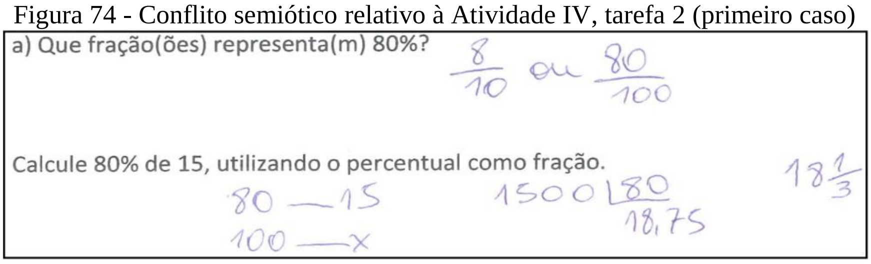
Figura 73 - Procedimento relacionado à Atividade IV, tarefa 2



Fonte: a pesquisa.

Nos procedimentos de solução da referida tarefa, pode-se observar conflitos semióticos. O primeiro apresenta-se na Figura 74, na qual a Professora MB1, mesmo com o enunciado da tarefa solicitando o uso de fração como operador, tenta resolvê-la por proporção. No seu procedimento, utiliza linguagem numérica, variável e o processo multiplicativo, não chegando à resposta correta, por equívoco na relação entre as partes, tendo considerado que o quantitativo 15 correspondia a 80%. Observa-se, ainda, a partir da solução apresentada, um equívoco ao representar 0,75 em forma de fração, fazendo-o corresponder a $\frac{1}{3}$.

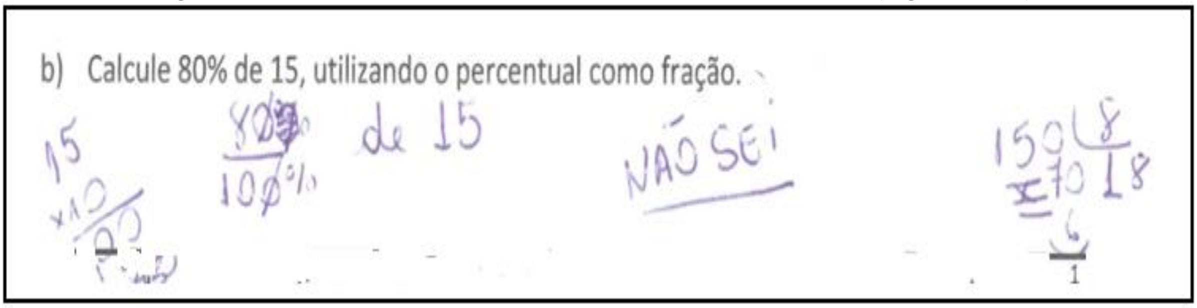
Figura 74 - Conflito semiótico relativo à Atividade IV, tarefa 2 (primeiro caso)



Fonte: a pesquisa.

Já a Figura 75 mostra outro tipo de conflito, pois a Professora MC1 inicia a tarefa, fazendo $\frac{80}{100}$ de 15, mas troca a ordem das operações de multiplicação e divisão, isto é, multiplica 15 por 100 e divide por 80. É possível inferir que tenha percebido o erro, quando encontrou como resposta 18, que é um valor maior do que15. Talvez por isso tenha usado a expressão "NÃO SEI". Entende-se que as professoras sabem resolver os exercícios, de forma algoritmizada, com escassa noção entre o cálculo que está sendo feito e o motivo pelo qual isso acontece. Dessa forma, tendem a confundir a ordem e quais operações devam ser feitas.

Figura 75 - Conflito semiótico relacionado à Atividade IV, tarefa 2 (segundo caso)



Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados obtidos para análise da tarefa 2, pode-se inferir que é baixa a idoneidade epistêmico-cognitiva apontada pelo grupo na referida tarefa. Isso pode ser justificado pelos baixos percentuais de acertos nos itens (a) e (b).

Considerando o conjunto das 10 tarefas analisadas, 70% delas apresentam baixa idoneidade epistêmico-cognitiva, o que possibilita inferir que esse grupo de professoras apresenta lacunas relacionadas ao conhecimento do conteúdo de frações e números decimais,

6.4 ANÁLISE INTERACIONAL

A presente seção tem por objetivo a análise interacional, que trata da interação docente-discente, segundo o aporte teórico de Godino (2009, 2011), por meio do componente que está relacionado à apresentação adequada do conteúdo, destacando se o professor enfatiza os conceitos-chave de forma clara e organizada. Os dados advindos para essa análise procedem das observações em sala de aula e do material de anotações dos alunos (cadernos), cujas partes estão apresentadas no Anexo B.

Para análise da idoneidade interacional, considerou-se pertinente tomar as variáveis que já tinham sido analisadas nas tarefas das Atividades I, II, III e IV, dentro da idoneidade epistêmico-cognitiva, a saber:

- conceito de fração;
- relação parte-todo, num contexto contínuo;
- linguagem figural para identificar as frações e associar à respectiva representação numérica;
- relação parte-todo de uma fração num contexto discreto;
- relação parte-todo de uma fração num contexto contínuo, a partir de um operador;
- frações equivalentes.

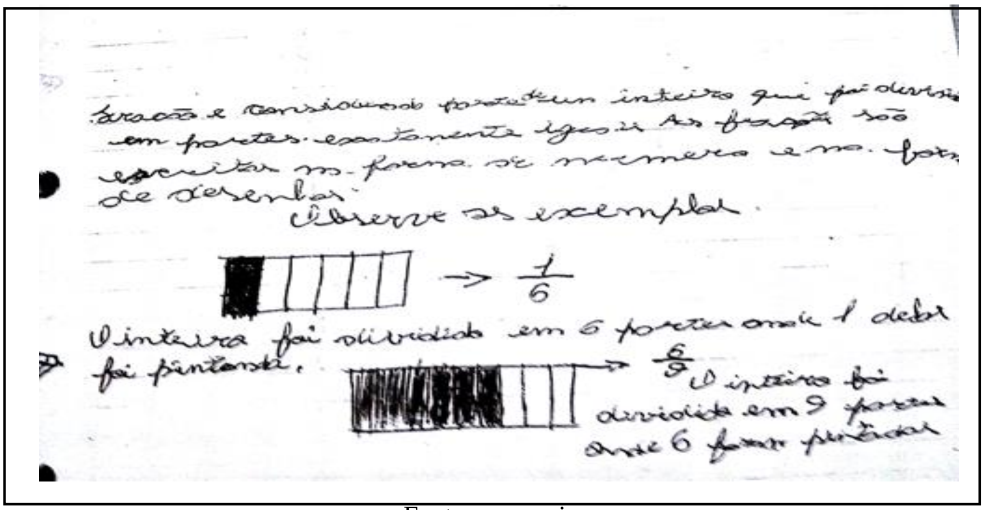
Ressalta-se que o conhecimento dos conteúdos: ordem das frações com mesmo numerador, subtração de números decimais, transformação de número decimal em fração decimal e o cálculo de porcentagem, utilizando fração decimal, foi analisado na seção 6.4, mas essas variáveis não seram avaliadas aqui.

Reitera-se que quatro professoras fizeram parte do processo formativo e investigativo na escola, duas de 4º ano e duas de 5º ano. O conteúdo de frações no 4º ano é abordado no final do último trimestre, sendo tratadas, apenas, noções básicas. Dessa forma, entende-se que, para as análises neste trabalho, se apresentam, somente, as atividades docentes de 5º ano, as quais relacionam-se às professoras MP4 e MP9. Assim, no que segue será analisada a idoneidade interacional que foi organizada a partir do conjunto de variáveis já tomadas como foco de análise neste trabalho, considerando-se as variáveis disponíveis no material discente e na observação em sala de aula.

- Conceito de fração

A primeira variável para análise é o conceito de fração apresentado por MP4 e MP9 nas salas de 5º ano do Ensino Fundamental. A Figura 76 mostra o conceito de fração abordado pela Professora MP4, tomado do material discente.

Figura 76 - Conceito de fração pela Professora MP4

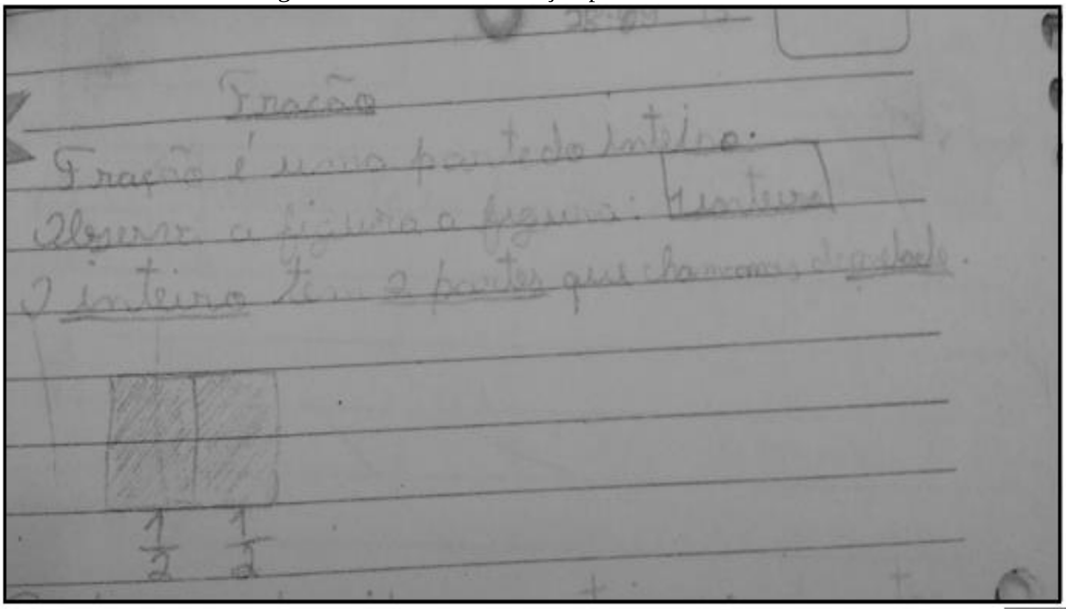


Fonte: a pesquisa.

A professora utilizou a linguagem figural e a numérica, fazendo exercícios relacionados à conversão entre elas. Inicialmente, trabalhou frações próprias com representações figurais retangulares e circulares, que são as habitualmente apresentadas aos alunos.

Já a professora MP9 conceituou fração como “uma parte de um inteiro”, exemplificando com o inteiro dividido em duas partes, chamadas metades. A Figura 77 apresenta como MP9 conceituou fração, em sala de aula, sendo que o registro foi tomado do caderno dos alunos.

Figura 77 - Conceito de fração pela Professora MP9



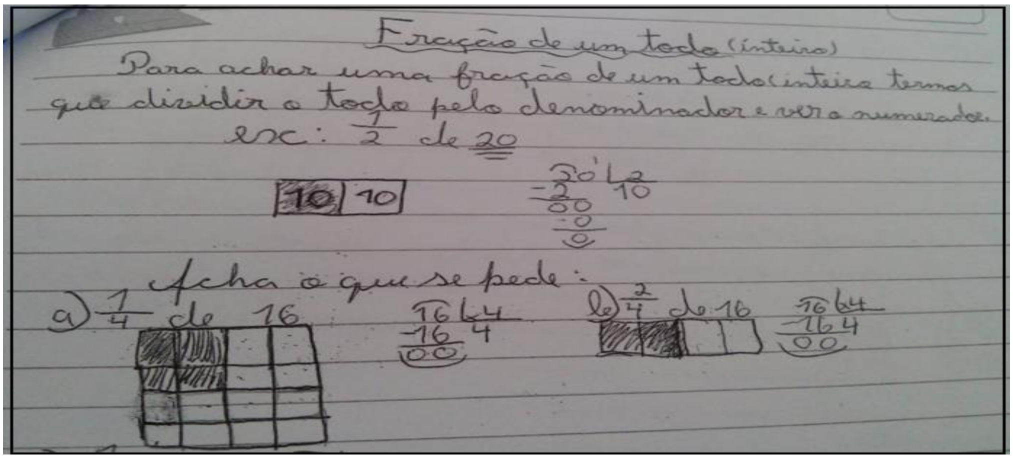
Fonte: a pesquisa.

Embora a metade seja uma das duas partes iguais de um todo, considera-se pertinente que fosse destacado que o inteiro pode ser dividido em duas ou mais partes iguais, com exemplos de distintas situações. Esse conceito, indicado por MP9, permite entender as dificuldades que os professores apresentam quando tem que definir fração, já observado, na Atividade I tarefa1.

- Relação parte-todo, num contexto contínuo

A Figura 78 mostra a situação-problema que a Professora MP4 apresentou, em sala de aula, para a abordagem de fração com significado parte de um todo, num contexto contínuo.

Figura 78 - Frações com significado parte-todo, num contexto contínuo, por MP4

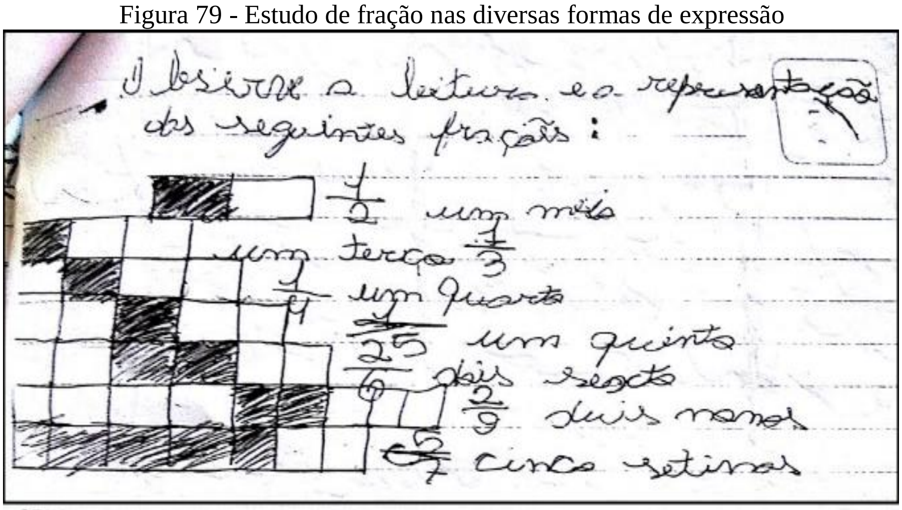


Fonte: a pesquisa.

A partir da Figura 78, é possível inferir que a Professora MP4 utiliza, no procedimento, linguagem numérica (frações e números inteiros) e linguagem figural. No exemplo, entende-se que a docente considerou o conhecimento prévio do aluno, a noção de metade, advindo do 4º ano. Como solicitou $\frac{1}{2}$ de 20, desenhou o retângulo, dividiu em duas partes, sendo que cada uma delas contém o valor correspondente a 10 unidades (quociente da divisão 20 por 2). Já no primeiro exercício, a professora, que solicitou $\frac{1}{4}$ de 16, não utilizou o mesmo raciocínio do exemplo, representando a região retangular dividida em 16 partes (inteiro) e pintando 4 delas. Entende-se que para essa questão, a professora poderia ter usado outros valores, pois 4 refere-se tanto ao divisor quanto ao quociente, o que pode conduzir o aluno a equívocos. No segundo exercício, foi pedido $\frac{2}{4}$ de 16 e a professora procedeu como no exemplo, dividindo o retângulo em 4 partes. Assim, o aluno achou 4 como quociente. No entanto, foram pintadas duas partes, mas o aluno não tem escrito que as duas juntas valem 8 (4 + 4).

A Figura 79 apresenta uma tarefa de aula da Professora MP4, a qual trata da conversão entre as diferentes formas de expressão: figural, numérica e a utilização da linguagem natural.

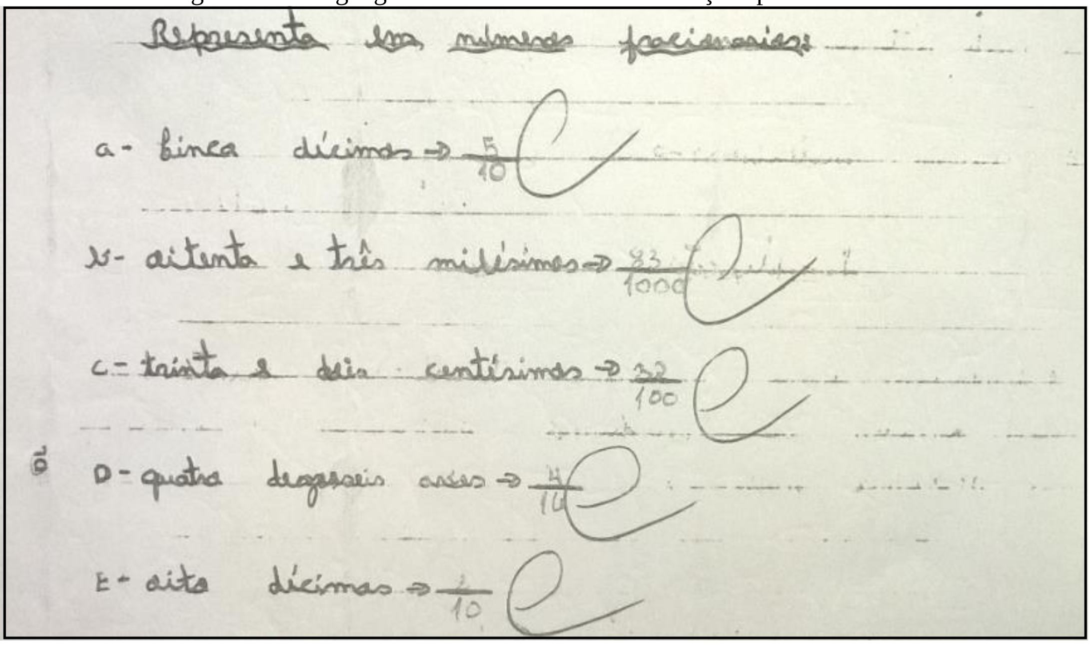
Figura 79 - Estudo de fração nas diversas formas de expressão



Fonte: a pesquisa.

A Professora MP4 transitou por diferentes formas de representação de fração. Esse é um aspecto que Godino e Neto (2013) consideram relevante para elevar a idoneidade epistêmica e a interacional. Embora possa haver o empenho das professoras na utilização das diversas formas de linguagem, pode-se observar, em sala de aula, dificuldades na expressão oral, quando os alunos têm que se referir a frações, potências, raízes, ou outros objetos matemáticos. Quanto à Professora MP9, abordou, também, formas distintas de representar as frações, conforme apresentado na Figura 80, considerando a linguagem natural e a numérica (frações).

Figura 80 – Linguagem natural e numérica das frações por MP9

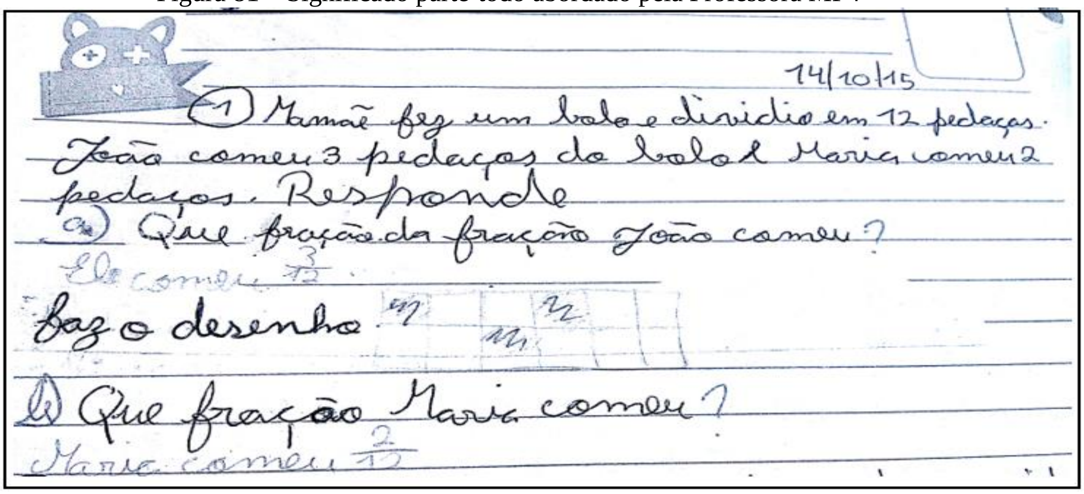


Fonte: a pesquisa.

- Significado parte-todo num contexto contínuo

A Professora MP4 fez referência a um bolo dividido em 12 pedaços, no qual tomou, primeiramente, $\frac{3}{12}$ e, posteriormente $\frac{2}{12}$, totalizando $\frac{5}{12}$. A Figura 81 traz a situação-problema proposta por MP4.

Figura 81 – Significado parte-todo abordado pela Professora MP4



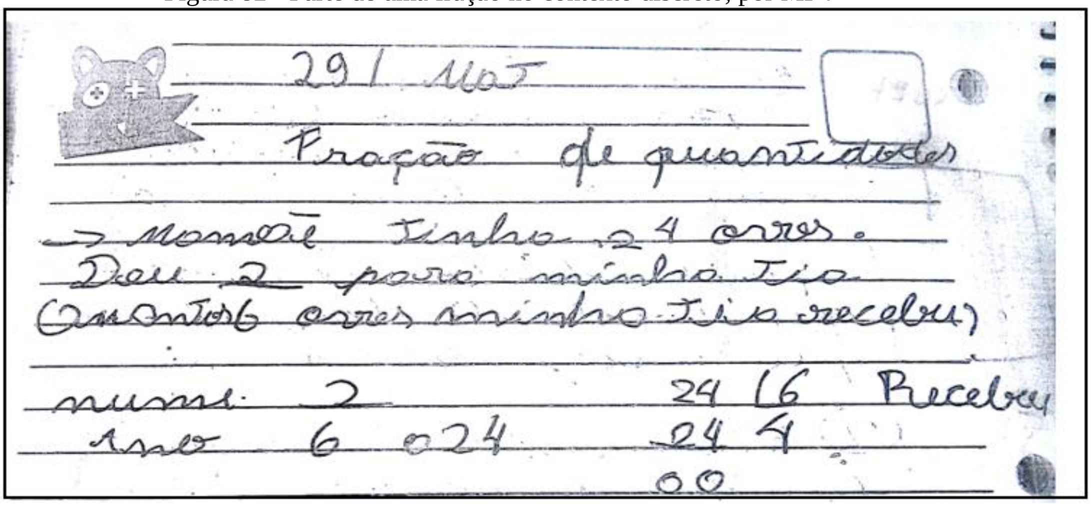
Fonte: a pesquisa.

A Professora MP4 utilizou linguagem figural, numérica e natural. O problema apontou a divisão do bolo em 12 pedaços, mas não indicou que essas partes são iguais, o que já tinha aparecido fortemente nas atividades desenvolvidas no processo de formação. Embora, na definição, a professora tenha destacado a divisão em partes iguais, ao apresentar a situação-problema, não destacou a igualdade das partes. Observa-se que MP4 dá ênfase à representação figural, principalmente, na apresentação do conteúdo. Um aspecto positivo a ser considerado relaciona-se à pintura das partes do inteiro, que não foi feita na sequência dos quadradinhos, quebrando um modelo tradicionalmente usado.

- Relação parte-todo de uma fração num contexto discreto

A Professora MP4 manifestou que se sentia pouco à vontade para abordar frações no contexto discreto. Na época, nos encontros formativos na escola, buscou-se trocar experiências com o grupo, criando-se situações-problema, mas MP4 problematizou, em sala de aula, somente situações que solicitassem a parte de um inteiro, como na Atividade III, tarefa 1 (a). Essa situação corrobora o que já fora inferido na tarefa 4 da Atividade I e na tarefa 1 (b) da Atividade III, as quais as professoras tiveram dificuldades de resolver, tendo em vista que as mesmas tinham por objetivo calcular o todo, a partir da relação estabelecida entre a fração e o respectivo número inteiro. A Figura 82 apresenta a aula na qual MP4 tratou de "Fração de quantidades", que é o estudo de frações no contexto discreto.

Figura 82 - Parte de uma fração no contexto discreto, por MP4

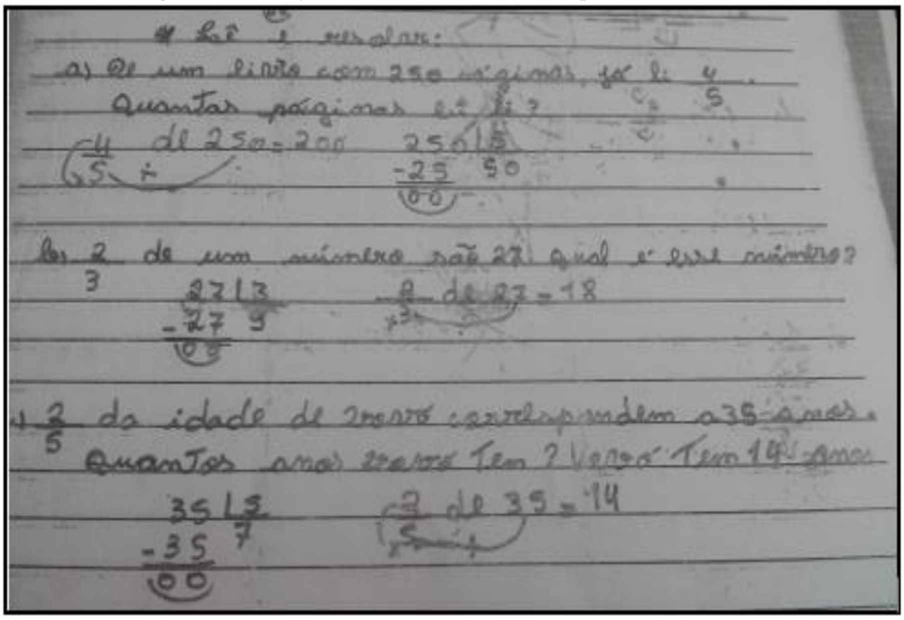


Fonte: a pesquisa.

A partir do exposto na Figura 82, pode-se inferir que a professora utilizou linguagem natural, numérica (frações e números inteiros), além de operações de multiplicação e divisão. Pode-se observar que MP4 utilizou o algoritmo "divide e multiplica", conforme referido na análise epistêmica da Atividade I, tarefa 4.

Já a Professora MP9 fez referência às duas formas de pergunta: o cálculo da parte de um inteiro e, a partir do número relacionado à parte, a quantidade equivalente do todo. No entanto, encontra-se, no material de um dos alunos, conflitos semióticos nos itens b) e c) do exercício. A Figura 83 apresenta tais problemas matemáticos, envolvendo frações no contexto discreto, estudados em sala de aula.

Figura 83 - Frações no contexto discreto, por MP9



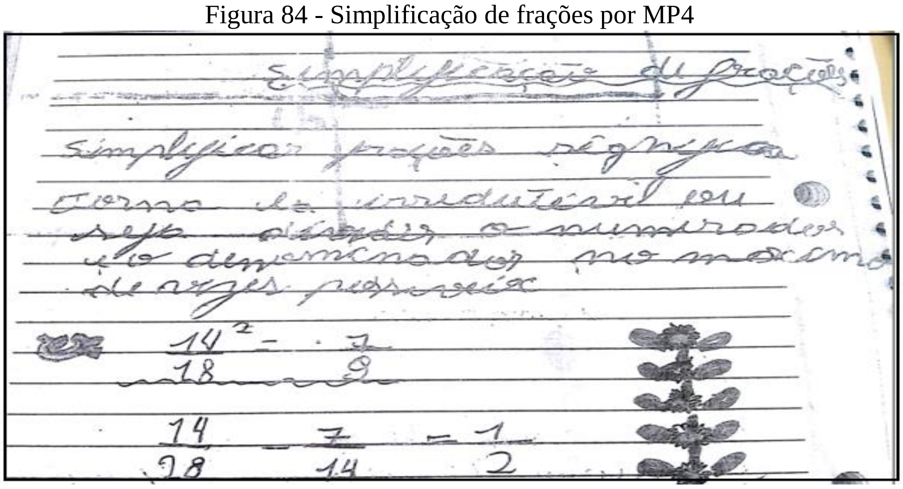
Fonte: a pesquisa.

O problema a) da aluna da Professora MP9 está correto e a forma de solução que sempre é apresentada é a divisão pelo denominador da fração e o resultado multiplicado pelo numerador. Entretanto, como já enfatizado na Atividade I, tarefa 4, aponta-se para o perigo do uso do algoritmo sem o devido entendimento de cada etapa do desenvolvimento do problema. Isso é destacado nos itens b) e c) do referido exercício, com procedimentos equivocados que conduziram à solução do problema de forma incorreta. No item c), a aluna concluiu, de forma equivocada, que a vovó possui 14 anos.

- Frações equivalentes

A Professora MP4 abordou a simplificação de frações, a partir de divisões sucessivas por números primos. A Figura 84 apresenta a abordagem da professora.

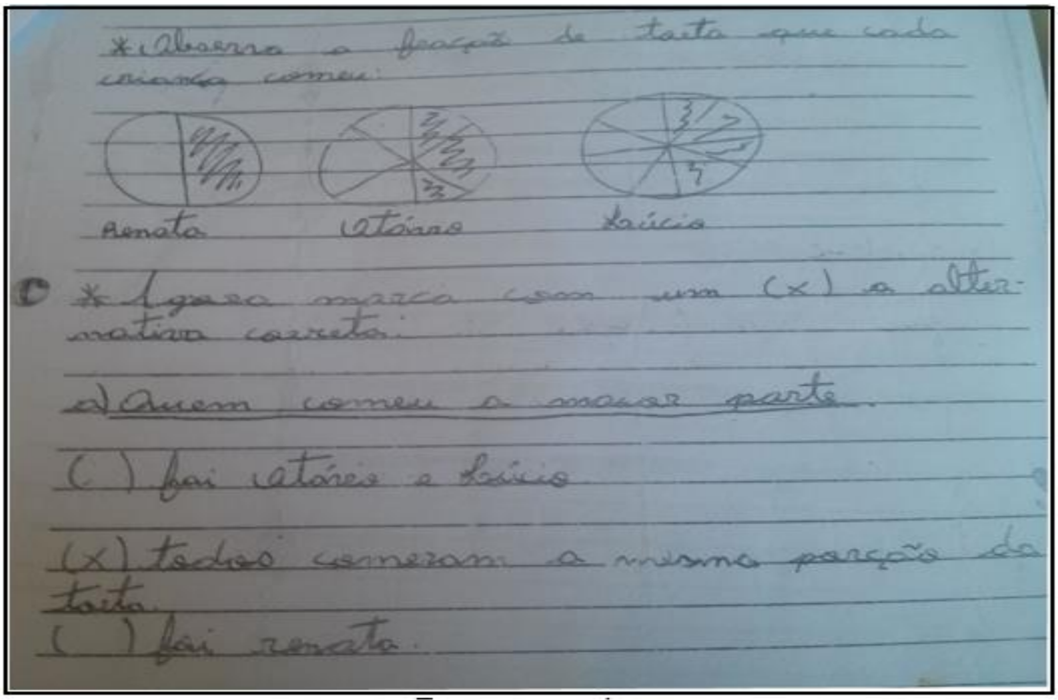
Figura 84 - Simplificação de frações por MP4



Fonte: a pesquisa.

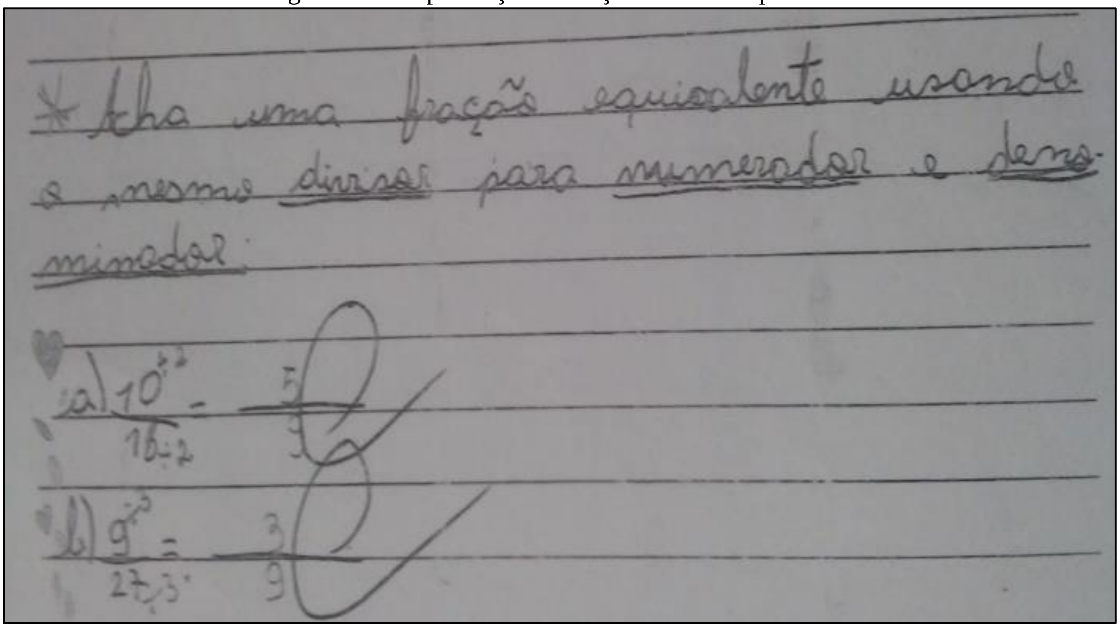
A partir das observações, em sala de aula, e do material discente, foi possível constatar que a Professora MP4 utilizou mais a representação figural na apresentação dos temas relativos à fração do que MP9. No entanto, para o estudo de frações equivalentes, MP9, além do uso de recurso manipulativo, apresentou, em sala, exercícios na linguagem figural e numérica. As Figuras 85 e 86 apresentam os exercícios abordados por MP9 para o estudo de frações equivalentes.

Figura 85 - Frações equivalentes abordadas por MP9



Fonte: a pesquisa.

Figura 86 -Simplificação de frações abordada por MP9



Fonte: a pesquisa.

A Professora MP9 utilizou a representação figural, para mostrar as frações equivalentes $\frac{1}{2}, \frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ (Figura 85) e, posteriormente, a simplificação de fração (Figura 86), para determinar a fração equivalente à primeira, apoiando-se na forma de expressão numérica (frações).

Assim, considerando o material dos alunos utilizado para análise interacional e as observações feitas pela pesquisadora, em sala de aula, é possível inferir que MP4 e MP9 abordaram o conteúdo de frações de forma adequada. No entanto, MP4 utilizou as representações figurais para introduzir a maioria dos temas, o que não aconteceu com tanta frequência com MP9. Com relação ao conceito de frações, MP9 não mostrou clareza, uma vez que não destacou a divisão em partes iguais, exatamente como ocorreu na Atividade I tarefa 1. Ainda com relação à Professora MP9, ficou o registro equivocado no caderno da aluna, no exercício relacionado à fração como parte de um todo, no contexto discreto, o que contribuiu para baixar a idoneidade interacional.

Também foi possível observar que as professoras MP4 e MP9, quando utilizaram a representação figural, o fizeram para frações próprias, não havendo, em nenhum dos registros dos alunos, frações impróprias e aparentes representadas graficamente. Mesmo diante de algumas dificuldades apontadas, é possível inferir que MP4 e MP9 apresentam média idoneidade interacional na abordagem do conteúdo de frações em sua prática docente.

6.5 ANÁLISE MEDIACIONAL

A idoneidade mediacional, para a qual se direciona esta seção, determina o grau de disponibilidade e adequação dos recursos didáticos, sendo o uso de materiais manipulativos e tecnologias digitais, um dos fatores determinantes nessa idoneidade, de acordo com Godino (2009). Para o autor, nessa idoneidade é possível identificar se os professores usam materiais manipulativos e tecnológicos digitais que permitem introduzir boas situações, linguagens, procedimento, argumentações, adaptadas ao conteúdo pretendido. A seguir, serão apresentados dados e análises referente ao Instrumento de Investigação Mediacional (Apêndice G).

A primeira pergunta do referido instrumento busca a manifestação das professoras quanto à utilização de recursos manipulativos ou jogos em sala de aula, o que é apresentado na Tabela 14.

Tabela 14 - Indicadores quantitativos relacionados ao uso de recursos manipulativos

Opções de Respostas	Frequência	%
Sua escola possui esses materiais e você utiliza sempre que possível.	13	61,9
Sua escola possui esses materiais, mas você não utiliza porque.......	8	38,1
Sua escola não possui esses materiais.	0	0,0
Total	21	100

Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados da Tabela 14, pode-se perceber que 38% das professoras que participaram da investigação ainda não utilizam os recursos manipulativos disponíveis nas suas escolas, nas atividades em sala de aula. No entanto, destaca-se, novamente, a relevância dos materiais manipulativos como mediadores no processo de ensino e aprendizagem, pois "[...] funcionam como meios de expressão, exploração e cálculo no trabalho matemático"[41] (GODINO; BATANERO; FONT, 2004, p. 128, tradução nossa). O quadro da Figura 87 destaca as justificativas para a não utilização dos materiais.

Figura 87 - Indicadores relacionados aos recursos manipulativos

Professoras	Opções de Resposta (Indicadores)
MC1, MP3	Não tem material para todos os alunos.
MP4, MP8	São materiais únicos usados na sala de apoio.
MP5	Tenho dúvidas de como usar.
NP1	Ainda não achei necessário.
NP3	Confecciono os materiais que vou utilizar.
NP4	Dispersa a atenção dos alunos.

Fonte: a pesquisa.

É possível observar, pelas manifestações escritas das professoras apresentadas no quadro da Figura 88, que 38% das professoras do grupo não utilizam materiais manipulativos. No entanto, considera-se positiva a atitude profissional da Professora NP3, quando declara construir os próprios recursos didáticos, independente de ter ou não na escola, embora se reconheça que o professor não pode, e não deve responsabilizar-se sozinho por questões que seriam pertinentes também à escola. Enquanto NP3 confecciona os materiais empregados, NP4 prefere não utilizá-los, buscando não desacomodar os alunos em sala de aula.

Assim, pode-se inferir que a Professora NP3 alinha-se à proposta de Godino, Batanero e Font (2004), os quais apontam a relevância do uso de recursos manipulativos, como forma de propiciar a compreensão dos significados matemáticos para posterior formulação de conceitos e estruturas matemáticas. O fato de a Professora confeccionar os materiais, suprindo sua não disponibilidade na escola, indica a relevância que dá aos mesmos. Já a Professora MP5 ressalta

[41][...] funcionan como médios de expresión, exploración y cálculo em el trabajo matemático.

que tem dúvidas quanto ao uso de recursos manipulativos. Nesse contexto, vê-se a formação continuada como um lugar próprio à reflexão sobre a prática docente, favorecendo a troca de experiências, a inovação e a apropriação, tanto dos conhecimentos matemáticos quanto dos conhecimentos didáticos que favorecem e conduzem o processo de ensino e aprendizagem.

Em relação à disponibilidade e uso de tecnologias digitais, também parte integrante do Instrumento de Investigação Mediacional, questionaram-se as professoras sobre sua utilização na escola, dados esses apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 - Indicadores quantitativos relacionados ao uso de recursos tecnológicos digitais

Opções de Respostas	Frequência	%
Minha escola possui esses materiais e utilizo sempre que possível.	11	52,3
Minha escola possui esses materiais e não utilizo porque.......	9	42,9
Minha escola não possui esses recursos.	1	4,8
Total	21	100

Fonte: a pesquisa.

Godino, Batanero e Font (2004) apontam que o uso de recursos tecnológicos é um meio para enriquecer a aprendizagem matemática, contribuindo para a condução da construção do conhecimento matemático, enfatizando que, em pleno século XXI, o processo de ensino e aprendizagem não deve ficar restrito a quadro e giz ou a práticas que não incluam as tecnologias digitais. No entanto, os autores recomendam que os recursos tecnológicos digitais não devam se constituir em elemento ou situação que venha a trazer dificuldades aos estudantes, que agregados às dificuldades próprias da Matemática, podem não trazer benefícios. Ponderam que esses recursos sejam muito bem selecionados e organizados, direcionados e comprometidos com o desenvolvimento matemático dos alunos. Destacam, também, o fator tempo argumentando que o tempo destinado às aprendizagens matemáticas não seja ainda gasto com a aprendizagem da tecnologia digital.

A partir das ponderações dos autores e dos dados apresentados na Tabela 16, pode-se considerar que, no grupo investigado, quase a metade (47,6%) dos docentes ainda não se abastece dos recursos tecnológicos digitais na sua prática de sala de aula, seja porque a escola não possui laboratório de informática, seja por não ter conhecimentos suficientes para tal, mesmo que a escola disponibilize a tecnologia digital. Assim, no quadro da Figura 88, apresentam-se os motivos apontados pelas dez professoras (a partir da Tabela 16) que não utilizam os recursos tecnológicos digitais em sala de aula.

Figura 88 - Indicadores relacionados aos recursos tecnológicos digitais

Professoras	Opções de Resposta (Indicadores)
MP1, NP2, NP3	Não sei como utilizar.
MD1, MM1, MP9	Há poucos computadores disponíveis na escola.
MC1, MP2, MP3	Computadores em manutenção.
MP5	Minha escola não possui esse recurso.

Fonte: a pesquisa.

A partir das justificativas apresentadas no quadro da Figura 88, pode-se inferir que três professoras, em torno de 14% do grupo, admitem não saber utilizar o recurso tecnológico digital em sala de aula. Nesse contexto, Bittar (2006) aponta que os estudos relacionados à utilização dos recursos tecnológicos digitais ainda são deficientes na formação inicial e pouco eficazes nos processos de formação continuada. A autora ressalta, ainda, que

> [...] a verdadeira integração da tecnologia somente acontecerá quando o professor vivenciar o processo, ou seja, quando a tecnologia representar um instrumento importante de aprendizagem para todos, inclusive, e, sobretudo, para o professor, afinal somos reflexo de nossas experiências (BITTAR, 2006, p.11).

Das dez pessoas do grupo (47,6%) que não utilizam recursos tecnológicos digitais, apenas uma (4,7%) declarou que a escola, que é do meio rural, ainda não tem computadores. Entre as demais que afirmaram ter computadores na escola, 14,3% revelaram não saber usar as máquinas, outras 14,3% afirmaram ter poucos computadores, tendo que aglomerar de três a quatro alunos por equipamento, inviabilizando o trabalho, e o mesmo percentual alegou que a escola possui os materiais digitais, mas estão sempre em manutenção. Nesse aspecto, consideram-se, positivamente, os projetos governamentais relacionados ao provimento de laboratórios de informática. No entanto, tais projetos devem assegurar um número de máquinas que contemplem, efetivamente, as necessidades de cada instituição de ensino. Além disso, devem estar permeados por ações que assegurem a manutenção das máquinas, bem como propostas de desenvolvimento de projetos ou formações voltadas para o uso de recursos digitais.

As professoras responderam, por unanimidade e positivamente, à pergunta relacionada à validade do uso de recursos didáticos em sala de aula. O quadro da Figura 89 apresenta partes das justificativas, as quais servem como indicadores de idoneidade mediacional.

Figura 89 - Justificativas das professoras quanto ao uso de recursos didáticos

Professoras	Manifestações
MB1, MP9, MP10, NP4	Motivar os alunos a executar as tarefas.
MC1, MP1, MP3, MP4, MP5, MP7, MP8	Estimular e facilitar a compreensão dos alunos.
MS1	O aluno assimila melhor quando o lúdico está integrado.
MC1, MD1, MF1, MP2, MP3, NP2	Sem justificativa.

MH1, ML1, MM1	Diminui o tempo para o desenvolvimento do conteúdo, porém os recursos didáticos estimulam e incentivam o aluno à participação das aulas.

Fonte: a pesquisa.

Com base nos quantitativos apresentados nas Tabelas 15 e 16, nas justificativas das professoras e com aporte em Godino e Neto (2013), pode-se inferir que esse grupo de professoras apresenta, ainda, moderada idoneidade mediacional. Fazendo-se referência ao uso de recursos manipulativos pelas professoras pode-se considerar uma idoneidade média, embora no que diga respeito à mediação com o uso de tecnologias digitais, seja possível observar aspectos, como a falta ou a ausência de computadores em condições de trabalho, além da dificuldade no uso de recursos tecnológicos digitais, aspectos que podem baixar a idoneidade mediacional no grupo investigado.

Com relação ao ambiente escolar do Pequeno Grupo, possui duas salas multimídia, uma com quatro computadores, que é mais utilizada por professores em aulas de apoio a alunos com dificuldades de aprendizagem. Já a segunda, tem um computador e um projetor multimídia (*datashow*) que podem ser utilizados por todos os professores, desde que previamente agendado. As professoras desse Pequeno Grupo manifestaram-se dizendo que costumam utilizar a sala em aulas de Ciências ou Estudos Sociais, mas admitiram que raramente o fazem para Matemática.

6.6 SOBRE A EXPERIÊNCIA DO PROFESSOR

Nesta seção, são discutidos e analisados aspectos relacionados à experiência na ação docente. Para tanto, consideram-se componentes e indicadores para análise da experiência das professoras que participaram do processo investigativo, a partir do saber experiencial de Tardif (2000, 2012): o conhecimento proveniente da formação profissional para o exercício do Magistério, o tempo de magistério, a prática na sala de aula e a experiência com alunos e colegas, bem como a experiência advinda dos cursos de formação continuada em Matemática.

A Figura 90 apresenta a primeira pergunta referente à investigação sobre a experiência docente, buscando identificar a opinião das professoras sobre a ordem de relevância relacionada à fonte dos saberes para a prática docente.

Figura 90 - Fonte dos saberes das professoras do grupo de investigação

Dentre os saberes abaixo, os quais contemplam o exercício da profissão docente, indique, em ordem crescente, a ordem de importância dos saberes que contribuem para a sua ação docente, sendo (1) para o mais relevante e (5) para o de menor relevância.

( ) Saberes pessoais do professor (família, ambiente de vida).

( ) Saberes anteriores à formação em nível superior (Ensino Médio)

( ) Saberes provenientes dos livros didáticos

( ) Saberes provenientes da formação profissional para o Magistério. Inclui-se, aqui, o curso de Magistério em nível médio.

( ) Saberes provenientes da própria experiência na profissão, na sala de aula, com seus pares na escola.

Fonte: a pesquisa.

Na Tabela 16, estão dispostas as opções sobre as duas primeiras opções mais relevantes com indicativo do que as professoras consideram como primeira fonte para a segunda.

Tabela 16 - Fontes de saberes das professoras

Escolha 1	Escolha 2	Frequência	%
Saberes provenientes da formação profissional	Saberes provenientes da própria experiência	9	47,2
Saberes provenientes da formação profissional	Saberes provenientes dos livros didáticos	2	10,6
Saberes provenientes da formação profissional	Saberes pessoais	1	5,3
Saberes anteriores à formação profissional	Saberes provenientes da formação profissional	1	5,3
Saberes provenientes da própria experiência	Saberes provenientes dos livros didáticos	2	10,6
Saberes provenientes da própria experiência	Saberes pessoais	4	21
Total	__----	19	100

Fonte: a pesquisa.

Os dados da Tabela 16 evidenciam que 63,1% (linha 1 + linha 2 + linha 3) das professoras que participaram da investigação consideram os saberes provenientes da formação profissional como fonte primeira, na qual buscam subsídios para a prática docente. No que se relaciona à experiência profissional, 31,6% (linha 5 + linha 6) das professoras indicam-na como primeira fonte e quase 50%, como segunda fonte. Assim, é possível inferir que o saber experiencial é reconhecido por essas docentes, como um dos elementos chaves que compõem a ação docente. Somente a Professora MP10, que colocou os saberes anteriores à formação em nível superior e os saberes proveniente da formação para o exercício da docência como primeira e segunda fonte, respectivamente, apontou o saber experiencial como o último aporte para a ação docente, não justificando sua resposta. O quadro da Figura 91 apresenta partes das justificativas do grupo que apontou os saberes provenientes da formação profissional para o exercício da docência como primeira escolha e, como segunda o saber experiencial.

Figura 91 - Quadro de justificativas das professoras relacionadas aos saberes docentes

Professoras	Justificativas
MM1	O curso de Magistério foi de extrema importância. [...].Minha formação em Matemática não contribuiu muito no aspecto de "dar aulas"[grifo da professora]
MP1, MP2, MP3, MP4,MP5	O curso de Magistério foi o meu primeiro saber.
NP4	Precisamos ter uma base (formação) para, junto com a experiência, adquirirmos mais conhecimentos.
MC1, MP11	O curso de Magistério nos dá a base necessária para ingressar na profissão docente.

Fonte: a pesquisa.

Com exceção da Professora NP4, que não possui Magistério em nível médio, as demais professoras consideram essa formação anterior à licenciatura como sendo uma das fontes onde o professor polivalente se abastece para exercer sua profissão docente. Ressalta-se, aqui, a opinião da Professora MM1, quando explica que a formação matemática específica não dá subsídios para o trabalho com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa narrativa vem ao encontro do que apontam Baumann e Bicudo (2010), quando destacam que o professor licenciado em Matemática pode estar munido do conhecimento do conteúdo, mas lhe falta uma das três vertentes apontada por Shulman (1986), o conhecimento pedagógico do conteúdo.

Apresentam-se, na Figura 92, as justificativas relacionadas aos saberes experienciais, os quais foram apontados por 31,5% (Tabela 11) do grupo como sendo a primeira fonte que fornece elementos para o trabalho docente.

Figura 92 - Quadro de justificativas das professoras relacionadas aos saberes experienciais

Professoras	Justificativas
NP2	Acredito que a bagagem cultural e a experiência de sala de aula são os principais pontos para que o professor consiga ter êxito na sala de aula.
MB1, ML1	A experiência na profissão nos faz ter segurança, os outros saberes acrescentam, assim como a formação continuada.
NP1	Os saberes adquiridos na prática são os mais importantes e os livros didáticos auxiliam a recordar conteúdos.
NP6	O saber mais significativo dá-se com a experiência/vivência em sala de aula. A partir daí, o embasamento teórico vem da necessidade de melhorar a prática pedagógica.

Fonte: a pesquisa.

A partir das justificativas apresentadas no quadro da Figura 92, conclui-se que para essas professoras, o saber experiencial é a chave dos saberes, alinhando-se ao ideário de Tardif (2012). Considerando os quadros das Figuras 93 e 94, é possível inferir que as professoras com o código MP (Magistério e Pedagogia) indicaram a formação profissional como fator relevante na ação docente, enquanto que as docentes sem M (Magistério) ou sem P (Pedagogia), no seu código, contemplam o saber experiencial como o centro dos saberes, contornado pelos demais que compõem a atividade docente. Isso fica evidenciado nas narrativas das docentes, quando ressaltam a importância do Magistério (nível médio) na formação dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

6.7 CONSIDERAÇÕES RELACIONADAS À FORMAÇÃO CONTINUADA

O processo formativo e investigativo, aqui apresentado, contou, inicialmente, com a participação de 25 professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Embora essas docentes tenham a formação exigida para o exercício do Magistério, apresentam, em média, no histórico escolar do curso de graduação, não mais do que duas disciplinas voltadas para a Matemática. Esse número não conta a Professora MM1, licenciada em Matemática, e considera MC1, a Professora em curso, que, na época da aplicação do Instrumento de Investigação Inicial, já teria estudado os conteúdos matemáticos.

Diante do contexto da formação inicial, mesmo que se entenda que não é papel da formação continuada preencher lacunas da formação inicial, as professoras chegaram, aos encontros formativos, ansiosas por soluções às problemáticas por elas enfrentadas com relação à abordagem de determinados conteúdos, considerando o que e como ensinar. No entanto, suas dificuldades foram sendo expostas ao longo do processo, quando a pesquisadora/formadora foi ganhando, gradativamente, a confiança de cada uma das participantes. Assim, se por um lado, as docentes discutiram as atividades, foram partícipes do processo, tendo boa vontade em preencher os instrumentos de investigação, trocando experiências no grupo, incluindo-se nesse, a pesquisadora, por outro, demonstraram constrangimento quando convidadas a desenvolver determinada atividade, ou ainda, por vezes, deixaram de entregar as atividades propostas no Instrumento Exploratório de Investigação, alegando que muitas das tarefas estavam em branco porque não lembravam.

Assim, o objetivo desta seção é buscar respostas relacionadas à seguinte pergunta: De que forma as ações desenvolvidas no processo de formação continuada podem contribuir para a prática docente de um grupo de professores que ensina Matemática? A primeira questão buscou o entendimento das professoras em relação a uma possível evasão nos processos formativos. A manifestação das mesmas pode ser vista na Tabela 17.

Tabela 17 - Indicativo de evasão das professoras no processo de formação continuada

Opções de Respostas	Frequência	%
Falta de tempo do professor.	4	23,5
Falta de estímulo do professor.	5	29,4
Falta de liberação na escola.	3	17,6
Assuntos abordados que não interessam.	4	23,5
Outros motivos: “A escola não disponibiliza professores para ficar no lugar (falta substituto)”.	1	6,0
Total	17	100

Fonte: a pesquisa.

Os encontros de formação continuada ocorreram em cinco dias diferentes da semana, em turnos diferentes (manhã ou tarde), ao longo de 2014 e 2015. Essa alternância entre dias e turnos ocorreu, a pedido do grupo, para que não fosse tão prejudicial o afastamento da escola sempre no mesmo horário. Se, por um lado, existe reclamação de que os órgãos governamentais não promovem cursos de formação continuada, por outro, se observa, por vezes, pouco empenho, seja das direções, seja das professoras, no sentido de proporcionar ou manter a assiduidade nos processos formativos.

Com relação à opção de resposta, falta de estímulo do professor em torno de 30% do grupo considera que esse seja um dos motivos para a ausência nos encontros. Nesse aspecto, busca-se a contribuição teórica de Imbernón (2010), que ressalta a necessidade de que o professor reconheça, nos programas formativos, não só o aperfeiçoamento, visando ao ensino e à aprendizagem dos alunos, mas também os benefícios para a própria formação, almejando o seu desenvolvimento profissional.

A falta de tempo do professor também foi marcada por 23,5% do grupo, pois parte das docentes alega trabalhar em diferentes instituições de ensino. Esse fato também colaborou para que 17,6% das professoras mencionassem a falta de liberação, pois a docente vinculada a diferentes escolas enfrenta equipes diretivas com comportamentos distintos, em relação ao afastamento do professor da sala de aula para os programas de formação. Nesse aspecto, a Professora NP2 declarou: “A escola não disponibiliza professores para ficar no lugar (falta substituto)” (NP2).

Nesse contexto, considera-se que a manifestação da professora alinha-se ao pensamento de Imbernón (2010), quando ressalta que “Os gestores da educação, que trabalham com os professores, devem aclarar os objetivos pretendidos com a formação e devem apoiar esforços dos docentes de mudarem suas práticas” (IMBERNÓN, 2010, p. 34). Considera-se relevante o esforço conjunto dos órgãos administrativos, no sentido de organizar parcerias e oferecer programas de formação continuada, das equipes diretivas da escola, incentivando e proporcionando a saída dos professores da sala de aula para esse aprimoramento. Mas também, o próprio professor deve estar motivado e identificar, nos encontros, a possibilidade de momentos de reflexão e possíveis transformações na prática docente.

Outro fator apontado por 23,5% do grupo, como causa de evasão, foi o que está relacionado a assuntos abordados que não interessam. Para esse fator, concorda-se com o posicionamento de Imbernón (2010), quando aponta para necessidade da participação dos professores no planejamento da formação continuada, ressaltando-se que essa foi uma das características do processo formativo que balizou esta investigação. Segundo o autor, as opiniões dadas pelos professores, nos processos formativos, podem conduzir a mudanças em suas crenças e atitudes em relação a tais processos, passando a perceber os benefícios que os mesmos trazem para o trabalho docente.

Na sequência, exibem-se opiniões das professoras do grupo, com relação aos pontos fortes e frágeis do processo de formação continuada.

- Pontos fortes

> "Achei interessante o uso de material dourado, principalmente para as quatro operações. Eu não sabia usá-lo, aprendi aqui e a partir daí utilizo em sala de aula" (MP1).
> "Uso de material dourado, Informática e o conteúdo de Geometria" (MC1).
> "Uso de material dourado e atividades práticas" (MP5).
> "As atividades práticas e a Informática na Matemática" (NP2).
> "Atividades práticas na Geometria" (MS1).
> "Troca de experiências." (MB1).

- Pontos frágeis

> "Sinto necessidade de mais encontros para serem abordados mais conteúdos" (NP3).
> "Como gosto de coisas mais práticas, não gostei muito da parte expositiva" (MP1).
> "Acho que poderia ser realizado, pelo menos, durante o ano inteiro, uma vez ao mês, consolidando um grupo de estudo" (MC1).

Com relação às abordagens relacionadas aos pontos fortes e frágeis do processo formativo, conjectura-se que o professor, quando chega aos encontros de formação continuada, vem em busca do como fazer, de forma a contribuir no processo de ensino e aprendizagem. No entanto, considerando-se as inquietações apontadas pela autora deste trabalho no que diz respeito às dificuldades manifestadas pelas professoras nos processos formativos e as preocupações de Curi (2004, 2005) com relação à escassa formação matemática dos professores polivalentes que ensinam Matemática, ressaltando-se a relevância de a prática ser acompanhada da teoria em tais processos de formação.

Nesse sentido, concorda-se com Gatti (2008), quando aponta para a necessidade de melhorias na formação inicial: "[...] melhorar substantivamente, com insumos adequados e inovações, a formação básica dos professores para todos os níveis e modalidades seria uma política mais condizente para a melhor qualificação dos trabalhadores nas redes de ensino" (GATTI, 2008, p. 69), para que as formações continuadas não fiquem com o encargo de ensinar conteúdos. Porém, considera-se a pertinência e necessidade da formação continuada no sentido apontado por Imbernón (2010), quando destaca que esse é o ambiente que pode contemplar a exploração da teoria, discussões em grupos pequenos e resolução de problemas, práticas, de modo a levar essas questões para a realidade docente.

Com relação ao uso de recursos didáticos, inferiu-se, pela análise mediacional, moderada idoneidade, principalmente, pela pouca utilização dos recursos tecnológicos digitais.

No entanto, pode-se perceber que as professoras participantes da pesquisa citam a informática e o uso de materiais manipulativos como ponto forte na formação continuada, demonstrando interesse por aprender a construção e utilização de tais recursos, de modo a levá-los para a sua prática, o que contribuiria para a melhoria dessa idoneidade.

Na sequência, solicitou-se às professoras que se posicionarem sobre o ensino de frações (conteúdos, dificuldades, métodos, recursos) sugerido para o trabalho na formação continuada.

As manifestações das professoras foram no sentido de destacar dificuldades, não só em relação ao ensino, mas, também, no que se refere ao próprio conhecimento das mesmas sobre o assunto.

> "Acredito que a dificuldade maior em passar o conhecimento do conteúdo de Frações aos alunos é consequência de termos aprendido direto e não com representações. Repassamos da maneira que aprendemos na época da escola e da formação direta que muitos livros didáticos apresentam" (MP4).
> "Eu achava muito difícil, pois não tinha domínio do assunto, sendo auxiliada pelos livros didáticos" (MP2).
> "Mesmo com poucos recursos didáticos, se quisermos, podemos trabalhar com materiais fabricados pelos alunos e professores" (NP4).
> "Considerava difícil porque os alunos precisavam visualizar, mas com as explicações e exercícios práticos, agora tenho como explicar e mostrar para o aluno, de forma mais clara, o conteúdo de Frações" (MC1).

A partir das manifestações das professoras, conjectura-se sobre o conhecimento didático-matemático, no que se refere ao conhecimento de frações. Concorda-se com as Professoras MC1 e MP4, pois foi possível observar que não há fluência nas diferentes formas de representação das frações. O que se percebe é um domínio dos conhecimentos que, por vezes, não chega ao conhecimento comum do conteúdo, o que leva à utilização de fórmulas diretas para as operações com frações, com riscos de equívocos, por não entender o processo de desenvolvimento do algoritmo. Já a Professora NP4 faz referência ao uso de recursos manipulativos, considerando que, mesmo sem a existência de alguns materiais didáticos na escola, é possível serem desenvolvidos por alunos e professores. Ainda com relação ao aspecto mediacional, foi possível observar a interação dentro do grupo e a troca de ideias, no momento que a professora formadora disponibilizou ou construiu determinados materiais manipulativos, no sentido de adaptar e utilizar os mesmos materiais em outros conteúdos, cumprindo, dessa forma, um dos objetivos do processo de formação continuada.

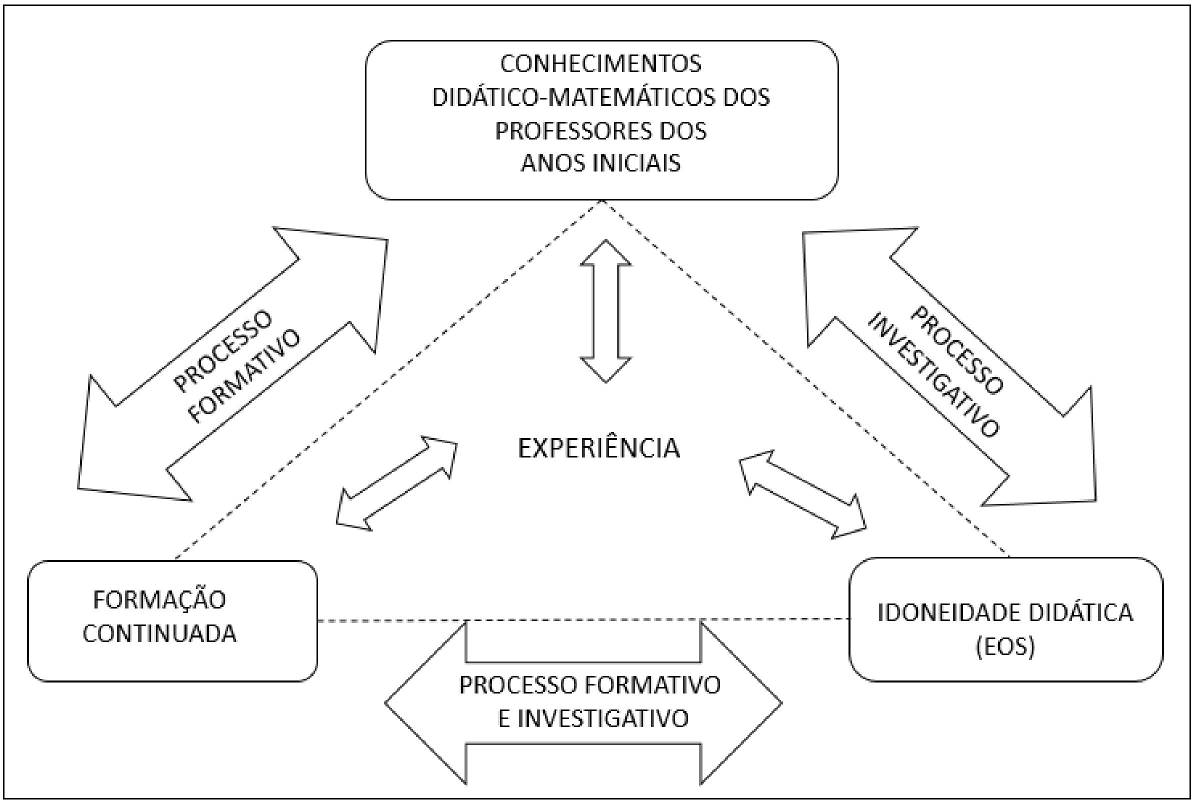
A seguinte seção tem por objetivo consolidar os dados, visando agrupar aspectos relacionados aos conhecimentos didático-matemáticos dos professores que ensinam Matemática às dificuldades apresentadas por esses professores e ao saber experiencial na prática docente.

6.8. CONSOLIDAÇÃO DOS DADOS

O trabalho de pesquisa produzido buscou investigar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública municipal de Pelotas, sendo que a investigação se constituiu a partir de uma proposta de formação continuada que cumpriu dois papéis: o formativo e o investigativo. Para análise e discussão dos dados, foram tomadas as dimensões epistêmica, cognitiva, mediacional e interacional da Idoneidade Didática, sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS). Buscou-se, também, investigar o papel da experiência docente, na constituição dos conhecimentos didático-matemáticos desses professores que, com raras exceções, não têm formação específica na área de Matemática.

Nesse contexto, apresenta-se, aqui, uma síntese que põe em destaque os principais elementos que emergiram da investigação. Assim, apresenta-se, na Figura 93, um esquema que busca articular os elementos considerados relevantes na investigação realizada.

Figura 93 - Articulação dos elementos da pesquisa



Fonte: a autora.

A formação continuada para professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais, a partir da qual a investigação foi produzida, focou não só o conhecimento comum de Matemática, próprio dessas docentes, mas desenvolveu, também, o conhecimento especializado do conteúdo e aspectos didáticos relacionados ao conteúdo desenvolvido. Para Godino *et al* (2013), o conhecimento especializado do conteúdo possui os componentes (linguagem, conceitos, propriedades, procedimentos, argumentos) imbricados ao conhecimento comum e necessários ao ensino da Matemática, mesmo que esse ensino seja destinado aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os componentes indicados, pertinentes ao conhecimento especializado do conteúdo, estão na base da configuração epistêmico-cognitiva da Idoneidade Didática, a qual orientou o trabalho investigativo e o processo formativo, constituindo-se, tanto em ferramenta própria para a análise, como em ferramenta que direciona e possibilita progressos nas atividades docentes.

O trabalho desenvolvido junto às professoras buscou contemplar a formação matemática, integrando o conhecimento do conteúdo à sua didática, o que Godino et al (2013, p.71) consideram como "[...] o construto "conhecimento didático-matemático" que propõe o estudo integrado da Matemática e sua didática na formação de professores [...] "[42] (grifo dos autores, tradução nossa), justificando a relação estabelecida entre o conhecimento didático-matemático do professor que ensina Matemática e a formação continuada.

Assim, a articulação dos elementos – Formação Continuada – Enfoque Ontosemiótico – Conhecimentos didático-matemáticos dos professores dos anos iniciais – permitiu agrupar os dados, análise e discussões em torno do que se consideram aspectos centrais da investigação, no que se refere aos professores que ensinam Matemática: conhecimentos didático-matemáticos, dificuldades apresentadas e a experiência na constituição do conhecimento didático-matemático, os quais passam a ser destacados.

6.8.1 Conhecimentos didático-matemáticos dos professores que ensinam Matemática

As professoras que fizeram parte do processo formativo e investigativo têm, ou Magistério em nível médio, ou Licenciatura em Pedagogia, estando, portanto, aptas a desenvolver suas atividades docentes, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que leva ao entendimento de que estão munidas do conhecimento comum do conteúdo. Nesse contexto, as docentes deveriam ser capazes de resolver, com facilidade, as tarefas propostas, tendo em vista que são pertinentes ao nível de ensino onde atuam. No entanto, mesmo que se tome como referência o conhecimento comum do conteúdo, as atividades desenvolvidas pelas docentes não deixam de utilizar os componentes situação-problema, elementos linguísticos, conceitos e

[42][...] constructo "conocimiento didáctico-matemático" y a proponer el estudio integrado de la matemática y su didáctica en la formación de profesores de matemáticas [...]

propriedades, procedimentos e argumentos, que fazem parte do conhecimento especializado do conteúdo (GODINO *et al*, 2013).

Assim, considerando esses elementos que compõem a configuração de objetos que servem para a análise cognitiva e epistêmica, foi possível constatar que 70% das tarefas apresentaram baixa idoneidade epistêmico-cognitiva, conforme se apresenta no quadro da Figura 94.

Figura 94 – Síntese das tarefas analisadas no capítulo 6

Atividade/ Tarefa	**Variáveis para Análise**	**Acertos (%)**	**Idoneidade epistêmico-cognitva**
Atividade I, tarefa 1	Conceito de fração	33	Baixa
Atividade I, tarefa 2	Significado de fração – divisão não inteira	19	Média
Atividade I, tarefa 3	Conversão da representação figural para a representação numérica	(a) 61,9 (b) 100 (c) 76,2 (d) 19,1	Baixa
Atividade I, tarefa 4	Significado parte de um todo no contexto discreto	23,8	Baixa
Atividade I, tarefa 8	Significado parte de um todo com um operador	(a) 14,3 (b) 23,8	Baixa
Atividade II, tarefa 3	Frações equivalentes	11,1	Média
Atividade II, tarefa 5	Ordem das frações com mesmo numerador	(a) 44,4 (b) 33,3 (c) 11,2	Baixa
Atividade III, tarefa 1	Significado parte de um todo no contexto discreto	(a) 92,3 (b) 61,5	Média
Atividade IV, tarefa1	Subtração de números decimais e transformação de número decimal em fração decimal	(a) 73,3 (b) 33,3	Baixa
Atividade IV, tarefa 8	Transformação de percentual em fração decimal Cálculo de porcentagem por meio de fração decimal	(a) 46,7 (b) 40	Baixa

Fonte: a pesquisa.

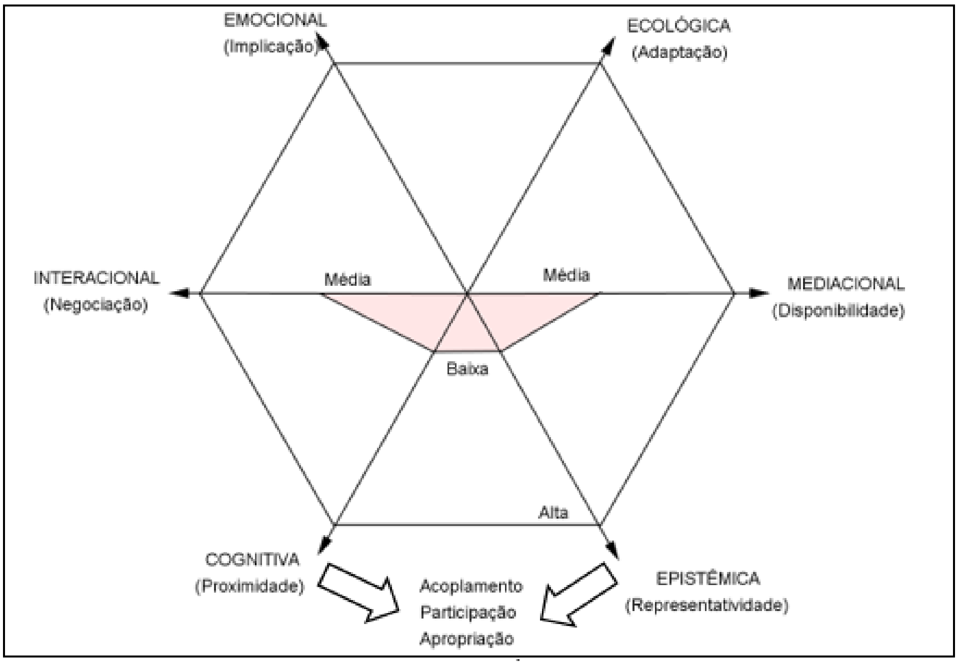
Já na primeira atividade, foi possível perceber que as professoras não tinham bem consolidado o conceito de fração, uma vez que apontavam tratar-se de uma divisão em partes, porém não apontavam para a igualdade dessas partes. Foi possível perceber falta de domínio de conhecimentos em aspectos relacionados às diferentes formas de representações de frações (linguagem natural, figural e numérica), bem como dificuldades em expressar, em linguagem natural, conceitos e propriedades pertinentes a frações. Ficou evidenciada, também, a dificuldade em relacionar números decimais e porcentagens com frações decimais, o que permitiria perceber a utilização de diferentes formas de fazer referência a um mesmo valor ou quantidade a ser utilizado em contextos pertinentes. No que se refere a procedimentos, os mesmos foram utilizados de forma rotineira, o que levou, em muitas situações, à utilização incorreta dos mesmos, ou seja, foi possível perceber que, apesar de dominar um conjunto significativo de procedimentos, os mesmos nem sempre eram acionados de maneira adequada. Relativo à argumentação, identificou-se que, em situações onde a mesma era expressa verbalmente, as professoras demonstravam sentir-se mais à vontade e argumentavam com consistência. Porém, quando convidadas a expressar-se por escrito, na maioria das vezes, optaram por não o fazer, deixando o questionamento sem resposta. Assim, considera-se que os argumentos apontados justificam a indicação de nível baixo para as idoneidades epistêmica e cognitiva.

Em relação à idoneidade mediacional, considerou-se a mesma de grau médio. Embora as professoras tenham declarado que utilizam, com frequência, materiais manipulativos no trabalho com frações e números decimais, foi possível verificar que, com relação à utilização de recursos tecnológicos digitais, o mesmo não ocorre. A maioria das professoras declararam não lançar mão de recursos tecnológicos digitais no trabalho com a Matemática, seja por falta de estrutura nas escolas (inexistência de computadores ou falta de manutenção) seja por falta de domínio na utilização desses recursos. Como, no contexto da Idoneidade Didática, é essencial para uma alta idoneidade mediacional, a presença e utilização de tecnologias digitais, entende-se justificado a atribuição de grau médio para a mesma.

Quanto à análise interacional, reservada ao Pequeno Grupo, considerou-se média idoneidade, justificada pela apresentação de conceitos incompletos, pouca fluência nas representações figurais das frações, ficando restritas à linguagem natural e numérica, principalmente, quando se tratava de frações impróprias e abordagem das operações com frações com base somente em algoritmos.

A Figura 95 apresenta, tomando como referência o polígono regular, o quadrilátero que representa o grau das idoneidades parciais (epistêmica, cognitiva, mediacional, interacional), analisadas neste trabalho.

Figura 95 - Idoneidade Didática do conhecimento didático-matemático em análise



Fonte: a pesquisa.

6.8.2 Dificuldades apresentadas pelos professores que ensinam Matemática

No que se refere às dificuldades relacionadas ao conhecimento do conteúdo, consideram-se as análises da idoneidade cognitiva das professoras do grupo que fez as Atividades I, II, III e IV. O quadro da Figura 96 apresenta as tarefas, cujo somatório do percentual de erros com o percentual de questões sem solução é superior a 50%.

Figura 96 - Questões com maior número de erros ou sem solução na Atividade I

Tarefa	Variável	% de Erros + Sem Solução
1	Conceito de fração.	42,9 + 23,8
2	Relação parte-todo num contexto contínuo.	81 + 0
3(d)	Representação figural e numérica	57,1 + 23,8
4	Relação parte de um todo num contexto discreto.	14,3 + 61,9
5 (quantidade de óleo)	Relação parte-todo num contexto contínuo, modificado por um operador.	47,6 + 38,1
5 (quantidade de fermento)	Relação parte-todo, modificado por um operador.	38,1 + 38,1
Atividade II tarefa 5	Ordem das frações com mesmo numerador.	44,4 + 11,2
		22,3 +44.4
		0 + 88,8
Atividade IV		26,7 + 0

tarefa I	Transformação de número decimal em fração decimal	60+ 6,7
Atividade IV tarefa 2	Cálculo de porcentagem, utilizando fração decimal	0 + 53,3
		26,7 + 33,3

Fonte: a pesquisa.

A primeira dificuldade emergiu da questão que tratava do conceito de fração, o qual a maioria das docentes considerou como uma divisão, repartição, mas nem todas apontaram para a igualdade das partes em que um todo pode estar dividido. Essa problemática ocorreu, também, na tarefa relacionada à forma de representação, na qual se observaram dois equívocos: quando a linguagem figural utilizada não correspondia a uma fração, ou quando estava relacionada à fração imprópria. É possível inferir que o erro relacionado à fração imprópria tenha origem na prática de sala de aula, onde comumente são utilizadas representações figurais de frações próprias em formas retangulares e circulares.

Ainda, no que se refere às formas de representação, encontrou-se pouco conhecimento relacionado à transformação de números decimais e porcentagens em frações decimais. A fluência entre as diversas formas de representação de uma fração, ou ainda, entre as diferentes linguagens numéricas, não é para as docentes do grupo uma tarefa simples. Elas demonstraram dificuldades em perceber o percentual como fração decimal, manifestando não saber trabalhar com porcentagens e, quando o fizeram, utilizam a proporção. A relação porcentagem e número decimal não era bem constituída nesse grupo de professoras.

Considerando-se a tarefa relativa ao conceito e à propriedade de ordem das frações com mesmo numerador, observou-se que as docentes têm dificuldades em enunciar conceitos. Essa afirmativa sustenta-se a partir das observações, em sala de aula, ocasião em que se percebeu que a própria docente necessitava recorrer ao material de apoio para enunciar conceitos e propriedades.

Com relação às operações com frações, observou-se, ainda, que as professoras preferiram usar algoritmos para a solução das tarefas, sem recorrer às representações figurais. No entanto, esse procedimento favoreceu o surgimento de conflitos semióticos nas tarefas que envolviam soma de frações e multiplicação de fração por um número natural, por equívocos com as operações de números naturais.

Quanto às dificuldades relacionadas à utilização de recursos didáticos (idoneidade mediacional), percebeu-se, com relação ao uso de tecnologias digitais, aspectos como ter computadores na escola, mas com pouco acesso, não ter esse recurso, ou ainda, não saber manusear essa ferramenta. Observou-se o que o tempo de formação em nível superior dessas professoras é, via de regra, superior a 10 anos, o que possibilita concluir que as grades curriculares das diferentes licenciaturas não contemplavam o ensino da informática.

Foi possível observar, ao longo do processo formativo e investigativo, que as professoras utilizam, na prática docente, os algoritmos e técnicas de cálculo para a busca de solução das situações-problemas, deixando de lado representações figurais, que poderiam possibilitar a visualização de determinados equívocos.

6.8.3 O saber experiencial na prática docente

A partir de Tardif (2010), buscaram-se componentes da experiência docente que se consideraram relevantes para o conhecimento didático-matemático do professor que ensina Matemática nos anos iniciais:

- conhecimento proveniente da formação profissional para o exercício do magistério;
- tempo de magistério, a prática na sala de aula e a experiência com alunos e colegas;
- cursos de formação continuada em Matemática.

Tomando-se como base o primeiro componente, identificou-se que todos os profissionais que fizeram parte do processo formativo e investigativo têm Magistério e Pedagogia, ou somente Magistério, ou somente Pedagogia, contemplando positivamente esse elemento que compõe a experiência na prática. O segundo componente refere-se ao tempo médio de Magistério do grupo, 12,2 anos. Considera-se que esse dado contribuiu de forma positiva para a composição da experiência na prática docente, tendo em vista que as professoras não são consideradas inexperientes e já tem minimizados os problemas que surgem quando o docente é iniciante na carreira, como a falta de conhecimento do que ensinar e como ensinar, a gestão de sala de aula, entre outros. O terceiro elemento encontrado nesse grupo, considerado como atuante na experiência do professor com influências no conhecimento didático-matemático, foram as formações continuadas em Matemática, por elas realizadas, as quais abastecem a experiência do professor e são providos por ela. A Secretaria Municipal de Educação e Desporto tem a preocupação de proporcionar aos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pelo menos, um encontro formativo anual, no qual os professores, por quatro dias, afastam-se do ambiente escolar e participam do processo formativo. Esse número não é ideal, mas estabelece um compromisso da Secretaria com esses docentes.

CONCLUSÃO

As inquietações relacionadas ao domínio de conhecimentos matemáticos e didáticos de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental instigaram esta pesquisadora a realizar a pesquisa aqui apresentada, a qual teve por objetivo investigar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por um grupo de professores dos anos iniciais, na rede pública municipal de Pelotas, em um processo de formação continuada. Esse ambiente formativo buscou dar voz às docentes participantes, de modo que a escolha dos conteúdos, a estruturação da prioridade de abordagem dos mesmos, nos encontros formativos, bem como os recursos utilizados para tal, fossem estabelecidos de forma conjunta entre as professoras e a pesquisadora. Esse entendimento de processo formativo busca colocar em evidência a importância doprofessor ser partícipe do processo, caracterizando-se como um dos elementos responsáveis pelo êxito na formação continuada, não deixando esse encargo somente para o professor formador.

Os encontros de formação continuada ocorreram em duas fases distintas, uma dentro do ambiente escolar e outra fora. Aponta-se para a necessidade de que as propostas de formação continuada sejam oferecidas, contemplando esses dois aspectos pois, se, por um lado, a formação fora da escola possibilita troca de experiências e reflexões com professores de diferentes realidades, em grupos maiores, heterogêneos, por outro, no ambiente escolar, propicia a proximidade entre o professor formador e os demais, facilitando a comunicação e os questionamentos, além de possibilitar combinação de horários de atividades dos professores com o de formação. A presença do professor formador, na escola, e a proximidade entre os professores tende a fortalecer os grupos que podem organizar-se, buscando uma interação que diminua as presumíveis distâncias entre formador e professores em atuação, de modo que o trabalho conjunto permita, além dos conhecimentos didático-matemáticos, da experiência e da reflexão, que os professores possam assumir o protagonismo frente aos conhecimentos a serem levados para as salas de aula dos anos iniciais.

Embora se considere que os processos formativos não devem ter como principal objetivo preencher lacunas oriundas da formação inicial, entende-se que, em algum momento, o professor precisa ter a oportunidade de melhorar o conhecimento didático-matemático. Isso não minimiza a responsabilidade dos cursos de Licenciatura em Pedagogia, no sentido de dar conta da formação matemática necessária ao professor, para que exerça, de forma idônea, a atividade docente.

Atendendo o objetivo de investigar a formação profissional de um grupo professores que ensina Matemática, nos anos iniciais, do Ensino Fundamental, e que atua nas escolas municipais de Pelotas, região sul do Rio Grande do Sul, pode-se concluir que as docentes tinham, à exceção de duas delas, formação em nível superior. Além disso, todas cumpriam a exigência mínima para o exercício da docência nos anos iniciais, isto é, ou tinham formação em Magistério (nível médio), ou eram licenciadas em Pedagogia.

Do ambiente de formação vieram os dados que possibilitaram constatar as dificuldades nos conhecimentos didático-matemáticos dessas professoras, no campo de frações e números decimais, por elas definidos como conteúdo prioritário a ser tratado ao longo dos encontros formativos. Mesmo com a devida formação, foi possível inferir baixa idoneidade epistêmico-cognitiva, relacionada às tarefas que tratavam dos conteúdos citados anteriormente. As dificuldades foram detectadas pelos conflitos semióticos presentes na idoneidade cognitiva, os quais se caracterizam pelos equívocos que podem emergir da solução de uma tarefa matemática e acabam por justificar o erro. Essas constatações corroboram as preocupações de Curi (2004) e Nacarato, Passos e Carvalho (2008), entre outros pesquisadores, com relação ao conhecimento do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em se tratando dos conhecimentos didáticos, foram apontados com média idoneidade mediacional, principalmente pelo pouco uso das tecnologias digitais. Constatou-se que boa parte das escolas são desprovidas de recursos tecnológicos digitais e, quando existem, falta manutenção das máquinas. Além disso, verificou-se a ocorrência de cursos de formação continuada ofertado e que não utilizam as tecnologias digitais, ficando laboratórios cheios de computadores ociosos, servindo, apenas, para contabilizar o número de escolas munidas de tal recurso.

Para a realização deste trabalho, buscaram-se, no Enfoque Ontosemiótico, as ferramentas necessárias para as análises do conhecimento didático-matemático que, segundo Godino (2009, 2012), podem ser usadas pelos professores para análise e reflexão da própria prática. Aponta-se para a importância de uma articulação entre esses construtos e a visão dos saberes docentes apontados por Tardif (2012), o que leva a propor a utilização conjunta do guia para propostas de atividades ou avaliação de atividades sobre o conhecimento didático matemático do professor (GODINO, 2009, 2012), tomado como uma ferramenta de análise, com uma ferramenta similar, criada a partir do ideário de Tardif (2012). Dessa forma, considera-se o conhecimento proveniente da própria experiência do professor como elemento relevante na prática docente, devendo estar presente sempre que forem colocados os conhecimentos dos professores.

Assim, fazendo-se referência às ideias de Tardif (2012), considera-se que a experiência docente está presente ou pode se manifestar em cada um dos componentes das idoneidades apontadas por Godino (2009, 2011). Em termos da ação docente do professor que ensina Matemática nos anos iniciais, busca-se uma visão que contemple tanto os elementos da Idoneidade Didática quanto aspectos dos saberes experienciais do professor.

Como dificuldades no processo formativo e investigativo, aponta-se a evasão das professoras durante os encontros de formação continuada. Tais ausências foram justificadas por situações que possibilitaram inferir que os gestores na escola não apresentam comprometimento com as formações continuadas, impossibilitando a saída do professor da sala de aula. Outro aspecto a ser considerado está relacionado à resistência das professoras em devolver o Instrumento Exploratório de Investigação, após respondidas as tarefas, mesmo que as identificações tenham ocorridas por senhas. Considera-se essa atitude como forma de não se expor a constrangimentos pelas questões sem respostas ou com respostas incorretas.

Assim, entende-se que este trabalho de pesquisa deu respostas às inquietações com relação aos conhecimentos didático-matemáticos dos professores dos anos iniciais, consideradas no início da investigação. Entretanto, a investigação também abriu espaço a reflexões que encaminham novas questões de pesquisa direcionadas a um aprofundamento de aspectos relacionados ao conhecimento didático-matemático dos professores, que se mostrou, às vezes, incompleto e escasso em relação aos conteúdos abordados.

Por esse motivo, julga-se pertinente que, cada vez mais, se façam pesquisas com foco de investigação na formação de professores dos anos iniciais, para que esse tema ganhe força junto aos pesquisadores e os resultados advindos possam influenciar na estruturação dos cursos que licenciam esses docentes.

REFERÊNCIAS

AKÉ. Lilia P. **Una Aproximación al Razonamiento Algebraico Elemental desde el Marco del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento Matemático.** Tesis de Fin de Máster. Departamento de Didáctica de La Matemática. Universidade de Granada, 2010. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Lilia_Ake_TFM_2010.pdf> Acesso em: 13 out. 2015.

ANDRADE, Luísa Silva; KAIBER, Carmen Teresa. Orientações Curriculares para a Matemática no Ensino Médio: uma Análise sob o Enfoque Ontossemiótico. **Acta Scientiae**. Canoas, v.16, n. 4. Ed. Especial, 2014. P. 61-8.

AYRES Jr., Frank. **Álgebra Moderna.** Trad**.** Mario Carvalho de Matos. São Paulo: Editora McGraw-Hill do Brasil, s/d.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education.** v. 59, n. 5, 2008. p. 389-407. Disponível em: <http://harringtonmath.com/wp-content/ uploads/2013/11/ Content-knowledge-for-teachers.pdf.> Acesso em: 15 fev. 2014.

BAUMANN, Ana Paula Purcina; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Cursos de Pedagogia e de Matemática formando professores de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental: em busca de uma compreensão. **Zetetiké** – Cempem – FE – UNICAMP, v. 18 n. 34, jul/dez, 2010. Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/ zetetike/article/view/2820/2477i.> Acesso em: 27 mar 2013.

BITTAR, Marilena. FREITAS, José Luiz Magalhães de. **Fundamentos e metodologia para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2 ed. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005. 267 p.

BITTAR, Marilena. Possibilidades e Dificuldades da Incorporação do uso de Softwares na Aprendizagem da Matemática. Um Estudo de Caso: O Software Aplusix. **Anais do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.** Águas de Lindóia. São Paulo, out 2006.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação.** Trad. de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORTOLOTTO, Angela G.; ANDREAZZA, Marlês Stela S.. **Matemática de 1ª a 4ª series**: uma abordagem metodológica. 2 ed. Caxias do Sul: EDUCS, 1991. 152 p.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União.** Brasília, ANO CXXXIV, n. 248, 23 dez. 1996, 289 p. Disponível em: <http://www.in.gov.br/visualiza/index.jsp?jornal=1&pagina=1&data=23/12/1996>. Acesso em: 26 mar. 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais/Secretaria de Educação Fundamental.

Brasília: MEC/SEF, 1997a. 126p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf> Acesso em: 04 set. 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: 1997b. 142 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> Acesso em 04 set. 2012.

BRASIL. Resolução CNE/CP n. 1/99, de 30 de setembro de 1999. Dispõe sobre os Institutos Superiores de Educação, considerados os Art. 62 e 63 da Lei 9.394/96 e o Art. 9', § 2, alíneas "c" e "h" da Lei 4.024/61, com a redação dada pela Lei 9.131/95. **Diário Oficial da União**. Brasília, 7 out.1999a. Seção 1, p. 50. Disponível em: <http://www.in.gov.br/visualiza/index.jsp?data=07/10/1999&jornal=1&pagina=94&totalArquivos=116> . Acesso em: 27 mar. 2013.

BRASIL. **Referenciais para Formação de Professores.** Secretaria da Educação Fundamental. Ministério da Educação. Brasília. A Secretaria, 1999b.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Rede Nacional de Formação Continuada de Professores.** Brasília, 2004. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=86&id=231&option=com_content&view=articl> Acesso em: 01 abr. 2013.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n. 1 de 15 de maio de 2006. **Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Graduação em Pedagogia**, **Licenciatura**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_06.pdf> . Acesso em: 19 maio 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento : Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental : matemática .** Ed. rev. e ampl. Incluindo SAEB/Prova Brasil matriz de referência. Brasília, 2008. 308 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12616&Itemid=842>. Acesso em: 01 abr. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Estudo exploratório sobre o professor brasileiro com base nos resultados do Censo Escolar da Educação Básica 2007**. Brasília: INEP, 2009. 65 p. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/download/censo/2009/Estudo_Professor_1.pdf.> Acesso em 30 mar. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação – PNE 2011 – 2020 –.** Brasília, 2010. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&id=16478&Itemid=1107>. Acesso em: 05 abr. 2013

BRASIl. Secretaria da Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: formação do professor alfabetizador: caderno de apresentação. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2012. 40 p. Disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/Formacao/Apresentacao%20MIOLO.pdf. >Acesso em: 15 maio 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estatística e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Diretoria de Estatísticas Educacionais. **Sinopse Estatística da Educação Básica 2014**. Brasília: INEP, 2014a. Disponível em: <portal.inep.gov.br//básica-censo-escolar-sinopse-sinopse> Acesso em: 04 abr 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Apresentação. Alfabetização Matemática. Brasília: MEC, SEB, 2014b. 72 p.

BREDA, Adriana; FONT, Vicenç; LIMA, Valderez Marina do Rosário. A noção de Idoneidade Didática e seu uso na formação de professores de Matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática.** 2015. Disponível em: <http://pgsskroton.com.br/seer/index.php/jieem/article/view/2364/2874> . Acesso em: 31 jul. 2016.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** v.7, n. 2, 1986. p. 33-115. La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU, Guy I**ntrodução ao estudo das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. Trad. de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008. 128 p.

BRZEZINSKI, Iria. Política de formação de professores: a formação do professor dos anos iniciais do ensino fundamental, desdobramentos em dez anos da Lei n. 9.394/1996. In: BRZEZINSKI, Iria (Org.). **LDB dez anos depois***:* reinterpretação sob diversos olhares. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

CAMEJO, Adriana; MARANHÃO, Cristina; MIRANDA, Márcia Regiane. Ideias de professoras dos anos iniciais sobre números racionais. **Anais do IV SIPEM**. Caderno de Resumos. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/sipemIV.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2016.

CANOVA, Raquel Factori; CAMPOS; Tânia Maria Mendonça. Competência, concepção e crenças de professores polivalentes a respeito de fração. **Anais do IV SIPEM**. Caderno de Resumos. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/sipemIV.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2016.

CANZONIERI, Ana Maria**. Metodologia da pesquisa qualitativa na saúde**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

CHEVALLARD, Yves. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. v. 12, n. 1, 1992. p. 73-122.

CID, Eva; GODINO, Juan; BATANERO, Carmen. **Sistemas Numéricos y su Didáctica para Maestros**: Manual para el Estudiante. Granada. out. 2002. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/> Acesso em: 20 set. 2014.

CID, Eva; GODINO, Juan; BATANERO, Carmen.. Sistemas Numéricos para Maestros. In: GODINO, Juan. **Matemáticas para Maestros**: Manual para el Estudiante. Granada. out. 2004. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/> Acesso em: 20 set. 2014.

COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da. **Formação de professores para o ensino da Matemática com a informática integrada à prática pedagógica**: exploração e análise de dados em bancos computacionais. 2004. 324 f. Tese (Doutorado em Educação), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004. Disponível em: http://www.matematicaepraticadocente.net.br/pdf/teses_dissertacoes/tese_Nielce_Meneguelo_Lobo_da_Costa.pdf. Acesso em: 05. Jul. 2016.

CURI, Edda. **Formação de professores polivalentes:** conhecimentos para ensinar Matemática, crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/tese/edda_curi.pdf. >Acesso em: 30 mar. 2013.

CURI, Edda. **A Matemática e os Professores dos Anos Iniciais.** São Paulo: Musa Editora, 2005.

CURI, Edda. Apresentação. In: CURI, Edda (org.). **Professores que ensinam Matemática:** conhecimentos, crenças e práticas. São Paulo: Terracota, 2010. 122 p.

CURI, Edda; PIRES, Célia. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina Matemática por grupos de pesquisa das instituições paulistanas. **Educação Matemática e Pesquisa**, v. 10, n.1. São Paulo, 2008. p. 151- 89.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** Da teoria à prática. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. 22. ed. Campinas, SP: Papirus, 2011.

DAMICO, Alecio. **Uma Investigação sobra a Formação Inicial de Professores de Matemática para o Ensino de Números Racionais no Ensino Fundamental.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_damico.pdf> Acesso em: 20 out. 2015.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de representação semiótica. 8 ed. Campinas: Papirus, 2013.

ESTEVES, Anelisa Kisielewski; SOUZA, Neusa Maria Marques de. Números decimais na escola fundamental: interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica. **Anais do IV SIPEM**. Caderno de Resumos. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/sipemIV.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2016.

FALSARELLA, Ana Maria**. Formação Continuada e prática de sala de aula**: os efeitos da formação continuada na atuação do professor. Campinas, SP: Autores Associados, 2004. (Coleção Formação de Professores).

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigación em educación matemática:** recorridos históricos y metodológicos. Trad. para o Espanhol: Alfonso Jiménez Espinosa. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes. Introdução: investigando e teorizando a partir da prática a cultura e o desenvolvimento de professores que ensinam matemática. In: FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes (Orgs.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática.** São Paulo: Musa, 2005. p. 7-17.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; FERREIRA, Ana Cristina; LOPES, Celi Spasandin; FREITAS, Maria Teresa M.; MISKULIN, Rosana G. S.. Formação de Professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da Pesquisa Brasileira. **Educação em Revista**. Belo Horizonte, n. 36, dez. 2002. P. 137-160. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/1098/1/ARTIGO_Forma%C3%A7%C3%A3oProfessoresEnsinam.pdf> Acesso em: 14 maio 2015.

FIORENTINI, Dario; SOUZA JUNIOR. Arlindo José de; MELO. Gilberto Francisco Alves de. Saberes docentes: Um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, Corinta Maria Grisolia; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete Monteiro de Aguiar (orgs.). **Cartografias do trabalho docente:** professor(a)-pesquisador(a). 2. ed. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2011. Coleção Leituras no Brasil

FONSECA, Maria da Conceição F. R.; LOPES, Maria da Penha; BARBOSA, Maria das Graças Gomes; GOMES, Maria Laura Magalhães; DAYRELL, Mônica Maria Machado S. S.. **O Ensino da Geometria na Escola Fundamental**: Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 128 p.

FONT, Vicenc; PLANAS, Núria; GODINO, Juan. Modelo para el análisis didáctico en Educación Matemática. **Infancia y Aprendizaje**. 2010, p. 92. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25junio09.pdf. Acesso em: 06.07.2015

FREIRE, Raquel Santiago. **Desenvolvimento de Conceitos Algébricos por Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** 2011.180 f. Tese (Doutorado), Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza (CE), 2011. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br:8080/ri/bitstream/123456789/3304/1/2011_Tese_RSFREIRE.pdf> Acesso em: 18 fev. 2013.

GATTI, Bernardete A.. Análise das Políticas Públicas para Formação Continuada no Brasil, na Última Década. **Rev. Bras. Educ.**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 37, p. 57 – 185, abr. 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782008000100006&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt>. Acesso em: 08 set. 2011.

GAUTHIER, Clermont *et al*. **Por uma teoria da Pedagogia:** pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. Trad. de Francisco Pereira de Lima. Coleção Fronteiras da Educação. Ijui: Ed. UNIJUÍ, 1998. Tradução de: *Pour une théorie de la pédagogie: recherces contemporaines sur le savoir des enseignants*.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Matemática escolar e Matemática da vida cotidiana.** Campinas, SP: Autores Associados, 1999. Coleção polêmicas do nosso tempo, v. 65.

GIL, Antonio Carlos**. Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002**.**

GLADCHEFF, Ana Paula. **Ações de estudo em atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. 2015. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-09032016-103554/>. Acesso em: 05 jul. 2015.

GODINO, Juan Diaz. Um Enfoque Ontológico y Semiótico de La Cognición Matemática. **Recherches em Didactique des Mathématiques.** v. 2, 3, n. 2, 3, pp. 237 - 84, 2002. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf. Acesso em 29 nov. 2014.

GODINO, Juan Diaz. **Teorias de las funciones semióticas**: Um enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. 2003. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2015.

GODINO, Juan Diaz. Categorias de Análisis de los Conocimientos del Profesor de Matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática.** Granada. n. 20, dez. 2009. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino20Union_020%202009.pdf.> Acesso em: 13 fev. 2014.

GODINO, Juan Diaz. Indicadores de idoneidade didáctica de procesos de ensenânza y aprendizaje de las matemáticas. **XIII Conferência Internacional de Educação Matemática** (CIAEM – IACME). Recife (Brasil), 2011. Disponível em : http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=14233. Acesso em: 13 fev. 2014.

GODINO, Juan Diaz. Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiotica de investigación em Didáctica de la Matemática. En A. Estepa; Á. Contreras; J. Deulofeu; M. C. Penalva; F. J. Garcia; L. Ordóñez (Eds). **Investigación en Educación Matemática.** XVI Jaén: SEIEM, 2012. p. 49-68.

GODINO, Juan Diaz. Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.). **Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria.** Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013.

GODINO, Juan Diaz; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. Recurso para el Estudio de las Matemáticas. In: GODINO, Juan Diaz (Dirección). **Didáctica de La Matemática para Maestros**. Manual para el Estudiante. Universidad de Granada. out 2004. Disponível em: <http: //www.ugr.es//local/jgodino/edumat.maestros/>. Acesso em 30 mar. 2014.

GODINO, Juan Diaz; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. Um Enfoque Onto-Semiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática. **Acta Scientiae.** Universidade Luterana do Brasil, v. 10, n.2, jul/dez 2008. p.7 – 37

GODINO, Juan; BATANERO; Carmen. RIVAS, Hernán; ARTEAGA, Pedro. Componentes e Indicadores de Indoneidad de Programas de Formación de Profesores en Didáctica de lãs Matemáticas. **Revemat.** eISSN 1981-1322, Florianópolis (SC). v. 08, n.1, 2013. p. 46-74. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p46>. Acesso em: 30 jul. 2015.

GODINO, Juan Diaz; BENCOMO, Delisa; FONT, Vicenç; WILHELMI, Miguel R. Análisis y Valoración de la *Idoneidad Didáctica* de Procesos de Estudio de las Matemáticas. **Paradigma**,vol. XXVII, Nº 2, diciembre de 2006 / 221-252. Versión ampliada de la ponencia invitada en el *X Simposio de la Sociedad Española de Investigación em Educación Matemática* (SEIEM), Huesca (España), 7-9 Septiembre 2006.

GODINO, Juan Diaz; CONTRERAS, Ángel; FONT, Vicenç. Análisis de Procesos de Instrucción Basado En El Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición Matemática. **Recherches en Didáctiques des Mathématiques.** v. 26 (1): 2006. p. 39 – 88. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/funcionessemioticas/analisis_procesos_instruccion.pdf> Acesso em: 11 out. 2015.

GODINO, Juan Diaz; FONT, Vicenç; KONIC, Patricia; WILHELMI, Miguel R. El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números. En: CARDENOSO, J. M.; PEÑAS, M.. **Investigación em el aula de Matemáticas.** Sentido numérico. Granada, 2009a. p. 117 – 84.

GODINO, Juan Diaz; FONT, Vicenç; WILHELMI, Miguel R.. Análisis Didáctico de Procesos de Estudio Matemático Basado en el Enfoque OntoSemiótico. Versión revisada da la Conferencia invitada en el **IV Congresso Internacional de Ensino de Matemática**. ULBRA, Brasil. 25 - 27 out. 2007

GODINO, Juan Diaz; FONT, Vicenç; WILHELMI, Miguel R.; LURDUY, Orlando. Sistemas de Prácticas y Configuraciones de Objetos y Procesos como Herramientas para el Análisis Semiótico en Educación Matemática. **Semiotic Approaches to Mathematics, the History of Mathematics and Mathematics Education** – 3rd Meeting. Aristotle University of Thessaloniki. jul. 2009b.
Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sistemas_semioticos.pdf> Acesso em 30 jul. 2015.

GODINO, Juan Diaz; FONT, Vicenç; WILHELMI, Miguel R.; Y DE CASTRO, Carlos. Aproximación a la Dimensión Normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un Enfoque Ontosemiótico. **ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**, 27(1), 2009c. p. 59 –76. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/dimension_normativa.pdf>Acesso em: 11 out. 2015.

GODINO, Juan Diaz; NETO, Teresa. Actividades de Iniciación a la Investigación en Educación Matemática. **UNO. Revista de Didáctica de la Matemática**. 63, 69-76 (2013).

GONÇALVES, José Alberto M.. A Carreira das Professoras do Ensino Primário. In: NÓVOA, António (org.). **Vidas de Professores.** 2. ed. Porto, Portugal: Porto Editora. 2007. Coleção Ciências da Educação.

GRANDO, Regina Célia. **O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula.** Tese (Doutorado em Educação)**.** Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, SP, 2000. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000223718 > Acesso em: 12 maio 2013.

GRANDO, Regina Célia. Investigações Geométricas na Formação de Professores que ensinam Matemática. In: LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair Mendes. (Org.). **Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades.** Campinas: Mercado de Letras, 2009. ISBN 978-85-7591-110-1.

HILL, Heather C.; BALL, Debora Loewenberg; SCHILLING, Stephen G.. Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teacher's Topic-Specific Knowledge of Students. **Journal for Research in Mathematics Education**. v. 39, n. 4, 2008. p. 372-400. Disponível em: http://www.ugr.es/~pflores/2008_9/Master_Conocim/textos%20JP/%5B1%5D_Hill-Ball-Schilling-JRME2008-07.pdf. Acesso em: 13 fev. 2014.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação permanente do professorado:** novas tendências. Trad. de Sandra Trabucco Valenzuela. São Paulo: Cortez, 2009.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação continuada de professores**. Trad. por Juliana dos Santos Padilha. Porto Alegre: Artmed, 2010. 120 p. Tradução de: **10 ideas clave:** La formación permanente del professorado – nuevas ideas para formar em la innovación y el cambio.

KAMII, Constance. **A Criança e o Número**. 28 ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

KONIC, Patricia M.. **Evaluación de Conocimientos de Futuros Profesores para la Enseñanza de lós Números Decimales.** 2011. 352 f. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, Granada, 2011. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Patricia_Konic_tesis.pdf> Acesso em: 10 ago. 2015.

KONIC, Patricia M.; GODINO, Juan Diaz; RIVAS, Mauro A.. Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. **NÚMEROS**, Revista de Didáctica de las Matemáticas.Jul 2010. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Decimales_Numeros_2010.pdf. Acesso em: 30 jul. 2016.

LEDUR, Berenice Schwan; WANDERER, Fernando; PINHEIRO, Josaine de Moura; HENNEMANN, Julia; ENRICONI, Maria Helena Selbach; WOLFF, Rosane. **Pró-Letramento. Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/séries Iniciais do Ensino:** Matemática. Espaço e Forma. Fascículo 3. Brasília, 2008.

LIPSCHUTZ, Seymour. **Teoria dos Conjuntos**. Trad. por Fernando Vilain Heusi da Silva. Recife: Editora McGraw-Hill do Brasil, 1976.

LLINARES, Salvador Ciscar; SÁNCHEZ, Maria Victória Garcia. **Fracciones: La Relacion Parte-Todo.** Madrid: Sintesis, 1988.

LOPES, Celi Espasandin. O ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação de Professores. **Cad. Cedes.** Campinas, v.28, n.74, jan./abr. 2008. p.57-73. Disponível em: < http://www.cedes.unicamp.br>. Acesso em: 12 out. 2014.

LORENZATO, Sergio. Por que Não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.** Blumenau, Ano III, nº 4, 1º semestre, 1995.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores)

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MANRIQUE, Ana Lucia; ANDRÉ, Marli E. D. A.. Concepções, sentimentos e emoções de professores participantes de um processo de formação continuada em geometria. **Educação Matemática Pesquisa.** América do Norte, vol. 11, n° 1, p. 17 - 38, jan.2010. Disponível em <http://www.revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2140>. Acesso em 22 set.2011.

MARANHÃO, M. Cristina S. A.; IGLIORI, Sonia B. Camargo. Registros de Representação e Números Racionais. In: MACHADO, Silvia Dia Alcantara (org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de representação semiótica. 8 ed. Campinas: Papirus, 2013.

MOITA, Maria da Conceição. Percursos de Formação e de Trans-Formação. In: NÓVOA, António (org.). **Vidas de Professores.** 2. ed. Porto, Portugal: Porto Editora. 2007. Coleção Ciências da Educação.

NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. A formação do professor que ensina Matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT 7 da SBEM. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. (Orgs.). **A Formação do Professor que ensina Matemática:** perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Carmen Lucia B.; CARVALHO, Dione Lucchesi. Os graduandos em Pedagogia e suas filosofias pessoais frente à Matemática e seu ensino. **Zetetiké,** n. 21, v.12, p. 9 - 33. jan./jun. 2004.

OLIVEIRA, Inês Monteiro Bernardo. **Contributos do plano da Matemática II para o desenvolvimento profissional dos professores.** 2011. 297 p. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação), Instituto de Educação, Universidade do Minho**,** Braga, 2011.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion; OLIVEIRA, Rosa Maria Moraes Anunciato de; SOUZA, Raquel Duarte de. Analisando a base de conhecimento para o ensino: a conexão entre histórias infantis e matemática na formação continuada de professores. **Educação Matemática Pesquisa**. vol.11, nº 3, 2009. p. 624-45. Disponível em: http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2907/188. Acesso em: 21 set. 2011. ISSN 1983-3156.

PAULINO FILHO; José. **Professores em Contexto Formativo**: um estudo do processo de mudanças de concepções sobre o ensino da Matemática. jun. 2008. Tese (Doutorado em Educação). Centro de Ciências Sociais Aplicada. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal. 2008. Disponível em: < http: //repositório.ufrn.br/handle/123456789/14171> Acesso em: 30 mar. 2014.

PERLIN, PATRICIA. **A formação dos professores dos anos inicais do Ensino Fundamental no movimento de organização do ensino de frações:** uma contribuição da atividade orientadora de ensino. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Instituição de Ensino: Unversidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014. Disponível em: ,<http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#/>.Acesso em: 05 jul. 2016.

PINHEIRO, Maria Gracilene de Carvalho. **Formação de Professores dos Anos Iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração**. 204 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=1413543>. Acesso em: 06 jul. 2014.

PINO-FAN. Luis R.; GODINO, Juan Diaz. Perspectiva Ampliada del Conocimiento Didácticomatemático del Profesor. **Paradigma**, vol. XXXVI, Nº 1. Jun. 2015. p. 87– 109. Disponível em: http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/viewFile/2662/1274. Acesso em: 15 dez. 2015.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Currículos de Matemática: Da Organização Linear À Ideia de Rede.** São Paulo: FTD, 2000.

PORTAL, Leda Lísia Franciosi. O professor e o despertar de sua espiritualidade. In: ENRICONE, Délcia (org.). **Ser Professor**. 3. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

SHULMAN, Lee. Those Who Understand: knowledge growth in teaching. **Educational Research,** n.15, 1986. p. 4-14.

SHULMAN, Lee. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review,** n. 57, 1987. p. 1-22.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia; PIETROPAOLO, Ruy César; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. Séries iniciais em um processo de formação continuada, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações. **Anais do IV SIPEM**. Caderno de Resumos. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/sipemIV.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2016.

SILVA, Simone Dias da. Formação continuada: o uso da calculadora e o sistema de numeração decimal. **Anais do III SHIAM**. UNICAMP, São Paulo. Jul. 2010. Disponível em: <https://sites.google.com/site/gdsunicamp/shiam/comunicaes-orais>. Acesso em: 06 jul. 2016.

SILVA, Vani Terezinha Siebert. **Estudo e ensino de frações:** aprendizagens e dificuldades docentes no processo de formação continuada. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2015. Disponível em: <http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#/>. Acesso em: 05 jul. 2016.

TARDIF, Maurice. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários. **Revista Brasileira de Educação,** nº 13, Jan/ Fev/ Mar/ Abr 2000.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** 13. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

TARDIF, Maurice; RAYMOND, Danielle. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Educação & Sociedade.** Ano 21, nº 73, 2000.

WILHELMI, Miguel R.; GODINO, Juan D.; LACASTA, Eduardo. Configuraciones epistêmicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. **Recherches em Didactique das Mathematiques.** 2007. p. 77-120. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/igualdad_wilhelmi.pdf > Aces ago. 2015.