

# ANÁLISIS DE NARRATIVAS DE FUTUROS PROFESORES CON EL MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO-MATEMÁTICAS (CCDM)

## Prospective teachers' narrative analysis using the Didactic-Mathematical Knowledge and Competences model (DMKC)

Font, V.<sup>a</sup>, Breda, A.<sup>b</sup>, Giacomone, B.<sup>c</sup> y Godino, J. D.<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Universitat de Barcelona, <sup>b</sup>Universidad Nacional de Educación de Ecuador, <sup>c</sup>Universidad de Granada

### Resumen

*El sistema de categorías de conocimientos y competencias del profesor de matemáticas propuesto en el modelo CCDM se aplica al análisis de una narrativa para identificar los conocimientos y competencias de la futura maestra que la ha elaborado. También se presenta una herramienta, denominada Registro Tabular del modelo CCDM, que sintetiza el sistema de categorías y subcategorías de dicho modelo, y se aplica para valorar la pauta utilizada para guiar la elaboración de la narrativa e identificar posibles mejoras de la misma. Teniendo en cuenta las limitaciones de la pauta de evaluación usada y presumiblemente del proceso formativo implementado se revelan algunas carencias en los conocimientos y competencias profesionales del caso analizado.*

**Palabras clave:** *conocimientos, competencias, profesor de matemáticas, narrativas, modelo CCDM, enfoque ontosemiótico.*

### Abstract

*The system of categories of knowledge and competences of the mathematics teacher in the DMKC model is applied to the analysis of a narrative, in order to identify the knowledge and competences of the pre-service teacher that wrote it. We also present a tool, called Tabular Register of the DMKC model, which synthesizes the system of categories and subcategories of this model, and it is applied to assess the guideline used to lead the writing of the narrative and identify possible improvements of it. Considering the limitations of the assessment guideline used and the presumable limitations of the implemented teacher's formative process, some lack of knowledge and professional competences are revealed in the case that we analyzed.*

**Keywords:** *knowledge, competences, mathematics teacher, narratives, DMKC model, onto-semiotic approach.*

### INTRODUCCIÓN

Para el diseño e implementación de programas de formación de profesores de matemáticas es necesario seleccionar un conjunto de conocimientos y competencias que se consideran necesarios para el desarrollo de la profesión docente (Chapman, 2014; Chapman y An, 2017; Potari y Ponte, 2017). Realizar esta selección no es una tarea fácil, ya que existen diversos modelos teóricos en el campo de investigación sobre formación de profesores que proponen diferentes sistemas de categorías de dichos conocimientos y competencias profesionales. Precisamente, el objetivo de este Seminario es mostrar y relacionar tres de dichos modelos mediante su aplicación al análisis de un caso: la narrativa de Rosa (anexada en la presentación). La cuestión específica que debemos abordar

planteada por la Coordinadora del Seminario es esta: ¿De qué manera las diferentes perspectivas teóricas permiten obtener información sobre el conocimiento y la competencia docente que ponen en juego los estudiantes para maestro cuando describen la práctica de una maestra?

En este trabajo abordaremos esta cuestión aplicando el modelo de categorías de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) (Breda, Font y Pino-Fan, 2017; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Pino-Fan, Font y Breda, 2017) del profesor de matemáticas basado en el sistema teórico del Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007). La realización de este trabajo ha llevado a la elaboración de una nueva herramienta, que denominamos Registro Tabular del modelo CCDM (RT-CCDM), mediante la cual se sintetizan el sistema de categorías y subcategorías de dicho modelo, y se aplica para valorar la pauta utilizada para guiar la elaboración de la narrativa.

Las herramientas teóricas del modelo CCDM permiten responder a la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué conocimientos y competencias docentes ponen en juego los profesores cuando describen, explican y valoran la práctica docente? Para responder a esta pregunta, las categorías teóricas del modelo CCDM permiten su descomposición en subpreguntas más específicas (que se explicitarán en la sección cuarta).

En la segunda sección se presenta un resumen del modelo CCDM y se presenta el Registro Tabular del modelo CCDM (RT-CCDM). En la tercera, se usa dicho registro tabular para valorar la pauta utilizada para realizar la observación de la clase (y considerar posibles mejoras). En la cuarta sección se hace un análisis de la narrativa con las categorías del modelo CCDM para inferir los conocimientos y competencia de la autora de la narrativa. Por último, se presentan unas consideraciones finales.

## **MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO-MATEMÁTICAS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS (MODELO CCDM)**

En el marco del EOS se ha desarrollado un modelo teórico de conocimientos didáctico-matemáticos del profesor de matemáticas (CDM) (Godino, 2009; Pino-Fan, Assis y Castro, 2015; Pino-Fan, Godino y Font, 2018). Una de las perspectivas de desarrollo de dicho modelo ha sido el encaje de la noción de conocimiento con la noción de competencia. Además, en el marco del EOS, se han realizado investigaciones sobre las competencias del profesor de matemáticas (Font, Breda y Sala, 2015; Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer, 2018; Pochulu, Font y Rodríguez, 2016; Rubio, 2012; Seckel, 2016; Seckel y Font, 2015) las cuales han mostrado la necesidad de contar con un modelo de conocimientos del profesor para poder evaluar y desarrollar sus competencias. Estas dos agendas de investigación han confluído generando el modelo llamado *Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas* (modelo CCDM) (Breda, Pino-Fan y Font, 2017; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Pino-Fan, Font y Breda, 2017).

### **La noción de competencia y competencias clave**

El profesor de matemáticas debe estar capacitado para abordar problemas didácticos en la enseñanza de esta materia, para lo cual necesita una serie de competencias específicas. Aparecen así dos cuestiones clave para desarrollar el modelo CCDM: 1) ¿cómo se entiende la noción de competencia? y ¿cuáles son las competencias clave que debe tener el profesor de matemáticas? La competencia en el modelo CCDM se entiende desde la perspectiva de la acción competente, considerándola como el conjunto de conocimientos, habilidades, disposiciones afectivas para la acción, herramientas de reflexión, etc. que permite el desempeño eficaz en los contextos propios de la profesión de las acciones citadas en su formulación. Se trata de una potencialidad que se actualiza en el desempeño de acciones eficaces (competentes).

Esta formulación de la competencia, para ser operativa, necesita una caracterización de su desarrollo (definición, niveles de desarrollo e indicadores). De acuerdo con Seckel y Font (2015),

consideramos que la resolución de una tarea es el punto de partida para el desarrollo y/o evaluación de una competencia del profesor, dado que la tarea produce la percepción de un problema profesional que se quiere resolver, para lo cual el profesor (o futuro profesor) moviliza habilidades, conocimientos y actitudes, para realizar una práctica que intente solucionar el problema. Por otra parte, es de esperar que dicha práctica se realice con más o menos éxito (logro), el cual se considera una evidencia de que la persona puede realizar prácticas similares a las que están descritas por alguno de los indicadores de la competencia, que a su vez se asocia a un determinado nivel de desarrollo de la competencia.

En el modelo CCDM se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica, siendo el núcleo fundamental de esta última (Breda, Pino-Fan y Font, 2017): diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora. En este trabajo nos centraremos, sobre todo, en la competencia de análisis e intervención didáctica.

### **Caracterización de la competencia de análisis e intervención didáctica**

Esta competencia general está formada por diferentes subcompetencias (Breda, Pino-Fan y Font, 2017): 1) subcompetencia de análisis de la actividad matemática – esta subcompetencia, en Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017), se descompone a su vez en dos (competencia de análisis de significados globales y competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas)–; 2) subcompetencia de análisis y gestión de la interacción y de su efecto sobre el aprendizaje de los estudiantes; 3) subcompetencia de análisis de normas y metanormas; y 4) subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción.

### **Subcompetencia en el análisis de la actividad matemática**

En Rubio (2012) se concluye que, si los profesores no son competentes en el análisis de prácticas, procesos y objetos matemáticos, no lo serán en la evaluación de competencias matemáticas. Dicho resultado nos señala una subcompetencia de la competencia de análisis e intervención didáctica que deben desarrollar los profesores de matemáticas: la competencia de análisis la actividad matemática. Este tipo análisis es importante en la formación de los profesores, pero también es un tipo de análisis que presenta dificultades para los profesores y futuros profesores. Por ejemplo, en Stahnke, aSchueler y Roesken-Winter (2016) se realiza una revisión de la investigación empírica realizada sobre los profesores de matemáticas y se concluye que estas investigaciones muestran que los profesores tienen dificultades para analizar las tareas matemáticas (y su potencial educativo) que proponen a sus alumnos.

En el área de educación matemática no hay un paradigma que nos diga cómo se debe realizar el análisis de la actividad matemática. Desde el modelo CCDM se asume que las herramientas teóricas del EOS permiten dicho análisis en términos de prácticas, objetos y procesos matemáticos. Con estas nociones teóricas, cuando los significados son entendidos de manera pragmática en términos de prácticas, se puede responder en un primer momento a preguntas del tipo: ¿Cuáles son los significados parciales de los objetos matemáticos que se quieren enseñar? ¿Cómo se articulan entre sí? En un segundo momento se pueden analizar los objetos primarios y procesos matemáticos activados en dichas prácticas. La identificación por parte del profesor de los objetos y procesos intervinientes en las prácticas matemáticas permite comprender la progresión de los aprendizajes y evaluar las competencias matemáticas de los alumnos.

### **Subcompetencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas y su efecto sobre el aprendizaje**

La noción de configuración didáctica se ha introducido en el EOS como herramienta para el análisis de las interacciones en los procesos de instrucción (Godino, Contreras y Font, 2006). Se trata de un

constructo teórico para modelizar la articulación de las acciones del profesor y los alumnos en torno a una tarea y un contenido determinados (una configuración de objetos primarios y procesos) de enseñanza y aprendizaje, en donde el conocimiento emerge del propio proceso de interacción. El profesor de matemáticas debe tener competencia de diseño y gestión de configuraciones didácticas a fin y efecto de asegurar el aprendizaje de los estudiantes en un proceso de instrucción concreto.

### **Subcompetencia de análisis normativo**

Los procesos de enseñanza y aprendizaje están apoyados y son dependientes de una trama compleja de normas y metanormas de distinto origen y naturaleza (Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009), cuyo reconocimiento explícito es necesario para poder comprender el desarrollo de los procesos de instrucción y encauzarlos hacia niveles óptimos de idoneidad. El profesor de matemáticas ha de desarrollar la *competencia de análisis normativo* de los procesos de instrucción matemática para responder a preguntas como las siguientes: ¿Qué normas condicionan el desarrollo de los procesos instruccionales? ¿Quién, cómo y cuándo se establecen las normas? ¿Cuáles y cómo se pueden cambiar para mejorar el aprendizaje? Etc.

### **Subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción**

Para la valoración de procesos de instrucción, el EOS propone como herramienta esencial la noción de idoneidad didáctica. Fijado un tema específico en un contexto educativo determinado la noción de idoneidad didáctica (Breda, Font y Pino-Fan, 2018; Godino, 2013) lleva a poder responder preguntas del tipo: ¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado? ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de instrucción para incrementar su idoneidad didáctica en futuras implementaciones?

1. La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (*aprendizaje*) y los significados institucionales pretendidos o implementados (*enseñanza*), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (*entorno*). Un proceso de instrucción logrará un alto grado de idoneidad didáctica si es capaz de articular de forma coherente y sistémica, los seis criterios parciales de idoneidad siguientes, referidos a cada una de las seis facetas implicadas en dicho proceso: Idoneidad epistémica, se refiere a que las matemáticas enseñadas sean unas “buenas matemáticas”. Para ello, además de tomar como referencia el currículo prescrito, se trata de tomar como referencia a las matemáticas institucionales que se han transpuesto en el currículo.
2. Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los aprendizajes pretendidos/implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los aprendizajes logrados a los pretendidos/implementados.
3. Idoneidad interaccional, grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.
4. Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
5. Idoneidad afectiva, grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio.
6. Idoneidad ecológica, grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, al entorno social, etc.

Para cada uno de estos criterios se propone un sistema de componentes e indicadores asociados que se pueden valorar en una escala. Se trata de un sistema de rúbricas que permite valorar (o

autovalorar) de manera completa y equilibrada, los elementos que, en conjunto, conforman un proceso de instrucción idóneo en el área de matemáticas.

### **Conocimientos del profesor de matemáticas**

El formador de profesores, para desarrollar en los procesos formativos las competencias profesionales requeridas ha de analizar las prácticas docentes que los profesores realizan para resolver las tareas profesionales propuestas por él y el conocimiento didáctico-matemático activado en ellas, de manera que pueda encontrar indicadores que justifiquen la asignación de grados de desarrollo de la competencia profesional que se pretende evaluar.

Existen diversos modelos respecto de los conocimientos que debería tener un profesor de matemáticas para gestionar adecuadamente los aprendizajes de sus estudiantes (por ejemplo, Hill, Ball y Schilling, 2008; Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005; Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). En Pino-Fan, Assis y Castro (2015) se propone un modelo para caracterizar los conocimientos didáctico-matemáticos (CDM) de los profesores, el cual considera, entre otros aspectos, los aportes y desarrollos de los diversos modelos del conocimiento del profesor de matemáticas, y los desarrollos teóricos y metodológicos del EOS. Así el modelo CDM (una parte del modelo CCDM) sugiere que el conocimiento del profesor se organiza en tres grandes dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática.

La primera dimensión, matemática, refiere al conocimiento que permite a los profesores resolver problemas o tareas matemáticas propias del nivel educativo en el que impartirán clase (conocimiento común), y vincular los objetos matemáticos de dicho nivel educativos con objetos matemáticos que se estudiarán en niveles posteriores (conocimiento ampliado).

Los autores de los diversos modelos del conocimiento del profesor de matemáticas coinciden en que, además del contenido matemático, el profesor debe tener conocimientos sobre los diversos factores que influyen cuando se planifica e implementa la enseñanza de dicho contenido matemático. En este sentido, la dimensión didáctica del CDM propone seis subcategorías del conocimiento del profesor:

1. Faceta epistémica, que refiere al conocimiento especializado de la dimensión matemática (uso de diversas representaciones, argumentos, estrategias de resolución de problemas y significados parciales de un objeto matemático), e incorpora nociones tales como conocer las matemáticas con profundidad y amplitud (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008) y el “conocimiento especializado del contenido” (Hill, Ball y Schilling, 2008).
2. Faceta cognitiva, que refiere al conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (dificultades, errores, conflictos, aprendizaje, etc.).
3. Faceta afectiva, que refiere a los conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes.
4. Faceta interaccional, conocimiento sobre las interacciones que se suscitan en el aula (profesor-estudiantes, estudiante-estudiante, estudiante-recursos, etc.).
5. Faceta mediacional, conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes, y sobre los tiempos designados para la enseñanza.
6. Faceta ecológica, conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos..., que influyen en la gestión de los aprendizajes de los estudiantes.

La tercera dimensión del CDM, la dimensión metadidáctica, se refiere al conocimiento necesario para reflexionar sobre la propia práctica (Schön, 1983; Schoenfeld y Kilpatrick, 2008), que le permita al profesor valorar el proceso de instrucción y realizar un rediseño que, en futuras implementaciones, lo mejore. Las tres dimensiones descritas anteriormente están presentes en las

diferentes fases del proceso de instrucción de un determinado contenido matemático: estudio preliminar, planificación, implementación y valoración (Pino-Fan, Godino y Font, 2018).

### **Competencia de análisis e intervención didáctica y su relación con el modelo de análisis de procesos de instrucción propuesto por el EOS**

El EOS (Font, Planas y Godino, 2010), considera cinco tipos de análisis sobre los procesos de instrucción: 1) Identificación de prácticas matemáticas; 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos; 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas; 4) Identificación del sistema de normas y metanormas; y 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción. El primer tipo de análisis explora las prácticas matemáticas hechas en un proceso de instrucción matemático. El segundo se centra en los objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. El tercer tipo de análisis didáctico está orientado, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción, a las configuraciones didácticas y su articulación secuencial en trayectorias didácticas; las configuraciones y trayectorias están condicionadas y soportadas por una trama de normas y metanormas. Mientras que el cuarto estudia dicha trama. El quinto tipo se basa en los cuatro análisis previos y está orientado a la identificación de mejoras potenciales del proceso de instrucción en nuevas implementaciones.

El desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica permite a los profesores realizar estos tipos de análisis didáctico propuestos en el EOS y, a su vez, los dispositivos de formación para la enseñanza y aprendizaje de estos tipos de análisis didáctico contribuyen al desarrollo de dicha competencia y a la adquisición de los conocimientos del profesor contemplados en el modelo CCDM (Rubio, 2012; Seckel, 2016). Se trata de ciclos formativos (talleres) diseñados como entornos potentes de aprendizaje de manera que: 1) los asistentes tengan una participación activa a partir del análisis de episodios de aula; y 2) los tipos de análisis que propone dicho modelo de análisis emerjan de la puesta en común realizada en el gran grupo. En los diferentes talleres implementados, con el objetivo acabado de comentar, se han observado las regularidades siguientes: 1) Los profesores o futuros profesores, cuando han de opinar (sin una pauta previamente dada) sobre un episodio de aula implementado por otro profesor, expresan comentarios en los que se pueden hallar aspectos de descripción y/o explicación y/o valoración. 2) Las opiniones de estos profesores se pueden considerar evidencias de algunas de las seis facetas (epistémica, cognitiva, ecológica, interaccional, mediacional y emocional) del modelo del conocimiento didáctico-matemático (CMD) del profesor de matemáticas (una parte del CCDM). 3) Cuando las opiniones son claramente valorativas, se organizan de manera implícita o explícita mediante algunos indicadores de los componentes de los criterios de idoneidad didáctica (otro componente del modelo CCDM) propuestos por el EOS (idoneidad epistémica, mediacional, ecológica, emocional, interaccional y cognitiva). 4) La valoración positiva de estos indicadores se basa en la suposición implícita o explícita de que hay determinadas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas que nos indican cómo debe ser una enseñanza de las matemáticas de calidad. Estas tendencias se relacionan con el modelo CCDM ya que algunas de ellas son la base para proponer algunos de los criterios de idoneidad didáctica. 5) Los niveles de profundidad del análisis realizado por los profesores varía desde análisis superficiales a expertos, en función de las herramientas teóricas usadas para realizarlos.

### **Registro Tabular del modelo CCDM (RT-CCDM)**

En la Tabla 1 resumimos las categorías de conocimientos y competencias del modelo CCDM, distinguiendo cinco niveles e incluyendo en el primer nivel cinco supra categorías. La tabla está compuesta por 5 categorías de nivel 1: Tipo de análisis, Fases del proceso de estudio, Dimensiones del conocimiento, Profundidad de análisis y Competencias, las cuales se descomponen a su vez en sub-categorías de distintos niveles.

La primera supra categoría, *Tipo de análisis*, con tres valores o categorías de nivel 2 (descriptivo, explicativo y valorativo), ha sido sugerida por las regularidades observadas en los estudios empíricos comentados anteriormente. Dichas regularidades también han sugerido la supra categoría *Profundidad en el análisis*, con cuatro valores – Por ejemplo, para el caso de una narrativa, N0: Narrativa superficial (el lector no se hace una idea de lo que pasó en el episodio), N1: Narrativa que capta los elementos esenciales (el lector se hace una idea de lo que pasó en el episodio), N2: Análisis detallado de aspectos de la narrativa siguiendo un modelo de análisis (por ejemplo, si se hace una descripción de la actividad matemática se identifican algunas prácticas, objetos primarios y procesos), N3: Análisis experto de la narrativa de acuerdo con un modelo (por ejemplo, se hace una descripción pormenorizada de la actividad matemática se identifican exhaustivamente las prácticas, objetos primarios y procesos) –.

En este trabajo aplicaremos esta síntesis tabular de las diferentes categorías y subcategorías de conocimientos y competencias del modelo CCDM para analizar la pauta (conjunto de preguntas) dada a Rosa por los formadores para guiar la reflexión sobre su práctica.

### **ANÁLISIS DE LA PAUTA DE LA NARRATIVA**

La estudiante para maestra, Rosa, elabora un informe sobre algunos aspectos de su experiencia durante las prácticas de enseñanza en un grupo de 1º de educación primaria, respondiendo a determinadas consignas (ver narrativa anexada en la presentación). La instrucción que se le dio fue que tenía que identificar y describir una situación de enseñanza-aprendizaje en el aula en la que pensara que se estuviera favoreciendo el desarrollo de algún aspecto de la competencia matemática. Se le proporcionaron unas preguntas guía para escribir la narrativa, que son las que va respondiendo Rosa en su narrativa.

El conjunto de dichas consignas se puede ver como un *instrumento* cuyas respuestas permiten inferir los conocimientos y competencias del profesor que las responde. Con el análisis detallado de las consignas propuestas se puede inferir qué parte de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas desarrolladas por los estudiantes, hasta ese momento de su formación, se quieren evaluar. A continuación, vamos a inferir estos conocimientos y competencias de la futura maestra que la pauta pretende hacer aflorar. Para ello, tendremos en cuenta el sistema de categorías del modelo CCDM recogido en la Tabla 1 – para acordar estas inferencias, cada uno de los cuatro autores analizó por separado la narrativa para, posteriormente, comparar y discutir con los otros autores las inferencias realizadas.

Las consignas de la pauta se agrupan en tres bloques en los que se pide, describir, interpretar y completar (en el sentido de diseñar nuevas y mejores situaciones). Hay 5 cuestiones sobre describir, 3 sobre interpretar y 2 sobre completar. Se ha analizado cada una de estas preguntas identificando de manera sistemática las categorías teóricas del CCDM implicadas, tratando de responder a las siguientes cuestiones: ¿La pauta incluye las diferentes categorías de conocimientos y competencias del profesor de matemáticas? ¿Cómo podrían refinarse las preguntas propuestas?

A continuación, por cuestiones de espacio, mostramos solo un ejemplo de este análisis para una pregunta de cada bloque y en la Tabla 1 (RT-CCDM) se pone el resultado de todas las consignas (en la casilla correspondiente se halla el número de la consigna en cursiva). Se enumeran de la manera siguiente: las cinco primeras correspondientes al bloque de la descripción comienzan por 1.1 y terminan con el 1.5. El bloque interpretar va de la 2.1 a la 2.3 y el bloque completar está formado por la 3.1 y la 3.2.

#### *Ejemplo de consignas descriptivas*

*1.1. ¿Cuál es la tarea-actividad que están realizando los niños/niñas? Descríbela. Adjunta si es necesario la ficha/actividad del libro de texto o describe la explicación del docente.*

Se ponen en juego las siguientes categorías del CCDM: 1) Tipo de análisis: descriptivo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensiones del conocimiento; matemática: componente conocimiento común; Dimensión didáctico-matemática: conocimiento de la faceta epistémica (situaciones problemas/tareas; argumentación, explicación). 4) Profundidad del análisis: Nivel 1 (componente tareas/problemas). 5) Competencia: subcompetencia de análisis de la actividad matemática.

*Ejemplo de consignas interpretativas*

*2.1. ¿Cómo crees que el alumnado ha alcanzado (o no) los objetivos de aprendizaje propuestos por el/la maestro/a? Proporciona algún tipo de evidencias que te permita justificar tu respuesta.*

1) Tipo de análisis: explicativo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensión del conocimiento; didáctico-matemática: faceta cognitiva (aprendizaje logrado); faceta epistémica (interviene mediante la justificación). 4) Profundidad del análisis: Nivel 1 (o 2 en función de las herramientas teóricas que use el alumno) (análisis de las prácticas; análisis de los objetos movilizados en las prácticas de los alumnos). 5) Competencia: subcompetencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas (describir con detalle la interacción; los conflictos y su resolución; los patrones de interacción; los errores, dificultades y resultados de aprendizaje).

*Ejemplo de consignas interpretativas*

*2.1. ¿Cómo crees que el alumnado ha alcanzado (o no) los objetivos de aprendizaje propuestos por el/la maestro/a? Proporciona algún tipo de evidencias que te permita justificar tu respuesta.*

1) Tipo de análisis: explicativo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensión del conocimiento; didáctico-matemática: faceta cognitiva (aprendizaje logrado); faceta epistémica (interviene mediante la justificación). 4) Profundidad del análisis: Nivel 1 (o 2 en función de las herramientas teóricas que use el alumno) (análisis de las prácticas; análisis de los objetos movilizados en las prácticas de los alumnos). 5) Competencia: subcompetencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas (describir con detalle la interacción; los conflictos y su resolución; los patrones de interacción; los errores, dificultades y resultados de aprendizaje).

*Ejemplo de consignas constructivas: Completa la situación*

*3.2. Modifica la tarea-actividad inicial propuesta por el/la maestro/a para que el/la alumno/a que haya tenido dificultades para alcanzar el objetivo de aprendizaje previsto lo pueda alcanzar. Justifica tu modificación.*

1) Tipo de análisis: valorativo (Justifica la modificación: se trata de una valoración previa del diseño didáctico que permita tomar decisiones para el rediseño/construcción de nuevas secuencias didácticas). 2) Profundidad del análisis: Nivel 1 (o 2 en función de las herramientas teóricas que use el alumno) (análisis de tareas, prácticas requeridas y objetos matemáticos movilizados por los alumnos con dificultades de aprendizaje). 3) Fase del proceso de estudio: valoración y rediseño. 4) Dimensión del conocimiento: matemática: componente conocimiento común; didáctico-matemática: faceta epistémica (conocimiento necesario para el diseño de secuencias didácticas); faceta cognitiva (reconocimiento de dificultades de aprendizaje y adaptaciones curriculares). También pueden intervenir las otras facetas del conocimiento según cual sea la respuesta dada; meta-didáctico-matemática: criterios de idoneidad cognitiva (también pueden intervenir los otros criterios en función de la respuesta dada). 5) Competencia: subcompetencia de valoración de la idoneidad matemática (idoneidad cognitiva).



Tabla 1. Registro tabular del modelo CCDM

Categorías de nivel 1 (supra categoría)	Categorías de nivel 2	Categorías de nivel 3	Categorías de nivel 4	Categorías de nivel 5
Tipos de análisis	Descriptivo	1.1; 1.2; 1.3; 1.4; 1.5; 2.3		
	Explicativo;	1.2; 1.5; 2.1; 2.2; 2.3		
	Valorativo	3.1; 3.2		
Fases del proceso de estudio	Análisis a priori	Significados de referencia Revisión de investigaciones (dificultades, etc.)		
	Diseño	Orientaciones curriculares Consulta de libros de texto y otras propuestas Recursos materiales-temporales 1.2		
	Implementación	1.1; 1.2; 1.3; 1.4; 1.5; 2.1; 2.2; 2.3		
	Valoración	3.1; 3.2	Criterios de idoneidad	
	Rediseño	3.1; 3.2		
Dimensiones del conocimiento	Matemática	Conocimiento común: 1.1; 1.2; 1.3; 1.4; 3.1; 3.2 Conocimiento ampliado		
	Didáctico-matemática	Epistémica	1.1; 1.2; 1.3; 1.4; 1.5; 2.1; 2.3; 3.1; 3.2	
		Ecológica	Cognitiva 1.4; 1.5; 2.1; 2.2; 2.3; 3.1; 3.2	
		Afectiva		
		Interaccional	1.4; 1.5	
	Mediacional	1.5		
Meta-didáctico-matemática	Normas Meta-normas Criterios de idoneidad 3.1; 3.2	epistémica 3.1; 3.2 cognitiva 3.1; 3.2 afectiva interaccional mediacional ecológica		
Profundidad del análisis	N1: todas (desde la 1.1 hasta la 3,2)			
	N2 – N3			

Competencias	Competencia matemática	Comunicar; Matematizar; Representar; Razonar y argumentar; Elaborar estrategias; Usar lenguaje simbólico, formal y técnico y operaciones		
	Competencia de análisis e intervención didáctica	Análisis de la actividad matemática 1.1; 1.2; 1.3	Análisis de significados globales (prácticas)	
			Análisis de configuraciones (objetos)	
	Gestión de interacciones 1.4; 1.5; 2.1; 2.2; 2.3		Tipo de interacción	Magistral; dialógica; didáctica; personal;
			Conflictos	Epistémicos; cognitivos; interaccionales
	Análisis normativo		Origen	
			Momento	
			Faceta	
			Tipo y grado de coerción	
	Valoración idoneidad 3.1; 3.2		Epistémica 3.1	Errores; Ambigüedades; Riqueza de procesos; Representatividad
			Ecológica	Sociedad; escuela; currículo
			Cognitiva 3.1; 3.2	Conocimientos previos; adaptaciones curriculares; aprendizajes
Afectiva			Actitudes; emociones; motivaciones/intereses	
Interaccional			Diálogo; interacción; negociación; autonomía	
Mediacional			Recursos; tiempo; número de alumnos	

Los resultados del análisis se recogen en cursiva en la Tabla 1 de acuerdo con los códigos propuestos para cada consigna. La lectura global permite inferir que la pauta que ha guiado la narrativa de Rosa contempla, con diferente ponderación, los tres tipos de análisis que propone el modelo CCDM (descriptivo, explicativo y valorativo), que está focalizada en la fase de implementación, que persigue conseguir análisis que no sean superficiales (como mínimo de nivel 1), que busca movilizar, con distinta ponderación, diferentes tipos de conocimientos (común; faceta epistémica, cognitiva, interaccional y mediacional; criterios de idoneidad) y que se focaliza en tres de las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica (epistémica, gestión de las interacciones y valoración de la idoneidad didáctica). También permite observar que esta

pauta no pretende claramente que se pongan en juego el conocimiento de la faceta afectiva ni ecológica, ni el conocimiento de la dimensión meta-didáctica relacionado con normas y meta normas, lo cual también se refleja en la falta de desarrollo de la subcompetencia de análisis normativo. Por tanto, una mejora que se podría proponer a la pauta es que incorporase preguntas para facilitar respuestas en los estudiantes que relacionen con estas facetas de conocimientos y con esta subcompetencia.

Ahora bien, una cosa es lo que pretende evaluar a priori la lista de consignas y otra diferente es lo que se puede evaluar una vez se han contestado dichas respuestas, ya que se puede dar el caso que aspectos no contemplados a priori se puedan a posteriori inferir de las respuestas dadas. Para ello el siguiente paso es realizar el análisis de las respuestas dadas por Rosa a las diferentes consignas.

## ANÁLISIS DE LA NARRATIVA DE ROSA

En esta sección se aborda nuestra respuesta a la pregunta planteada en el Seminario: ¿De qué manera el modelo CCDM permite obtener información sobre el conocimiento y la competencia docente que ponen en juego los estudiantes para profesor cuando describen la práctica de una maestra?

Las categorías teóricas del modelo CCDM permiten descomponer esta pregunta general en cuestiones más específicas como son las siguientes: ¿Qué tipo de análisis didáctico (descriptivo, explicativo o valorativo) se está promoviendo con las consignas propuestas y qué tipo de análisis efectivamente realiza Rosa al responderlas? ¿Qué nivel de profundidad se puede asignar a cada consigna (y a la respuesta de Rosa)? ¿Sobre qué fase del proceso de instrucción focaliza la atención el análisis didáctico realizado por Rosa en las diferentes consignas? ¿Cuál de las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica se puede evaluar en la respuesta de Rosa a las diferentes consignas y qué nivel de desarrollo de la competencia se le puede asignar? ¿Cuáles son los conocimientos que se infieren de la respuesta de Rosa a las diferentes consignas, con qué dimensión y faceta del CDM se pueden asociar?

Primero vamos a responder estas preguntas para las tres primeras consignas. Con ellas se pretende la realización de un análisis descriptivo (aunque en la pregunta 2 hay que hacer una inferencia sobre los objetivos previstos en el diseño), que es el que de hecho realiza Rosa. El nivel de profundidad que se pretende es de nivel uno, ya que lo que se le pide que describa son las tareas (para lo cual no se necesita un modelo teórico de análisis), y el análisis realizado por Rosa efectivamente se puede considerar de nivel uno, ya que en su respuesta capta los elementos esenciales (el lector se hace una idea de lo que pasó en el episodio). La atención se focaliza sobre todo en la fase de implementación.

En sus respuestas a las consignas descriptivas Rosa muestra un cierto nivel de competencia de análisis de la actividad matemática, una de las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica. En concreto el nivel 1, ya que realiza una narración de la actividad matemática que realizan los niños en la que capta los aspectos esenciales y permite al lector hacerse una idea de lo que sucedió en el episodio descrito (por ejemplo, en su respuesta a la consigna uno, el lector entiende que la tarea realizada por los alumnos corresponde al aprendizaje de la secuencia numérica hasta el 100 y la sustracción de números en dicho intervalo sin llevadas, usando la técnica del conteo). En la descripción de la actividad matemática que realizan los niños muestra cierta capacidad de *generalización* al enunciarla usando las variables  $a$  y  $b$  para referir a los términos de las restas y el procedimiento de conteo para su resolución (objetos matemáticos intensivos):

“Para la realización de la actividad, en primer lugar, el alumnado, haciendo uso de su tabla, cuenta cuántos números hay entre otros dos, respondiendo a preguntas del tipo: *¿Cuánto le falta a  $a$  para llegar a  $b$ ?*”

Rosa responde a la pregunta 2 (sobre objetivos de aprendizaje) considerando que el resultado del aprendizaje del alumno consiste en una lista de prácticas (que se supone el alumno podría realizar

en el futuro) (líneas 29-34 de la narrativa). La segunda y la tercera de sus respuestas a esta consigna son prácticas que consisten en aplicar correctamente los procedimientos de conteo y de resta sin llevadas. La última se refiere al uso correcto de las representaciones simbólicas de los números hasta el 100 y la primera puede considerarse en cierta manera equivalente a la tercera. De su respuesta a la consigna 2 se infiere que Rosa tiene un conocimiento matemático común (CMC) que le permite realizar las prácticas que comenta (aunque esta inferencia hay que matizarla a partir de sus respuestas posteriores y ponerla en cuestión, por ejemplo, en la respuesta a la consigna 3 tiene una confusión con la definición de resta).

Por otra parte, se infiere que Rosa tiene un conocimiento didáctico-matemático que le permite identificar aspectos epistémicos en la actividad realizada por el alumno (en este caso prácticas) (CFE). También se puede considerar que Rosa muestra conocimientos correspondientes a la faceta cognitiva del modelo CDM (CFC) ya que la consigna 2 se refiere a los aprendizajes de los alumnos pretendidos; si nos fijamos en la primera de sus respuestas vemos que está manejando la idea de conocimiento previo; y también a la faceta ecológica (CFEC) del modelo CDM (conocimiento de los contenidos del currículo y su programación temporal). En su respuesta a la consigna 3 (sobre contenidos) Rosa señala como contenidos aspectos epistémicos que ha identificado en la actividad realizada por el alumno—que en la terminología del EOS se pueden considerar objetos primarios, por ejemplo, en 36 y 41 tenemos conceptos/definición y en la 37 y 38 procedimientos. Conoce el significado de la resta como ‘sumando desconocido’; no obstante, escribe mal la definición ya que debería haber escrito  $b-a$ , puesto que  $a$  (sustraendo) debe ser menor que  $b$  (minuendo).

En nuestra opinión las respuestas a las consignas 2 y 3 son evidencias de que Rosa podría llegar al nivel 2 de desarrollo de la competencia de análisis de la actividad matemática, si se le hubiese enseñado una técnica de análisis de la actividad matemática en términos de prácticas, configuración de objetos primarios y de procesos, como la que se propone en el EOS.

Con relación a la respuesta a las consignas 4 y 5, el análisis sigue siendo sobre todo descriptivo (aunque también explicativo ya que en la pregunta cinco Rosa explica qué acciones ayudan a conseguir el aprendizaje de los alumnos) y la profundidad del análisis sigue siendo de nivel 1 y la atención continúa focalizada en la fase de implementación.

Con relación a las competencias, inferimos que hay un nivel 1 de desarrollo de la subcompetencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas (describir con detalle la interacción; los conflictos y su resolución; los patrones de interacción; los errores, dificultades y resultados de aprendizaje). Por otra parte, los conocimientos inferidos, sobre todo de su respuesta a la consigna 4, se relacionan sobre todo con la faceta epistémica (CFE), interaccional (CFI) y cognitiva (CFC):

CFE: Reconoce las tareas propuestas por la maestra y reconoce los procedimientos que regulan la práctica que las resuelven y los compara con los que usan los alumnos en su práctica.

CFI: Describe un patrón de interacción donde la maestra plantea preguntas en las que se ha de aplicar el procedimiento (el conteo), recibe las respuestas de los estudiantes, evalúa, realiza un feedback y después continúa el proceso de la clase explicando un nuevo procedimiento (la resta sin llevadas) (no hay suficiente información para inferir que Rosa considere la interacción que describe como un caso particular de un patrón de interacción).

Describe con detalle algunas de las interacciones comunicativas del tipo: El profesor ordena la ejecución de una acción/tarea (por ejemplo, la profesora pregunta a los alumnos cuánto le falta a un número para llegar a otro); aclaración del docente con explicación corta (por ejemplo, Para solventar estos errores, la profesora pide al niño que coloque su dedo sobre el número que le diga y que cuente los movimientos que hace hasta llegar al otro número), etc. (No hay suficiente información para inferir que Rosa considere estas interacciones; describe como un caso particular de un tipo de interacción comunicativa).

CFC: Reconoce errores de los alumnos (prácticas de los alumnos que no son válidas desde la perspectiva de la institución matemática). No se infiere que distinga entre error y dificultad. Explica los errores/dificultades de los alumnos por el hecho de no dominar los conocimientos previos (una explicación de tipo neo-conductista basada en las jerarquías de aprendizaje). En su respuesta a la consigna 5 abunda en esta manera de entender la comprensión ya que dice que la repetición de preguntas ayuda a la comprensión de los alumnos.

CFM. Reconoce recursos: plantillas de números (Tabla 100, llamada ficha), dedos de los alumnos...

También se pueden inferir conocimientos relacionados con la faceta ecológica (CFEC) del modelo CDM (conocimiento de los contenidos del currículo y su programación temporal).

Con relación a la sexta consigna (donde se le pide una interpretación/justificación/explicación de la consecución de los objetivos de la segunda consigna) y a la séptima, el tipo de análisis pasa a ser más explicativo, con una profundidad de nivel 1 y continúa focalizado en la implementación. En ambas respuestas inferimos un nivel 1 de la subcompetencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas. Los conocimientos que se infieren a la sexta pregunta son los siguientes:

CFE: Rosa responde a la pregunta 2 considerando que el resultado del aprendizaje de los alumnos consiste en una lista de prácticas (que se supone el alumno podría realizar en el futuro). Dos de las respuestas son prácticas que consisten en aplicar correctamente los procedimientos de conteo y de resta sin llevadas, la tercera es el uso correcto de las representaciones simbólicas de los números hasta el 100.

CFC: Rosa considera que la mayoría de los alumnos aprendieron a realizar las prácticas previstas y pone como evidencia un ejemplo en el que un alumno realiza una resta sin llevadas y explica cómo la realizó. Además, explica que algunos alumnos no pudieron realizar la resta por falta de conocimiento de los conocimientos previos.

También se pueden inferir conocimientos relacionados con la faceta ecológica (CFEC) del modelo CDM (conocimiento de los contenidos del currículo y su programación temporal).

Los conocimientos que se infieren de la respuesta de Rosa a la séptima consigna son los siguientes:

CFC: Rosa da una respuesta en la que se infiere que su idea de comprensión está relacionada con una visión neo-conductista sobre las jerarquías de aprendizaje (si el alumno puede realizar la práctica que se ha planificado como objetivo, entonces el alumno comprende los conocimientos que son previos en la jerarquía de aprendizaje).

También se pueden inferir conocimientos relacionados con la faceta ecológica (CFEC) del modelo CDM (conocimiento de los contenidos del currículo y su programación temporal).

En la octava consigna, Rosa repite básicamente lo que ya ha respondido en la consigna 4. En la novena y décima consignas se observa un cambio del tipo de análisis ya que ahora se enfoca más a la valoración y el rediseño (en el sentido que se pide la construcción o diseño de nuevas tareas que mejoren el episodio observado). El nivel de profundidad sigue siendo 1 y el foco pasa de la fase de implementación a las fases de valoración y rediseño. Con relación a la novena y décima consigna se infiere un nivel uno de desarrollo de la subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica, ya que hace una valoración utilizando de manera implícita algún criterio de idoneidad didáctica y hace una propuesta de mejora con cierto sentido. En la consigna 9 no modifica la tarea enriqueciéndola, sigue con su idea de jerarquía de aprendizaje ya que piensa en una actividad que lógicamente sigue a la que se le pide que modifique, parece que no tiene criterios para la mejora de la tarea (que es lo que se le pide) (nivel cero de la competencia de análisis didáctico). Pero en su respuesta a la consigna 10 mejora la idoneidad cognitiva (conseguir más aprendizaje trabajando los conocimientos previos);

también mejora la idoneidad interaccional (diseña tareas más simples) y mejora la idoneidad de recursos (incorpora el uso de las regletas). Por su respuesta a la consigna 10 es por lo que se infiere un nivel 1 de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica.

Los conocimientos que se infieren de la respuesta de Rosa a la novena y décima consignas son de tipo epistémico (CFE) dado que diseña tareas más simples, de tipo cognitivo (CFC) ya que manifiesta la importancia del dominio de los conocimientos previos para conseguir el aprendizaje de los estudiantes y de tipo mediacional (FCM) pues se infiere conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes (las regletas y los bloques de base 10 en este caso). También se puede considerar que hay conocimientos de la faceta interaccional (CFI) (las tareas propuestas implican un cambio en la interacción, que se explica con detalle) y de la faceta ecológica (CFE) (conocimiento de los contenidos del currículo y su programación temporal).

La evaluación final global de las competencias y conocimientos que se infieren de la narrativa de Rosa es la siguiente: a) Nivel 1 en el desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica (si se le hubiesen enseñado modelos de análisis con sus herramientas, es plausible suponer que podría llegar al nivel 2), b) Con relación a los conocimientos, se infiere conocimiento común de la resta (aunque se podría cuestionar por algunos errores que comete, por ejemplo al definir la resta como “sumando desconocido”); conocimiento matemático-didáctico relacionado con la faceta epistémica, cognitiva, interaccional y mediacional y se puede suponer también la faceta ecológica. Hay que señalar que no se infieren conocimientos relacionados con la faceta emocional; no se manifiestan conocimientos de la dimensión normativa y sí un conocimiento implícito de algunos componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica.

## **REFLEXIONES FINALES**

En este trabajo hemos presentado las características del modelo CCDM sobre conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor de matemáticas y lo hemos aplicado para inferir, a partir de una narrativa, conocimientos y competencias de una futura maestra. Las respuestas a nuestras preguntas de investigación se infieren de los comentarios de la futura maestra en la narrativa que ha elaborado con las respuestas a las consignas que se le han propuesto para promover su desarrollo profesional. Mediante un análisis cualitativo, inferimos las categorías del modelo CCDM presentes en las respuestas de la futura maestra, en particular el nivel de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica y los diferentes tipos de conocimientos del profesor.

Consideramos que el análisis que presentamos ha servido para mostrar la potencia del modelo CCDM que hemos presentado en la segunda sección de este trabajo bajo dos direcciones. Por una parte, este modelo resulta una herramienta potente para inferir conocimientos y competencias de la autora de la narrativa y, por otra parte, mediante la presentación de sus categorías en el registro tabular (RT-CCDM) se puede evaluar la pauta usada para organizar la narrativa, mostrando sus limitaciones y orientando posibles mejoras de la misma.

Una cuestión que queda abierta es ¿cuál es el uso que se puede y debe hacer del modelo CCDM y, más en general, de las herramientas del EOS en la formación de profesores? En nuestra opinión aquí se ha mostrado la utilidad del uso del modelo CCDM para inferir conocimientos y competencias de la futura maestra que ha elaborado la narrativa, pero queda abierta la cuestión de qué herramientas del modelo CCDM y del EOS convendría enseñar a los profesores y futuros profesores. Por ejemplo, si se les hubiese enseñado la técnica de análisis de la actividad matemática en términos de prácticas, objetos y procesos – tal como se hizo en Rubio (2012), con futuros profesores de secundaria – quizás el nivel de la subcompetencia de análisis de la actividad matemática de Rosa sería mayor.

En esta línea de incorporar nociones del modelo CCDM en la formación de profesores hay que destacar que la noción de *idoneidad didáctica* (y su desglose en criterios, componentes e indicadores) pueden ser utilizados como una potente herramienta para organizar la reflexión del profesor y para desarrollar la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica – tal como se está haciendo en diferentes procesos de formación en España, Ecuador, Chile y Argentina (Breda, Font y Lima, 2015; Giménez; Font y Vanegas, 2013; Pochulu, Font y Rodriguez, 2016; Seckel, 2016).

### Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación EDU2016-74848-P (FEDER, AEI) y EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE).

### Referencias

- Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2), 1-41.
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018) Criterios Valorativos y Normativos en La Didáctica de las Matemáticas: el Caso del Constructo Idoneidad Didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278.
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science y Technology Education*, 13(6), 1893-1918.
- Chapman, O. (2014). Overall commentary: understanding and changing mathematics teachers. En J.–J. Lo, K. R. Leatham y L. R. Van Zoest (Eds.), *Research Trends in Mathematics Teacher Education* (pp. 295-309). Dordrecht: Springer International Publishing.
- Chapman, O. y An, S. (2017). A survey of university-based programs that support in-service and pre-service mathematics teachers' change. *ZDM Mathematics Education*, 49(2), 171-185.
- Font, V., Breda, A. y Sala, G. (2015). Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. *Praxis Educacional*, 11(19), 17-34.
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Giacomone, B., Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 44, 1-19.
- Giménez, J.; Font, V. y Vanegas, Y. (2013). Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. En C. Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (pp. 581-590). Oxford: Proceedings of ICMI Study 22.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.

- Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Pino-Fan, L., Assis, A. y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *EURASIA Journal of Mathematics, Science y Technology Education*, 11(6), 1429-1456.
- Pino-Fan, L., Font, V. y Breda, A. (2017). Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the onto-semiotic approach. En B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh, y B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 33-40). Singapore: PME.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(1), 63-94.
- Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 19(1), 71-98.
- Potari, D. y Ponte, J. P. (2017). Current Research on Prospective Secondary Mathematics Teachers' Knowledge. En G. Kaiser (Ed.), *The Mathematics Education of Prospective Secondary Teachers Around the World* (pp. 3-15). Springer, Cham.
- Rowland, T., Huckstep, P. y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos* (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona.
- Schoenfeld, A. y Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh, y T. L. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354). Rotterdam: Sense Publishers.
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner*. New York: Basic Books.
- Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática* (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona.
- Seckel, M. J. y Font, V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Praxis Educativa*, 11(19), 55-75.
- Stahnke, R., Schueler, S. y Roesken-Winter, B.. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM Mathematics Education*, 48(1-2), 1-27. doi: 10.1007/s11858-016-0775-y