Análisis de los significados de cuantiles en la enseñanza universitaria

F.J. Esquivel, S.M. Valenzuela-Ruiz, E. Barrena, R.M. Espejo y A.M. Fuentes

Universidad de Granada

Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos

INTRODUCCIÓN

El cuantil es una medida estadística usada en diversos problemas matemáticos. Pertenece a las denominadas medidas de posición, las cuales son puntuaciones que se escogen para establecer la ubicación de un subgrupo de datos en relación al resto y son especialmente útiles en la interpretación porcentual de la información. Por otro lado, el concepto de cuantil se utiliza en la metodología de numerosas herramientas estadísticas para resolver diferentes problemas de una gran variedad de campos de conocimiento. Por ejemplo, simulación estadística (método de Montecarlo), campos aleatorios (selección de umbrales) o análisis de valores extremos (periodos de retorno).

En este trabajo, se analiza el concepto de cuantil usando algunas nociones del Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007), en particular, la noción de significado, entendido como el sistema de prácticas que realiza una persona, o en el seno de una institución, para resolver una cierta clase de situaciones-problemas. En este caso distinguimos dos significados para el concepto de cuantil: el descriptivo y el inferencial. Para cada significado, se ha elegido un problema, usado en la enseñanza universitaria, donde interviene el cuantil en el proceso de resolución. Atendiendo a estos significados se selecciona un problema matemático para cada uno de ellos pertenecientes a asignaturas universitarias y se realiza un análisis a priori de los objetos matemáticos que intervienen en la resolución esperada del problema. Para ello se tiene en cuenta las categorías de objetos primarios propuestas en el EOS. Finalizado el proceso de instrucción de estos problemas matemáticos se realiza un análisis retroactivo con la intención de extrapolar posibles mejoras en el procedimiento de enseñanza-aprendizaje.

PROBLEMAS

Desde el punto de vista descriptivo, se analiza un ejemplo que se propone a los alumnos de la asignatura "Bases Matemáticas para la Educación Primaria" del Doble Grado en Educación Primaria y Ciencias de la Actividad Física y el Deporte, impartido en la Facultad de Humanidades de Melilla de la Universidad de Granada. Desde el punto de vista inferencial, se analiza un ejemplo que se propone a los alumnos que cursan la asignatura "Análisis de Valores Extremos" que se imparte en el Grado de Estadística ofertado por la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada.

<table>
<tr><th>Problema - Significado Descriptivo</th><th>Problema - Significado Inferencial</th></tr>
<tr><td>Se estudia el peso de un grupo de alumnos, obteniéndose la siguiente tabla de frecuencias:

<table>
<tr><th>Peso</th><th>n_i</th></tr>
<tr><td>[38, 44)</td><td>7</td></tr>
<tr><td>[44, 50)</td><td>8</td></tr>
<tr><td>[50, 56)</td><td>15</td></tr>
<tr><td>[56, 62)</td><td>25</td></tr>
<tr><td>[62, 68)</td><td>18</td></tr>
<tr><td>[68, 74)</td><td>9</td></tr>
<tr><td>[74, 80)</td><td>6</td></tr>
</table></td>
<td>Si un rompeolas es diseñado para resistir una media útil de 50 años y la altura de la máxima ola anual, h, se conoce que se distribuye como

$$F(h) = \exp\left\{-\exp\left\{\frac{3-h}{4}\right\}\right\}.$$</td></tr>
<tr><td>Cuestiones
a) Determinar el peso que es superado por el 25% de los alumnos de este grupo.
b) Determinar qué porcentaje de alumnos superan los 52 kg.</td>
<td>Cuestiones
¿Qué altura debe medir para resistir el promedio de años estipulado?</td></tr>
</table>

Se realiza un análisis a priori de los objetos matemáticos que intervienen en la resolución esperada del problema. Para ello se tiene en cuenta las categorías de objetos primarios propuestas en el EOS:

	Descriptivo	Inferencial
Situaciones -problemas	Aplicaciones estadísticas donde es necesario conocer los puntos que dividen a la muestra en partes iguales. Averiguar porcentaje de la muestra que es inferior/superior a un determinado valor	Obtener el umbral que no superan los valores de la variable con probabilidad p.
Conceptos	Datos agrupados, cuartil, percentil, frecuencia absoluta acumulada, amplitud y límites de un intervalo	Ecuación, logaritmo, exponencial, …
Lenguaje	Símbolos: Q_k, P_k, L_i, F_i, a_i	Símbolos: p, F^{-1}, τ_h, exp, log, …
Propiedades	Los cuantiles dividen la muestra en varias partes y ayudan a determinar porcentajes que superan o no un determinado valor de la variable.	Propiedades de los logaritmos, exponenciales.
Procedimientos	- Cálculo numérico de medidas estadísticas para datos agrupados. - Despeje de parámetros involucrados en el cálculo numérico de medidas estadísticas conocidas.	Despeje de ecuaciones.
Argumentos	Los resultados son coherentes con el enunciado.	Los resultados parecen ser lógicos.

EXPERIENCIA DOCENTE

El significado descriptivo presenta como principales dificultades de aprendizaje la formulación de cuestiones presentadas de forma inversa a la explicada; es decir:

- Por un lado, atendiendo a la definición de cuantil, los alumnos tienen claro cómo calcular el valor *v* de la variable tal que un determinado porcentaje de la muestra tiene en esa variable un valor menor o igual que *v*; sin embargo, cuando le preguntamos por el valor *v* de la variable que es superado por un determinado porcentaje de la muestra, los alumnos presentan dificultades en la resolución, ya que no entienden que tienen que calcular el cuantil teniendo en cuenta que el porcentaje necesario para aplicar la fórmula es 100 menos el porcentaje dado.
- Por otro lado, el hecho de no preguntar por el cuantil directamente sino por el porcentaje de la muestra que es menor o igual que un determinado valor de la variable ya supone una dificultad para los alumnos y aún más cuando se les pregunta por el porcentaje de la muestra que supera un determinado valor de la variable. En esta situación-problema es dónde se han encontrado mayores dificultades de aprendizaje en gran parte del alumnado dado que implica despejar parámetros en la formula.
- Asimismo, se observa que cuando dichos procedimientos son asimilados y el alumnado comprende el concepto, el cálculo de los cuantiles en estadística descriptiva es realizado de forma sencilla y automatizada por los alumnos.

En cuanto al significado inferencial, las principales observaciones en la práctica de la enseñanza han sido:

- En cursos avanzados de la educación universitaria es necesario señalar a los alumnos los conceptos matemáticos que ellos emplean de forma intuitiva sin ser conscientes cuando resuelven problemas matemáticos, dado que ellos no los identifican fácilmente.
- La necesidad de que aprendan a resolver problemas pensando y no replicando problemas similares. Este hecho debe ser primordial en este nivel educativo.
- Conviene preparar problemas matemáticos que resuelvan problemas reales con aplicaciones en áreas profesionales para fijar una base matemática en ellos, aumentar el grado de interés de los alumnos en la actividad matemática, y prepararlos para el mundo profesional que se encontrarán cuando terminen con su etapa educativa.

CONCLUSIONES

Del análisis realizado del uso del significado descriptivo de los cuantiles en la resolución práctica de problemas matemáticos aplicando las herramientas proporcionadas por el EOS se deriva la dificultad del alumnado ante el uso no directo de las formulas explicadas en clase. Se pone así de manifiesto la necesidad de explicar el concepto de cuantil en términos genéricos para poder aplicarlo en cada caso concreto. Respecto al análisis del significado inferencial, los alumnos presentaron dificultades ante la resolución de problemas nuevos, es, por tanto, necesario incentivar el pensamiento propio y no tratar de mecanizar las resoluciones durante el proceso de enseñanza. Por otro lado cabe destacar que, a partir de las experiencias realizadas, la utilización de problemas reales en clase es un elemento motivador del alumnado debido a que muestra la aplicabilidad de los conocimientos que se pretenden enseñar.

REFERENCIAS

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, *22* (2/3), 237-284.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39* (1-2), 127-135.