



# MODELOS DE REGRESION LINEAL DINAMICA APLICADOS ALPOLEN DE OLEA Y CUPRESSACEA EN LA CIUDAD DE GRANADA



ALBA, F., C. DIAZ DE LA GUARDIA, F. M. OCAÑA & M. VALDERRAMA

<sup>1</sup>Dpto. Biología Vegetal. Facultad de Ciencias. Universidad de Granada.

<sup>2</sup>Dpto. Estadística e Investigación Operativa. Facultad de Farmacia. Universidad de Granada.

## INTRODUCCIÓN

La búsqueda de nuevas ecuaciones matemáticas que nos expliquen el comportamiento aerobiológico de las partículas que se dispersan por la atmósfera nos ha llevado, en el presente trabajo, a utilizar y aplicar modelos de regresión lineal dinámica (Box & Jenkins, 1976), hasta el momento inéditos en el campo de la Aerobiología. Con estos modelos intentamos predecir la variación estacional del polen de *Olea* y *Cupressaceae* en la ciudad de Granada.

Desde el punto de vista estadístico, la selección de estos dos tipos polínicos se ha hecho atendiendo al criterio de que son taxones con periodos de polinización moderadamente extensos (>50 días), siendo el número de observaciones tomado fundamental para el desarrollo de estos modelos. Desde el punto de vista aerobiológico y alergológico, la elección de *Olea* y *Cupressaceae* se debe a que son pólenes que alcanzan concentraciones muy elevadas en Granada y poseen una alta capacidad alergénica, provocando un elevado número de sensibilizaciones entre la población adulta e infantil.

## MATERIAL Y MÉTODOS

El muestreo aerobiológico se ha realizado en la ciudad de Granada con un captador volumétrico (Hirst, 1952) modelo Burkard. La metodología usada ha sido la propuesta por la REA (Dominguez *et al.*, 1991). Los datos meteorológicos, que actúan como variable independiente en las ecuaciones, han sido suministrados por la Estación meteorológica del Aeropuerto de Granada.

Para la modelización del polen de *Olea* se tomaron las observaciones (polínicas y meteorológicas) del periodo 1992-2001, mientras que para las del polen de *Cupressaceae* se seleccionaron los datos de 1994 a 2001. Dada la especial naturaleza de las series de datos polínicos (estacionales), con acusados cambios de nivel, se decidió modelar en base a una media aritmética de cinco días. El modelo de regresión dinámica que queremos obtener es  $Y_t = f(X_t) + N_t$ , donde  $f(X_t)$  es la función de transferencia, siendo  $f(X_t) = X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \dots + X_{t-4}$ , y  $N_t$  son los residuos o parte no explicada del modelo. La importancia de estos modelos es que incorporan relaciones retardadas en el tiempo entre variable dependiente e independiente y dotan a la parte no explicada del modelo ( $N_t$ ) de una estructura temporal (modelo ARIMA).

La construcción del modelo de regresión dinámica lineal ha seguido los siguientes pasos: 1) Transformación de la serie input (meteorológica) y de la serie output (polen) para obtener series estacionarias en media y varianza (aplicar incrementos). 2) Encontrar modelo ARIMA que modelice la serie input. 3) Aplicar el filtro o modelo obtenido a la serie output. 4) Calcular la función de correlación cruzada entre las series de residuos (obtenidas al estimar el modelo ARIMA para el input y aplicar ese mismo modelo al output) para obtener los coeficientes significativos de la función de transferencia o modelo de regresión. 5) Identificar la estructura temporal de la serie de residuos. 6) Estimar por mínimos cuadrados los valores de los coeficientes del modelo.

## RESULTADOS

### Tipo polínico Olea

t	Pred. AR (1) Autorregresivo	ECM AR(1)	Pred FT Temp	ECM Temp	Pred FT Hum	ECM Hum
101	833,72	201,19	759,53	19,74	767,21	20,32
102	838,81	257,79	719,11	22,95	755,51	25,07
103	847,61	308,52	725,10	25,52	821,14	29,01
104	855,65	350,01	696,24	27,88	812,86	33,53
105	863,86	389,00	663,73	30,09	801,50	35,71

**1) HUMEDAD RELATIVA**  
El modelo obtenido es el siguiente:  
 $Y_t = -6,88X_t + N_t$      $N_t \rightarrow AR(1)$

Al ser el coeficiente de la función de transferencia negativo, implica que incrementos de la humedad relativa en un sentido, se corresponden con incrementos en sentido contrario del polen de olivo.

**2) TEMPERATURA**  
El modelo obtenido es el siguiente:  
 $Y_t = 25,83X_t + N_t$      $N_t \rightarrow AR(1)$

Variaciones del polen de olivo de un día con respecto al anterior son iguales a 25,83 por variaciones de la temperatura de un día con respecto al día anterior más un término residual. Al ser el coeficiente de la función de transferencia positivo, implica que incrementos de la temperatura en un sentido, se corresponden con incrementos en el mismo sentido del polen de olivo.

Las gráficas 1 y 2 presentan las concentraciones medias de cinco días del polen de olivo desde 1992 hasta 2001 y los valores obtenidos mediante el modelo de la función de transferencia. Se han obtenido 100 puntos.

### Tipo polínico Cupressaceae

t	Pred. AR (8) Autorregresivo	ECM AR(8)	Pred FT Temp	ECM Temp	Pred FT Hum	ECM Hum	Pred FT H.Sol	ECM H.Sol
97	111,11	176,15	94,33	18,66	97,79	18,78	48,70	18,11
98	216,07	228,04	256,49	23,84	175,41	24,95	272,50	23,50
99	331,18	238,54	418,37	24,86	363,60	25,49	368,51	24,42
100	346,19	257,19	402,09	25,76	363,10	26,75	410,24	25,77
101	435,75	264,91	519,09	25,99	407,90	27,12	456,36	26,15

**1) TEMPERATURA**  
 $Y_t = 29,01X_t + N_t$      $N_t \rightarrow MA(8)$  media móvil

**2) HORAS DE SOL**  
 $Y_t = 29,09X_t + N_t$      $N_t \rightarrow MA(8)$  media móvil

**3) HUMEDAD RELATIVA**  
 $Y_t = -9,03X_t + N_t$      $N_t \rightarrow MA(8)$  media móvil

Las gráficas 1, 2 y 3 presentan las concentraciones medias de cinco días del polen de ciprés desde 1994 hasta 2001 y los valores obtenidos mediante el modelo de la función de transferencia. Se han obtenido 96 puntos.

## CONCLUSIONES

- En definitiva podemos decir que durante ciertos intervalos de tiempo se ha apreciado correlación significativa entre los inputs (meteorológicos) tratados y las concentraciones del polen de *Olea* y *Cupressaceae*. Fruto del estudio de estas relaciones, se consigue construir unos modelos lineales de regresión dinámica que pueden ayudar a predecir la tendencia de las series outputs (polen).
- Pese a todo, el grado de correlación entre las variables medioambientales consideradas y las concentraciones de polen no es, en ningún caso, elevada, por lo que la eficacia de los modelos queda fundamentalmente reducida a predecir la tendencia y, de forma especial, los cambios bruscos en la misma.

### Referencias Bibliográficas

- Box, G.E.P. y Jenkins, G.M., 1976. *Times series analysis: forecasting and control*. Prentice-Hall. 250 pp.
- Dominguez, E., Galán, C., Villamandos, F. e Infante, F., 1991. Manejo y evaluación de los datos obtenidos en los muestreos aerobiológicos. *Monografías REA/EAN* 1: 1 – 18.
- Hirst, J.M., 1952. An automatic volumetric spore trap. *Ann Appl Biol* 39: 257 – 265.