Departamento de Análisis Matemático

Licenciatura en Matemáticas. 2º parcial 2001. Cálculo.

Problema 1. (a) Sea $u = (x+y)^4 + y^2(z+x)^3$ donde $x = rse^{-t}$, $y = rs\log(1+t^2)$, $z = r^2 s\cos t$. Calcular $\dfrac{\partial u}{\partial s}$ cuando $r=2$, $s=1$, $t=0$.

(b) Sea $z = z(x,y)$ la función dada implícitamente por

$$3x^2y^2 + 2z^2xy - 2zx^3 + 4zy^3 - 4 = 0.$$

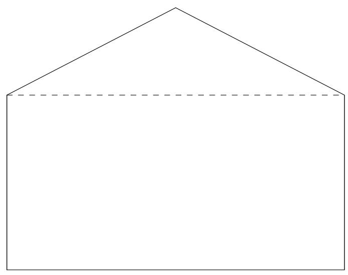
Calcular $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ en el punto $(2,1)$ siendo $z(2,1) = 2$.

Problema 2. Calcular las siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\iint_A (x^2+y^2)^{-3/2}\, d(x,y)$ donde $A = \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,:\, x^2+y^2 \le 1,\ x+y\ge 1,\ y\ge x\right\}$.

(b) $\displaystyle\iiint_A \frac{e^{\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{x^2+y^2}}\, d(x,y,z)$ donde A es el recinto limitado inferiormente por el paraboloide $z = x^2+y^2$ y superiormente por el plano $z=4$.

Problema 3. Se quiere construir un pentágono colocando un triángulo isósceles sobre un rectángulo, como se muestra en la siguiente figura. Si el pentágono tiene un perímetro fijo P_0, determinar las longitudes de los lados del pentágono que maximizan su área.



Problema 4. Estudiar, según los valores del parámetro real α, la convergencia uniforme en $[0,1]$ de la sucesión de funciones $\{f_n\}$ dada por

$$f_n(x) = \frac{n^\alpha x}{1+nx^2} \qquad x\in[0,1],\ n\in\mathbb{N}.$$

Problema 5. (Sólo grupos B y C) Una curva de la forma $y = y(x)$ verifica la siguiente propiedad: para cada punto (x,y) de la curva, el punto medio (a,b) del segmento de recta tangente comprendido entre (x,y) y el eje OY verifica $b = 2a^2$. Hallar la curva sabiendo que pasa por el punto $(1,2)$.

Granada, 5 de Junio de 2001.