

UN ESTUDIO SOBRE LA COMPETENCIA DE LOS ALUMNOS EN EL MANEJO DE TABLAS PARA RESOLVER SITUACIONES COTIDIANAS

María Candelaria Espinel Febles, Universidad de La Laguna

Ana Teresa Antequera Guerra, C.E.O. de Barlovento

RESUMEN

Este estudio muestra una investigación previa sobre la resolución de problemas utilizando tablas de doble entrada en actividades tomadas de PISA. Estos conocimientos se utilizan en tareas relacionadas con la toma de decisiones que se implementarán posteriormente. Se utiliza el modelo de Rasch para analizar los datos organizados en 14 ítems, contestados por 44 alumnos que cursan tercero y cuarto de secundaria obligatoria (tienen entre 15 y 16 años). Las respuestas muestran niveles de dificultad que no se corresponden totalmente con los fijados en PISA, especialmente cuando en las actividades intervine el uso de orden o prioridad y en la asignación de pesos para conseguir un objetivo.

ABSTRACT

The present study shows a previous research about problem solving, through the use of double entry tables at some activities taken from PISA. The knowledge used at these tasks are related with making decisions concepts that will be used lately. Rasch model was used to analyze the data set in 14 items answered by 44 secondary school's students (15 – 16 years old). Answers show difficulty levels that do not match with those of PISA, especially at activities about order or priority, and weight assignation.

Espinel Febles, M.C., Antequera Guerra, A.T. (2009). Un estudio sobre la competencia de los alumnos en el manejo de tablas para resolver situaciones cotidianas. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 227-236). Santander: SEIEM.

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, se ha introducido un nuevo enfoque en el tratamiento de la educación, y en concreto en la educación matemática, centrándose en el desarrollo de competencias individuales, lo que ha hecho necesario concentrarse en introducir una forma de pensar que vaya más allá de la aplicación de los procedimientos para responder a ejercicios estándar (Niss, 2004). Además existe una corriente hacia técnicas de enseñanza y aprendizaje basadas en la aplicabilidad, que han impulsado la necesidad de que los alumnos realicen más que simples procedimientos matemáticos. Se requiere de ellos que piensen de manera crítica sobre situaciones sociales donde se usan las matemáticas.

Una de las principales características de las actividades que se presentan en los proyectos PISA es que desarrollan situaciones contextualizadas (OCDE, 2004). El fin es poner de manifiesto la aplicabilidad del conocimiento matemático y para ello se sirve de problemas basados en aspectos del mundo real. Se desea que los alumnos empleen un espíritu crítico y desarrollen estrategias de razonamiento a la hora de enfrentarse a esos problemas. Es decir, que vayan más allá de la simple aplicación de procedimientos o reglas matemáticas. En esta línea de aplicación cotidiana de las matemáticas, los estudios que realiza la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) sobre el aprovechamiento de los estudiantes en matemáticas, los proyectos PISA 2003 y PISA 2007, en el caso de los estudiantes españoles, muestran su poca disposición a pensar más allá de la aplicación de los procedimientos o problemas rutinarios en matemáticas (OCDE, 2006).

En España, uno de los cambios dentro de los currículos de secundaria realizados en 2007 ha sido el desarrollo de los mismos a partir de competencias. Se entiende la competencia matemática como la capacidad de un individuo para utilizar las matemáticas de forma que pueda satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. En este nuevo desarrollo del currículo de secundaria, empieza a hacerse notar la aparición de conceptos relacionados con la matemática discreta, como son el uso de diagramas de árbol, de tablas de doble entrada, etc., de una manera más explícita dentro del desarrollo concreto de los contenidos, y no sólo como curiosidades para la ampliación de las unidades. Se comienza a considerar estos conceptos como herramientas muy potentes a la hora de resolver problemas en matemáticas, y esta es la principal razón por la que cada vez son más frecuentes en las programaciones didácticas de aula.

El estudio que aquí se presenta forma parte de una investigación más amplia que tiene como objetivo el diseño de actividades relacionadas con la *Teoría de Juegos* que se puedan convertir en herramientas útiles para la resolución de conflictos en la vida cotidiana. Fundamentalmente, nuestro proyecto trata de incorporar a la enseñanza de las matemáticas contenidos que fomenten el desarrollo de capacidades como ser críticos, realizar razonamientos, resolver conflictos mediante la cooperación, saber argumentar, aprender a negociar o saber ponerse en el lugar del otro (Parks, Musser, Burton y Siebler, 2000).

Como un estudio previo a nuestra investigación, se experimentó con alumnos de secundaria obligatoria cuatro actividades sobre situaciones públicas de PISA 2003 (MEC, 2005), cuyos resultados se recogen en este trabajo. Las actividades que se han trabajado son: El campamento, Programación de una carrera, El mejor coche y Campeonato de Ping Pong. Estas cuatro actividades hacen uso de tablas de doble entrada para resolver situaciones cotidianas. En todas ellas, la tabla es un apoyo para

organizar la información y una herramienta para pensar y razonar para poder conseguir la solución de las cuestiones que se formulan en la actividad. Por otro lado, no se trata de tablas propias de la estadística, como tablas de frecuencias o de asociación entre variables. En la teoría de juegos, las tablas son una de las formas de presentación o resolución de estos juegos, que pasa por la construcción de una matriz de pago que permite comprender el conflicto y sus posibles soluciones.

Resulta difícil fijar un único marco de análisis para el estudio que se presenta, ya que están implicados el desarrollo de nuevos contenidos (teoría de juegos, matemática discreta) y que además se pueden trabajar en el aula como actividades sobre resolución de problemas. Ello supone aceptar una idea de problema entendido como una herramienta para pensar matemáticamente y formar individuos con capacidad autónoma de pensar, siendo críticos y reflexivos (Schoenfeld, 1992), compaginando el objetivo de conseguir desarrollar algunas de las competencias básicas en matemáticas (Niss, 2004).

Las *preguntas* que guían la investigación son:

- Verificar la capacidad y competencia de los alumnos en el manejo de tablas para resolver distintas actividades que están relacionadas con la toma de decisiones en la vida cotidiana.
- Observar en los alumnos, la transferencia de conocimiento y el dominio funcional de la combinatoria y de tablas de doble entrada para resolver problemas de planificación u organización.
- Identificar los niveles de dificultad que presentan las distintas preguntas de las actividades relacionadas con el manejo de tablas de doble entrada, observando los procesos de razonamiento y las heurísticas utilizadas por los estudiantes.

METODOLOGÍA

Muestra

En el estudio participan 72 alumnos de tercero y cuarto de secundaria obligatoria que tienen entre 15 y 16 años, los cuales resuelven cuatro actividades durante cuatro sesiones de clase ordinaria en el curso escolar 2008-09. La muestra de la que se obtiene la información para el análisis que aquí se presenta es de 44 alumnos, que fueron los que realizaron todas las actividades, y por tanto, son los casos útiles para la metodología de análisis que se utiliza en esta investigación. La resolución de las actividades se presentó a los alumnos como tareas complementarias a las que normalmente realizaban en el aula, haciendo hincapié en que todas las actividades representan situaciones matemáticas novedosas y que pueden resolver con herramientas que conocen.

Las actividades

A continuación se describen las cuatro actividades, si bien, el enunciado tal como se le presenta a los alumnos, se puede encontrar en numerosos documentos relacionados con las pruebas de matemáticas de PISA 2003, por ejemplo, MEC (2005):

Actividad 1: El Campamento

Esta actividad consiste en distribuir un conjunto de chicos, chicas y adultos en una serie de cabañas de manera que no superen la capacidad de las mismas y que estén

distribuidos por sexos. La solución se ha de recoger en una tabla de doble entrada usando estrategias combinadas de adición de elementos y de uso de cotas superiores.

Actividad 2: Programación de la Carrera

Dadas doce asignaturas, éstas se deben distribuir a lo largo de tres cursos respetando el orden de elección y la prioridad entre asignaturas. La tabla se utiliza como herramienta para planificar y secuenciar la carrera, obligando en la resolución a leer al mismo tiempo por filas y columnas.

Actividad 3: El Mejor Coche

En una tabla se presenta una serie de puntuaciones para cinco coches, y se desea seleccionar el mejor coche. Se usa para ello distintas reglas basadas en sistemas de votación ponderados, número de máximas puntuaciones y suma de valoraciones sin valores extremos.

Actividad 4: Campeonato de Ping – Pong

La actividad utiliza una tabla para recoger todos los enfrentamientos en un torneo de “todos contra todos” entre cuatro jugadores, distribuidos en tres rondas. Es decir, se piden las variaciones sin repetición de seis elementos tomados de dos en dos.

Para el análisis de las actuaciones de los alumnos

Las cuestiones que se desarrollan en las cuatro actividades se descomponen en 14 ítems a analizar, distribuidos en tres para la primera, tres para la segunda, siete para la tercera, y uno para la cuarta. Estos 14 ítems se recogen y describen brevemente en la Tabla 1. En la primera columna, está el nombre de la actividad tal como figura en PISA y en la segunda columna el nivel de competencia matemática que se le asigna. La dificultad de las preguntas en PISA va de nivel 1 a nivel 6. El nivel de las cuatro actividades propuestas aquí, varía sólo de nivel 2 a nivel 5.

En la tercera columna de la Tabla 1 se recoge el nombre o código asignado a cada uno de los ítems que componen la respectiva actividad y, en la cuarta columna se relata, de forma breve, en qué consiste cada uno de los 14 ítems.

Actividades PISA	Nivel	Código	Descripción de ítems
El Campamento	N2	EC1	1.Distribuir chicos
	N2	C2	2.Distribuir chicas
	N3	EC3	3.Distribuir adultos
Programación de la carrera	N3	CR1	4.Colocar las 12 asignaturas
	N3	CR2	5.Respetar niveles
	N3	CR3	6.Respetar condiciones prioridad
El mejor coche	N2	MC1	7.Completar tabla
	N2	MC2	8.Valor de una función lineal
	N5	MC3	9.Asignar pesos a una función lineal para conseguir un objetivo
	N4	MC4	10.Regla primeros puestos
	N4	MC5	11.Regla suma eliminando extremos
	N4	MC6	12.Elección primeros puestos
	N4	MC7	13.Elección suma eliminando extremos
Campeonato de Ping Pong	N2	PP1	14.Completar tabla

Tabla 1: Descripción de ítems

Hay que señalar que, aunque todas las actividades han sido tomadas de PISA, en la actividad 3: El mejor coche, los cuatro últimos ítems, del MC4 al MC7, fueron añadidos para introducir nuevas reglas de elección, necesarias para nuestros intereses, y se pueden consultar en Espinel y Antequera, 2008. Siguiendo algunas de las pautas que se fija PISA para medir la dificultad de los ejercicios y los niveles de competencia (OCDE, 2006), a estos cuatro ítems se les asignó un Nivel 4.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS DATOS

En este estudio queremos clasificar y ordenar los ítems según la dificultad. Para ello primero estudiamos la analogía o semejanza que presentan los 14 ítems de las cuatro actividades, mediante un análisis de conglomerados (Catena, Ramos y Trujillo, 2003), y luego mediante el modelo de Rasch (Callingham y Bond, 2006) se estudia la resistencia o dificultad de cada uno de los ítems, modelo que también se utiliza en PISA (OCDE, 2003).

Las respuestas de los alumnos fueron codificadas dicotómicamente, esto es 1 = bien y 0 = blanco o mal. Esto dio lugar a una puntuación media para los alumnos de 9,3 y desviación típica 2.1, donde se entiende que el rango varía de 0 a 14 puntos o número ítems.

Para estudiar la *semejanza de los ítems* se aplica la técnica de clasificación de agregación de salto mínimo con la distancia euclídea, lo que da lugar al árbol de parcial mínimo que se muestra en la Figura 1. Se observa que los 14 ítems se pueden agrupar en cinco clúster. El primero está formado por sólo dos ítems CR2 y CR3, que corresponden a la actividad: Programación de una carrera. Un segundo grupo de cinco ítems (PP1, CR1, MC1, MC2 y MC4) procede de tres actividades distintas (Completar tabla, Colocar las 12 asignaturas y los tres primeros ítems de la actividad: El mejor coche). Un tercer grupo, está formado por tres ítems que proceden de las preguntas

(MC5, MC6 y MC7) de la actividad: Elegir coche. El cuarto grupo los forman los tres ítems (EC1, EC2 y EC3) de la actividad: El Campamento. El ítem MC3 (asignar pesos para conseguir un objetivo) queda alejado, y con clara desemejanza, del resto. Este ítem es el peor que encaja en el constructo de manejo de tablas, algo lógico ya que corresponde a un procedimiento distinto al resto. Hay que observar que los 7 ítems de la actividad del mejor coche son los que muestran una menor distancia, lo que indica que los alumnos que comprenden el problema responden a todos los ítems correctamente.

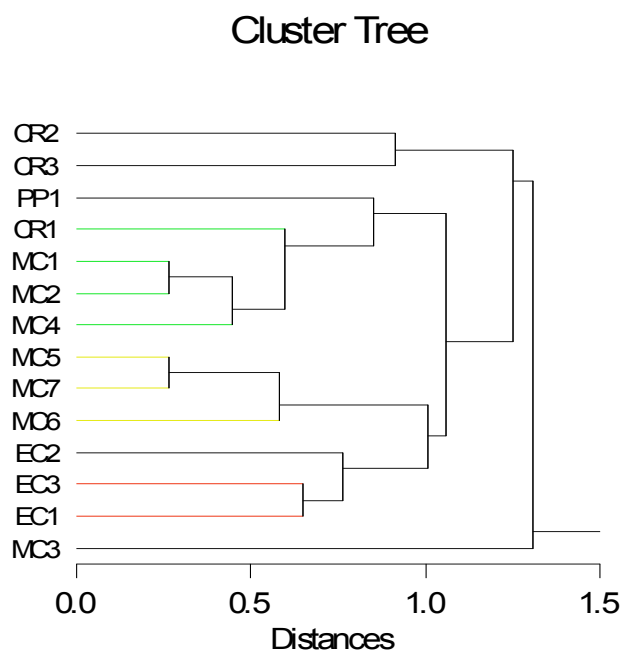


Figura 1. Semejanza de las preguntas

El modelo de Rasch permite realizar un análisis de la complejidad de los ítems. Para ello se someten los datos al programa Winsteps (Linacre, 2007). Resultó que la fiabilidad de las preguntas es de 0,79. Observándose un aceptable *ajuste al modelo de Rasch*, ya que el *Infit* dio 1 (con *ZSTD* = 0.1) y *Outfit* 0.96 (*ZSTD* = 0.1). Hay un único ítem que desajusta es el MC2, que corresponde a hallar el valor de una función. Este es un ítem que resulta muy fácil para todos los alumnos. El resto de los ítems presentan valores de *Infit* menores de 1,5.

Una de las mayores ventajas del modelo de Rasch es la propiedad de medición conjunta de los ítems y de los alumnos en la misma escala. En la Figura 2 se muestra el *escalamiento conjunto de alumnos e ítems*. Se puede observar la posición de los 44 alumnos, cada alumno está representado con un número, y al otro lado los 14 ítems a los que se añade el nivel que le asigna PISA.

La mayoría de los ítems presentan un anclaje alrededor del cero o ligeramente por encima. Sólo 5 ítems de los 14 quedan fuera de ± 1 *logit*. El ítem más fácil (MC2) de los 14 se localiza a -3.0 *logit*, y corresponde en la actividad 3: Hallar el valor de una función, que además desajusta en el modelo por resultar muy fácil, ya que todos los alumnos lo responden correctamente.

El cuestionario tiene pocos ítems que midan valores altos del constructo *uso de tablas*, y por otra parte, el nivel de los alumnos participantes es muy alto. Así, hay

cuatro alumnos que contestan correctamente a todas las preguntas y seis que sólo fallan un ítem. Se observa, por tanto, un desempeño exitoso de los alumnos con respecto al constructo tabla, esto es, la mayoría de los alumnos presentan una aceptable habilidad en el manejo de las tablas de las cuatro actividades. Este grupo de 44 alumnos tiene un nivel aceptable y sólo cuatro quedan por debajo de la media.

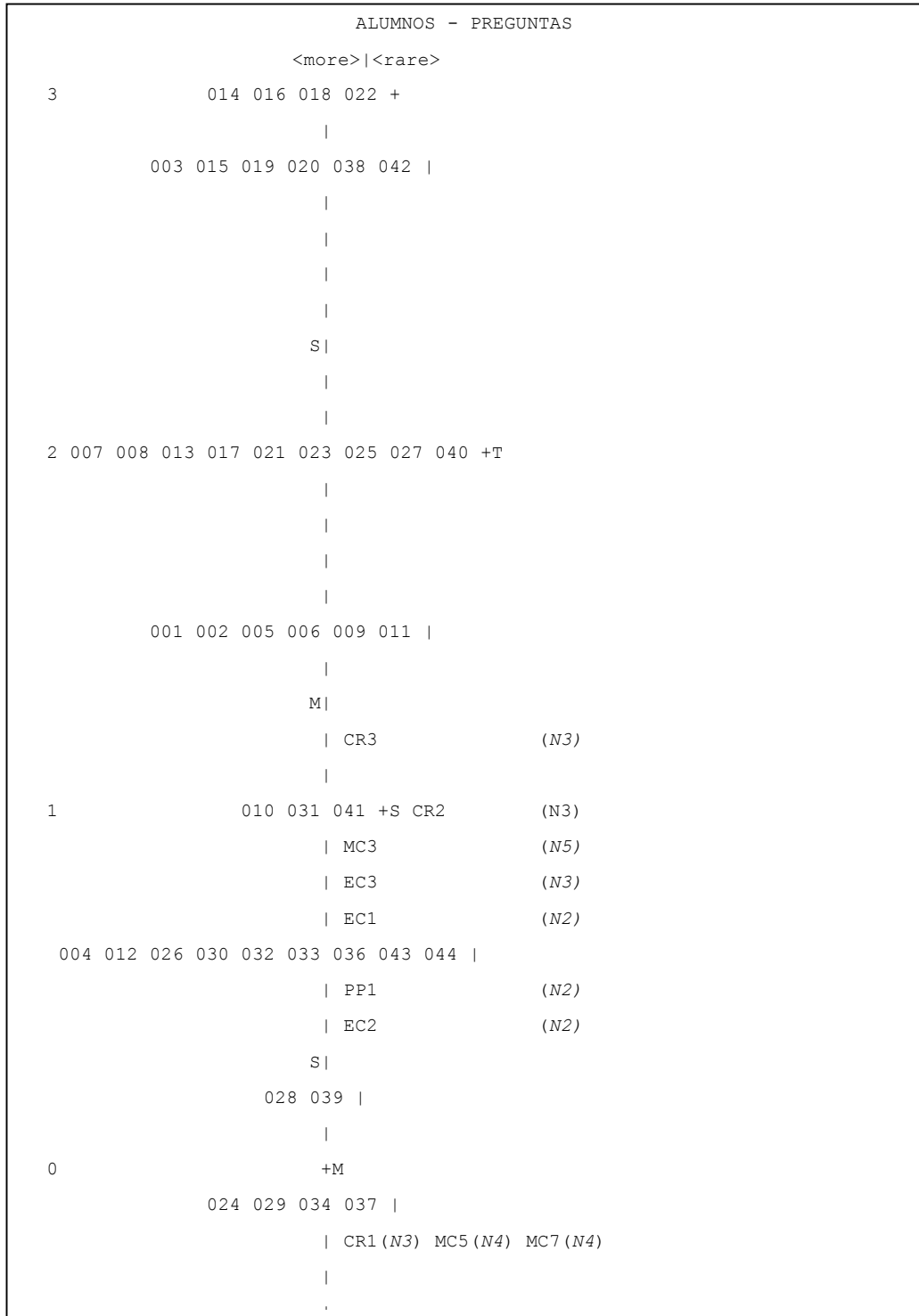


Figura 2: Mapa

El mapa de la de la Figura 2 permite realizar la siguiente interpretación de la complejidad de los ítems para los alumnos que participan es este estudio:

Preguntas fáciles, que responden todos los alumnos: MC2, MC4, MC1 y MC6.

Preguntas normales, con resultado cerca de la media: CR1, MC5 y MC7.

Preguntas con cierta dificultad: EC2, PP1, EC1, EC3, MC3, CR2 y CR3.

Se observa en el mapa que los niveles de dificultad de los ítems en PISA no se corresponden totalmente con su posición lógica en el continuo lineal del modelo de Rasch. Así por ejemplo, con respecto al ítem MC3, al que PISA asigna Nivel 5, es decir, el más difícil de los 14 ítems, en el continuo lineal de la Figura 2, se encuentra que hay otros dos más difíciles (CR2 y CR3). Otros ítems (EC1, EC2 y PP1) que tienen un nivel 2 en PISA, y por tanto, deberían ser fáciles, no lo son para los alumnos del presente estudio.

La dificultad de los ítems en que interviene el orden de prioridad (CR2 y CR3) y la asignación de pesos (MC3) queda reflejada en este análisis y también son los mismos tres ítems que presentan una mayor distancia mediante el análisis de conglomerados.

CONCLUSIONES

El estudio que se presenta forma parte de una investigación más amplia sobre una experiencia para introducir conceptos propios de la teoría de juegos, especialmente los que tienen relación con los sistemas democráticos y repartos justos. El propósito de la fase de la investigación que aquí se presenta es un primer análisis para saber si los estudiantes de secundaria obligatoria son capaces de manejar las tablas de doble entrada leyendo en ellas, organizando datos y extrayendo información.

En la Educación Secundaria Obligatoria los alumnos deben desarrollar conocimientos y destrezas para desenvolverse en la vida cotidiana. Las actividades que hemos analizado son ejemplos de escenarios que promueven en los alumnos el uso de herramientas y estrategias propias de las matemáticas, empleando conocimientos necesarios en situaciones del mundo consideradas como realistas (Rosentein, Franzblau y Robert, 1997). Los contenidos matemáticos que se usan para resolverlas ya están presentes en el currículo oficial (BOE, 5.1.2007), pues se basan principalmente en las representaciones en árbol, el uso de tablas y matrices, la resolución de problemas o la búsqueda de estrategias óptimas.

Las cuatro actividades que resolvieron los alumnos, tomadas de PISA 2003, siguen un esquema similar, en el que se les presenta una situación basada en un contexto real, y se plantea una serie de cuestiones que se resuelven utilizando las tablas desde distintas vertientes del concepto, la mayoría relacionada con la matemática discreta (DeBellis y Rosentein, 2004).

En respuesta a las preguntas de la investigación, los primeros resultados muestran que todos los alumnos completan las actividades, no dejan preguntas sin contestar, si bien, no queda claro, que aún cuando la respuesta sea correcta, ésta se deba a su competencia matemática. En muchas de las producciones de los alumnos se observa que siguen procesos de razonamiento y heurísticos propios, como ensayo y error. En cuanto a la transferencia de conocimiento matemático, parece evidente que existe, por ejemplo, al hallar el valor de una función, pregunta que todos los alumnos responden, sin embargo, no parece que recurran a un uso reflexivo de la combinatoria.

Se observa que los alumnos que han participado en la experiencia son capaces de leer en una tabla y también extraer datos de ella. Les resulta de cierta complejidad construir una tabla cuando han de considerar más de una variable, obligados a tener en cuenta filas y columnas, especialmente si interviene algún orden o prioridad para su correcta construcción.

Como instrumento evaluador, el modelo de Rasch, nos permite aceptar la idoneidad de las actividades en relación a los objetivos generales del proyecto, así como observar que los alumnos superan al menos la puntuación media y, por tanto, están capacitados para realizar las nuevas actividades en las que se utilicen tablas de doble entrada.

Si bien, consideramos que los resultados tienen algunas implicaciones a considerar en la enseñanza de las matemáticas, ya que muestran fallos en el manejo de tablas que la formación ha de solucionar, especialmente cuando ya se ha divulgado que el nuevo Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), que se hará público en 2009, se centrará en la evaluación mediante un ejercicio de tareas abiertas no conocidas por los alumnos de 15 años.

Agradecimientos: Parte de esta investigación ha sido realizada en el marco del proyecto de Investigación SEJ2006-10290 (Ministerio de Ciencia y Tecnología, Madrid, programa del Plan Nacional de I+D+I).

BIBLIOGRAFÍA

- Callingham, R. and Bond, T. (2006). Research in Mathematics Educations and Rasch Measurement. *Mathematics Educations Research Journal*, 18, 2, 1-10.
- Catena, A., Ramos, M., Trujillo, H. (2003). *Análisis multivariado. Un manual para investigadores*. Madrid: Biblioteca nueva.
- DeBellis, V.A., Rosentein, J. (2004). Discrete Mathematics in Primary and Secondary Schools in the United States. *ZDM*, 36 (2) 46-55.
- Espinel, M.C., y Antequera, A. (2008). The decision-making as a school activity. In Topic Study Group 19 of ICME: Research and development in problem solving in mathematics educations. 11th *International Congress on Mathematical Education*, Monterrey, México. Disponible en: <http://tsg.icme11.org/tsg/show/20>
- Linacre, J. M. (2007). *Realiability and Separations. A User's Guide to Winsteps/Ministep Rasch – Model Computer Programs* Chicago: Winsteps. Com. Disponible en: <http://www.winsteps.com>
- MEC (2005). *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*. Madrid: Inecse.
- Niss, M. (2004). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM Project*. Disponible en: http://www7.nationalacademies.org/mseb/Mathematical_Competencies_and_the_Learning_of_Mathematics.pdf
- OCDE (2003). *Manual de Análisis de datos PISA 2003: usuarios de SPSS*. Disponible en: <http://www.ince.mec.es/pub/pisamanualdatos.pdf>

- OCDE (2004). *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003*. OCDE. París.
- OCDE (2006). *PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. España: Santillana Educación.
- Parks, H., Musser, G., Burton, R., Siebler, W. (2000). *Mathematics in Life, Society, & the World*. New Jersey: Prentice Hall.
- Rosentein, J. G., Franzblau, D. S., Robert, F. S. (1997) (Eds). *Discrete Mathematics in the Schools*, DIMACS Series in Discrete Mathematics Computer Science, Volume 36, Providence, RI: American Mathematical Society (AMS). Disponible en: <http://dimacs.rutgers.edu/Volumes/Vol36.html>
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, sense-making in mathematics. In: D. Grouws (Ed.) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.334-370). New York: Macmillan.