

## Problemas variacionales geométricos (curso 2018-19)

MÓDULO	MATERIA	ASIGNATURA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	CARÁCTER
Métodos y Modelos Matemáticos en Ciencia e Ingeniería	Problemas variacionales geométricos	Problemas variacionales geométricos	1º	2º	6ECTS	Optativo
<b>PROFESOR(ES)</b>			<b>DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>Manuel Ritoré Cortés</li> <li>M. César Rosales Lombardo</li> </ul>			Departamento de Geometría y Topología. Facultad de Ciencias, despachos 7 y 6. Email: <a href="mailto:ritore@ugr.es">ritore@ugr.es</a> , <a href="mailto:crosales@ugr.es">crosales@ugr.es</a>			
			<b>HORARIO DE TUTORÍAS</b>			
			Manuel Ritoré: primer cuatrimestre: lunes y miércoles: 12'00-13'30 y 16'00-17'30. Segundo cuatrimestre: lunes, martes y miércoles: 12'00-14'00. César Rosales: lunes, 9-10:30 y 13-14; martes y miércoles, 13-14; viernes, 12:30-14.			
<b>MÁSTER EN EL QUE SE IMPARTE</b>			<b>OTROS MÁSTERES A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR</b>			
Física y Matemáticas - FisyMat			Máster en Matemáticas Máster en Física: Radiaciones, Nanotecnología, Partículas y Astrofísica			
<b>PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)</b>						
Para seguir con aprovechamiento la asignatura es preciso tener conocimientos sobre variedades diferenciales, geometría riemanniana y teoría de subvariedades. Se recomienda haber superado la asignatura de primer cuatrimestre "Principios de geometría y aplicaciones en física"						
<b>BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL MÁSTER)</b>						
Subvariedades riemannianas Volumen riemanniano. Fórmulas de variación del volumen. Superficies estables. Problema de Bernstein. Superficies minimales y con curvatura media constante Ecuaciones elípticas de segundo orden en variedades riemannianas. Principio de reflexión de Alexandrov Valores propios del Laplaciano en variedades Riemannianas Operador de Dirac						



## COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS DEL MÓDULO

Competencias generales:

**CG2.** Capacidad de generar y desarrollar de forma independiente propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional en el ámbito científico de la Física y Matemáticas

**CG4.** Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales.

**CG5.** Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos.

Competencias específicas:

**CE1.** Resolver problemas físicos y matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos

**CE2.** Desarrollar la capacidad de decidir las técnicas adecuadas para resolver un problema concreto con especial énfasis en aquellos problemas asociados a la Modelización en Ciencias e Ingeniería, Astrofísica, Física, y Matemáticas

**CE3.** Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas.

Competencias transversales:

**CT1.** Fomentar el espíritu innovador, creativo y emprendedor.

**CT5.** Capacidad de aprendizaje autónomo y responsabilidad (análisis, síntesis, iniciativa y trabajo en equipo)

## OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

*El alumno sabrá/comprenderá: El alumno será capaz de:*

Se pretende dotar al alumnado de los conocimientos y técnicas básicas para desarrollar un trabajo eficaz de investigación en cuestiones relacionadas con problemas variacionales con un fuerte componente geométrico: minimización de funcionales en variedades riemannianas y sub-riemannianas, mecánica de fluidos, y funcionales en física teórica, entre otros. Dichas técnicas comprenden el estudio de subvariedades riemannianas, incluyendo subvariedades espaciales de variedades de Lorentz; cálculo geométrico de fórmulas de variación, con especial énfasis en el funcional volumen riemanniano; estudio de subvariedades minimales y con curvatura media constante; ecuaciones elípticas de segundo orden en variedades riemannianas, incluyendo estudio de valores propios del laplaciano y estudio de operadores de Dirac en variedades.

## TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

**Tema 0.** Preliminares. Subvariedades riemannianas. Medida riemanniana. El teorema de la divergencia.

**Tema 1.** Fórmulas de variación para la medida riemanniana sobre una subvariedad.

**Tema 2.** Mínimos y puntos críticos de la medida riemanniana con frontera fija. Subvariedades minimales. La condición de estabilidad. Aplicaciones: teoremas de Bonnet-Myers, Schoen-Yau y Bernstein.

**Tema 3.** El problema isoperimétrico. Caracterización de puntos críticos y mínimos de segundo orden. Propiedades topológicas y caracterización de hipersuperficies compactas estables.

**Tema 4.** Superficies de curvatura media constante. Principio del máximo. Resultados de caracterización.

**Tema 5.** Desigualdades funcionales (Sobolev y Faber-Krahn).



ugr

Universidad  
de Granada

## BIBLIOGRAFÍA

1. M. Berger, P. Gauduchon, E. Mazet, Le spectre d'une variété riemannienne. (French) Lecture Notes in Mathematics, Vol. 194 Springer-Verlag, Berlin-New York 1971.
2. M. Giaquinta, S. Hildebrandt, Calculus of variations. I. The Lagrangian formalism. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 310. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
3. M. Giaquinta, S. Hildebrandt, Calculus of variations. II. The Hamiltonian formalism. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 311. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
4. U. Dierkes, S. Hildebrandt, A. Küster, O. Wohlrab, Minimal surfaces. I. Boundary value problems. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], 295. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
5. U. Dierkes, S. Hildebrandt, A. Küster, O. Wohlrab, Minimal surfaces. II. Boundary regularity. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], 296. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
6. D. Gilbarg, N. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order. Reprint of the 1998 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2001.
7. E. Giusti, Minimal Surfaces and Functions of Bounded Variation, Monographs in Mathematics, Volume 80, Birkhäuser, Boston, 1984
8. F. Maggi, Sets of Finite Perimeter and Geometric Variational Problems. An Introduction to Geometric Measure Theory, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Volume 135, Cambridge University Press, 2012.
9. L. Simon, Lectures on Geometric Measure Theory, Proceedings of the Centre for Mathematical Analysis, Australian National University, 3. Australian National University, Centre for Mathematical Analysis, Canberra, 1983.
10. M. Spivak, A comprehensive introduction to Differential Geometry, vol. IV, V. Publish or Perish, Inc., Wilmington, Del., 1979.

## ENLACES RECOMENDADOS

<http://www.ugr.es/~fisymat>

## ACTIVIDADES FORMATIVAS

Actividad formativa	Horas	Presencialidad
Clases teóricas	42	100
Trabajo autónomo del estudiante	108	0

## METODOLOGÍA DOCENTE

**MDO.** Lección magistral

**MD3.** Seminarios

**MD4.** Tutorías académicas



ugr

Universidad  
de Granada

**EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)**

1. El procedimiento de evaluación en la convocatoria ordinaria estará basado en estos apartados:

1.1. Valoración de las pruebas, exámenes, ejercicios, prácticas o problemas realizados individualmente o en grupo a lo largo del curso (70%). El procedimiento habitual consistirá en la entrega de varios ejercicios y/o trabajos que el estudiante tendrá que resolver usando lo aprendido en el curso. De forma alternativa, cualquier estudiante podrá solicitar durante las 5 primeras sesiones del curso que su evaluación en este apartado se lleve a cabo mediante la realización de una prueba escrita u oral que contendrá cuestiones teóricas y prácticas relacionadas con los contenidos del curso. La realización de esta prueba será obligatoria para aquellos alumnos que hayan faltado presencialmente al menos a 5 sesiones del curso. En cualquier caso, para superar la asignatura será necesario obtener al menos una puntuación de 5 puntos sobre 10 en este apartado.

1.2. Valoración de la asistencia y participación del alumno en clase y en los seminarios, y sus aportaciones en las actividades desarrolladas (30%).

2. En la convocatoria extraordinaria el método de evaluación consistirá en una prueba oral o escrita que contendrá cuestiones teóricas y prácticas relacionadas con los contenidos del curso (100%).

**INFORMACIÓN ADICIONAL**



*ugr*

Universidad  
de Granada