

Simetrías y Grupos de Lie en Física Matemática

MÓDULO	MATERIA	ASIGNATURA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	CARÁCTER
Física Matemática y Teórica	Simetrías y Grupos de Lie en Física Matemática	Simetrías y Grupos de Lie en Física Matemática	1	1	6ECTS	Optativo
PROFESOR(ES)			DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)			
Prof. Dr. José Gómez Torrecillas (Responsable) Prof. Dr. Manuel Calixto Molina			<i>José Gómez Torrecillas</i> - Departamento de Álgebra, Facultad de Ciencias, Fuentenueva s/n, Granada. E-mail: gomezj@ugr.es , Teléfono: +34958240470 <i>Manuel Calixto Molina</i> - Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Ciencias, Fuentenueva s/n, Granada. E-mail: calixto@ugr.es Teléfono: +34958241317			
			HORARIO DE TUTORÍAS			
MÁSTER EN EL QUE SE IMPARTE			OTROS MÁSTERES A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR			
Física y Matemáticas - Fisymat			Máster en Física: Radiaciones, Nanotecnología, Partículas y Astrofísica Máster en Matemáticas Master doble MAES-FISYMAT			
PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)						
BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL MÁSTER)						
A. Fundamentos Matemáticos.						



- A1. Grupos de Lie. Subgrupos uniparamétricos y Álgebras de Lie. Grupos lineales general y especial, grupos unitarios, grupos ortogonales, grupos simplécticos, grupos euclidianos y de Poincaré.
- A2. La aplicación exponencial. Fórmula de Baker-Hausdorff-Campbel.
- A3. Representaciones Lineales. Representaciones adjuntas y coadjuntas. Representaciones irreducibles. Suma directa y producto tensor. Descomposición de representaciones. Representaciones de $SO(3)$ y $SU(2)$.
- A4. Perspectiva de la teoría general: álgebras de Lie semisimples. Ejemplos. Representaciones de $SU(3)$. Diagramas de pesos y raíces. Grupo de Weyl.

B. Aplicaciones Físico-Matemáticas

- B.1 Simetrías Básicas en Mecánica y Teoría Clásica de Campos. Invariantes Noether y Variedad de Soluciones.
- B.2 Representaciones Unitarias e Irreducibles de Algebras de Poisson: Cuantización sobre Grupos
- B.3 Simetría de las Teorías Gauge: Interacciones “Internas” (asociadas a simetrías internas) y Gravitación.
- B.4. Cuantización Unitaria y Finita de Teorías de Stueckelberg No Abelianas. Teorías Gauge Masivas. Generalización del Modelo Estándar de Partículas.

COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS DEL MÓDULO

- CG1- Saber trabajar en un equipo multidisciplinar y gestionar el tiempo de trabajo.
- CG2- Capacidad de generar y desarrollar de forma independiente propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional en el ámbito científico de la Física y Matemáticas
- CG4- Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales.
- CG5- Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos
- CE1- Resolver problemas físicos y matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE2 -Desarrollar la capacidad de decidir las técnicas adecuadas para resolver un problema concreto con especial énfasis en aquellos problemas asociados a la Modelización en Ciencias e Ingeniería, Astrofísica, Física, y Matemáticas.
- CE3 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas.
- CE4 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos físicos avanzados, y profundizar en los distintos campos de la física y astrofísica.
- CE6 - Demostrar la capacidad necesaria para realizar un análisis crítico, evaluación y síntesis de resultados e ideas nuevas y complejas en el campo de la astrofísica, física, matemáticas y biomatemáticas.
- CT5 - Capacidad de aprendizaje autónomo y responsabilidad (análisis, síntesis, iniciativa y trabajo en equipo).
- CT3 - Desarrollar el razonamiento crítico y la capacidad de crítica y autocrítica.



ugr

Universidad
de Granada

OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

El alumno sabrá/comprenderá:

- La noción matemática de grupo de Lie, las propiedades fundamentales de los mismos y sus morfismos, así como el conocimiento de varios ejemplos básicos en Física Matemática.
- La comprensión de la construcción del álgebra de Lie asociada a un grupo de Lie y la transferencia de información entre estos objetos algebraicos.
- El concepto de representación lineal de un grupo de Lie y su relación con la de representación de su álgebra de Lie.
- La noción de grupo de Lie y álgebra de Lie semisimple y conceptos inherentes (como pesos, sistema de raíces, grupo de Weyl), y un conocimiento detallado de las representaciones finito dimensionales de los grupos $U(1)$, $SU(2)$, $SO(3)$, $SU(3)$.
- Una visión geométrica y algebraica de la formulación de la Mecánica y Teoría de Campos.
- La comprensión del papel relevante en Física del empleo de las simetrías asociadas a Grupos de Lie.
- Un mejor entendimiento de la estructura simpléctica de la variedad de soluciones de un problema Físico como órbitas co-adjuntas de Grupos de Lie. Aplicaciones a grupos unitarios $SU(N)$.
- Y con ello de una forma de Cuantización no Canónica, Grupo-Teórica, necesaria para los sistemas No-Lineales, como por ejemplo, los Modelos Sigma no Lineales con simetrías $SO(N)$ y $SU(N)$.

El alumno será capaz de:

- Calcular el álgebra de Lie de varios ejemplos fundamentales de grupo de Lie.
- Manejar las nociones y operaciones básicas con representaciones, como equivalencia de representaciones, suma directa, producto tensor, representación irreducible y representación completamente reducible.
- Identificar las simetrías espacio-temporales e internas relevantes de sistemas Mecánicos y en Teoría de Campos.
- Saber calcular los generadores infinitesimales y observables físicos asociados a dichas simetrías.
- Hacer uso de dichas simetrías para construir la teoría cuántica de modelos sencillos como una representación de las mismas en un espacio de Hilbert.

TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

A. Fundamentos Matemáticos.

- A1. Grupos de Lie. Subgrupos uniparamétricos y Álgebras de Lie. Grupos lineales general y especial, grupos unitarios, grupos ortogonales, grupos simplécticos, grupos euclidianos y de Poincaré.
- A2. La aplicación exponencial. Fórmula de Baker-Hausdorff-Campbel.
- A3. Representaciones Lineales. Representaciones adjuntas y coadjuntas. Representaciones irreducibles.



ugr

Universidad
de Granada

Suma directa y producto tensor. Descomposición de representaciones. Representaciones de $SO(3)$ y $SU(2)$.

A4. Perspectiva de la teoría general: álgebras de Lie semisimples. Ejemplos. Representaciones de $SU(3)$. Diagramas de pesos y raíces. Grupo de Weyl.

B. Aplicaciones Físico-Matemáticas

B.1 Simetrías Básicas en Mecánica y Teoría Clásica de Campos. Invariantes Noether y Variedad de Soluciones.

B.2 Representaciones Unitarias e Irreducibles de Algebras de Poisson: Cuantización sobre Grupos

B.3 Simetría de las Teorías Gauge: Interacciones “Internas” (asociadas a simetrías internas) y Gravitación.

B.4. Cuantización Unitaria y Finita de Teorías de Stueckelberg No Abelianas. Teorías Gauge Masivas. Generalización del Modelo Estándar de Partículas.

BIBLIOGRAFÍA

- Baker, A. Matrix groups. An introduction to Lie Group Theory, Springer, 1989.
- Hall, B. C. Lie Groups, Lie Algebras, and Representations. An elementary introduction. Springer, 2003.
- Humphreys, J. E. Introduction to Lie Algebras and Representation Theory, Springer, 1990.
- Isham, C. J. Modern Differential Geometry for Physics, World Scientific, 2001.
- Postnikov, M. Lectures in Geometry, Semester V. Lie Groups and Lie Algebras, URSS Publishers Moscow, 1986.
- Varadarajan, V. S. Lie Groups, Lie Algebras and their Representations, Springer, 1984.
- Fonda, L- and Ghirardi, G. Symmetry principles in quantum physics, Marcel Dekker, New York (1970)
- Hamermesh, M. Group theory and its application to physical problems, Dover Publications (1989)
- Greiner, W. and Muller, B. Quantum Mechanics: Symmetries, Springer (1994)

ENLACES RECOMENDADOS

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD0. Lección magistral
- MD1. Resolución de problemas y estudio de casos prácticos.
- MD3. Seminarios.
- MD5. Realización de trabajos individuales o en grupos.



ugr

Universidad
de Granada

Las actividades formativas conducentes serán, con su carga en horas y su proporción de presencialidad, las consignadas seguidamente.

Clases teóricas: 37 horas, 100%

Seminarios o conferencias: 5 horas, 100%

Trabajo autónomo del estudiante: 108 horas, 0%.

EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

E1. Valoración de las pruebas, ejercicios, prácticas o problemas realizados individualmente o en grupo a lo largo del curso.

E2. Realización, exposición y defensa final de informes, trabajos, proyectos y memorias realizadas de forma individual o en grupo

E3. Realización de exámenes parciales o finales escritos.

E4. Valoración de la asistencia y participación del alumno en clase y en los seminarios, y su aportación en las actividades desarrolladas.

Código	Ponderación Mínima	Ponderación Máxima
E1	30%	60%
E2	20%	50%
E3	10%	30%
E4	10%	20%

INFORMACIÓN ADICIONAL



ugr

Universidad
de Granada