

Estudios de Economía Aplicada  
Nº 15, 2000. Págs. 187-196

# Obtención de Tablas de Mortalidad por comparación con las de otros ámbitos en períodos pasados

VERES FERRER, E.  
*Dpto. Economía Aplicada*  
*Universidad de Valencia*

## RESUMEN

Se expone un procedimiento para la obtención de una tabla de mortalidad cuando no se dispone de suficiente información para su cálculo directo. Es de aplicación cuando pueden relacionarse el comportamiento seguido por una población con el de una población testigo o de referencia, en pasados momentos o referencias temporales, de forma que esta comparación permite estimar el comportamiento actual de la población de interés ante el hecho demográfico mortalidad.

*Palabras clave:* Mortalidad, tablas de mortalidad, esperanza de vida, información parcial.

## ABSTRACT

It is exposed a procedure for the obtainment of a mortality table when is not had sufficient information for their/its/your/his direct calculation. It is of application when they can be related the behavior followed by a population with that of a population witness or by reference, in past moments or temporary references, so that this comparison permits to estimate the current behavior of the population of interest before the demographic fact mortality.

*Keywords:* Mortality, life tables, expectation of life, incomplete information.

**Clasificación AMS:** 62P05, 62P25, 92 H20

Artículo recibido en agosto de 1999. Revisado en enero de 2000.

## 1. Introducción

Siendo las tablas de mortalidad una buena aproximación para conocer cómo actúa este fenómeno sobre una población, dos son los tipos generales bajo los que se presentan: *tablas de generación* y *tablas de momento*. Las primeras suponen seguir la evolución de una generación completa a lo largo de su existencia, para comprobar como actúa la mortalidad hasta producir la total extinción de la misma (la intensidad del fenómeno vale la unidad). Su aplicabilidad es muy limitada, toda vez que supone mantener la observación del fenómeno a lo largo de toda la vida de la generación, aproximadamente una centena de años (análisis longitudinal).

Las tablas de momento, por el contrario, utilizan un análisis transversal que consiste en relacionar las defunciones de un corto período de tiempo -de uno a cuatro años, como máximo-, con una generación ficticia dada por la población existente en el momento central al que están referidas las defunciones. Si bien el principio de construcción de la tabla sigue siendo el mismo que para las tablas anteriores, ahora la población, compuesta por múltiples generaciones, se trata como si toda ella perteneciera a una única de ellas. La ventaja es evidente: la disponibilidad de datos (solamente requiere datos del Movimiento Natural de la Población correspondientes a un máximo de cuatro años), así como la urgencia exigida por el análisis demográfico coyuntural, confiere el carácter habitual de las tablas transversales.

Otra segunda clasificación de las tablas de mortalidad atiende al uso o no de técnicas de la estadística aplicada. Dispondríamos, pues, de tablas obtenidas por aplicación directa de los datos, *tablas directas*, de aquellas que usan la metodología estadística aplicada para derivar las funciones biométricas que la componen, *tablas derivadas*. Estas agrupan una gran cantidad de técnicas posibles (ajustes gráficos, ajustes de curvas, regresiones, distribuciones teóricas para ciertas componentes de la mortalidad, modelos de supervivencia, etc.).

Son varias las ventajas que inducen a optar por la elaboración de tablas directas. Pero la principal radica en que, de alguna manera, y siempre que sea posible, las conclusiones obtenidas deben estar lo más cerca posible del dato utilizado. En algunas ocasiones, la modelización demográfica puede enmascarar la verdadera naturaleza del fenómeno estudiado; conforme la metodología matemático-estadística es más sofisticada, también las hipótesis de comportamiento requeridas por la metodología son más exigentes. En la medida que esta exigencia -muchas veces imposible de contrastar en la práctica- se aleje de la realidad, las conclusiones obtenidas diferirán de las reales. Por ello, se debería intentar *mantener el principio de trabajo con-*

sistente en la obtención de la medición del fenómeno estudiado a través del dato directo, siempre y cuando esto sea posible.

Sin embargo, la realización de tablas completas, para ámbitos territoriales que empiezan a no ser grandes, presenta sus dificultades. Para estos ámbitos es aconsejable, muchas veces, utilizar la información del Movimiento Natural de la Población correspondiente a dos o más años, ante los previsibles pequeños inputs de las defunciones existentes, sobre todo en las primeras edades. En efecto, resultados "atípicos" en las mismas pueden dar lugar a probabilidades de muerte no representativas, a pesar incluso de los procesos previos de suavizado utilizados en la elaboración de las tablas y en los que, de alguna manera, puede enmascarse este problema.

De ahí que resulte fundamental disponer de cuanta más reciente información sobre defunciones sea posible. Esta exigencia choca, en ocasiones, con la disponibilidad real de datos y, en cualquier caso, con las exigencias de tiempo por disponer de las tablas lo más rápido posible. En este contexto, pues, hay que situar las metodologías desarrollada en los puntos siguientes.

## **2. Cálculo de Tablas de Mortalidad por comparación con las de otros ámbitos en períodos pasados**

Para ciertos ámbitos territoriales -generalmente pequeños-, y en ciertas ocasiones, no es posible disponer de suficiente información para elaborar tablas completas de mortalidad, información que, sin embargo, sí era disponible en fechas anteriores. Esta insuficiencia puede ser motivada desde un retraso en esa disponibilidad, hasta el abandono -definitivo o coyuntural- en la elaboración de estadísticas demográficas. La falta de información, pues, impide la obtención directa de las tablas, por lo que debe acudir a procedimientos indirectos para su elaboración.

Sin embargo, cuando se dispone de información pasada suficiente para elaborar tablas completas para diferentes ámbitos, incluyendo el que es de interés en nuestro caso, es posible utilizar los comportamientos anteriores para, de alguna manera, estimar el comportamiento actual de la población ante el hecho demográfico mortalidad. En definitiva, el pasado es fuente de información sobre el comportamiento actual o futuro.

El presente esquema, que supone una aplicación del método conocido como los *logit de Brass* (Brass, 1968 y 1974), va a permitir elaborar tablas de mortalidad completas a partir de otras pasadas, con la condición de que sea conocida la tabla de mortalidad actual para cierta población de referencia.

## 2.a Metodología

Se supone conocidas las tablas de mortalidad para dos poblaciones, A y B, que pueden corresponder a dos ámbitos territoriales o sexos diferentes, y correspondientes a ciertos momentos pasados:  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$ . Y para una de las poblaciones, la A que llamaremos de referencia, también es conocida la correspondiente tabla para el momento actual,  $t_n$ . El objetivo propuesto consiste en estimar la tabla desconocida de la población B para el momento  $t_n$ .

La técnica denominada logit o logit de Brass permite reducir la relación que existe entre tablas a dos parámetros que expresan, respectivamente, la posición de la estructura y el nivel de mortalidad de una tabla en relación con la otra. Básicamente, la técnica propuesta consiste en transformar una serie de la tabla de mortalidad -por ejemplo, los supervivientes a la edad exacta  $x$ ,  $l_x$ -, mediante la transformación logística:

$$\text{Logit}(l_x) = \frac{1}{2} \times \ln \left( \frac{l_0 - l_x}{l_x} \right)$$

que verifica la interesante propiedad empírica de que la relación entre los Logit de ambas tablas se ajusta de forma muy satisfactoria mediante una línea recta. Por ello, denotando por  $l_x^i$  a los supervivientes a la edad exacta  $x$  de la tabla  $i$ , puede escribirse:

$$\text{Logit}(l_x^2) = \mathbf{a} + \mathbf{b} \times \text{Logit}(l_x^1)$$

por lo que resulta posible calcular la tabla completa de mortalidad de cualquier población cuando es conocida la estructura de esa relación lineal (esto es, los parámetros **a** y **b**), y otra tabla de referencia. En esa relación, **a** proporciona una medida de la intensidad de la mortalidad de la tabla desconocida en relación a la de referencia: un valor negativo supone una mortalidad en general mejor que la de ésta. Por otra parte, el calendario viene expresado a través de **b**, por lo que un valor superior a la unidad significa que la mortalidad infantil se encuentra en mejor posición que la de los más mayores, y siempre en relación con la mortalidad de referencia. Por ello, una relación entre tablas expresada a través de los valores **a**=0 y **b**=1, indica que las estructuras de ambas mortalidades son coincidentes.

Al disponer de las tablas para A y B con referencia a los períodos  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$ , es posible aplicar la técnica de los logit y obtener tras los ajustes lineales respectivos los  $n-1$  pares de valores:

$$(\mathbf{a}_B^A, \mathbf{b}_B^A)_{t_i}$$

donde  $\mathbf{a}_B^A$  representa el parámetro  $\mathbf{a}$  de la regresión efectuada entre los Logit de las poblaciones A y B (análogamente para  $\mathbf{b}$ ). Cada uno de estos pares, pues, resume la relación entre las tablas que, para cada período temporal, corresponden a las poblaciones A y B.

Siguiendo con el proceso, se propone estudiar por separado la evolución de los pares de valores:

$$(\mathbf{i}, \mathbf{a}_B^A) / \mathbf{i} = t_1, \dots, t_{n-1}$$

$$(\mathbf{i}, \mathbf{b}_B^A) / \mathbf{i} = t_1, \dots, t_{n-1}$$

proponiéndose sendos ajustes para cada uno de los parámetros. Las ordenadas de esas dos curvas ajustadas, correspondientes al período  $t_n$ , facilitarían los parámetros  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  que ligán los Logit de la tabla conocida para el ámbito A con los de la tabla desconocida del ámbito B:

$$\text{Logit}(l_x^B) = \mathbf{a} + \mathbf{b} \times \text{Logit}(l_x^A)$$

Finalmente, basta realizar la transformación inversa:

$$l_x^B = \frac{l_0}{1 + e^{2 \times \text{Logit}(l_x^B)}}$$

para conocer la serie de supervivientes a la edad exacta  $x$  correspondientes a la población B, y de la que se deducen las demás series biométricas de la tabla de mortalidad.

Evidentemente, la elección de la población A de referencia -si es posible- se configura esencial para la buena aplicación del método. En efecto, lo ideal es que ambas poblaciones A y B tuvieran unas estructuras de mortalidad fuertemente correladas. Es el caso, por ejemplo, de la aplicación propuesta en el epígrafe siguiente, en donde la población de referencia -la población total de la Comunidad Valenciana- subsume la población para la que se desea obtener la tabla de mortalidad -los varones de dicha Comunidad-. En cuanto a la elección de la curva a ajustar se estará a lo que establece la teoría estadística general.

La ventaja del procedimiento expuesto radica en la disponibilidad de la información exigida: no siempre se dispone con la rapidez exigida la información del Movi-

miento Natural de la Población (MNP) para ciertos ámbitos o poblaciones. O también, para ámbitos territoriales pequeños, la exigencia de los datos sobre defunciones podría extenderse a varios años centrados en el período de referencia, por el peligro de aparición de tasas "atípicas" en las edades más bajas que altere las probabilidades de muerte para esas edades. Con lo que la exigencia de mayor cantidad de información supone, pues, una posible mayor demora de tiempo.

Por el contrario, el inconveniente principal del método propuesto sigue siendo el de todo procedimiento estimado. En este caso, el que la estructura de la mortalidad deducida para el año desconocido se obtiene suponiendo válidas las mismas pautas que las observadas hasta entonces en relación con la población de referencia. Esto es, un posible comportamiento diferencial de esa mortalidad para este año concreto desconocido - y que sólo puede apreciarse del manejo directo de la información- no sería detectado. Ante este inconveniente, no obstante, se puede comentar un hecho señalado por los autores de las últimas tablas-tipo de mortalidad elaboradas para poblaciones con altas esperanzas de vida y, por tanto, con bajas tasas de mortalidad (Coale y Guo, 1989 y 1991): las estructuras de la mortalidad tienden a un único perfil, incluso en poblaciones que hubieran tenido hasta entonces un comportamiento al respecto diferente. En definitiva, cuando se alcanzan altos niveles en la esperanza de vida, existe una convergencia en las estructuras de mortalidad de las poblaciones. Así pues, para dichas poblaciones no es de esperar reacciones «fuera de lo común». Aparte de la tradicional inercia al cambio de los fenómenos demográficos, que establece la poca probabilidad de bruscos cambios en su comportamiento (Duchêne y Wunsch, 1988; Vallin y Meslé, 1989).

## 2.b Aplicación

La técnica descrita va a aplicarse a la población total de la Comunidad Valenciana (población de referencia) y a los varones de esa Comunidad, como poblaciones A y B respectivas según notación del apartado anterior. Aquélla subsume a ésta, por lo que la correlación entre los niveles de mortalidad de ambas debe ser, consecuentemente, muy fuerte.

Para las dos poblaciones -total y varones-, y para el ámbito territorial de la Comunidad Valenciana, son conocidas las tablas abreviadas de mortalidad centradas en los períodos 1969-72, 1974-77, 1980-81, 1985-86, 1990-91 y 1994, obtenidas según la misma metodología por el Instituto Nacional de Estadística. La metodología propuesta va a aplicarse para estimar la tabla abreviada de los varones de la Comunidad Valenciana correspondiente a 1994.

Así pues, disponemos como tabla de referencia la abreviada para 1994 de la población total de la Comunidad Valenciana. También son conocidas las tablas abre-

viadas de mortalidad para la población total y para los varones, de los periodos 1969-72, 1974-77, 1980-81, 1985-86 y 1990-91, en dicho ámbito territorial. Por ello, y previa transformación en Logit, puede efectuarse la regresión entre los Logit de aquéllos (población total, como dato independiente) y los de éstos (varones, como dato dependiente), y ello para los cinco periodos para los que se dispone de tablas. Se obtiene, de esta forma, los cinco pares de valores, correspondientes a los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de sendos ajustes lineales efectuados entre los Logit correspondientes a la población total y a los varones de la Comunidad Valenciana. Los coeficientes  $(\alpha, \beta)_i$  son los siguientes:

$$\begin{aligned} & (0'16794, 1'06040)_{1970}, (0'18775, 1'05521)_{1975}, \\ & (0'20506, 1'05722)_{1980}, (0'22448, 1'06550)_{1985}, \\ & (0'24202, 1'06539)_{1990} \end{aligned}$$

La evolución de los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  en el tiempo proporciona pistas sobre cómo ha evolucionado la mortalidad de los varones respecto la seguida por la población en su conjunto, y para el ámbito territorial de la Comunidad Valenciana. En efecto, los valores de  $\alpha$  cada vez mayores están indicando una divergencia en la mortalidad por sexos; los valores de  $\beta$  superiores siempre a la unidad suponen la confirmación para los varones de una mortalidad infantil en mejor posición que la de los más mayores, en relación a la situación existente en la población femenina, comportamiento que también parece afianzarse en el futuro dado su carácter creciente.

Continuando con la metodología a desarrollar, sólo resta ajustar, por separado, sendas curvas apropiadas a los pares de valores:

$$(i, \mathbf{a}_{vari}^{total})_i, (i, \mathbf{b}_{vari}^{total})_i$$

donde  $i = 1970, 1975, 1980, 1985$  y  $1990$ . Las ordenadas de esas curvas ajustadas correspondientes al año 1994 facilitarían los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  que ligan los Logit de la tabla conocida correspondiente a la población total Comunidad Valenciana y los de la tabla desconocida correspondiente a los varones:

$$\text{Logit}(l_x^{var}) = \mathbf{a} + \mathbf{b} \times \text{Logit}(l_x^{total})$$

Finalmente, basta realizar la transformación inversa:

$$l_x^{var} = \frac{l_0}{1 + e^{2 \times \text{Logit}(l_x^{var})}}$$

para conocer la serie de supervivientes varones a la edad exacta  $x$ , y de la que se deducen las demás series biométricas de su tabla de mortalidad.

Respecto al tipo de curva ajustada, se han efectuado sendas regresiones correspondientes a polinomios hasta de quinto grado y funciones exponencial y potencial,

tras una previa transformación de la escala del tiempo según  $t' = \frac{t}{1000}$ . Para la elección se ha considerado el coeficiente de determinación respectivo, eligiéndose la curva correspondiente al de mayor coeficiente.

Tanto para el parámetro  $\alpha$  como para  $\beta$  los ajustes finalmente considerados han sido de sendos polinomios de cuarto grado. Concretamente, el ajuste para  $\alpha$  toma la expresión:

$$a = -11'419 + 6'862 \times t' - 0'171 \times t'^2 - 0'031 \times t'^3 - 0'068 \times t'^4$$

mientras que, para el coeficiente  $\beta$ , el polinomio elegido ha sido el siguiente:

$$b = 35'416 - 27'514 \times t' + 2'271 \times t'^2 + 0'954 \times t'^3 + 0'248 \times t'^4$$

Finalmente, los valores para  $\alpha$  y  $\beta$  correspondientes a  $t = 1993'5$  ( $t' = 1'9935$ ) utilizados en la aplicación son:

$$\alpha = 0'25510954$$

$$\beta = 1'06804826$$

## 2.c Resultados

La **Tabla 1** recoge la serie biométrica de los supervivientes ( $l_x$ ) estimada tras la aplicación de la metodología expuesta en el trabajo, así como dicha serie obtenida directamente, para poner de manifiesto la calidad de la estimación.

**Tabla 1. Varones supervivientes año 1994. Comunidad Valenciana**

Edad	Supervivientes (estimación método)	Supervivientes (tabla INE)	Diferencia %
0	100000	100000	
1 a 4	99357	99435	0.08
5 a 9	99176	99283	0.11
10 a 14	99045	99169	0.13
15 a 19	98901	99044	0.14



**Tabla 1. Varones supervivientes año 1994. Comunidad Valenciana (cont.)**

<i>Edad</i>	<i>Supervivientes (estimación método)</i>	<i>Supervivientes (tabla INE)</i>	<i>Diferencia %</i>
20 a 24	98559	98672	0.11
25 a 29	98101	98153	0.05
30 a 34	97370	97343	-0.03
35 a 39	96336	96244	-0.10
40 a 44	95257	95184	-0.08
45 a 49	93897	93862	-0.04
50 a 54	91984	91952	-0.03
55 a 59	89222	89236	0.02
60 a 64	85076	85113	0.04
65 a 69	78671	78725	0.07
70 a 74	69441	69655	0.31
75 a 79	56836	57166	0.58
80 a 84	40755	41519	1.84
85 y +	22943	24173	5.09

Como era de esperar, las diferencias entre las series estimada y directa no son relevantes, salvo en los dos últimos grupos, los de menor efectivo. Además, en los grupos de edades centrales -de 30 a 54 años- la estimación está ligeramente sobrevalorada respecto la tabla obtenida directamente. En todos los demás grupos, existe una pequeña infravaloración.

## Bibliografía

- BRASS, W. et. al. (1968): *The Demography of Tropical Africa*, pp. 127-132. Princeton: Princeton University Press.
- BRASS, W. (1974): *Métodos para estimar la fecundidad y la mortalidad en poblaciones con datos limitados*. CELADE, Santiago de Chile.
- COALE, A., DEMENY, P. y VAUGHAN, B. (1983): *Regional model life tables and stable populations*, 2ª edición. Orlando, Florida, Academic Press.
- COALE, A. y GUO, G. (1989): «Revised Regional Model Life Tables at very low levels of Mortality». *Population Index*, nº 55 (4).
- COALE, A. y GUO, G. (1991): «Utilización de nuevas tablas modelo de mortalidad para tasas de mortalidad muy bajas en proyecciones demográficas». *Boletín de Población de las Naciones Unidas*, nº 30. Naciones Unidas, Nueva York.

- DUCHÊNE, J. y WUNSCH, G. (1988): *Population aging and the limits to human life*. Working Paper, nº 146. Université Catholique de Louvain. Ciaco Editeur.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA (1977): *Tablas de mortalidad de la población española. Años 1960-70*. Madrid.
- VALLIN, J. y MESLÉ, F. (1989): «A long terme, l'écart d'espérance de vie entre hommes et femmes devrait diminuer», en *Population*, nº 6.
- VINUESA, J.; ZAMORA, F.; GENOVA, R.; SERRANO, P. y RECAÑO, J. (1994): *Demografía, análisis y proyecciones*. Síntesis, Madrid.