

# El cuerpo de AES

$2^8=256$  elementos  
(cada elemento es un byte diferente)

Se construye a partir de los polinomios  
con coeficientes 0,1 (polinomios en binario)

$\text{aes}(X)=X^8+X^4+X^3+X+1$  (**irreducible**)

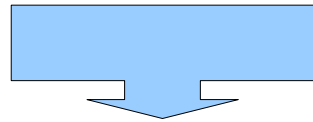
De cada polinomio binario se toma sólo  
el **resto de dividir por aes(X)**

Los posibles restos son polinomios de grado  $<8$ , es decir,  
tienen 8 coeficientes=**1 byte**

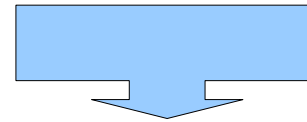
# El cuerpo de AES

$$1 X^7 + 0 X^6 + 0 X^5 + 1 X^4 + 0 X^3 + 1 X^2 + 1 X + 1$$

$$1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

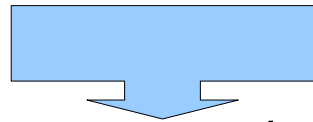


9



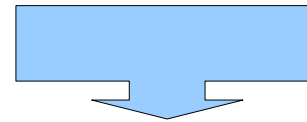
7

97



$9 \times 2^4$

+



7

151

# Representaciones de un elemento

polinomio  $\boxed{1}x^7 + \boxed{0}x^6 + \boxed{0}x^5 + \boxed{1}x^4 + \boxed{0}x^3 + \boxed{1}x^2 + \boxed{1}x + \boxed{1}$

binario  $\boxed{1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1}$

hexadecimal **97**

decimal 151

# Representaciones de un elemento

binario

1 0 0 1 0 1 1 1

De 00000000 a 11111111

hexadecimal

97

De 00 a FF

decimal

151

De 0 a 255

# Operaciones en $F_{256}$

## Suma

Binario

	1 0 0 1 0 1 1 1
XOR	1 0 1 0 1 0 0 1
	-----
	0 0 1 1 1 1 1 0

# Operaciones en $F_{256}$

## Producto

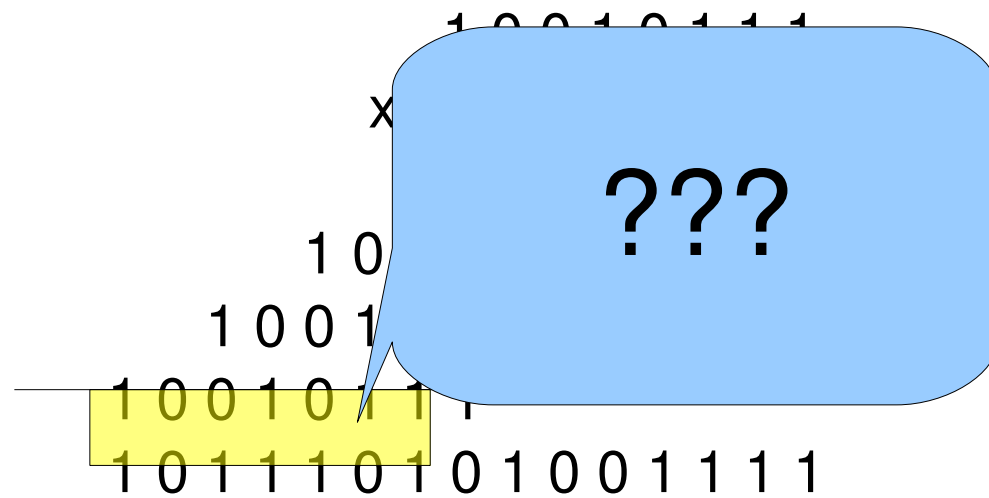
Polinomios

$$\begin{array}{r} \phantom{100}10010111 \quad 97 \\ \times \phantom{100}10101001 \quad A9 \\ \hline \phantom{100}10010111 \\ \phantom{100}10010111 \\ \phantom{100}10010111 \\ \phantom{100}10010111 \\ \hline 10010111 \\ 1011110101001111 \end{array}$$

# Operaciones en $F_{256}$

## Producto

Polinomios



# Operaciones en $F_{256}$

## Producto

Polinomio	1 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1
Polinomio aes(X)xX <sup>6</sup>	1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0
	<hr/>
	0 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1



# Operaciones en $F_{256}$

## Producto

Polinomio	1 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1
Polinomio $\text{aes}(X)xX^6$	1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0
	-----
	0 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1
Polinomio $\text{aes}(X)xX^4$	1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0
	-----
	0 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1
Polinomio $\text{aes}(X)xX^3$	1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0
	-----
	0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1
Polinomio $\text{aes}(X)xX$	1 0 0 0 1 1 0 1 1 0
	-----
	0 0 1 1 0 1 0 0 0 1

D1

# Operaciones en $F_{256}$

Un método alternativo para el producto:

La idea es ordenar los elementos de  $F_{256}$  de un modo diferente

Se usa que todos los elementos (menos el 0) pueden generarse como potencias de uno dado: elemento primitivo.

El elemento primitivo más sencillo es  $X+1=00000011=03$

Se elabora una tabla con todas las potencias de  $X+1$

Hacer el producto por  $X+1$  es sencillo

## Multiplicando un polinomio por X+1

$$\begin{array}{r} 10010111 \quad 97 \\ \text{-----} \times 11 \quad 03 \\ 10010111 \\ \text{-----} \\ 10010111 \\ \text{-----} \\ 110111001 \end{array}$$

Se desplaza un lugar a la izquierda  
y se hace XOR con el original.

Si el primer dígito a la izquierda es 0 ya está;  
Si es 1 se hace XOR con 100011011.

En este caso

$$\begin{array}{r} 110111001 \\ \text{-----} \\ \text{XOR } 100011011 \\ \text{-----} \\ 010100010 \end{array}$$

## Tabla de potencias o antilogaritmos (en base $X+1=03$ )

0	01
1	03
2	05
3	0F
4	11
5	33
6	55
7	FF
8	1A
.	.
.	.
.	.

255	01
-----	----

Se ordenan en una tabla 16x16  
con los exponentes escritos  
también en hexadecimal

## Cálculo del producto usando las tablas de logaritmos y antilogaritmos

Ejemplo:  $97 \times A9$

**Primer paso:** se buscan los logaritmos correspondientes

## Cálculo del producto usando las tablas de logaritmos y antilogaritmos

Ejemplo:  $97 \times A9$

**Primer paso:** se buscan los logaritmos correspondientes

$$\log(97) = F5$$

$$\log(A9) = 43$$

## Cálculo del producto usando las tablas de logaritmos y antilogaritmos

Ejemplo:  $97 \times A9$

**Primer paso:** se buscan los logaritmos correspondientes

**Segundo paso:** se suman módulo 255 (por qué??)

$$\log(97) = F5_h = 245$$

$$\log(A9) = 43_h = 67$$

$$245 + 67 = 57 = 39_h$$

## Cálculo del producto usando las tablas de logaritmos y antilogaritmos

Ejemplo:  $97 \times A9$

**Primer paso:** se buscan los logaritmos correspondientes

**Segundo paso:** se suman módulo 255

$$\log(97) = F5_h = 245$$

$$\log(A9) = 43_h = 67$$

$$245 + 67 = 57 = 39_h$$

**Tercer paso:** En la tabla de antilogaritmos se busca qué elemento es ésta potencia:



## Cálculo del producto usando las tablas de logaritmos y antilogaritmos

Ejemplo:  $97 \times A9$

**Primer paso:** se buscan los logaritmos correspondientes

**Segundo paso:** se suman módulo 255

$$\log(97) = F5_h = 245$$

$$\log(A9) = 43_h = 67$$

$$245 + 67 = 57 = 39_h$$

**Tercer paso:** En la tabla de antilogaritmos se busca qué elemento es ésta potencia:

D1 ¡¡¡¡bien!!!!

## Cálculo del inverso usando las tablas:

Dado un elemento  $b$

$$b^{-1} = A \log(FF - \log(b))$$

Puesto que si  $b = (03)^s$

$$(03)^s (03)^{255-s} = (03)^{255} = 1$$