Soluciones de la relación del Tema 3.

1. a) $\Omega = \{RR, RB, BR, BB\}$
donde dichos sucesos son:
$RR =$ "primera bola roja y segunda bola roja",
$RB =$ "primera bola roja y segunda bola blanca",
$BR =$ "primera bola blanca y segunda bola roja",
$BB =$ "primera bola blanca y segunda bola blanca".

b) $P[RR] = \frac{6}{20}$, $P[RB] = \frac{6}{20}$, $P[BR] = \frac{6}{20}$ y $P[BB] = \frac{2}{20}$.

c) $A =$"la primera bola es roja"$= RR \cup RB$
$B =$"la segunda bola es blanca"$= BB \cup RB$

d) $P(A) = \frac{12}{20} = \frac{6}{10}$
$P(B) = \frac{8}{20} = \frac{4}{10}$
La probabilidad de que ocurra el suceso A o el B sería

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10}$$

ya que $P(A \cap B) = P(RB) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

2. a) El espacio muestral del experimento sería:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

La probabilidad de cada suceso elemental es :
$P(1) = \frac{1}{21}$; $P(2) = \frac{2}{21}$; $P(3) = \frac{3}{21}$; $P(4) = \frac{4}{21}$; $P(5) = \frac{5}{21}$; $P(6) = \frac{6}{21}$.

b) $P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{12}{21}$
$P(B) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{10}{21}$
$P(C) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{9}{21}$.

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{20}{21}$ ya que $P(A \cap B) = P(2)$.

d) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{10}{21}$.

3. $\Omega = \{RR, BB, RB, BR\}$

a) $P(RR) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$.

b) $P(BB) = \dfrac{5}{14}$.

c) $P(RB \cup BR) = P(RB) + P(BR) - P(RB \cap BR) = \dfrac{15}{28}$ ya que $P(RB \cap BR) = 0$.

4. Consideremos el suceso $Q =$"el billete esta premiado".

P(ganar al menos un premio) $= 1 - P$(no ganar nada) $= 1 - P(\overline{Q} \cap \overline{Q} \cap \overline{Q}) =$0.0594

5. Consideremos el suceso $A_i =$"pasar la i-ésima prueba". Sabemos que:

$P(A_1) = \dfrac{1}{6}$, $P(A_2/A_1) = \dfrac{1}{7-2} = \dfrac{1}{5}$, $P(A_3/A_1 \cap A_2) = \dfrac{1}{4}$, $P(A_4/A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \dfrac{1}{3}$, $P(A_5/A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \dfrac{1}{2}$.

P(aprobar el curso) $= P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) = \dfrac{1}{720}$.

6. P(el submarino sea hundido) $= P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 0.748$

ya que $P(A \cap B) =$0.18, $P(A \cap C) =$0.06, $P(B \cap C) =$0.03, $P(A \cap B \cap C) =$0.018

7. Consideremos los siguientes sucesos:

$R =$"color de pelo rubio" y $A =$"color de ojos azules",

donde $P(R) =$0.4, $P(A) =$0.25 y $P(R \cap A) =$0.05

a) $P(R/A) = \dfrac{P(A \cap R)}{P(A)} =$0.2

b) $P(A/R) =$0.125

c) $P(\overline{A} \cap \overline{R}) = P(\overline{A \cup R}) = 1 - P(A \cup R) = 1 - P(A) - P(R) + P(A \cap R) =$0.4

d) $P((A \cap \overline{R}) \cup (\overline{A} \cap R)) = P(A) - P(A \cap R) + P(R) - P(A \cap R) =$0.55

8. Consideremos los siguientes sucesos:

$A =$"el artículo se ha fabricado por el sistema A",

$B =$"el artículo se ha fabricado por el sistema B",

$C =$"el cliente compra el artículo",

donde $P(A) =$0.2, $P(B) =$0.8, $P(C/A) = \dfrac{2}{3}$ y $P(C/B) = \dfrac{2}{5}$.

P(vender el artículo) $= P(C) = P(A)P(C/A) + P(B)P(C/B) =$0.453

9. Consideremos los siguientes sucesos:

$A =$"se selecciona la urna A en primer lugar",

$B =$"se selecciona la urna B en primer lugar",

rr, bb, rb y br los mismos sucesos que en el ejercicio 1 donde $P(A) = P(B) =$0.5

$P(\text{las dos bolas sean del mismo color}) = P(rr \cup bb) = P(rr) + P(bb)$, donde

$P(rr) = P(rr/A)P(A) + P(rr/B)P(B) = \dfrac{9}{80} + \dfrac{8}{84}$,

$P(bb) = P(bb/A)P(A) + P(bb/B)P(B) = \dfrac{12}{80} + \dfrac{15}{84}$, luego

$P(rr \cup bb) = P(rr) + P(bb) = 0.5363$

10. Consideremos los siguientes sucesos:

$A =$"la operación se ha realizado en la región A",

$B =$"la operación se ha realizado en la región B",

$C =$"la operación se ha realizado en la región C" y

$OP =$"la operación ha sido pagada",

donde $P(A)$ =0.5, $P(B)$ =0.3, $P(C)$ =0.2, $P(\overline{OP}/A)$ =0.001, $P(\overline{OP}/B)$ =0.002 y $P(\overline{OP}/C)$ =0.008.

$P(\text{operación realizada en la región C si ésta no ha sido pagada}) =$

$P(C/\overline{OP}) = \dfrac{P(C)P(\overline{OP}/C)}{P(\overline{OP})}$, donde

$P(\overline{OP}) = P(\overline{OP}/A)P(A) + P(\overline{OP}/B)P(B) + P(\overline{OP}/C)P(C)$ =0.0027, luego

$P(C/\overline{OP}) = 0.5927$

11. Consideremos los siguientes sucesos:

$U_i =$"la urna elegida es la i-ésima",

$B =$"la bola extraida es blanca",

donde $P(U_i) = \dfrac{1}{4}$.

$P(\text{las cuatro bolas son blancas}) = P(B \cap B \cap B \cap B) =$

$P(B\cap B\cap B\cap B/U_1)P(U_1) + P(B\cap B\cap B\cap B/U_2)P(U_2) + P(B\cap B\cap B\cap B/U_3)P(U_3) + P(B \cap B \cap B \cap B/U_4)P(U_4)$, donde

$P(B \cap B \cap B \cap B/U_1)P(U_1) = \dfrac{1}{41}$, $P(B \cap B \cap B \cap B/U_2)P(U_2) = \dfrac{1}{14}$,

$P(B \cap B \cap B \cap B/U_3)P(U_3) = \dfrac{1}{6}$ y $P(B \cap B \cap B \cap B/U_4)P(U_4) = 0$, luego

$P(B \cap B \cap B \cap B) = 0.065$

12. Consideremos los siguientes sucesos:

$I =$"se inyecta el suero al paciente",

$M =$"el paciente mejora",

donde $P(\overline{I}) = \dfrac{2}{3}$, $P(M/I)P(\overline{M}/I)$ =0.5, $P(M/\overline{I})$ =0.25 y $P(\overline{M}/\overline{I})$ =0.75

$P(\text{no se ha inyectado el suero al paciente sabiendo que éste ha empeorado}) = P(\overline{I}/\overline{M}) =$

$\dfrac{P(\bar{I})P(\overline{M}/\bar{I})}{P(\overline{M})}$, donde

$P(\overline{M}) = P(\overline{M}/\bar{I})P(\bar{I}) + P(\overline{M}/I)P(I)$, luego

$P(\bar{I}/\overline{M}) = 0.75$

13. Consideremos los siguientes sucesos:

$Bi =$"se extrae una bola blanca de la urna i-ésima"

P(extraer una bola blanca de la primera urna) $= P(B1) =$

$P(B1/B2)P(B2) + P(B1/\overline{B2})P(\overline{B2}) = \dfrac{9}{10} \cdot \dfrac{19}{21} + \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{18}{21}$ =0.899