

DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA E INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Diplomatura en Ciencias Empresariales

ESTADÍSTICA II

Relación 4: Variable aleatoria unidimensional.

1. Una urna contiene 10 bolas de las que 8 son blancas. Se sacan al azar dos bolas. Sea X el número de bolas blancas obtenidas. Calcular la distribución de probabilidad y la función de distribución de X .

2. Sea X una v.a. con función de probabilidad:

$$P[X = i] = k \left(\frac{i-1}{n} \right) \quad i = 2, \dots, n.$$

Determinar el valor k , para que sea una función de probabilidad.

3. Dada la función masa de probabilidad

$$P[X = i] = 2^{-i} \quad i = 1, \dots, 20 \quad k \in \mathbb{R} \text{ (cte).}$$

- a) Determinar el valor k .
 - b) Calcular la función de distribución $F(x)$.
 - c) Determinar $P[X = 4]$, $P[X < 4]$, $P[3 \leq X \leq 10]$, $P[3 < X \leq 10]$ y $P[3 < X < 10]$.
4. Sea X una v.a. continua con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x + k & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Determinar el valor k , para que f sea una f.d.d.
 - b) Determinar $P[0 < X < 1,5]$.
 - c) Calcular la función de distribución $F(x)$.
 - d) Representar gráficamente $f(x)$ y $F(x)$.
5. Sea X una v.a. con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Determinar la función de distribución $F(x)$.
- b) Calcular $P[0 \leq X \leq 2]$; $P[2 \leq X \leq 4]$; $P[X \geq 6]$.
- c) Representar gráficamente $f(x)$ y $F(x)$.

6. Sea X una v.a. con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Determinar el valor k , para que f sea una f.d.d.
- b) Calcular la función de distribución $F(x)$.
- c) Determinar $P[0 \leq X \leq 1]$ y $P[X \geq 2]$.

7. En el proceso de envasado de un cierto producto (en envases de 80 Kg.) se comete un error, cuya función de densidad es,

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - x^2) & \text{si } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(la variable está expresada en Kg.)

Consideramos como aceptable un paquete si su peso tiene un error, a lo sumo, de 0,5 %.
Le parece fiable el proceso de envasado antes descrito?

8. El tiempo de vida de un cierto componente es una v.a. con función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x/100} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Calcular la función de densidad. Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea inferior a 350?

9. Sea X una v.a. con función de probabilidad:

$$P[X = x] = \begin{cases} 1/5 & x = -2, 0 \\ 1/10 & x = -1, 2 \\ 2/5 & x = 1 \end{cases}$$

Calcular la función masa de probabilidad asociada a Y siendo

- a) $Y = X + 2$
- b) $Y = X^2$

10. Sea X una v.a. con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Sea $Y = h(X)$. Calcular la función de densidad de Y si:

- a) $Y = 2X + 1$.
- b) $Y = X^2$.