

**Problema (7 puntos)**

En una zona de profundidad constante  $h = 14\text{m}$ , se construye un tramo de dique vertical impermeable (figura 1). Se sabe que, para un tren de ondas monocromático,

- el ángulo de incidencia con la dirección perpendicular a la alineación del dique es  $30^\circ$
- un medidor de velocidades situado a  $30\text{m}$  del dique mide a  $7\text{m}$  del fondo, velocidades horizontales en la dirección perpendicular al dique ( $u$ ) oscilando entre  $\pm 2\text{m/s}$ .
- en un instante de tiempo arbitrario, la elevación de la superficie libre a lo largo de la pared del dique muestra valores máximos cada  $238\text{m}$  (figura 2).

Se pide:

- a) Expresar la función potencial de la oscilación que resulta de la superposición de las de la onda incidente y la reflejada en el dique, y la imposición de la condición de impermeabilidad en la pared.
- b) Calcular la longitud de onda, la amplitud y el periodo de la onda incidente.
- c) Obtener el valor máximo de la fuerza horizontal ejercida por la presión dinámica en el paramento vertical utilizando la expresión que proporciona la teoría lineal.

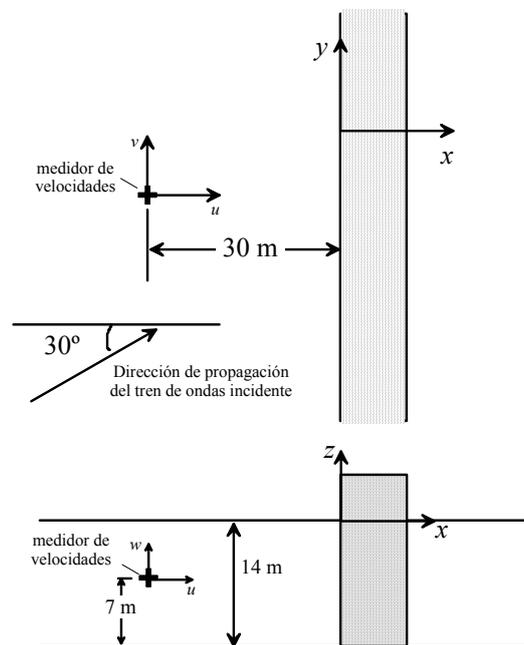
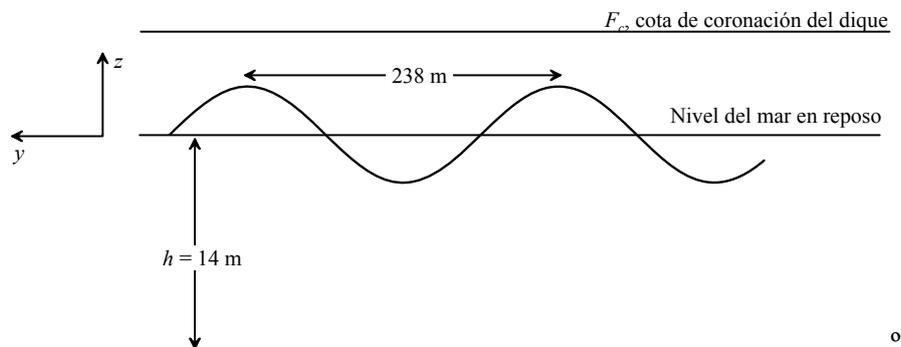


Figura 1. Configuración del dique y posición de los instrumentos de medida



**NOTA:** Para los cálculos

- (a) se supone que el dique es infinitamente largo.
- (b) el dique está coronado a una cota que garantiza su irrepasabilidad.
- (c) se admite que el efecto de la cimentación es depreciable, por lo que se puede considerar que la profundidad es constante e igual a  $14\text{m}$  en todo el dominio de cálculo.

### Teoría (3 puntos)

En la de linealización de las condiciones de contorno cinemática y dinámica en la superficie libre se desprecian los términos no lineales. Demuestra que para las dos condiciones dicho proceso implica suponer que  $kA \ll 1$ .

---

Función potencial de un tren de ondas progresivo de amplitud compleja  $A'$  que viaja formando un ángulo  $\theta$  con el sentido positivo del eje  $x$

$$\begin{aligned}\Phi &= \Re \left\{ -\frac{igA'}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh(kh)} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \sigma t)} \right\} \\ &= \frac{gA}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh(kh)} \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - \sigma t + \varphi) \\ \vec{k} &= (k \cos \theta, k \sin \theta)\end{aligned}$$

Ecuación de Bernouilli

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho_w} + gz = C(t)$$

**Problema (7 puntos)**

En una zona de profundidad constante  $h = 16\text{m}$ , a barlomar de un dique vertical impermeable coronado a la cota  $+8\text{m}$ , se coloca un medidor de velocidades a  $70\text{m}$  del paramento vertical y a  $6\text{m}$  del fondo.

Para un tren de ondas monocromático cuya dirección de propagación forma un ángulo de  $30$  grados con la normal al dique, las velocidades vertical,  $w$ , y la componente horizontal en la dirección paralela al dique,  $v$ , toman valores en los rangos  $w \in (-0.6, 0.6)$  y  $v \in (-0.9, 0.9)$  m/s.

Se pide:

- Expresar la función potencial de la oscilación resultante como superposición de las de la onda incidente y la reflejada en el dique, e imponer la condición de impermeabilidad en la pared. Determinar las expresiones de las velocidades  $v$  y  $w$  de la oscilación, a una cota  $z$ , en una posición  $(x,y)$  arbitraria situada en la región a barlomar del dique.
- Calcular la amplitud y el periodo de la onda incidente
- Obtener el valor máximo de la fuerza horizontal ejercida por la presión dinámica en el paramento vertical utilizando la expresión que proporciona la teoría lineal.

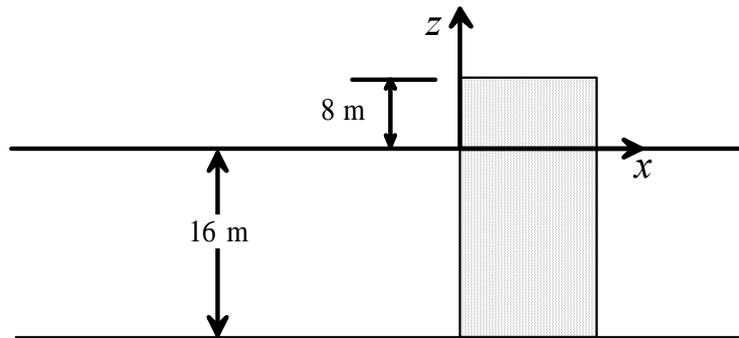


Figura 1. Configuración del dique

**NOTA:** Para los cálculos

- se supone que el dique es infinitamente largo
- se admite que el efecto de la cimentación es depreciable, por lo que se puede considerar que la profundidad es constante e igual a  $16\text{m}$  en todo el dominio de cálculo.

**Teoría (3 puntos)**

Utilizando las expresiones que proporciona la teoría lineal, demostrar que, al primer orden, el movimiento de las partículas bajo una onda estacionaria es un movimiento armónico simple a lo largo de un segmento rectilíneo cuya longitud y pendiente dependen de la posición  $(x, z)$  de la partícula en reposo.

Función potencial de un tren de ondas progresivo de amplitud compleja  $A'$  que viaja formando un ángulo  $\theta$  con el sentido positivo del eje  $x$

$$\begin{aligned} \Phi &= \Re \left\{ -\frac{igA'}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh(kh)} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \sigma t)} \right\} \\ &= \frac{gA}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh(kh)} \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - \sigma t + \varphi) \\ \vec{k} &= (k \cos \theta, k \sin \theta) \end{aligned}$$

Ecuación de Bernouilli

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho_w} + gz = C(t)$$

**Ejercicio 1** Un tren de ondas monocromático incide sobre un dique vertical impermeable construido en una zona de profundidad constante. Se sabe que en la pared del dique, dos sensores de presión colocados en el fondo y en el nivel del mar en reposo miden presiones dinámicas máximas de 2.3 y 3 m.c.a respectivamente. Se conoce asimismo el patron que siguen las isolíneas de la elevacion de la superficie libre en el frente del dique (figura 1).

1. Obtén la expresion de la superficie libre,  $\eta$ , a partir de las de las ondas incidente y reflejada por el dique (2 puntos)
2. Calcula la longitud de onda,  $L$ , el periodo,  $T$ , y la amplitud de la onda incidente,  $H_I$ . (3 puntos)

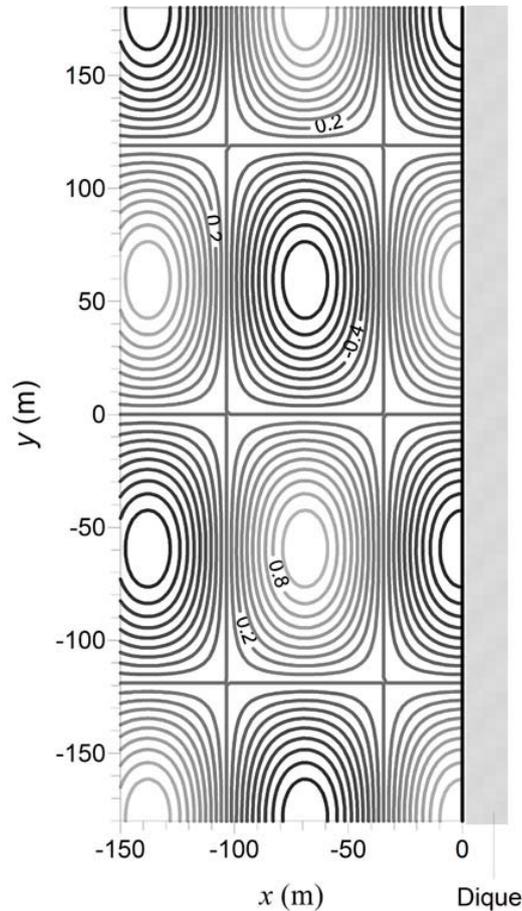


Figura 1. Isolíneas de  $\frac{\eta}{H_I}$

**Ejercicio 2** Del análisis de la curvas de estado obtenidas a partir de los datos de oleaje registrados en la boya exterior del Puerto de Gijón se obtiene que el número medio de temporales en un año es 7.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que, a lo sumo, se presenten en un año 4 temporales? (2.5 puntos)
2. ¿Cuál es la probabilidad de que se presenten 4 temporales en dos años? (2.5 puntos)