Examen de Septiembre de Métodos Matemáticos II, 1^0 Físicas.

Curso 2006-2007

1. Calcúlese la imagen de la función $f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^{\frac{1}{x}} \quad (x > 0)$.

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ el campo escalar dado por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \in \mathbb{R}^2 \backslash \{(0,0)\} \\ \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   Estudiar la continuidad, existencia de derivadas parciales, y diferenciabilidad de f.

3. Sea $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ el campo vectorial dado por

$$h(x,y) = (1 + xy, x^2 - y^2) \qquad ((x,y) \in \mathbb{R}^2),$$

   y $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un campo escalar cuyo gradiente viene dado por

$$J_f(x,y) = (2xy + 2x - 2, x^2 - 3), \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ .$$

   Calcúlese $\frac{\partial F}{\partial x}(1,1)(= D_1F(1,1))$, donde $F = f \circ h$.

4. Calcúlese $\int_C y \cos^2 x \; d(x,y)$, siendo

$$C := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\} \ .$$

5. Compruébese el teorema de Stokes para el campo vectorial $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $F(x,y,z) = (xy, 2xz, 3yz)$ y la superficie $S = \{(u, v, u^2 + v^2) \in \mathbb{R}^3 : \ u^2 + v^2 \leq 1\}$.

El valor de cada pregunta es de 2 puntos

Granada, 6 de septiembre de 2007