Examen final de Métodos Matemáticos de la Física II.

Curso 2006-2007

Ejercicio 1. Considérese la función $f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{lnx}{x}$. Calcúlense:

(a) sus posibles extremos relativos,

(b) la imagen de f.

Compruése que para cada $a \in \mathbb{R}^+$, se tiene

$$e^a \geq a^e.$$

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una función derivable verificando que $f(3) = 1$ y $f'(3) = -1$. Considérese la función $g : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \int_0^{x^2+2x+3} f(t)dt.$$

Calcúlese $g''(0)$

Ejercicio 3. Encuéntrense los posibles extremos de la función $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2$ en el conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 2x, \ y \geq 0\}.$$

Ejercicio 4. Compruébese el teorema de Green para el campo vectorial $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, definido por $F(x, y) = (2xy - x^2, x + y^2)$ en el triángulo de vértices $(0, 0), (0, 2), (1, 0)$.

ELÍJASE **UNO** DE LOS DOS EJERCICIOS SIGUIENTES:

Ejercicio 5. Compruébese que la ecuación $x^2+xy^2+x+y+y^2-1 = 0$ define implícitamente a la variable y como función de x en un entorno del punto (-1,1). Calculad $y'(-1)$. ¿Alcanza $y(x)$ un extremo relativo en -1?

Ejercicio 6. Calcúlese el volumen del sólido contenido en $C \cup E$, donde

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\}$$

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 \leq 1, 1 < z\}$$

Granada, 28 de junio de 2007