

MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA LA FÍSICA II.
1º DE FÍSICAS, EXAMEN FINAL

1.- (1 punto) Demostrar que

$$\ln(x) < \sqrt{x}, \quad \forall x \in \mathbb{R}^+.$$

2.- (1 punto) Calcular el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(e^{\ln(1 + \frac{1}{x^2})} - 1 \right).$$

3.- (2 puntos) Estudiar la continuidad, la existencia de derivadas parciales y la diferenciabilidad en \mathbb{R}^2 de la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

4.- (2 puntos) Estudiar, en función del parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$, los extremos relativos de la función $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3\alpha xy$.

5.- (2 puntos) Estudiar la convergencia de las siguientes series de números reales:

(a)

$$\sum_{n \geq 1} \frac{n^3 (\sqrt{2} + (-1)^n)^n}{3^n}$$

(b)

$$\sum_{n \geq 1} n^\alpha \tan \frac{1}{n}, \quad (\alpha \in \mathbb{R}).$$

6.- (2 puntos) Calcular el area del conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2; x \geq 0; 0 \leq y \leq 1\}.$$

Granada, 4 de julio de 2002.