



ANÁLISIS MATEMÁTICO I
LICENCIATURA EN C.C. y T.T. Estadísticas
Segundo examen parcial. 02/12/2008.

Primera parte. No se pueden consultar los apuntes. Tiempo máximo: 30 minutos. Cada apartado vale 0.25 puntos.

- (1) Concepto de métrica y espacio métrico.
- (2) En \mathbb{R}^n , escríbanse las métricas d_∞ y d_p , $1 \leq p < \infty$.
- (3) En $C([a, b], \mathbb{R})$, escríbanse las métricas d_∞ y d_p , $1 \leq p < \infty$.
- (4) Concepto de subconjunto abierto y subconjunto cerrado de un espacio métrico.
- (5) Si A y B son subconjuntos de un espacio métrico (E, d) tales que $A \cup B$ es abierto, ¿puede afirmarse que A y B son necesariamente abiertos?.
- (6) Pruébese que la intersección infinita de subconjuntos abiertos no es necesariamente abierto.
- (7) Definición de función continua $f : (E_1, d_1) \rightarrow (E_2, d_2)$.
- (8) Relación entre función continua y subconjuntos abiertos de un espacio métrico.

Segunda parte. Se pueden consultar los apuntes propios. Tiempo máximo: 1 h. 15 m.

- (1) En el espacio métrico $C([0, 2\pi], \mathbb{R})$, calcúlese la distancia entre las funciones $f(x) = \operatorname{sen}x + \cos x$, $g(x) = \operatorname{sen}x$,
 - (a) (0.4 puntos) Con la distancia d_∞ .
 - (b) (0.8 puntos) Con la distancia d_1 .
 - (c) (0.8 puntos) Con la distancia d_2 .

- (2) Usando funciones continuas adecuadas, razónese cuáles de los conjuntos que siguen son abiertos o cerrados, en los espacios que se indican, con la métrica d_2 .
 - (a) (0.6 puntos) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (\operatorname{sen}x)(\operatorname{sen}y) \geq 0\}$.
 - (b) (0.6 puntos) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : xy < 7, \ln(y^2 + z^2 + 1) > 32\}$.
 - (c) (0.8 puntos)
 $A = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : 0 < x_1 + x_2, 0 < x_2 + x_3, \dots, 0 < x_{n-1} + x_n\}$.

- (3) (2 puntos) Pruébese que en cualquier espacio métrico, la unión (finita o infinita) de subconjuntos abiertos es abierto.

- (4) (2 puntos) Pruébese que en cualquier espacio métrico, la unión finita de subconjuntos cerrados es cerrado.