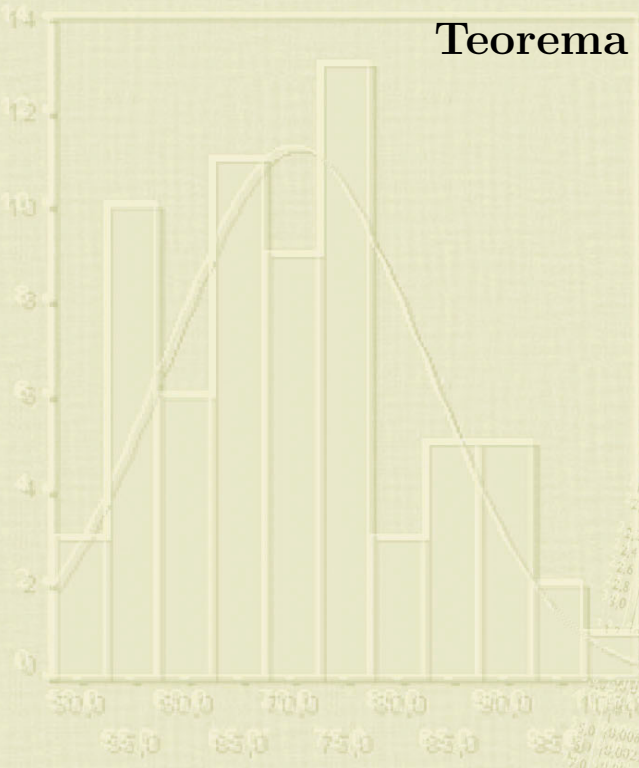




Teorema límite de De Moivre y Laplace



Peso (KG)



$$f(x) = \frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

$$P(X \leq x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

$$P(X \leq x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$P(X \leq x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$P(X \geq x) = 1 - \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$P(a < X < b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9944	0.9975	0.9993	0.9999	0.9999								
0.2	0.9987	0.9993	0.9996	0.9998	0.9999	0.9999							
0.3	0.9991	0.9994	0.9996	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999						
0.4	0.9993	0.9995	0.9996	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999					
0.5	0.9995	0.9996	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999				
0.6	0.9996	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999			
0.7	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999		
0.8	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	
0.9	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
1.0	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	5	0.20
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metalicado	4	0.16
total	25	1

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9944	0.9975	0.9993	0.9999	0.9999								
0.2	0.9987	0.9993	0.9996	0.9998	0.9999	0.9999							
0.3	0.9991	0.9994	0.9996	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999						
0.4	0.9993	0.9995	0.9996	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999					
0.5	0.9995	0.9996	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999				
0.6	0.9996	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999			
0.7	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999		
0.8	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	
0.9	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
1.0	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0.1	0.9944	0.9975	0.9993	0.9999	0.9999								
0.2	0.9987	0.9993	0.9996	0.9998	0.9999	0.9999							
0.3	0.9991	0.9994	0.9996	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999						
0.4	0.9993	0.9995	0.9996	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999					
0.5	0.9995	0.9996	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999				
0.6	0.9996	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999			
0.7	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999		
0.8	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	
0.9	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
1.0	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999



Teorema límite de De Moivre y Laplace

Si $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas según una $B(1, p)$, y $S_n = \sum_{i=1}^n X_i, \forall n \in \mathbb{N}$, se tiene

$$\frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{\text{Var}[S_n]}} \xrightarrow{L} Z (\sim N(0, 1)).$$

Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0,20
gris	4	0,16
rojo	6	0,24
verde	5	0,20
violeta	1	0,04
multicolor	4	0,16
total	25	1

Teorema límite de De Moivre y Laplace

Si $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas según una $B(1, p)$, y $S_n = \sum_{i=1}^n X_i, \forall n \in \mathbb{N}$, se tiene

$$\frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{\text{Var}[S_n]}} \xrightarrow{L} Z (\sim N(0, 1)).$$

Demostración:

Peso (kg)

Probabilidad

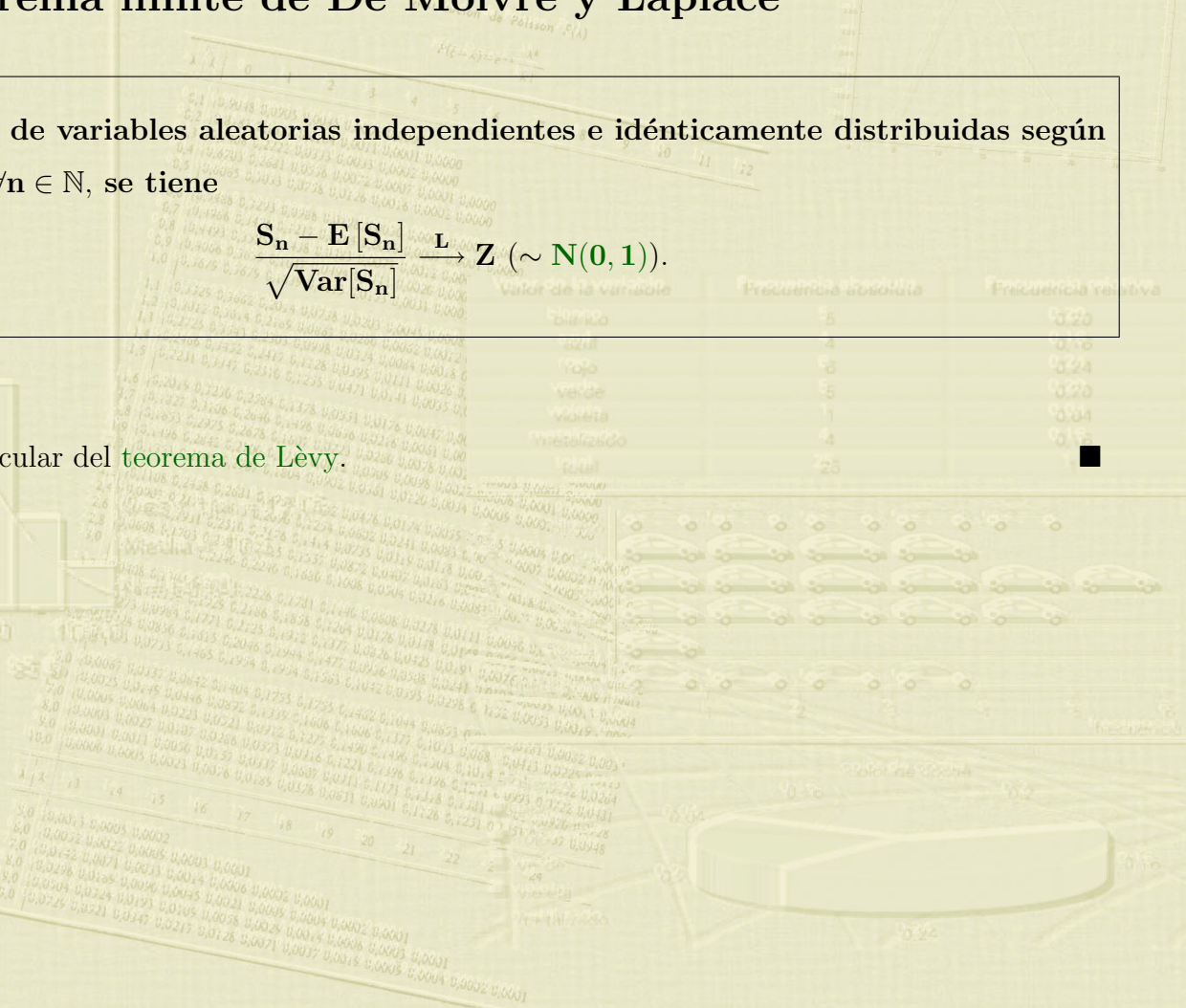
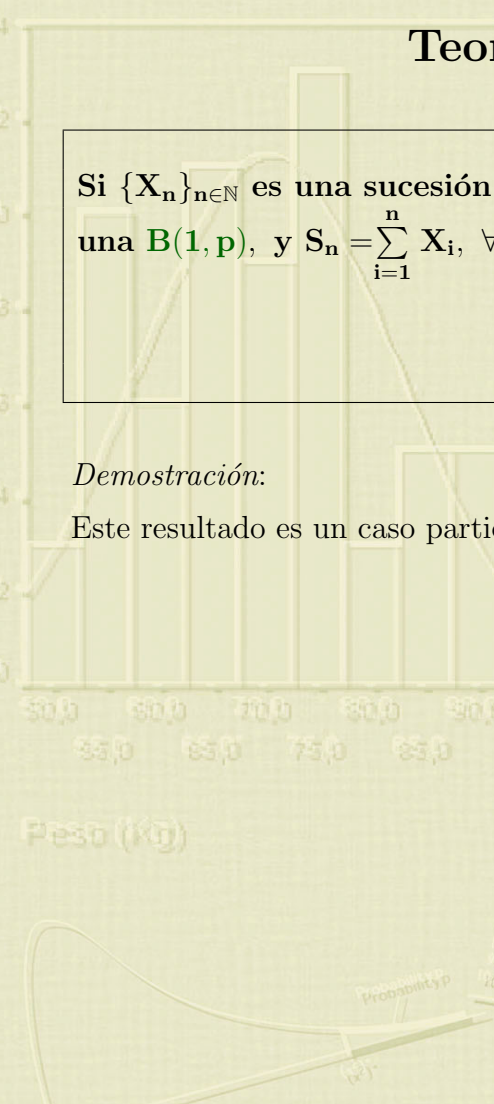
Teorema límite de De Moivre y Laplace

Si $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas según una $B(1, p)$, y $S_n = \sum_{i=1}^n X_i, \forall n \in \mathbb{N}$, se tiene

$$\frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{\text{Var}[S_n]}} \xrightarrow{L} Z (\sim N(0, 1)).$$

Demostración:

Este resultado es un caso particular del [teorema de Lèvy](#). ■



Teorema límite de De Moivre y Laplace

Si $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas según una $B(1, p)$, y $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$, $\forall n \in \mathbb{N}$, se tiene

$$\frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{\text{Var}[S_n]}} \xrightarrow{L} Z (\sim N(0, 1)).$$

Demostración:

Este resultado es un caso particular del [teorema de Lèvy](#). ■

Nota: Teniendo en cuenta que $E[S_n] = E\left[\sum_{i=1}^n X_i\right] = np$, $\text{Var}[S_n] = \text{Var}\left[\sum_{i=1}^n X_i\right] = np(1-p)$, el resultado puede expresarse como

$$\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \xrightarrow{L} Z (\sim N(0, 1)),$$

lo que significa, teniendo en cuenta la definición de convergencia en ley, que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq x\right) = P(Z \leq x), \quad \forall x \in \mathbb{R},$$

pudiéndose aproximar tales probabilidades por el valor límite para n suficientemente grande.

Ya que, por la [reproductividad de la distribución binomial](#), $S_n \sim B(n, p)$, el teorema de De Moivre y Laplace establece la [aproximación de la distribución binomial a la normal](#) mencionada en el tema 5.