

Distribución beta

Notación y parámetros	$X \sim \text{Beta}(p, q); p, q > 0$	
Función de densidad	$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta(p, q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$ $\beta(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx$ Función beta	
Función de distribución	$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \int_0^x \frac{1}{\beta(p, q)} t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$	
Función generatriz de momentos	$M_X(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\Gamma(p+k)\Gamma(p+q)}{\Gamma(p+q+k)\Gamma(p)} \frac{t^k}{k!}, \quad t \in \mathbb{R}$	Cálculo
Momentos	$m_k = E[X^k] = \frac{\Gamma(p+k)\Gamma(p+q)}{\Gamma(p+q+k)\Gamma(p)}, \quad \forall k \in \mathbb{N}$	Cálculo
Media y varianza	$m_1 = E[X] = \frac{p}{p+q} \quad \text{y} \quad \mu_2 = \text{Var}[X] = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$	Cálculo
Propiedad de simetría	$X \sim \text{Beta}(p, q) \Leftrightarrow Y = 1 - X \sim \text{Beta}(q, p)$	Demostración