

# Tema 5

## Modelos probabilísticos unidimensionales

### 1.- Introducción

### 2.- Distribuciones discretas

#### 2.1.- Distribución degenerada

#### 2.2.- Distribución uniforme discreta

#### 2.3.- Distribución de Bernoulli

#### 2.4.- Distribución binomial

#### 2.5.- Distribución de Poisson

#### 2.6.- Distribución binomial negativa

#### 2.7.- Distribución hipergeométrica

### 3.- Distribuciones continuas

#### 3.1.- Distribución uniforme

Tabela 2

Função de Poisson,  $P(k)$

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

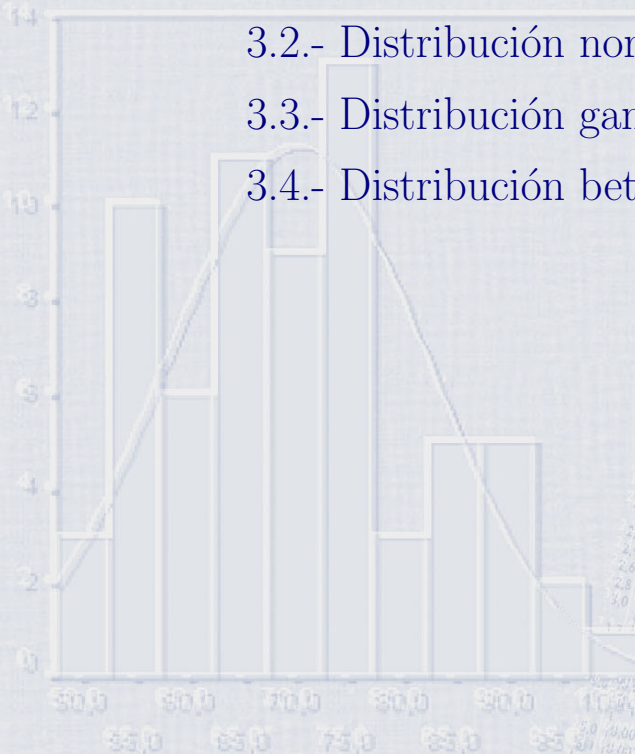
Frecuencia relativa

blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.24
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metallizado	4	0.16
Total	25	1

3.2.- Distribución normal

3.3.- Distribución gamma

3.4.- Distribución beta



Peso (Kg)

Probability

(x)

Tabla 2  
Distribución de Poisson  $F(k)$

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0952	0.0045	0.0002	0.0000								
0.2	0.8187	0.1812	0.0164	0.0011	0.0001								
0.3	0.7408	0.2592	0.0373	0.0033	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.3297	0.0576	0.0072	0.0007	0.0000							
0.5	0.6065	0.3935	0.0773	0.0119	0.0011	0.0001							
0.6	0.5488	0.4512	0.0968	0.0178	0.0016	0.0001	0.0000						
0.7	0.4966	0.5034	0.1157	0.0249	0.0026	0.0002	0.0000						
0.8	0.4493	0.5507	0.1348	0.0331	0.0036	0.0004	0.0000	0.0000					
0.9	0.4066	0.5935	0.1548	0.0419	0.0047	0.0005	0.0000						
1.0	0.3675	0.6325	0.1747	0.0514	0.0057	0.0006	0.0000						
1.1	0.3324	0.6676	0.1944	0.0613	0.0067	0.0007	0.0000						
1.2	0.3012	0.6988	0.2139	0.0718	0.0077	0.0008	0.0000						
1.3	0.2725	0.7275	0.2331	0.0826	0.0087	0.0009	0.0000						
1.4	0.2466	0.7534	0.2521	0.0938	0.0097	0.0010	0.0000						
1.5	0.2231	0.7769	0.2709	0.1053	0.0107	0.0011	0.0000						
1.6	0.2015	0.7985	0.2894	0.1173	0.0117	0.0012	0.0000						
1.7	0.1827	0.8173	0.3076	0.1300	0.0127	0.0013	0.0000						
1.8	0.1663	0.8337	0.3246	0.1433	0.0137	0.0014	0.0000						
1.9	0.1519	0.8481	0.3407	0.1572	0.0147	0.0015	0.0000						
2.0	0.1393	0.8607	0.3557	0.1718	0.0157	0.0016	0.0000						
2.1	0.1281	0.8719	0.3697	0.1871	0.0167	0.0017	0.0000						
2.2	0.1181	0.8819	0.3828	0.1931	0.0176	0.0018	0.0000						
2.3	0.1091	0.8909	0.3950	0.2000	0.0185	0.0019	0.0000						
2.4	0.1010	0.8980	0.4064	0.2076	0.0193	0.0020	0.0000						
2.5	0.0937	0.9043	0.4171	0.2159	0.0201	0.0021	0.0000						
2.6	0.0871	0.9100	0.4271	0.2240	0.0209	0.0022	0.0000						
2.7	0.0811	0.9151	0.4364	0.2319	0.0217	0.0023	0.0000						
2.8	0.0756	0.9197	0.4451	0.2396	0.0225	0.0024	0.0000						
2.9	0.0706	0.9239	0.4532	0.2471	0.0232	0.0025	0.0000						
3.0	0.0661	0.9277	0.4607	0.2544	0.0239	0.0026	0.0000						
3.1	0.0621	0.9312	0.4677	0.2615	0.0246	0.0027	0.0000						
3.2	0.0585	0.9345	0.4742	0.2684	0.0253	0.0028	0.0000						
3.3	0.0553	0.9376	0.4803	0.2751	0.0259	0.0029	0.0000						
3.4	0.0524	0.9405	0.4860	0.2816	0.0265	0.0030	0.0000						
3.5	0.0498	0.9432	0.4913	0.2879	0.0271	0.0031	0.0000						
3.6	0.0474	0.9457	0.4963	0.2940	0.0276	0.0032	0.0000						
3.7	0.0452	0.9480	0.5010	0.2999	0.0281	0.0033	0.0000						
3.8	0.0431	0.9501	0.5054	0.3056	0.0285	0.0034	0.0000						
3.9	0.0411	0.9520	0.5096	0.3111	0.0289	0.0035	0.0000						
4.0	0.0392	0.9538	0.5136	0.3164	0.0293	0.0036	0.0000						
4.1	0.0374	0.9554	0.5174	0.3215	0.0297	0.0037	0.0000						
4.2	0.0357	0.9569	0.5210	0.3264	0.0301	0.0038	0.0000						
4.3	0.0341	0.9583	0.5244	0.3311	0.0305	0.0039	0.0000						
4.4	0.0326	0.9596	0.5276	0.3356	0.0309	0.0040	0.0000						
4.5	0.0311	0.9608	0.5307	0.3400	0.0313	0.0041	0.0000						
4.6	0.0297	0.9619	0.5337	0.3442	0.0317	0.0042	0.0000						
4.7	0.0283	0.9629	0.5366	0.3483	0.0321	0.0043	0.0000						
4.8	0.0270	0.9638	0.5394	0.3523	0.0325	0.0044	0.0000						
4.9	0.0258	0.9646	0.5421	0.3562	0.0329	0.0045	0.0000						
5.0	0.0246	0.9653	0.5447	0.3600	0.0333	0.0046	0.0000						
5.1	0.0235	0.9660	0.5472	0.3637	0.0337	0.0047	0.0000						
5.2	0.0224	0.9666	0.5497	0.3673	0.0341	0.0048	0.0000						
5.3	0.0214	0.9672	0.5521	0.3708	0.0345	0.0049	0.0000						
5.4	0.0204	0.9678	0.5545	0.3742	0.0349	0.0050	0.0000						
5.5	0.0194	0.9683	0.5568	0.3775	0.0353	0.0051	0.0000						
5.6	0.0185	0.9688	0.5590	0.3808	0.0357	0.0052	0.0000						
5.7	0.0176	0.9693	0.5612	0.3840	0.0361	0.0053	0.0000						
5.8	0.0168	0.9697	0.5633	0.3871	0.0365	0.0054	0.0000						
5.9	0.0160	0.9701	0.5654	0.3902	0.0369	0.0055	0.0000						
6.0	0.0152	0.9705	0.5674	0.3932	0.0373	0.0056	0.0000						
6.1	0.0145	0.9709	0.5694	0.3961	0.0377	0.0057	0.0000						
6.2	0.0138	0.9712	0.5713	0.3990	0.0381	0.0058	0.0000						
6.3	0.0131	0.9716	0.5732	0.4018	0.0385	0.0059	0.0000						
6.4	0.0125	0.9719	0.5750	0.4046	0.0389	0.0060	0.0000						
6.5	0.0119	0.9722	0.5768	0.4073	0.0393	0.0061	0.0000						
6.6	0.0113	0.9725	0.5785	0.4100	0.0397	0.0062	0.0000						
6.7	0.0107	0.9728	0.5802	0.4126	0.0401	0.0063	0.0000						
6.8	0.0102	0.9730	0.5818	0.4152	0.0405	0.0064	0.0000						
6.9	0.0096	0.9733	0.5834	0.4177	0.0409	0.0065	0.0000						
7.0	0.0091	0.9735	0.5849	0.4202	0.0413	0.0066	0.0000						
7.1	0.0086	0.9737	0.5863	0.4226	0.0417	0.0067	0.0000						
7.2	0.0081	0.9739	0.5877	0.4250	0.0421	0.0068	0.0000						
7.3	0.0076	0.9741	0.5890	0.4273	0.0425	0.0069	0.0000						
7.4	0.0071	0.9743	0.5903	0.4296	0.0429	0.0070	0.0000						
7.5	0.0067	0.9745	0.5916	0.4318	0.0433	0.0071	0.0000						
7.6	0.0062	0.9747	0.5928	0.4340	0.0437	0.0072	0.0000						
7.7	0.0058	0.9749	0.5940	0.4361	0.0441	0.0073	0.0000						
7.8	0.0054	0.9750	0.5951	0.4382	0.0445	0.0074	0.0000						
7.9	0.0050	0.9752	0.5962	0.4402	0.0449	0.0075	0.0000						
8.0	0.0046	0.9753	0.5972	0.4422	0.0453	0.0076	0.0000						
8.1	0.0042	0.9755	0.5982	0.4441	0.0457	0.0077	0.0000						
8.2	0.0038	0.9756	0.5991	0.4460	0.0461	0.0078	0.0000						
8.3	0.0035	0.9757	0.5999	0.4478	0.0465	0.0079	0.0000						
8.4	0.0031	0.9758	0.6007	0.4496	0.0469	0.0080	0.0000						
8.5	0.0028	0.9759	0.6015	0.4514	0.0473	0.0081	0.0000						
8.6	0.0025	0.9760	0.6022	0.4531	0.0477	0.0082	0.0000						
8.7	0.0022	0.9761	0.6029	0.4548	0.0481	0.0083	0.0000						
8.8	0.0019	0.9762	0.6035	0.4564	0.0485	0.0084	0.0000						
8.9	0.0017	0.9763	0.6041	0.4580	0.0489	0.0085	0.0000						
9.0	0.0015	0.9764	0.6046	0.4595	0.0493	0.0086	0.0000						
9.1	0.0013	0.9764	0.6051	0.4610	0.0497	0.0087	0.0000						
9.2	0.0011	0.9765	0.6055	0.4625	0.0501	0.0088	0.0000						
9.3	0.0009	0.9765	0.6059	0.4639	0.0505	0.0089	0.0000						
9.4	0.0008	0.9766	0.6063	0.4653	0.0509	0.0090	0.0000						
9.5	0.0007	0.9766	0.6066	0.4667	0.0513	0.0091	0.0000						
9.6	0.0006	0.9767	0.6069	0.4680	0.0517	0.0092	0.0000						
9.7	0.0005	0.9767	0.6072	0.4693	0.0521	0.0093	0.0000						
9.8	0.0004	0.9768	0.6075	0.4706	0.0525	0.0094	0.0000						
9.9	0.0003	0.9768	0.6077	0.4718	0.0529	0.0095	0.0000						
10.0	0.0002	0.9769	0.6079	0.4730	0.0533	0.0096	0.0000						

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco

5

## 1.- Introducción

La evidencia empírica ha demostrado que algunas distribuciones de probabilidad específicas constituyen modelos apropiados para describir ciertas características asociadas a situaciones de incertidumbre reales. Tales distribuciones poseen un carácter teórico, en el sentido de que sus funciones masa de probabilidad o de densidad se deducen matemáticamente a partir de ciertas hipótesis, y un carácter práctico, por su aplicación a la modelación de fenómenos aleatorios que satisfacen dichas hipótesis.

Generalmente, un modelo probabilístico depende de una o varias cantidades numéricas que reciben el nombre de parámetros. El parámetro, o parámetros, de una distribución puede tomar distintos valores dentro de un determinado conjunto, dando lugar a una familia de distribuciones de probabilidad cuyas funciones masa de probabilidad o de densidad tienen la misma forma funcional y, por tanto, su estudio teórico puede realizarse de forma global.

En este tema presentamos diversos modelos, tanto de tipo discreto como continuo, de uso frecuente en distintas aplicaciones prácticas del Cálculo de Probabilidades e Inferencia Estadística, analizando en cada uno de ellos sus características de mayor interés.

## 2.- Distribuciones discretas

### 2.1.- Distribución degenerada

Es la distribución correspondiente a variables que toman un sólo valor; en particular, la distribución degenerada sirve para modelar cualquier característica de un experimento determinístico que siempre da lugar al mismo resultado.

Definición y características más relevantes

### 2.2.- Distribución uniforme discreta

Esta distribución corresponde a variables aleatorias que toman un número finito de valores, todos con la misma probabilidad. Este tipo de variables sirve, por ejemplo, para describir los resultados de experimentos aleatorios con espacio muestral finito y equiprobable.

Definición y características más relevantes

### 2.3.- Distribución de Bernoulli

Corresponde a variables aleatorias que sólo toman los valores uno y cero, y sirven para modelar experimentos del tipo éxito-fracaso, denominados experimentos o pruebas de Bernoulli.

Definición y características más relevantes

## 2.4.- Distribución binomial

Es la distribución correspondiente a la variable aleatoria que contabiliza el número de éxitos en una serie finita de pruebas de Bernoulli independientes con probabilidad de éxito constante.

Definición y características más relevantes

## 2.5.- Distribución de Poisson

Sirve para representar, bajo ciertas condiciones, el número de ocurrencias de un suceso de probabilidad pequeña en un determinado intervalo de tiempo o en una determinada región del espacio.

Definición y características más relevantes

## 2.6.- Distribución binomial negativa

Asociada a la realización de pruebas de Bernoulli independientes con probabilidad de éxito constante, esta distribución corresponde a la variable aleatoria que contabiliza el número de fracasos antes de que ocurra un número determinado de éxitos. Como caso particular, si se considera el número de fracasos antes del primer éxito, se obtiene la denominada distribución geométrica.

Definición y características más relevantes

Distribución geométrica

## 2.7.- Distribución hipergeométrica

Sirve para modelar problemas de muestreo sin reemplazamiento en poblaciones finitas. Concretamente, es la distribución del número de individuos en una muestra que poseen una determinada característica.

Definición y características más relevantes

## 3.- Distribuciones continuas

### 3.1.- Distribución uniforme

La distribución uniforme en un intervalo de  $\mathbb{R}$ , de longitud finita y no nula, es la que asigna a cada subconjunto de dicho intervalo una probabilidad proporcional a su longitud, lo que equivale a que su función de densidad es constante en dicho intervalo. Es la distribución subyacente en los problemas de **probabilidad geométrica** estudiados en el tema 1, cuando el espacio muestral del experimento considerado es un intervalo de  $\mathbb{R}$ .

Definición y características más relevantes

### 3.2.- Distribución normal

Es de trascendental importancia tanto en Cálculo de Probabilidades como en Inferencia Estadística debido a que proporciona una adecuada representación, al menos de forma

aproximada, de la distribución de una gran cantidad de variables reales. Es conocida también como distribución de Gauss-Laplace ya que fue el primero quien la obtuvo, de forma empírica, como la distribución de los errores de medida en ciertos problemas de Astronomía, y el segundo quien dio fundamento teórico a esta evidencia empírica.

Definición y características más relevantes

### 3.3.- Distribución gamma

Muchas distribuciones importantes se engloban bajo una misma forma funcional, conocida como distribución gamma. En particular, ciertos problemas de tiempo de espera pueden representarse adecuadamente mediante esta distribución.

Definición y características más relevantes

Casos particulares: distribuciones exponencial, Erlang y chi-cuadrado

### 3.4.- Distribución beta

Corresponde a ciertas variables con valores en el intervalo  $[0, 1]$ , modelando de forma adecuada, por ejemplo, aquellas que representan proporciones.

Definición y características más relevantes