



Tema 5: Modelos probabilísticos unidimensionales

-Ejercicios resueltos-

Ejercicio 1. Cierta concurso está basado en dos pruebas. En primer lugar se somete al concursante a 5 preguntas teóricas. Dichas preguntas son de igual dificultad, y es conocido que la probabilidad de acertar cualquiera de ellas correctamente es 0.6. Según los aciertos que obtenga en esta prueba el concursante, realizará como segunda prueba del concurso una de entre tres posibles, A, B o C. Si contesta correctamente menos de 2 preguntas hace la prueba A; hace la B si contesta correctamente entre 2 y 4, y la C en otro caso.

- La prueba A consiste en atravesar una cinta móvil de 15 metros. Basándose en anteriores experiencias, se sabe que la probabilidad de atravesarla es 0.3. Si el concursante es capaz de atravesarla en menos de 3 intentos, gana 10 €; si la atraviesa en un número de intentos entre 3 y 9, gana 5 €; y si necesita más de 9 intentos, gana 1 €.
- En la prueba B el concursante debe demostrar su capacidad de nadar en una piscina durante 1 minuto. La longitud que atraviesa a nado un concursante en este tiempo tiene una distribución normal, con varianza 4, y se sabe que el 67% de los concursantes nada más de 99.12 metros. Si durante un minuto el concursante nada menos de 95 metros, ganará 1 €; si nada una distancia entre 95 y 105 metros, ganará 5 €; y 10 € en otro caso.
- La prueba C es más aburrida: se tienen 1000 cuerdas sujetas a una viga, de las cuales 30 tienen premio. El concursante deberá arrancar 50 de ellas de una en una. Si menos de 3 tienen premio, ganará 1 €; si tienen premio entre 3 y 6, ganará 5 €; y 10 € si tienen premio más de 6 de las 50.

Calcular la ganancia esperada del concursante.

Ejercicio 2. Un alumno lleva cada día a la escuela una tableta de chocolate de 10 cm de largo. De vez en cuando le da un mordisco y se come la mitad de lo que le queda. Suponiendo que el número de mordiscos en un intervalo de tiempo de t horas sigue una distribución de Poisson de media t :

- Calcular la distribución del tiempo que transcurre hasta que le da el primer mordisco.
- ¿Cuántos centímetros de chocolate se espera que queden tras las cinco horas de clase en una mañana?
- ¿Qué probabilidad hay de que el alumno soporte una hora de clase sin morder su tableta?
- Calcular la distribución del tiempo transcurrido hasta que el alumno toma el tercer trozo de chocolate.

Ejercicio 3. El tiempo de reparación de una máquina sigue una distribución exponencial de media 22 minutos.

- Calcular la probabilidad de que el tiempo de reparación sea menor que diez minutos.
- Si el costo de reparación es de 200 € por cada media hora o fracción de trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que una reparación cueste 400 €?
- ¿Cuál es el tiempo que debería asignarse a cada reparación para que la probabilidad de que el tiempo de reparación sea mayor que dicho valor sea 0.1?



Ejercicio 4. El Instituto de Estadística de una determinada comunidad autónoma convoca unas pruebas selectivas para cubrir vacantes. La puntuación obtenida por cada candidato se calcula mediante el promedio de las calificaciones obtenidas en las pruebas realizadas, y se sabe, de experiencias previas, que dichas puntuaciones tienen media 100, se distribuyen de forma normal y que el 44.04 % de los aspirantes que realizan la prueba supera la puntuación 100.6.

- a) La convocatoria de las pruebas establece una nota mínima de 105 puntos para superar la oposición. ¿Qué porcentaje de opositores consiguen una plaza?
- b) No obstante, se sabe que en ocasiones el tribunal decide, dependiendo de las necesidades de personal, rebajar las condiciones para que un candidato sea admitido. ¿Cuál será la nota mínima necesaria para que un candidato tenga exactamente una probabilidad 0.33 de superar la prueba de selección?
- c) El instituto decide crear una bolsa de interinos para cubrir temporalmente posibles eventualidades. A esa bolsa pertenecerán todos los candidatos cuyas puntuaciones estén entre la media de las puntuaciones y la nota establecida en el apartado anterior. ¿Qué probabilidad tiene un candidato de estar en dicha situación?
- d) Para cubrir una interinidad, se decide que de la bolsa se seleccione al azar a un candidato que supere el valor 101 en la prueba de selección. ¿Cuál es la probabilidad de que un determinado candidato sea elegido?