

MÓDULO	MATERIA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	TIPO
Complementos de Geometría y Topología	Variedades Diferenciables	4º	1º	6	Optativa
PROFESORES <sup>(1)</sup>			DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Francisco Urbano Pérez-Aranda</li> </ul>			Dpto. de Geometría y Topología. Facultad de Ciencias. Universidad de Granada. 18071 - Granada Telf.: 9582 43279 Email: furbano@ugr.es		
			HORARIO DE TUTORÍAS Y/O ENLACE A LA PÁGINA WEB DONDE PUEDAN CONSULTARSE LOS HORARIOS DE TUTORÍAS <sup>(1)</sup>		
			Lunes 16 a 19; Martes de 10 a 13 horas.		
GRADO EN EL QUE SE IMPARTE			OTROS GRADOS A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR		
Grado en Matemáticas			Física, Estadística, Ingenierías, ...		
PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)					
Para un correcto aprovechamiento de la materia Variedades Diferenciables se recomienda haber					

1



**UNIVERSIDAD  
DE GRANADA**

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
[grados.ugr.es](http://grados.ugr.es)

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS    Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 23/05/2019 17:06:32    Página: 1 / 5



MUTMjhetH604FRc3FJ4E9n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

superado las siguientes materias:

- Geometrías I, II y III
- Topología I y II
- Curvas y Superficies

También se recomienda tener conocimientos adecuados sobre:

- Álgebra lineal y multilineal
- Cálculo de una y varias variables
- Ecuaciones diferenciales ordinarias

#### BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL GRADO)

- Variedades diferenciables
- Vectores tangentes, campos y formas
- Integración en variedades. Teorema de Stokes

#### COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS

Competencias generales o básicas (CB):

- CB1. Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en el Grado en Matemáticas.
- CB2. Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente.
- CB3. Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social o científica.
- CB4. Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.
- CB5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- CB6. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.

Competencias específicas (CE):

- CE1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CE2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos.
- CE3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CE4. Saber abstraer las propiedades estructurales y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CE5. Resolver problemas geométricos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE6. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

#### OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

- Comprender y reconocer las variedades diferenciables y los objetos que aparecen en el desarrollo del cálculo diferencial sobre las mismas.



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
[grados.ugr.es](http://grados.ugr.es)

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS      Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 23/05/2019 17:06:32      Página: 2 / 5



MUTMjhetH604FRc3FJ4E9n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

- Conocer el cálculo integral y sus propiedades sobre una variedad diferenciable.

#### TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

##### TEMARIO TEÓRICO:

###### **Tema 1. Nociones básicas.**

- 1.1 Concepto de variedad diferenciable.
- 1.2 Aplicaciones diferenciables entre variedades. Difeomorfismos.
- 1.3 Espacios tangente y cotangente.
- 1.4 La diferencial de una aplicación diferenciable.
- 1.5 Clasificación de aplicaciones diferenciables según el rango de su diferencial.

###### **Tema 2. Campos de vectores.**

- 2.1. Campos de vectores. Flujo de un campo de vectores.
- 2.2. Álgebra de Lie de campos de vectores.

###### **Tema 3. Formas diferenciales**

- 3.1. Formas diferenciales exteriores. El álgebra exterior.
- 3.2. Diferencial exterior de formas diferenciales. Formas cerradas y exactas.
- 3.3. Producto interior y derivada de Lie.

###### **Tema 4. Integración en Variedades**

- 4.1. Integración sobre una superficie
- 4.2. Orientación en variedades. Formas de volumen.
- 4.3. Dominios con borde en una variedad orientada.
- 4.4. Integración de formas diferenciales en dominios de variedades orientadas.

###### **Tema 4. Teorema de Stokes**

- 4.1. Orientación inducida en el borde de un dominio con borde diferenciable.
- 4.2. Teorema de Stokes sobre una superficie
- 4.3. Teorema de Stokes.
- 4.4. Algunas consecuencias: teorema de Green, teorema de la divergencia y teorema clásico de Stokes.

##### TEMARIO PRÁCTICO:

Por cada tema del programa de teoría se complementará con una serie de ejercicios, problemas y/o actividades complementarias relacionados con el mismo.

Este material se trabajará durante las sesiones teóricas, las sesiones prácticas, los seminarios, las tutorías y las exposiciones orales.

##### BIBLIOGRAFÍA

###### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL:

- AMORES, A.M.: Integración y formas diferenciales: un curso de análisis vectorial, Ed. Sanz y Torres, Madrid, 2001.
- GAMBOA J.M. y RUIZ SANCHO, J.M.: Iniciación al estudio de las variedades diferenciables, 2ª Edición, Sanz y Torres S. L., Madrid, 2006.



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
[grados.ugr.es](https://grados.ugr.es)

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS      Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 23/05/2019 17:06:32      Página: 3 / 5



MUTMjhetH604FRc3FJ4E9n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

- LEE, J.M.: Manifolds and Differential Geometry, Graduate Studies in Mathematics, vol. 107, American Matemática Society, EE.UU., 2009.
- SPIVAK M.: A comprehensive introduction to Differential Geometry, Vol. I - V, Publish or Perish Inc. 1999.
- WARNER, F.: Foundations of differential manifolds and Lie groups, Scott Foresman and Co 1971.

#### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

- BACHMAN, D.: A Geometric Approach to Differential Forms, Birkhauser, 2012.
- GODBILLON, c.: Géométrie différentielle et Mécanique analytique, Collection Méthodes, Hermann, Paris, 1969.
- LAFUENTE, J.: Geometría de Variedades Diferenciables.  
<http://www.mat.ucm.es/deptos/gt/home.htm>
- PÉREZ, J.: Apuntes de Geometría y Topología.  
<http://www.ugr.es/~jperez/papers/GeometriaYTopologia.pdf>

#### ENLACES RECOMENDADOS

Cumplimentar con el texto correspondiente en cada caso

#### METODOLOGÍA DOCENTE

La metodología docente a seguir en la materia constará de aproximadamente:

- Un 30% de docencia presencial en el aula (45 h).
- Un 60% de estudio individualizado del alumno, búsqueda, consulta y tratamiento de información, resolución de problemas y casos prácticos, y realización de trabajos y exposiciones (90 h).
- Un 10% para tutorías individuales y/o colectivas y evaluación (15 h).
- Las actividades formativas se desarrollarán desde una metodología participativa y aplicada que se centra en el trabajo del estudiante (presencial y no presencial / individual y grupal). Se desarrollarán aquellas actividades que más se adecuen a los contenidos y competencias a adquirir por el alumnado.

#### EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

De acuerdo con la "Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada" (aprobada por acuerdo del C.G. el 20-05-2013), con objeto de evaluar la adquisición de los contenidos y competencias a desarrollar en la materia, se utilizarán alternativamente los sistemas de evaluación continua y de evaluación única final.

- Evaluación continua:  
Será el método preferente de evaluación. Se trata de un sistema de evaluación diversificado que permita poner de manifiesto los diferentes conocimientos y capacidades adquiridos por el alumnado al cursar la asignatura, en el que se tendrán en cuenta los siguientes apartados:
  1. Pruebas escritas. Se realizará al menos una prueba escrita individual, consistente en un examen final de toda la asignatura impartida durante el curso. Tendrá una convocatoria ordinaria y otra en convocatoria extraordinaria.  
Este apartado pesará un 70% en la calificación final. En cualquier caso, para superar la



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
[grados.ugr.es](http://grados.ugr.es)

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS      Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 23/05/2019 17:06:32      Página: 4 / 5



MUTMjhetH604FRc3FJ4E9n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

asignatura será necesario haber obtenido un mínimo de 40 puntos sobre 80 en este apartado.

2. Otras pruebas un 30%

El examen extraordinario de recuperación valdrá el 100% de la calificación.

• Evaluación única final:

Será un método excepcional de evaluación, podrán acogerse a él aquellos estudiantes que no puedan, por causa debidamente justificada, seguir el régimen de evaluación continua. La evaluación única final se realiza en un solo acto académico que podrá incluir cuantas pruebas sean necesarias para acreditar que el estudiante ha adquirido la totalidad de las competencias descritas en la Guía Docente de la asignatura. Esencialmente consistirá de un examen teórico-práctico de todo el temario detallado anteriormente. La calificación final será el 100% de la obtenida en el examen

Las calificaciones finales se expresará mediante calificación numérica de acuerdo con lo establecido en el artículo 5 del R.D. 1125/2003, de 5 de septiembre, por el que se establece el sistema europeo de créditos y el sistema de calificaciones en las titulaciones universitarias de carácter oficial y validez en el territorio nacional. La calificación global corresponderá a la puntuación ponderada de los diferentes aspectos y actividades que integran el correspondiente sistema de evaluación.

DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS QUE FORMARÁN PARTE DE LA EVALUACIÓN ÚNICA FINAL ESTABLECIDA EN LA "NORMATIVA DE EVALUACIÓN Y DE CALIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA"

Según se contempla en la "Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada" (BOJA, 9 de noviembre de 2016), aquellos estudiantes que, en los supuestos contemplados en dicha normativa, no puedan cumplir con el método de evaluación continua, descrito en el apartado anterior, podrán solicitar, en los términos de la citada Normativa Art. 8, acogerse a una evaluación única final. En tal caso, el alumno realizará:

- el examen final de la convocatoria ordinaria que tendrá un peso del 100% de la calificación.
- también dispondrá del examen de la convocatoria extraordinaria.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Cumplimentar con el texto correspondiente en cada caso



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
grados.ugr.es

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS      Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 23/05/2019 17:06:32      Página: 5 / 5



MUTMjhetH604FRc3FJ4E9n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.