

# CAPÍTULO 1

## LA VALORACIÓN FINANCIERO-ACTUARIAL Y SU APLICACIÓN A LOS PLANES DE PENSIONES

ANDRÉS DE PABLO LÓPEZ

*Catedrático de Economía Financiera*  
UNED

### RESUMEN

*En este trabajo se analiza la problemática que presentan los Planes y Fondos de Pensiones desde la perspectiva de su equilibrio financiero-actuarial. Se distinguen los casos de aportación definida y de prestación definida y se destaca como en estos últimos se presenta una mayor aleatoriedad. Se analizan las variables que más influencia tienen en los resultados esperados del Plan y se propone la aplicación del análisis de sensibilidad y la simulación para complementar el estudio actuarial que ha de realizarse de acuerdo con la normativa vigente.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Los Planes y Fondos de Pensiones tienen como objetivo básico complementar las prestaciones económicas que los trabajadores recibirán, a partir de su jubilación, del sistema de Seguridad Social pública. De acuerdo con la normativa legal, en su aspecto técnico, los Planes de Pensiones han de garantizar que los compromisos adquiridos se cumplirán. En este sentido, el Reglamento establece que los Planes de Pensiones se instrumentarán mediante sistemas financieros y actuariales de capitalización; en consecuencia, las prestaciones se han de ajustar estrictamente al cálculo derivado de estos sistemas.

Un sistema financiero es el método o modelo que, de acuerdo con unos criterios previamente fijados, establece el equilibrio entre las aportaciones

realizadas y las prestaciones a recibir. En general, la ecuación de equilibrio financiero-actuarial, se plantea en el momento actual y se ha de verificar:

$$\text{VALOR ACTUAL ACTUARIAL DE LAS APORTACIONES} = \\ = \text{VALOR ACTUAL ACTUARIAL DE LAS PRESTACIONES}$$

Las modalidades básicas de Planes en cuanto a los compromisos adquiridos son:

- Planes de Aportación Definida, en los es conocida la primera parte de la ecuación (ya que se fijan las obligaciones de los partícipes) y la variable a determinar es la prestación a percibir.
- Planes de Prestación Definida, en los que se fijan las prestaciones que han de percibir los beneficiarios cuando se produzca el hecho causante, y la variable a determinar es la aportación que, periódicamente, debe entregar el partícipe y, en su caso, el promotor.

Los sistemas de valoración pueden ser financieros o actuariales. Por lo tanto, hay que distinguir los supuestos en los que se presenta un modelo estrictamente financiero, de aquellos en los que, por incluir fenómenos aleatorios, el modelo es de tipo actuarial.

En los Planes de Aportación Definida, se utiliza el modelo financiero hasta el momento en que se produce el hecho causante que da derecho a la percepción de la prestación, y el modelo actuarial a partir de este momento, si se opta por percibir una renta.

En los Planes de Prestación Definida, se utiliza el modelo actuarial, dado el carácter aleatorio de la percepción de dicha prestación.

## 2. PLANES DE APORTACIÓN DEFINIDA

Tal como establece el Reglamento de Planes y Fondos de Pensiones, esta modalidad la han de seguir de forma obligatoria los Planes individuales, y de forma optativa, las restantes. En cuanto a su tratamiento operativo, es una operación financiera de constitución de capital.

Si se considera el caso de un partícipe que inicia sus aportaciones a la edad  $x$ , que se jubila a la edad de 65 años y que realiza aportaciones anuales y pospagables, de cuantía  $a_1, a_2, \dots, a_r, \dots, a_{65-x}$ , cuyo esquema gráfico es:

<i>Aportaciones:</i>	$a_1$	.....	$a_r$	$a_{r+1}$	.....	$a_{65-x}$	
<i>Años:</i>	0	1	.....	$r$	$r+1$	.....	$65-x$
<i>Edad:</i>	$x$	$x+1$	.....	$x+r$	$x+r+1$	.....	65
<i>Rentab. anual:</i>	$i_1$	.....	$i_r$	$i_{r+1}$	.....	$i_{65-x}$	

En la práctica, las aportaciones, pueden ser constantes o crecientes en progresión geométrica, variando en función de alguna magnitud como puede ser los salarios.

La primera cuestión que le interesa conocer al partícipe del Plan, después de haber efectuado aportaciones durante  $r$  años, es la cuantía del Fondo de capitalización constituido hasta ese momento.

### 2.1 Fondo de Capitalización

Si se anota con  $F_r$  su cuantía su valor se obtiene, en el caso general, de la siguiente forma:

$$F_r = \sum_{k=1}^r a_k \prod_{h=k+1}^r (1 + i_h)$$

Este resultado corresponde al saldo financiero (o reserva matemática) de la operación de constitución, calculado por el método retrospectivo, y constituye el derecho consolidado por el partícipe del Plan, de acuerdo con el citado Reglamento. Si se desea conocer el saldo financiero que corresponde al partícipe, partiendo del saldo del período anterior, resulta:

$$F_r = F_{r-1}(1 + i_r) + a_r$$

en este caso se estaría aplicando el denominado método recurrente para la obtención del saldo o reserva matemática.

Esta última ecuación se puede expresar de la siguiente forma:

$$F_r - F_{r-1} = F_{r-1} i_r + a_r$$

que permite realizar la siguiente interpretación:

$F_r - F_{r-1} = \Delta F_r$  mide el aumento experimentado por el Fondo durante el año  $r$ .

$F_{r-1} i_r = I_r$  mide los intereses producidos por las inversiones realizadas con el Fondo constituido hasta  $r-1$ , durante el año  $r$ .

$a_r$  es la aportación anual que se efectúa al final del año  $r$ .

En consecuencia, al ser

$$\Delta F_r = I_r + a_r,$$

resulta que el incremento experimentado por el fondo en un año cualquiera es la suma de los dos componentes: por una parte, los intereses producidos por el fondo de capitalización existente al principio de ese año y, por otra, la aportación realizada en ese año.

## 2.2 Fondo de Capitalización a la jubilación (derechos consolidados)

Cuando el partícipe, que se incorporó al Plan con la edad  $x$ , alcance la edad de jubilación, 65 años, el fondo de capitalización total será:

$$F_{65-x} = \sum_{k=1}^{65-x} a_k \prod_{h=k+1}^{65-x} (1+i_h)$$

se observa que este Fondo depende de tres factores:

- Cuantía de la aportaciones periódicas.
- Rentabilidad de las inversiones.
- Duración, o número de años en los que esa persona es partícipe del Plan.

## 2.3 Prestaciones

Las prestaciones, de acuerdo con lo previsto en el correspondiente Plan, pueden ser en forma de capital, renta (temporal o vitalicia) y capital-renta. Los casos mas usuales son:

- Percibir un capital en el momento de la jubilación.
- Una renta actuarial hasta el fallecimiento del partícipe-beneficiario.

### 3. PLANES DE PRESTACIÓN DEFINIDA

En los Planes de Prestación Definida, la magnitud predeterminada o estimada es la cuantía de las prestaciones que han de recibir los beneficiarios del plan. Al aplicar la ecuación de equivalencia financiero-actuarial se obtendrá la cuantía de las aportaciones que se han de realizar.

En el caso de que se aplique la *capitalización colectiva*, la ecuación de equivalencia o equilibrio financiero-actuarial, para el caso de que se trate de garantizar una pensión de jubilación es la siguiente:

$$T \sum_{x=e}^{r-1} \bar{S}(x) n_x (Va)_{xr-x}^{(12)} = \sum_{x=e}^{r-1} \alpha(x, r) \bar{S}(x, r-x) \bar{n}_x \quad r-x / (Va)_{xr-x}^{(12)}$$

siendo:

- $T =$  Cuota unitaria de cotización correspondiente al año  $t$  desde el inicio del Plan.
- $e =$  edad de entrada en el Plan.
- $r =$  edad de retiro (edad de jubilación) usualmente los 65 años.
- $\bar{S}(x) =$  Salario medio de los trabajadores de edad  $x$ .
- $n =$  Número de trabajadores con edad  $x$  que son partícipes del Plan.

$$- (Va)_{xr-x}^{(12)} = \frac{i}{j_{12}} \sum_{t=1}^{r-x} (1+q)^t (i+i)^{-t} \quad {}_t p_x = \text{Valor actual actuarial de una renta}$$

temporal y pospagable de cuantía variable (creciente en progresión geométrica), en la que:

- ✓  $q$ : la tasa de crecimiento acumulativo de los salarios.
- ✓  $i$ : el tipo de interés técnico.
- ✓  ${}_t p_x$ : la probabilidad de que un trabajador de edad  $x$  siga activo en la empresa  $t$  años después.

- $\alpha(x, r) =$  Tanto por uno de la base reguladora que percibirá al alcanzar la edad  $x$ .

- $\bar{S}(x, r-x) = S(x)(1+q)^{r-x}$  = Base reguladora a la jubilación que corresponde a un trabajador cuya edad actual es  $x$
- $\bar{n}_x$  = Número de trabajadores del Plan que continúan en activo en la empresa en el momento de la jubilación
- ${}_{r-x}r/(Va)_{xr-x}^{(12)}$  = Valor actual de una renta vitalicia y diferida  $r-x$  años que está fraccionada en pagos mensuales

La incógnita a calcular es el tipo  $T$  de cotización, en tanto por ciento del salario que percibe el trabajador en cada momento, para el colectivo total de la empresa. Por tratarse de capitalización colectiva, el tipo  $T$  es único para todo el colectivo; por ello, los trabajadores mas jóvenes, cotizarán mas de lo que correspondería de acuerdo con los años que van a estar haciendo aportaciones hasta que lleguen a la edad de jubilación y los mas viejos solamente aportarán una parte pequeña en relación con lo que van a recibir como prestación. Existe, por lo tanto, una financiación de los trabajadores más jóvenes hacia los de mayor edad.

En el caso de que se aplique la *capitalización individual*, cada cotizante tendrá un tipo de cotización diferente de acuerdo con su edad de entrada en el Plan. La ecuación de equivalencia financiero-actuarial es la misma que la anterior si se suprimen los sumatorios.

$$T \bar{S}(x) n_x (Va)_{xr-x}^{(12)} = \alpha(x, r) \bar{S}(x, r-x) \bar{n}_r {}_{r-x}r/(Va)_r^{(12)}$$

Ahora, se han de plantear tantas ecuaciones como edades diferentes hay en el colectivo; para cada edad se obtendrá un tipo de cotización, de manera que los mas jóvenes cotizarán a unos tipos muy bajos y los que tiene una edad muy próxima a la edad de jubilación habrán de cotizar con unos porcentajes tanto mas altos cuanto mas cerca estén de la edad de jubilación.

Si se comparan los resultados de la capitalización individual con el de la colectiva se observa que hasta una determinada *edad crítica* las aportaciones son superiores a las que resultarían de aplicar un sistema de capitalización individual, mientras que a partir de esa edad las aportaciones son inferiores.

El esquema de valoración que se ha presentado es un modelo simplificado, ya que:

- Corresponde a un colectivo cerrado, es decir no toma en consideración las nuevas entradas ni las salidas que por diversos motivos se pueden producir en el colectivo.

- Pueden existir otras prestaciones adicionales, que habría que valorar también.
- Pueden existir reservas o aportaciones extraordinarias al constituirse el Plan que minorarían los tipos de cotización.

Sin embargo, no se trata de analizar un modelo actuarial general, sino de destacar los aspectos básicos y fundamentales de los Planes de prestación definida establecidos sobre el colectivo de trabajadores de una empresa.

#### 4. PROBLEMÁTICA DE LOS ESTUDIOS ACTUARIALES DE PLANES DE PENSIONES

De acuerdo con la Ley de Regulación de los Planes y Fondos de Pensiones, los estudios y dictámenes actuariales son los encargados de:

- 1.- Diseñar, en el plano técnico, el proyecto de Plan, de acuerdo con las premisas que establezca el Promotor, teniendo en cuenta las prestaciones que se ofrecen, su cuantía, y si son o no revalorizables, así como las aportaciones que se van a realizar.
- 2.- Dictaminar sobre la suficiencia del sistema financiero y actuarial en que se fundamenta dicho proyecto.
- 3.- Revisar el sistema financiero y actuarial del Plan al menos cada tres años, para, que en su caso, pueda ser rectificado si las previsiones anteriormente realizadas se desvían en sentido desfavorable respecto a los resultados realmente habidos.

Teniendo en cuenta que las variables que intervienen en la ecuación de equilibrio no suelen conocerse con certeza, ya que se refieren a valores que han de materializarse en el futuro, y lo que pueda suceder en el futuro solo es conocido, a lo más, en términos de probabilidad, los valores concretos que tomen esas variables, diferirán de los inicialmente previstos como consecuencia de la intervención de diversos factores, generalmente exógenos y difíciles de prever.

Cuando esto sucede, el resultado, obtenido, al aplicar la ecuación, será distinto del que realmente se produzca, lo cual, en una primera impresión, podría interpretarse en el sentido de invalidar el modelo actuarial, cuando en realidad es debido a las razones antes apuntadas respecto al grado de conocimiento del futuro.

Entre las diversas variables que intervienen en el modelo actuarial de valoración, cabe considerar las siguientes:

- Las tasas de supervivencia y mortalidad correspondientes a los partícipes del Plan.
- Los tipos de interés, que ha de utilizarse tanto para establecer la ecuación de equilibrio, como para valorar la rentabilidad financiera de las inversiones que se efectúan con los recursos disponibles en cada momento.
- Las tasas de inflación que pueden producirse en el futuro.
- La evolución de los salarios futuros.
- Otras tasas biométricas, como las tasas de invalidez de los partícipes del Plan, tasas de natalidad, de morbilidad, etc.
- Los gastos de gestión y administración del Fondo.
- La diferencia de edades entre cónyuges.
- El número medio de hijos.
- Las edades de entrada en la empresa, así como las altas y bajas que se puedan producir por movilidad laboral.

Como consecuencia de lo expuesto anteriormente, parece aconsejable, y conveniente, completar el estudio actuarial analizando los márgenes de variabilidad de los resultados a través del empleo de algunas técnicas que se han demostrado útiles en otros campos del análisis económico.

## 5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El análisis de sensibilidad del resultado obtenido ante variaciones en los valores que pueden tomar las variables que intervienen en el modelo actuarial, proporciona una medida del grado de fiabilidad del citado resultado, así como del intervalo en el cual se situará el resultado real.

Como es sabido, se trata de analizar cuales son las variables ante las que el resultado es más sensible, (aquellas en las que pequeñas variaciones repercuten de forma acusada en el resultado), a las cuales habrá que prestar especial atención, procurando estimarlas con la mayor precisión posible; y aquellas otras en las que variaciones notables en los valores asignados, apenas tienen reflejo en el resultado, y que, por lo tanto, no es necesario prestarles tanta atención a la hora de estimarlas.

Al realizar este análisis han de tenerse en cuenta los siguientes aspectos:



### 5.1 *Sensibilidad del resultado ante variaciones en las tasas de mortalidad*

El actuario ha de trabajar con tablas de mortalidad referidas a un año que necesariamente anterior a la fecha en que se realiza el estudio. Por ejemplo, en España, las últimas tablas publicadas oficialmente corresponden al año 2000, y en los estudios actuariales suelen utilizarse las tablas suizas GR para supervivencia y GF para mortalidad. Si se tiene en cuenta que, a lo largo del siglo pasado se ha comprobado una tendencia continuada de disminución de las tasas de mortalidad, lo que conlleva un envejecimiento de la población, los cálculos realizados, utilizando esas tablas, llevarán a estimaciones optimistas del resultado (ej. el tipo de cotización). Debe observarse, además, que el estudio se realiza ahora pero las tablas se aplican para prever mortalidades futuras, en un horizonte temporal largo, por lo que el efecto real será mas acusado todavía.

El análisis de sensibilidad se puede efectuar:

- ✓ Reajustando las tablas de mortalidad que se utilicen de acuerdo con ciertas hipótesis respecto a la evolución de las tasas de supervivencia y mortalidad.
- ✓ Utilizando tablas correspondientes a años mas recientes y países mas desarrollados.
- ✓ Disminuyendo la edad biométrica del colectivo analizado, a los únicos efectos de aplicarles tasas de mortalidad, más bajas pero sin modificar la edad de entrada en jubilación. En este sentido, se observaría el comportamiento del resultado al aplicar a cada individuo de edad  $x$  las tasas correspondientes a edades  $x-1$ ,  $x-2$ ,  $x-3$ ,  $x-4$ , etc.

### 5.2 *Sensibilidad del resultado ante variaciones en el tipo de interés técnico*

La elección del tipo de interés, tiene gran importancia al evaluar un Plan de Pensiones ya que mide la rentabilidad que se asigna a las cantidades entregadas por los cotizantes. Un tipo de interés alto, significa una mayor rentabilidad para los recursos disponibles y para las cantidades que se aportan, con lo cual el tipo de cotización será menor que si se toma un tipo de interés bajo.

En la fijación del tipo de interés se suelen aplicar criterios de prudencia estableciéndose topes máximos por la autoridad económica (el 6% para operaciones a largo plazo). Un tipo de interés por debajo de la rentabilidad que se obtenga con las inversiones de las reservas del Fondo, exige, por un lado, mayor esfuerzo de cotización, si bien por otro, permite aumentar las reservas por encima de lo que técnicamente es preciso tener.

El análisis de sensibilidad se realiza obteniendo los resultados al aplicar distintos tipos de interés al modelo de valoración actuarial. Estos tipos se tomarán teniendo en cuenta los tipos que rigen en los mercados financieros y la evolución futura esperada respecto a los mismos. Por ejemplo podría analizarse como varía el resultado para  $i = 5\%$ ;  $6\%$ ;  $7\%$ ;  $8\%$ ;  $9\%$ ; y  $10\%$ .

### 5.3 *Sensibilidad del resultado ante variaciones en las tasas de inflación*

La inflación tiene el efecto de reducir el poder adquisitivo de los capitales a medida que pasa el tiempo. Por lo tanto, juega un papel de sentido contrario al de los tipos de interés. Si la inflación es alta, puede hacer negativa la rentabilidad de las inversiones, como de hecho ha ocurrido en España a finales de los años 70.

Si el tipo de interés que producen las inversiones en un año es  $i$ , pero el tipo de inflación ha sido de  $\alpha$ , la rentabilidad del Fondo, expresada en términos reales (euros constantes) se obtiene:

$$1 + i = (1 + \alpha)(1 + r) \Rightarrow r = \frac{i - \alpha}{1 + \alpha}$$

El análisis de sensibilidad se efectuará, obteniendo los resultados para distintas tasas de inflación previsible, y observando las variaciones que se producen. También se pueden obtener los tipos de interés reales de interés que resultan en cada caso.

### 5.4 *Sensibilidad del resultado ante variaciones de otras variables*

Se seguirá un razonamiento en forma análoga a como se ha hecho en los casos anteriores.

### 5.5 *Conclusiones de este análisis*

Una vez obtenido el conjunto de resultados para cada variable, se agrupan en un cuadro, de tal manera que, tanto el actuario, como el promotor o la Comisión de Control del Plan, tengan una visión de los márgenes o intervalos entre los que puede variar razonablemente el resultado. También resulta ilustrativo presentar

los intervalos de variación en forma gráfica, para una mejor comprensión por los órganos de control.

La realización del análisis de sensibilidad, permite a posteriori, y a la vista del comportamiento que han tenido las variables analizadas, tener una idea muy aproximada de los ajustes que son precisos realizar sin tener que repetir el estudio anualmente, siendo suficiente repetirlo cada tres años, recogiendo en ese momento las variaciones censales y de otro tipo que se hubiesen producido en ese plazo temporal.

## 6. SIMULACIÓN

Una técnica alternativa para analizar las variaciones del resultado, ante variaciones de las variables intervinientes es aplicar el método de simulación de Montecarlo.

A diferencia del análisis de sensibilidad, que estudia la variación del resultado ante un cambio en alguna de las variables intervinientes, de manera que solo se tiene en cuenta un número limitado de combinaciones posibles entre los valores de esas variables, la simulación permite considerar todas las combinaciones posibles, pudiendo obtenerse la distribución de probabilidad del resultado.

Las etapas para la aplicación de este método son:

- Estimación de la función de probabilidad de cada una de las variables intervinientes. Esto implica un buen conocimiento del comportamiento de esas variables, por lo que, frecuentemente, será conveniente asesorarse por personas expertas.
- Para cada prueba, o ensayo, se han de generar tantos números aleatorios como variables intervengan en el modelo. Para ello puede utilizarse una tabla de números aleatorios, o mas cómodamente, el propio ordenador con un programa específico.
- Cada número aleatorio, se lleva al eje de ordenadas de la función de distribución de cada variable, obteniendo en abcisas el valor que toma la variable en esa prueba.
- Se aplican los valores obtenidos para cada variable a la ecuación actuarial que proporciona el resultado, obteniéndose una solución en esta primera simulación.

- Se repiten las tres últimas etapas un gran número de veces, obteniéndose en cada una de las simulaciones un resultado. Agrupando estos, se tiene la función de densidad del resultado.

La distribución de probabilidad resultante, señala la gama de posibles resultados que pueden obtenerse, y permite efectuar predicciones en términos de probabilidad. Ahora bien, debe tenerse en cuenta que la clave para que los resultados interpreten fielmente la realidad, está en la acertada identificación de las distribuciones de probabilidad de las variables intervinientes.

Un *ejemplo* de aplicación simplificado consistiría en considerar que:

- Las tasas de mortalidad se distribuirán de acuerdo con la tabla siguiente:

<i>Edad teórica</i>	<i>Probabilidad</i>
x-1	0,1
x-2	0,3
x-3	0,4
x-4	0,2

- Los tipos de interés seguirán una distribución normal con media 5,25% y desviación típica de 1,25%.
- Las tasas de crecimiento de los salarios seguirán una distribución uniforme entre el 2% y el 4%.

A partir de estos datos se construyen las funciones de distribución respectivas y se van generando bloques de tres números aleatorios para cada simulación.

<i>Simulación</i>	<i>Edad</i>	<i>Tipo de interés</i>	<i>Incremento de salarios</i>
1 <sup>a</sup>	36	85	13
2 <sup>a</sup>	74	28	57
.....			
5.000 <sup>a</sup>	09	66	45

*Ternas de números aleatorios*



## BIBLIOGRAFÍA

- BOWERS et al. (1986). *Actuarial Mathematics*. Ed. The Society of Actuaries, Illinois.
- GALLEGOS DIAZ DE VILLEGAS, J. E. (1992). *Modalidades Clásicas y Modalidades del Seguro de Vida Entera*. Editorial Mapfre, Madrid.
- GIL FANA, J. A. (1991). *Elementos de Matemáticas para las Ciencias del Seguro*. Editorial Mapfre. Madrid.
- LATORRE, L. (1992). *Teoría del Riesgo y sus aplicaciones a la Empresa Aseguradora*, Editorial Mapfre, Madrid.
- LOPEZ CACHERO, M. y LOPEZ DE LA MANZANARA BARBERO, J.(1993). *Estadística para Actuarios*, Editorial Mapfre. Madrid.
- NIETO DE ALBA, U. y VEGAS ASENSIO, J. (1993). *Matemática Actuarial*, Editorial Mapfre. Madrid.
- PALACIOS, H. E. (1996). *Introducción al cálculo actuarial*, Editorial Mapfre, Madrid.
- PIÑERA, J. (1996). *Una Propuesta de Reforma del Sistema de Pensiones en España*, Círculo de Empresarios, Madrid.
- VILLALON, J. (1997). *Operaciones de Seguros Clásicas y Modernas*, Ed. Pirámide, Madrid.

