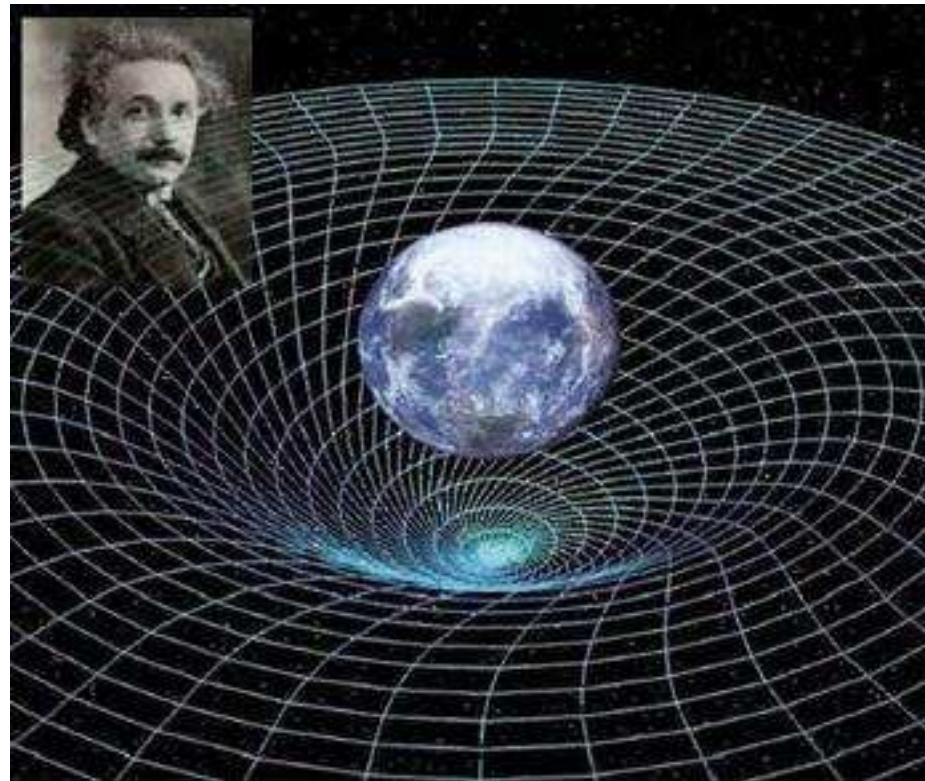




Más de 100 años de Relatividad General



Bert Janssen

Dpto. de Física Teórica y del Cosmos - UGR

La Relatividad General (Einstein, 1915)

= teoría moderna de la gravedad

= “gravedad newtoniana + relatividad especial”



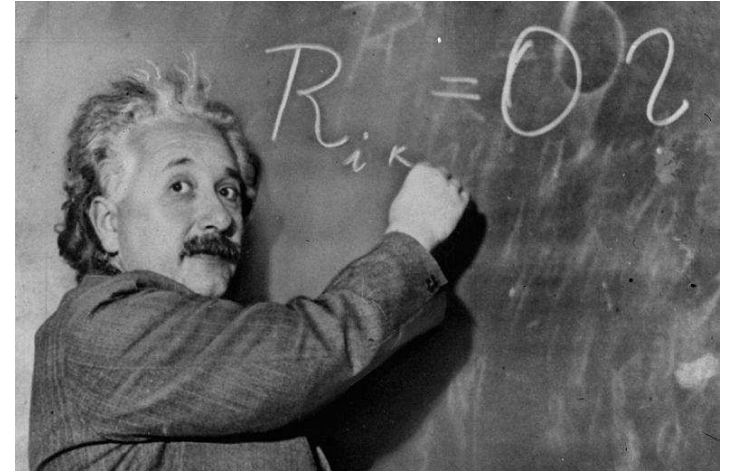
(1687)

+



(1905)

→



(1915)

La Relatividad General (Einstein, 1915)

= teoría moderna de la gravedad

= “gravedad newtoniana + relatividad especial”



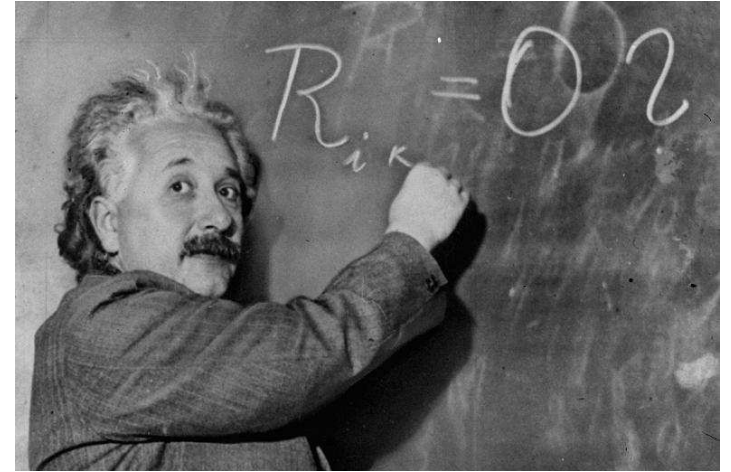
(1687)

+



(1905)

→



(1915)

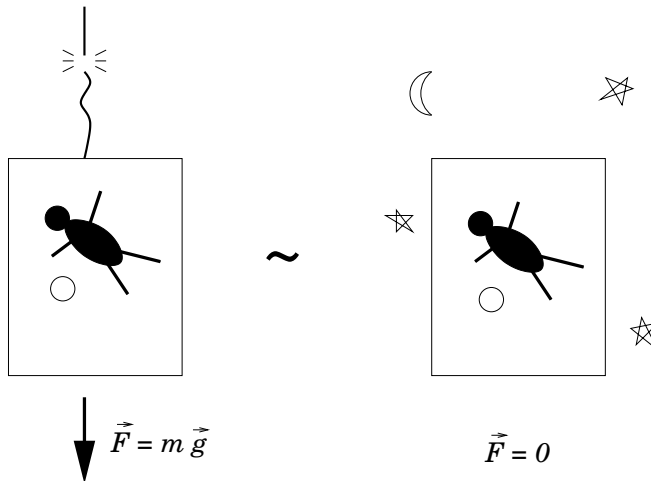
- Espaciotiempo curvo
- Agujeros negros
- Ondas gravitatorias
- Cosmología

Plan de la conferencia

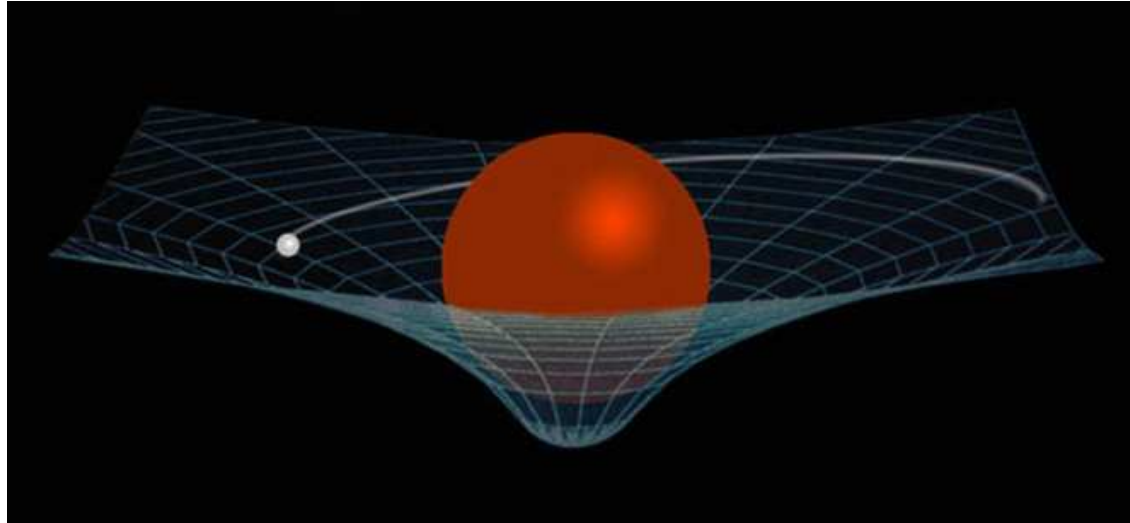
1. La gravedad



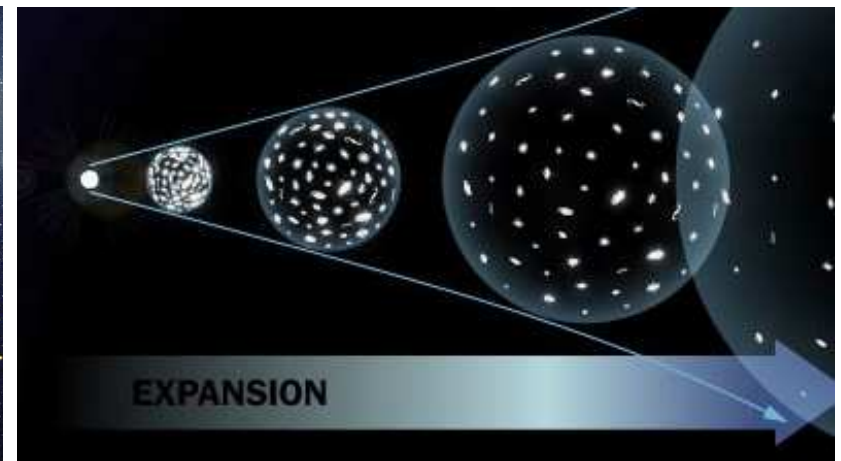
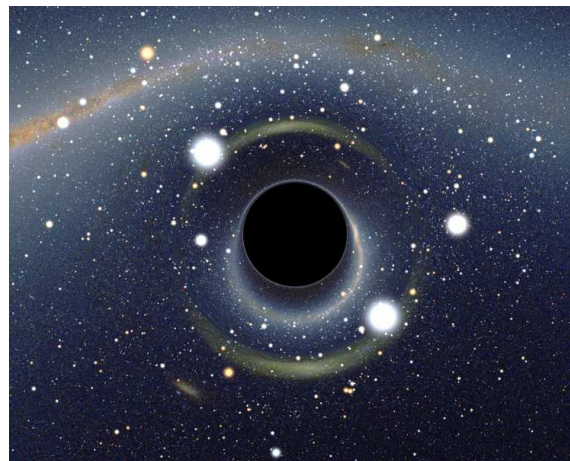
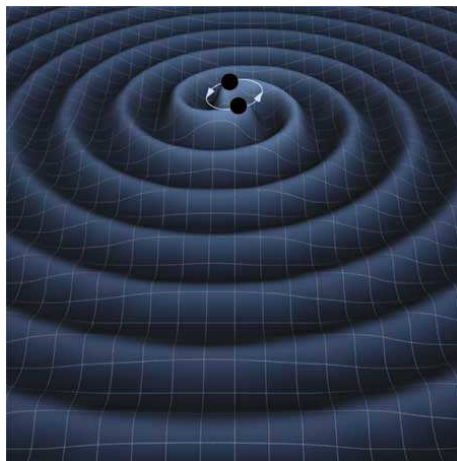
2. El Principio de Equivalencia



3. Relatividad General



4. Consecuencias y aplicaciones



1. La gravedad

Hace que las cosas se caigan...



1. La gravedad

Hace que las cosas se caigan...



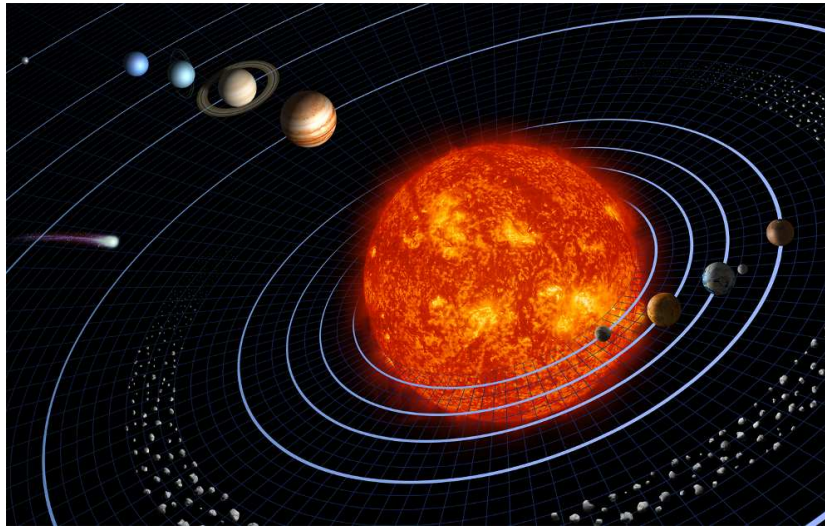
Hace que las cosas tengan peso...



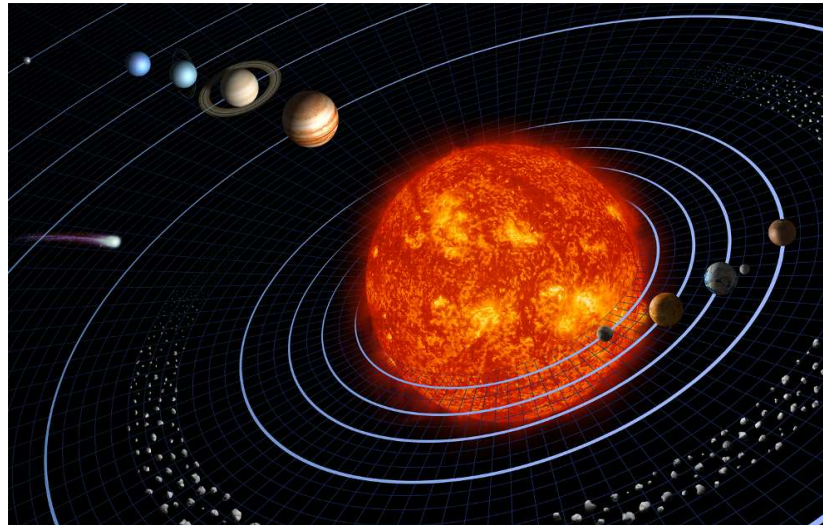
Define lo que llamamos arriba y abajo...



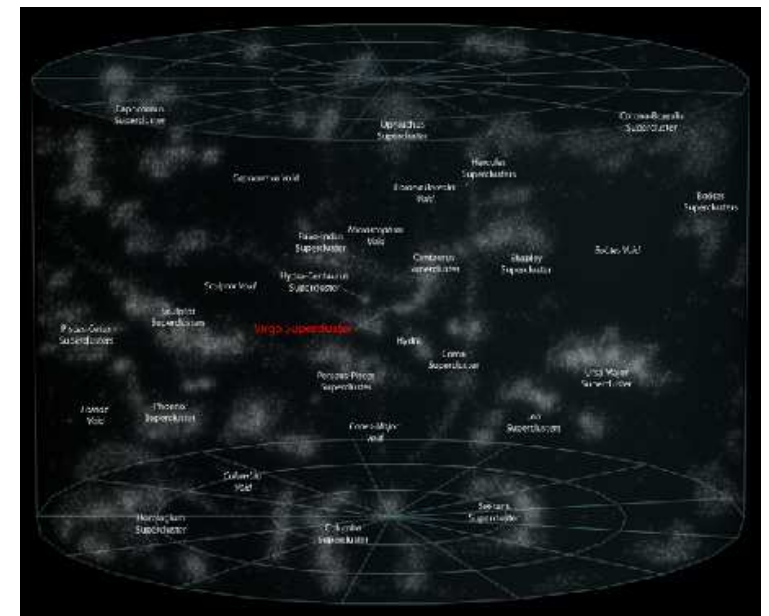
Mantiene la luna y los planetas en órbita...



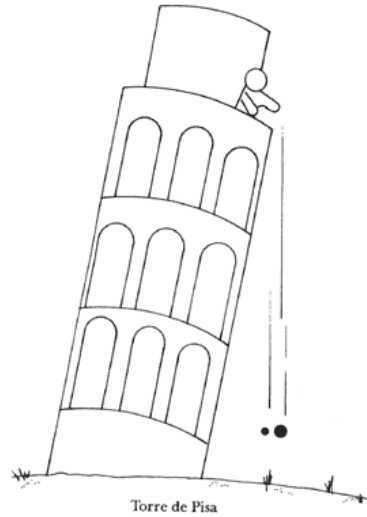
Mantiene la luna y los planetas en órbita...



Es la fuerza que domina el universo...



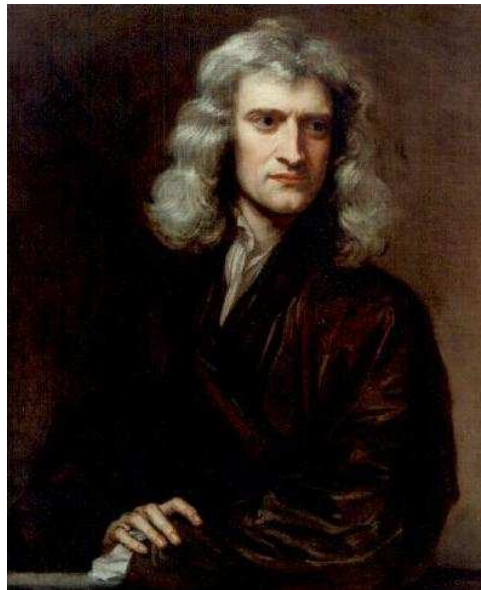
Estudiada por Galilei y postulada por Newton



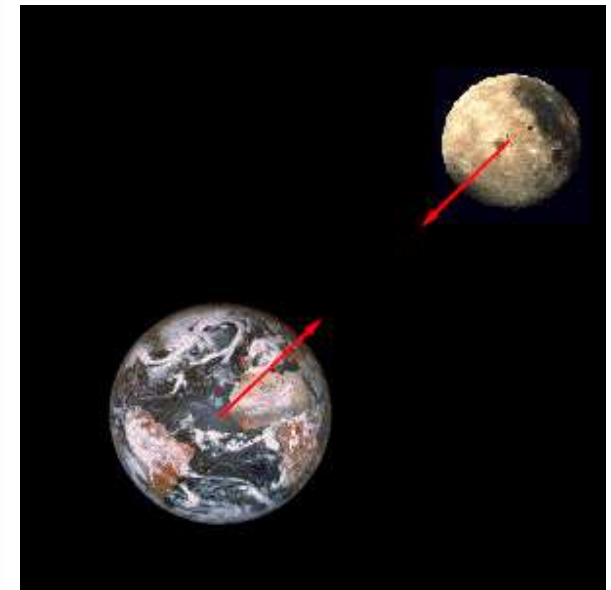
Caída libre:

$$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v(t) = -g t$$

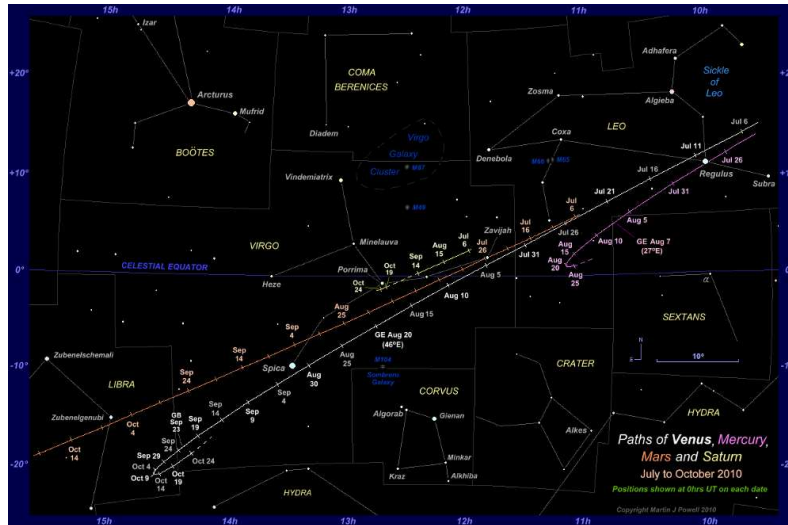


$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

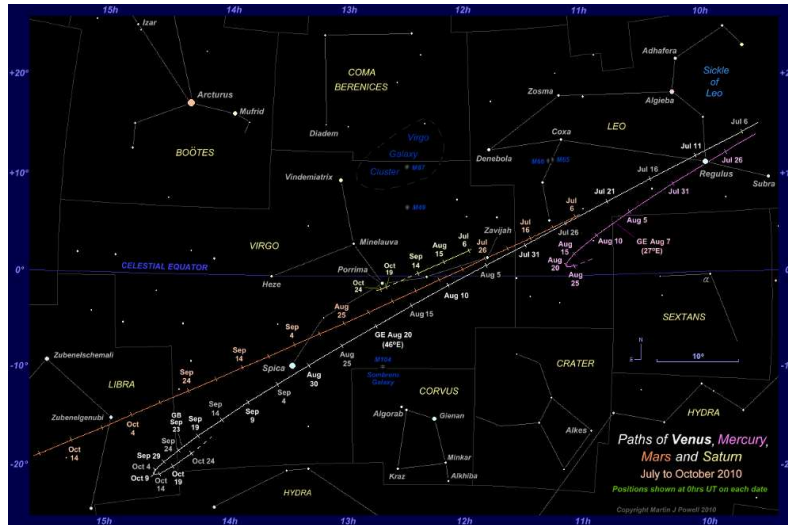


—> Fuerza universal entre cualesquiera dos masas

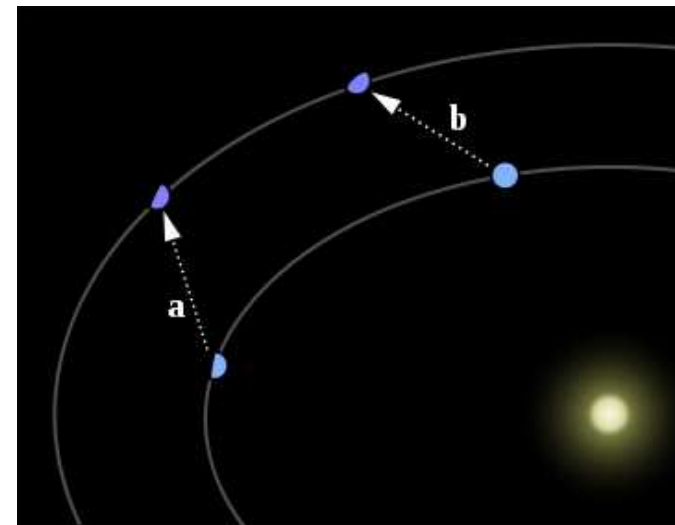
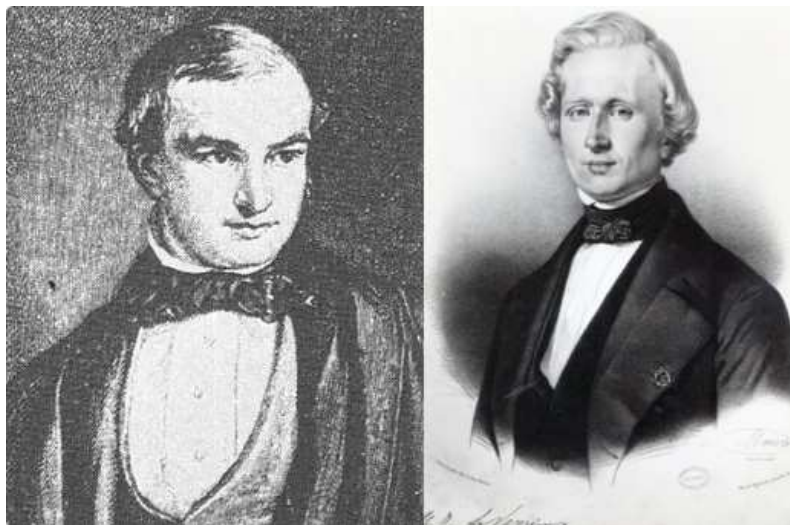
Una teoría muy exitosa! Predice las efemérides planetarias



Una teoría muy exitosa! Predice las efemérides planetarias

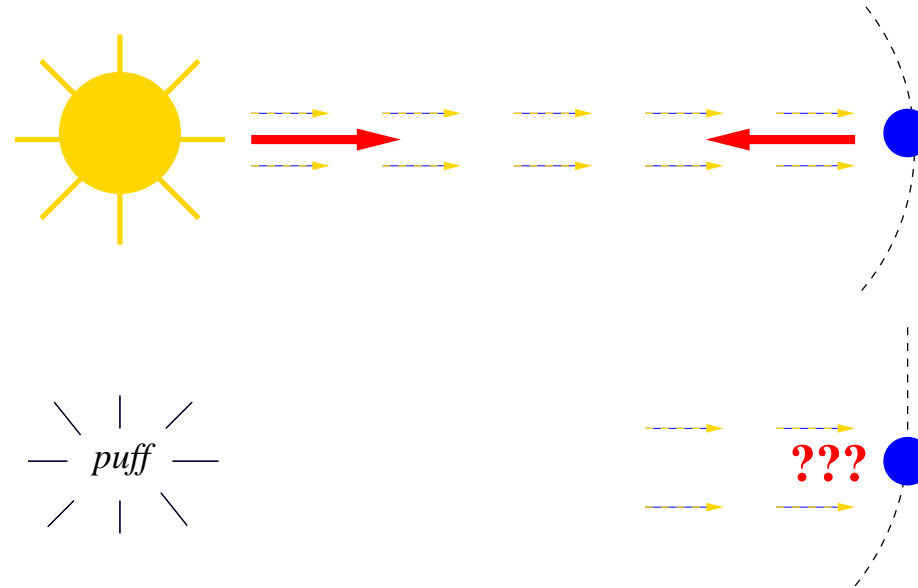


Hasta predijo la **existencia de Neptuno** por perturbaciones en órbita de Urano



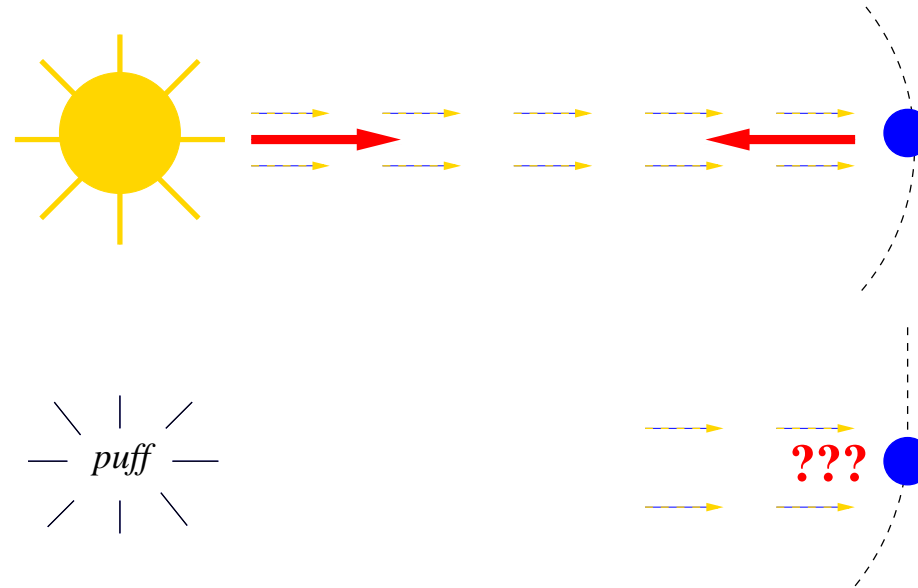
Couch-Adams & Le Verrier, 1845

Pero ¿Cómo se propaga la gravedad? ¿A qué velocidad?



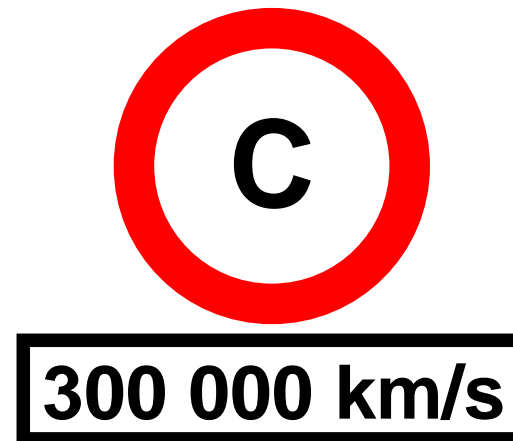
Newton: “Hypotheses non fingo”

Pero ¿Cómo se propaga la gravedad? ¿A qué velocidad?

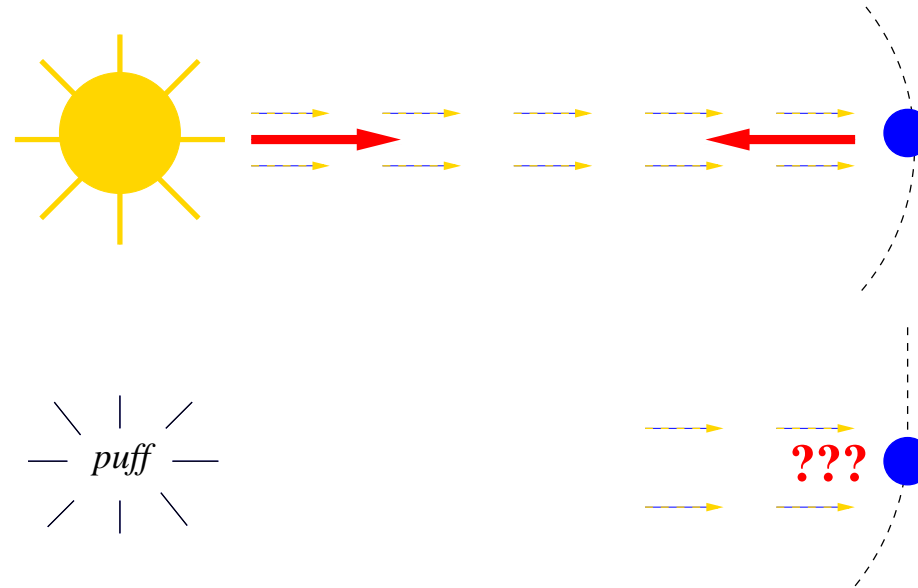


Newton: “Hypotheses non fingo”

Einstein (1905):

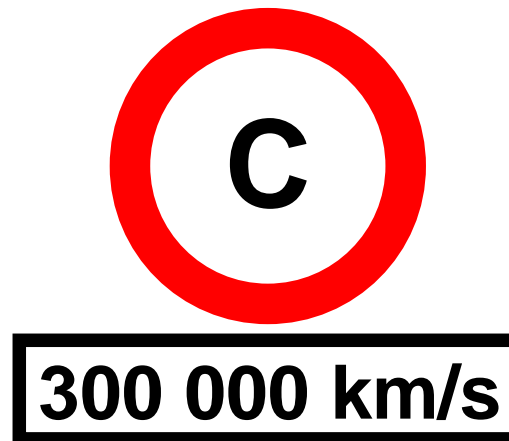


Pero ¿Cómo se propaga la gravedad? ¿A qué velocidad?



Newton: “Hypotheses non fingo”

Einstein (1905):



→ Clara contradicción!!!

La gravedad newtoniana es incompatible con la Relatividad Especial

- Acción a distancia
- Velocidad de propagación infinita

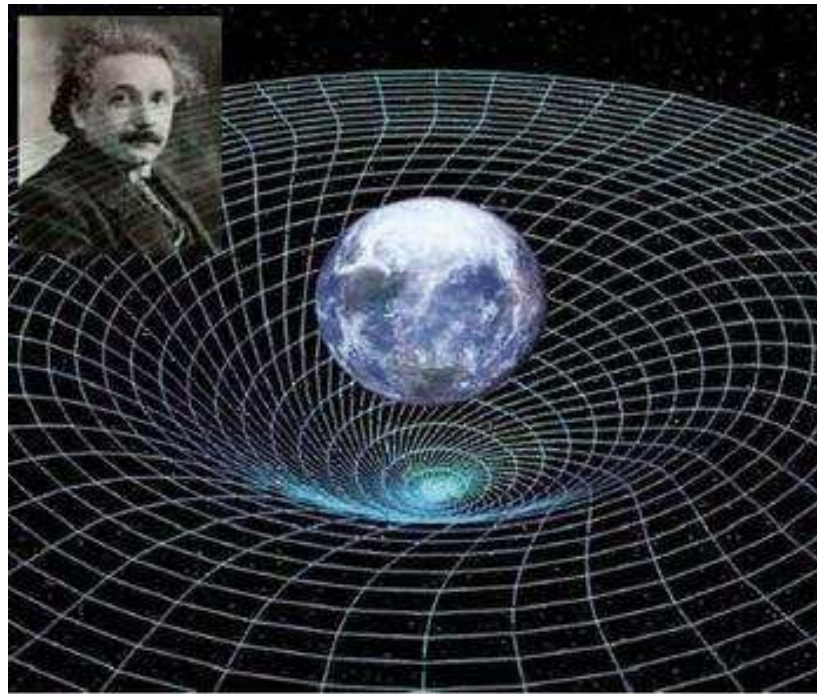
¿Cómo compatibilizarlo?

La gravedad newtoniana es incompatible con la Relatividad Especial

- Acción a distancia
- Velocidad de propagación infinita

¿Cómo compatibilizarlo?

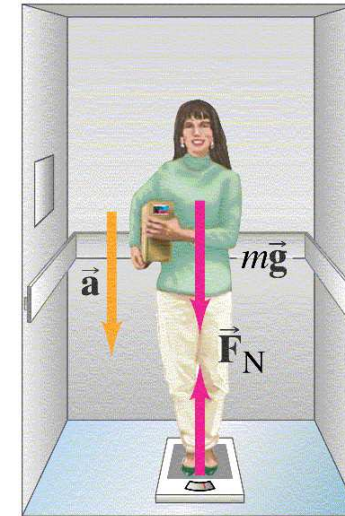
Con una nueva teoría de la gravedad...



Relatividad General

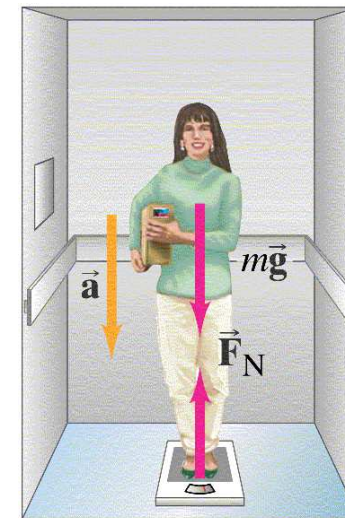
2. El Principio de Equivalencia

La fuerza gravitatoria se puede aumentar o disminuir con aceleraciones...

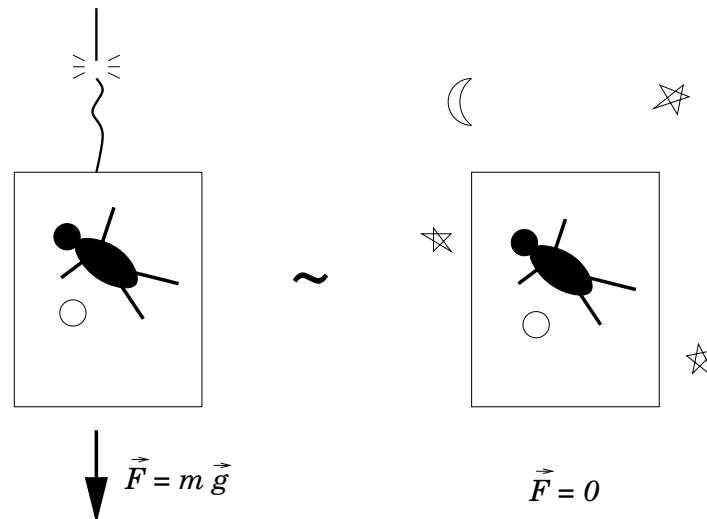


2. El Principio de Equivalencia

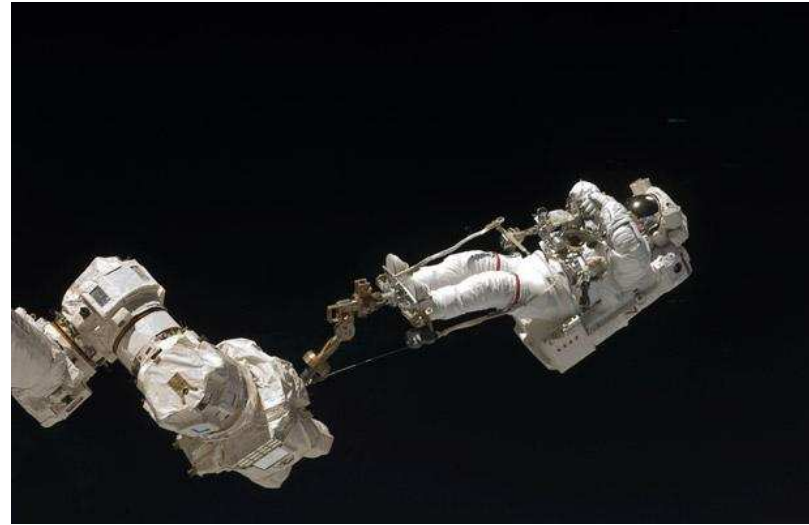
La fuerza gravitatoria se puede aumentar o disminuir con aceleraciones...



hasta tal punto que...

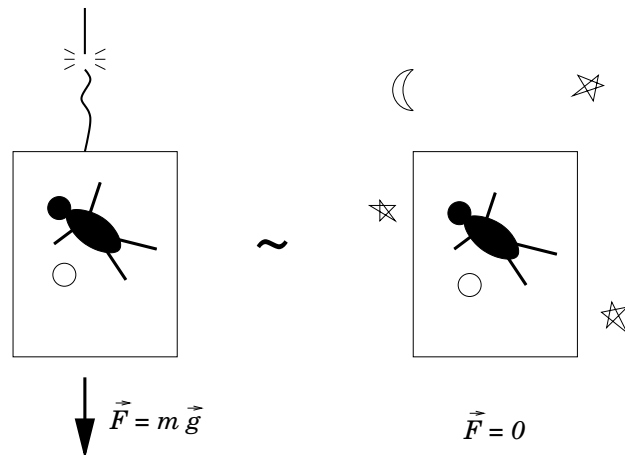


En realidad no hay tanta diferencia entre...

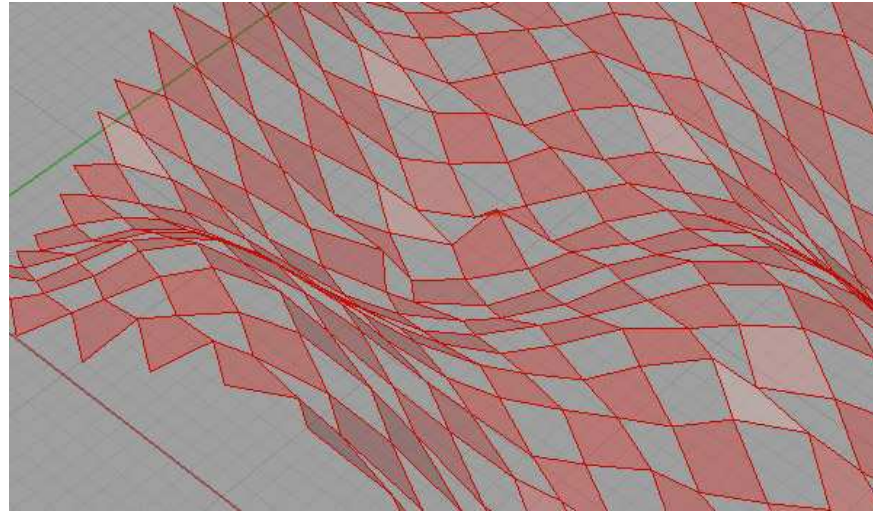
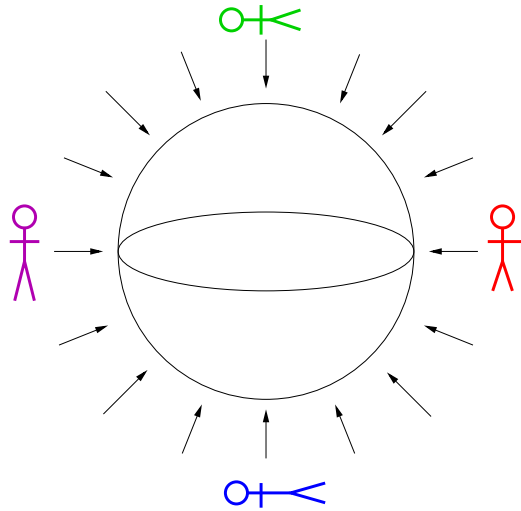


Principio de Equivalencia:

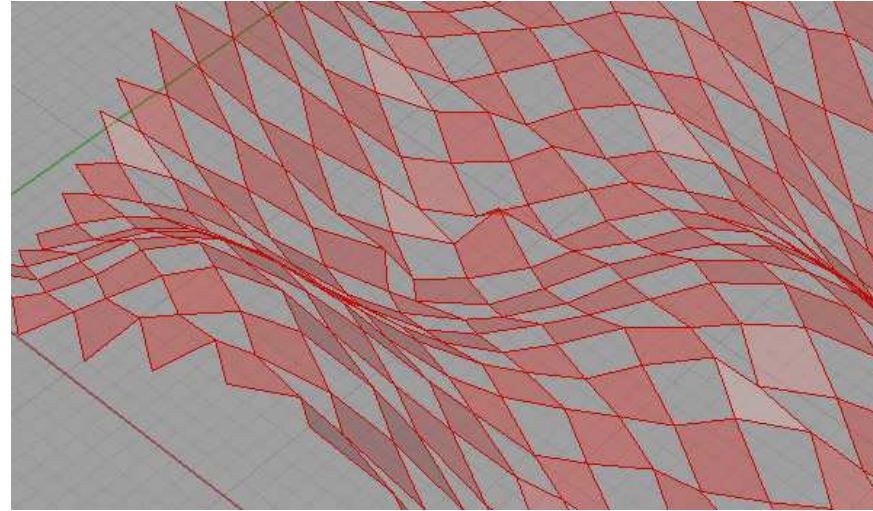
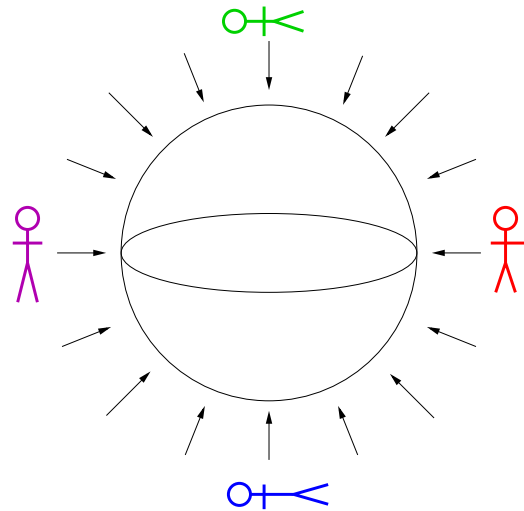
Un observador en caída libre es *localmente* indistinguible de un observador inercial



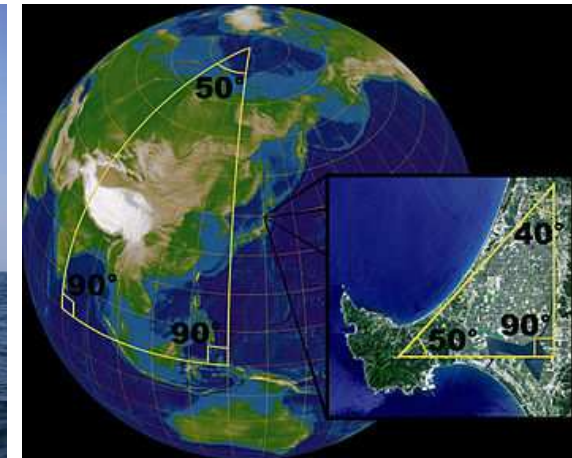
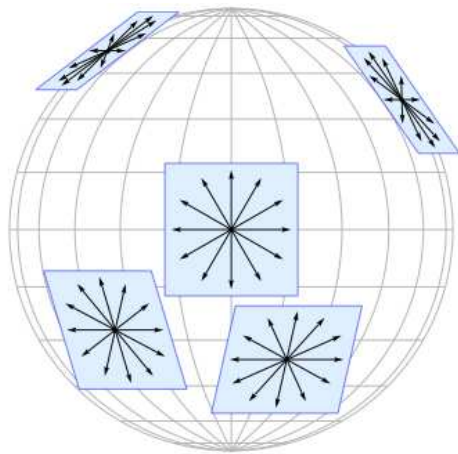
Se puede “apagar” la gravedad...
... pero solo en entorno pequeño...



Se puede “apagar” la gravedad...
... pero solo en entorno pequeño...



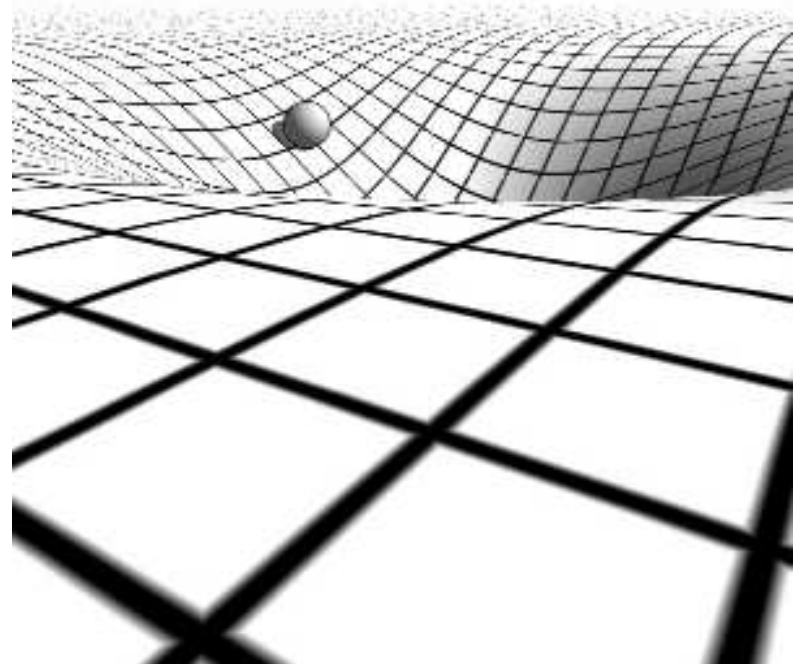
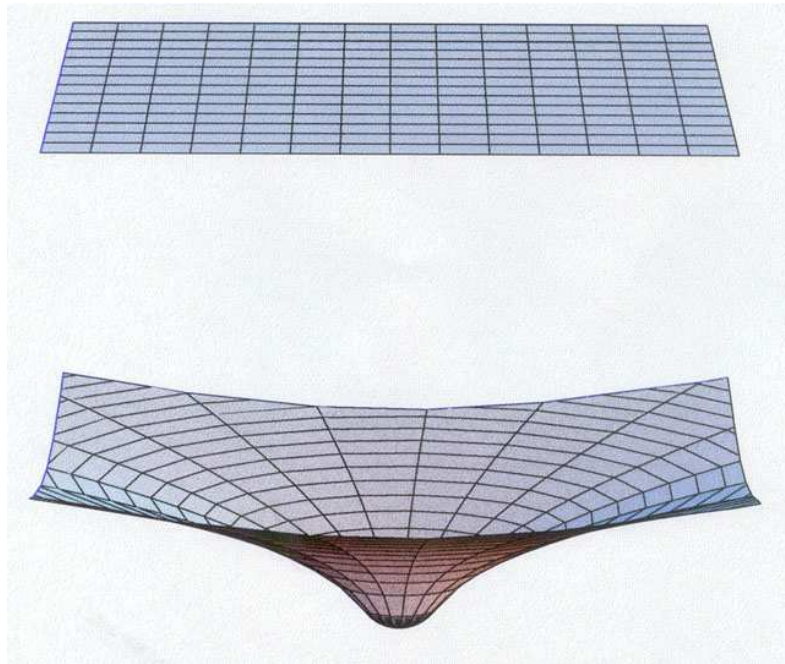
Variedad diferenciable = espacio localmente plano, pero no globalmente



→ Variedad diferenciable: espacio con curvatura

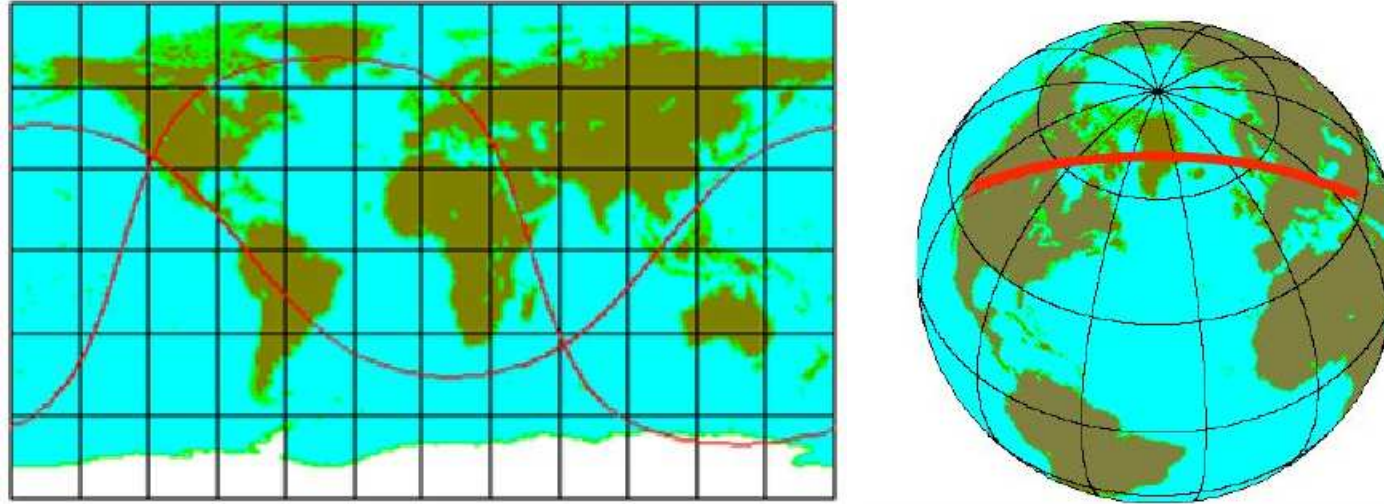
3. Relatividad General

Gravedad es manifestación de espacio curvo

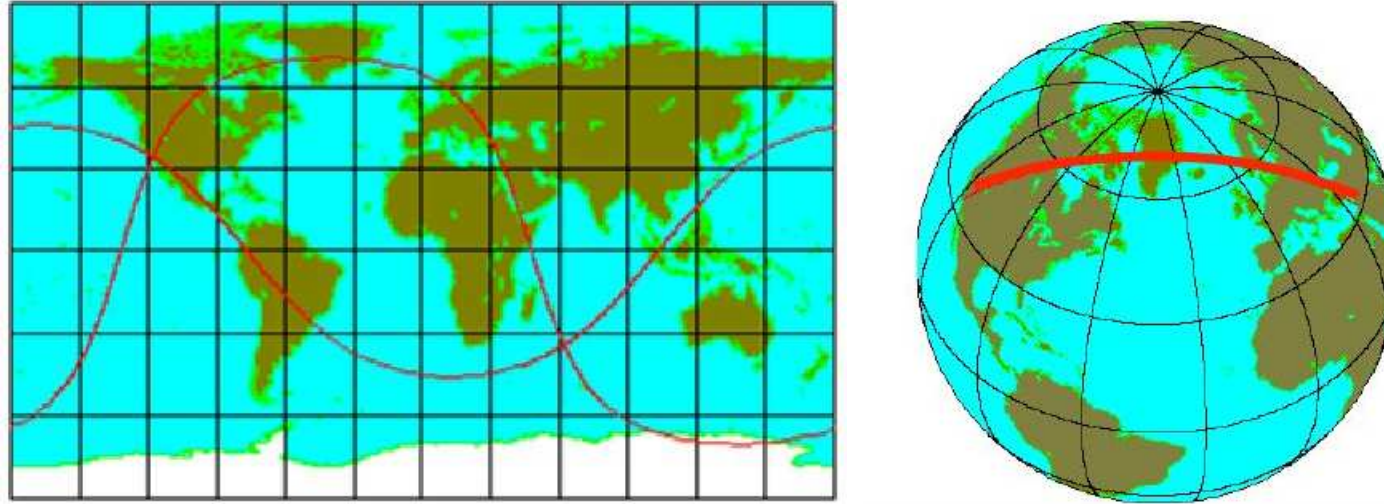


La materia indica cómo se curva el espacio.
El espacio indica cómo se mueve la materia.

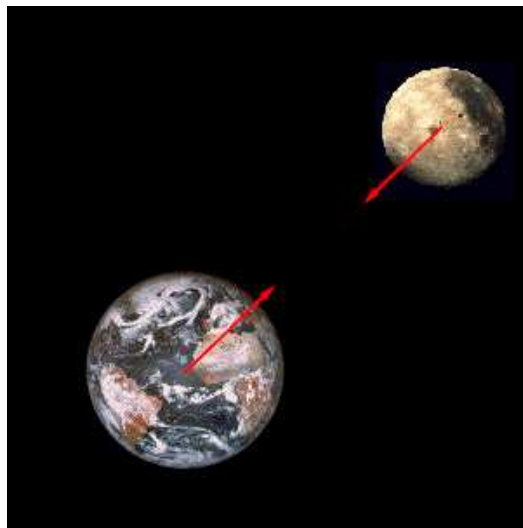
La materia sigue la trayectoria más recta posible



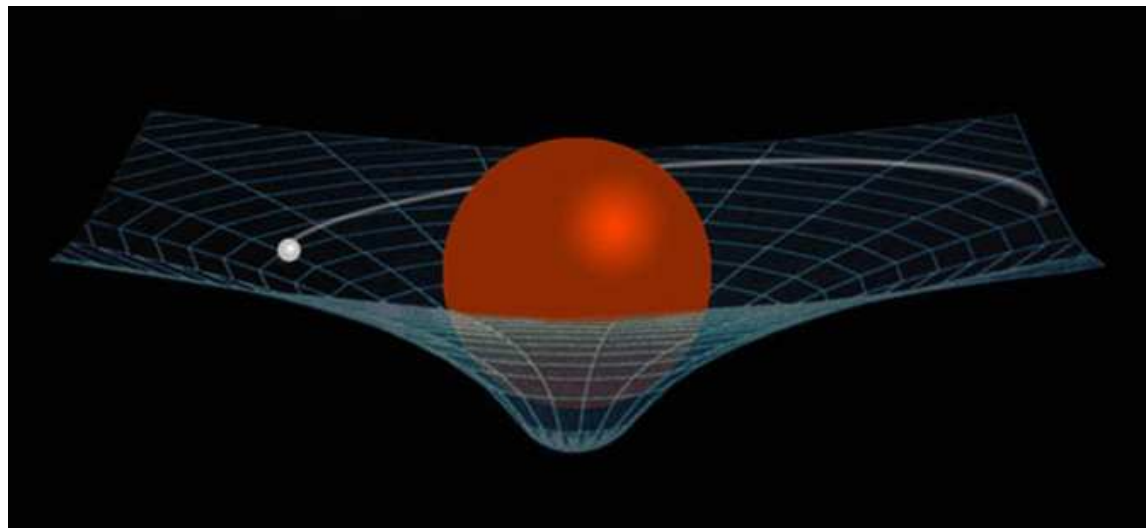
La materia sigue la trayectoria más recta posible



No hay fuerza gravitatoria à la Newton, sino trayectorias en espacio curvo

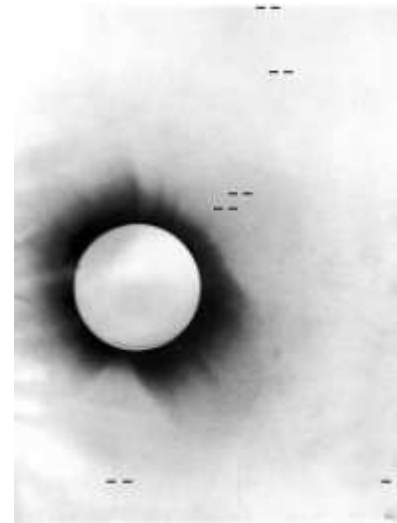
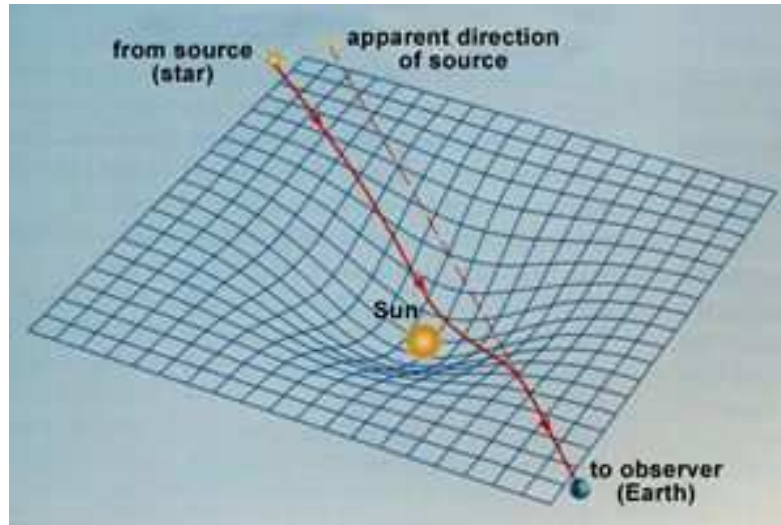


NO

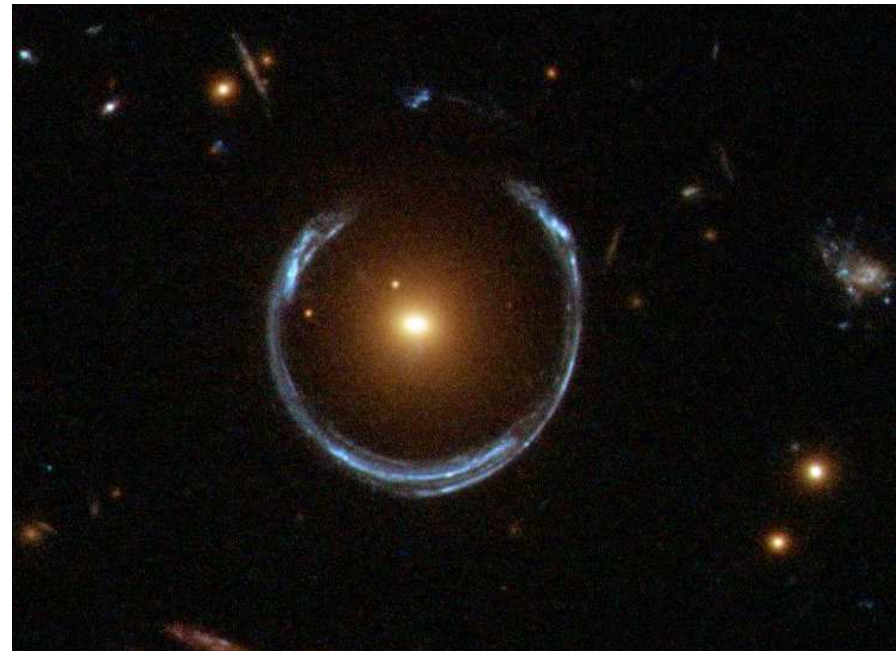


SÍ

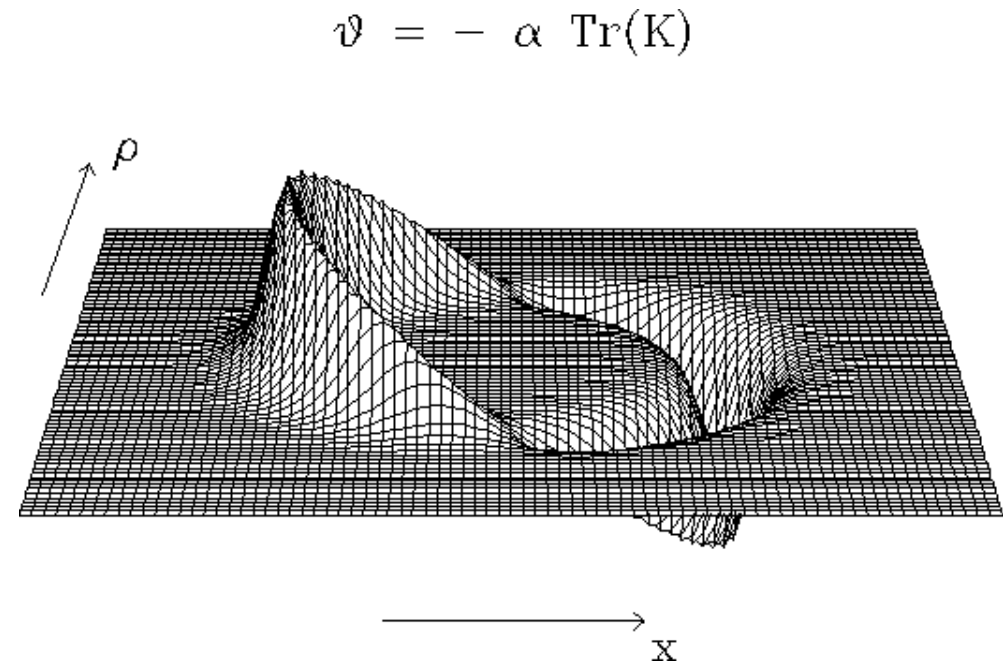
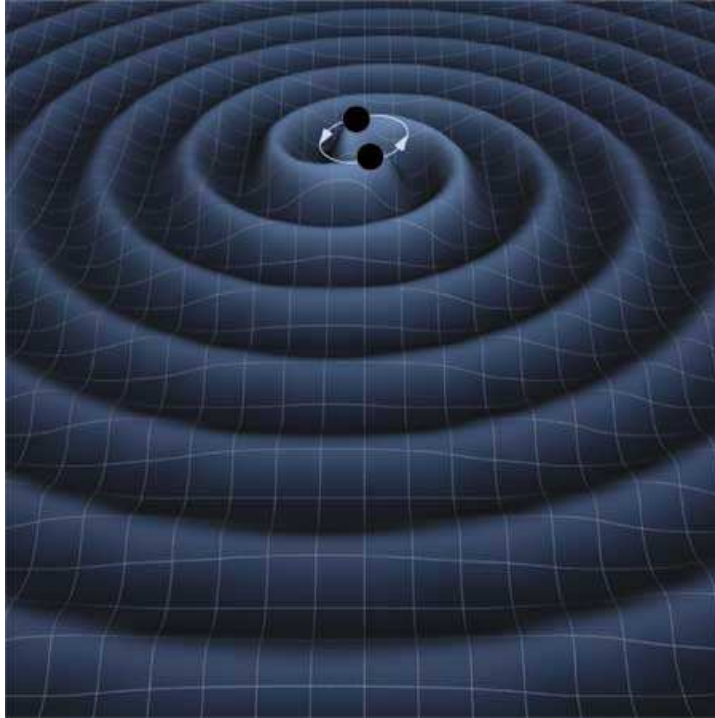
No sólo la materia, sino también la luz



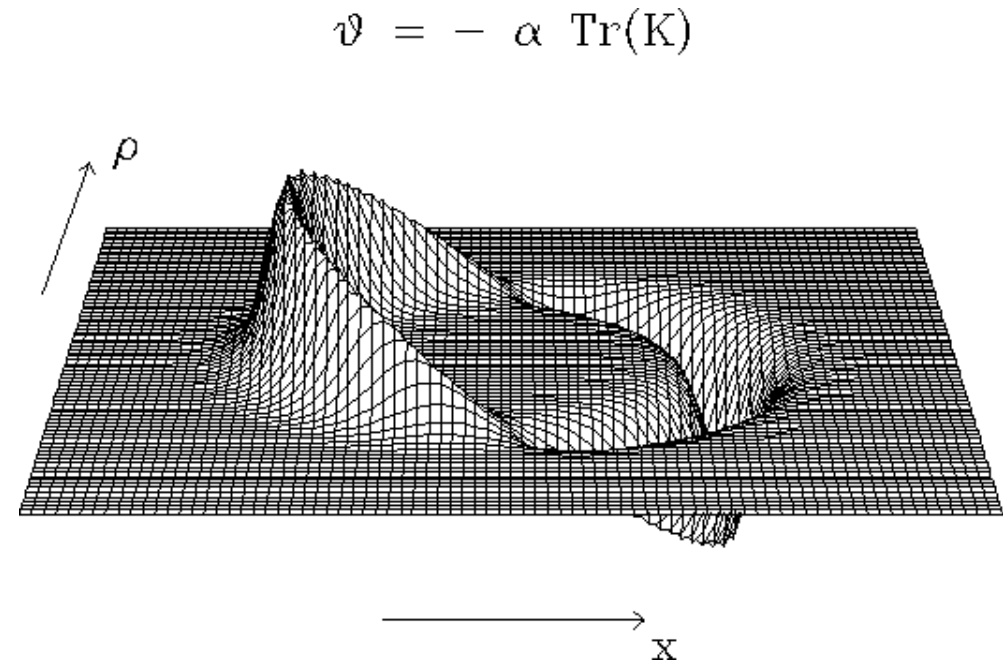
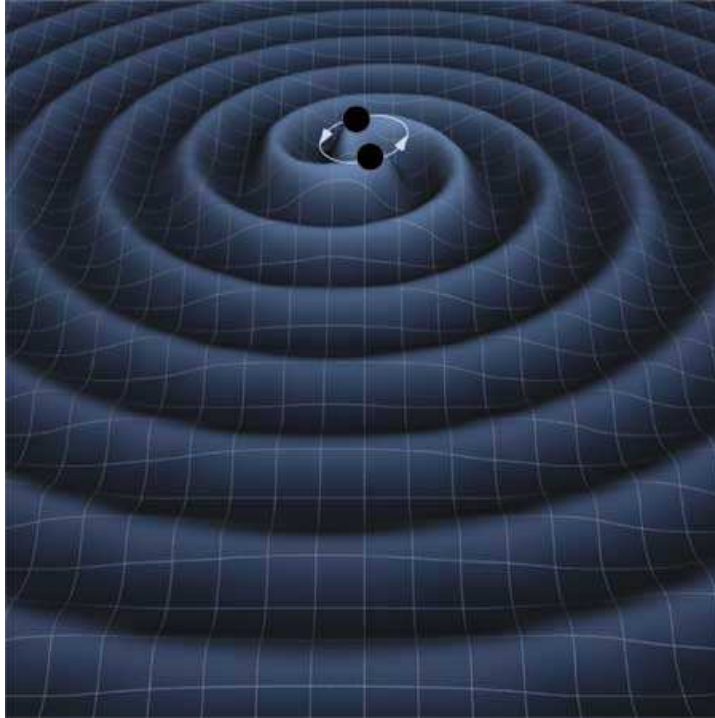
Efecto conocido en cosmología



En general la curvatura puede llegar a ser **muy, muy complicada**



En general la curvatura puede llegar a ser **muy, muy complicada**



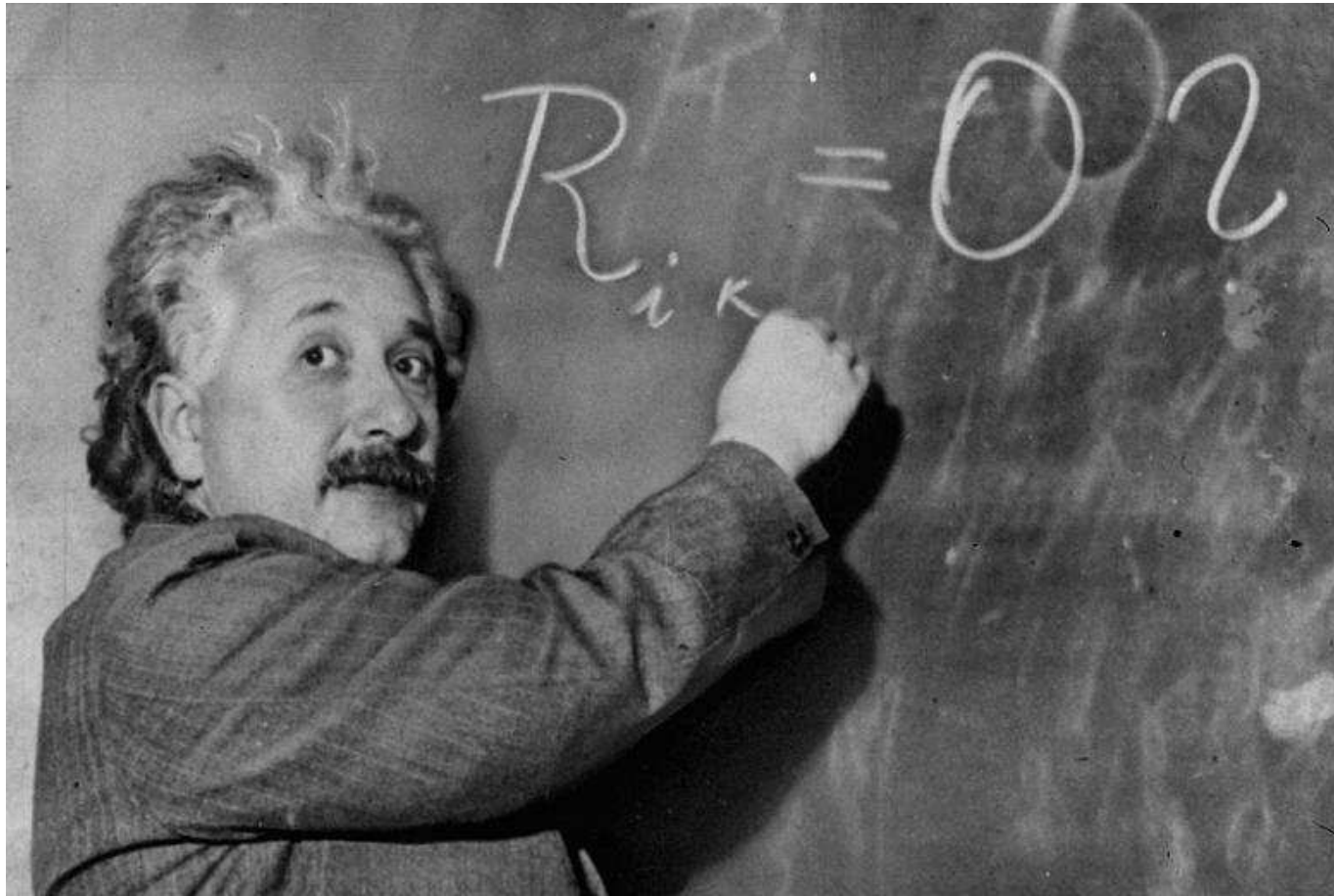
Matemáticas muy complejas: **geometría diferencial**

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{\mu\nu\rho}^{\lambda} &= \partial_{\mu}\Gamma_{\nu\rho}^{\lambda} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\rho}^{\lambda} + \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}\Gamma_{\nu\rho}^{\sigma} - \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda}\Gamma_{\mu\rho}^{\sigma} \\ \Gamma_{\mu\nu}^{\sigma} &= \frac{1}{2}g^{\sigma\lambda}\left(\partial_{\mu}g_{\lambda\nu} + \partial_{\nu}g_{\mu\lambda} - \partial_{\lambda}g_{\mu\nu}\right) \\ \ddot{x}^{\mu} + \Gamma_{\nu\rho}^{\mu}\dot{x}^{\nu}\dot{x}^{\rho} &= 0\end{aligned}$$

A Einstein le costó 8 años aprenderlo...

Campo gravitatorio descrito por la ecuación de Einstein

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \mathcal{R} = -\kappa \mathcal{T}_{\mu\nu}$$

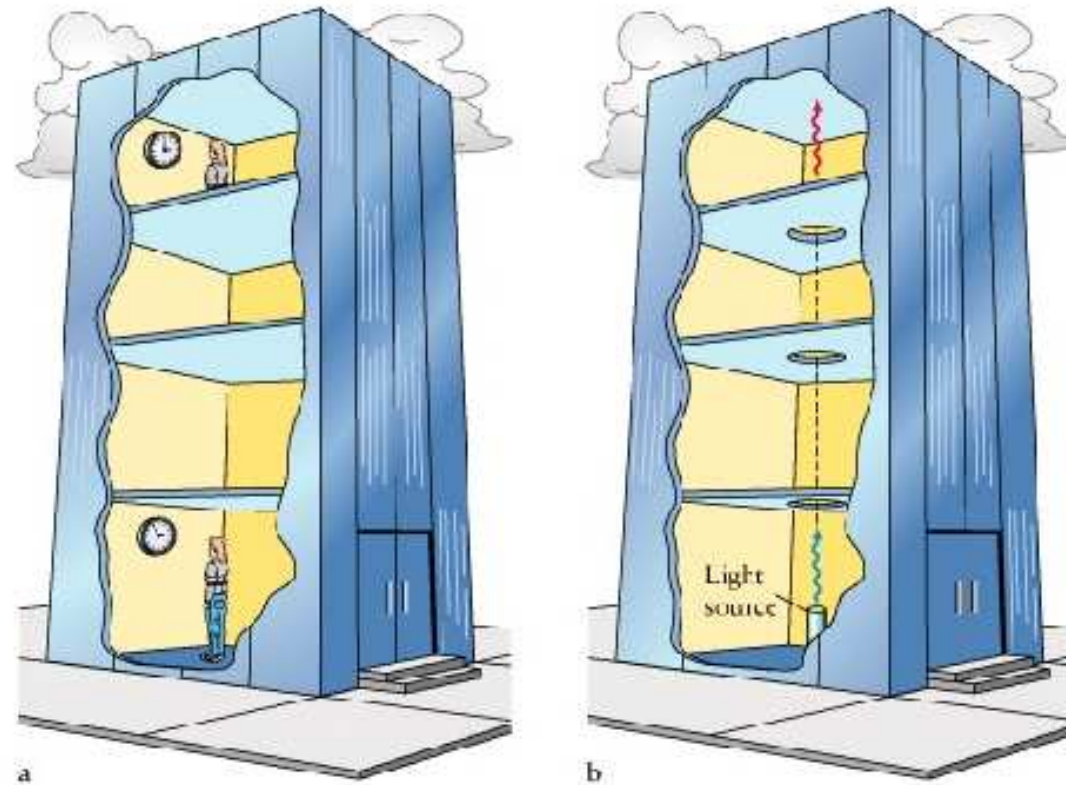


4. Consecuencias

A. Dilatación temporal

La luz **pierde energía** al salir del pozo potencial

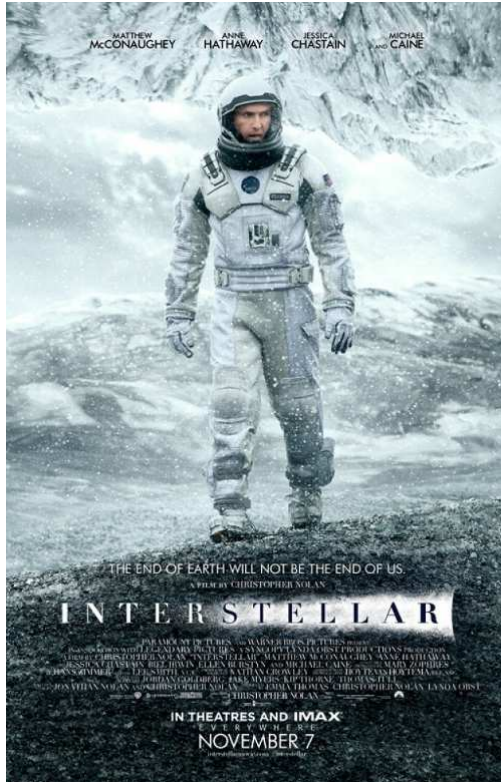
→ Efecto Doppler gravitacional



→ Tiempo corre más lento abajo que arriba!

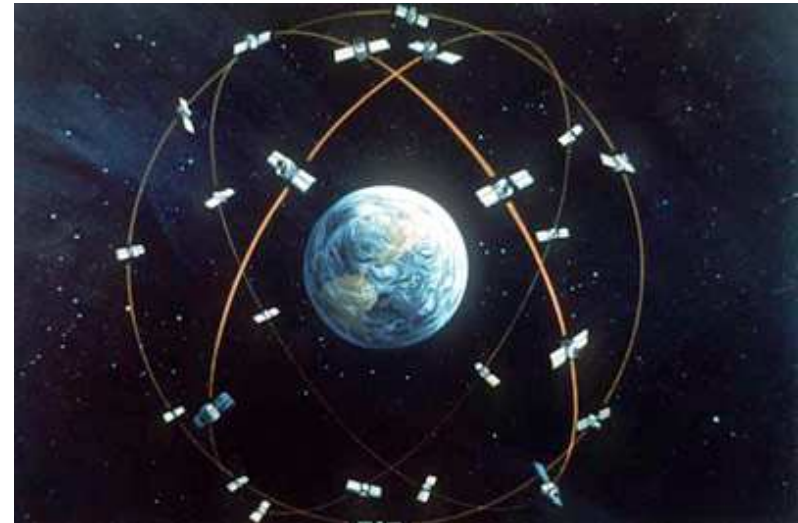
Dilatación temporal gravitatorio:

Abajo en un pozo gravitatorio el tiempo corre más lento!



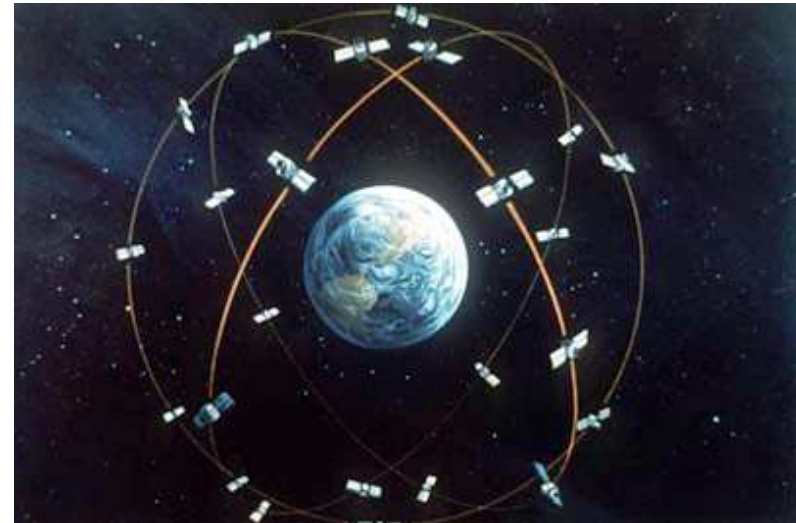
- 1 hora en planeta de agua cerca de Gargantúa equivale a 7 años en la Tierra
- En la vida real: efecto importante en GPS

→ Corrección en GPS



Contacto con satélites a 20 000 km
Imprecisión permitida: $< 0,03 \mu s/d$

→ Corrección en GPS



Contacto con satélites a 20 000 km

Imprecisión permitida: $< 0,03 \mu s/d$

Relatividad especial: retraso de $7 \mu s/d$

Relatividad general: adelanto de $45 \mu s/d$

Efecto total: $38 \mu s/d$

→ error acumulativo de 10 km/d!!!

→ Corrección en relojes de satélites

B. Ondas gravitacionales

El espaciotiempo no es un escenario estático

Es una **parte dinámica** de la física



NO



más o menos...

B. Ondas gravitacionales

El espaciotiempo no es un escenario estático

Es una **parte dinámica** de la física

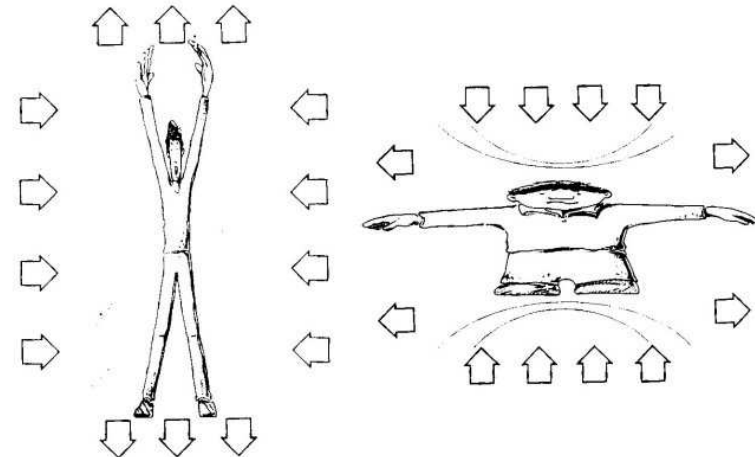
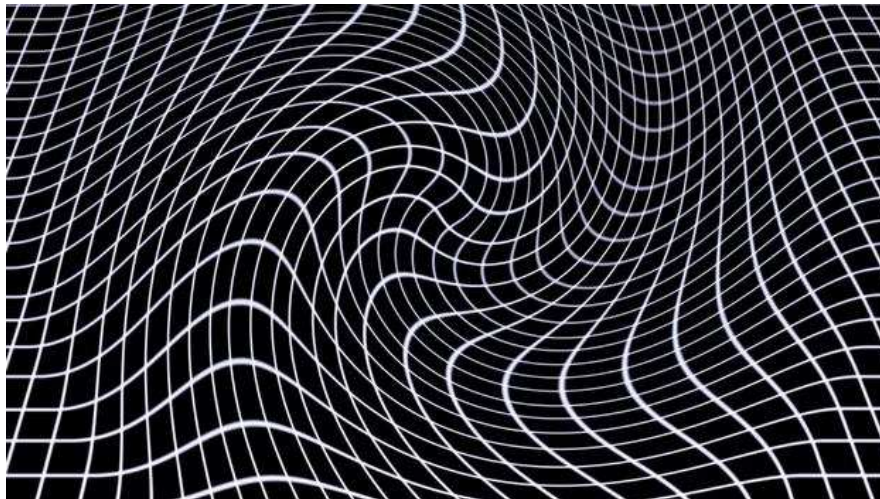


NO

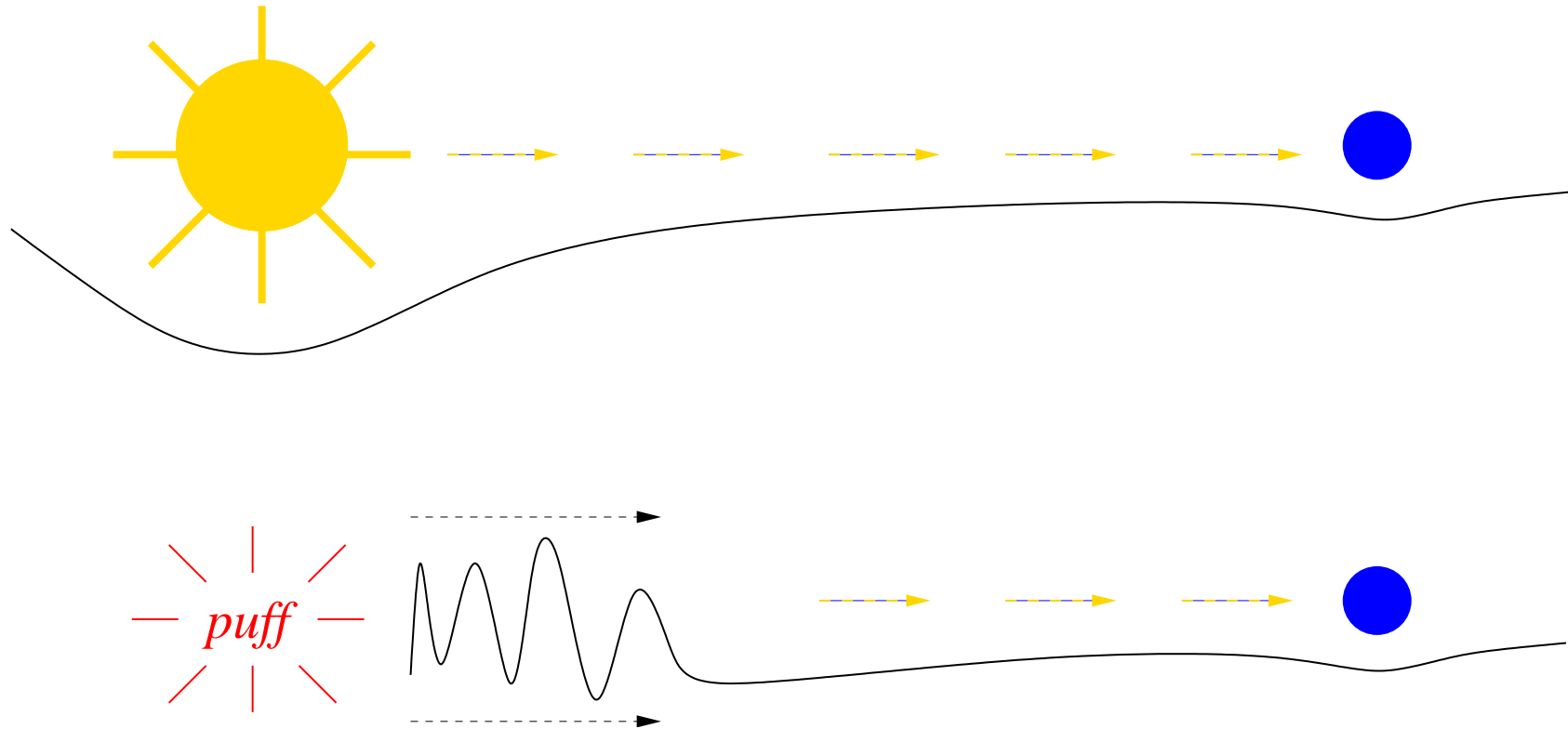


más o menos...

Existen perturbaciones del espacio que se propagan: **ondas gravitacionales**



Solución a problema de Newton:



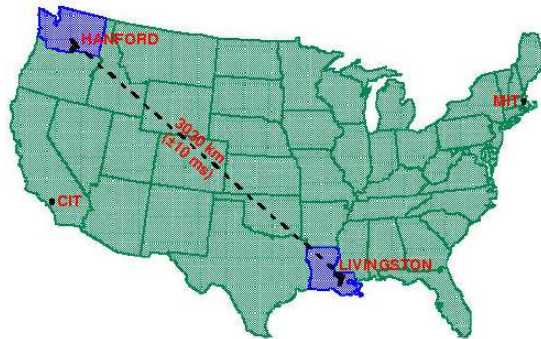
La gravedad se propaga a la velocidad de la luz:

- La Tierra sigue teniendo 8 minutos de luz
- La Tierra sigue 8 minutos más en su órbita

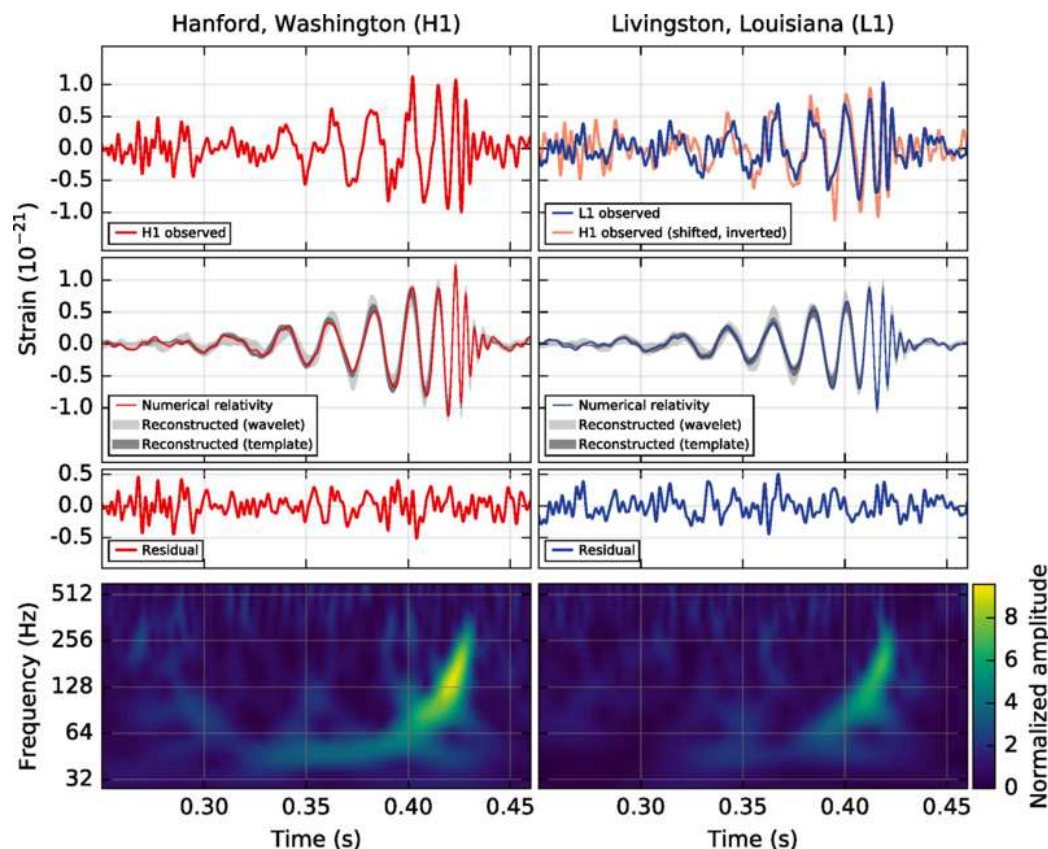
Detección directa en LIGO: 14 sept 2015



Hanford (WA)



Livingston (LA)



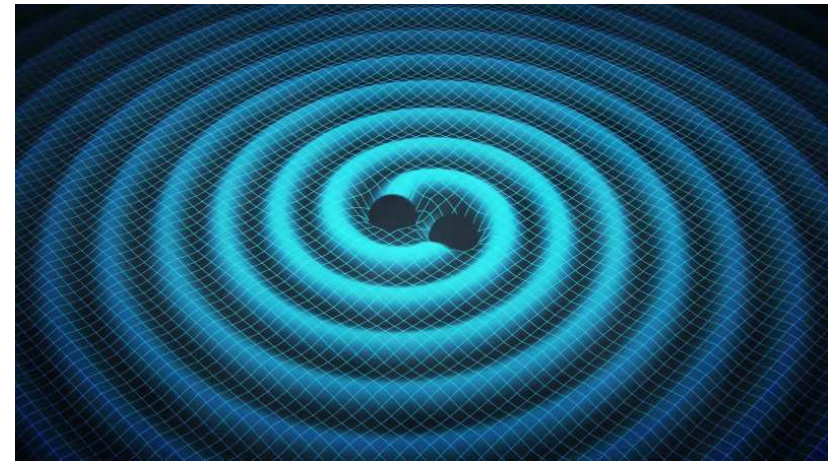
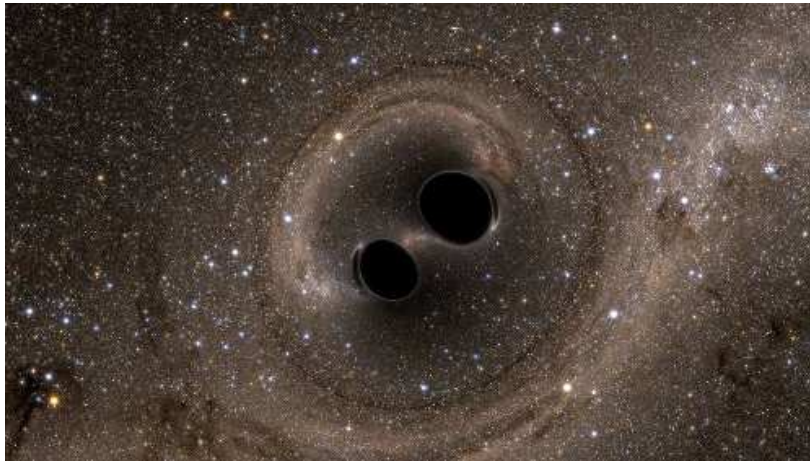
Señal típica de colisión de dos objetos masivos:

- 6,9 ms de retraso entre las dos señales
- Aumento de frecuencia y amplitud de 35 Hz a 150 Hz en 0,2 s
- Oscilaciones amortiguadas después de máximo

Datos indican (90 % confidence level):

- $\mathcal{M} \approx 30M_{\odot} \implies$ dos objetos de $m_1 = (36 \pm 5)M_{\odot}$ y $m_2 = (29 \pm 4)M_{\odot}$
- $f = 75 \text{ Hz} \implies$ separación de $\sim 350 \text{ km}$

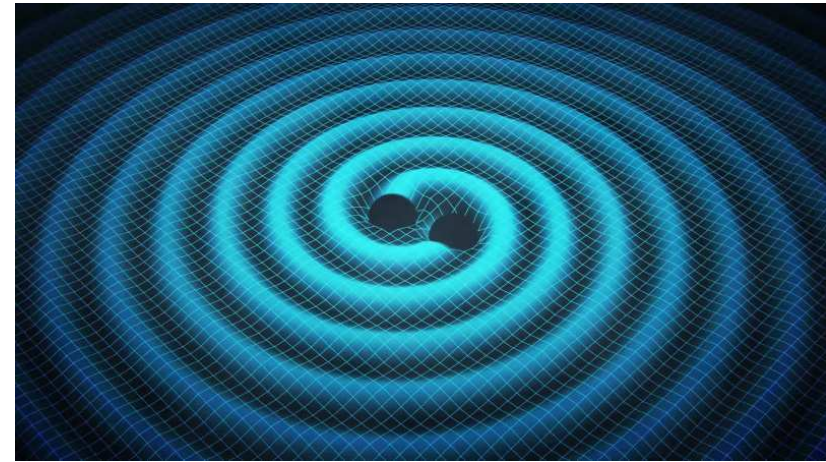
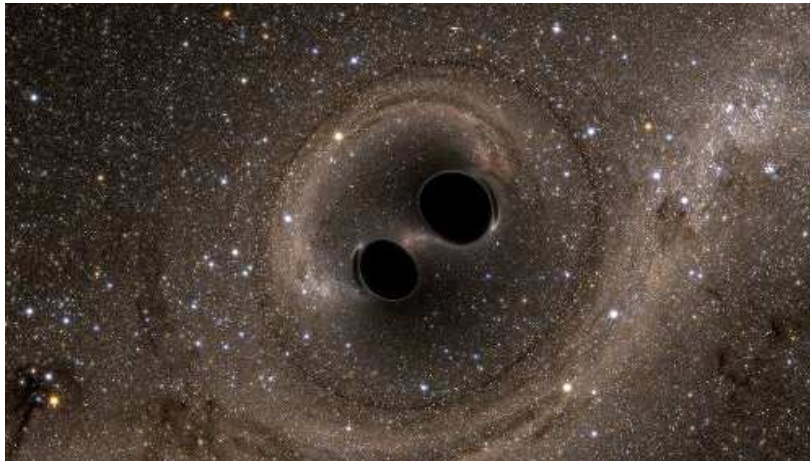
Fusión de dos agujeros negros!



Datos indican (90 % confidence level):

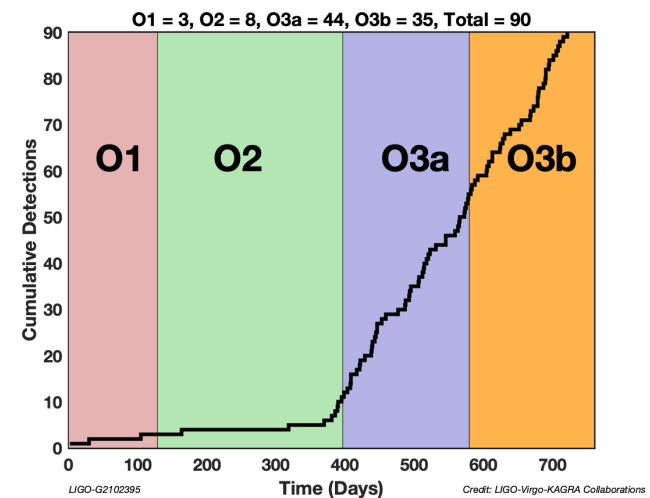
- $\mathcal{M} \approx 30M_{\odot} \implies$ dos objetos de $m_1 = (36 \pm 5)M_{\odot}$ y $m_2 = (29 \pm 4)M_{\odot}$
- $f = 75 \text{ Hz} \implies$ separación de $\sim 350 \text{ km}$

Fusión de dos agujeros negros!



Más de 100 eventos detectados

Ritmo actual: $\sim 1,3$ eventos por semana

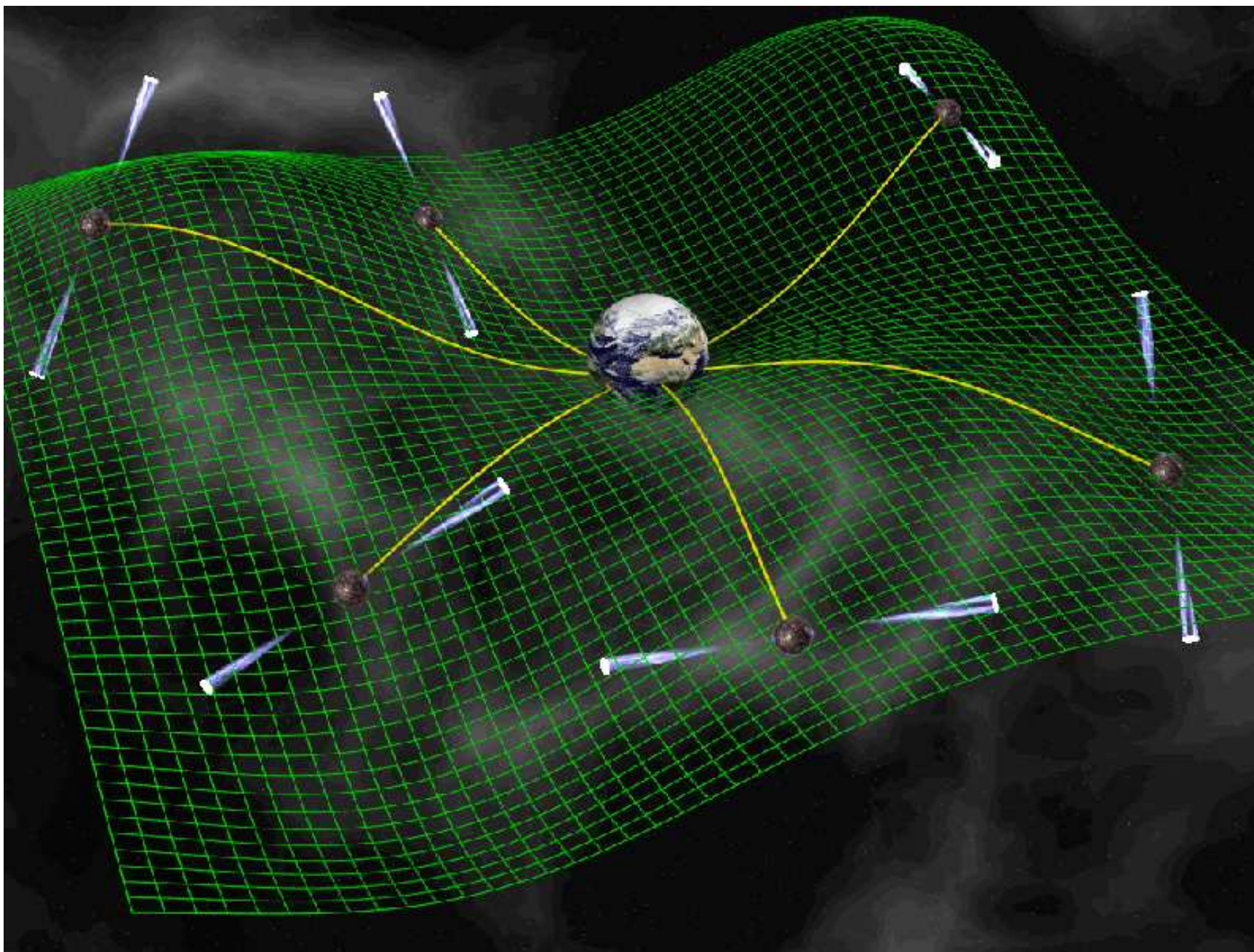


Pulsar Timing arrays: murmullo del espaciotiempo

Usar púlsares como detectores: correlaciones entre retrasos en pulsos

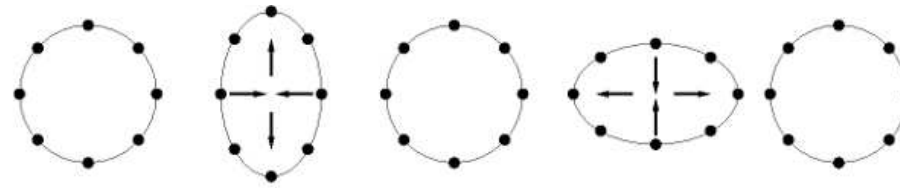


- Observa 68 púlsares durante 10 - 15 años
→ $T = 5 \cdot 10^{-3} s \pm 2 \cdot 10^{-18} s$
- distancias hasta 10 000 años-luz: detectores de tamaño interestelar
→ $\lambda \sim 1 - 10$ años-luz



Correlación entre púlsares alineados

Anti-correlación entre púlsares en direcciones ortogonales

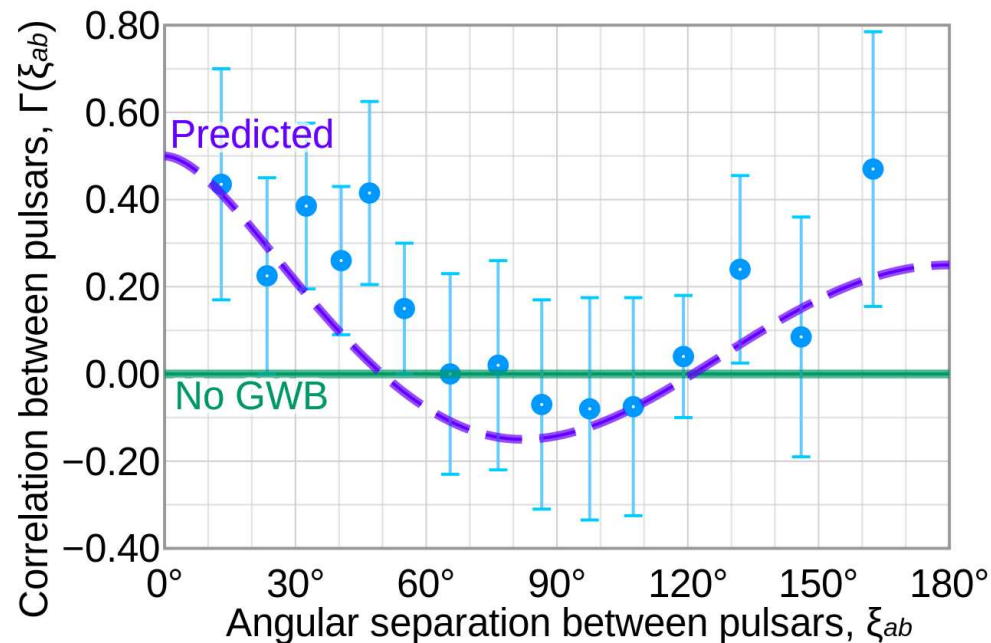


Correlación entre púlsares alineados

Anti-correlación entre púlsares en direcciones ortogonales



North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves (NANOGrav)



Evidencia estadística (3σ) de existencia de fondo de ondas gravitacionales

→ no es descubrimiento (no son 5σ)

→ se espera mejora con incorporación de datos de IPTA

Origen: **Agujeros negros binarios supermasivos** de galaxias en choque

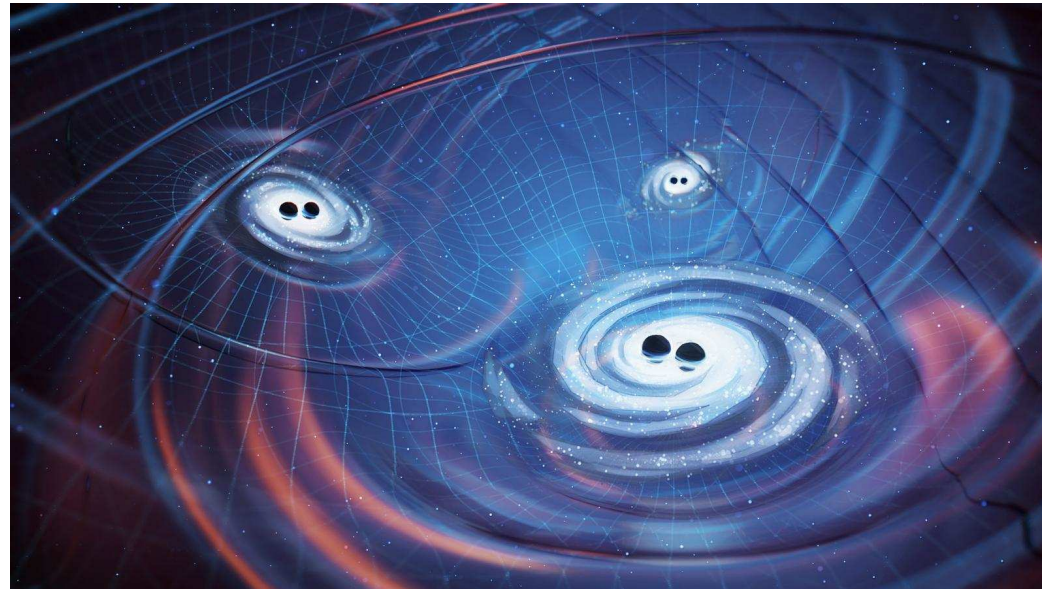


Origen: **Agujeros negros binarios supermasivos** de galaxias en choque



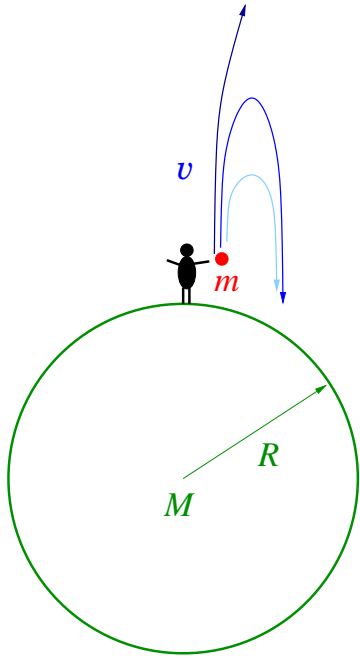
No se identifican fuentes individuales, **solo ruido estocástico**

Fondo de ondas gravitacionales: **murmullo del cosmos**



C. Agujeros negros

Objetos con velocidad de escape mayor que la velocidad de la luz



Velocidad de escape = velocidad necesario para
una masa m no vuelva a caer en la Tierra

$$v_e = \sqrt{\frac{2G_N M}{R}}$$

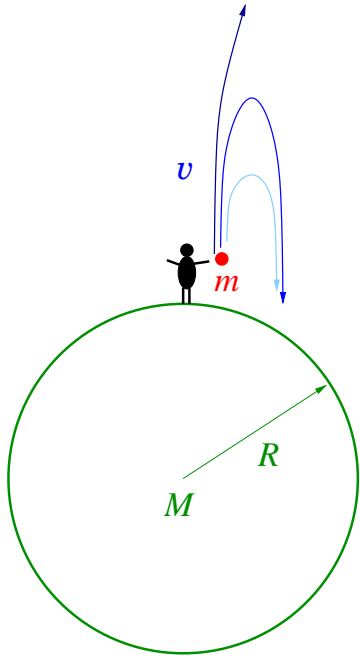
Tierra: $v_e = 11,1 \text{ km/s} = 39\,960 \text{ km/h}$

Sol: $v_e = 600 \text{ km/s} = 2\,160\,000 \text{ km/h}$

...

C. Agujeros negros

Objetos con velocidad de escape mayor que la velocidad de la luz



Velocidad de escape = velocidad necesario para una masa m no vuelva a caer en la Tierra

$$v_e = \sqrt{\frac{2G_N M}{R}}$$

Tierra: $v_e = 11,1 \text{ km/s} = 39\,960 \text{ km/h}$

Sol: $v_e = 600 \text{ km/s} = 2\,160\,000 \text{ km/h}$

...



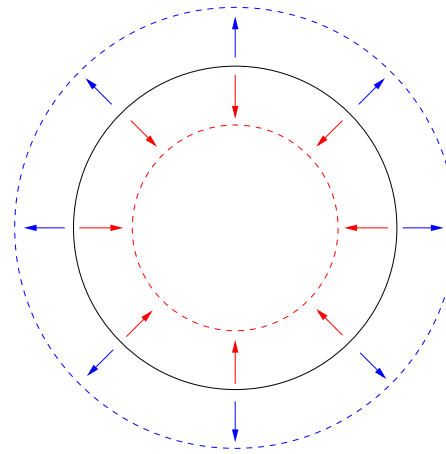
Pierre Simon Laplace (1795):

“Una estrella [del mismo material] que la Tierra y [...] 250 veces el tamaño del Sol, no emitiría por su propia gravedad nada de luz hacia nosotros. De esta manera sería posible que los objetos más masivos fueran completamente invisibles.”

→ Estrella negra!!!

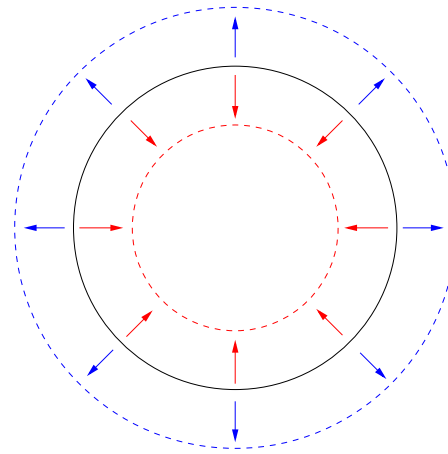
Superficies atrapadas y horizontes:

Rayos entrantes y salientes de una esfera inmaterial

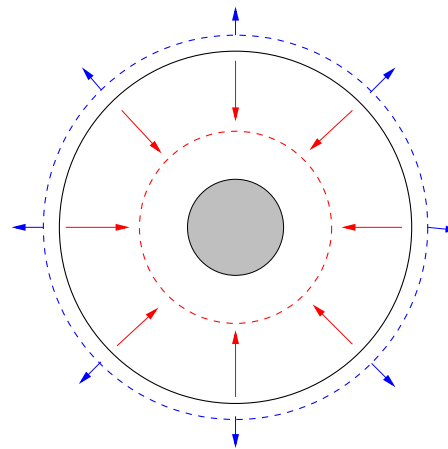


Superficies atrapadas y horizontes:

Rayos entrantes y salientes de una esfera inmaterial



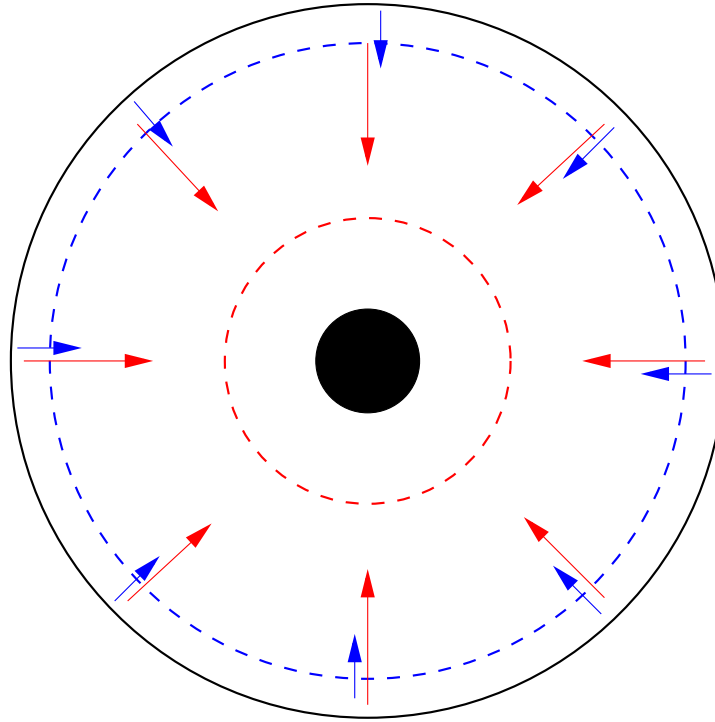
Rayos influenciados por objeto masivo



—> A los rayos salientes les cuesta salir

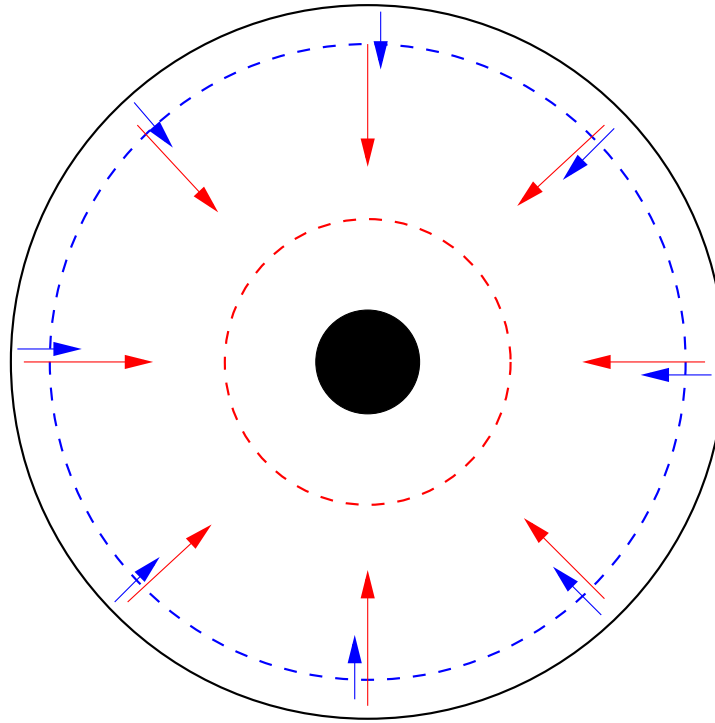
—> Efecto Doppler gravitatorio, dilatación temporal, ...

Objetos muy masivo crea superficies atrapadas: **radio crítico**



La luz se **queda atrapada** dentro del radio de Schwarzschild
Se forma un **horizonte**: no salen señales desde el interior

Objetos muy masivo crea superficies atrapadas: **radio crítico**



La luz se **queda atrapada** dentro del radio de Schwarzschild

Se forma un **horizonte**: no salen señales desde el interior

Nada puede viajar más rápido que la luz

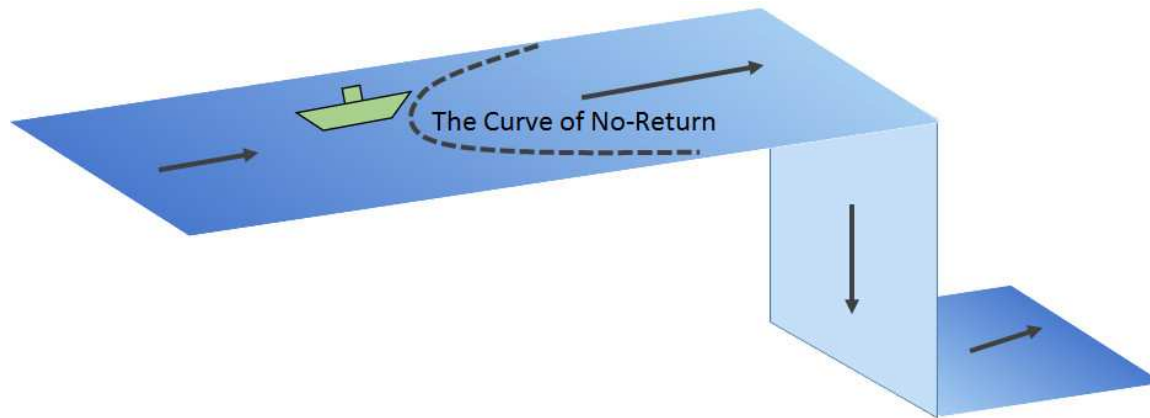
→ **No puede salir nada** desde dentro del horizonte

→ Se forma **singularidad!!**

→ **AGUJERO NEGRO!!**

Horizonte = punto de **no retorno**
= **frontera** del agujero negro
= punto perfectamente regular

Singularidad = punto de **curvatura infinita**
= **final** del espaciotiempo
= **final** de la física conocida

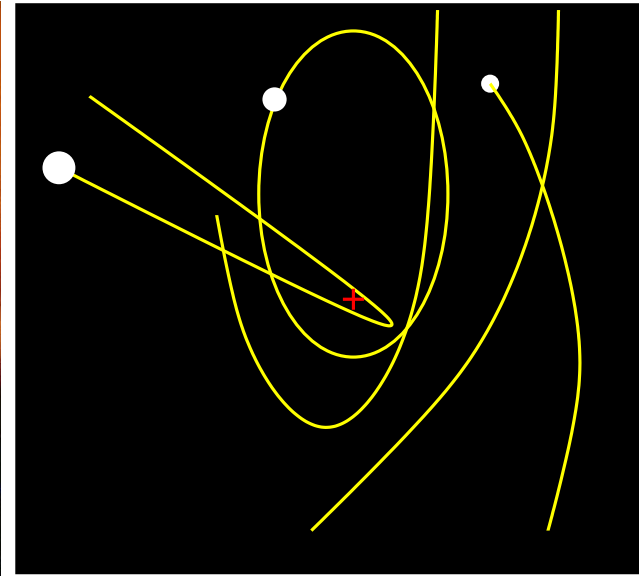


→ Agujero negro estacionario **está vacío por dentro!!**

¿Cómo se observa un agujero negro ...

... ya que ni se escapa la luz?

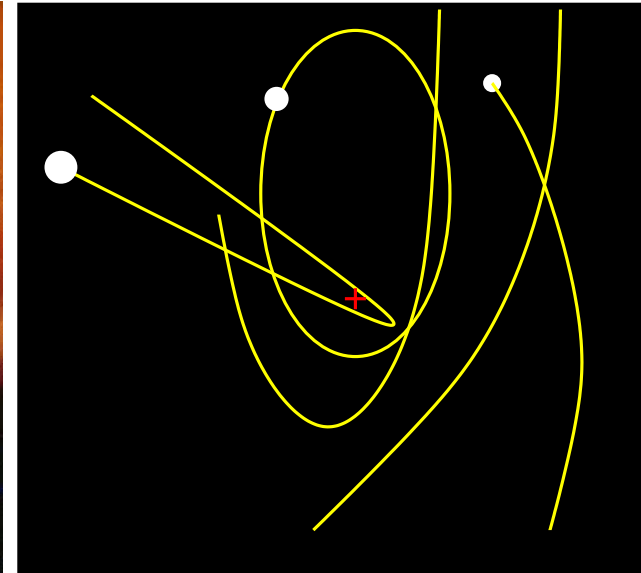
Métodos clásicos:



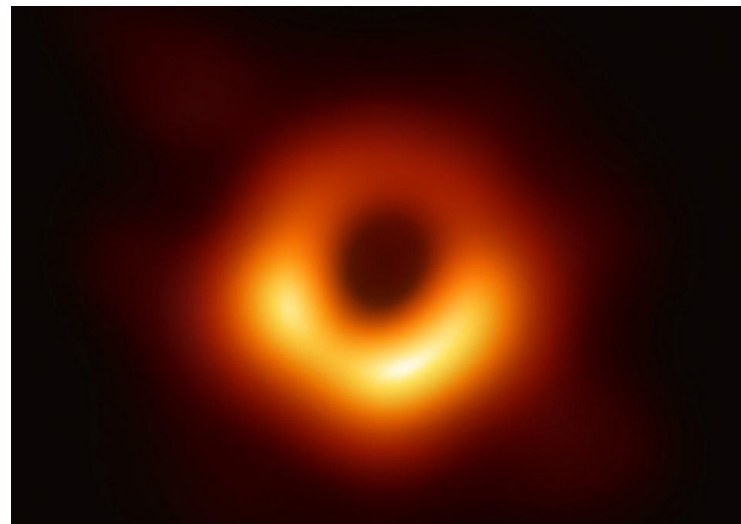
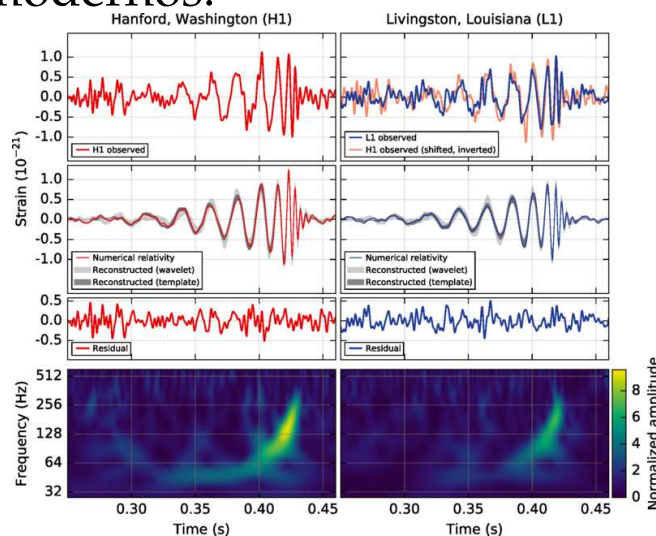
¿Cómo se observa un agujero negro ...

... ya que ni se escapa la luz?

Métodos clásicos:



Métodos modernos:



D. Cosmología

Gravedad determina la geometría del espaciotiempo

Gravedad determina la geometría del universo entero

Cosmología: estudio de la forma y la evolución del universo entero

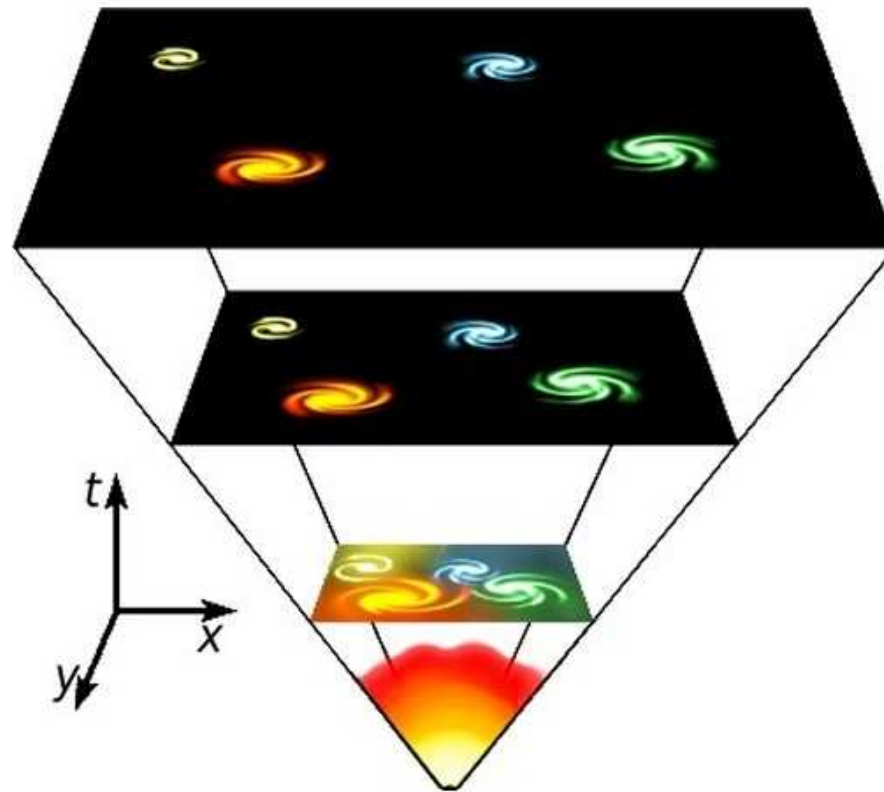
D. Cosmología

Gravedad determina la geometría del espaciotiempo

Gravedad determina la geometría del universo entero

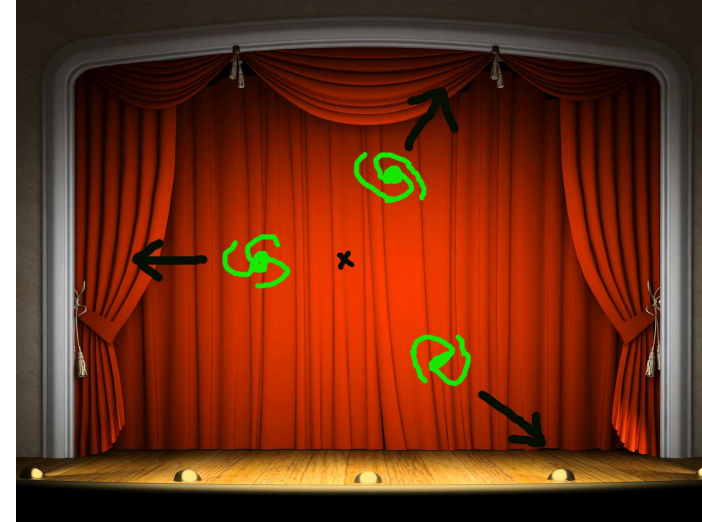
Cosmología: estudio de la forma y la evolución del universo entero

Observación: Todas las galaxias se alejan de nosotros

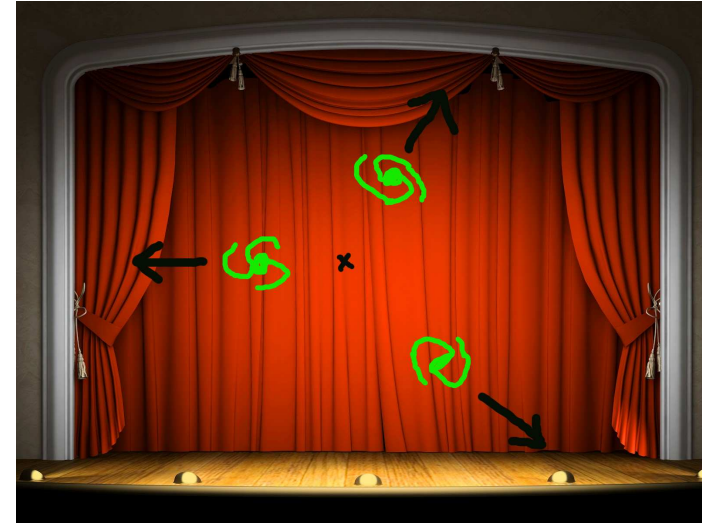


—→ el universo se expande, porque el espacio se expande

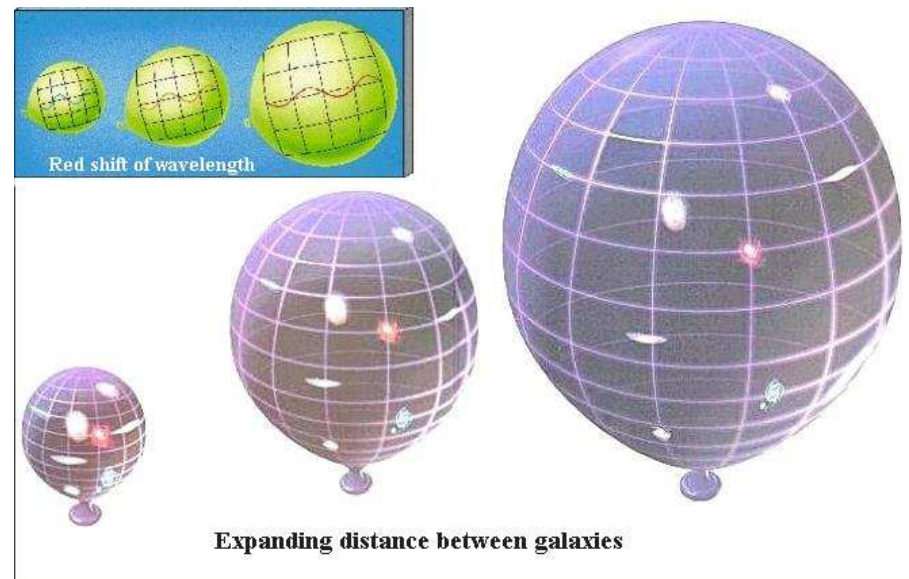
¡Ojo! Expansión \neq movimiento de galaxias por el espacio...



¡Ojo! Expansión \neq movimiento de galaxias por el espacio...

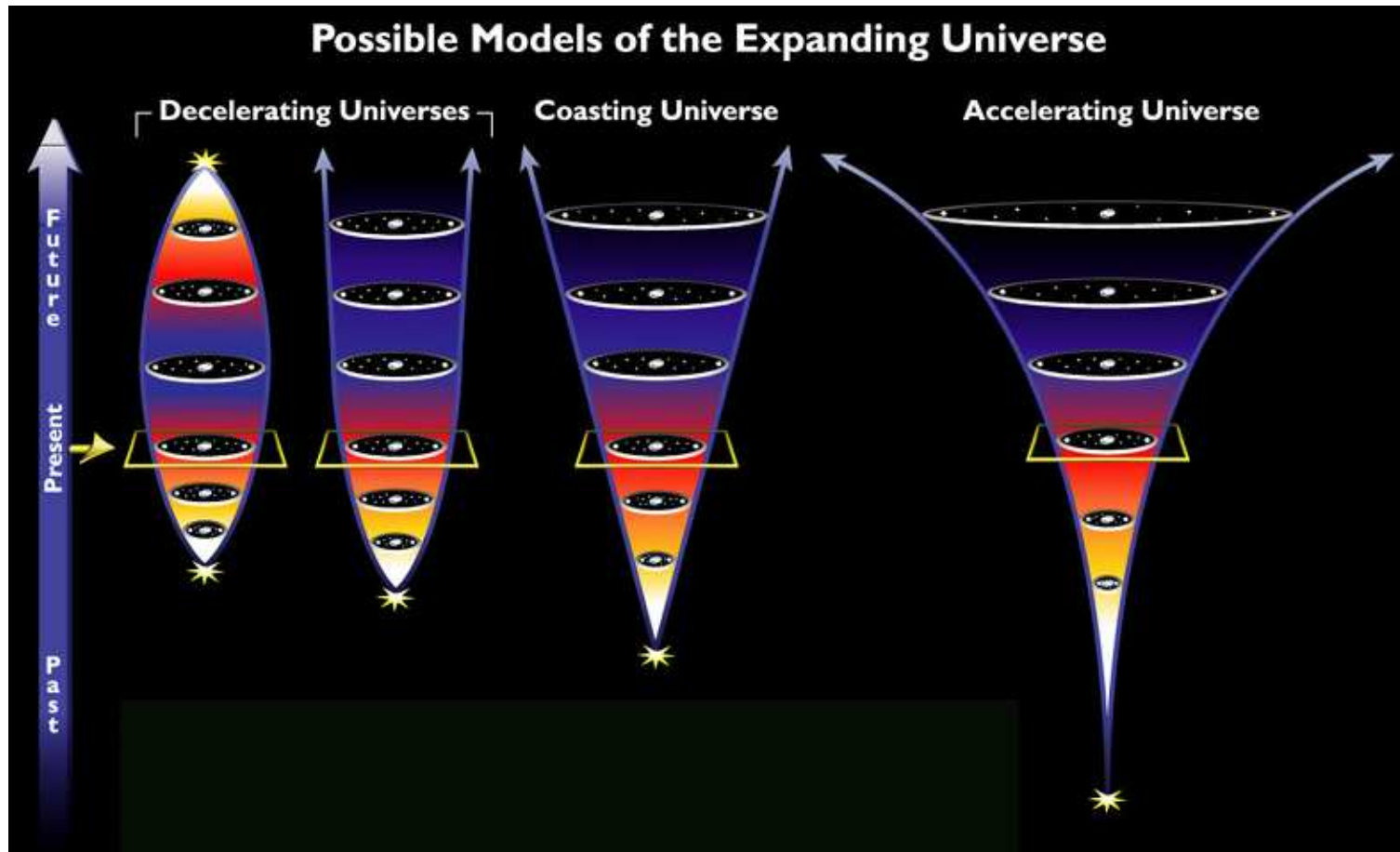


Es la **creación continua de espacio** nuevo...

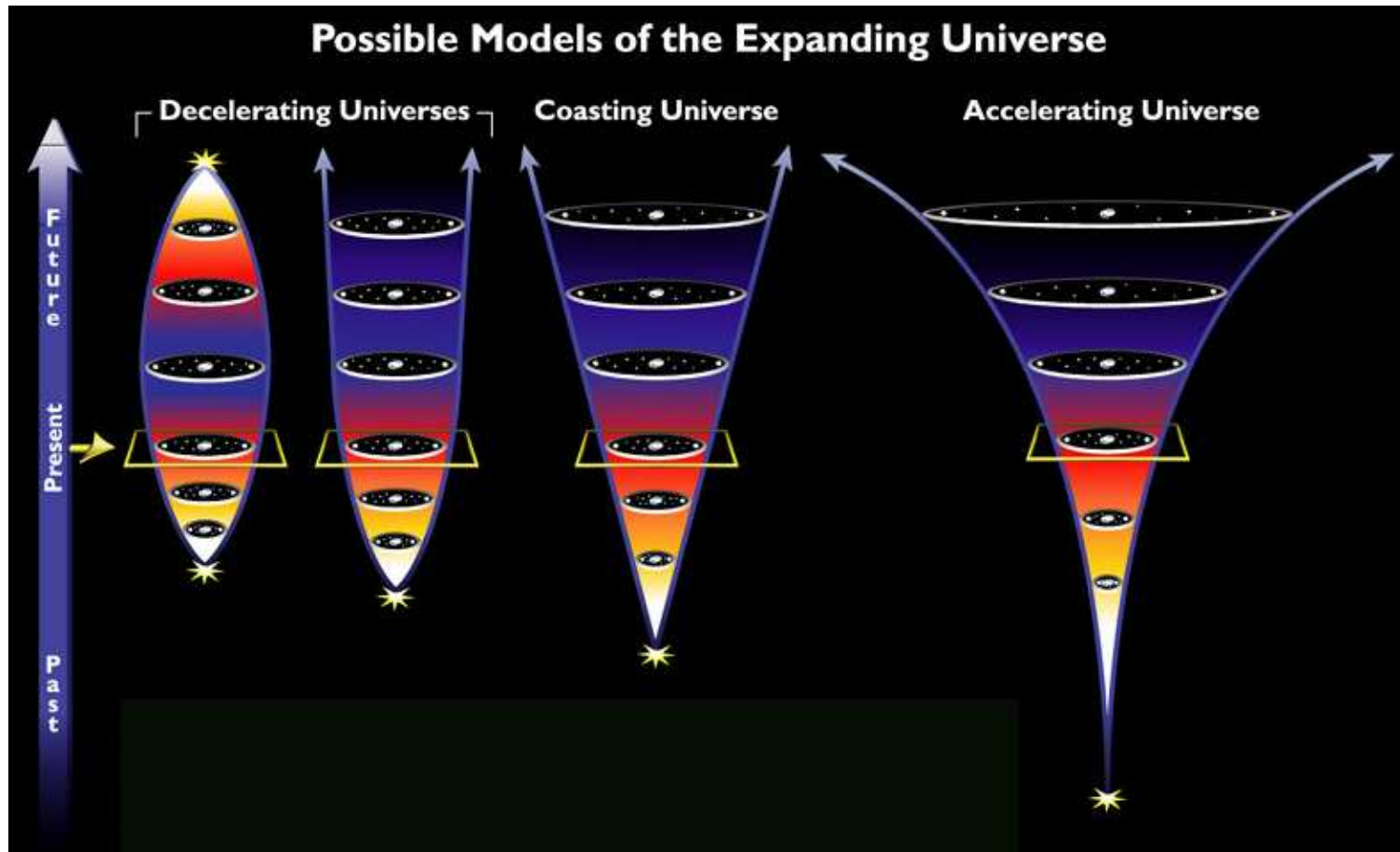


Recuérdase: el espacio no es un escenario estático, sino una parte dinámica!

Modelos cosmológicos:



Modelos cosmológicos:

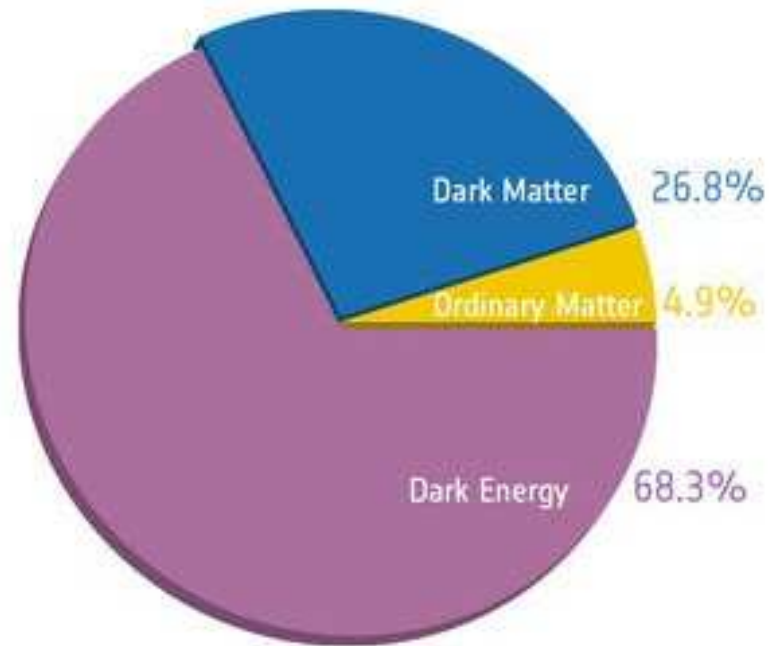


Nuestro universo: **expansión acelerada!**

Observaciones: supernova 1998

—→ ¿Qué causa la aceleración?

Contenido del universo:

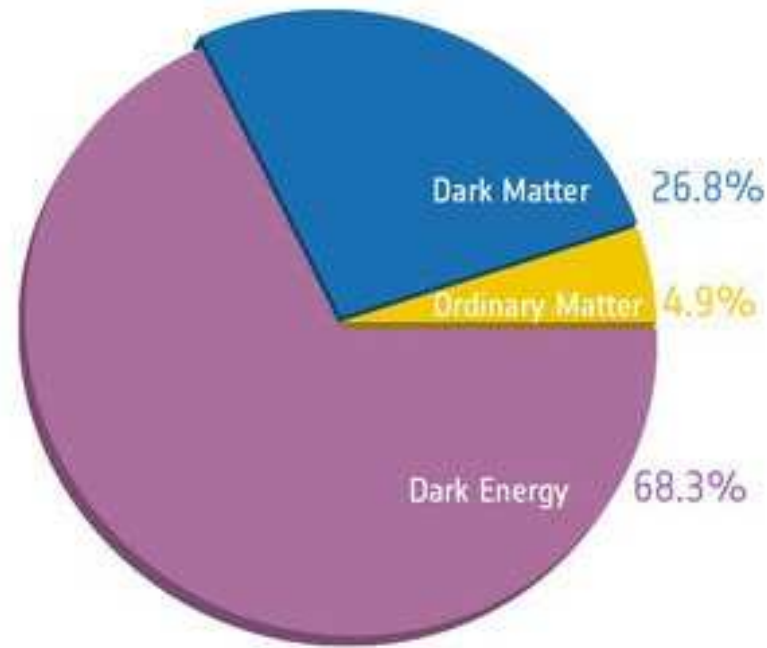


Materia ordinaria: átomos, estrellas, planetas, ...

Materia oscura: Forma desconocida de materia...

Energía oscura: Fuerza desconocida repulsiva...

Contenido del universo:



Materia ordinaria: átomos, estrellas, planetas, ...

Materia oscura: Forma desconocida de materia...

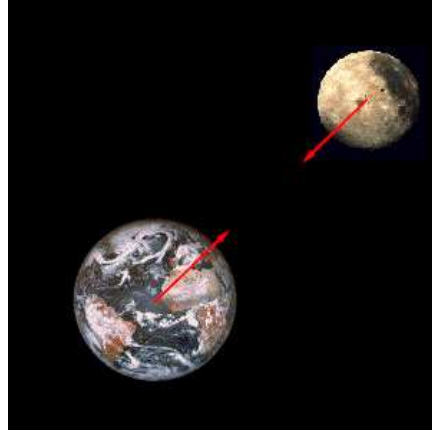
Energía oscura: Fuerza desconocida repulsiva...

Sólo entendemos un 5 % del contenido del universo!

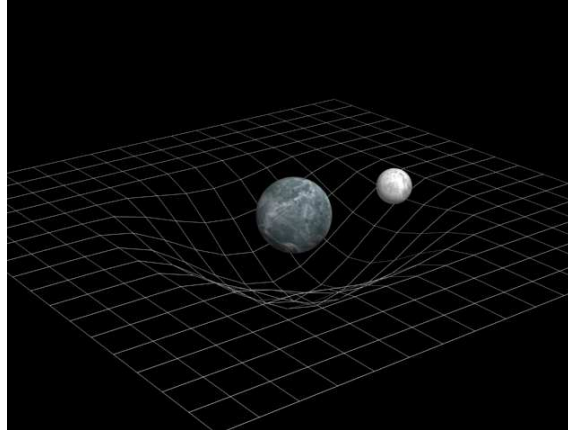
5. Resumen

- Gravedad no es la fuerza a distancia de Newton

Gravedad es la **curvatura del espaciotiempo**



NO

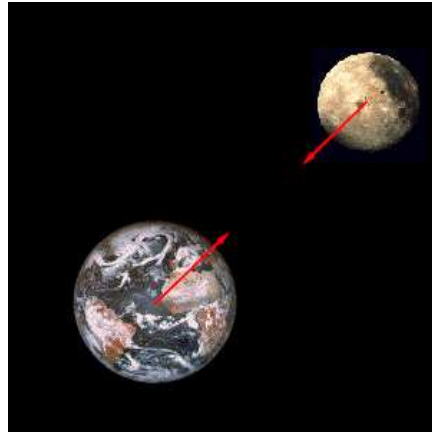


SÍ

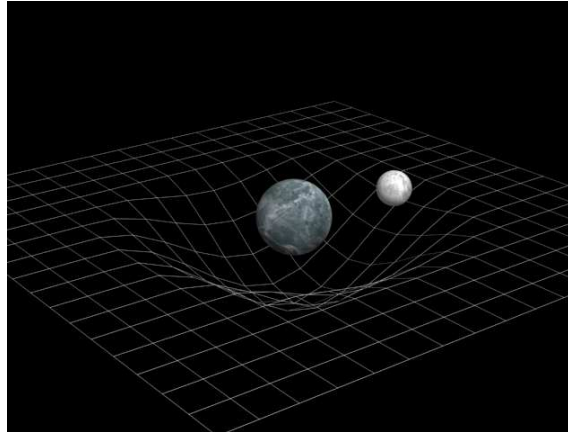
5. Resumen

- Gravedad no es la fuerza a distancia de Newton

Gravedad es la **curvatura del espaciotiempo**



NO

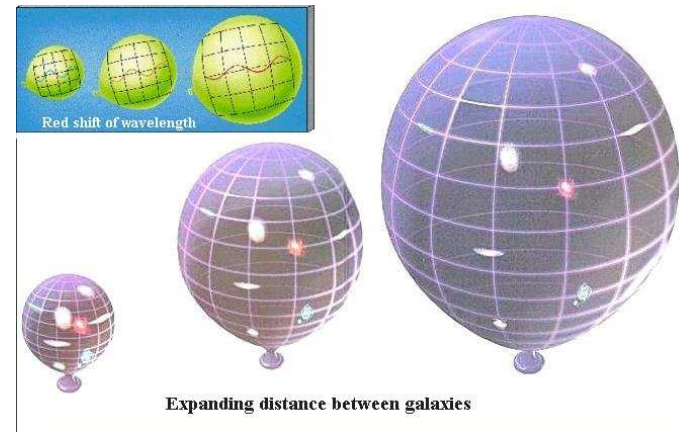


SÍ

- El espaciotiempo es dinámico

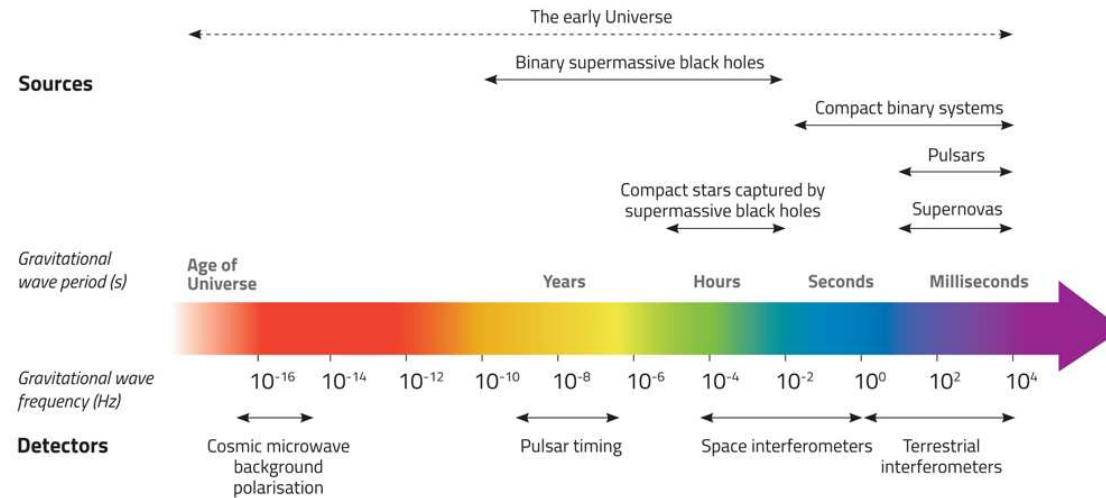


NO



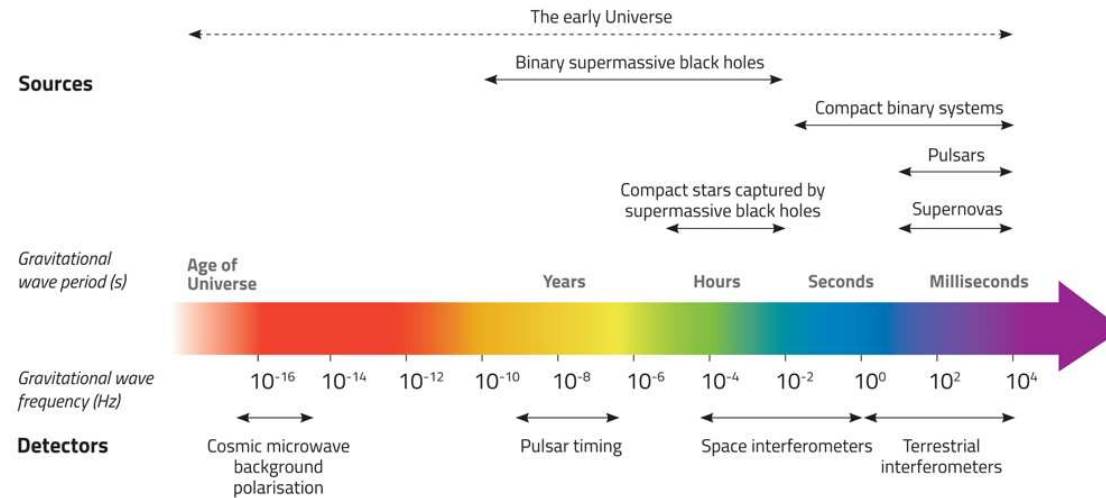
SÍ

- Hay muchas preguntas abiertas...

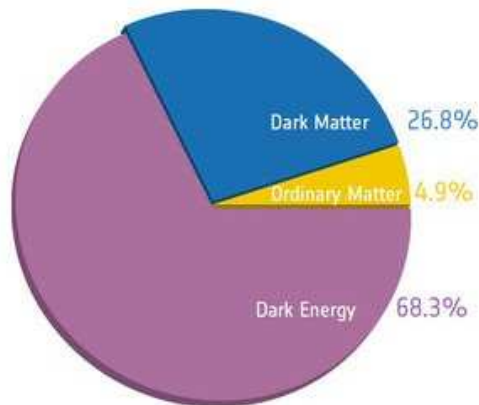


Ondas gravitacionales:
la nueva ventana al Universo

- Hay muchas preguntas abiertas...

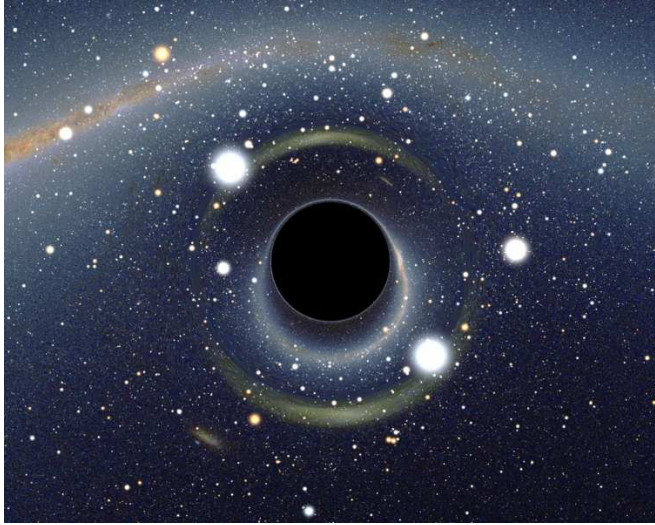


Ondas gravitacionales:
la nueva ventana al Universo



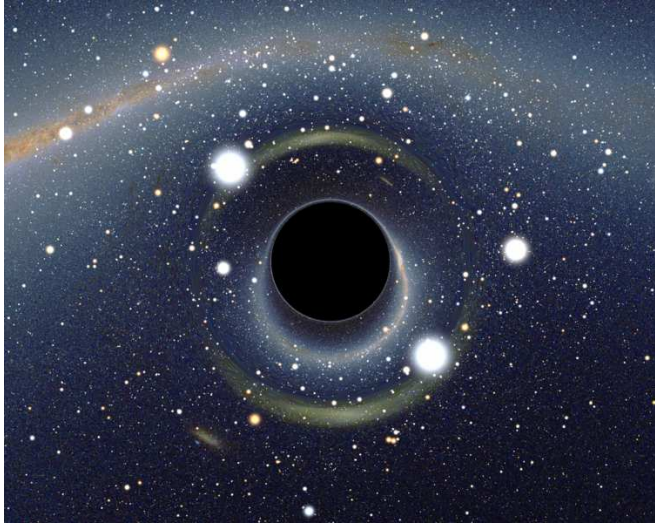
¿Cuál es el contenido del Universo?

- Hay muchas preguntas abiertas...



Agujeros negros: ¿Laboratorio semi-clásico?

- Hay muchas preguntas abiertas...



Agujeros negros: ¿Laboratorio semi-clásico?



Descripción cuántica de gravedad?



La aventura sigue...

¡Gracias por vuestra atención!

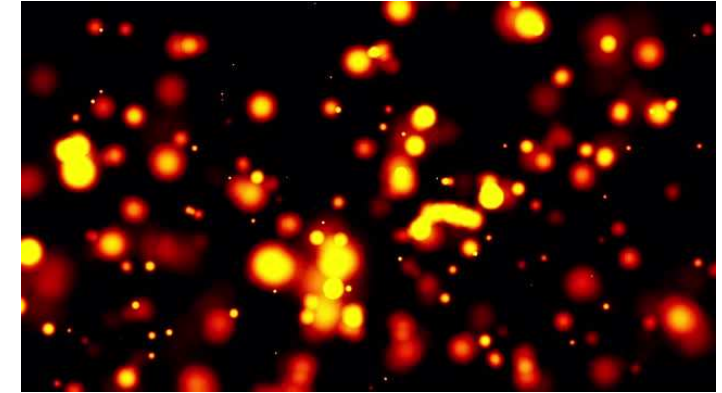
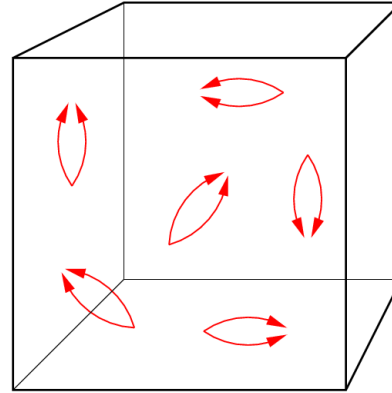
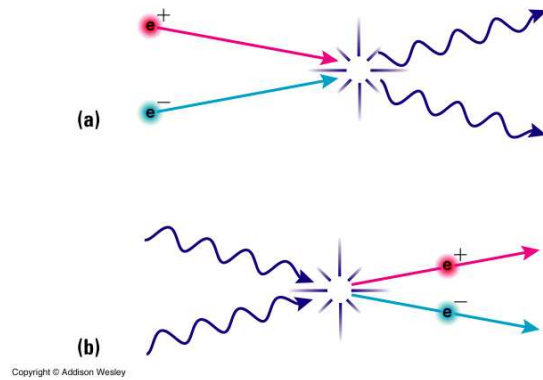
4. Radiación de Hawking

¿Cómo es posible que un A.N. tenga temperatura, si no emite nada?

4. Radiación de Hawking

¿Cómo es posible que un A.N. tenga temperatura, si no emite nada?

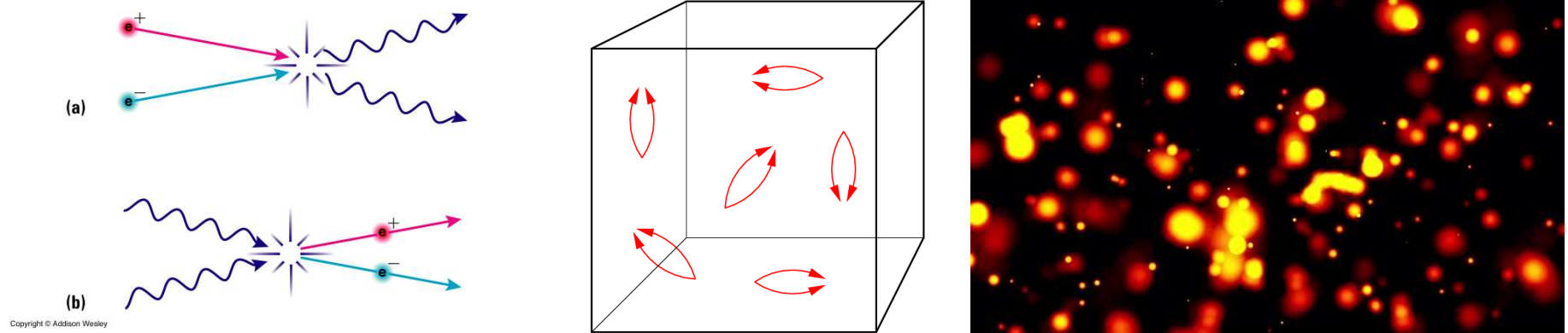
Teoría cuántica de campos: vacío cuántico no está vacío



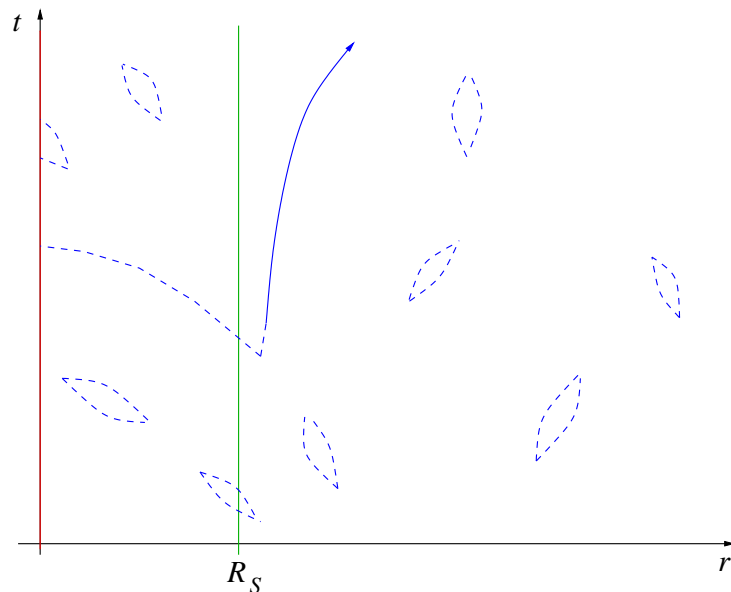
4. Radiación de Hawking

¿Cómo es posible que un A.N. tenga temperatura, si no emite nada?

Teoría cuántica de campos: vacío cuántico no está vacío



TCC en espacios curvos: A.N. se comportan como cuerpos negros



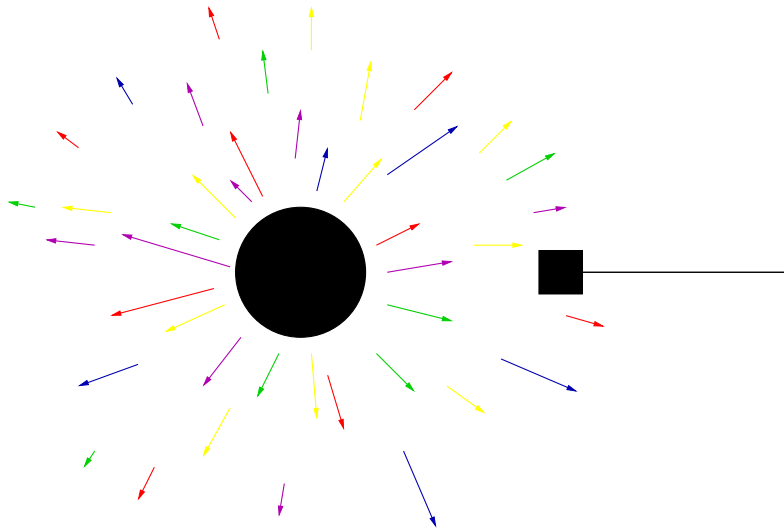
Creación de partículas cerca del horizonte
 \Rightarrow radiación térmica con

$$T = \frac{\hbar \kappa_H}{2\pi k_B}$$

\Rightarrow identifica entropía como

$$S_{BH} = \frac{A}{4G_N \hbar}$$

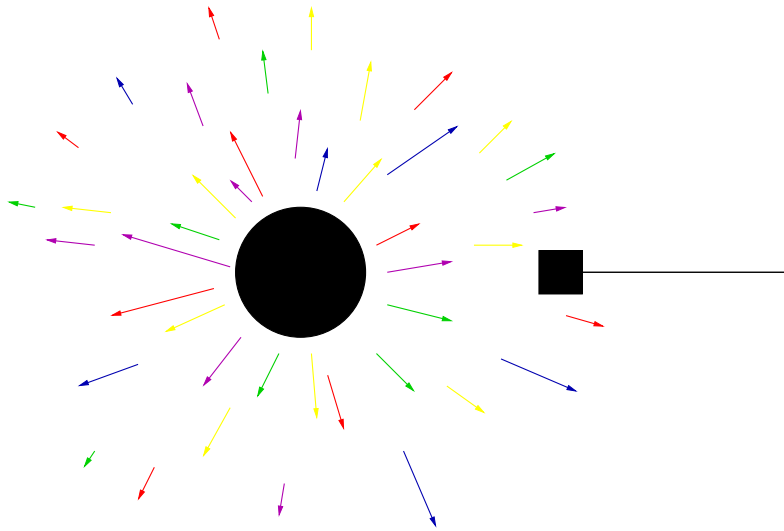
Los agujeros negros emiten una radiación térmica
Los agujeros negros poco a poco se van evaporando



$$T = \frac{\hbar}{8\pi k_B G_N M}$$

$$t_{\text{ev}} = \frac{5120\pi G_N^2 M^3}{\hbar}$$

Los agujeros negros emiten una radiación térmica
Los agujeros negros poco a poco se van evaporando



$$T = \frac{\hbar}{8\pi k_B G_N M}$$

$$t_{\text{ev}} = \frac{5120\pi G_N^2 M^3}{\hbar}$$

- Para agujero negro con $M = M_{\odot}$:

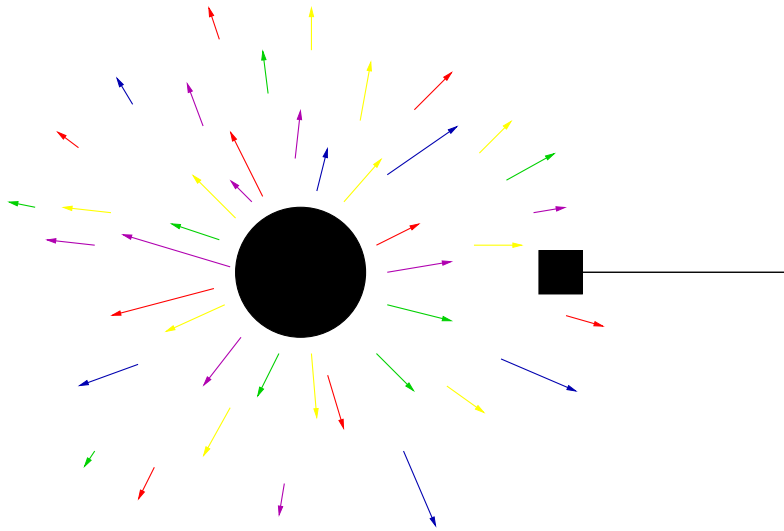
$$T \sim 10^{-8} K,$$

$$t_{\text{ev}} \sim 10^{67} \text{ años}$$

Recuérdese: $T_{\star} \sim 2,7 K,$

$$t_{\star} \sim 1,3 \cdot 10^{10} \text{ años}$$

Los agujeros negros emiten una radiación térmica
Los agujeros negros poco a poco se van evaporando



$$T = \frac{\hbar}{8\pi k_B G_N M}$$

$$t_{\text{ev}} = \frac{5120\pi G_N^2 M^3}{\hbar}$$

- Para agujero negro con $M = M_{\odot}$:

$$T \sim 10^{-8} K, \quad t_{\text{ev}} \sim 10^{67} \text{ años}$$

Recuérdese: $T_{\star} \sim 2,7 K, \quad t_{\star} \sim 1,3 \cdot 10^{10} \text{ años}$

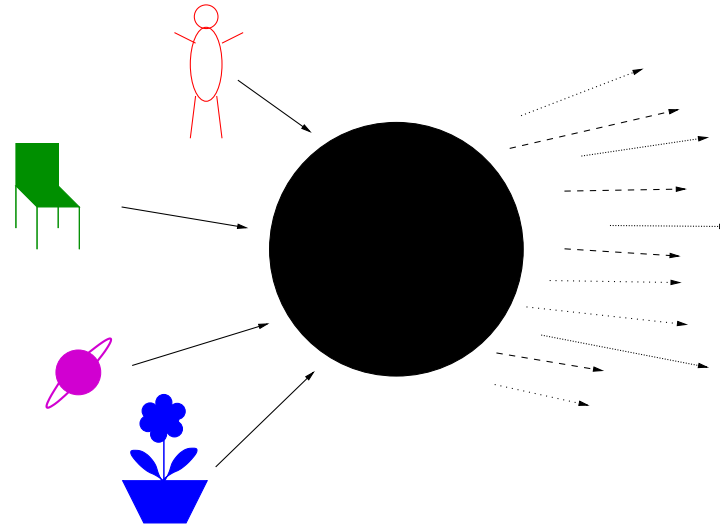
- Para agujero negro con $M \sim 10^{11} kg = 10^{-19} M_{\odot}$:

$$T \sim 10^{11} K, \quad t_{\text{ev}} \sim 10^{10} \text{ años}$$

→ ¿observable en eventos astrofísicos?

5. Paradoja de la Información

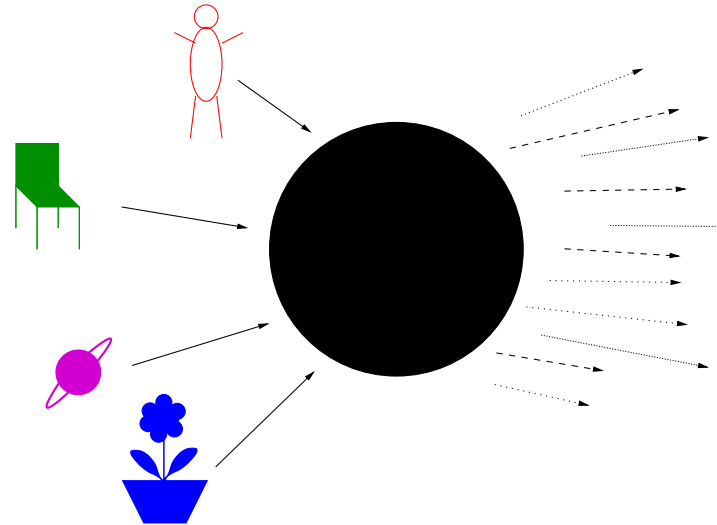
¿Dónde está la información sobre la materia que la entrado?



- Clásicamente: dentro del agujero negro, inaccesible...

5. Paradoja de la Información

¿Dónde está la información sobre la materia que la entrado?



- **Clásicamente:** dentro del agujero negro, inaccesible...
- **Cuánticamente:** evaporación de agujeros negros → dispersión

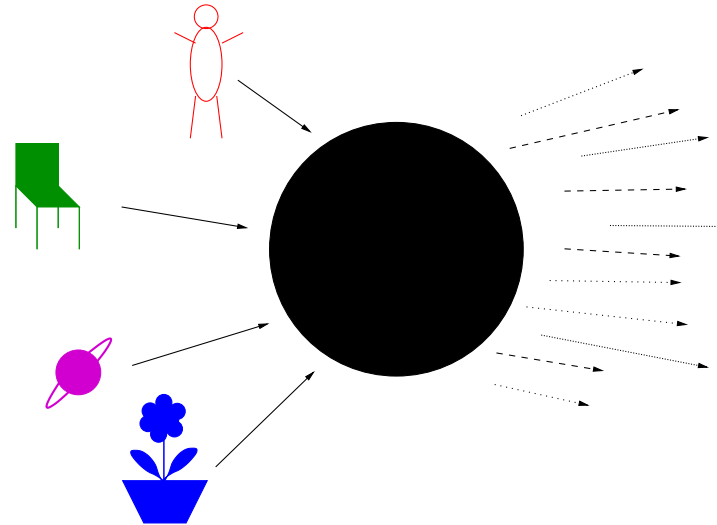
In-state = (suma de) estados puros; Out-state = estado térmico

→ **Viola unitaridad de la Mecánica Cuántica!**

[Hawking, ~ 1980]

5. Paradoja de la Información

¿Dónde está la información sobre la materia que la entrado?



- **Clásicamente:** dentro del agujero negro, inaccesible...
- **Cuánticamente:** evaporación de agujeros negros \rightarrow dispersión

In-state = (suma de) estados puros; Out-state = estado térmico

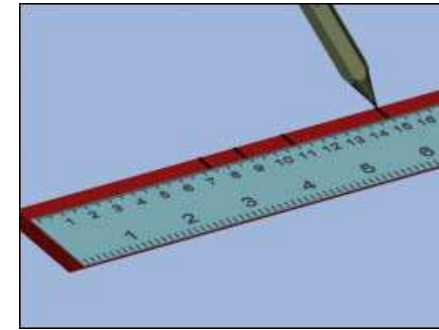
\rightarrow **Viola unitaridad de la Mecánica Cuántica!**

[Hawking, \sim 1980]

\rightarrow **Conflicto grande entre Relatividad General y Mecánica Cuántica...**

¿Por qué la información tiene tanta importancia?

→ problema del extraterrestre y la Wikipedia



¿Se puede comprimir todo el conocimiento humano indefinidamente?

¿Por qué la información tiene tanta importancia?

→ problema del extraterrestre y la Wikipedia



¿Se puede comprimir todo el conocimiento humano indefinidamente?

“Sí” → $S \sim 20$; $I \sim 09$ → 2009 → $0,2009 m$

¿Por qué la información tiene tanta importancia?

→ problema del extraterrestre y la Wikipedia



¿Se puede comprimir todo el conocimiento humano indefinidamente?

“Sí” → $S \sim 20$; $I \sim 09$ → 2009 → $0,2009 m$

En seguida te topas con el carácter cuántico de la Naturaleza:

“Wikipedia” (9 letras): $\Delta x \sim 10^{-18} m \sim 10^{-3} \cdot R_{p+}$

¿Por qué la información tiene tanta importancia?

→ problema del extraterrestre y la Wikipedia



¿Se puede comprimir todo el conocimiento humano indefinidamente?

“Sí” → $S \sim 20$; $I \sim 09$ → 2009 → 0,2009 m

En seguida te topas con el carácter cuántico de la Naturaleza:

“Wikipedia” (9 letras): $\Delta x \sim 10^{-18} m \sim 10^{-3} \cdot R_{p+}$

“Esternocleidomastoideo” (22 letras): $\Delta x \sim 10^{-44} m \sim 10^{-9} \cdot \ell_P$

¿Por qué la información tiene tanta importancia?

→ problema del extraterrestre y la Wikipedia



¿Se puede comprimir todo el conocimiento humano indefinidamente?

“Sí” → $S \sim 20$; $I \sim 09$ → 2009 → $0,2009 m$

En seguida te topas con el carácter cuántico de la Naturaleza:

“Wikipedia” (9 letras): $\Delta x \sim 10^{-18} m \sim 10^{-3} \cdot R_{p+}$

“Esternocleidomastoideo” (22 letras): $\Delta x \sim 10^{-44} m \sim 10^{-9} \cdot \ell_P$

“En un lugar de La Mancha, de cuyo nombre no quiero acordarme”...

¿Por qué la información tiene tanta importancia?

→ problema del extraterrestre y la Wikipedia



¿Se puede comprimir todo el conocimiento humano indefinidamente?

“Sí” → $S \sim 20$; $I \sim 09$ → 2009 → $0,2009 m$

En seguida te topas con el carácter cuántico de la Naturaleza:

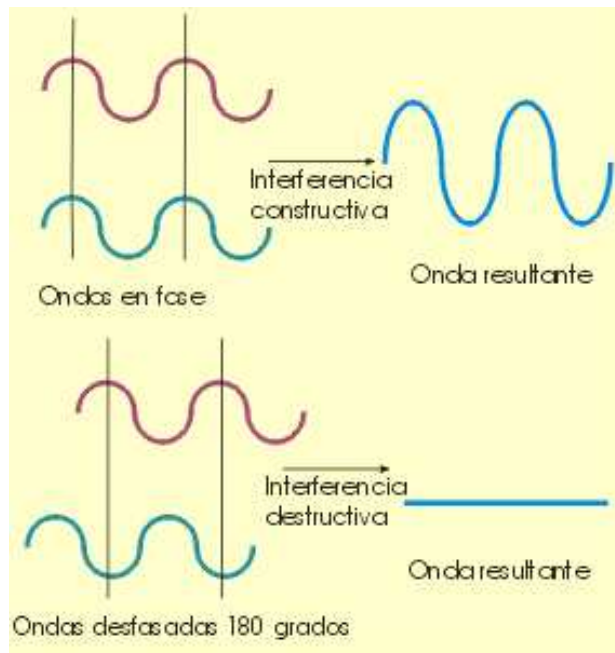
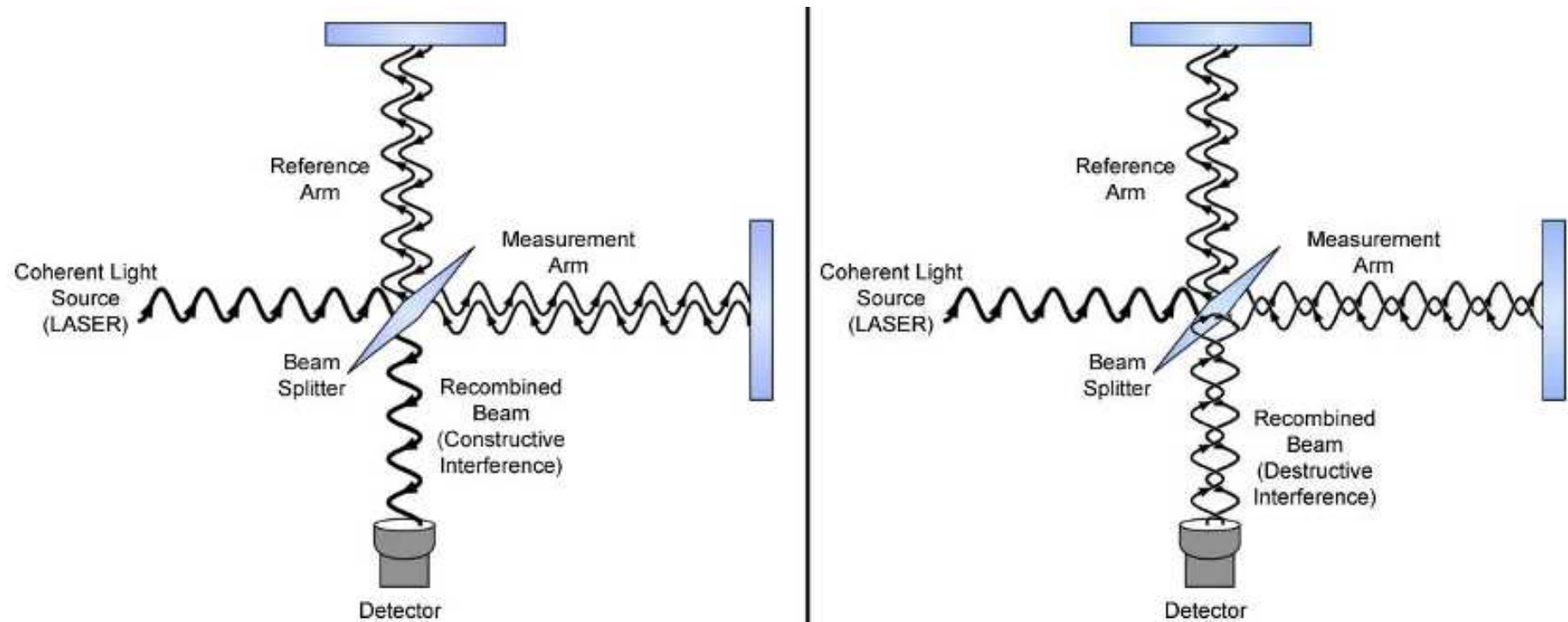
“Wikipedia” (9 letras): $\Delta x \sim 10^{-18} m \sim 10^{-3} \cdot R_{p+}$

“Esternocleidomastoideo” (22 letras): $\Delta x \sim 10^{-44} m \sim 10^{-9} \cdot \ell_P$

“En un lugar de La Mancha, de cuyo nombre no quiero acordarme”...

→ Información es una entidad física, con energía, volumen, ...

→ Información sobre lo que formó el A.N. tiene que estar en algún lado...



Láser recorre brazos ~ 75 veces

Onda gravitacional cambia longitud de brazos

\Rightarrow cambia número de longitud de ondas en brazo

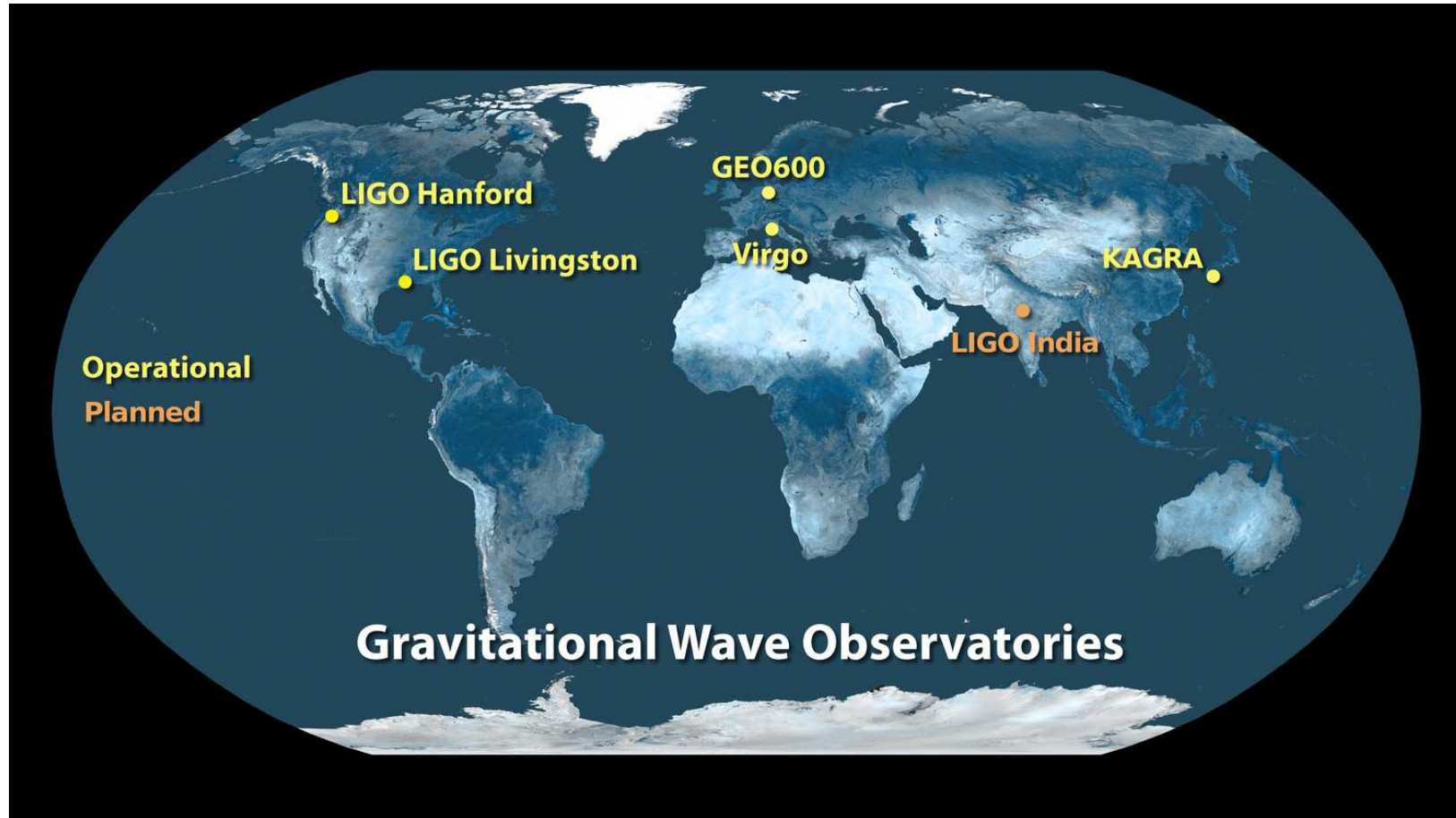
\Rightarrow cambia la intensidad de la señal medida

Sensibilidad: $\Delta L/L = 10^{-21}$

$$\Delta L \sim 10^{-18} m$$

NB: radio de carga del protón $R_p = 0,8 \cdot 10^{-15} m$

- Otros detectores terrestres:

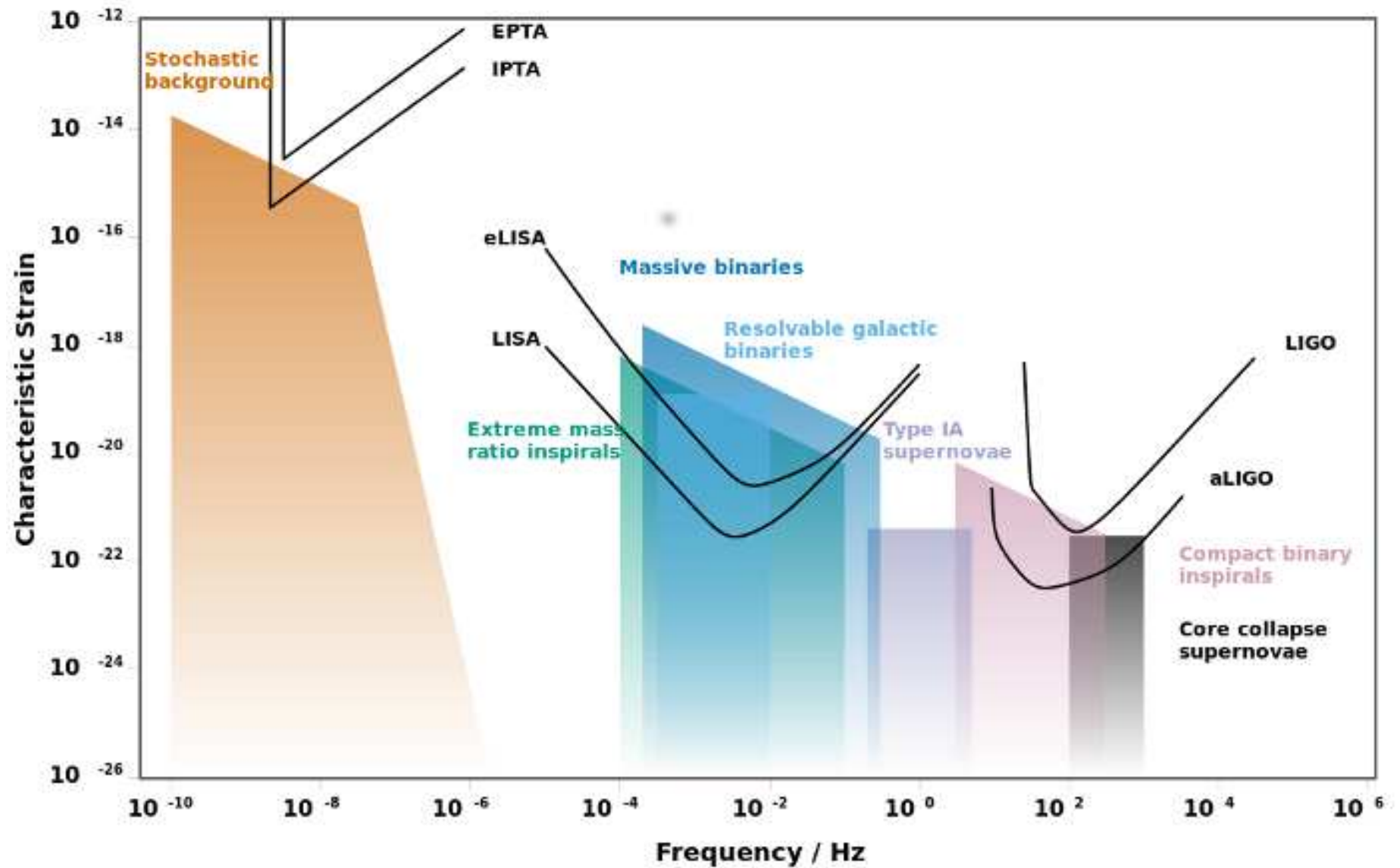


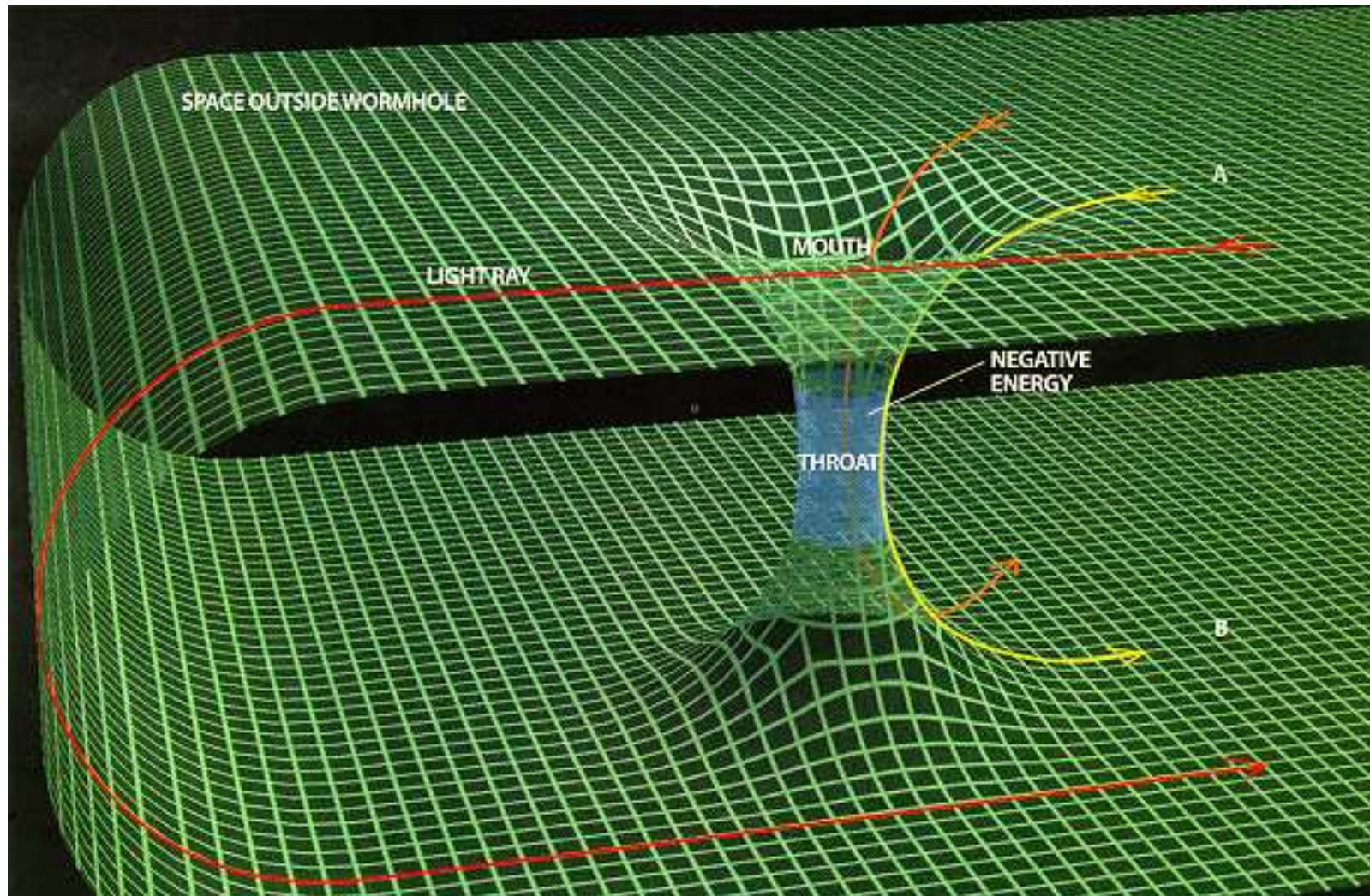
—> Coordinar búsquedas: aumentar la precisión y localización de eventos

VIRGO: colaboración con LIGO desde 2017

KAGRA: operacional desde 2020

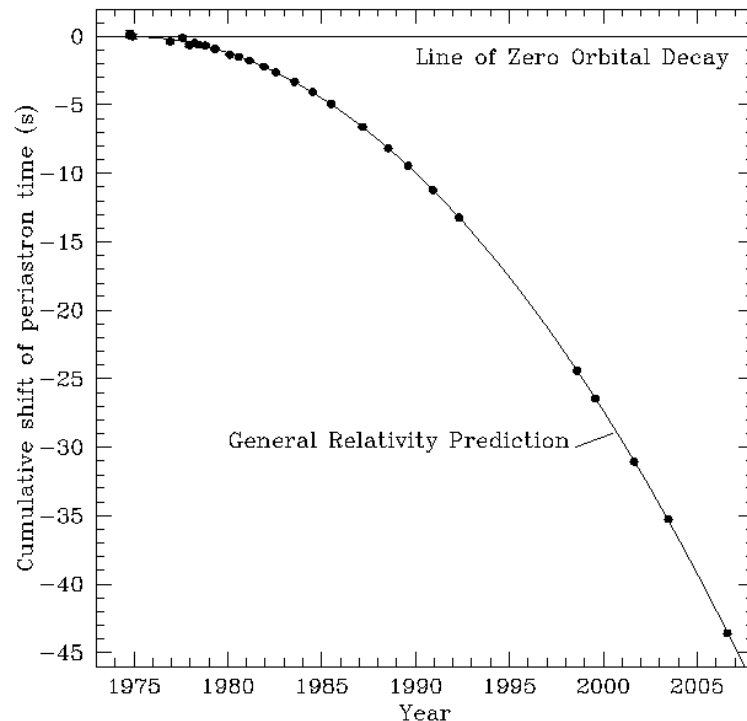
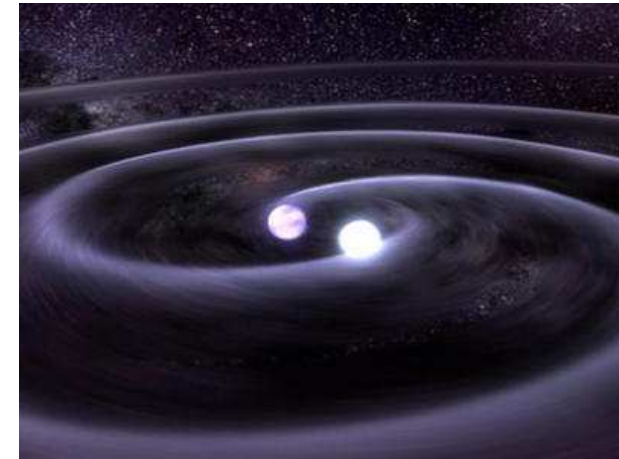
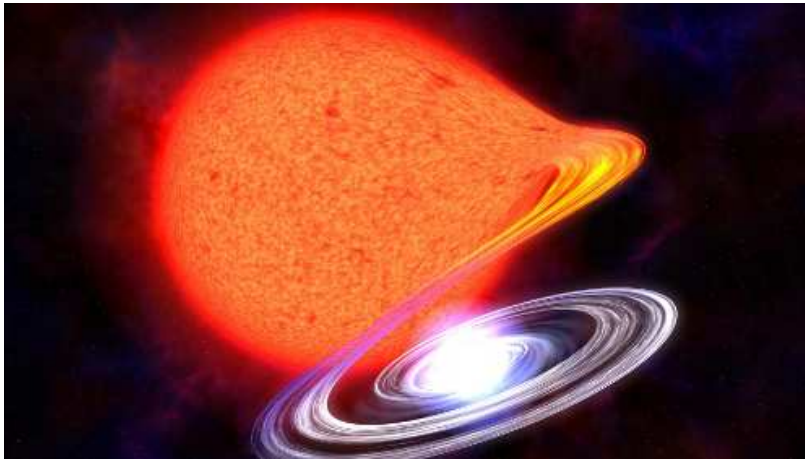
LIGO India: operacional en 2030?





Púlsar binario PSR B1913+16 de Taylor y Hulse

Prueba indirecta de la existencia de ondas gravitacionales



$$M_1 \approx M_2 \approx 1,4M_{\odot}$$

$$1,1R_{\odot} < L < 4,8R_{\odot} \quad \Delta L = 3,5 \text{ m/y}$$

$$T = 7,75 \text{ h} \quad \Delta T = -76,5 \mu\text{s/y}$$

$$P_{\text{rad}} = 7,35 \cdot 10^{24} \text{ W} = 1,9 \% P_{\odot}$$

$$\Delta L_{\text{obs}}/\Delta L_{\text{theor}} = 0,997 \pm 0,002$$