

ANÁLISIS DE LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS PRESENTADOS EN LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA CHILENA¹

DANILO DÍAZ-LEVICOY², CARMEN BATANERO³ PEDRO ARTEAGA⁴, M. del MAR LÓPEZ-MARTÍN⁵

Educação Matematica Pesquisa, 17(4), 715-739, 2015

Resumen

Presentamos los resultados de un análisis de las variables que determinan los gráficos estadísticos que se incluyen en una muestra de 12 libros de texto de Educación Primaria en Chile. Utilizando análisis de contenido, se estudian los tipos de gráfico, nivel de complejidad semiótica, nivel de lectura y actividades propuestas en 421 gráficos. Los resultados indican el predominio de los gráficos de barras, del nivel de lectura “leer entre los datos”, del nivel de complejidad semiótica del gráfico “representación de una distribución de datos” y de las actividades de calcular, construir un gráfico y ejemplos. Se finaliza con algunas implicaciones del estudio para los formadores de profesores de Educación Primaria y los maestros de Educación Primaria, quienes deben abordar estas temáticas en sus procesos de instrucción.

Palabras clave: Gráficos estadísticos; Libros de texto; Educación Primaria.

Analysis of statistical graphics introduced in Chilean primary education textbooks

Abstract

We present an analysis of the variables that determine the statistical graphs included in 12 primary education textbooks in Chile. Using content analysis, we study the type of graph, level of semiotic complexity, reading levels and activities proposed in 421 graphs. Results indicate a predominance of bar graphs, a “reading between data” level, a semiotic complexity of “data distribution representation”, as well as predominance of calculation, construction and exemplification activities. We finally it includes a reflection on the implications of the study for teacher educators and for the primary school teachers, who must address these issues in their instructional processes.

Keywords: Statistical graphs; Textbooks; Primary education.

1. Introducción

La sociedad moderna se caracteriza por la abundancia de información estadística que el ciudadano debe interpretar y evaluar de manera crítica para tomar decisiones y comprender el mundo que le rodea. Usualmente esta información viene acompañada de

¹ Proyecto EDU2013-41141-P (MEC), Grupo FQM126 (Junta de Andalucía) y Beca CONICYT PFCHA 72150306

² Universidad de Granada (España). E-mail: dddiaz01@hotmail.com

³ Universidad de Granada (España). E-mail: batanero@ugr.es

⁴ Universidad de Granada (España). E-mail: parteaga@ugr.es

⁵ Universidad de Granada (España). E-mail: mariadelmarlopez@ugr.es

gráficos estadísticos; por tanto, la competencia gráfica es parte de la *cultura estadística*, que Gal (2002) considera como unión de dos capacidades:

- a) Interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, y b) discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante (p. 2-3).

Estos gráficos se utilizan también en muchas materias, como las ciencias y ciencias sociales (ESPINEL, 2007; ARTEAGA; BATANERO; CAÑADAS; CONTRERAS, 2011). Su utilidad ha llevado a incluirlos en la Educación Primaria en los estándares americanos (NCTM, 2000), Common Core State Standards Initiative (CCSSI, 2010) y en España (MECD, 2014).

La investigación previa sobre gráficos estadísticos se ha centrado en su comprensión por estudiantes de universidad o secundaria y apenas existen trabajos que hayan analizado la forma en que se presenta el tema en los textos escolares. El objetivo de este trabajo es completar este punto, analizando las variables que determinan los gráficos estadísticos en los textos de Educación Primaria en Chile. El tema viene motivado por la reciente inclusión de la estadística dentro del eje “*Datos y probabilidades*” del nuevo currículo chileno (MINEDUC, 2012), que recoge los siguientes contenidos:

- Pictogramas: primer a cuarto curso.
- Gráficos de barras simples y barras simples con escala: segundo a quinto curso.
- Diagramas de puntos: tercer y sexto curso.
- Gráficos de línea: quinto curso
- Diagramas de tallo y hojas: quinto y sexto curso.
- Gráficos de barra doble y circulares: sexto curso.

Esta normativa, por tanto, sugiere que estos gráficos han de ser leídos, interpretados y/o contruidos utilizando datos de contextos cercanos a los niños. El análisis de los libros de texto, por su importancia como recurso didáctico, nos permitirá estudiar la forma en que se implementan estas directrices curriculares. También compararemos los resultados con los Díaz-Levicoy (2014) de su estudio de libros españoles en los mismos niveles educativos.

En lo que sigue exponemos en primer lugar los fundamentos y antecedentes del trabajo, seguido de la metodología, resultados y discusión de los mismos. Se finaliza con unas reflexiones sobre las implicaciones del estudio para la enseñanza y la mejora de los libros de texto.

2. Marco teórico

Nuestro trabajo se fundamenta en tres puntos: la importancia del libro de texto en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, la actividad semiótica implicada en el trabajo con gráficos estadísticos, y los niveles de lectura y construcción de gráficos descritos por varios autores.

2.1. Importancia del libro de texto

Los libros de texto constituyen un recurso didáctico de gran tradición en la enseñanza y aprendizaje de diferentes disciplinas. Son un producto de la transposición didáctica (CHEVALLARD, 1991), donde el saber es adaptado para ser enseñado en un determinado nivel y plasman las directrices curriculares, constituyendo el currículo escrito, como paso intermedio entre las directrices curriculares y el currículo plasmado en el aula (HERBEL, 2007). Se convierten en un instrumento de equidad y enriquecimiento cultural (MINEDUC, 2008). Escolano (2009) los considera como:

Un soporte curricular, a través del cual se vehicula el conocimiento academizado que las instituciones educativas han de transmitir. Por otra parte, es un espacio de memoria como espejo de la sociedad que lo produce, en cuanto en él se representan valores, actitudes, estereotipos e ideologías que caracterizan la mentalidad dominante de una determinada época (p. 172).

Ortiz (2002) subraya su importancia, por ser una fuente de contenidos y actividades para la enseñanza y aprendizaje de una disciplina. Además, menciona que el rol de los profesionales de la educación es vigilar epistémicamente los contenidos de los libros de texto, para identificar significados sesgados y evitar su transmisión a los estudiantes. Todo ello explica el interés que recibe la investigación sobre textos de matemática (e.g., FAN; ZHU, 2007).

2.2. El gráfico estadístico como objeto semiótico complejo

Diversos autores han estudiado los gráficos estadísticos, como objeto semiótico complejo, que requiere interpretaciones, tanto del que lo construye como del que los lee. Bertin (1967) señala que su comprensión requiere la interpretación de cada uno de sus elementos por separado (cada punto o elemento del gráfico, su etiqueta, su escala), así como del gráfico en su conjunto. Curcio (1987), por su parte, señala que los gráficos estadísticos están formados por los siguientes componentes:

- *Palabras o expresiones:* que proporcionan información para comprender el gráfico y su contexto (título, etiquetas en ejes y escalas).

- *Contenido matemático*: subyacentes en el gráfico, donde podemos encontrar los conjuntos numéricos utilizados, el concepto de área en un gráfico de sectores, sistemas de coordenadas cartesianas en un diagrama de dispersión, proporcionalidad (en la mayoría de los gráficos), etc.
- *Convenios específicos*: son propios de cada tipo de gráfico y necesarios para la construcción o lectura. Por ejemplo, la proporcionalidad entre la frecuencia y la amplitud del sector circular en un gráfico de sectores.

2.3. Niveles de lectura y complejidad semiótica de los gráficos estadísticos

La complejidad descrita hace que la construcción o lectura de gráficos estadísticos no sea tan sencilla como aparenta. Por ello ha sido tema de investigación de varios especialistas, que han identificado diversos niveles de dificultad en estas actividades. En nuestro trabajo utilizaremos los niveles descritos por Curcio (1987) y Friel, Curcio y Bright (2001). Estos niveles son:

- *Nivel 1. Leer los datos*: es la lectura literal de la información representada en el gráfico estadístico. Por ejemplo, leer la frecuencia que corresponde a un valor de la variable en gráfico de barras.
- *Nivel 2. Leer dentro de los datos*: es una lectura de algo que no está explícitamente en el gráfico y supone la aplicación de procedimientos matemáticos simples (comparaciones, adiciones, etc.). En el gráfico de barras un ejemplo sería encontrar la moda, pues hay que comparar todas las frecuencias para encontrar la mayor.
- *Nivel 3. Leer más allá de los datos*: es cuando se solicita información que no está representada en el gráfico y no se puede deducir con operaciones o comparaciones. Un ejemplo sería predecir valores no incluidos en el gráfico en un diagrama de dispersión.
- *Nivel 4. Leer detrás de los datos*: consiste en valorar críticamente la forma en que se recogieron los datos, o la interpretación que otras personas hacen del mismo, o bien cuestionar la calidad de los datos y la forma de recolección. Supone un conocimiento no sólo matemático, sino del contexto utilizado.

Respecto a la construcción del gráfico, utilizaremos los niveles descritos por Arteaga y colaboradores (ARTEAGA, 2011; BATANERO; ARTEAGA; RUIZ, 2010). Los autores sugieren que la construcción del gráfico tiene diferente complejidad, dependiendo de los objetos matemáticos que son necesarios conocer e interpretar en el

proceso de construcción. En función de ello, han definido los siguientes niveles de complejidad semiótica de un gráfico:

- *Nivel 1. Representación de datos individuales:* sin realizar una representación completa del conjunto de datos. En estos gráficos no se utilizan los conceptos de variable ni distribución y no se hace un análisis global de la información.
- *Nivel 2. Representación de una lista de datos sin formar una distribución:* aunque se incluyen todos los datos de un conjunto de datos, los datos similares no son agrupados. Ya se usa la idea de variable, pero no la de distribución, pues no se calculan las frecuencias asociadas a un mismo valor.
- *Nivel 3. Representación de una distribución de datos:* es la representación de una distribución de datos, donde se han agrupado los valores similares, calculando las frecuencias respectivas. Por tanto, incluye los objetos orden numérico, variable, frecuencia y distribución.
- *Nivel 4. Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico:* es la representación de dos o más distribuciones de frecuencias en el mismo gráfico estadístico. A los objetos anteriores se añade la necesidad de elegir una escala común conveniente para representar las diferentes distribuciones, diferenciando el rango y dominio de cada una de ellas.

3. Antecedentes

Nuestro trabajo se fundamenta también en otras investigaciones que analizan los gráficos estadísticos en libros de texto y pruebas de evaluación, que nos han servido para fijar las variables de nuestro análisis.

Mateus (2014) analiza los gráficos presentados en cinco libros de texto usados en formación primaria y secundaria en Colombia. El autor identifica un predominio de contextos escolares, destacando la importancia de los libros para abordar la construcción y lectura de los gráficos. Además, encuentra confusión entre tipos de gráfico, por ejemplo, mostrar un histograma como un gráfico de barras.

Por otro lado, hemos encontrado otras investigaciones, inspiradas en la de Arteaga (2011), que analizan los niveles de lectura y complejidad semiótica en gráficos en diferentes documentos. Por ejemplo, Castellanos (2013) analiza las tablas y gráficos estadísticos en la Prueba de Matemática SABER de Colombia durante el periodo 2003-2009. En un total de 45 ítems, analiza el tipo de competencia que se evalúa

(comunicación, razonamiento o evaluación), tipos de tablas o gráficos, nivel de lectura y nivel de complejidad del gráfico. La autora encuentra predominio de un nivel bajo de competencia (comunicación); de los gráficos de barras; del nivel de lectura leer dentro los datos; de la representación de una distribución de datos y de la actividad de lectura, cálculo y comparación de datos.

Mingorance (2014) analiza las tablas y gráficos estadísticos en las pruebas de diagnóstico andaluzas obligatorias para los niños de 10 años. Observa que la cuarta parte de preguntas propuestas, aproximadamente, contienen gráficos estadísticos, siendo los más frecuentes los gráficos de barras, pero con presencia de todos los recomendados en el currículo. El nivel de competencia pedido es bajo (nivel 1, entre tres niveles posibles) y los contextos preferentes son los personales y sociales. Generalmente se pide más de una actividad, como leer, completar o traducir el gráfico y se utilizan preferentemente los números naturales, aunque también los decimales o fracciones. Las magnitudes representadas son casi siempre discretas, pero aparecen ejemplos de magnitudes continuas como el peso o el tiempo.

El trabajo sobre análisis de textos de Educación Primaria más relacionado, con el actual, ha sido el de Díaz-Levicoy (2014), que analizó las actividades en las que intervienen gráficos estadísticos en algunos libros de texto de Educación Primaria española. Considera el tipo de gráfico, actividad pedida al niño, nivel de lectura que requiere dicha actividad según la categorización de Curcio (1987) y Friel, Curcio y Bright (2001) y complejidad semiótica del gráfico (ARTEAGA, 2011). El autor identificó en los textos españoles gráficos estadísticos en todos los niveles de Educación Primaria, aumentando su presencia a medida que avanzan los cursos. Observó un predominio de gráficos de barras; del nivel de lectura “leer dentro de los datos” y del nivel de complejidad “representación de una distribución de datos”. Las actividades más frecuentes relacionadas con gráficos son las de leer, usarlo como ejemplo, y construir un gráfico.

Para completar los anteriores trabajos, y realizar una comparación con el de Díaz-Levicoy (2014), en este artículo analizamos algunos textos Chilenos de Educación Primaria. Hacemos notar que no se han encontrado investigaciones relacionadas con el contexto chileno y la única investigación que hemos encontrado sobre análisis de gráficos en los libros de texto de este nivel educativo es la de Díaz-Levicoy (2014). Por tanto, nuestro trabajo aporta información original.

4. Metodología

Nuestra investigación sigue una metodología cualitativa y exploratoria, utilizando el análisis de contenido, que busca investigar sobre la naturaleza del discurso y se utiliza para el estudio sistemático de documentos escritos (ZAPICO, 2006). Las etapas del análisis fueron las siguientes

1. Seleccionar las unidades texto que contengan información (datos) de interés para la investigación; en nuestro caso las actividades, ejemplos o párrafos de los textos analizados que contenían o proponían elaborar gráficos estadísticos.
2. Transformar los datos en unidades de registro, es decir, porciones mínimas de contenido para su análisis separado.
3. Definir variables y categorías de análisis para codificar la información. En nuestro caso se han definido priori, partiendo de las utilizadas en investigaciones previas, aunque ampliando algunas categorías durante el proceso de codificación.
4. Codificar las actividades de acuerdo a las variables siguiendo un proceso inductivo y cíclico. La fiabilidad de la codificación se aseguró mediante comparación independiente de la codificación por los diferentes autores; en caso de desacuerdo, se revisó la codificación hasta llegar a un consenso.
5. Registro de los datos y análisis estadístico simple, que consiste en la elaboración de tablas de frecuencias.

4.1. Muestra

Los libros de texto utilizados en este estudio son 12, dos por nivel, de 1° a 6° de Primaria y han sido publicados después de promulgarse las directrices actuales (MINEDUC, 2012). Los primeros son editados para el MINEDUC, a través de licitaciones, y entregados de forma gratuita a los establecimientos educacionales municipales y particulares subvencionados. Los otros son textos editados por Santillana y se pueden acceder por el comercio. Estos grupos de textos han sido elegidos por su tradición y amplio uso en las aulas chilenas. Como anexo referenciamos ambos grupos de los libros de texto, junto con un código que servirá para referenciarlos en los ejemplos mostrados en las figuras. En total se analizaron 421 actividades, que se concentran principalmente en los niveles 3°, 5° y 6°; tanto en los libros de textos editados por el MINEDUC como en los Santillana, aunque aparecen actividades en todos los cursos.

4.2. Variables de estudio

En esta investigación consideramos el nivel educativo y editorial (MINEDUC y Santillana) como variables independientes, pues compararemos respecto a cada una de las variables dependientes que definimos a continuación:

- *Tipo de gráfico.* Basado en las directrices curriculares (MINEDUC, 2012) e investigaciones previas (CASTELLANOS, 2013; DÍAZ-LEVICOY, 2014; MINGORANCE, 2014) consideramos los siguientes: gráficos de barras, gráficos de líneas, gráficos de puntos, pictograma, gráficos de sectores, tallo y hojas, y otros (como las pirámides de población, dispersión o si, se pide al estudiantes seleccionar el gráfico o en la unidad de registro analizada interviene una combinación de gráficos). El interés de tomar esta variable es para analizar si se contemplan los gráficos previstos en las directrices curriculares.
- *Niveles de lectura.* Puesto que las preguntas que se puede hacer a un niño respecto al mismo gráfico varía en dificultad, según el nivel de lectura que implique la pregunta, analizaremos en cada unidad de registro los niveles descritos por Curcio (1987) y Friel, Curcio y Bright (2001): (1) leer entre los datos; (2) leer dentro de los datos; (3) leer más allá de los datos; (4) leer detrás de los datos.
- *Niveles de complejidad del gráfico.* Igualmente, e incluso para un mismo nivel de lectura, no todos los gráficos tienen la misma dificultad de interpretación. Basados en los trabajos de Arteaga y colaboradores (ARTEAGA, 2011; BATANERO; ARTEAGA; RUIZ, 2010), consideramos en nuestro análisis los siguientes niveles: (1) representación de datos individuales; (2) representación de una lista de datos sin formar la distribución; (3) representación de una distribución de datos; (4) representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico.
- *Actividad que se solicita del niño.* Para el mismo gráfico se pueden pedir diferentes actividades. En nuestro análisis se consideran las descritas en investigaciones previas (CASTELLANOS, 2013; DÍAZ-LEVICOY, 2014; MINGORANCE, 2014) las cuales mostraremos en el apartado de análisis y resultados de esta variable.

Para cada unidad de registro estudiada, en todas las cuales intervienen gráficos estadísticos, por medio del análisis de contenido se analizaron las variables definidas, identificando las categorías de las mismas y organizando los datos en tablas de frecuencia para resumir, analizar y presentar esta información.

5. Resultados y discusión

5.1. Tipo de gráficos

Son muchos y variados los tipos de gráfico que se han encontrado en los libros de texto. En la Tabla 1 presentamos los identificados para cada curso de Educación Primaria. Globalmente, podemos observar que existe un predominio de los gráficos de barras y pictogramas, frente a la escasez de los gráficos de puntos, líneas, tallo y hojas, y sectores; que corresponde con lo que se señala en el currículo, donde se sugiere trabajar los gráficos de barras desde los primeros cursos. También coinciden con las ideas de Watson (2006) quien señala que los gráficos de barras son los más apropiados para trabajar desde edades tempranas. Al comparar las dos editoriales, encontramos un exceso de gráficos de barras en Santillana (50,2% de actividades), mientras los textos del MINEDUC tienen una distribución más equilibrada de los diferentes tipos de gráficos, apareciendo los gráficos de barras en el 35,1% de actividades.

Tabla 1. Porcentaje de diferentes gráficos estadísticos en los textos analizados por curso

Gráficos	1º (n=43)	2º (n=65)	3º (n=95)	4º (n=38)	5º (n=87)	6º (n=93)	Total (n=421)
Barras	39,5	44,6	48,4	81,6	31	33,3	43
Pictogramas	55,8	53,8	26,3	18,4		4,3	22,6
Puntos			22,1			17,2	8,8
Líneas					35,6	1,1	7,6
Tallo y hojas					17,2	16,1	7,1
Sectores					1,1	22,6	5,2
Otros	4,7	1,5	3,2		14,9	5,4	5,7

Al analizar los gráficos presentados en los diferentes cursos, observamos que en los dos primeros existe un predominio de los pictogramas y gráficos de barras; por lo que se cumplen las indicaciones curriculares antes descritas. En tercero aparecen, además, los gráficos de puntos como lo indican el plan de estudio, disminuyendo la proporción de pictogramas. En el cuarto nivel se vuelve a las situaciones descritas en 1º y 2º pero con un aumento considerable de los gráficos de barras.

En el quinto año aparecen los gráficos de barras, líneas, tallo y hojas y algún otro gráfico; siguiendo las indicaciones del MINEDUC (2012). Además, se presentan actividades con gráficos de líneas dobles, que hemos contabilizado dentro de los gráficos de líneas para facilitar el análisis, sectores y dispersión (incluido en la categoría “otros”); este último no es mencionado en el currículo y suponen de los niños aplicar nuevos conocimientos sobre coordenadas cartesianas. En sexto curso es donde

encontramos mayor variedad de gráficos, entre ellos de barras (simples y dobles), sectores, puntos, y tallo y hojas. En resumen se cumplen y amplían las exigencias del MINEDUC (2012) en cuanto al tipo de gráfico presentado.

Al comparar estos resultados con el trabajo con textos españoles de Díaz-Levicoy (2014), encontramos coincidencia en la mayor frecuencia del gráfico de barras. Sin embargo, hay diferencias importantes en lo que concierne a los restantes. En nuestro estudio los otros gráficos más frecuentes son los pictogramas y gráficos de puntos, y en los libros de textos españoles los de líneas y sectores. Por otro lado, los libros de textos chilenos plantean actividades con el diagrama de tallo y hojas, que los textos españoles no proponen, mientras que los españoles introducen los histogramas, ausentes en los textos chilenos.

También se ha encontrado diferencias en el nivel escolar en que se introducen algunos gráficos; así, los diagramas de líneas se introducen en 3° curso en España y en 5° curso en Chile, el pictograma en 1° curso en Chile y en 3° curso en España, el gráfico de sectores en 4° curso en España y 5° en Chile, y el de dispersión en 5° de Chile y 4° de España.

5.2. Nivel de lectura

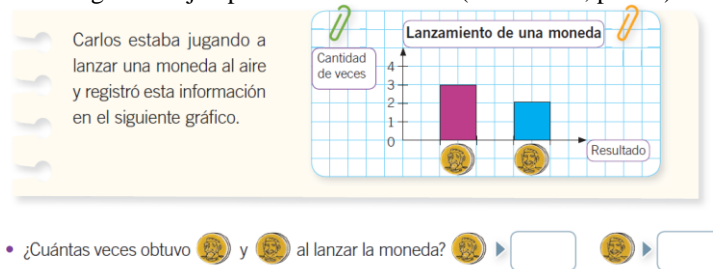
En segundo lugar, para cada una de las unidades de registro consideradas, se analizó el nivel de lectura que se requiere por parte del niño para leer el gráfico y completar la actividad propuesta. En los textos analizados se han identificado ejemplos de actividades de los cuatro niveles de lectura de datos definidos por Curcio y cols. (CURCIO, 1987; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001).

Un ejemplo de *nivel de lectura 1* (leer los datos) se reproduce en la Figura 1, que muestra un gráfico de barras que representa los resultados obtenidos al lanzar cinco veces al aire una moneda. En la actividad se pide al estudiante que obtenga las frecuencias asociadas a cada posible resultado del experimento: obtener una cara triste o una sonriente.

De acuerdo a la teoría de Bertin (1967), la interpretación del gráfico comienza con la *identificación externa* de los elementos de la vida cotidiana (lanzamiento de la moneda, donde es posible obtener diferentes resultados), a partir del rótulo del gráfico y de la historieta que acompaña la actividad. Ello le ayuda a comprender cuáles son las variables representadas en el gráfico y la procedencia de los datos. El siguiente paso sería la *identificación interna* por medio de la cual puede observar que el eje X sirva

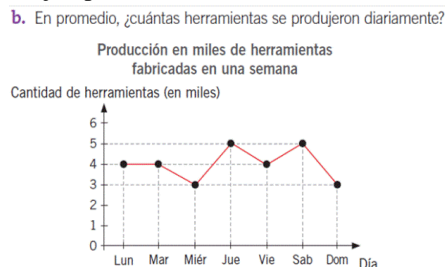
para representar los dos resultados y el eje *Y* las veces que se dio cada uno de ellos. En este caso la *percepción de la correspondencia* entre los elementos del gráfico lo representado es inmediata pues se usa una escala 1:1. Para responder la pregunta planteada en esta actividad, una vez realizadas estas identificaciones el alumno sólo ha de encontrar en el eje *X* el icono que representa cada uno de los resultados, y relacionarlo con cada cara de la moneda. A continuación, debe simplemente leer con una lectura directa la frecuencia con que aparece dicho resultado en el eje *Y*. Se trataría de una lectura literal de los datos.

Figura 1. Ejemplo nivel 1 de lectura (Fuente: S2, p. 268)



En la Figura 2 encontramos un ejemplo de actividad que requiere el nivel 2 de lectura (leer dentro de los datos); se trata de un gráfico que muestra la producción diaria (en miles de unidades) de herramientas en una fábrica, a lo largo de una semana.

Figura 2. Ejemplo nivel 2 de lectura (Fuente: S5, p. 281)



En esta actividad se pide que el niño calcule el promedio de producción diaria. En consecuencia, además de las operaciones citadas en el ejemplo anterior: identificación externa (deducir el tema del gráfico y variables representadas, de la lectura del rótulo y etiquetas), identificación interna (interpretar lo representado en cada eje y la escala usada; en este caso, cada unidad del eje *Y* representa mil herramientas fabricadas), el alumno debe leer cada uno de los valores. Una vez obtenidos estos siete valores, ha de calcular su media aritmética, que debe multiplicar por 1000 para calcular el promedio diario. Todo ello implica, además de la lectura literal del gráfico, la realización de operaciones aritméticas de adición y división, y el conocimiento del concepto y

algoritmo de la media. Por tanto, nos encontramos ya en un segundo nivel de lectura de los datos según Curcio (1987).

En la Figura 3 presentamos un ejemplo del nivel de lectura 3 (leer más allá de los datos). Se proporciona un listado de los resultados obtenidos al hacer girar una rueda con sectores circulares de cuatro colores diferentes. En primer lugar se solicitan construir un diagrama de puntos con la citada información. El alumno tendrá que formar la distribución de la variable a representar (colores de la rueda), elegir el eje en que representa estos valores (usualmente el eje X), dibujar los dos ejes y colocar la escala en el eje Y, añadiendo los rótulos y etiquetas. Finalmente ha de representar adecuadamente las distintas frecuencias de los resultados. Es decir, ahora es el alumno el que codifica la información, siguiendo los pasos de Bertin (1967) a la inversa: a) codificar la información externa; b) codificar la información interna; y c) establecer una correspondencia entre los datos y la forma en que se representan en la gráfica. La segunda pregunta implicaría una lectura directa del gráfico construido (nivel 1). Pero la tercera solicita una información que no se presenta en los datos o en el gráfico. El alumno ha de hacer una extrapolación de lo representado, y, por tanto, trabaja a un nivel 3 de lectura de los datos.

Figura 3. Ejemplo nivel 3 de lectura (Fuente: M3, p. 250)

En los ejercicios a, b y c, usa los datos del experimento de Roberto con la rueda giratoria.

Resultados de los giros					
Giro	Color	Giro	Color	Giro	Color
1	Amarillo	8	Rojo	15	Amarillo
2	Azul	9	Amarillo	16	Amarillo
3	Amarillo	10	Amarillo	17	Rojo
4	Rojo	11	Amarillo	18	Amarillo
5	Verde	12	Verde	19	Amarillo
6	Azul	13	Azul	20	Azul
7	Amarillo	14	Azul		

a) Haz un diagrama de puntos para mostrar los datos.
b) ¿Cuántas X corresponden a la cantidad de veces que salió el verde?
c) ¿Qué color predices que saldrá en el próximo giro? Explica tu respuesta.

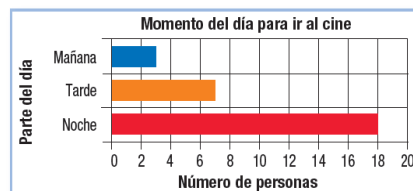
Finalmente, en la actividad de la Figura 4, ejemplificamos el nivel 4 de “leer detrás de los datos”. En esta actividad se pide al estudiante analizar un gráfico de barras, junto con una conclusión obtenida al leer el gráfico por un niño supuesto. Una vez realizadas las diferentes identificaciones de la información descritas por Bertin (1967), además de realizar una lectura del gráfico a nivel 2 (pues hay que leer todos los datos y compararlos entre sí), hay que dar la opinión sobre la conclusión obtenida. También se pide un análisis crítico sobre la pregunta que se planteó para obtener la información. Todo ello requiere el nivel 4 pues implica una reflexión sobre la interpretación que otra

persona hace del gráfico y sobre la forma en que se recogieron los datos (Friel, Curcio y Bright, 2001).

Figura 4. Ejemplo nivel 4 de lectura (Fuente: M6, p. 262)

Grupo D Usa el gráfico de la derecha.

1. Pedro llegó a la conclusión de que la noche es el momento que más les gusta a las personas para ir al cine. ¿Es válida su conclusión?
2. La pregunta de la encuesta fue: "A mí me encanta ir al cine. ¿Cuándo prefieres ver películas tú?" Si el gráfico es confuso, explica por qué.



En la Tabla 2 mostramos la clasificación de las actividades según el nivel de lectura; en ella se puede observar que la mayoría de las actividades plantean un nivel “leer dentro de los datos” (nivel 2) y seguido de “leer los datos” (nivel 1), concentrando en ambos niveles el 91,4% de las actividades. Esta situación fue similar en las dos series (MINEDUC y Santillana).

Tabla 2. Porcentaje de niveles de lectura por curso

Nivel de lectura	1º (n=43)	2º (n=65)	3º (n=95)	4º (n=38)	5º (n=87)	6º (n=93)	Total (n=421)
1	41,9	35,4	31,6	7,9	20,7	5,4	23
2	58,1	64,6	60	63,2	70,1	84,9	68,4
3			7,4	7,9	5,7		3,6
4			1,1	21,1	3,4	9,7	5

Al analizar estos resultados por niveles educativos observamos que los niveles de lectura 1 y 2 son los únicos planteados en el primer y segundo año. El nivel 2 de lectura, consistente en tener que hacer algún cálculo o comparación de los datos, además de la lectura literal, es el más frecuente en todos los niveles. El nivel 3 “leer más allá de los datos”, que requiere predecir un valor que no está en el gráfico, se presenta a partir de tercer curso, aunque en pequeña proporción y el 4 “leer detrás de los datos”, consistente en valorar críticamente una interpretación o información a partir de un gráfico, también en pequeña proporción, excepto en el cuarto año de Primaria. Esta situación se justificar por el hecho de que en este curso se sugiere trabajar con pictogramas y gráficos de barras, gráficos ampliamente trabajados en los niveles anteriores, y el currículo sugiere plantear actividades que exijan mayor comprensión y reflexión de los conceptos.

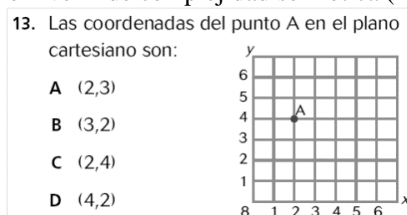
Al comparar con los resultados de Díaz-Levicoy (2014), los dos primeros niveles fueron los más frecuentes, en general y en los dos primeros cursos en la misma. Una diferencia se establece en el tercer curso, donde los textos chilenos se identifican actividades para los cuatro niveles, y en los españoles sólo con los dos primeros. En cuarto curso, los textos españoles presentan actividades de los tres primeros niveles y los chilenos llegan

hasta el cuarto. En el quinto curso se identifican actividades de todos los niveles, con amplio dominio del nivel 2, en los libros de ambos países. Los textos de sexto españoles concentran sus actividades en los niveles 1 y 2, mientras que en el caso de los textos chilenos, estas actividades están más concentradas en el nivel 2.

5.3. Nivel de complejidad semiótica del gráfico

En tercer lugar hemos estudiado los niveles de complejidad semiótica que ha establecido Arteaga y colaboradores (ARTEAGA, 2011; BATANERO; ARTEAGA; RUIZ, 2010). En la Figura 5 mostramos un ejemplo de nivel de complejidad del gráfico 1 (representación de datos individuales); pues el gráfico sólo representa las coordenadas de un punto en un gráfico de dispersión y se pide al alumno representar datos aislados. Por tanto, no es necesario utilizar las ideas de rango de una variable o de frecuencia. Se han identificado solo 3 actividades de este nivel en los textos analizados.

Figura 5. Ejemplo nivel 1 de complejidad semiótica (Fuente: M5, p. 277)



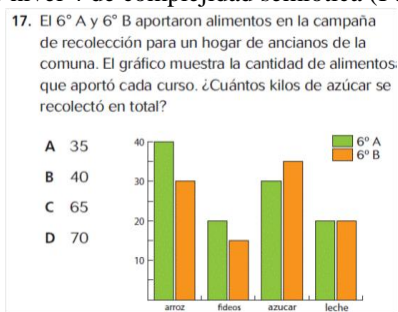
En la Figura 2 encontramos un ejemplo del segundo nivel de complejidad semiótica (representación de una lista de datos sin formar la distribución). En esta actividad, ya se trabaja con un conjunto de datos completos para ser representados (producción a lo largo de la semana). Sin embargo, aunque haya valores que se repiten (Lunes, Martes y Viernes se producen 4000 unidades; Miércoles y Domingo 3000, Jueves y Sábado 5000) no se ha formado una distribución de frecuencias. Los valores numéricos de los datos se representan uno a uno en el orden en que fueron recogidos; por tanto el orden del eje X no es el orden numérico habitual. Se maneja la idea de variable (la producción de la fábrica cambia día a día), pero no su distribución o las características de la misma, como la moda o rango.

El nivel 3 de complejidad del gráfico (representación de una distribución de datos) se ejemplifica en la Figura 1, donde se muestra la distribución de los resultados obtenidos en el lanzamiento de una moneda. Además de considerar una variable (en este caso cualitativa, con dos valores, cara y cruz), para representar esta información se ha realizado un conteo de las veces que ha salido cada cara (triste o sonriente), para luego

asociar cada frecuencia con la altura de cada barra. Por tanto, se maneja ya la idea de distribución y también se puede trabajar con su moda.

Finalmente, el cuarto nivel de complejidad semiótica (representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico) se muestra en la Figura 6. La actividad presenta un gráfico de barras adosadas que muestra la cantidad de alimentos recolectados por dos cursos en un colegio. Para una misma categoría (tipo de alimento) se muestran dos barras, cada una de las cuales corresponde a uno de los cursos que participaron en la recogida de alimentos. Por tanto, en este caso, no sólo se utiliza la idea de variable estadística, frecuencia y distribución, sino, que de hecho se están manejando y comparando entre sí dos variables estadísticas diferentes con sus correspondientes distribuciones: tipos de alimentos recogidos por el curso 6° A y por el curso 6° B.

Figura 6. Ejemplo nivel 4 de complejidad semiótica (Fuente: M6, p. 267)



En la Tabla 3 mostramos la distribución de las actividades analizadas en los libros de texto según el nivel de complejidad semiótica del gráfico involucrado y curso. Globalmente predomina el nivel 3 (representación de una distribución de datos); situación muy similar en las dos editoriales: 67,8% libros del MINEDUC y 64% libros de Santillana. Los niveles 2 y 3 concentran el 92,1% de las actividades.

También observamos que en los cuatro primeros cursos solo se proponen gráficos de los niveles 2 y 3 de complejidad semiótica. Las actividades que presentan gráficos estadísticos de nivel semiótico 4 se han encontrado en los cursos 5° y 6°.

Tabla 3. Porcentaje de nivel de complejidad semiótica por curso

Nivel semiótico	1° (n=43)	2° (n=65)	3° (n=95)	4° (n=38)	5° (n=87)	6° (n=93)	Total (n=421)
1					2,3	1,1	0,7
2	44,2	33,8	30,5	15,8	26,4	11,8	26,1
3	55,8	66,2	69,5	84,2	58,6	66,7	66
4					12,6	20,4	7,1

Al comparar los resultados obtenidos con los de Díaz-Levicoy (2014) en textos españoles, concluimos que los niveles más frecuentes coinciden, en general. Una

diferencia importante es que en el estudio de Díaz-Levicoy no se identificaron actividades del nivel 1, que si aparecen en el presente trabajo. Paradójicamente este nivel lo encontramos únicamente en 5° y 6°, lo que se explica por la dificultad del gráfico con que se trabaja, pues se trata de diagramas de dispersión. En los textos españoles a partir del 2° curso se identifican actividades del nivel 4, mientras que en los libros de textos chilenos este nivel aparece solo en los últimos dos cursos. Otra diferencia es que las actividades relacionadas con gráficos de nivel 4, en los textos chilenos, son escasas frente al 22,3% en los textos españoles.

5.4. Actividades que se proponen en relación a los gráficos

En cuarto lugar hemos estudiado las actividades que se piden en relación al gráfico estadístico, clasificándolas según las descritas en los trabajos de Castellanos (2013), Díaz-Levicoy (2014) y Mingorance, (2014). La primera actividad considerada ha sido *leer el gráfico*, algunos ejemplos de la misma ya se han presentado anteriormente; como en la Figura 1, donde se pide la lectura literal de un gráfico, o en la Figura 5, donde se debe encontrar las coordenadas de un punto. Al clasificar una actividad como “lectura” no tenemos ahora en cuenta el nivel de lectura que se estudió en un apartado anterior. Sólo que esta es la única actividad pedida pues, de hecho, en muchas de las otras actividades hay primero que leer el gráfico para trabajar con los datos.

Otra actividad frecuente es *calcular*, esto es, después de leer un gráfico, se pide al alumno hacer algunos cálculos aritméticos con los datos obtenidos del gráfico, como vimos en el ejemplo de la Figura 2. Un ejemplo similar es el presentado en la Figura 6; en ambos casos la finalidad de la actividad no es sólo que el alumno lea el gráfico; se trata también de que se ejercite en algún otro concepto o algoritmo.

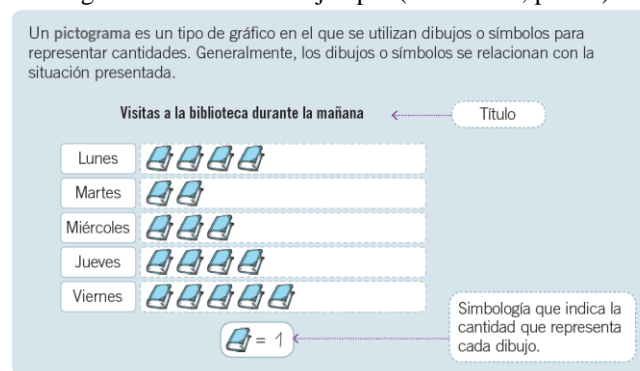
El tercer tipo de actividad (ejemplificado en la Figura 3) es *construir un gráfico*. En la primera pregunta de la actividad, se pide a los estudiantes que realicen la construcción de un gráfico de puntos con los datos proporcionados. Como ya analizamos al describir el ejemplo, esta actividad es bastante más compleja que leer el gráfico ya construido; el alumno ha de comenzar por formar la distribución de datos, concepto bastante abstracto y ha de realizar una serie de elecciones para codificar las escalas, título y para representar la información.

Si en lugar de tener que construir completamente el gráfico, se da iniciada la construcción (para que sirva de modelo al alumno) y se pide completarlo, denominamos a esta actividad *completar un gráfico*. Por ejemplo, en la Figura 7, se debe continuar la

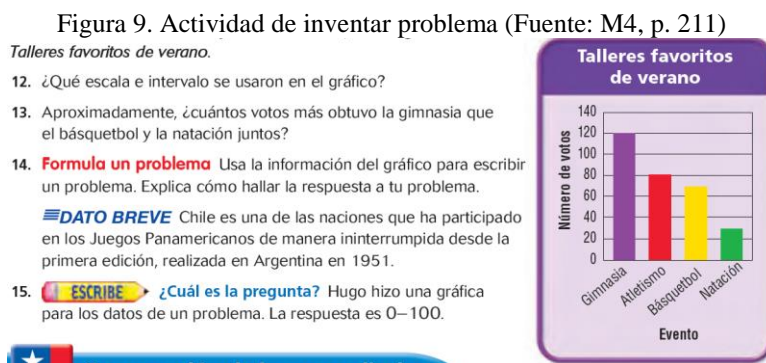
Luna quiere saber cuál es la fruta favorita de sus compañeros de curso. Para registrar las referencias de sus compañeros, ha hecho una tabla de conteo.



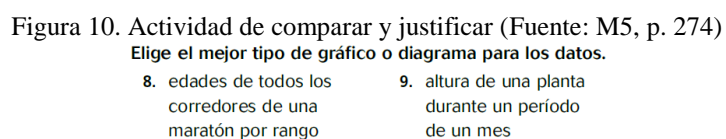
El pictograma es un tipo de gráfico en el que se utilizan dibujos o símbolos para presentar cantidades. Generalmente, los dibujos o símbolos se relacionan con la



contexto de donde se tomaron los datos. Además supone una dosis de creatividad para pensar otras situaciones en que pudieran interesar los datos del gráfico.



Seguidamente consideramos la actividad, también compleja, *comparar y justificar gráficos* que se muestra en la Figura 10. En este ejemplo se pide al estudiante que elija un gráfico para representar de forma óptima el tipo de variable que se menciona. En el ejemplo, para la “altura de una planta durante un período de un mes” sería adecuado un gráfico de líneas.

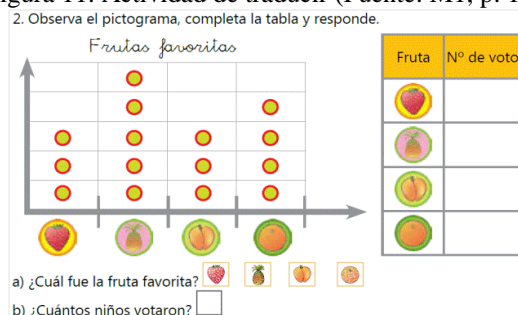


La actividad pedida en otros gráficos es la de *traducir*, que consiste en la construcción de un gráfico o una tabla de frecuencias con la información presentada en un gráfico estadístico. Por tanto, esta actividad implica varias de las anteriores; en primer lugar, el estudiante ha de ser capaz de leer el gráfico original, identificando los diferentes componentes descritos por Curcio (1987): palabras o símbolos que determinan el título y etiquetas, contenido contextual y matemático del gráfico, como el tema de que trata y los valores de la variable representada y sus frecuencias. También ha de conocer también los convenios específicos de construcción del gráfico dado. Con toda esta información ha de realizar una actividad de construcción (de otro gráfico o de una tabla), necesitando además los convenios de construcción de la nueva representación. En la Figura 11, presentamos un ejemplo, donde se pide, entre otras cosas, completar una tabla con la información de un gráfico.

El resumen del análisis del tipo de actividades solicitadas sobre los gráficos estadísticos se presenta en la Tabla 4. Tendremos en cuenta que respecto a un gráfico estadístico se puede pedir más de una actividad (por ejemplo, construir y calcular); esta situación ha

sido considerada por separado para realizar el análisis, con lo que si respecto a un gráfico se solicitan dos actividades, este gráfico se ha contado dos veces en la tabla. Por ejemplo en la Figura 11 se puede pasar la información del gráfico a una tabla (traducir) y obtener el número de niños que indicaron cuál es su fruta favorita (calcular); por lo que los porcentajes por columna pueden sumar más de 100. Por otro lado, la actividad de lectura es necesaria para todas las demás; en este caso sólo la hemos contabilizado cuando lo único que se pide al alumno es leer el gráfico.

Figura 11. Actividad de traducir (Fuente: M1, p. 178)



A nivel general, las actividades con mayor frecuencia son las de: realizar cálculos con los datos del gráfico, que supone más de la mitad de las unidades de registro analizadas. Observamos que en estas actividades, el estudio del gráfico en sí mismo pierde relevancia y el interés se desplaza hacia otros contenidos matemáticos; ya vimos en la Figura 2, en un ejemplo, cómo se pedía calcular la media. Aunque reconocemos la importancia que las actividades de cálculo tienen para los niños, pensamos que en el momento del estudio de los gráficos estadísticos debiera centrarse la atención en el aprendizaje de la lectura, interpretación y construcción de los mismos, restando protagonismo al cálculo. El análisis por separado de las dos editoriales dio resultados muy similares a estos.

Tabla 4. Porcentaje de actividades por curso

Actividad	1º (n=43)	2º (n=65)	3º (n=95)	4º (n=38)	5º (n=87)	6º (n=93)	Total (n=421)
Calcular	39,5	47,7	42,1	63,2	59,8	68,8	54,2
Construir	20,9	20	30,5	10,5	10,3	18,3	19,2
Ejemplo	14	18,5	15,8	21,1	13,8	11,8	15,2
Comparar y justificar	9,3	1,5	7,4	23,7	11,5	10,8	9,7
Leer	9,3	12,3	9,5	2,6	6,9	4,3	7,6
Completar	9,3	6,2	2,1				2,4
Traducir	9,3		1,1			1,1	1,4
Inventar Problemas			2,1	2,6	1,1		1

Como ya se ha señalado, la actividad de leer siempre es necesaria en las demás. La actividad más frecuente en todos los cursos es la de *calcular* a partir del gráfico, que se

va incrementando conforme se avanza de nivel, aunque lo lógico sería disminuirla para pasar a actividades más interpretativas, propias de la cultura estadística, según Gal (2002). Es verdad que a veces, el nivel de lectura “leer dentro de los datos” (por ejemplo, obtener la media aritmética) requiere un cálculo, pero en general, lo que muestran estos datos es que los gráficos se utilizan con frecuencia como pretexto para que el niño se ejercite en cálculos numéricos, decimales o de fracciones.

La actividad de *construir* tiene también una fuerte presencia en todos los cursos, lo cual es lógico pues los niños están aprendiendo por primera vez muchos gráficos diferentes. Igualmente en todos ellos encontramos bastantes *ejemplos*; en general son ejemplos de cómo se construye; por tanto necesarios para el aprendizaje del alumno.

El resto de actividades son menos frecuentes. La actividad de *completar* se ha identificado en los primeros cursos y en un porcentaje bajo (2,4%), aunque su introducción nos parece adecuada, como paso previo a la construcción de diferentes tipos de gráficos estadísticos. La actividad de *traducción* es una actividad que consideramos compleja pues cuando se pasa de un gráfico a otro, implica dominar los convenios específicos de cada gráfico, y es escasa en los libros de texto chilenos.

Más llamativo son las pocas actividades dedicadas simplemente a la lectura del gráfico; pareciera que se ignora la alta complejidad de la tarea de lectura de un gráfico, descrita por Bertin (1967) que implica las tareas de identificación externa, interna y de correspondencia en el gráfico. Es verdad que la mayoría de las otras tareas previamente suponen la lectura del gráfico (como se desprende de nuestro análisis de los niveles de lectura). Pero son pocas las tareas dedicadas únicamente a asegurarse que el niño lee correctamente un gráfico; importantes para nosotros, dado la variedad de gráficos que maneja el niño y los convenios específicos de lectura de cada tipo de gráfico.

Los resultados de esta investigación coinciden, aunque en diferente porcentaje, con los señalados en Díaz-Levicoy (2014), aunque en aquel caso dominan las actividades de, leer, construir y ejemplo. Por tanto, en los textos españoles analizados por dicho autor se da más importancia a la lectura que en los textos chilenos estudiados en esta investigación. Algunas de las diferencias encontradas son: que los ejemplos se presentan desde el primer curso en los textos chilenos, mientras que en los españoles se hace desde el segundo curso; no se identifican, en los textos chilenos, actividades de *descripción de variables*, que aparecen en los españoles y que consisten en explicar en las palabras del niño que significado tienen para ellos las variables representadas.

6. Conclusiones e implicaciones

Aunque la investigación tiene carácter exploratorio, pues sólo se analizan dos series de libros de texto, nos ayuda a determinar de qué forma se propone la enseñanza y aprendizaje de un contenido y de cómo se implementan las directrices curriculares definidas por el Ministerio de Educación chileno. En primer lugar, tendremos en cuenta que los textos editados para el Ministerio, son dados a los centros públicos y usados en forma general en la nación en dichos centros y en segundo lugar que las diferencias con la otra editorial analizada, también de amplia difusión, son mínimas.

Por un lado, ambas editoriales no presentan diferencias importantes en la cantidad de actividades sobre gráficos propuestas (202 para los textos del MINEDUC y 219 para los de Santillana); dicha cantidad es más que suficiente; aunque en algunos cursos pueden ser excesivas, y así permite al profesor elegir cuáles se trabajarán en sus clases. En este sentido nuestro análisis proporciona al profesor una guía para elegir una muestra de actividades que contemple las variables que determinan la dificultad del trabajo con los gráficos.

Por otro lado, se ha observado que la introducción y presencia de los tipos de gráficos estadísticos en los libros de texto es adecuada, en el sentido que cumple con las directrices curriculares definidas por el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012). También se agregan algunos gráficos que no se explicitan en los planes de estudio: gráficos de barras en primer año; barras dobles, líneas dobles, sectores y dispersión en quinto curso. El profesor podría obviar el estudio de dichos gráficos en caso de tener limitaciones de tiempo.

Al comparar con estudios previos, nuestro trabajo coincide con los de Castellanos (2013), Díaz-Levicoy (2014) y Mingorance (2014) en el predominio del gráfico de barras en diferentes documentos curriculares para la Educación Primaria e igualmente en la mayor presencia de nivel de lectura 2, que en conjunto con el nivel 1 abarcan el 91,4% de las actividades. A este respecto, sugerimos que las actividades con gráficos estadísticos deberían presentar una evolución a lo largo de los años, aumentando la presencia de niveles 3 y 4 en los últimos niveles, para lograr que los estudiantes puedan analizar de manera crítica la información estadística a la que accederán en su vida cotidiana.

Los niveles de complejidad semiótica más frecuentes son “representación de una distribución de datos” y “representación de una lista de datos sin formar una distribución”, que en su conjunto reúnen a más del 90% de las actividades analizadas.

Finalmente, volvemos a insistir en la necesidad de restar protagonismo a la actividad de cálculo en el trabajo con gráficos estadísticos. Una demanda que surge de estos resultados es la de proponer mayor cantidad de otro tipo de actividades, que en este estudio no se han encontrado o son escasas, como las de completar, traducir, inventar problemas o describir variables, esta última encontrada en el estudio de los libros de texto españoles.

Para concluir, pensamos que en esta investigación entregamos información de utilidad para profesores en ejercicio, quienes en su labor diaria deben crear, elegir y adaptar actividades para llevar a cabo el proceso de instrucción, teniendo como principal recurso de planificación los libros de texto. Además, entrega información que puede ser de utilidad para los autores y editores de los libros de texto, que son los principales responsables de diseñar o seleccionar las actividades que se les va sugerir a los niños.

ANEXO. Muestra de libros de texto

Editados para el Ministerio de Educación (MINEDUC)

M1. SALAZAR, R. y SPROVERA, M. **Matemática 1º Básico. Texto del Estudiante.**

Santiago: Fe y Alegría. 2014.

M2. HO KHEONG, F.; RAMAKRISHNAN, C.; PUI WAH, B. L. y CHOO, M. **Matemática. Texto del Estudiante 2º.** Santiago: Marshall Cavendish Education. 2014.

M3. CHARLES, R.; CALDWELL, J.; CAVANAGH, M.; CHANCELLOR, D.; COPLEY, J.; CROWN, W.; FENNELL, F.; RAMIREZ, A.; SAMMONS, K.; SCHIELACK, J.; TATE, W. y VAN DE WALLE, J. **Matemática 3º Educación Básica. Texto del estudiante.** Santiago: Pearson. 2014.

M4. ANDREWS, A.; DIXON, J.; NORWOOD, K.; ROBY, T.; SCHEER, J.; BENNETT, J.; LUCKIE, L.; NEWMAN, V.; SCARCELLA, R. y WRIGHT, D. **Matemática 4º Básico. Texto del estudiante.** Santiago: Galileo. 2014.

M5. ANDREWS, A.; DIXON, J.; NORWOOD, K.; ROBY, T.; SCHEER, J.; BENNETT, J.; LUCKIE, L.; NEWMAN, V.; SCARCELLA, R. y WRIGHT, D. **Matemática 5º Básico. Texto del estudiante.** Santiago: Galileo. 2014.

M6. ANDREWS, A.; DIXON, J.; NORWOOD, K.; ROBY, T.; SCHEER, J.; BENNETT, J.; LUCKIE, L.; NEWMAN, V.; SCARCELLA, R. y WRIGHT, D. **Matemática 6º Básico. Texto del estudiante.** Santiago: Galileo. 2014.

Editados por Santillana: Proyecto “Casa del Saber”

S1. BAEZA, A.; LOPEZ, F.; SANDOVAL, M. y URRA, A. **Matemática 1º Básico.** Tomo II. Santiago: Santillana. 2013.

S2. BAEZA, A.; BLAJTRACH, P.; KÜKENSHÖNER, C. y SANDOVAL, M. **Matemática 2º Básico.** Santiago: Santillana. 2013.

S3. VÉLIZ, C. **Matemática 3º Básico.** Santiago: Santillana. 2013.

S4. BATARCE, Y.; CÁCERES, B. y KÜKENSHÖNER, C. **Matemática 4º Básico.** Santiago: Santillana. 2013.

S5. ÁVILA, J.; FUENZALIDA, C.; JIMÉNEZ, M. y RAMÍREZ, P. **Matemática 5º Básico.** Santiago: Santillana. 2013.

S6. ÁVILA, J.; CASTRO, C.; MERINO, R. y RAMÍREZ, P. **Matemática 6º Básico.** Santiago: Santillana. 2013.

Referencias

ARTEAGA, P. *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores.* Tesis doctoral sin publicar, Universidad de Granada, Granada. 2011.

ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; CAÑADAS, G. y CONTRERAS, J. M. Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. **Números**, 76 (1) 55–67. 2011.

BATANERO, C.; ARTEAGA, P. y RUIZ, B. Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. **Enseñanza de las Ciencias**, 28 (1), 141–154. 2010.

BERTIN, J. **Semiologie graphique.** Paris: Gauthier-Villars. 1967.

CASTELLANOS, M. *Tablas y gráficos estadísticos en pruebas SABER-Colombia.* Trabajo Fin de Máster sin publicar, Universidad de Granada, Granada. 2013.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.** Buenos Aires: Aique. 1991.

CCSSI. **Common Core State Standards for Mathematics.** Washington, DC: National Governors Association for Best Practices and the Council of Chief State School

Officers. 2010.

CURCIO, F.R. Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. **Journal for Research in Mathematics Education**, 18 (5), 382-393. 1987.

DÍAZ-LEVICOY, D. *Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria española*. Trabajo Fin de Máster sin publicar, Universidad de Granada, Granada. 2014.

ESCOLANO, A. El manual escolar y la cultura profesional de los docentes. **Tendencias Pedagógicas**, 14 (1), 169-180. 2009.

ESPINEL, C. Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. **Investigación en Educación Matemática XI**, 99-119. 2007.

FAN, L.; ZHU, Y. Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. **Educational Studies in Mathematics**, 66 (1), 61-75. 2007.

FRIEL, S.; CURCIO, F. y BRIGHT, G. Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. **Journal for Research in Mathematics Education**, 32 (2), 124-158. 2001.

GAL, I. Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. **International Statistical Review**, 70 (1), 1-25. 2002.

HERBEL, B.A. From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. **Journal for Research in Mathematics Education**, 38 (4), 344-369. 2007.

MATEUS, L. Estudio de gráficos estadísticos usados en una muestra de libros de matemáticas para la educación básica y media en Bogotá. En L. Andrade (Ed.), *Memorias del I Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 274-280). Bogotá: Asociación Colombiana de Educación Estocástica. 2014.

MECD. **Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria**. Madrid: Autor. 2014.

MINEDUC. **Política de Textos Escolares**. Santiago: Autor. 2008.

MINEDUC. **Matemática educación básica. Bases curriculares**. Santiago: Autor. 2012.

MINGORANCE, C. *La estadística en las pruebas de diagnóstico andaluzas*. Trabajo Fin de Grado sin publicar, Universidad de Granada, Granada. 2014.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: Autor. 2000.

ORTIZ, J.J. (2002). **La probabilidad en los libros de texto**. Granada: Grupo de

Investigación en Educación Estadística. 2002.

WATSON, J.M. **Statistical literacy at school: Growth and goals**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 2006.

ZAPICO, M. Interrogantes acerca de análisis de contenido y del discurso en los textos escolares. En MINEDUC (Ed.), Primer seminario internacional de textos escolares (pp. 149-155). Santiago: MINEDUC. 2006.