

LAS TABLAS ESTADÍSTICAS EN TEXTOS ESCOLARES CHILENOS DE ENSEÑANZA BÁSICA

JOCELYN D. PALLAUTA



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Trabajo Fin de Máster en Didáctica de la Matemática

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática

Granada, 2018

LAS TABLAS ESTADÍSTICAS EN TEXTOS ESCOLARES CHILENOS DE ENSEÑANZA BÁSICA

JOCELYN D. PALLAUTA



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Trabajo Fin de Máster en Didáctica de la Matemática

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática

Dirigido por

Dra. María Magdalena Gea Serrano

A handwritten signature in black ink, likely belonging to Dra. María Magdalena Gea Serrano.

Granada, 2018

Este trabajo contó con el apoyo y financiamiento de CONICYT, Becas de Magíster en el Extranjero para Profesionales de la Educación BECAS CHILE, Folio 77170121.

Dedicado a mi hijo Alonso

“La luz de mi vida”

ÍNDICE

Introducción.....	1
Capítulo 1.	2
Planteamiento del problema	2
1.1. Introducción.....	2
1.2. Las tablas estadísticas.....	3
1.2.1. Importancia de la tabla estadística para el estudiante	4
1.3. Las tablas estadísticas en el currículo.....	5
1.3.1. Las tablas estadísticas en el currículo chileno	6
1.3.2. Perspectiva internacional	7
1.4. Marco teórico.....	9
1.4.1. Significado de un objeto matemático.....	10
1.4.2. La tabla estadística como objeto matemático	12
1.5. Objetivos del trabajo.....	12
Capítulo 2.	15
Investigaciones previas.....	15
2.1. Introducción.....	15
2.2. Investigaciones sobre comprensión de tablas estadísticas.....	15
2.3. Investigaciones sobre análisis de libros de texto	22
Capítulo 3.	24
Análisis de textos.....	24
3.1. Introducción.....	24
3.2. Método	24
3.2.1. Muestra de textos analizados	25
3.3. Análisis de las situaciones problema	26
3.3.1. Tipo de tabla	27
3.3.2. Tipo de tarea	33
3.3.3. Tipo de actividad	34
3.3.4. Nivel de lectura.....	39
3.3.5. Contexto.....	41
3.3.6. Uso de la tecnología.....	44
3.3.7. Conflictos semióticos.....	46
3.4. Síntesis del análisis de las situaciones problema.....	48

Capítulo 4.....	49
Conclusiones.....	49
4.1. Introducción.....	49
4.2. Conclusiones sobre los objetivos.....	49
4.3. Futuras líneas de investigación.....	53
Referencias	54
Anexo.....	60

INTRODUCCIÓN

La habilidad en la lectura crítica de datos es una necesidad en el mundo en el que nos encontramos inmersos, donde aparecen a diario tablas y gráficos para transmitir información en diferentes medios de comunicación como es la prensa o Internet, entre otros. Una adecuada interpretación de estas representaciones permitirá tomar mejores decisiones, de acuerdo a las necesidades y contextos de los ciudadanos (Batanero, 2001). En este Trabajo de Fin de Máster, se presenta un estudio referido a las tablas estadísticas, motivado por la utilidad de este concepto matemático en el razonamiento estadístico, como se describe en este trabajo, y también por la escasez de investigaciones que abordan, de manera exclusiva, este contenido (Duval, 2002, 2003; Koschat, 2005; Estrella, 2014) producto, principalmente, por su aparente simpleza.

Con el fin de ofrecer nuevos resultados en esta línea de investigación, y contribuir en la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de las tablas estadísticas, esta memoria aborda el análisis de las tablas estadísticas en los textos escolares de Enseñanza Básica de Chile, con la finalidad de caracterizar el significado institucional pretendido en torno a las tareas propuestas en su enseñanza. Centramos la atención en los últimos niveles educativos, pues de 5º a 8º curso es donde se aborda sustancialmente su enseñanza.

El trabajo se compone de cuatro capítulos. En el primero de ellos se define el problema de investigación, donde se justifica la importancia de la tabla estadística en la formación del estudiante, se analiza su presencia en las directrices curriculares chilenas, junto a una perspectiva internacional, y se describe el marco teórico que sustenta nuestro estudio, concretando con ello los objetivos específicos de esta investigación. El segundo capítulo resume las investigaciones consultadas más relevantes sobre tablas estadísticas, referidas tanto a la comprensión de este contenido matemático en estudiantes de diferentes edades, como a su análisis en los libros de texto.

En el tercer capítulo, se describe el estudio realizado según la metodología utilizada, las variables de análisis y los resultados obtenidos, junto a la discusión de los mismos. Además, se observa la presencia de la tecnología en los textos analizados y se identifican los conflictos semióticos potenciales resultado del análisis realizado.

Finalmente, en el cuarto capítulo se presentan las conclusiones en relación a los objetivos planteados, junto a los principales aportes del estudio. Para terminar, se reflexiona respecto a las limitaciones y futuras líneas de investigación de nuestro trabajo.

CAPÍTULO 1.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad nos encontramos en presencia de una libertad de acceso a la información, donde distintas organizaciones nacionales e internacionales proporcionan bases de datos y resúmenes estadísticos a través de sus plataformas digitales, lo que ha convertido en una necesidad social el comprender la información emanada a través de diferentes representaciones (gráficas o tabulares). Así, resulta de importancia una formación en estadística, que proporcione a las personas de herramientas que les permitan comprender e interpretar la información recibida en diferentes formatos, y de ésta manera tomar mejores decisiones (Arteaga, Batanero, Cañadas, y Contreras, 2011; Batanero, 2001).

Por muchas de estas razones, en el currículum escolar de distintos países se ha incorporado el estudio de la estadística y la probabilidad desde temprana edad (e.g., EE.UU., España, Chile), dando muestra de su importancia en la formación de los ciudadanos, sumado con la relevancia que sustenta en el desarrollo de las ciencias.

La incorporación de la Estadística en los primeros niveles educativos, motiva que la Didáctica se preocupe por el estudio de las maneras de enseñar y aprender Estadística, junto a todo lo que acontece e influye en las mismas. Cazorla (2002) indica que una de las líneas fundamentales en este campo de investigación, es el desarrollo de habilidades para resolver problemas y analizar datos, contribuyendo de esta manera al progreso en el pensamiento estadístico. Por ello, resulta necesario que los estudiantes, durante su proceso escolar desarrollen habilidades en la representación e interpretación de datos, en variados contextos esenciales para la comprensión del mundo actual.

La variedad de usos de las tablas estadísticas y los diferentes tipos de gráficos, para la organización y transmisión de la información, viene acompañada de gran cantidad de dispositivos cognitivos involucrados en su comprensión y aunque las investigaciones, generalmente, abordan el estudio de las gráficas y tablas de manera conjunta, en la mayor parte de ellas, el énfasis está en los gráficos estadísticos (Gabucio, Martí, Enfedaque, Gilabert y Konstantinidou, 2010). Koschat (2005) considera que las tablas estadísticas han sido desatendidas, y resultado de ello es la carencia de calidad de las tablas que muestran informaciones cotidianas en diferentes medios de comunicación.

Como explica Moore (1991): la Estadística es la ciencia de los datos, y en este sentido las tablas estadísticas cumplen un rol importante en la comunicación y organización de la información. Por esta razón, requieren una mayor atención por parte de la institución

encargada de su enseñanza y de la investigación en Didáctica de la Estadística.

Por todo ello, planteamos realizar este Trabajo Fin de Máster sobre el análisis de la presentación de este contenido matemático en una muestra de textos escolares chilenos dirigidos al alumnado de Enseñanza Básica, centrando la atención en los niveles de 5º a 8º Básico, que es donde se desarrolla en profundidad el tema. Cabe señalar, que los textos que componen la muestra son distribuidos por parte del Estado de forma gratuita a los estudiantes y profesores de Chile, convirtiéndose en un recurso educativo primordial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

A continuación, profundizamos en la problemática de investigación sobre este tipo de representación según su utilidad, el marco curricular del tema, su significado desde el marco teórico de nuestra investigación, concretando con ello los objetivos de este trabajo.

1.2. LAS TABLAS ESTADÍSTICAS

Las tablas, diagramas y gráficos estadísticos son herramientas eficaces para la organización, comunicación y análisis de información, sobre todo cuando se dispone de grandes cantidades de datos (Cazorla, 2002). Burgess (2002) advierte de la importancia de que el estudiante sea capaz de representar datos en una tabla, incorporando en ella más de una variable, pues le permitirá generalizar y con ello establecer conclusiones.

La ventaja de las tablas estadísticas radica en que es una manera sencilla de organizar la información, sin embargo, Duval (2003) sostiene que la aparente facilidad para tratar con este objeto no es tal, por la variedad de tipos de tablas, lo que repercute en que sean leídas de manera diferente. Además, en la construcción de tablas, uno de los principales requisitos a tratar es el listado de datos, porque de esto dependerá el tipo de tabla que se utilice y el nivel de comprensión requerido para su adecuada lectura e interpretación.

La existencia de distintos tipos de tablas estadísticas, precisa de diferentes procesos cognitivos, por lo que resulta importante ofrecer a los estudiantes tareas que puedan abordar la construcción, lectura, análisis e interpretación de tablas estadísticas, enfatizando su diversidad, fortalezas y debilidades. En esta línea Duval (2002) señala dos aspectos fundamentales en cuanto a la construcción y tratamiento de tablas estadísticas, como son, la organización de la propia representación, es decir la componente semiótica asociada a la tabla, y la componente cognitiva, que requiere de un análisis de las cualidades de las tablas y sus relaciones respecto a las diferentes representaciones gráficas. Flores y Moretti (2005) añaden además la importancia de la visualización, para interpretar y analizar una tabla.

Usualmente, las tablas son caracterizadas por la información que administran, clasificada en filas y columnas. Araújo (2008) considera esta representación ventajosa, dado que permite ordenar la información por medio de la intersección de filas y columnas, distribuyéndolas visualmente, lo que la convierte en una distribución gráfica en la que se muestra información cualitativa y cuantitativa que posee un doble eje: horizontal y vertical (Gabucio et al., 2010). Estrella (2014) entiende una tabla estadística como:

[...] un arreglo rectangular con una estructura que comprende un conjunto de filas y columnas [...] permite presentar los datos correspondientes a una o más variables (características del fenómeno bajo estudio) en forma clasificada y resumida, para permitir la visualización del comportamiento de los datos y facilitar la comprensión de la información que se puede extraer (p.6).

1.2.1. IMPORTANCIA DE LA TABLA ESTADÍSTICA PARA EL ESTUDIANTE

La Estadística es ampliamente utilizada en diferentes ámbitos del ser humano, ya que facilita la toma de decisiones. Para que el estudiante valore la presencia de la estadística en su entorno, debemos ponerle en situación de diversidad de fenómenos biológicos, físicos, sociales o políticos que implican procesos estadísticos (Batanero, 2001).

Según Wild, Utts y Horton (2014), la relevancia que está adquiriendo la estadística y probabilidad involucra un reto para educadores y para investigadores en la exploración de maneras de enseñanza y aprendizaje. Cobb (2015) y Ridgway (2015) sugieren una revisión de los planes de estudios de estadística a nivel universitario, en lo que respecta a la formación de pregrado, que se extiende a los lineamientos curriculares de primaria y secundaria, en busca de potenciar el razonamiento y habilidades para tratar con datos.

En este contexto, diversos países han incorporado en sus directrices curriculares contenidos de estadística y probabilidad desde temprana edad, incidiendo de manera particular en el estudio de diferentes tipos de tablas y gráficos estadísticos con el propósito de que los estudiantes desarrollen habilidades y estrategias para analizar, de manera crítica, la información presentada en diferentes lenguajes. El estudio de las tablas estadísticas resulta importante en la formación del estudiante, debido a que es uno de los principales medios para representar información de variados ámbitos. Feinberg y Wainer (2012) afirman que las tablas son el formato más utilizado y continuará su predominancia, especialmente, en el plano de las ciencias, dado que esta representación permite mostrar datos reales, presentes en diversos aspectos de la vida cotidiana.

A pesar de la utilidad de las tablas estadísticas, Koschat (2005) manifiesta que en su enseñanza se priorizan los procedimientos o uso de pautas rutinarias y sobre todo, se centra más la atención en las características que debe poseer un gráfico, pero se descuidan

los aspectos fundamentales para la construcción de una tabla, como son: la elección de las filas y columnas que la componen, la disposición de la información en dichas filas y columnas, la presentación de los datos según el tipo de número utilizado y el uso de elementos gráficos simples para estructurar su presentación.

Una tabla estadística ofrece una estructuración del espacio específica, donde se muestran no sólo números, sino toda la diversidad de relaciones que entre ellos es posible realizar; así, su adecuada construcción permitirá que sea utilizada para trabajar diversidad de conceptos implícitos en ella como, por ejemplo, la asociación, la probabilidad o el estudio de las distribuciones unidimensionales que la conforman (Ortiz, 1999).

Gea (2014) muestra la poca presencia que tiene la tabla de doble entrada en una muestra de 16 textos que se dirigen justamente a la enseñanza de la estadística bidimensional en España, en el tema en que esta representación adquiere toda su entidad. En su estudio encuentra que las tareas se presentan, mayoritariamente, para resolverse con lápiz y papel, lo que quizás motiva que la tabla más utilizada en los textos sea el listado de datos en filas/columnas, denominada en algunos manuales “tabla de frecuencias bidimensional simple”. Esta tabla suele venir acompañada de una columna donde se registra la frecuencia de los datos, si es distinta de uno. Como indica la autora, este enfoque tan limitado de la enseñanza de la tabla de doble entrada en el tema puede deberse a la necesidad de agilizar los cálculos, pues el tiempo disponible para impartir el programa es escaso, aunque, como indica Arteaga (2011), los listados de datos no llegan a representar explícitamente la distribución de la variable bidimensional, y tendrían menor complejidad semiótica que la tabla bidimensional simple con frecuencias o de doble entrada.

Con todo ello se muestra la relevancia de las tablas estadísticas en la formación de los estudiantes, sin embargo su enseñanza y aprendizaje no está exenta de dificultades.

1.3. LAS TABLAS ESTADÍSTICAS EN EL CURRÍCULO

Nuestro trabajo se enmarca en la Enseñanza Básica del sistema educativo chileno, por lo que centramos la atención en los objetivos de aprendizaje propuestos en las bases curriculares decretadas por el Ministerio de Educación de Chile a este nivel (MINEDUC, 2012; 2015). En Chile, la Educación Básica es obligatoria, comprende desde los 6 a los 13 años (1° a 8° Básico), y en nuestro estudio nos interesamos por la enseñanza de las tablas estadísticas desde 5° a 8° Básico (10 a 13 años). A continuación presentamos el análisis curricular del tema en estos niveles educativos, completando el análisis con la revisión de documentos curriculares de otros países como los Principios y estándares para

la matemática del NCTM (2000) y el Proyecto GAISE (Franklin et al., 2005).

1.3.1. LAS TABLAS ESTADÍSTICAS EN EL CURRÍCULO CHILENO

La institución que entrega los lineamientos curriculares en Chile es el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012; 2015). Para la Enseñanza Básica, los documentos curriculares promueven el desarrollo de un pensamiento matemático basado en cuatro habilidades: resolver problemas, representar, modelar y, argumentar y comunicar. También plantean el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), como un apoyo para la organización de información y comunicación de resultados.

El currículo contempla cinco ejes en la asignatura de matemática para los estudiantes de 1° a 6° básico (MINEDUC, 2012): (1) Números y operaciones; (2) Patrones y álgebra; (3) Geometría; (4) Medición; y (5) Datos y probabilidades; mientras que para 7° y 8° básico los ejes son (MINEDUC, 2015): (1) Números; (2) Álgebra y funciones; (3) Geometría; (4) Medición; y (5) Probabilidad y estadística.

Respecto a las tablas estadísticas, los aprendizajes esperados que las incorporan en los ejes de *Datos y probabilidades* (1° a 6° Básico), y *Probabilidad y estadística* (7° Básico a 2° Medio), son detallados en la Tabla 1.3.1.1, donde se puede identificar que en los primeros tres cursos de Enseñanza Básica, se trabaja con tablas de conteo como medio de registro de datos propios del entorno cercano al estudiante. En cuarto curso, se introduce el uso de las tablas de frecuencia, principalmente como medio para construir gráficas, con información emanada de diferentes fuentes o resultados de juegos aleatorios, lo que hace que la herramienta tabular y gráfica sean consideradas como un medio que permita al estudiante establecer conclusiones sobre situaciones problema en diferentes contextos.

En quinto curso se inicia el estudio más profundo de las tablas, puesto que se incorpora el estudio de la tabla de datos de doble entrada, asociada a tareas de completar, interpretar y traducir de lenguaje tabular a gráfico de línea. Esta enseñanza es continuada en sexto curso, donde a partir de información presentada en tablas, los estudiantes deben construir gráficos de doble barra y se incorpora el estudio de los gráficos de tallo y hoja. En séptimo curso aparecen, de manera explícita, las tablas de frecuencias absolutas y relativas, que son utilizadas para registrar datos de una muestra o de experimentos aleatorios. Finalmente, en octavo curso, aparecen las medidas de posición (percentiles y cuartiles) en diferentes tipos de representaciones. Cabe señalar, que los lineamientos recomiendan, en sus objetivos de aprendizaje, la utilización de herramientas tecnológicas, con el objeto de analizar de mejor forma los datos y realizar conjeturas respecto a su comportamiento.

Tabla 1.3.1.1. Objetivos de aprendizaje sobre tablas estadísticas en Enseñanza Básica en Chile (MINEDUC, 2012; 2015)

Curso	Objetivos de Aprendizaje sobre tablas estadísticas
1°	-Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre sí mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas.
2°	-Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas. -Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.
3°	-Realizar encuestas, clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas y visualizarlos en gráficos de barra. -Registrar y ordenar datos obtenidos de juegos aleatorios con dados y monedas, encontrando el menor, el mayor y estimando el punto medio entre ambos.
4°	-Realizar encuestas, analizar los datos y comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos. -Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo.
5°	-Leer, interpretar y completar tablas, gráficos de barra simple y gráficos de línea y comunicar sus conclusiones.
6°	-Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo.
7°	-Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con software educativo. -Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con software educativo: <ul style="list-style-type: none"> • Utilizando frecuencias relativas. -Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con software educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.
8°	-Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles: <ul style="list-style-type: none"> • Identificando la población que está sobre o bajo el percentil. • Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo. -Evaluar la forma en que los datos están presentados

Por último, evidenciamos la presencia de las tablas estadísticas en las actitudes que deben promoverse de manera integrada con los conocimientos y habilidades de la asignatura, en concreto, para la habilidad de *Representar*: “Se espera que los alumnos extraigan información desde el entorno y elijan distintas formas de expresar esos datos (tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, etc.) según las necesidades de la actividad o la situación” (MINEDUC, 2015, p. 97).

1.3.2. PERSPECTIVA INTERNACIONAL

Las tablas estadísticas aparecen como contenido de enseñanza en dos documentos importantes, como son los Principios y Estándares para la Matemática Escolar del NCTM (2000), donde los contenidos de la estadística y probabilidad aparecen como eje

longitudinal denominado *Análisis de Datos y Probabilidad* a través de toda la enseñanza no universitaria, desde la etapa infantil (nivel K-2) hasta la etapa Secundaria y Bachillerato. Y el Proyecto GAISE (Franklin et al., 2005), de la American Statistical Association y la American Mathematical Association of Two Year Colleges, que se fundamenta en los principios y estándares marcados por el NCTM, con el principal objetivo de proporcionar un marco conceptual de educación estadística desde la etapa infantil (nivel K-2) hasta la entrada a la universidad.

En relación al NTCM (2000), el bloque de Análisis de Datos y Probabilidad es incorporado por la necesidad de que los estudiantes tengan habilidades estadísticas, que les permitan ser ciudadanos informados, así como consumidores inteligentes. Los estándares contemplan el estudio de las tablas estadísticas, y sus implicaciones, principalmente, a través de un eje que propone que los estudiantes puedan formular y responder preguntas a través de la recopilación y organización de datos. En los primeros niveles educativos y hasta segundo curso se plantean las siguientes expectativas de aprendizaje (NTCM, 2000, p. 112): “Proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y a su entorno; Ordenar y clasificar objetos de acuerdo con sus atributos y organizar datos relativos a aquéllos; Representar datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos”. En relación a los grados de tercero a quinto, las propuestas relativas a las tablas estadísticas son (NTCM, 2000, p. 180):

Diseñar investigaciones que permitan dar respuesta a ciertas interrogantes y razonar sobre cómo los métodos de recogida de información, pueden afectar al conjunto de datos. Recoger datos de diferentes fuentes (observación, encuestas y experimentos).

- Representar la información recogida en tablas, gráficos de línea, puntos y barras.
- Diferenciar la representación de datos numéricos y categóricos.
- Representar los datos de diferentes formas, comparar y evaluar qué aspectos importantes, de la información disponible, se evidencian de mejor forma con una u otra forma de representación.
- Entregar justificadamente conclusiones y predicciones, basados de los datos recogidos.
- Comparar representaciones diferentes del mismo conjunto de datos, y evaluar cómo cada una muestra aspectos importantes de los datos.

En los grados de sexto a octavo, las propuestas relativas a las tablas estadísticas son:

Antes de llegar a los niveles medios, los alumnos deberían haber adquirido experiencia en la recogida, organización y representación de conjuntos de datos. Asimismo, deberían estar familiarizados tanto con las herramientas para representarlos (tablas, diagramas de puntos, de barras y poligonales), como con las medidas de centralización y dispersión (mediana, moda y rango) (NTCM, 2000, p. 253).

En esta etapa, el docente debe profundizar en el estudio de nuevas representaciones que relacionen poblaciones, muestras, o relaciones entre dos variables dentro de una

población o muestra según las siguientes expectativas (NTCM, 2000, p. 252):

Seleccionar, crear y utilizar representaciones gráficas apropiadas de datos, incluyendo histogramas, gráficos de caja y nubes de puntos, para discutir y comprender la correspondencia entre conjuntos de datos y sus representaciones; así como utilizar conjeturas para formular nuevas preguntas y programar nuevos estudios para contestarlas.

El proyecto GAISE (Franklin et al., 2005) se fundamenta en la importancia de desarrollar el pensamiento estadístico en los estudiantes, enfocando la enseñanza de la estadística como un proceso de investigación en la toma de decisiones, y resolución de problemas que permita desarrollar a los estudiantes un pensamiento multivariado. Centrando la atención en los conceptos fundamentales del pensamiento estadístico, se propone una enseñanza de la estadística activa, mediante el uso de datos reales en contexto, haciendo uso de la tecnología, y donde la evaluación, es un medio que tiene el rol de promover la mejora en el aprendizaje del alumno. Para la formación en educación estadística, se plantea el seguimiento de etapas de enseñanza como: (1) Formulación de preguntas; (2) Recolección de datos; (3) Análisis de datos; (4) Interpretación de resultados. Este marco promueve una educación estadística progresiva, donde el logro de objetivos se mide en tres niveles de desarrollo A, B y C, en el que se contempla el uso de la representación tabular como herramienta de diferente tipo: frecuencias, doble entrada, etc.

Zapata-Cardona (2011) suscribe los principios del proyecto GAISE cuando sugiere enfatizar la enseñanza de la estadística, desde la utilización de datos reales en el desarrollo de la alfabetización y razonamiento estadístico, para promover la comprensión conceptual en lugar de procedimientos algorítmicos; fomentar el aprendizaje activo en las aulas; utilizar la tecnología para el análisis de los datos; y emplear la evaluación como un instrumento de mejora de aprendizajes.

En estos documentos se destaca la importancia de promover el desarrollo de habilidades estadísticas en los estudiantes, con el fin de que cuenten con herramientas que les permitan tomar mejores decisiones en su vida cotidiana y en el futuro.

1.4. MARCO TEÓRICO

En nuestro estudio, nos basamos en los principios que fundamentan el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (en adelante, EOS), que ha sido desarrollado por Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2003; Godino, Batanero y Font, 2007) y ha provisto a la investigación en Didáctica de la Matemática de una colección de herramientas, según el nivel de análisis didáctico a realizar, como es (Godino, 2017): el análisis epistémico y cognitivo de las

entidades primarias, que parte del análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas que constituyen su significado sistémico, propiciando un terreno firme donde se pueda interpretar la naturaleza de los conflictos semióticos que se manifiesten; la elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos; el análisis de las trayectorias e interacciones didácticas; la identificación del sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de enseñanza y aprendizaje (dimensión normativa); y la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio. Cada uno de estos niveles de análisis, que tendrán un peso diferente según el momento del proceso considerado, constituye un modo de análisis didáctico que permite describir, explicar y valorar los procesos de estudio (Font, Planas y Godino, 2010).

Nuestro estudio se enmarca en el primer nivel de análisis, que a continuación concretamos, según los fundamentos teóricos del marco teórico EOS en los que nos basamos para formular los propósitos de nuestra investigación.

1.4.1. SIGNIFICADO DE UN OBJETO MATEMÁTICO

En el EOS se concibe la actividad matemática como un conjunto de prácticas (operativas y discursivas), que permiten el surgimiento de los objetos matemáticos (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007), entendiendo por objeto todo elemento que interviene en los sistemas de prácticas de tipo ostensivo (símbolos, gráficos, etc.) o abstracto (los que surgen al hacer matemática).

La práctica matemática es entendida como todas las manifestaciones (verbal, gráficas, entre otras), empleadas en la resolución de problemas matemáticos, junto con el compartir soluciones, aprobarlas, generalizarlas o transferirlas de contexto. Así, se distingue el tipo de práctica en personal, o compartidas por una institución; en este último caso, se conforma por un grupo de personas implicadas en resolver un mismo tipo de situaciones problema, y que comparten prácticas reguladas por normas y formas de funcionamiento en la propia institución (Godino y Batanero, 1994).

El significado de un objeto matemático es fruto del sistema de prácticas, de índole personal como institucional, que son realizadas a través de dicho objeto matemático y para cada uno de ellos se distinguen diferentes tipos de significados (Figura 1.4.1.1). En el significado institucional se identifica el significado *referencial*, que comprende el sistema de prácticas inherentes al objeto que se tendrá en cuenta en el proceso de enseñanza y aprendizaje, que se vale del saber científico (incluso del desarrollo histórico del objeto matemático), y del análisis de las orientaciones curriculares. El significado

pretendido, referido al significado restringido propuesto a los estudiantes, atendiendo a diversos factores como puede ser el nivel educativo, temporalización, conocimientos previos de los estudiantes, etc. El significado *implementado*, correspondiente al sistema de prácticas realizado de forma efectiva por el profesor en la clase de matemáticas, y puede ocurrir que sean menos que las pretendidas. Finalmente, el significado *evaluado* se refiere a las prácticas que conforman la evaluación del significado adquirido en el proceso de enseñanza y aprendizaje, que debiera ser representativo del significado implementado. En relación al significado personal de un objeto matemático, se identifica el significado *global*, que atañe a los sistemas de prácticas que un sujeto podría desplegar respecto a un objeto matemático; el significado *declarado*, que informa de las prácticas evidenciadas en las tareas de evaluación propuestas por el profesor; y el significado *logrado*, asociado a las prácticas en conformidad con la pauta establecida por la institución. El análisis da cuenta de las modificaciones de significados personales luego de la instrucción.



Figura 1.4.1.1 Significados institucionales y personales (Godino, Batanero y Font, 2007, p.6)

En la descripción de la actividad matemática, nos referimos a una variedad y diversidad de objetos matemáticos que pueden clasificarse atendiendo a su naturaleza, como son (Godino, 2002): *Situación-Problema*, son las aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, que representan las tareas que inducen la actividad matemática; *Lenguaje* o elementos lingüísticos, referidos a los términos, expresiones, notaciones o gráficos; *Conceptos-definición*, dados mediante definiciones o descripciones; *Propiedades* de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados o proposiciones; *Acciones o procedimientos*, del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo); y los *Argumentos*, enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, o bien la solución de los problemas. La interacción de dichos objetos forma configuraciones, que pueden ser de tipo epistémico (si son propias de una institución) y cognitivas (si son específicas del estudiante). A partir de las prácticas, un objeto matemático comprende un sentido y un significado (Ramos y Font, 2006), que es posible clasificar en diferentes clases de

prácticas más específicas, las que provienen de una configuración epistémica. A continuación, describimos brevemente el significado de la tabla estadística según la tipología de objetos matemáticos descritos.

1.4.2. LA TABLA ESTADÍSTICA COMO OBJETO MATEMÁTICO

Como se expuso, anteriormente, es importante disponer de forma organizada de la información de un estudio estadístico, para su correcta interpretación y así dar respuesta a las preguntas planteadas inicialmente, o formular otras nuevas una vez analizada dicha información. Para Koschat (2005), en una tabla, la elección de las filas y columnas que la componen o el tipo de número que se represente, entre otros factores, son primordiales para su construcción e interpretación. Así mismo, constituyen un soporte fundamental en la resolución de tipos de problemas como, por ejemplo, el estudio de una variable estadística bidimensional (Gea, 2014).

Presentamos el análisis de este objeto matemático, según el marco del EOS, en el Anexo 1, por motivos de espacio. En él se describe brevemente las situaciones-problema en las que intervienen las tablas estadísticas; el tipo de lenguaje (términos, expresiones, símbolos, etc.) asociado a la misma, sin olvidar que la tabla estadística constituye un lenguaje por sí misma; los conceptos involucrados en su uso, centrando la atención desde quinto hasta octavo año básico; las propiedades que regulan su uso y contribuyen al crecimiento de su significado (Godino, 2003); los procedimientos (operaciones, algoritmos, estrategias, etc.) que permiten resolver una situación problema; y los tipos de argumentos que permiten validar enunciados sobre tablas estadística, según Recio (1999).

1.5. OBJETIVOS DEL TRABAJO

En las secciones previas se ha descrito el marco teórico que fundamenta nuestro trabajo, estableciendo el significado que la tabla estadística posee bajo dicho marco teórico, la importancia de este objeto matemático para la formación del estudiante, y su concreción curricular en las directrices curriculares chilenas, junto a una perspectiva internacional. Entre otros aspectos, hemos destacado nuestro interés por investigar sobre este tópico, dada su importancia y la necesidad de prestar mayor a este tema, por lo que nos dirigimos a analizar la presentación de la tabla estadística en libros de texto en Chile y nos planteamos, como objetivo general: *Realizar un análisis detallado de la actividad matemática que se propone al estudiante en torno a las situaciones-problema que se plantean mediante representación tabular, en una muestra de textos dirigidos a los últimos cursos de Enseñanza Básica en Chile, con la finalidad de caracterizar el*

significado institucional pretendido en torno a las tareas planteadas en su enseñanza.

Los resultados del estudio serán de utilidad para la comunidad educativa e investigadora, pues informarán del significado institucional pretendido respecto a este contenido matemático, y contribuirán a destacar puntos a mejorar en esta presentación. Podrán también, ser la base para la construcción del significado institucional de referencia, que se utilizará en investigaciones futuras con intención de construir instrumentos de evaluación. Para alcanzar este propósito, planteamos los siguientes objetivos específicos:

O1. Determinar el significado institucional pretendido de las tablas estadísticas en las orientaciones curriculares de Educación Básica en Chile, especialmente en los niveles educativos donde se profundiza en su enseñanza que es de 5° a 8° Básico.

Para conseguir este objetivo, se revisó las directrices curriculares del Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012; 2015), descritas en este Capítulo 1, que han sido comparadas con otras orientaciones curriculares (NCTM, 2010; Proyecto GAISE, 2005).

O2. Profundizar en la investigación sobre tablas estadísticas, y analizar los resultados más relevantes sobre este tópico, principalmente, aquellos vinculadas al análisis de su presentación en textos dirigidos a últimos niveles de Educación Básica.

Las investigaciones previas evidencian la importancia que posee la tabla estadística, en la organización, estructura y comunicación de la información presente en un estudio estadístico, así como para responder a preguntas o plantear otras nuevas en torno a la situación de estudio. En el Capítulo 2, se abordará esta síntesis de investigaciones previas relativas al tema, profundizando nuestra búsqueda en las investigaciones vinculadas a la presentación de tablas en textos dirigidos a últimos niveles de Educación Básica.

O3. Caracterizar el tipo de tabla planteada en las actividades propuestas al estudiante, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica, con la finalidad de analizar su presencia y uso según el nivel educativo.

La importancia de este objetivo se deduce del papel dado a la diversidad de representaciones de los objetos matemáticos por Duval (2002, 2003), por lo que en el Capítulo 3 se analiza el tratamiento que los textos realizan del lenguaje tabular, para conocer el modo en se trata la tabla estadística en los últimos niveles de Educación Básica.

O4. Caracterizar los campos de problemas propuestos al estudiante, en torno a la tabla estadística mediante el análisis del tipo tarea y de la actividad que se pide resolver, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica.

Se pretende analizar los diferentes tipos de tareas que se pide al estudiante (ejemplos, ejercicios resueltos o ejercicios propuestos), así como el tipo de actividad que se plantea,

que puede ser traducir información de una representación a otra, completar una tabla, construirla, inventar variables, etc., el análisis se describirá con detalle en el Capítulo 3.

O5. Caracterizar el nivel de dificultad en la lectura de la tabla que se plantea al estudiante en las actividades propuestas, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica.

En la investigación sobre gráficos estadísticos se propone cuatro niveles de dificultad en la lectura de los mismos (Curcio, 1989, Friel, Curcio y Bright, 2001), que serán considerados en el Capítulo 3 para el análisis de la lectura de la tabla estadística.

O6. Caracterizar el contexto que se propone al estudiante en las actividades sobre tablas estadísticas, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica.

Las aplicaciones de un objeto matemático cobran sentido cuando son utilizadas para resolver situaciones problema en que dicho objeto matemático adquiere significado. Una de las recomendaciones actuales en la enseñanza de la estadística es la integración de la estadística con el contexto (Wild y Pfannkuch, 1999), por lo que el Capítulo 3 contempla el análisis de los contextos de aplicación, planteados en las tareas presentes en una muestra de textos, dirigidos a últimos cursos de Educación Básica, de acuerdo a la caracterización del estudio PISA (Ministerio de Educación, 2009).

O7. Analizar el uso propuesto de la tecnología, en la resolución de las situaciones problema expuestos sobre tablas estadísticas, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica.

Analizamos, además, el uso que se propone de la tecnología en las actividades sugeridas al estudiante, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica. En el Capítulo 3 se describe el análisis realizado, mostrando aquellas técnicas de resolución que, mediante el uso de la tecnología, se muestra en los diferentes textos.

O8. Caracterizar los conflictos semióticos presentados en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica en torno a las tablas estadísticas.

En el Capítulo 3 se describen ejemplos de asignaciones imprecisas de significado a determinados objetos matemáticos, que pudieran provocar un conflicto semiótico en el estudiante, si el profesor no está atento al uso que de ellos se pueda llevar a cabo.

Con el logro de los objetivos específicos descritos, se podrá caracterizar el significado institucional pretendido, en torno a las tareas propuestas en la enseñanza del tema en esta etapa educativa. Además, las implicaciones didácticas serán útiles para profesores en el diseño y planificación de la enseñanza, puesto que los resultados mostrarán el tratamiento de los textos, en torno a las tareas propuestas vinculadas a las tablas estadísticas.

CAPÍTULO 2.

INVESTIGACIONES PREVIAS

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo presentamos un breve resumen de las investigaciones previas que han servido de base, para la realización de nuestro trabajo y permitirán discutir los resultados del mismo. Estos trabajos se organizan en dos secciones principales. En la primera se muestra el análisis de los trabajos más relevantes que se ocupan de estudiar la comprensión del tópico en estudiantes de diversas edades. Los resultados nos informan del nivel y el modo de comprensión de este objeto, y nos alertan de dificultades sobre la forma en que se asigna el significado a las tablas. El segundo grupo de investigaciones, está formado por trabajos que analizan las tablas estadísticas en libros de texto, lo que nos permite identificar variables y obtener resultados de gran interés para nuestro estudio.

2.2. INVESTIGACIONES SOBRE COMPRENSIÓN DE TABLAS ESTADÍSTICAS

En el Capítulo 1 se describe la importancia de la tabla estadística en la formación del estudiante, así como su significado según la diversidad de situaciones-problema, conceptos, lenguajes, procedimientos, propiedades y argumentos asociados a este objeto matemático. En esta sección, resumimos brevemente los resultados más relevantes en cuanto a la comprensión de la tabla estadística puesto que, a pesar de su relevancia, la investigación previa señala que los estudiantes presentan dificultades como es, por ejemplo, que una tabla de frecuencias corresponde a un resumen de datos (Batanero y Godino, 2001), lo que obstaculiza que puedan responder correctamente a preguntas en un estudio estadístico como, por ejemplo, determinar medidas de tendencia central.

Nos referimos a la comprensión de la tabla estadística, en la variedad de situaciones que dotan de sentido a este objeto matemático, como es (Koschat, 2005): representar información numérica a través de datos o resúmenes de datos, utilizar la información de la tabla para ser traducida o transformada a otro tipo de representación (gráfica, modelo, etc.) o interpretar datos actuales según la información que suministra la tabla.

Batanero (2000) nos advierte de algunas dificultades y errores previsibles de los estudiantes al construir o leer tablas estadísticas, en concreto, para datos agrupados en intervalos, donde los estudiantes repetidamente ignoran que tanto en la construcción como en su uso para calcular estadísticos a partir de ellas (e. g. la media), cada uno de estos intervalos puede considerar la misma o distinta amplitud; o la diversidad de

frecuencias que podemos interpretar desde una misma celda, en una tabla de doble entrada (frecuencia doble, condicional a la fila o a la columna), así como al considerar los totales de fila o columna (frecuencias marginales), y las relaciones entre todas ellas.

Para promover la capacidad de interpretar la información de gráficos y tablas, habilidad fundamental en la alfabetización estadística (Gal, 2002; Watson, 2003), Kemp y Kissane (2010) presentan una planificación de enseñanza para ayudar a estudiantes y profesores basada en la taxonomía SOLO (Biggs y Collis, 1982), que proporciona un marco para planificar la enseñanza según niveles de pensamiento. El modelo es progresivo y consta de cinco pasos (Tabla 2.2.1), que los maestros pueden utilizar para desarrollar en sus estudiantes estrategias de interpretación de datos en forma tabular o gráfica.

Tabla 2.2.1. Marco de cinco pasos para interpretar tablas y gráficos (Kemp y Kissane (2010, p. 3)

Paso 1: Comenzando	Mirar el título, los ejes, los encabezados, las leyendas, las notas al pie y la fuente de los datos para conocer su contexto y calidad. Tener en cuenta la información sobre las preguntas formuladas en las encuestas y sondeos, el tamaño de la muestra, procedimientos de muestreo y el error de muestreo.
Paso 2: ¿Qué significan los números?	Saber lo que representan los números (porcentajes, etc.). Buscar los valores más grandes y más pequeños en una o más categorías para obtener una impresión de los datos.
Paso 3: ¿Cómo difieren?	Mirar las diferencias en los valores de los datos en un solo conjunto de datos, una fila o columna o en parte de un gráfico. Esto puede implicar cambios a lo largo del tiempo, o una comparación dentro de una categoría tal como hombre y mujer a lo largo del tiempo.
Paso 4: ¿Dónde están las diferencias?	¿Cuáles son las relaciones en la tabla que conectan las variables? Usar la información desde el Paso 3 para ayudar a hacer comparaciones entre dos o más categorías o marcos temporales.
Paso 5: ¿Por qué cambian?	¿Por qué hay diferencias? Buscar razones para las relaciones que se han encontrado en los datos al considerar factores sociales, ambientales y económicos. Pensar en cambios repentinos o inesperados en términos de políticas de estado, nacionales e internacionales.

Este modelo ha sido implementado con éxito en diferentes niveles educativos, para ello es primordial el uso de datos reales, que sean de interés para el alumno, adaptando el nivel de complejidad y el contenido de la tabla o gráfico de acuerdo al tema que se desee abordar. En Kemp y Kissane (2010) se muestra la experiencia llevada a cabo en secundaria con datos del empleo en Filipinas, según el género, obtenidos desde la Oficina Nacional de Estadística de Filipinas. Los profesores en la experiencia demuestran su utilidad, donde el modelo facilita que los estudiantes interpreten cuidadosamente los datos, a la vez que los cuestionen para extraer el significado de la tabla.

En la enseñanza universitaria, Karazsia (2013) presenta una experiencia para la comprensión de tablas, producto de un estudio experimental con 41 estudiantes de psicología inscritos en un curso de introducción a la estadística. La selección de los

participantes se realizó de forma aleatoria, 22 individuos estuvieron en el grupo experimental y 19 en el grupo control. Los integrantes del grupo experimental, realizaron actividades como la construcción de tablas estadísticas con datos recolectados por los propios estudiantes como: género, edad, estaturas. El grupo experimental demostró una mayor comprensión e interpretación de tablas estadísticas, en comparación al grupo control, en dos diferentes tipos de tareas (una que incorpora datos psicométricos y otra que incluía una matriz de correlación, con un índice de respuestas correctas aproximadas de 76% frente al 55% y del 68% frente al 46% en los grupos experimental y control, y para cada tarea respectivamente) lo que sugiere que la creación de tablas, por parte de los propios estudiantes, contribuye en su correcta construcción e interpretación.

A partir del estudio descrito anteriormente, Karazsia y Wong (2016) realizan una evaluación de este método, a través de un estudio longitudinal durante tres meses. En esta ocasión, la muestra estuvo conformada por 48 estudiantes universitarios, en su mayoría mujeres (65%), pertenecientes a un curso de introducción a la estadística en la titulación de psicología, con una edad promedio de 18,8 años. Se aplicó la misma estrategia del estudio anterior (Karazsia, 2013), con un grupo experimental. Los autores realizaron una evaluación rigurosa de la técnica de enseñanza empleada, obteniendo, una vez más, mejores resultados en los integrantes del grupo experimental, a diferencia del control. Una limitación de este estudio consistió en que no fue posible conformar los grupos de forma aleatoria, sin embargo, esto no repercutió en el éxito mostrado por el grupo experimental, en cuanto a la construcción e interpretación de tablas estadísticas.

Lôbo y Alcântara (2011) realizan una investigación con dos grupos de 30 integrantes cada uno, el primer grupo formado por estudiantes de 1º de la Enseñanza Media Regular (15-16 años) (GT1), mientras que el segundo (GT2) con alumnos del EJA (Educación de jóvenes y adultos) del mismo año escolar de Enseñanza Media. El objetivo fue analizar el desempeño de GT1 y GT2 en actividades de construcción e interpretación de gráficos y tablas. En primera instancia, a los participantes se les aplicó un pre test que contenía cuatro preguntas utilizadas en investigaciones previas (Pagan y Magina, 2010) sobre construcción, lectura e interpretación de gráficas y tablas, para luego comparar los resultados obtenidos por ambos grupos. Respecto a la cuestión que involucraba la construcción de una tabla, el 20% del GT1 respondió de forma correcta, mientras que de los 14 que respondieron en GT2, sólo acertó un 16,6%. En cuanto a la interpretación de una tabla, el mejor desempeño se observa en la lectura literal de la misma (90% frente al 45% de respuestas correctas en los grupos GT1 y GT2, respectivamente) mientras que el

menor desempeño fue en la lectura variacional (cerca del 1% en ambos grupos). Los resultados indican que el grupo GT1 tuvo mejor rendimiento, a diferencia de GT2, también fue posible detectar, a nivel general, que los alumnos presentan mayores dificultades en la construcción, a diferencia de la interpretación de gráficos y tablas.

Martí, Pérez y de la Cerda (2010), exponen una investigación realizada con 153 estudiantes de educación Primaria y Secundaria, de entre 11 y 15 años de edad de cinco escuelas de Barcelona, la cantidad de alumnos de cada curso se compone de: 31 de 5º de primaria, 39 de 6º de primaria, 43 de 1º de secundaria, y 40 de 2º de secundaria, que son justamente los niveles en los que enfocamos nuestra investigación.

En la tarea propuesta a los estudiantes, se pide construir una tabla y un gráfico a partir de un listado de datos de un grupo de personas, el que incluía nombre, apellido, edad y estatura (cm.), teniendo en cuenta los chicos y chicas que miden menos de 130 cm, los que miden entre 130 y 159 cm, los que miden entre 150 y 169, y los que tienen una estatura superior a 169 cm. Respecto a la construcción de la tabla, se espera que los estudiantes comprendan el objetivo de la tarea, lo que conlleva identificar la variable estatura, las frecuencias de chicos y chicas, según los intervalos de altura propuestos, y organizar la estructura de la tabla cruzando ambas variables (estatura y sexo) de acuerdo a los datos.

El análisis de las respuestas, evidencia la debilidad en la construcción de tablas, el mayor porcentaje de logro, en la construcción de tablas, se consiguió en 2º de secundaria (58% de éxito), mientras que el menor porcentaje se presenta en 5º de primaria (26% de éxito), encontrando que el éxito en el desarrollo de la tarea, no se da de modo paralelo al nivel educativo, pues los estudiantes de 6º de primaria obtienen mejor resultado (51% de éxito) que los de 1º de secundaria (33% de éxito). Además, se detecta un alto índice de respuesta en la estrategia de construir la tabla como listado de datos (42%, 31%, 47% y 25% de estudiantes por cada nivel escolar considerado en la investigación, respectivamente).

Para profundizar en el estudio sobre las dificultades de los estudiantes en el desempeño de la tarea, se entrevistó a 8 estudiantes (2 por cada nivel educativo considerado en el estudio) en el que se observa, que las principales dificultades fueron definir y diferenciar las variables, calcular las frecuencias, combinar las variables en forma cruzada en la tabla y distribuir los datos de modo significativo en la tabla, puesto que la disposición en filas y columnas proviene de las categorías de cada variable. También detectaron, que ciertos estudiantes confunden la representación tabular y gráfica.

Con el propósito de evaluar las destrezas en la representación de datos, en estudiantes de últimos niveles de primaria y secundaria, Chick (2004) desarrolla un estudio con 73

chicas de 7º grado (11-13 años) en una escuela privada de Australia. Las estudiantes, al iniciar la experiencia, habían estudiado gráficos (barras y líneas), tablas, datos de series temporales, agrupados y ordenados, y estadísticos simples, incluida la media.

Se realizó un ejercicio práctico, en el que cada participante recibió un listado de datos con los nombres de 16 niños, su actividad favorita, el número de horas de ejercicio por semana y la cantidad de comida rápida consumida por semana. El conjunto fue construido para que hubiese asociación entre las dos variables numéricas (horas de ejercicio y número de comida rápida consumida, por semana), entre la variable categórica (actividad favorita) y la variable numérica horas de ejercicio por semana.

La tarea consistía en que las alumnas pudieran relacionar las variables, y representar sus argumentos basados en dos preguntas formuladas sobre el conjunto de datos: 1) si quien come mucha comida rápida no parece hacer mucho ejercicio o 2) si quien tiene una actividad favorita más activa, practica más ejercicio durante la semana. La autora propone un marco de 10 técnicas de transnumeración, que podrían facilitar la representación de datos, pues implican un cambio en la representación al generar una nueva variable, estructurar los datos de manera distinta, o representarlos de modo gráfico.

Las respuestas de ambas tareas relacionadas con la asociación fueron clasificadas atendiendo a su corrección, y los tipos de técnicas utilizadas. Se aplicaron cinco niveles de clasificación: 0) los datos no son tratados de modo multivariante; 1) no se aprecia la asociación, reproduciendo en algunos casos los datos desde otros puntos de vista; 2) se resalta aspectos relativos a la asociación; 3) se clasifica o agrupa los datos por lo que la asociación se manifiesta, aunque de modo parcial; y 4) se representa la asociación.

Los resultados mostraron que la mayoría de las producciones priorizan la representación gráfica (85% de las respuestas), a pesar que el 9% no responde, y el 10,3% se encontraron en un nivel 0, las chicas son capaces de representar datos multivariados con diferentes niveles de éxito: 32% asociaron sólo las dos variables numéricas, 34% vincularon además la variable categórica y la numérica, y el 15% relacionó las tres variables; aunque sus técnicas para representar los datos no siempre eran adecuadas, pues pasaban por alto técnicas simples como ordenar y agrupar datos, lo que podría haber mejorado sus representaciones, así, los niveles 3 y 4 se alcanzan en un 8% en quienes sólo asociaron dos variables numéricas, un 12% en quienes además asociaron la variable numérica y categórica, y en un 6% en las que relacionaron las tres variables.

Se destaca, como resultado, que las técnicas utilizadas por los estudiantes corresponden con las 10 identificadas por la autora, por lo que el marco propuesto de técnicas de

transnumeración es útil, y factible de desarrollar en la enseñanza a este nivel, para el caso de representaciones de pocos datos, como los planteados en esta investigación.

Con base en el marco propuesto por Chick (2004), mediante las 10 técnicas de transnumeración, Estrella y Olfos (2015) investigan el pensamiento transnumerativo de dos cursos de tercer grado de primaria (7 a 9 años), conformados por 38 y 42 alumnos respectivamente. Se implementó una tarea de análisis de datos, que buscaba evidenciar el surgimiento de tablas de manera previa a su enseñanza explícita.

Se planteó un contexto de interés, mediante datos reales recogidos por los propios estudiantes (cantidad de colaciones consumidas en la escuela), representados en modo de íconos en una lámina de datos, que se entregó para analizar en el aula y establecer si los estudiantes se encontraban en situación de riesgo de sufrir alguna enfermedad.

Las producciones de los estudiantes, dieron evidencia de la presencia de siete de las diez técnicas propuestas por Chick (2004), las que fueron empleadas por los aprendices para representar los datos, aunque sólo 5 de los 80 participantes representaron una tabla de frecuencias. Se reconocen técnicas de transnumeración fundamentales (agrupamiento, cálculo de frecuencia y tabulación), razones que motivan a los autores a sugerir la enseñanza de tablas de frecuencias, de manera explícita, en la escuela a través de la organización de datos reales.

Niveles de lectura y de complejidad

Es importante considerar los niveles que diversos autores han descrito para la lectura de gráficos y para su construcción, puesto que estos mismos niveles se pueden extender a las tablas estadísticas. Tanto los gráficos como las tablas son objetos semióticos complejos, y pueden plantearse preguntas de diferente dificultad, sobre la información que recogen. Así, autores como Curcio (1989) y Friel, Curcio y Bright (2001), distinguen cuatro tipos de niveles de lectura referidos a la tipología de procedimientos asociados a una tabla como es la lectura literal (*leer los datos*); la lectura de información que no viene directamente representada en la tabla e implica realizar operaciones aritméticas o comparaciones (*leer dentro de los datos*); obtener información mediante inferencias o razonamientos (*leer más allá de los datos*); y la valoración crítica de conclusiones, o de la recogida y tratamiento de la información (*leer detrás de los datos*).

Al respecto, Díaz-Levicoy, Sepúlveda, Vásquez y Opazo (2016) observan la escasa capacidad que posee una muestra de 121 futuras maestras de Educación Infantil en la lectura de tablas estadísticas, pues su nivel de lectura se encuentra mayoritariamente en los dos primeros niveles (*leer los datos* y *leer entre los datos*).

Adicionalmente, para valorar la complejidad semiótica de un gráfico, Arteaga (2011) define los siguientes niveles:

Representar solo algunos datos aislados, cuando en la tabla sólo se representan algunos valores de la variable, pero no todos.

Representación de un conjunto de datos uno a uno, en este nivel se representa todos los valores de la variable, pero a modo de listado, sin considerar la frecuencia de los datos.

Representación de una distribución de frecuencias. Junto a cada valor de la variable se representa su frecuencia, por lo que se considera la distribución de la variable.

Representación de dos o más distribuciones. Se trata del más alto nivel de complejidad semiótica establecido, en el que son representadas varias distribuciones.

Lectura de tablas de doble entrada

Espinel y Antequera (2009), en un estudio realizado con 72 estudiantes de secundaria (15 y 16 años), plantean cuatro actividades (14 ítems) extraídas de pruebas PISA (MEC, 2005) las que involucran tablas de doble entrada para leer, organizar datos y extraer información de ellas, con diferentes niveles de complejidad. Se analiza, las producciones de 44 integrantes de la muestra, caracterizados por responder a la totalidad de actividades. Se evidencia que logran leer y extraer información desde la tabla de doble entrada, no obstante, siguen procesos de razonamiento y heurísticos propios, como ensayo y error, y muestran dificultad en su construcción, en la que debe tener en cuenta filas y columnas, con especial atención si interviene algún orden o prioridad para la adecuada elaboración. Por otra parte, Walichinski y Junior (2013) en Brasil, llevan a cabo una investigación con 22 estudiantes de 7º grado (12 años), con el fin de evidenciar cómo la aplicación de una secuencia contextualizada puede contribuir en el aprendizaje de tablas y gráficos. El estudio se desarrolló en tres momentos: aplicación de un pre test; desarrollo de la secuencia didáctica con los estudiantes, y finalmente aplicar nuevamente el test inicial, con el objeto de contrastar ambos resultados y evaluar el impacto de la secuencia aplicada. En dos de los cuatro ítems que componían el test, se hacía uso explícito de una tabla de doble entrada, uno de los ítems pedía traducir desde un gráfico de barras dobles a una tabla de doble entrada, mientras que el otro, solicitaba la obtención de información desde la tabla de doble entrada, además de construir un gráfico de barras dobles.

En la etapa inicial de la investigación (pre-test), para el ítem de traducir un gráfico de barras dobles a una tabla de doble entrada, los participantes que abordaron la tarea de la construcción de la tabla (22,3%) no tuvieron éxito, y el resto respondió representando nuevamente gráficos de barras o no contestaron. En cuanto al ítem de lectura de la tabla,

el 59% respondió correctamente, mientras que al representar la gráfica de barras apiladas a través de la tabla de doble entrada, sólo un 9% logró con éxito construir el gráfico de barras pedido, evidenciándose la escasa capacidad de los estudiantes por convertir una representación tabular a una gráfica, donde cerca del 41% no respondió a la tarea y de aquellos que la afrontaron, el 50% no logró éxito en la representación. Los errores que aparecieron con mayor frecuencia en las producciones, se refieren al título, categoría de los ejes, o la fuente de los datos en las tablas y gráficos.

Tras el trabajo estadístico en el aula, mediante una intervención con datos recolectados por los propios estudiantes (asignatura preferida, gusto por la matemática, deporte favorito y género), en el segundo momento, los investigadores observaron que los estudiantes priorizan la representación gráfica respecto a la tabular. Además, constataron las dificultades de construcción en ambas representaciones, lo que ya había sido alertado en los resultados del pre test. La intervención en el aula, en la que se trabajó la construcción de gráficos y tablas, fue considerada exitosa porque permitió a los estudiantes, revertir de manera positiva los resultados obtenidos en el pre test, lo que fue evidenciado en el rendimiento de los alumnos en el test final, los que en las actividades expuestas anteriormente mostraron sobre un 73% de respuestas correctas.

2.3. INVESTIGACIONES SOBRE ANÁLISIS DE LIBROS DE TEXTO

La investigación en libros de texto, dirigidos a estudiantes de 10 a 13 años sobre gráficos estadísticos es mucho más abundante respecto a las tablas estadísticas.

Arteaga (2011) analiza el tipo de gráfico, actividad pedida, nivel de lectura y nivel de complejidad semiótica en una serie completa de libros de texto españoles de Educación Primaria, encontrando que el gráfico de barras adquiere gran relevancia, con poco peso de otros gráficos concretados a nivel curricular, y que los niveles de lectura más frecuentes son los niveles intermedios. Se obtienen conclusiones similares en Díaz-Levicoy y Arteaga (2014) en libros de texto chilenos de 7º grado; Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y López-Martín (2015) en libros de texto de primaria en Chile; y Díaz-Levicoy, Giacomone y Arteaga (2017) en libros de texto en Argentina.

Por otra parte, Díaz-Levicoy, Morales y López-Martín (2015) analizan las tablas estadísticas en cuatro libros de texto chilenos de 1º y 2º de Educación Básica, dos son editados por Santilla, mientras que los restantes por el MINEDUC, seleccionados mediante concurso público y distribuidos, gratuitamente, a escuelas municipales y subvencionadas. Para el análisis consideraron las variables: tipo de tabla (datos, conteo,

frecuencia y doble entrada), y nivel de lectura requerido, obteniendo como resultado el predominio de las tablas de conteo, con un 74%, seguida por las de frecuencias con un 19%; de manera particular, en los textos editados por Santillana las tablas de conteo alcanzan alrededor de un 83% respecto al 42% en los textos del MINEDUC, donde se muestra un reparto más equilibrado en cuanto a tareas con tablas de frecuencias (50%), y tablas de doble entrada (17%), las que no son consideradas por la editorial Santillana.

Respecto al nivel de lectura, la mayoría (55%) de las actividades se posiciona en el *leer dentro de los datos*, que va asociado al desarrollo de cálculos o comparaciones, seguido por el *leer los datos* (45%). Así también, observan diferencias entre los textos de ambas editoriales, como una mayor cantidad de actividades de lectura dentro de los datos en los textos del MINEDUC (75% de actividades para 2º curso).

Guimarães, Gitirana, Cavalcanti y Marques (2008), examinan las actividades que involucran gráficos y tablas en textos de matemática de 1º a 5º de la Enseñanza Fundamental (7 a 11 años) en Brasil, aprobadas por el Programa Nacional de Evaluación del Libro Didáctico (PNLD) de 2004. Este análisis poseía las variables: serie, colección, el tipo de representación utilizada, habilidades explotadas, tipo de análisis solicitado al alumno, tipo de datos, contextos, y contenido matemático. Se detectó una mayor cantidad de actividades que involucraban tablas, en comparación con gráficos, y además existía escasez de tareas que propiciaran la construcción, ya sea de tablas o gráficos.

Finalmente, Bivar y Selva (2011) analizan cinco colecciones de libros de texto de matemáticas, utilizados los primeros años de primaria en Brasil. En ellos examinaron, las actividades propuestas que involucran gráficos y tablas, particularmente las referidas a completación de datos, interpretación, construcción y transformación de la tabla a gráfico y viceversa. Al igual que el estudio de Guimarães et al. (2008) se observa, una mayor cantidad de actividades basadas en tablas a diferencia de gráficos, mientras que el tipo de actividad basada en tablas que predomina es la de completar datos, seguidas de la interpretación. Actividades como la construcción de gráficos y tablas, son minoritarias o ausentes, también se revela la ausencia de tareas de traducción entre ambas representaciones. Del estudio realizado, se desprende la importancia de proponer actividades de construcción de gráficos y tablas, junto con la traducción entre ellas, puesto que la investigación nos advierte de sus dificultades en los estudiantes, y el libro de texto es un recurso muy utilizado en la enseñanza, por lo que la poca variedad de actividades propuestas, y su repetición no favorece el desarrollo del razonamiento estadístico.

CAPÍTULO 3.

ANÁLISIS DE TEXTOS

3.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo, se describe el estudio realizado sobre la presentación de las tablas estadísticas en una muestra de libros de texto de matemáticas, dirigidos a estudiantes de 5° a 8° curso de Educación Básica en Chile (MINEDUC, 2012, 2015). Dada la escasez de antecedentes de investigación referidos a este objeto matemático, nuestra investigación complementa la literatura investigativa descrita en el Capítulo 2.

Los resultados del análisis de las investigaciones previas consultadas, informan de la complejidad y dificultad que muestran los estudiantes en la lectura y comprensión de tablas, lo que también se extiende en problemas en su construcción, y la traducción de gráfico a tabla o viceversa. Este análisis, junto a la revisión curricular descrita en el Capítulo 1, nos permite evaluar el significado institucional pretendido de la tabla estadística, según las situaciones problema propuestos a los estudiantes de Educación Básica en Chile. A continuación, se describe la metodología del estudio, las situaciones problema planteadas en los textos analizados, según las principales variables que influyen en ellas, así como el contexto y el uso de la tecnología propuesto para su resolución, finalizando con la identificación de algunos conflictos semióticos potenciales.

3.2. MÉTODO

El presente estudio se desarrolla bajo un enfoque cualitativo, que provee de una comprensión en profundidad de los datos, además de una riqueza interpretativa (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), en la que se estudia con detenimiento la naturaleza de las realidades analizadas, en nuestro caso el libro de texto (Cook y Reichardt, 2000), en lugar de utilizar una muestra más amplia (López, 2002).

Se trata de un proceso de investigación de tipo inductivo, (Bisquerra, 1989), con objeto de descubrir generalizaciones a partir de observaciones sistemáticas de las realidades analizadas. La investigación es descriptiva, pues se limita a observar y describir las situaciones problema en los textos analizados, sin manipular ninguna variable, en la que se empleará el análisis de contenido, como análisis metodológico profundo de textos en su contexto, siguiendo etapas (Mayring, 2000) y de modo sistemático, puesto que el objetivo es inferir y describir la inferencia de conocimientos relativos a las condiciones de producción, por medio de indicadores, los que pueden ser cuantitativos o no (Bardin, 1996). Para ello, la revisión bibliográfica descrita en el Capítulo 2, y el marco teórico

aplicado en nuestra investigación, nos permiten definir las categorías de análisis y comprobar su validez (Ghiglione y Matalón, 1989). Se siguió el método utilizado por Gea (2014) para analizar el contenido de correlación y regresión, en una muestra de textos de Bachillerato donde, elegidos los libros y el tema correspondiente, se realiza lecturas para establecer los párrafos que constituirían la primera unidad de análisis. A través de un proceso cíclico e inductivo, se examina en el contenido de dichos párrafos, las variables de análisis para confeccionar un listado de categorías en cada variable, y describir con ejemplos cada posible presentación. Durante el análisis se registra, de manera paralela, los posibles conflictos semióticos observados en los textos analizados, finalizando con la elaboración de tablas para resumir los resultados y obtener conclusiones.

3.2.1. MUESTRA DE TEXTOS ANALIZADOS

La muestra está constituida por doce textos dirigidos a estudiantes de 5° a 8° curso de Educación Básica de Chile, que atienden al marco curricular vigente (MINEDUC, 2012; 2015). Por cada nivel educativo se analiza tres textos, que están dirigidos a la comunidad educativa con distinta finalidad: el texto del estudiante, que podemos considerar como libro de texto de aula, en el que se desarrolla la materia por cada unidad didáctica según la diversidad de objetos matemáticos implicados en el tema; el cuaderno de ejercicios, que complementa al anterior y se enfoca más al trabajo autónomo del alumno en el estudio de cada unidad didáctica; y la guía didáctica para el docente, que orienta la gestión del profesor en el aula, para cada una de las unidades didácticas que conforman el libro de texto y el cuaderno del estudiante.

Los textos analizados son publicados el 2017, están vigentes en las aulas de Educación Básica, y son distribuidos de manera gratuita por el Estado a todos los estudiantes y profesores pertenecientes a la educación pública y sistema particular subvencionado del país; también es posible acceder a ellos, en formato digital, a través de la página del Ministerio de Educación (<http://www.textosescolares.cl/>), pues son textos de uso público financiados por el propio Ministerio de Educación como material pedagógico, y fueron publicados por editoriales como Santillana (5° y 6°) y SM (7° y 8°).

Dado que la muestra es intencional, motivada por los propósitos de la investigación como es, analizar la actividad matemática en torno a las tablas estadísticas en los textos dirigidos a Educación Básica, no se persigue generalizar los resultados obtenidos a otros textos, sin embargo, es posible de realizar una comparabilidad y traducibilidad en términos de Goetz y Lecompte (1998), dado que la terminología que utilizamos en la investigación se

soporta en un marco teórico normalizado, descrito con detalle en el Capítulo 1, así como la muestra de libros analizados, pudiendo así comparar los resultados con estudios relacionados. La Tabla 3.2.1.1, muestra los códigos asignados a los textos utilizados.

Tabla 3.2.1.1 Libros utilizados en el análisis

Código	Referencia
S1	Kheong, F. H., Soon, G. K., y Ramakrishnan, C. (2017). <i>Texto del estudiante Matemática 5° básico</i> . Santiago: Marshall Cavendish Education.
S2	Kheong, F. H., Soon, G. K., y Ramakrishnan, C. (2017). <i>Cuaderno de ejercicios Matemática 5° básico</i> . Santiago: Marshall Cavendish Education.
S3	Kheong, F. H., Soon, G. K., y Ramakrishnan, C. (2017). <i>Guía didáctica del docente – Tomo 2 Matemática 5° básico</i> . Santiago: Marshall Cavendish Education.
S4	Maldonado, L., y Castro, C. (2017). <i>Texto del estudiante Matemática 6° básico</i> . Santiago: Grupo Santillana de ediciones.
S5	Castro, C. (2017). <i>Cuaderno de ejercicios Matemática 6° básico</i> . Santiago: Grupo Santillana de ediciones.
S6	Juillet, I., y Martínez, M. (2017). <i>Guía didáctica del docente – Tomo 2 Matemática 6° básico</i> . Santiago: Grupo Santillana de ediciones.
SM1	Merino, R., Muñoz, V., Pérez, B., y Rupin, P. (2016). <i>Texto del estudiante Matemática 7° básico</i> . Santiago: Ediciones SM.
SM2	Santis, M. (2016). <i>Cuaderno de ejercicios Matemática 7° básico</i> . Santiago: Ediciones SM.
SM3	Raydoret del Valle, J. (2016). <i>Guía didáctica del docente Matemática 7° básico</i> . Santiago: Ediciones SM.
SM4	Catalán, D., Pérez, B., Prieto, C., y Rupin, P. (2016). <i>Texto del estudiante Matemática 8° básico</i> . Santiago: Ediciones SM.
SM5	Muñoz, V., y Chacón, A. (2016). <i>Cuaderno de ejercicios Matemática 8° básico</i> . Santiago: Ediciones SM.
SM6	Muñoz, V., y Manosalva, C. (2016). <i>Guía didáctica del docente Matemática 8° básico</i> . Santiago: Ediciones SM.

3.3. ANÁLISIS DE LAS SITUACIONES PROBLEMA

La actividad matemática, analizada en la muestra de textos en torno a las tablas estadísticas, pertenece al bloque de “*Datos y Probabilidad*” (5° y 6° Básico) y “*Estadística y Probabilidad*” (7° y 8° Básico). Centramos la atención en las situaciones problema propuestas en dichos textos, pues como indica Godino (2002), las situaciones problema son las que promueven y contextualizan la actividad matemática, junto con las acciones, que constituyen el componente práctico de las matemáticas. De este modo, los objetos matemáticos emergen de las prácticas, personales o institucionales, al resolver cualquier tarea, ejercicio o actividad (Godino, Batanero y Font, 2007).

El primer paso fue identificar en los textos las situaciones problema en donde se hace uso de la tabla estadística, bien como fin u objeto de estudio en sí misma, o como herramienta para responder a otro tipo de cuestiones. En esta etapa diferenciamos, siguiendo a Ortiz (1999), si la tarea se trata de un ejemplo o ejercicio (resuelto o a resolver por el estudiante). Una vez identificadas las situaciones problema, se da paso a un análisis más

profundo en cuanto al nivel de lectura, y complejidad semiótica de la tabla estadística presentada, la actividad pedida, el contexto en que es planteada, el uso de la tecnología para su resolución, además de conflictos semióticos potenciales. A continuación, describimos cada una de estas variables analizadas junto a los resultados obtenidos.

3.3.1. TIPO DE TABLA

Encontramos diferentes tipos de tablas estadísticas en los textos analizados, cuya presencia se organiza, principalmente, según el nivel educativo. En los primeros niveles educativos, la tabla estadística se suele presentar como un medio para organizar la información que se suministra en una situación problema, sobre todo para registrar el recuento de elementos, y así poder resumir y comunicar información de la situación de estudio. Posteriormente, encontramos que el lenguaje tabular se formaliza un poco más, y se utiliza para mostrar la variable/es y frecuencias de sus categorías, sobre todo de variables cualitativas y cuantitativas de tipo discreto. A medida que se progresa en el nivel educativo, aparecen tablas estadísticas más complejas, que muestran diversos tipos de frecuencias así como tablas de doble entrada.

Podemos hablar, en términos de Arteaga (2011), del nivel de complejidad semiótica en que son presentadas las tablas estadísticas en los textos analizados, que se trata de una variable analizada en su investigación sobre gráficos estadísticos. El autor analiza esta variable y la mide en cuatro niveles, en relación a la riqueza de objetos matemáticos necesarios para la construcción y lectura de un gráfico. A continuación, se describe los niveles considerados por el autor, y su aplicación en el caso de nuestra investigación sobre tablas estadísticas, según la tipología de tablas encontradas en los textos.

Tabla de representación de datos individuales.

Este tipo de tabla se hace corresponder con el nivel de complejidad 1, el más bajo descrito en Arteaga (2011). Se corresponde con la representación de datos de manera aislada de una variable. No aparece en nuestro estudio, puesto que las tablas estadísticas presentes en los textos analizados no son referidos a datos aislados, sino que los valores representados en ellas tienen relación entre sí, ya que, en su conjunto, se refiere a elementos que comparten información que describe a la variable que es registrada. Luego, no se detectó actividades que obedezcan a este nivel de clasificación.

Tabla de datos (o listado) de una o más variables estadísticas.

Se utiliza, mayoritariamente, en los primeros niveles educativos y sirve para introducir al estudiante en la construcción, uso y lectura del lenguaje tabular, son utilizadas para

registrar la información de la situación problema. Los datos de la tabla son apuntados, a modo de listado, y no se consideran frecuencias puesto que no emerge el concepto de distribución en la situación problema planteada.

Este tipo de tabla se hace corresponder con el nivel de complejidad semiótica de tipo 2, descrito por Arteaga (2011), donde no se muestra la idea de frecuencia asociada a cada dato y, por tanto, no emerge el concepto de distribución. Este tipo de nivel de complejidad semiótica se hace corresponder con tablas donde se registra información de elementos para una o múltiples variables estadísticas, puesto que para cada elemento se apunta información de cada una de ellas según las columnas (filas) que se registren. Así, en una disposición de variables por columnas, en la primera de ellas aparece la lista de elementos de los que se registra la información, mientras que en las siguientes columnas se presenta la información (datos cualitativos o cuantitativos) de las variables anotadas para cada uno de los elementos. La función de esta tabla consiste en facilitar la visualización de la vinculación de las variables representadas, por la propia disposición de las celdas de la tabla. Es decir, por cada fila y columna se localiza la información de un dato.

La Figura 3.3.1.1 es un ejemplo de este tipo de tabla, en ella se registra el peso de Pedro durante cinco meses de manera horizontal. Se pide decidir, justificadamente, el tipo de gráfico más apropiado para representar esta información.

4. Elige un tipo de gráfico para presentar los datos registrados en cada tabla. Explica tu elección y representa los datos en el gráfico elegido.

b.

Masa corporal de Pedro					
Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
Masa (kg)	78	80	82	82	81

Figura 3.3.1.1. Ejemplo de tabla de datos ([S1], p. 296)

La Figura 3.3.1.2, muestra una tarea en que el estudiante debe construir un diagrama de tallo y hojas con las notas de cada alumno, a partir de la tabla de datos donde la variable “Evaluación en Matemática” es registrada para diferentes estudiantes.

5. Interpreta la información de la siguiente tabla en la que se muestran las calificaciones obtenidas por Ramón, Sofía y Carlos en Matemática. Luego, responde.

Calificaciones en Matemática			
Evaluación	Nombres		
	Ramón	Sofía	Carlos
1	4,5	6,0	5,6
2	6,2	4,4	4,5
3	5,5	4,3	6,7
4	4,7	4,3	6,3
5	4,8	5,0	5,4
6	6,5	6,1	6,6
7	6,2	5,9	5,8
Trabajo investigación	6,0	6,6	5,5

- a. Completa el diagrama de tallo y hojas para cada estudiante.

Figura 3.3.1.2. Ejemplo de tabla de datos ([S5], p. 106)

Tabla de frecuencias absolutas de una variable estadística.

En esta categoría son consideradas las tablas que presentan la distribución de una variable estadística, mediante frecuencias absolutas. Está formada por dos columnas (o filas), en

la primera de las cuales son mostrados los valores, o categorías de la variable (x_i , para $i = 1, \dots, k$), mientras que en la segunda se representa la frecuencia absoluta (f_i , para $i = 1, \dots, k$), de cada modalidad de la variable.

En investigaciones previas, este tipo de tablas se han diferenciado en dos tipos, según se incluya o no una columna (o fila) de registro de conteo, denominadas en este caso “tablas de conteo” (Díaz-Levicoy et al., 2015). Como la presencia de este tipo de tablas es escasa, no consideramos esta diferenciación, pensamos que esta situación se debe a que analizamos textos de niveles medios y superiores, mientras que las tablas de conteo se orientan fundamentalmente a los primeros niveles de Educación Básica.

La tabla de frecuencias absolutas ofrece una estructura de relaciones que va más allá del mero listado de datos. De acuerdo a Arteaga (2011), este tipo de tabla se hace corresponder con un nivel de complejidad semiótica de tipo 3, puesto que en ella se representa la distribución de frecuencias de una variable.

7 Analiza la tabla y responde las preguntas.

Número de revistas compradas	
Cantidad de personas	f
1	9
2	12
3	7
4	12
Total	40

- ¿Cuál es la variable en estudio?
- ¿Cuál es el rango?
- ¿Cuántas personas compraron menos de 3 revistas?

Figura 3.3.1.3. Ejemplo de tabla de frecuencias absolutas ([SM1], p. 305)

Como ejemplo, en la Figura 3.3.1.3 se expone una tarea que pide identificar la variable de estudio, su rango y la frecuencia acumulada de un dato a partir de la propia tabla.

Otro prototipo lo encontramos en una actividad (Figura 3.3.1.4) en que se pide determinar el intervalo donde se encuentra el percentil 23 y el 45, e interpretar dichos valores. El trabajar con tablas de agrupación de valores en intervalos es un primer paso en el estudio de variables aleatorias continuas; la interpretación de la frecuencia de un rango facilita esta comprensión, que se abordará en la distribución en intervalos de estas variables.

La tabla muestra la cantidad de gasolina que consume una flota de camiones diariamente.

Consumo de gasolina de la flota de camiones	
Gasolina (litros)	Cantidad de camiones
[10, 20[8
[20, 30[15
[30, 40[11
[40, 50[17
[50, 60]	25

- ¿En qué intervalo se encuentra el percentil 23? ¿Cómo puedes interpretar este valor?
- ¿En qué intervalo se ubica el percentil 45? ¿Qué significa este valor?

Figura 3.3.1.4. Ejemplo de tabla de frecuencias absolutas ([SM4], p. 330)

Tabla de frecuencias absolutas, relativas, etc. de una variable estadística

Consideramos significativo distinguir este tipo de tabla de la descrita anteriormente, porque en ella se añaden columnas (o filas) en que se registra otro tipo de frecuencias de

las modalidades de la variable unidimensional. Como indicamos en el caso anterior, se trata de tablas con un nivel de complejidad semiótica de tipo 3, puesto que en ella se representa la distribución de frecuencias de una variable. Este tipo de tablas estadísticas, son consideradas una herramienta útil para el desarrollo de otros conceptos, como el de probabilidad, pues la frecuencia relativa es la base de la noción frecuencial de la probabilidad, entendiendo la probabilidad de un suceso como el límite, al que tiende su frecuencia relativa en un gran número de ensayos repetidos, en iguales condiciones (Ortiz, 1999).

La Figura 3.3.1.5 expone una tabla de frecuencias, con los resultados obtenidos al lanzar 200 veces un dado cúbico, la tarea consiste en completar la tabla con las frecuencias relativas asociadas a la variable, y posteriormente establecer el valor al que tienden dichas frecuencias, cuando se realiza muchas veces el mismo experimento.



Figura 3.3.1.5. Tabla de frecuencias de una variable estadística ([S5], p. 128)

En los niveles superiores de Educación Básica, es donde encontramos mayor número de tablas de este tipo. Otro ejemplo es la Figura 3.3.1.6, la que muestra una actividad en la el estudiante debe completar la tabla con las frecuencias: absolutas, acumuladas, relativas (decimal, fracción, y porcentual), para luego responder a preguntas como: el tipo de variable involucrada, la modalidad con mayor frecuencia absoluta, y el total de la muestra. En el estudio realizado, también se analizó si las tablas presentaban o no la frecuencia absoluta junto a la relativa o porcentual. Decidimos que esta distinción no era significativa, puesto que se trata de tablas dirigidas únicamente a los niveles de 7º y 8º y en un índice de aparición muy bajo (10 o 12 tareas en el total de textos analizados).

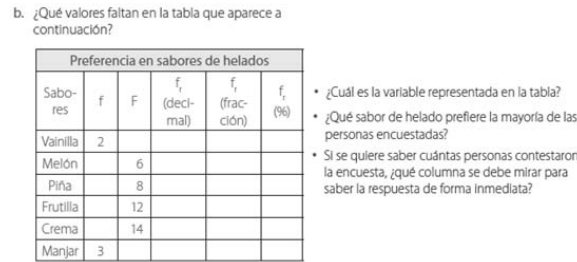


Figura 3.3.1.6. Tabla de frecuencias de una variable estadística ([SM2], p. 129)

Tabla de doble entrada de dos variables estadísticas

Este tipo de tabla posee el mayor nivel de complejidad semiótica descrito por Arteaga

(2011), pues permite comparar la distribución de dos variables estadísticas unidimensionales (X e Y) cuyas categorías se cruzan en las celdas de la tabla. Los encabezados de la tabla se refieren a las modalidades de las variables unidimensionales que conforman la variable estadística bidimensional, encontrando tantas filas y columnas como modalidades presenten dichas variables.

El nivel de complejidad semiótico es alto, tanto en su lectura como en su construcción, puesto que establecen muchas relaciones en la propia tabla, lo que es preciso diferenciar. Por una parte, en la tabla se distinguen tres tipos de frecuencias: absoluta conjunta (doble), absoluta marginal a la fila o a la columna, así como las derivadas de las mismas (relativa, porcentual, etc.). De la misma manera, es posible diferenciar tres tipos de distribuciones, considerando las modalidades en la tabla como es la distribución conjunta o bidimensional de (X , Y), distribución marginal en X o en Y , así como las distribuciones condicionadas de X o Y en fila como en columna. En algunos casos, encontramos que la tabla incluye los totales para facilitar los cálculos de las operaciones pedidas.

En este sentido, la Figura 3.3.1.7 expone una tabla de doble entrada 2×2 , la que relaciona las variables sexo (hombre y mujer) y especialidad (mecánica y contador). En la tarea, el estudiante debe calcular la probabilidad de determinados sucesos.

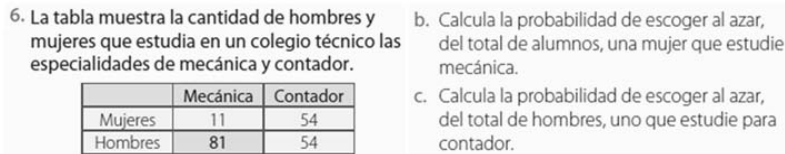


Figura 3.3.1.7. Tabla de doble entrada de dos variables estadísticas ([SM2], p. 348)

En este tipo de tablas, también es posible representar variables cuantitativas continuas, como en la Figura 3.3.1.8, donde se debe decidir de manera argumentada la verdad o falsedad de afirmaciones, basadas en la lectura de la información que suministra la tabla.

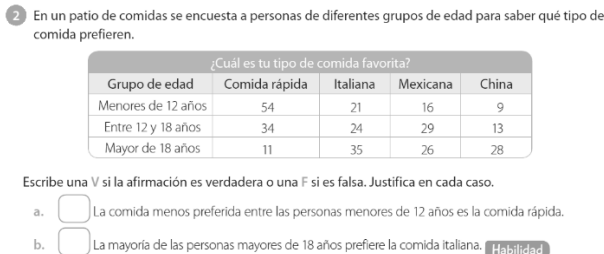


Figura 3.3.1.8. Tabla de doble entrada de dos variables estadística ([S1], p. 183)

La Tabla 3.3.1.1 resume los resultados obtenidos del análisis de la distribución del tipo de tabla estadística, según el nivel educativo en el que es presentada. Los resultados son mucho más precisos, que si se hubiese considerado únicamente el nivel de complejidad semiótica, utilizado por Arteaga (2011) para caracterizar la complejidad de los gráficos

estadísticos. Así, en el nivel 2 se encuentra el tipo de tabla de datos, en el nivel 3 el tipo de tabla de frecuencias, tanto absolutas como con más tipos de frecuencias, y en el nivel 4 las tablas de doble entrada.

Tabla 3.3.1.1. Frecuencia (y porcentaje) del tipo de tabla, según nivel educativo

	5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total
Tabla de datos	27(18,1)	9(8)	65(14,3)	90(32,5)	191(19,2)
Tabla de Absolutas	81(54,4)	65(57,5)	129(28,4)	93(33,6)	368(37,1)
frecuencias Abs, relativas, etc.		18(15,9)	220(48,5)	66(23,8)	304(30,6)
Tabla de doble entrada	41(27,5)	21(18,6)	40(8,8)	28(10,1)	130(13,1)
Total	149	113	454	277	993

Se observa que, a nivel general, predominan las tablas de un nivel 3 (67,7%) de complejidad semiótica, seguido del nivel 2 o tablas de datos (19,2%), para terminar con las de nivel 4 o tablas de doble entrada (13,1%). Específicamente, la mayor cantidad de tareas se basa en tablas de frecuencias absolutas con un 37%, seguida de las tablas de frecuencias absolutas, relativas, etc., con un 30,6%. A partir de 6° Básico, comienzan a aparecer las tablas estadísticas que involucran otras frecuencias además de las absolutas, de allí que en este nivel sólo encontremos un 15,9%. Esta tendencia es similar a lo evidenciado por Díaz-Levicoy, et al. (2015), a pesar de que en el citado estudio no aparecían las tablas de frecuencias diferentes a las absolutas.

En el análisis por texto (Tabla 3.3.1.2), la mayoría de tareas involucran tablas de frecuencias, con un nivel 3 de complejidad semiótica, en el que el tipo tabla de frecuencias absolutas alcanza más del 50% en los textos [S1], [S3], [S4], [S5] y [SM3].

Tabla 3.3.1.2. Frecuencia (y porcentaje) del tipo de tabla por texto

	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Tabla de datos	19(21,1)	3(6,3)	5(45,5)	4(7,5)	5(9,3)	
Tabla de Absolutas	52(57,8)	23(47,9)	6(54,5)	27(50,9)	32(59,3)	6(100)
frecuencias Abs, rel, etc.				11(20,8)	7(13)	
Tabla de doble entrada	19(21,1)	22(45,8)		11(20,8)	10(18,5)	
Total	90	48	11	53	54	6

	SM1	SM2	SM3	SM4	SM5	SM6
Tabla de datos	41(17,4)	21(12,7)	3(5,7)	45(36,9)	32(24,6)	13(52)
Tabla de Absolutas	58(24,7)	43(25,9)	28(52,8)	41(33,6)	44(33,8)	8(32)
frecuencias Abs, rel, etc	112(47,7)	90(54,2)	18(34)	33(27)	33(25,4)	
Tabla de doble entrada	24(10,2)	12(7,2)	4(7,5)	3(2,5)	21(16,2)	4(16)
Total	235	166	53	122	130	25

Las tablas de frecuencias absolutas, relativas, etc., tienen mayor presencia en [SM2] con un 54,2%. Destacamos a [S2], porque es el que registra un porcentaje más alto de tareas con tablas de doble entrada (45,8%). Recordemos que este tipo de tablas posee un nivel

4 de complejidad, superando en cantidad a textos que pertenecen a niveles más elevados.

3.3.2. TIPO DE TAREA

En nuestro estudio nos interesamos por el tipo de tarea que se plantea al estudiante en los libros de texto analizados. Siguiendo a Ortiz (1999), distinguimos entre ejemplos y ejercicios, considerando los ejercicios como un caso particular de una situación problema. Gea (2014) aplica esta distinción en su investigación en libros de texto, basándose en la clasificación establecida por Ortiz (1999), considerando como ejemplo a las situaciones en que se muestra el significado de conceptos introducidos de manera teórica, mientras que los ejercicios se entienden como aquellas actividades que, resueltas o no, son presentadas al alumno para conseguir, o reforzar el aprendizaje de un objeto matemático. La distribución de este tipo de situaciones, por nivel de enseñanza, son resumidos en la Tabla 3.3.2.1. Podemos observar la poca presencia de ejemplos o ejercicios resueltos en los textos analizados, alcanzando sólo un 7,3% del total, reflejando que en la totalidad de los niveles, el tipo de tarea se concentra en ejercicios a resolver por el estudiante.

Tabla 3.3.2.1. Frecuencia (y porcentaje) de tipo de tarea, según nivel educativo

		5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total
Ejemplo		3(2)	4(3,5)	18(4)	7(2,5)	32(3,2)
Ejercicio	Propuesto	138(92,6)	103(91,2)	421(92,7)	258(93,1)	920(92,6)
	Resuelto	8(5,4)	6(5,3)	15(3,3)	12(4,3)	41(4,1)
Total		149	113	454	277	993

En el análisis de la distribución del tipo de tarea dentro de cada nivel, detectamos que los textos [S3], [S6], [SM3] y [SM6], dirigidos a los profesores, tienen mayor cantidad de ejercicios propuestos, sobre todo en los últimos niveles (7° y 8°), probablemente porque en ellos se formulan situaciones para profundizar con los estudiantes (Tabla 3.3.2.2).

Tabla 3.3.2.2. Frecuencia (y porcentaje) de tipo de tarea por texto

		S1	S2	S3	S4	S5	S6
Ejemplo		3(3,3)			2(3,8)		2(33,3)
Ejercicio	Propuesto	81(90)	48(100)	9(81,8)	48(90,6)	54(100)	1(16,7)
	Resuelto	6(6,7)		2(18,2)	3(5,6)		3(50)
Total		90	48	11	53	54	6

		SM1	SM2	SM3	SM4	SM5	SM6
Ejemplo		18(7,7)			7(5,7)		
Ejercicio	Propuesto	203(86,4)	165(99,4)	53(100)	106(86,9)	127(97,7)	25(100)
	Resuelto	14(6)	1(0,6)		9(7,4)	3(2,3)	
Total		235	166	53	122	130	25

Sin embargo, esto se repite en los textos [S2], [S5], [SM2] y [SM5], aunque en este caso es mas comprensible, puesto que se trata de textos dirigidos a entrenar al estudiante en

las tareas propias del tema, por lo que el índice de ejercicios propuestos va desde el 97,7% al 100%. Destacamos a [S6], porque es el texto que presenta un mayor equilibrio a diferencia de los restantes, consideramos que es un caso atípico teniendo en cuenta además, la escasa cantidad de actividades con tablas que aborda.

3.3.3. TIPO DE ACTIVIDAD

Para una misma tabla, es posible plantear diferentes tareas al estudiante y con ello poner en práctica distintos procedimientos. En nuestro análisis clasificamos los diferentes tipos de actividades propuestas en los textos, las que son descritas a continuación, acompañadas de ejemplos para facilitar su interpretación.

Leer. Consiste en extraer información explícita o implícita, desde una tabla estadística, lo que puede involucrar, en algunos casos, establecer relaciones numéricas entre los datos representados en la propia tabla, o cálculos mínimos. Para la apropiada lectura de la tabla, el estudiante requiere conocer el tipo de tabla que se presenta (por ejemplo, si la tabla es de doble entrada, tabla de datos, etc.), y con ello diferenciar las variables de las frecuencias, el tipo de variable involucrada; además, es necesario entender los convenios de construcción de la tabla en cuestión como, identificar el título, su orientación (horizontal o vertical), entre otros. Un ejemplo de este tipo de actividad se muestra en la Figura 3.3.3.1, en la que se pide determinar la torta con mayor preferencia, lo que involucra una lectura explícita de la tabla de frecuencias absolutas.

1. En la siguiente tabla se muestran los resultados de una encuesta realizada a los asistentes de un cumpleaños respecto de la torta que prefieren. (1 punto cada una)

Preferencias de torta	
Torta	Cantidad de personas
Mil hojas	4
Merengue	6
Tres leches	5
Selva negra	2

a. ¿Qué torta es la que tiene más preferencias?

Figura 3.3.3.1. Ejemplo de leer ([S4], p.218)

Completar tabla. Caracterizamos esta categoría, por tablas incompletas que el estudiante debe terminar, generalmente, completando con los valores que toman las frecuencias o información verbal suministrada en el enunciado de la situación problema. Esta actividad, suele venir asociada, la mayor parte de las veces, a responder a cuestiones en torno a su lectura, un ejemplo de esto se muestra en la Figura 3.3.1.6 donde, una vez completada las frecuencias (absolutas, acumuladas, relativas y porcentuales), se debe contestar a preguntas como: variable involucrada, modalidad con mayor frecuencia, y el total de la muestra.

Construir tabla. Involucra la acción de representar un conjunto de datos en una tabla de

frecuencias, los que pueden ser entregados o recolectados por el propio estudiante. La actividad de la Figura 3.3.3.2 expone una tabla de datos, con el registro de mm caídos de precipitaciones durante 30 días, el alumno debe construir una tabla de frecuencias con datos agrupados en cinco intervalos, para llevar a cabo la tarea se requiere conocer conceptos como: máximo, mínimo, extremo superior e inferior y marca de clase.

2 Elabora una tabla de frecuencias para la información dada. Considera 5 intervalos. (5 puntos)
Las precipitaciones que ha registrado un pluviómetro durante 30 días en una ciudad son:

Precipitaciones (mm)				
9	10	11	10	12
15	16	16	16	16
14	13	13	14	13
12	13	12	12	14
18	16	17	14	15
13	13	14	13	12

Figura 3.3.3.2. Ejemplo de construir tabla ([SM4], p.312)

Calcular. Consideramos en esta categoría, las tareas que involucran cálculos con datos en una tabla: calcular el porcentaje de una determinada modalidad de la variable, la probabilidad de algún suceso en un experimento aleatorio, calcular medidas de tendencia central (media y mediana), dispersión (rango), o de posición (cuartiles, percentiles y deciles). Un ejemplo de ello, lo encontramos en la Figura 3.3.3.3 donde, conocida la presión sistólica sanguínea marcada por un grupo de mujeres antes de realizar actividad física, se pide identificar el mínimo, máximo, y calcular los cuartiles.

7 La tabla muestra los datos de la presión sistólica sanguínea medida a 100 mujeres antes de comenzar un tratamiento.
a. Determina el valor mínimo, los cuartiles y el valor máximo del conjunto de datos.

Presión sistólica sanguínea	
Presión (mm Hg)	Cantidad de mujeres
105	14
107	12
125	34
138	40

Figura 3.3.3.3. Ejemplo de calcular ([SM4], p.331)

También incluimos en esta categoría las tareas que involucran ordenar los datos de acuerdo a algún criterio, como puede ser de menor a mayor frecuencia, o viceversa. A pesar de que en investigaciones previas (Estrella y Olfos, 2012) se ha considerado “ordenar” como categoría única, en nuestro análisis es escaso este tipo de actividad y apenas alcanzó a 2 en total; una de ellas se mostró en la Figura 3.3.1.2, donde se pide confeccionar un diagrama de tallo y hojas, y ordenar a los alumnos de manera creciente, de acuerdo a la cantidad de calificaciones mayores o iguales a 5,0 según una tabla de datos, con las calificaciones obtenidas por tres estudiantes en Matemáticas.

Traducir. Este tipo de actividad consiste en transitar de un tipo de lenguaje a otro. En nuestro análisis, identificamos tres tipos de traducción en torno a las tablas:

Traducción de gráfico a tabla. Se trata de representar en una tabla estadística la información que proporciona un gráfico. La Figura 3.3.3.4 muestra un gráfico de sectores, con los porcentajes correspondientes a las frutas consumidas por un grupo de 40 personas,

se pide al estudiante a partir del gráfico, pasar la información a una tabla de frecuencias absolutas.

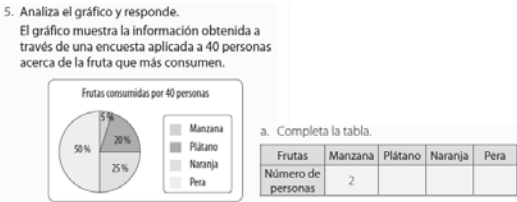


Figura 3.3.3.4. Ejemplo de traducir de gráfico a tabla ([SM1], p.300)

Traducción de tabla a gráfico. Corresponde a un tipo de actividad que implica representar gráficamente la información entregada en una tabla estadística. Por ejemplo, conocido los puntos obtenidos por un equipo en 8 juegos de básquetbol (Figura 3.3.3.5), representar esta información en un diagrama de tallo y hojas. En ocasiones, es el propio estudiante quien debe decidir el tipo de gráfico más apropiado para representar la información expuesta por medio de una tabla estadística.

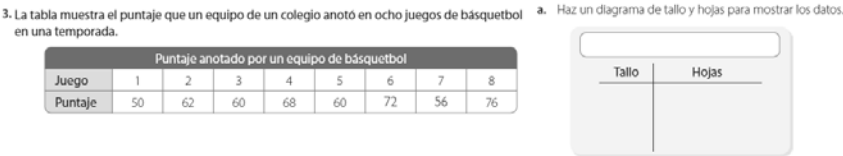


Figura 3.3.3.5. Ejemplo de traducir de tabla a gráfico ([S2], p.148)

Traducción de lenguaje verbal a tabla. Implica llevar la información suministrada de modo verbal, a una tabla de frecuencias. Encontramos este tipo de actividad, principalmente, en los niveles superiores de Educación Básica (7º y 8º). Un ejemplo se encuentra en la Figura 3.3.3.6, en la se recomienda la confección de una tabla de frecuencias para facilitar los cálculos y análisis pedido respecto a la situación planteada.

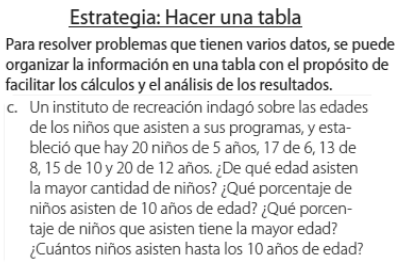


Figura 3.3.3.6. Ejemplo de traducir de verbal a tabla ([SM2], p.134)

Describir variables. Es un tipo de actividad, en que el estudiante debe identificar y describir el tipo de variable correspondientes a la información expuesta en una tabla estadística. Este tipo de actividad, se encontró en todos los textos analizados, pero tiene una mayor presencia en los niveles superiores de Educación Básica (7º y 8º). La Figura 3.3.1.3 muestra, a través de una tabla de frecuencias absolutas, la cantidad de revistas compradas por un grupo de personas, el estudiante debe identificar la variable en estudio. Este tipo de tareas son importantes en el estudio de la estadística, puesto que permiten,

establecer la factibilidad de calcular medidas de tendencia central, o de posición.

Inventar. Se trata de actividades que involucran la creación de un contexto, para que la información entregada, a través de una tabla cobre sentido y coherencia.

10. Crea una tabla de frecuencia con un conjunto de 10 números que cumplan las siguientes condiciones:
- La media es 45, el valor mínimo es 10, el rango es 90 y la media debe ser mayor que la mediana.

Figura 3.3.3.7. Ejemplo de inventar ([SM1], p.323)

También, incluimos en esta categoría, el inventar tablas que representen distribuciones de una variable conocido algunos estadísticos, como la tendencia central, máximo, mínimo, o el rango (Figura 3.3.3.7).

Recoger datos. Consiste en la recolección de datos por el propio alumno, por ejemplo averiguar la cantidad de mascotas de los compañeros de clase, sus deportes favoritos, o el medio de transporte que utilizan para llegar al colegio (Figura 3.3.3.8). Esta acción, generalmente, es una etapa previa a la construcción de una tabla de frecuencias, pero requiere de acciones que la distinguen de la mera construcción de la tabla en la que los datos ya vienen dados. En este tipo de tarea, conforme aumenta el nivel escolar, el estudiante debe plantearse la situación de estudio y elaborar preguntas pertinentes para responder ante dicha situación planteada.

Paso 1 Junto con un compañero o una compañera pregunten a sus compañeros en qué medio de transporte llegan al colegio. Registren sus respuestas en la siguiente tabla de conteo.

¿Cómo llegas al colegio?	
Medio de transporte	Conteo
Caminando	
Transporte público	
Automóvil	
Bicicleta	

Paso 2 Cuenten las marcas del conteo y representen los datos en una tabla.

Figura 3.3.3.8. Ejemplo de recoger datos ([S1], p.281)

Argumentar. Se asocia a la acción de justificar decisiones, procedimientos, etc. en torno a la tabla estadística; por ejemplo, argumentar qué tipo de gráfico es más apropiado para representar la información expuesta en una tabla estadística (Figura 3.3.1.1). También, en contextos de experimentos aleatorios, se pide argumentar, respecto a los datos representados en una tabla, cómo es la relación de las frecuencias relativas con la probabilidad de un suceso.

La Tabla 3.3.3.1 muestra los resultados sobre el tipo de actividad pedida al estudiante, según el nivel educativo. Se observa que la mayoría de actividades corresponden a la lectura (28,3%), seguida de la actividad de cálculo (26,1%), argumentación (12,9%), y traducción de tabla a gráfico (10,6%), evidenciamos la ausencia de tareas de traducción de lenguaje verbal a tabla, en los niveles de 5° y 6° de Enseñanza Básica.

Tabla 3.3.3.1. Frecuencia (y porcentaje) de tipo de actividad por nivel educativo					
	5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total
Leer	62(41,6)	31(27,4)	128(28,2)	60(21,7)	281(28,3)
Completar tabla	22(14,8)	13(11,5)	44(9,7)	12(4,3)	91(9,2)
Construir tabla	5(3,4)	1(0,9)	19(4,2)	7(2,5)	32(3,2)
Calcular	24(16,1)	21(18,6)	122(26,9)	92(33,2)	259(26,1)
gráfico a tabla	2(1,3)	1(0,9)	12(2,6)	7(2,5)	22(2,2)
Traducir tabla a gráfico	14(9,4)	22(19,5)	22(4,8)	47(17)	105(10,6)
verbal a tabla			9(2)	2(0,7)	11(1,1)
Describir variables	1(0,7)	1(0,9)	18(4)	7(2,5)	27(2,7)
Inventar	1(0,7)	3(2,7)	7(1,5)	3(1,1)	14(1,4)
Recoger datos	8(5,4)	9(8)	5(1,1)	1(0,4)	23(2,3)
Argumentar	10(6,7)	11(9,7)	68(15)	39(14,1)	128(12,9)
Total	149	113	454	277	993

En el análisis de cada uno de los textos, encontramos una distribución similar del tipo de actividad, como se muestra en la Tabla 3.3.3.2.

Tabla 3.3.3.2. Frecuencia (y porcentaje) de tipo de actividad por texto						
	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Leer	40(44,4)	22(45,8)		15(28,3)	16(29,6)	
Completar tabla	11(12,2)	11(22,9)		5(9,4)	7(13)	1(16,7)
Construir tabla	3(3,3)		2(18,2)			1(16,7)
Calcular	16(17,8)	7(14,6)	1(9,1)	14(26,4)	7(13)	
gráfico a Tabla	1(1,1)	1(2,1)			1(1,9)	
Traducir tabla a Gráfico	8(8,9)	5(10,4)	1(9,1)	9(17)	11(20,4)	2(33,3)
verbal a Tabla						
Describir variables	1(1,1)			1(1,9)		
Inventar	1(1,1)			1(1,9)	2(3,7)	
Recoger datos	4(4,4)		4(36,4)	4(7,5)	3(5,6)	2(33,3)
Argumentar	5(5,6)	2(4,2)	3(27,3)	4(7,5)	7(13)	
Total	90	48	11	53	54	6

	SM1	SM2	SM3	SM4	SM5	SM6
Leer	65(27,7)	45(27,1)	18(34)	19(15,6)	32(24,6)	9(36)
Completar tabla	22(9,4)	17(10,2)	5(9,4)	6(4,9)	6(4,6)	
Construir tabla	8(3,4)	7(4,2)	4(7,5)	6(4,9)	1(0,8)	
Calcular	59(25,1)	49(29,5)	14(26,4)	40(32,8)	42(32,3)	10(40)
gráfico a Tabla	9(3,8)	3(1,8)		3(2,5)	4(3,1)	
Traducir tabla a Gráfico	16(6,8)	4(2,4)	2(3,8)	31(25,4)	13(10)	3(12)
verbal a Tabla	3(1,3)	6(2,4)			2(1,5)	
Describir variables	14(6)	3(3,6)	1(1,9)	2(1,6)	5(3,8)	
Inventar	5(2,1)	1(0,6)	1(1,9)	2(1,6)		1(4)
Recoger datos	3(1,3)	1(0,6)	1(1,9)	1(0,8)		
Argumentar	31(13,2)	30(18,1)	7(13,2)	12(9,8)	25(19,2)	2(8)
Total	235	166	53	122	130	25

Notamos que en el texto [S3] lidera el tipo de actividad recoger datos (27,3%), lo mismo ocurre en [S6] (33,3%), compartido en la misma cantidad con argumentar, ambos textos son dirigidos al profesor (5° y 6°), mientras que para el mismo tipo de texto, en los niveles superiores (7° y 8°) [SM3] prioriza leer (34%), mientras que [SM6] el calcular (40%).

3.3.4. NIVEL DE LECTURA

En el análisis del nivel de lectura pedido al estudiante, siguiendo la categorización establecida por Curcio (1989) y ampliada por Friel, Curcio y Bright (2001) sobre la lectura de gráficos estadísticos, independientemente de la actividad requerida (calcular, leer, argumentar, etc.), se distingue cuatro niveles de lectura:

N1. Leer los datos. Implica una lectura literal de la tabla, es decir, la lectura de los datos se ajusta a lo mostrado explícitamente en la tabla como leer una frecuencia para un valor determinado de la variable, o al contrario. Por ejemplo, en la Figura 3.3.4.1 se debe identificar las frecuencias relativas correspondientes a dos modalidades de la variable (verde y amarillo), reponder a esta tarea requiere una lectura literal de la tabla. En este nivel de lectura no se precisa realizar operaciones o comparaciones entre valores.

3. Observa la siguiente tabla y luego realiza las actividades.

Color obtenido		
Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Rojo	30	$\frac{30}{100}$
Verde	50	$\frac{50}{100}$
Amarillo	20	$\frac{20}{100}$
Total	100	1

a. ¿Cuál es la frecuencia relativa del evento correspondiente al color verde? ¿Y al amarillo?

Figura 3.3.4.1. Ejemplo de actividad Leer datos ([S4], p.252)

N2. Leer dentro de los datos. Consiste en el uso de la información que se hace explícita en la tabla, para comparar datos presentados a través de ella, y así realizar inferencias sobre la situación problema de estudio, o aplicar cálculos sencillos para obtener información que no se encuentra, directamente, disponible en ella. Se requiere de este nivel, por ejemplo, para determinar la media de una distribución, pues para ello es necesario realizar cálculos a través de las frecuencias de los valores que toma la variable. La Figura 3.3.3.1, muestra una tabla que resume las preferencias de sabores de tarta, de un grupo de asistentes a un cumpleaños, la tarea solicita determinar el sabor favorito de la mayoría de los encuestados. En este caso, el estudiante necesita comparar las frecuencias absolutas de las diferentes modalidades de la variable. En la misma tarea, consecutivamente se pide establecer cuántas personas más prefieren la torta de mil hojas que la de selva negra, lo que involucra realizar una operación sencilla para contestar.

N3. Leer más allá de los datos. Implica una mayor capacidad de lectura de la tabla estadística, puesto que precisa poder inferir información que no es reflejada, ni es posible extraer de manera aritmética. Para alcanzar este nivel de lectura, es necesario conocer el contexto al que pertenecen los datos, e integrar la información de la representación tabular

en dicho contexto. Un ejemplo sería, conocido los valores obtenidos en 5.000 extracciones, desde una caja con fichas numeradas del 1 al 10 (Figura 3.3.4.2), extrapolar esta información y razonar a qué valor deberían tender la frecuencias relativas, si se aumentase a 100.000 las extracciones.

7. Completa la tabla sabiendo que se realizaron 5000 extracciones de una ficha desde una urna con 10 fichas numeradas desde el 1 al 10.

5000 extracciones										
Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f	490	513	501	491	508	506	493	498	502	498
f _{rel}										

b. Si se aumentan las extracciones a 100 000, ¿a qué valor debería tender cada probabilidad frecuencial? ¿Por qué?

Figura 3.3.4.2. Ejemplo de actividad Leer más allá de los datos ([SM1], p.346)

N4. Leer detrás de los datos. Se corresponde con el mayor nivel de lectura de una tabla estadística, que involucra realizar una valoración crítica, alusiva al contenido de la tabla, las fuentes de las que se ha extraído la información de la misma, además de relacionar dicha información con el contexto en que es planteado.

A partir de la tabla responde las preguntas.

	Galletas tradicionales (100 g)	Galletas saladas (100 g)
Calorías	436 kcal	464 kcal
Hidratos de carbono	74 g	75,8 g
Grasas	14,5 g	13,1 g
Proteínas	7 g	10,8 g
Fibra	3 g	3 g

a. ¿Cuál de las galletas escogerías y por qué?
b. ¿Te sirve esta información? ¿Por qué?
c. ¿Qué pasaría si desconocieras esta información o no supieras interpretarla?

Figura 3.3.4.3. Ejemplo de actividad Leer detrás de los datos ([SM3], p.140)

La presencia de este nivel de lectura en los textos analizados es simbólica, y no se asocia con el nivel educativo, puesto que encontramos sólo nueve tareas, del total, que requieren este nivel de lectura (Tabla 3.3.4.1), una de ellas dirigida a 7º Básico (Figura 3.3.4.3), en la que plantea decidir, argumentadamente, cual de dos tipos de galletas (tradicionales y saladas) es conveniente elegir, conocida su composición. La siguiente pregunta, en la misma actividad, aborda el sentido crítico al consultar si la información es útil, en el cotidiano, además de las consecuencias de desconocer esta información, o carecer de herramientas para su interpretación.

La Tabla 3.3.4.1 resume los resultados obtenidos en el análisis, por nivel educativo, sobre el nivel de lectura requerido por el estudiante en las tareas propuestas, donde podemos observar que los mayores niveles de lectura, como *leer detrás de los datos* (2,7%), junto con *leer más allá de los datos* (0,9%), tienen una presencia escasa respecto al total de tareas analizadas; mientras que la lectura literal de información, como *leer los datos* abarca la mayor parte del total de ejercicios (59,3%).

Tabla 3.3.4.1. Frecuencia (y porcentaje) de niveles de lectura por nivel educativo

	5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total
N1. Leer los datos	102(68,5)	75(66,4)	254(55,9)	158(57)	589(59,3)
N2. Leer dentro de los datos	42(28,2)	33(29,2)	183(40,3)	110(39,7)	368(37,1)
N3. Leer más allá de los datos	4(2,7)	5(4,4)	11(2,4)	7(2,5)	27(2,7)
N4. Leer detrás de los datos	1(0,7)		6(1,3)	2(0,7)	9(0,9)
Total	149	113	454	277	993

En los resultados de niveles de lectura por texto la (Tabla 3.3.4.2), se aprecia que la tendencia es similar que por nivel educativo, en el sentido que *leer los datos*, posee una mayor cantidad de tareas en la totalidad de textos estudiados, seguido de *leer dentro de los datos*. Destacamos a [S1], pues es el único texto de nivel medio (5° y 6°) que incorpora tareas que incorporan los cuatro niveles de lectura, mientras que [SM1], [SM4], [SM5], hacen lo mismo en los niveles superiores (7° y 8°). A pesar de ello, creemos que si bien los niveles *leer más allá de los datos* y *leer detrás de los datos* son más complejos, deben tener mayor presencia en los diferentes textos, dado que son habilidades necesarias para comprender, interpretar y poder inferir respecto a la información presentada.

Tabla 3.3.4.2. Frecuencia (y porcentaje) de niveles de lectura por texto

	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Leer los datos	61(67,8)	34(70,8)	7(63,6)	28(52,8)	41(75,9)	6(100)
Leer dentro de los datos	27(30)	14(29,2)	1(9,1)	23(43,4)	10(18,5)	
Leer más allá de los datos	1(1,1)		3(27,3)	2(3,8)	3(5,6)	
Leer detrás de los datos	1(1,1)					
Total	90	48	11	53	54	6

	SM1	SM2	SM3	SM4	SM5	SM6
Leer los datos	132(56,2)	92(55,4)	30(56,6)	68(55,7)	77(59,2)	13(52)
Leer dentro de los datos	94(40)	69(41,6)	20(37,7)	51(41,8)	48(36,9)	11(44)
Leer más allá de los datos	6(2,6)	5(3)		2(1,6)	4(3,1)	1(4)
Leer detrás de los datos	3(1,3)		3(5,7)	1(0,8)	1(0,8)	
Total	235	166	53	122	130	25

3.3.5. CONTEXTO

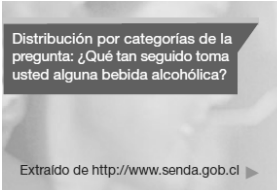
La contextualización del conocimiento matemático tiene un importante rol en la manera en que el significado es construido, aprendido, activado y transformado (Font, 2007). En nuestro estudio también incorporamos esta variable, que ha sido tratada en investigaciones previas sobre libros de texto, como la desarrollada por Gea (2014). Al igual que la autora, analizamos la presencia de diferentes tipos de contexto, basándonos en la caracterización del estudio PISA (Ministerio de Educación, 2009) a la que añadimos una nueva categoría “experiencia aleatoria”, por su representatividad en los textos analizados. Describimos, a continuación, los tipos de contextos analizados.

Personal. Son las actividades con un contexto asociado al quehacer diario de los

estudiantes, de su familia, del grupo de la clase, etc. Por ejemplo, en la Figura 3.3.3.8 se muestra una tabla estadística, en la que se debe recoger datos relativos al medio de transporte que utilizan los estudiantes para llegar al colegio, para luego completarla.

Científico. Se relaciona con la comprensión de procesos tecnológicos o su interpretación teórica. Por ejemplo, podemos encontrar contextos referidos al incremento de peso de un animal, la cantidad de mg. diarios de un fármaco; el alargamiento de una barra metálica y la temperatura a la que se expone, o la presión sistólica sanguínea marcada por un grupo de mujeres, antes de iniciar un tratamiento (Figura 3.3.3.3).

Público. Se enmarca a la comunidad local, u otra más amplia, en la que el estudiante se percata de ciertos aspectos sociales de su entorno, también a los que tiene acceso a través de los diferentes medios de comunicación. Por ejemplo, la Figura 3.3.5.1 expone una tabla de frecuencias, con los resultados obtenidos en una encuesta realizada a jóvenes por el SENDA (Servicio Nacional para la Prevención y Rehabilitación del Consumo de Drogas y Alcohol) a la pregunta *¿Qué tan seguido toma usted alguna bebida alcohólica?* La información expuesta es de carácter público, y busca sensibilizar a la sociedad sobre la cantidad de alcohol que consume la población joven de Chile.



Categoría	f	f _%
Nunca	1 006 901	18,1
Una vez al mes o menos	2 417 413	43,3
Dos a cuatro veces al mes	1 801 531	32,2
Dos o más veces a la semana	350 797	6,3
Total	5 576 642	100

Figura 3.3.5.1. Ejemplo de actividad de contexto público ([SM1], p.303)

Educativo. Son las actividades que el estudiante observa en el centro escolar, como las calificaciones obtenidas en un examen de matemática, por ejemplo la Figura 3.3.1.2, en la que a partir de una tabla de datos, se debe representar las notas obtenidas por tres estudiantes a través de diagramas de tallo y hojas.

Ocupacional o Laboral. Son las actividades que se llevan a cabo en un entorno laboral o profesional, en ámbitos como el comercio, construcción, arquitectura, entre otras. Por ejemplo, entre las acciones propias de profesionales de la salud, está el registro de la cantidad de atenciones a pacientes realizadas (Figura 3.3.5.2) en los cinco días de la semana (lunes a viernes).

1. Construye la tabla en cada situación.

- a. Un médico atendió a 20 pacientes el lunes, a 36 el martes, a 30 el miércoles, a 34 el jueves y a 28 el viernes.

Cantidad de atenciones médicas	
	f
Lunes	
	30

Figura 3.3.5.2. Ejemplo de actividad de contexto ocupacional o laboral ([SM2], p.128)

Experimento aleatorio. Añadimos esta categoría, no considerada por Gea (2014), puesto que encontramos en nuestro estudio muchas actividades planteadas mediante tablas estadísticas en que se propone, como contexto, una experiencia aleatoria en que la tabla sirve como medio de registro de los resultados obtenidos. Como explicamos anteriormente, la tabla estadística es una potente herramienta para desarrollar conceptos fundamentales como el de probabilidad, en su significado frecuencial (Ortiz, 1999).

Encontramos gran variedad de experimentos entre ellos: lanzar una moneda, un dado, chinchetas, extracción de fichas numeradas desde una caja (Figura 3.3.4.2). Un ejemplo aparece en la Figura 3.3.4.1, donde se expone las frecuencias absolutas y relativas respecto a los colores de bolas obtenidos, en sucesivas extracciones desde una bolsa.

Sin contexto. Consideramos esta última categoría, al igual que Gea (2014), por la relevancia que posee plantear contextos significativos al estudiante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Font, 2007). Un ejemplo encontrado, donde no se ofrece un contexto de la información expuesta, es la Figura 3.3.5.3, en que a partir de una representación gráfica de caja y bigotes de dos muestras, se pide completar la tabla de datos con los cuartiles correspondientes.

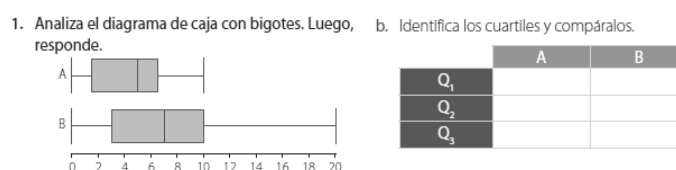


Figura 3.3.5.3. Ejemplo de actividad sin contexto ([SM5], p.138)

La Tabla 3.3.5.1 resume los resultados del análisis realizado respecto a los contextos propuestos, según nivel educativo.

	5º EB	6º EB	7º EB	8º EB	Total
Personal	98(65,8)	15(13,3)	153(33,7)	60(21,7)	326(32,8)
Científico	2(1,3)		22(4,8)	43(15,5)	67(6,7)
Público	12(8,1)	11(9,7)	76(16,7)	44(15,9)	143(14,4)
Educativo	4(2,7)	12(10,6)	58(12,8)	33(11,9)	107(10,8)
Ocupacional o laboral	16(10,7)	8(7,1)	66(14,5)	74(26,7)	164(16,5)
Experimento aleatorio	17(11,4)	67(59,3)	59(13)	10(3,6)	153(15,4)
Sin contexto			20(4,4)	13(4,7)	33(3,3)
Total	149	113	454	277	993

Podemos observar, que el contexto con mayor presencia es el personal (32,8%), seguido del ocupacional (16,5%) y experimento aleatorio (15,4%), además detectamos escasos ejercicios sin contexto (3,3%), los que comienzan a aparecer en los niveles superiores, contrario a lo ocurrido investigaciones previas, como la desarrollada por Gea (2014), que

obtuvo entre un 42% y un 66% en la modalidad Científico-Tecnológica y entre un 38% y un 65% en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales (a excepción de dos textos de 16 analizados con un 26% y un 23%); o la desarrollada por Sánchez Cobo (1999), quien obtuvo igualmente un alto índice de ejercicios descontextualizados (37,9%).

Las investigaciones de Gea (2014) y Sánchez Cobo (1999) exploran textos dirigidos a Bachillerato, lo que podría explicar la gran aparición de ejercicios descontextualizados, como en nuestra investigación, que aparecen a partir de los cursos superiores de Educación Básica (7º y 8º). Aún así, es preocupante en cuanto al desarrollo del pensamiento estadístico puesto que, como expone Wild y Pfannkuch (1999), debe existir un equilibrio entre el contexto de una situación problema y la estadística que se aplica para resolver dicha situación, por lo que este tipo de ejercicios no facilitan este proceso. Profundizando en el análisis de cada uno de los textos (Tabla 3.3.5.2), detectamos la ausencia de algunos contextos en textos de los niveles de 5º y 6º de Enseñanza Básica.

Tabla 3.3.5.2. Frecuencia (y porcentaje) de contextos por texto

	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Personal	63(70)	29(60,5)	6(54,5)	5(9,4)	7(13)	3(50)
Científico		2(4,2)				
Público	11(12,2)	1(2,1)		5(9,4)	3(5,6)	3(50)
Educativo	1(1,1)	3(6,3)		3(5,7)	9(16,7)	
Ocupacional	10(11,1)	6(12,5)		5(9,4)	3(5,6)	
Experimento aleatorio	5(5,6)	7(14,6)	5(45,5)	35(66)	32(59,3)	
Sin contexto						
Total	90	48	11	53	54	6

	SM1	SM2	SM3	SM4	SM5	SM6
Personal	66(28,1)	66(39,8)	21(39,6)	29(23,8)	22(16,9)	9(36)
Científico	17(7,2)		5(9,4)	25(20,5)	18(13,8)	
Público	39(16,6)	25(15,1)	12(22,6)	14(11,5)	28(21,6)	2(8)
Educativo	26(11,1)	24(14,5)	8(15,1)	17(13,9)	13(10)	3(12)
Ocupacional	40(17)	26(15,7)		25(20,5)	38(29,2)	11(44)
Experimento aleatorio	28(11,9)	24(14,5)	7(13,2)	6(4,9)	4(3,1)	
Sin contexto	19(8,1)	1(0,6)		6(4,9)	7(5,4)	
Total	235	166	53	122	130	25

Destacamos a [S4] y [S5] porque presentan mayor cantidad de actividades en un contexto de experimento aleatorio (entre 59% y 66%), lo que justifica la incorporación de esta categoría en nuestro análisis. Los textos [SM3] y [SM6], ambos dirigidos al profesor, son los únicos de los niveles superiores (7º y 8º) que no muestran actividades sin contexto, tendencia que sería conveniente de replicar a toda la colección de libros.

3.3.6. USO DE LA TECNOLOGÍA

En la literatura de investigación, se ha destacado la importancia de proponer al estudiante

situaciones que involucren el uso de recursos tecnológicos, para promover el aprendizaje de la estadística, entre ellos, Excel, calculadoras, applets, software dinámicos y estadísticos. Hoy en día, existe una gran variedad de recursos tecnológicos, que pueden facilitar la realización de cálculos y gráficos (Pratt, Davies y Connor, 2011). Además, se han llevado a cabo estudios con el propósito de indagar el conocimiento que los profesores, de diferentes niveles educativos, poseen al respecto (Gea, Arteaga, Batanero y Ortiz, 2018). Lee et al. (2014) manifiestan que el uso de software es una ventajosa herramienta en tareas de transnumeración, ya que potencia el análisis de los datos y responde a problemas que involucren el tránsito en diferentes tipos de representaciones. La utilización de tecnología en la enseñanza de la matemática, se encuentra recogida como una de las recomendaciones fundamentales en el currículo chileno, donde se manifiesta que “las bases de la asignatura promueven el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) fundamentalmente como un apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, [...] para organizar la información y comunicar resultados” (MINEDUC, 2015, p.95).

En nuestro estudio, analizamos la presencia que la tecnología posee en la actividad matemática planteada al estudiante, a propósito del uso de la tabla estadística. Observamos, según la Tabla 3.3.6.1, una escasa aparición de la tecnología en los niveles explorados. El nivel de 8° Básico es el que muestra un mayor uso de tecnología, sin embargo es reducido, pues sólo alcanza un 9,4% del total de actividades.

Tabla 3.3.6.1. Frecuencia (y porcentaje) uso de tecnología por nivel educativo

	5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total
Excel	5(3,4)	2(1,8)	12(2,6)	2(0,7)	21(2,1)
GeoGebra				24(8,7)	24(2,4)
No se utiliza tecnología	144(96,6)	111(98,2)	442(97,4)	251(90,6)	948(95,5)
Total	149	113	454	277	993

Para profundizar en nuestro análisis, revisamos cada uno de los textos (Tabla 3.3.6.2), en los que apreciamos que en los primeros cursos se propone el uso de estos recursos, tan sólo en [S3], dirigido al profesor. Por otra parte, [SM4], libro de texto de 8° Básico, muestra mayor propuestas de uso de tecnología con un 12,3%. Los resultados obtenidos son similares a los evidenciados por Gea (2014), sin embargo creemos que en este caso es más preocupante, dado que [S1], [S4], [S5], [SM2], y [SM3] carecen en lo absoluto de tareas que promuevan la enseñanza o aprendizaje, a través del uso de recursos tecnológicos, situación que se desmarca de las recomendaciones realizadas por el currículo chileno.

Tabla 3.3.6.2. Frecuencia (y porcentaje) uso de tecnología por texto

	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Excel		1(2,1)	4(36,4)			2(33,3)
GeoGebra						
No se utiliza tecnología	90(100)	47(97,9)	7(63,6)	53(100)	54(100)	4(66,7)
Total	90	48	11	53	54	6

	SM1	SM2	SM3	SM4	SM5	SM6
Excel	12(5,1)					2(8)
GeoGebra				15(12,3)	9(6,9)	
No se utiliza tecnología	223(94,9)	166(100)	53(100)	107(87,7)	121(93,1)	23(92)
Total	235	166	53	122	130	25

3.3.7. CONFLICTOS SEMIÓTICOS

El estudiante activa su propia trama de funciones semióticas, las que serán apropiadas si se conforma a la institución, en otra circunstancia, se considera un *conflicto semiótico*, el que se caracteriza, según Godino (2002) por una “disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas” (Godino, 2002, p.250).

Godino (2002) señala que cuando se realiza una confrontación entre los significados asignados a los objetos matemáticos por dos instituciones, o por una persona y un referente institucional, es posible de identificar conflictos semióticos entre dichos sujetos. Para terminar nuestro análisis de los textos, mostramos algunos ejemplos de las asignaciones imprecisas de significado que se han detectado en nuestro estudio. Son funciones semióticas efectuadas por los autores de los libros, las que no corresponden con lo esperado desde la perspectiva institucional, y podrían generar en el estudiante un conflicto semiótico.

Conflictos relacionados con definiciones de diferentes objetos matemáticos

En la investigación realizada por Mayén, Díaz y Batanero (2009), se detectan variadas dificultades que surgen en el estudio de la mediana con estudiantes de bachillerato, entre ellas: confundir la frecuencia con el valor de la variable, o calcular la moda en lugar de la mediana. Godino (2002) describe a la mediana, de manera funcional, como una función que asocia una colección de datos el número real solución del sistema de inecuaciones, $F(x) \leq 1/2$, $F(x) \geq 1/2$, donde F corresponde a la función de distribución de la variable estadística que describe los datos. Es decir, para determinar la mediana se requiere que los datos obedezcan a un orden, lo que no ocurre en la Figura 3.3.7.1, pues la variable es

cualitativa nominal, por lo tanto, no es posible establecer un orden para determinar este estadístico, a diferencia de la moda, que es posible establecer en variable cualitativas.

- b. Cada día del mes de abril, María registró si estaba despejado, nublado o lluvioso y resumió la información en una tabla.

Estado de los días mes de abril	
Días	Frecuencia
Nublados	15
Lluviosos	12
Despejados	3

- ¿Cuál fue la mediana del tiempo de los días de abril? ¿Coincide con la moda?

R: _____

Figura 3.3.7.1. Ejemplo de conflicto semiótico ([SM2], p.140)

Otro ejemplo asociado a las medidas de posición lo encontramos en la Figura 3.3.7.2, donde se pide al estudiante determinar los cuartiles de una variable cualitativa nominal. Recordemos los cuartiles Q_j , $j = 1, 2, 3$, corresponden a los valores que dividen una distribución en cuatro partes iguales, y su cálculo es similar a la mediana $Q_2 = M_e$, por lo que requiere un orden de los datos, lo que no es posible de llevar a cabo por el tipo de variable involucrada. Se revisó el solucionario del texto, y la respuesta encontrada se obtiene utilizando las frecuencias absolutas en lugar de la variable, lo que evidencia un conflicto semiótico al confundir la variable con la frecuencia absoluta, situación advertida en la literatura previa (Arteaga, 2011).

2. Analiza la información de la tabla. Luego, responde.

Deporte favorito de alumnos del 8.º básico	
Deporte	Cantidad de estudiantes
Fútbol	44
Voleibol	28
Tenis	15
Basquetbol	18
Natación	21

- a. Determina los siguientes valores

$Q_1 =$ _____ $Q_2 =$ _____ $Q_3 =$ _____

- b. Dibuja la caja y los bigotes, según corresponda.

- c. Escribe 2 conclusiones:

Figura 3.3.7.2. Ejemplo de conflicto semiótico ([SM5], p.141)

Batanero (2000), se refiere a las medidas de centralización como la media, mediana y moda alertando que poseen un significado complejo, el que requiere un refuerzo en su enseñanza, tanto en la educación primaria y secundaria. En su investigación comenta dificultades asociadas a la media, entre ellas, el aplicar de manera mecánica algoritmos sin comprender su significado, o encontrar la media de los valores de las frecuencias.

Otra actividad propuesta que podría conducir a un error al estudiante, se presenta en la Figura 3.3.7.3, en la que se pide completar una tabla con las medidas de tendencia central de dos muestras representadas por medio de un gráfico de barras. Sin embargo, la variable es cualitativa ordinal, lo que impide establecer la media por el tipo de variable considerada, mientras que la moda o mediana sería el único estadístico factible de establecer. Así también, en la misma tarea, observamos que en la última fila de la tabla se debe completar con las diferencias, lo que carece de sentido. A pesar, de que el

solucionario indica que sólo es posible establecer la moda, pensamos que plantear este tipo de actividades puede conducir a errores en el estudiante, si no son explicitados y abordados por el profesor, pudiendo generar en un futuro, conflictos semióticos que agudicen la confusión entre variable y frecuencia.



Figura 3.3.7.3. Ejemplo de conflicto semiótico ([SM2], p.142)

3.4. SÍNTESIS DEL ANÁLISIS DE LAS SITUACIONES PROBLEMA

En este capítulo se describe el estudio realizado sobre una muestra de 12 textos, desde 5° hasta 8° de Educación Básica de Chile. Por cada nivel educativo se analizó tres textos: Libro del Estudiante, Cuaderno de ejercicios, y Guía didáctica del docente, según diferentes variables.

Dentro de los tipos de tablas estadísticas que hemos identificado, de acuerdo al nivel de complejidad semiótico, pudimos observar que la mayoría de las actividades analizadas, se basan en tablas del nivel 3 de complejidad semiótico, alcanzando un 67,7%. Respecto al tipo de tarea, se prioriza los ejercicios propuestos al estudiante en lugar de ejemplos o ejercicios resueltos. Así también, el nivel de lectura que tuvo una mayor presencia fue el *leer datos*, el que implica una lectura literal de la información presentada a través de una tabla estadística.

En relación a los contextos, prima el personal, que es adecuado, pues está asociado al cotidiano del estudiante, destacamos el contexto experimento aleatorio el que alcanzó una alta presencia en los textos analizados, lo que justifica su incorporación como categoría. Pudimos evidenciar también, la carencia de actividades que promuevan el proceso de enseñanza aprendizaje por medio del uso de tecnología, lo que es una contradicción en relación a los lineamientos curriculares chilenos e internacionales.

Lamentablemente, encontramos tareas propuestas en los textos, que no estuvieron ausentes de conflictos semióticos potenciales, principalmente el que se enmarca en la confusión entre variable y frecuencia, advertido previamente en la literatura consultada.

CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES

4.1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se presentó en detalle el análisis de los 12 textos escolares chilenos, que componen la muestra, estos están dirigidos a los niveles medio y superior de Educación Básica, cuyo objetivo obedece a realizar un análisis detallado de la actividad matemática que se propone al estudiante en torno a las situaciones-problema que se plantean mediante representación tabular, con la finalidad de caracterizar el significado institucional pretendido en torno a las tareas propuestas en su enseñanza. El análisis realizado se basa en el marco teórico EOS, descrito en el Capítulo 1, y parte de la premisa de que un objeto matemático alcanza significado en el sujeto a través de las prácticas significativas (operativas y discursivas) que realiza, de modo activo, y muchas de estas prácticas están vinculadas a las propuestas en los libros de texto, al tratarse de un recurso ampliamente utilizado en el aula. El marco teórico nos ha permitido abordar con precisión nuestro objetivo de investigación, como exponemos a continuación.

4.2. CONCLUSIONES SOBRE LOS OBJETIVOS

Como objetivo general de nuestra investigación, nos planteamos caracterizar el significado institucional pretendido en torno a las situaciones-problema que se plantean mediante representación tabular, en una muestra de textos dirigidos a los últimos cursos de Enseñanza Básica en Chile. A continuación, se discute el logro de los objetivos específicos propuestos para alcanzar este objetivo general en el trabajo:

01. Determinar el significado institucional pretendido de las tablas estadísticas en las orientaciones curriculares de Educación Básica en Chile, especialmente en los niveles educativos donde se profundiza en su enseñanza que es de 5° a 8°.

Los documentos analizados (MINEDUC, 2012, 2015; NCTM, 2000; Franklin *et al.*, 2005) nos han permitido concretar las orientaciones curriculares sobre el tema, donde se destaca la importancia del diseño de investigaciones desde temprana edad, mediante datos reales que sean de interés al estudiante y se puedan recolectar del entorno. El rol de las representaciones tabular o gráfica en los diseños de investigación, es un medio, potente, para extraer conclusiones argumentadas basadas en los datos. Observamos que la propuesta de trabajar bajo el diseño de investigaciones sólo se encuentra expresado, explícitamente, en los objetivos de aprendizaje de los primeros años de Enseñanza Básica, a partir de quinto Básico, aunque se hace implícito para cursos más avanzados.

En los lineamientos curriculares chilenos, la tabla estadística, cobra relevancia en este sentido, como un medio para representar la información recopilada, además de su importancia como paso previo en la decisión del tipo de gráfico más apropiado para exponer la información. A medida que los alumnos avanzan de nivel, deberían extraer, tanto de tablas como gráficos, información presente de forma explícita o implícita y determinar estadísticos (medidas de centralización, posición y dispersión).

También se destaca de modo explícito, la recomendación del uso de tecnología en el proceso de enseñanza, porque facilita la manipulación de gran cantidad de datos, y con ello extraer mejores conclusiones.

O2. Profundizar en la investigación sobre tablas estadísticas, y analizar los resultados más relevantes sobre este tópico, principalmente, aquellos vinculadas al análisis de su presentación en textos dirigidos a últimos niveles de Educación Básica.

Son variadas las investigaciones que alertan sobre las dificultades que presentan los estudiantes en la construcción e interpretación de tablas estadísticas (Batanero, 2000; Estrella, 2014; Koschat, 2005). Entre otras razones, por la cantidad de elementos que en ellas intervienen y que en muchas ocasiones no son bien comprendidos, como el tipo de tabla, el tipo de número representado, el tipo de variable (continua o agrupada en intervalos), o la diversidad de frecuencias posibles de interpretar desde una misma celda. Diversos autores abordan líneas de investigación en este sentido, desde variables de interés como los niveles de lectura (Curcio, 1989; Friel, Curcio y Bright, 2001), para determinar la tipología de procedimientos requeridos en la resolución de tareas que involucran representaciones gráficas o tabulares (Arteaga, 2011; Díaz-Levicoy, et al., 2016; Díaz-Levicoy y Arteaga, 2014; Estrella y Olfos, 2012). Así también, el análisis de la complejidad semiótica de un gráfico (Arteaga, 2011).

Respecto a las investigaciones que abordan el análisis de gráficos y tablas en libros de texto, Arteaga (2011) concluye que la mayor presencia se encuentra en el gráfico de barras, con poco peso de otros gráficos concretados a nivel curricular; mientras que en el nivel de lectura, lo más frecuente son los niveles intermedios. Estos resultados han sido similares, en otros estudios realizados con libros de texto chilenos y argentinos (Díaz-Levicoy y Arteaga, 2014; Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y López-Martín, 2015; Díaz-Levicoy, Giacomone y Arteaga, 2017). En esta línea, investigaciones llevadas a cabo en Brasil con libros de texto de matemática que abarcan los primeros niveles educativos, detectan una mayor cantidad de actividades que involucraban tablas, en comparación con gráficos, además de una carencia de propuestas que propiciaran su construcción o

traducción entre representaciones (Gitirana, et al., 2008; Bivar y Selva, 2011).

Díaz-Levicoy, Morales y López-Martín (2015) examinan cuatro libros de texto chilenos de primer y segundo año de Educación Básica considerando en su análisis el tipo de tabla, y el nivel de lectura requerido, encontrando el predominio de las tablas de conteo, seguida por las de frecuencia. En relación al nivel de lectura, la mayoría se ubica en los dos primeros niveles de lectura de los datos y dentro de los datos.

O3. Caracterizar el tipo de tabla que se plantea en las actividades propuestas al estudiante, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica, con la finalidad de analizar su presencia y uso según el nivel educativo.

En el Capítulo 3 se identificó y clasificó el tipo de tabla, donde predominan las tablas de frecuencias que, en los niveles superiores de Enseñanza Básica, incorporan más de un tipo de frecuencias como es las relativas y acumuladas. Esta tendencia es similar en Díaz-Levicoy et al. (2015), a pesar de que en este estudio no aparecían las tablas de frecuencias diferentes a las absolutas, por los niveles a los que eran dirigidos los textos.

Destacamos la escasa presencia de tablas de doble entrada en los textos analizados, a pesar de que investigaciones han alertado de la dificultad de su comprensión para los estudiantes (Espinel y Antequera, 2009; Walichinski y Junior, 2013).

O4. Caracterizar los campos de problemas que se proponen al estudiante en torno a la tabla estadística mediante el análisis del tipo tarea y de la actividad que se pide resolver, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica.

En la distribución del tipo de tarea planteada al estudiante, detectamos una alta presencia, en la totalidad de los textos analizados, de ejercicios propuestos, a diferencia de ejercicios resueltos o ejemplos, lo que repercute en la enseñanza de los conceptos (Ortiz, 1999).

La escasa presencia de ejercicios resueltos y ejemplos también se manifiesta en otras investigaciones previas como en Gea (2014), sin embargo, en su estudio si juntaba los ejemplos y ejercicios resueltos, como si fuesen una única categoría, mejoraba considerablemente la situación ya que, estos juntos superaban a los ejercicios propuestos en todos los casos, lo que en nuestro estudio no ocurre, siendo muy pobre la presencia de este tipo de tareas en los textos.

Respecto al tipo de actividad, según nivel educativo, la mayoría de ellas son de lectura de la propia tabla, lo que no coincide con el estudio desarrollado con Díaz-Levicoy et al. (2015). Encontramos escasas actividades sobre traducir entre representaciones o la construcción de tablas, al igual que lo evidenciado por Guimarães et al. (2008) o Bivar y Selva (2011). En las actividades de cambio de representación, generalmente se pide al

estudiante pasar de una tabla a un gráfico, realizando pocas actividades de traducción de otros tipos de representaciones, similares tendencias evidenció Sánchez-Cobo (1999).

O5. Caracterizar el nivel de dificultad en la lectura de la tabla que se plantea al estudiante en las actividades propuestas, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica.

En el análisis realizado encontramos una escasa presencia de tablas que involucran los niveles superiores de lectura, a pesar de que el tipo de actividad de argumentar se podría asociar a estos niveles de lectura, sin embargo, en su mayoría se refieren a tareas relativas a la justificación de una respuesta. En Díaz-Levicoy et al. (2015), estos últimos niveles de lectura también fueron inexistentes.

O6. Caracterizar el contexto que se propone al estudiante en las actividades sobre tablas estadísticas, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica.

En relación al contexto propuesto en las tareas analizadas, el que aparece con mayor fuerza es el de tipo personal, apropiado para el estudiante en el sentido que este tipo de contexto, se enmarca en actividades de su entorno cercano. Este resultado coincide con lo expuesto por Díaz-Levicoy et al. (2015). Así también, en nuestro análisis, detectamos la escasa presencia que poseen los ejercicios sin contexto, sobre todo en los niveles más bajos de los textos abordados, a diferencia de lo evidenciado por Sánchez-Cobo (1999) o Gea (2014) en estudios sobre libros de texto dirigidos a Bachillerato.

Destacamos la categoría de contexto considerada en nuestro estudio como “experimento aleatorio”, que se justificó por la presencia de una gran cantidad de actividades en que su contexto estaba enmarcado en experiencias aleatorias, las que no encajaban en la caracterización propuestos por PISA (Ministerio de Educación, 2009).

O7. Analizar el uso que se propone de la tecnología en la resolución de las situaciones problema que se proponen sobre tablas estadísticas, en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica.

En nuestro estudio pudimos evidenciar que los textos tienen una escasa presencia de propuestas que promuevan el aprendizaje con el uso de recursos tecnológicos. Estos hallazgos son similares a los evidenciados por Gea (2014). Encontramos, además, textos en que existe una ausencia total de propuestas con uso de tecnología, lo que se encuentra en oposición a lo sugerido en las bases curriculares chilenas (MINEDUC, 2012, 2015), el NCTM (2000) y el proyecto GAISE (Franklin et al., 2005), en que la utilización de la tecnología ocupa un lugar central en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

O8. Caracterizar los conflictos semióticos que presentan en una muestra de textos dirigidos a últimos cursos de Educación Básica en torno a la actividad matemática sobre tablas estadísticas.

En nuestra investigación encontramos conflictos semióticos potenciales, relacionados con definiciones de diferentes objetos matemáticos, principalmente en actividades que solicitan determinar medidas de posición, como los cuartiles, o de centralización, a partir de la distribución de una variable nominal, lo que carece de sentido, porque para determinar medidas de posición es indispensable establecer un orden de los datos; así también, no es posible determinar la media aritmética de, por ejemplo, los deportes favoritos de un grupo de jóvenes. Esta situación se profundizó revisando las respuestas expuestas en el solucionario, lo que en algunos casos, develó una confusión entre variable y frecuencia, conflicto semiótico potencial advertido por Artega (2011).

4.3. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Entre las limitaciones de la investigación que presentamos en este Trabajo Final de Máster destacamos, que se podría haber comparado el estudio de la muestra de textos analizados con otros textos diferentes a los editados por el MINEDUC, dirigidos a los mismos niveles explorados en nuestro análisis, con el objeto de profundizar en el contraste de propuestas de enseñanza para las tablas estadísticas. Pero este hecho hubiese supuesto una mayor necesidad de espacio, así como de tiempo, para la discusión de resultados obtenidos.

Así mismo, en el análisis de textos podría ampliarse la muestra a textos de los cursos de primero a cuarto de Enseñanza Básica que, aunque la tabla de frecuencias posee una escasa presencia en estos primeros niveles, según investigaciones previas, sí es cuando se inicia su estudio, por lo que su análisis arrojaría resultados de interés para el profesorado, según las variables de análisis consideradas en este trabajo.

Los resultados de este trabajo contribuyen a la construcción del significado institucional de referencia de las tablas estadísticas a nivel de la Enseñanza Básica, así como líneas de investigación futuras, conviene completar nuestro análisis con el de otros objetos matemáticos tales como el lenguaje, procedimientos, propiedades, conceptos y argumentos, como se fundamenta en el marco teórico EOS. Además, los resultados obtenidos sirven de base en el proceso de construcción de un instrumento de evaluación del conocimiento en cuanto al significado de este objeto matemático, tanto para profesores, futuros profesores como alumnos.

REFERENCIAS

- Araujo, E. G. (2008). *O tratamento da informação nas séries iniciais uma proposta de formação de professores para o ensino de gráficos e tabelas* (Tesis de Máster). Universidad Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.
- Arteaga, P. (2008). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos* (Tesis de Máster). Universidad de Granada, Granada, España.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada, España.
- Arteaga, P., Batanero, C. Cañadas, G., y Contreras, J. M. (2009). La componente social y cultural de las tablas y los gráficos estadísticos. En C. Cañadas y J. M. Contreras (Eds). *Actas de las XV Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas: Dimensión Histórica, Social y Cultural de las Matemáticas*. Granada: Sociedad Thales de Educación Matemática.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números* 76, 55-67.
- Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido*. Madrid, España: Akal Ediciones.
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 25, 41-58.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. España.
- Batanero C., y Godino, J (2001). *Análisis de datos y su didáctica*. Granada: Universidad de Granada, España.
- Biggs, J. B., y Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. New York: Academic Press.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona: P.P.U.
- Bivar, D. y Selva, A. (2011). Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recife, Brasil.
- Burgess, T. (2002). Investigating the “data sense” of preservice teachers. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the 6th International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education.
- Cazorla, I. (2002). *A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos*

- estatísticos na leitura de gráficos* (Tesis Doctoral). Universidad Estatal de Campinas, São Paulo, Brasil.
- Chick, H. (2004). Tools for transnumeration: Early stages in the art of data representation. *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010*, 167-174.
- Cobb, G.W. (2015). Mere renovation is too little, too late: We need to rethink the undergraduate curriculum from the ground up. *The American Statistician*, 69(4), 266-282.
- Cook, T. D., y Reichardt, C. S. (2000). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Morata.
- Díaz-Levicoy, D. (2014). *Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria española* (Tesis de Máster). Universidad de Granada, Granada, España.
- Díaz-Levicoy, D., y Arteaga, P. (2014). Análisis de gráficos estadísticos en textos escolares de séptimo básico en Chile. *Revista Electrónica Diálogos Educativos*, 14(28), 21-40. Recuperado el 14 de agosto de 2018 de: <http://www.revistas.umce.cl/index.php/dialogoseducativos/article/view/1027>
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P., y López-Martín, M. M. (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de Educación Primaria chilena. *Educação Matemática Pesquisa*, 17(4), 715-739.
- Díaz-Levicoy, D., Giacomone, B., y Arteaga, P. (2017). Caracterización de los gráficos estadísticos en libros de texto argentinos del segundo ciclo de educación primaria. *Profesorado*, 21(3), 124-158.
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R., y López-Martín, M. M. (2015). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de Educación Primaria. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 4(7), 10-39.
- Díaz-Levicoy, D., Sepúlveda, A., Vásquez, C., y Opazo, M. (2016). Lectura de tablas estadísticas por futuras maestras de Educación Infantil-Reading statistical tables by future Early Childhood Education teachers. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1099-1115.
- Duval, R. (2002). Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité? En R. Duval (Ed.). *Séminaires de Recherche Conversion et articulation des représentations*. (Vol II., pp. 69-83), Calais: IUFM Nord-Pas de Calais.
- Duval, R. (2003). Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité? *Spirale - Revue de Recherches en Éducation*, 32(32), 7-31.

- Espinel, M., Antequera, A. (2009). Un estudio sobre la competencia de los alumnos en el manejo de tablas para resolver situaciones cotidianas. En González, M. J., González, M. T., y Murillo, J. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 227-236). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23.
- Estrella, S. y Olfos, R. (2012). La taxonomía de comprensión gráfica de Curcio a través del gráfico de Minard: una clase en séptimo grado. *Revista Educación Matemática*, 24(2), 119-129.
- Estrella, S., y Olfos, R. (2015). Transnumeración de los datos: el caso de las tablas de frecuencia. In P. Scott y A. Ruíz (Eds.) *XIV CIAEM-IACME. Vol. 8: Estadística y Probabilidad* (pp.220-225). México: Comité Interamericano de Educación Matemática.
- Feinberg, R., y Wainer, H. (2012) Extracting sunbeams from cucumbers. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 20(4), 793-810.
- Flores, C. R., y Moretti, M. (2005). O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática. In: *reunião anual da anped*, 28.
- Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10(2), 427-442.
- Font, V., Planas, N., y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y Scheaffer, R. (2005). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K- 12 curriculum framework. Alexandria, VA: American Statistical Association. Recuperado el 9 de Agosto 2018: www.amstat.org/Education/gaise/.
- Friel, S., Curcio, F., y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education* 32(2), 124-158.
- Fuentes, S. Arteaga, P., y Batanero, C. (2014). Gráficos estadísticos y tablas: una actividad exploratoria en Educación Infantil. En F. España (Ed.), *Actas del XV CEAM* (pp. 385-393). Baeza: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Gabucio, F., Martí, E., Enfedaque, J., Gilabert, S., y Konstantinidou, A. (2010). Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. *Cultura y Educación*, 22(2), 183-197.

- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International statistical review*, 70(1), 1-25.
- Gea, M. M. (2014). *La correlación y regresión en bachillerato: Análisis de libros de texto y del conocimiento de los futuros profesores* (Tesis doctoral). Universidad de Granada.
- Gea, M. M, Arteaga, P., Batanero, C. y Ortiz, J. J. (2018). Conocimiento Tecnológico sobre la Correlación y Regresión: un estudio exploratorio con Futuros Profesores. *Bolema*, 32(60), 134-155.
- Gea, M. M., Batanero, C., Cañadas, G. R., y Contreras, J. M. (2013). Un estudio empírico de las situaciones-problema de correlación y regresión en libros de texto de bachillerato. *Investigación en Educación Matemática XVII*, 293-300.
- Ghiglione, R. y Matalón, B. (1989). *Las encuestas sociológicas*. México: Trillas.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2-3), 237-284.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M.M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado el 9 de Agosto 2018 en: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., y Recio, Á. M. (2001). Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática. *Enseñanza de las ciencias*, 19(3), 405-414.
- Goetz, J. P., y Lecompte, M. D. (1998). *Etnografía y diseño cualitativo en educación*. Madrid, España: Morata.
- Guimarães, G., Gitirana, V., Cavalcanti, M. y Marques, M.C.M. (2008). Análise das atividades sobre representações gráficas nos livros didáticos de matemática. *2º Simpósio*

- Internacional de Educação Matemática*. Recife, Brasil.
- Hernández R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación Sexta Edición*. México: Mc Graw Hill.
- Karazsia, B. (2013). Enhancing table interpretation skills via training in table creation. *Teaching of Psychology*, 40, 208–211.
- Karazsia, B. y Wong, K. (2016). Does training in table creation enhance table interpretation? A quasi-experimental study with follow-up. *Teaching of Psychology*, 43, 126-130.
- Kemp, M., y Kissane, B. (2010). A five step framework for interpreting tables and graphs in their contexts. En C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics*. Ljubljana, Slovenia: International Statistical.
- Koschat, M. (2005). A case for simple tables. *The American Statistician*, 59(1), 31-40.
- Lee, H. S., Kersaint, G., Harper, S. R., Driskell, S. O., Jones, D. L., Leatham, K. R., y otros (2014). Teachers' use of transnumeration in solving statistical tasks with dynamic statistical software. *Statistics Education Research Journal*, 13(1).
- Lôbo, F.F., y Alcântara, L.R. (2011). Analisando a construção e a interpretação de gráficos e tabelas por estudantes do Ensino Médio Regular e EJA. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recife, Brasil.
- López, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista de Educación*, 4, 167-180.
- Martí, E., Pérez, E., y De la Cerda, C. (2010). Alfabetización gráfica. La apropiación de las tablas como instrumentos cognitivos. *Contextos*, 10, 66-78.
- Mayén, S., Díaz, C., y Batanero, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. *Statistics Education Research Journal*, 8(2).
- Mayring, P. (2000). Qualitative content analysis. *Forum qualitative social research*, 1(2).
- MEC (2005). PISA 2003. *Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*. Madrid: Inecse.
- MINEDUC (2012). *Matemática Educación Básica. Bases curriculares*. Santiago: Autor.
- MINEDUC (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. Santiago, Chile: Autor.
- Ministerio de Educación (2009). *PISA 2009. Programa para la evaluación internacional de alumnos de la OCDE. Informe español*. Madrid: Autor.
- Moore, D. S. (1991). Teaching statistics as a respectable subject. En F. Gordon y S. Gordon (eds.), *Statistics for the Twenty-First Century* (pp. 14-25). Mathematical

- Association of America.
- NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ortiz, J. J. (1999). *Significado de los conceptos probabilísticos elementales en los textos de Bachillerato* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada. Granada, España.
- Pagan, A., y Magina, S. (2010). O Ensino de Estatística a Partir da Interdisciplinaridade: Um Estudo Comparativo. *10º Encontro Nacional de Educação Matemática*. Salvador.
- Pratt, D., Davies, N., y Connor, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics. En Batanero, C., Burrill, G., y Reading, C. (Ed.). *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 97-107). New York: Springer.
- Ramos, A. B., y Font, V. (2006). Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. *La Matematica e la sua didattica*, 4(20), 535-556.
- Recio, A. M. (1999). *Una aproximación epistemológica a la enseñanza y aprendizaje de la demostración matemática* (Tesis doctoral). Universidad de Granada.
- Ridgway, J. (2015). Implications of the data revolution for statistics education. *International Statistical Review*, 84(3), 528–549.
- Sánchez Cobo, F. T. (1999). *Significado de la correlación y regresión para los estudiantes universitarios* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada, España.
- Walichinski, D. y Junior, G. S. (2013). Contribuições de uma sequência de ensino para o processo de ensino e aprendizagem de gráficos e tabelas segundo pressupostos da contextualização. *Unión*, 35, 19-42.
- Watson, J. M. (2003). Statistical literacy at school level: What should students know and do? *ISI 54th Session*. Berlin, Germany.
- Wild, C., M. Utts, J. y Horton, J. (2018). What is statistics? En Ben-Zvi, D., Makar, K., y Garfield, J. (Ed.), *International handbook research in statistics education* (pp.5-36). Switzerland: Springer.
- Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.
- Wilhelmi, M.R., Godino, J.D., y Lacasta, E. (2007). Didactic Effectiveness of Mathematical Definitions: The Case of the Absolute Value. *IEJME-Mathematics Education*, 2(2), 72-90.
- Zapata-Cardona, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 33, 234-247.

ANEXO 1. LA TABLA ESTADÍSTICA COMO OBJETO MATEMÁTICO

Como se expuso, anteriormente, es importante disponer de forma organizada de la información de un estudio estadístico, para su correcta interpretación y así dar respuesta a las preguntas planteadas inicialmente, o formular otras nuevas una vez analizada dicha información. Para Koschat (2005) en una tabla, la elección de las filas y columnas que la componen o el tipo de número que se represente, entre otros factores, son primordiales para su construcción e interpretación. Así mismo, constituyen un soporte fundamental en la resolución de tipos de problemas como, por ejemplo, el estudio de una variable estadística bidimensional (Gea, 2014). A continuación, describimos brevemente el análisis de este objeto matemático según el marco del EOS.

Situación-Problema. En el EOS, la situación-problema tiene un rol relevante, pues los objetos matemáticos intervienen y emergen de las prácticas, personales o institucionales, al resolver problemas (Godino, Batanero y Font, 2007). Las situaciones-problema presentes en el trabajo con tablas estadísticas, se puede observar en las bases curriculares propuestas por el NCTM (2000), el proyecto GAISE (2005) y los lineamientos curriculares chilenos (MINEDUC, 2012; 2015), entre otros documentos, donde se debe destacar los procesos de transnumeración (Wild y Pfannkuch, 1999) a propósito de ellas, debido a que el cambio de representación de los datos y su posterior análisis involucra una serie de tareas, como distinguir y clasificar datos, cálculo de medidas de tendencia central o dispersión en una variable, etc. En el procedimiento de transnumeración con las tablas estadísticas, Chick (2004) identifica diferentes etapas previas al proceso como representar los datos en tablas o gráficos, el cálculo de frecuencia de datos, entre otros.

Así mismo, destacamos la importancia de la tabla de doble entrada en la resolución de situaciones que impliquen variables estadísticas bidimensionales. Gea, Batanero, Cañadas y Contreras (2013) clasifican en tres grandes tipos las situaciones problema en estudios bidimensionales, donde el primero de ellos, se trata de resumir o representar los datos bivariantes, traduciéndolos desde un registro a otro (gráfico, tabular, numérico, etc.), así como las actividades de lectura o construcción de dichas representaciones.

Lenguaje. Es la forma en que se comunica mediante términos, expresiones, símbolos, notaciones, tablas, etc. el enunciado, el procedimiento y la solución de un problema matemático. En el caso particular de la tabla estadística, esta se constituye en un lenguaje por sí misma. Godino (2003) señala que las disposiciones tabulares, de diferente tipo, son

de carácter lingüístico, estas son utilizadas de manera frecuente para presentar datos estadísticos, así como los gráficos, esquemas, ilustraciones, los cuales formarían parte de un lenguaje de tipo gráfico.

En particular, las tablas estadísticas, se caracterizan por exponer información de datos reales (“duros”), lo que no siempre es posible en el lenguaje gráfico (Estrella, 2014). En este sentido, Koschat (2005) advierte que la tabla es en sí misma, un uso del lenguaje y se hace uso del mismo en su representación. Es decir, a menudo, se toma la decisión de incluir tablas inapropiadas en documentos (en su forma original en datos brutos) sin preocuparse por utilizar un lenguaje apropiado que estructure la tabla.

Diversos autores (Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras, 2011; Estrella, 2014), entregan orientaciones, respecto a la estructura que debe poseer una tabla estadística:

- Exponer un título apropiado (breve y entendible), indicar el tamaño de la muestra (si es posible), además del lugar, tiempo y fuente de donde se recogieron los datos.
- El cuerpo de datos se distribuye en un bloque rectangular formado por celdas, conformadas por la intersección de filas y columnas, donde la primera columna izquierda y su encabezado no forman parte del cuerpo de datos.
- En el caso que se represente una sola variable, la primera columna muestra las categorías de la variable y el encabezado superior se reserva para registrar el nombre de los contenidos de cada una de las columnas, por ejemplo, tipos de frecuencias o cálculos en la variable. La última fila, se utiliza para registrar los totales.
- En caso de representar más de una variable, la primera columna muestra las categorías de la variable con mayor cantidad de valores, o la causa en tipos de estudios de causalidad, y en el encabezado superior las modalidades de la otra variable. La última fila, se utiliza para registrar los totales marginales o totales columna; y la última columna registra los totales marginales o totales de fila.

Conceptos. En la actividad matemática, son llevadas a cabo acciones sobre objetos matemáticos con los que se opera, o se razona para resolver la situación problema. Algunos de estos objetos matemáticos son referidos con símbolos, expresiones, términos, etc., o definiciones de conceptos que son aplicados, o emergen de la actividad matemática (Godino, 2003).

En la resolución de situaciones que involucren tablas estadísticas, el nivel educativo determina los conceptos utilizados y el grado de profundidad de su estudio. Desde quinto hasta octavo año básico (10 a 13 años), los contenidos referidos al uso de tablas

estadísticas son los establecidos de modo explícito o implícito en las orientaciones curriculares chilenas (MINEDUC, 2012, 2015), que describimos a continuación:

Poblaciones, censos y muestras

Una *población* corresponde al conjunto total de elementos que son de interés estudiar en una situación. Puede tratarse de personas, animales, etc. y cada uno de ellos recibe el nombre de *individuo* de la población. En el estudio de una población, se busca profundizar respecto al conocimiento de una determinada característica en la misma, y si la población es de tamaño reducido, el procedimiento consistirá en la inspección de cada individuo, así, el proceso de obtención de la información será considerar a toda la población utilizando lo que se denomina *censo*. Pero, frecuentemente, el estudio de toda la población es casi imposible, costoso, demoroso... lo cual implica que se realice un análisis estadístico para estudiar la población mediante inferencia a partir de una *muestra* tomada de la misma, que consiste en seleccionar parte de la población mediante individuos que representen del modo más fiel a la población que representan. Para esto se exige, fundamentalmente, que la muestra sea representativa.

Variable, tipos de datos y escalas de medida

La *variable* corresponde a cualquier característica que se pueda observar o medir en los individuos de una población o muestra, y puede tomar diferentes valores en diferentes individuos. Cada modalidad de la variable X se denota por x_i , para $i = 1, \dots, K$; con K el total de modalidades que puede tomar la variable en los individuos que se estudian.

Como es posible observar distintas características para un mismo individuo, estas características pueden ser de diferente naturaleza y por tanto ser medidas de diferente modo: *escala nominal*, que se refiere a la categorización de la variable en clases que simplemente pueden distinguirse entre sí por cualidades no medibles y por tanto, no es posible realizar operaciones aritméticas entre sus modalidades. Nos referimos en este caso a variables cualitativas (e.g. fruta favorita, nacionalidad, color de ojos, etc.). En algunos casos, las categorías de la variable cualitativa pueden ordenarse, por lo que su escala se denomina *ordinal* (e. g. el nivel educativo) y la variable se denomina ordinal. En caso de tratarse de una variable en la que se pueda operar con sus modalidades, podemos hablar de variables cuantitativas, bien discretas, según tome valores aislados (frecuentemente números enteros), o continuas, según tome cualquier valor de entre cualesquiera dos valores que se considere. Así es que encontramos dos tipos de escala de medida ante este tipo de variables: *escala de intervalo* y *escala de razón*, con la única diferencia es que en la escala de razón la unidad de medida posee un cero absoluto.

Distribución de frecuencias de variables estadísticas

La distribución de una variable se refiere a la disposición de sus frecuencias en cada modalidad, entendiendo por frecuencia al número de veces que aparece o se repite el valor de la variable en el total de individuos que se estudian. Se distinguen diferentes tipos:

Frecuencia absoluta, que registra el número de veces (número de individuos) que se observa (representan) la característica de la variable X en su correspondiente modalidad i que se denota por n_i (para $i = 1, \dots, k$).

Frecuencia relativa, que registra el número de veces que se observa la característica de la variable X en su correspondiente modalidad i respecto del total de datos considerados. Se denota por $f_i = \frac{n_i}{N}$ (para $i = 1, \dots, k$) donde N es el total de datos analizados y n_i la frecuencia absoluta de la modalidad x_i . Este tipo de frecuencia permite obtener otro tipo de frecuencias relacionadas como es el caso de la *frecuencia porcentual*, entre otras.

Frecuencia acumulada, que se refiere al cálculo del total de frecuencias que son menores a un valor de la variable determinado. Se obtiene sumando la frecuencia de cada uno de los valores anteriores al considerado. Este tipo de frecuencia se puede obtener para cada uno de los tipos de frecuencias anteriormente descritas.

Intervalos de clase

Las variables cuantitativas, principalmente las de tipo continuo, toman valores dentro de un intervalo, aunque también las de tipo discreto pueden ajustarse y agrupar sus modalidades en intervalos, aunque implique una pérdida de información, algo que hay que tener en cuenta cuando se interprete este tipo de tablas en datos agrupados (Batanero y Godino, 2001).

La construcción de tablas con variables agrupadas requiere decidir la cantidad de intervalos a considerar, que dependerá del interés que se persigue. Generalmente, para establecer la cantidad de intervalos se aproxima al entero más próximo a la raíz cuadrada del número total de datos. Además, en la distribución de frecuencias con datos agrupados, se debe considerar las nociones de *máximo* (mayor valor de la variable), *mínimo* (menor valor de la variable) y *recorrido o rango*, que se refiere a la diferencia entre el máximo y mínimo.

Cada intervalo considerado se denomina *clase*, donde podemos identificar su *extremo superior* (E_{i+1}), su *extremo inferior* (E_i) y la *marca de clase*, que se corresponde con la media de los extremos de la clase y se representa por x_i . Como observación, cuando el extremo superior de cada clase coincide con el extremo inferior de la siguiente clase, se

asume que los intervalos son semiabiertos por la derecha.

Una vez identificados los conceptos implicados en una tabla, cabe decir que se asocian muchos otros conceptos, atendiendo al uso que se haga de ella en la situación problema planteada. Es así como en una tabla estadística unidimensional, podemos hablar de medidas de tendencia central, medidas de posición, medidas de dispersión, probabilidad (en su enfoque frecuencial), ley de los grandes números, etc.; mientras que en una tabla estadística bidimensional, también es posible abordar los anteriores conceptos, así como los de asociación, covarianza, correlación, regresión, distribución marginal, distribución condicionada, contraste Chi-cuadrado, etc.

Propiedades. Se refieren a las condiciones de realización de las acciones, o a características específicas de las situaciones propuestas. Cada propiedad, se asocia a un objeto matemático o la relación entre objetos, por lo que regula su uso y contribuye al crecimiento del significado del objeto en cuestión (Godino, 2003).

Como expusimos anteriormente, para los conceptos, la selección y secuenciación de las propiedades referidas a las tablas estadísticas, debe ser considerada atendiendo al nivel educativo, de modo progresivo.

Las propiedades relativas a la tabla, están enmarcadas, según los conceptos estudiados, por motivos de espacio en el trabajo, no podemos clasificar el conjunto de propiedades que atañen al estudio de una tabla estadística, pues nuestro interés es manifestar la necesidad de conocer los elementos estructurales referidos a la construcción de tablas estadísticas, bien para su correcta representación y su consecuente interpretación.

Procedimientos. Corresponde al despliegue de diferentes operaciones, algoritmos, estrategias, etc. que permiten resolución de una situación problema. En el caso de la tabla estadística, por la diversidad de tipos de problemas en el que se encuentra involucrada, el estudiante debe realizar varias acciones de traducción a otro tipo de representación: gráfica, numérica, algebraica, etc., o en la propia tabla, en su conjunto o una parte de ella y lo representado. Es decir, con la información que se obtiene de una tabla estadística es posible establecer una relación de asociación entre elementos, conjuntos o subconjuntos de dicha tabla, lo que conlleva a que un conjunto de datos, puede responder a un número determinado de preguntas.

Según Estrella (2014, p. 1): “En el caso de las tablas es importante saber leerlas, completarlas, construirlas e interpretarlas” por lo que para cada una de estas acciones, requiere de capacidades y destrezas específicas. Así, el tipo de procedimiento referido a la lectura de una tabla, descrito por Arteaga (2011), para el caso de un gráfico, puede ser trasladado a

una tabla, puesto que podemos diferenciar dos tipos de procedimientos: la lectura de un dato respecto de una modalidad o encabezado determinado (lo que corresponde a una lectura directa), o bien para un determinado dato en la tabla, la búsqueda de su correspondiente modalidad y referencia de columna (lectura inversa de la tabla).

Friel, Curcio, Bright, (2001) sugieren vincular la estructura de las tablas con la de los gráficos, y advierten de la importancia de las tablas como una herramienta de transición para organizar información que se representará de manera gráfica. Así, los autores proponen una clasificación de niveles de lectura para tablas y gráficos, que parte de la establecida previamente por Curcio (1989). Se distingue cuatro tipos de procedimientos, dentro de la propia lectura de la gráfica, que trasladamos a la tabla, los que son detallados en los siguientes capítulos.

Argumentos. Este tipo de objeto matemático, alberga no sólo las demostraciones formales deductivas características de la matemática, sino cualquier enunciado utilizado para justificar (Godino y Recio, 2001). Por ejemplo, validar si una serie de afirmaciones emanadas desde una tabla, son verdaderas o falsas; interpretar en un determinado contexto por qué interesa considerar una medida más representativa, de una distribución expuesta en la tabla, a partir del estudio de las medidas de tendencia central.

Los argumentos que son empleados en torno a la tabla, vienen determinados por los conceptos, procedimientos y propiedades utilizados para dar solución a la situación problema. Así, encontramos diversidad de modos de argumentar como son (Recio, 1999): *Ejemplos o contraejemplos*. Conciernen al empleo de ejemplos concretos para validar una determinada propiedad o procedimiento.

Uso de representaciones gráficas, puesto que en ocasiones es útil representar gráficamente los datos de la tabla para argumentar la veracidad de un enunciado.

Argumentos verbales deductivos, referidos a demostraciones deductivas, utilizando axiomas o teoremas que conforman dicha argumentación.

Argumento algebraico deductivo, son aquellos que evidencian argumentos deductivos basados en lenguaje algebraico, asociados a la tabla. Se trata de manipulaciones algebraicas utilizadas para argumentar una propiedad, el empleo de alguna fórmula, etc.