

# **RECURSOS INTERACTIVOS PARA EL ESTUDIO DE LA VARIANZA: ANÁLISIS DE SU IDONEIDAD DIDÁCTICA**

Ignacio González-Ruiz y Carmen Batanero

SUMA 80, 31-38, 2015

**RESUMEN.** Internet ofrece muchos recursos para la enseñanza de la estadística. En este trabajo se analizan diez applets, válidos para la enseñanza de la varianza en el Bachillerato de Ciencias Sociales. Se describen los componentes del significado presentado de la varianza y se analiza la idoneidad didáctica de dichos recursos para orientar al profesorado.

**Palabras clave:** applets, varianza, idoneidad didáctica

**ABSTRACT.** There are many resources for the teaching of Statistics available on the Internet. In this paper, we analyze ten applets suitable to work with this concept in the Social Sciences baccalaureate. We describe the components of meaning of variance, and analyze the suitability of these resources to guide the teachers.

**Key words:** applets, variance, suitability criteria.

## **1. INTRODUCCIÓN**

La dispersión y sus medidas resultan esenciales en una distribución de datos, pues complementan a las medidas de posición central. Wild y Pfannkuch (1999) incluyen la percepción de la variación en los datos (y por tanto de la dispersión) como un componente básico del pensamiento estadístico. Asimismo Moore (1990) sugiere los siguientes elementos de este pensamiento; la percepción de la omnipresencia de la variación y la competencia para su explicación y su cuantificación.

En este trabajo realizamos un análisis de algunos recursos que permiten explorar y visualizar el concepto de varianza, para prever su utilidad y las posibles dificultades que pueden encontrarse a la hora de su utilización en el aula.

### **1.1. Las medidas de dispersión en el currículo**

Los contenidos de estadística ocupan un lugar relevante en la enseñanza secundaria, especialmente en el Bachillerato de Ciencias Sociales (MEC, 2007). Reflejamos en la Tabla 1 los contenidos del primer curso, donde la varianza forma parte de la estadística descriptiva unidimensional.

En la correlación y regresión la desviación típica interviene en el cálculo de los coeficientes de correlación y regresión. Al analizar la bondad de ajuste de los puntos del diagrama de dispersión a la recta de regresión utilizamos el coeficiente de determinación (cuadrado del coeficiente de correlación). Finalmente, en el estudio de las distribuciones de probabilidad, la varianza (o desviación típica) se utiliza en el teorema de Markov para indicar la proporción de valores de la variable incluida en intervalos centrados alrededor de la media. Igualmente la desviación típica es uno de los dos parámetros que determina la distribución normal.

La varianza aparece también en el segundo curso de Bachillerato de Ciencias Sociales, vinculada a la inferencia estadística, al estudiar la distribución muestral de la media y de la proporción. En consecuencia, es importante que los estudiantes adquieran una comprensión suficiente del concepto para asegurar su éxito en los temas citados.

Tabla 1. Iniciación a la estadística y la probabilidad en el bachillerato de Ciencias Sociales

- 
- Estadística descriptiva unidimensional. Tipos de variables. Métodos estadísticos. Tablas y gráficos. Parámetros estadísticos de localización, de dispersión y de posición.
  - Distribuciones bidimensionales. Interpretación de fenómenos sociales y económicos a partir de la representación gráfica de una nube de puntos. Grado de relación entre dos variables estadísticas. Regresión lineal. Extrapolación de resultados. Asignación de probabilidades a sucesos.
  - Distribuciones de probabilidad binomial y normal.
- 

## **2. FUNDAMENTOS**

### **2.1 Recursos en Internet y su papel en la enseñanza de la estadística**

El currículo español advierte de la importancia de la competencia tecnológica en el ámbito de las matemáticas (MEC, 2007, p. 45475). La estadística en particular cuenta con una gran influencia de la tecnología y de Internet (Pratt, Davies y Connor, 2011; Biehler et al., 2013), donde se posibilita abordar objetos estadísticos abstractos a través de micromundos virtuales basados en la simulación (Batanero, 1998; Contreras, 2011). Mills (2002) señala que estos recursos permiten sustituir las demostraciones formales por razonamientos más intuitivos, contribuyendo a la rebaja de su complejidad.

Para introducir con comodidad la tecnología en la enseñanza de los contenidos de estadística y probabilidad se crea la necesidad de formar al profesorado en el empleo adecuado de software para fomentar la comprensión de los alumnos (Chance, Ben-Zvi, Garfield y Medina, 2007; Contreras, Díaz, Arteaga, Gonzato y Cañadas, 2011).

## **2.2 Significado de un concepto matemático: el caso de la varianza.**

Al reflexionar sobre la dificultad del aprendizaje de los conceptos es necesario comenzar por hacer un análisis epistemológico. Centrándonos en la varianza y siguiendo a Godino y Batanero (1997), consideramos las siguientes entidades primarias como constituyentes de su significado:

- *Problemas y situaciones.* Inducen actividades que definen el campo de problemas de donde surge la varianza. Un ejemplo sería determinar el grado en que difieren los datos de una muestra con respecto al promedio.
- *Procedimientos, algoritmos, operaciones.* Al resolver un problema se realizan distintas prácticas. Características en la resolución de problemas de la varianza serían sumar una serie de diferencias de valores con respecto a la media del conjunto, elevándolas al cuadrado y dividiendo por el número de sumandos.
- *Representaciones* utilizadas en la resolución de problemas (términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos).
- *Conceptos, proposiciones.* Las definiciones y propiedades características de la varianza y sus relaciones con otros conceptos.
- *Demostraciones.* Empleadas para probar las propiedades de la varianza y que llegan a formar parte de su significado.

De acuerdo con este marco teórico, el significado de un concepto matemático varía según la institución considerada y los instrumentos semióticos disponibles en la misma. El proceso de enseñanza requiere fijar unos significados para los conceptos a enseñar, que no coinciden, en general, con el atribuido por los matemáticos profesionales.

## **3. METODOLOGÍA**

Nuestro trabajo se centra en el análisis de diez applets descritos en la Tabla 2 junto con un código para identificar cada uno de ellos. Para localizarlos hemos recurrido a la exploración de servidores de educación matemática que recogen applets por temáticas.

También se ha realizado una búsqueda directa, en Internet, a partir de términos claves como “applet” y alguno de los siguientes “varianza”, “desviación típica”, “medidas de dispersión”, “variance”. Una vez identificados, se realizó un primer análisis superficial para ver si era adecuado para el Bachillerato de Ciencias Sociales.

En algunos recursos se ponen en juego otros estadísticos de dispersión (como el rango o la varianza) y/o de tendencia central. Sin embargo nuestro análisis se centra únicamente en lo relativo al concepto de varianza. Al ser la muestra intencional no pretendemos generalizar nuestras conclusiones, sino estudiar la utilidad de los recursos encontrados para la labor docente.

Tabla 2. Descripción de la muestra de applets.

Applet	Nombre	Dirección
A1	Calculate standard deviaton and variance	<a href="http://www.pulsedpower.net/applets/math/stdev/stdev.html">www.pulsedpower.net/applets/math/stdev/stdev.html</a>
A2	Mean, variance, and standard deviation	<a href="http://joemath.com/applets/stats/">joemath.com/applets/stats/</a>
A3	The variance estimation experiment	<a href="http://www.math.uah.edu/stat/applets/VarianceEstimateExperiment.html">www.math.uah.edu/stat/applets/VarianceEstimateExperiment.html</a>
A4	Multinomial distributions calculator	<a href="http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/otherapplets/multinomial.htm">home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/otherapplets/multinomial.htm</a>
A5	N-1 as unbiased estimator of the population variance	<a href="http://www.uvm.edu/~dhowell/fundamentals8/SeeingStatisticsApplets/N-1.html">www.uvm.edu/~dhowell/fundamentals8/SeeingStatisticsApplets/N-1.html</a>
A6	Descriptive sampling statistics	<a href="http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/otherapplets/Descriptive.htm">home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/otherapplets/Descriptive.htm</a>
A7	Idea gráfica de la desviación típica	<a href="http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/e2desvtip.htm">docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/e2desvtip.htm</a>
A8	Medir sobre el histograma	<a href="http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/medidas/medir_histograma/actividad.html">recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/medidas/medir_histograma/actividad.html</a>
A9	Media y desviación típica	<a href="http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/medidas/media-dtipica/actividad.html">recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/medidas/media-dtipica/actividad.html</a>
A10	Cálculo de la desviación estándar paso a paso	<a href="http://xtec.cat/~fgonzal2/estad_descriptiva/media_y_desviacion.htm">xtec.cat/~fgonzal2/estad_descriptiva/media_y_desviacion.htm</a>

En primer lugar, se caracterizan los *campos de problemas*, fruto de las distintas situaciones problema que presentan. Posteriormente, haremos lo propio con los *algoritmos y procedimientos*, *tipo de lenguaje* y *representaciones* que presentan.

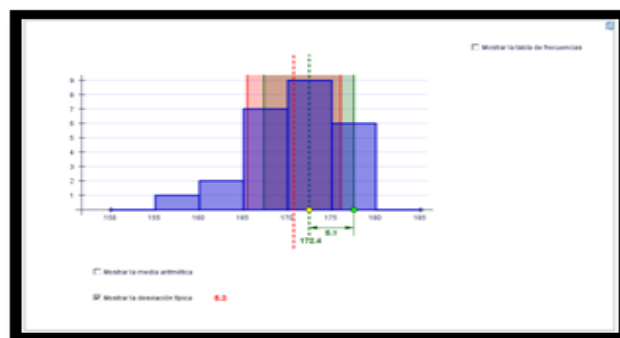

  

<b>Observations</b>		<b>Max</b>	
<b>Mean (Average)</b>		<b>Min</b>	
<b>Variance</b>		<b>Range</b>	
<b>Standard Deviation</b>		<b>1st Quartile</b>	
<b>Coef. of Variation</b>		<b>Coef. of Quar. Var.</b>	
<b>Skewness</b>		<b>3rd Quartile</b>	
<b>Kurtosis</b>		<b>InterQuartile</b>	
<b>Mean St. Error</b>		<b>Quartile Deviation</b>	
<b>Median</b>		<b>Mean Abs. Devia.</b>	

<b>Class Width</b>		<b>No. of Classes:</b>	
--------------------	--	------------------------	--

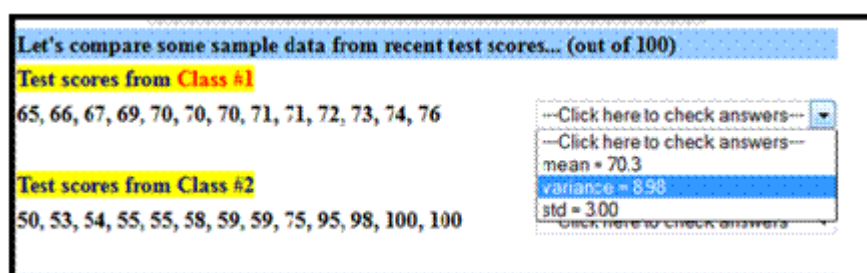
- *CP1.2. Medir la dispersión de los datos procedentes de una muestra a partir de su representación gráfica.* Un ejemplo se muestra en la Figura 2. En esta aplicación se trata de que el alumno encuentre la relación entre los valores de la media aritmética y de la desviación típica de una distribución y la forma del histograma que la representa. Pueden modificarse los datos y ver sus efectos sobre el gráfico y sobre estos estadísticos.

Figura 2. Medir la dispersión de datos a partir de su representación gráfica (A9)



*CP2. Comparar la dispersión de dos o más distribuciones estadísticas.* Un ejemplo se muestra en la Figura 3 donde, a partir de dos muestras de igual tamaño asociadas a un mismo experimento, se obtienen las varianzas y las desviaciones típicas muestrales asociadas a cada una de ellas.

Figura 3. Comparar la dispersión de dos o más distribuciones (A2)



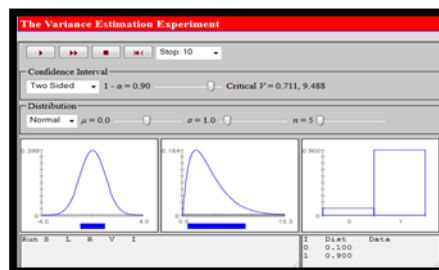
*CP3. Comparación de la varianza y la cuasivarianza.* En inferencia estadística, una vez calculada la varianza en la muestra, nos interesa estimar el valor de la varianza en la población. Sin embargo, la varianza muestral no es un buen estimador, debiendo recurrir a la cuasivarianza:

$$S_{N-1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}$$

En algunos applets se pone de manifiesto la bondad de la cuasi-varianza como estimador muestral insesgado frente a la varianza muestral, a partir de los datos de una muestra.

*CP4. Construir un intervalo de confianza para estimar la varianza (o la desviación típica).* Una vez obtenido un estimador de la varianza en la población por medio de la cuasivarianza, algunas situaciones requieren del cálculo de un intervalo de confianza para la misma. En el ejemplo de la Figura 4, los alumnos pueden variar el rango de valores que toman los parámetros asociados a la construcción de un intervalo de confianza para la desviación típica (tamaño muestral, nivel de confianza, etc.) y el tipo de distribución de la muestra, observando los efectos que producen tales modificaciones en la construcción de los intervalos de confianza.

Figura 4. Construir un intervalo de confianza para la varianza (A3)



En la Tabla 3 se observa que la mayoría de applets de la muestra se centran en la estimación numérica o gráfica de los valores de la varianza y/o la desviación típica (CP1). Podríamos también utilizar el campo de problemas CP2 sin más que repetir el campo de problemas CP1.1 dos veces; pero algunos de los applets no permiten introducir los propios datos. Puesto que una gran parte del interés de la estadística descriptiva es comparar dos distribuciones serían necesarios más applets del tipo CP2.

Tabla 3. Correspondencia entre los campos de problemas y los applets.

Campos de problemas	Applets
CP1.1. Medir la dispersión de datos en una muestra	A1, A6, 10
CP1.2. Medir la dispersión de datos a partir de su representación gráfica	A7, A8, A9
CP2. Comparar la dispersión de dos o más distribuciones	A2, A4
CP3. Comparación de la varianza y la cuasi-varianza	A5
CP4. Construir un intervalo de confianza para la varianza	A3

#### 4.2. Algoritmos y procedimientos

Una vez que el alumno tiene que trabajar un campo de problemas, ha de aprender algoritmos y procedimientos para resolverlo. Pueden distinguirse los siguientes algoritmos y procedimientos asociados a los applets:

*AP1. Calcular la varianza y/o la desviación típica de datos sin agrupar.* Esta es una operación muy frecuente en un conjunto de datos pequeño y se halla implementada en algunos recursos analizados. Un ejemplo se mostró en la Figura 1.

*AP2. Calcular la varianza y/o la desviación típica de datos agrupados en intervalos.* Cuando el conjunto de datos es numeroso, conviene realizar una agrupación en intervalos; por ejemplo, para representarlo gráficamente. Otras veces un problema de un libro de texto proporciona los datos ya agrupados. El alumno puede utilizar el applet donde se dan los cálculos para datos agrupados para efectuar los cálculos pertinentes. Un ejemplo se mostró en la Figura 2. Es importante hacer notar que la solución obtenida es aproximada y cambia dependiendo de los intervalos utilizados.

*AP3. Calcular la varianza y/o la desviación típica de datos presentados gráficamente.* Permite calcular el valor de estos estadísticos cuando la muestra se presenta en un histograma o un diagrama de barras. La Figura 2 ilustra un ejemplo de este procedimiento.

*AP4. Calcular la varianza o la desviación típica de dos muestras distintas.* Se puede utilizar el applet para calcular realizar este cálculo en dos muestras distintas con el objetivo de comparar su dispersión (Ver ejemplo en la Figura 3).

*AP5. Estimar la varianza por medio de la cuasi-varianza.* El alumno puede utilizar el applet para obtener el cálculo de estos dos estadísticos y comparar sus valores.



AP6. *Construir el intervalo de confianza para la desviación típica y el nivel de confianza asociado.* Permite calcular los extremos del intervalo de confianza asociado a la desviación típica o a la varianza a partir de una muestra dada (Figura 4).

AP7. *Lectura e interpretación de gráficos que contengan información sobre la varianza.* Ayuda a identificar y dar sentido a la información que se presenta en un histograma o un diagrama de barras y comprender mejor el significado de la varianza. (Figura 2).

AP8. *Estimar la varianza a partir de gráficos.* El alumno puede recurrir a este applet para dar una aproximación del valor que puede tomar la varianza, presentados los datos por medio de un histograma o un diagrama de barras.

En la Tabla 4 observamos mayor variedad de procedimientos que de campos de problemas. Los applets que involucran representaciones de tipo gráfico (A7, A8, A9) se caracterizan por poner en juego un mayor número de los algoritmos y procedimientos (AP2, AP3, AP7 y AP8). Por otra parte, los que se centran exclusivamente en la obtención del valor numérico que toma la varianza y/o la desviación típica (A1, A6 y A10) se restringen a uno (AP1).

Tabla 4. Correspondencia entre algoritmos y applets.

Algoritmos y procedimientos	Applets
AP1. Cálculo con datos sin agrupar	A1, A6, A10
AP2. Cálculo con datos agrupados	A7, A8, A9
AP3. Cálculo con datos representados gráficamente	A7, A8, A9
AP4. Cálculo con dos muestras distintas	A2, A4
AP5. Estimación de la varianza por medio de la cuasivarianza	A5
AP6. Construcción de un intervalos de confianza	A3
AP7. Lectura en interpretación de gráficos	A3, A7, A8, A9
AP8. Estimación a partir de la lectura de gráficos	A7, A8, A9

#### 4.3. Lenguaje y representaciones

Los términos verbales y expresiones relacionados con la varianza presentes en la muestra son comunes a todos los applets que la conforman. Recogemos: *desviación*, *desviación estándar*, *desviación típica*, *varianza* y *varianza poblacional*. Algunos,

recurren a términos que, fuera de contexto, no guardan relación directa con la varianza: *Coefficiente de variación, distribución, distribución muestral, distribución multinomial, estimador, histograma, intervalo de confianza para la desviación estándar, marca de clase, media, media aritmética, muestra, tamaño muestral, variable aleatoria.*

En relación a la simbología, destaca su escasez. En los applets donde se manifiesta, va acompañada de algún tipo de aclaración y es la simbología estándar en el tratamiento de la varianza y la desviación típica:  $S^2_N$  (varianza muestral),  $S_N$  (desviación típica muestral),  $S^2_{N-1}$  (cuasivarianza),  $S_{N-1}$  (cuasidesviación típica),  $\sigma^2$  (varianza poblacional),  $\sigma$  (desviación típica poblacional).

Respecto a las representaciones gráficas se han encontrado diagramas de puntos y de barras, histogramas, curvas de distribución y funciones de densidad. Deducimos por tanto la necesidad de que el profesor ponga atención a estas representaciones y asegure su comprensión por parte de los estudiantes para trabajar con los applets

#### 4.4. Clasificación temático-estadística de los applets

Se presenta en la Tabla 5, una clasificación de los mismos según su vinculación a la estadística descriptiva, al cálculo de probabilidades o a la inferencia estadística. Mayoritariamente (en siete de los diez applets), el tratamiento de la varianza que se propone en la muestra se caracteriza por potenciar aspectos propios de la estadística descriptiva.

Tabla 5. Clasificación temática estadística de los applets.

Clasificación estadística	Applets
Estadística descriptiva	A1, A2, A6, A7, A8, A9, A10
Cálculo de probabilidades	A4
Inferencia estadística	A3, A5

## 5. CONCLUSIONES E IMPLICACIONES

Para finalizar completamos el análisis ahondando en la adecuación de los applets al proceso de enseñanza-aprendizaje por medio de la noción de idoneidad didáctica (Godino, Wilhelmi y Bencomo, 2005), que se articula por medio de seis componentes que se describen a continuación.

La *idoneidad epistémica* se fundamenta en la representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia;

es decir, si el significado que de la varianza se aporta en un applet es adecuado desde el punto de vista matemático. Aunque se ha visto que los campos de problemas se adecúan al tratamiento de la varianza en el primer curso de bachillerato de Ciencias Sociales, para asegurar esta idoneidad será necesario que el profesor plantee previamente un problema relevante que motive el uso del recurso. Asimismo tras su implementación, debiera interpretarse el valor asociado a la varianza (o desviación típica) en el contexto del problema.

La *idoneidad cognitiva* es el grado en que los significados pretendidos/implementados son asequibles a los alumnos. La sencilla implementación que precisan los applets así como la claridad a la hora de describir las distintas etapas intermedias que precisan para el tratamiento de la varianza hace que estén al alcance de los usuarios (alumnos y profesores); de ahí que cuenten con la suficiente idoneidad. No obstante es importante que el profesor tenga en cuenta las dificultades descritas en Estepa y del Pino (2013): a) confusión entre la idea general de variabilidad y la de dispersión respecto a una medida de tendencia central; b) no comprensión del significado de la varianza; c) no saber cuándo es preferible una medida de dispersión frente a otra.

La *idoneidad interaccional* o grado en que la organización de la enseñanza permite identificar conflictos semióticos y resolverlos. En este caso, la idoneidad de los applets dependerá de la organización del trabajo que el profesor proponga en el aula. Resulta de interés el trabajo que los estudiantes puedan hacer con los applets de manera grupal, de forma que se subsanen los conflictos que emerjan de esta práctica.

La *idoneidad mediacional* es la disponibilidad y adecuación de los recursos necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Para llevar a la práctica el trabajo con los applets que se presentan en este trabajo no se requiere más que un ordenar en el aula.

La *idoneidad emocional* se centra en el interés y la motivación del alumnado en el proceso de estudio. El trabajo con tecnología supone una amplia fuente de motivación para los estudiantes, ya que les permite enfrentarse al concepto de varianza de un modo alternativo al que proponen otros recursos, como el libro de texto; de ahí que su grado de idoneidad sea notable.

En la muestra analizada, los applets potencian los matices algorítmicos vinculados al concepto de varianza frente a otros aspectos conceptuales. Por eso, es importante examinar cada uno de ellos, de forma que sea pertinente su uso en la consecución de los

objetivos establecidos por el profesor. Sería también importante que el profesor discuta con los alumnos las propiedades implícitas en cada uno de los applets.

La muestra analizada se caracteriza por presentar el estudio de la varianza en el marco de la Estadística Descriptiva. Sin embargo, muy pocos trabajan el sentido que en dicho ámbito se confiere a la varianza, que sería la comparación de muestras que tienen el mismo valor central. Será importante que el profesor resalte este aspecto en la clase. Al mismo tiempo es necesario que se elaboren otros applets centrados en la probabilidad y en la inferencia.

**Agradecimientos:** Proyecto EDU2013-41141-P (MEC) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

## REFERENCIAS

- BATANERO, C. (1998). Recursos para la educación estadística en Internet. *Uno*, 15, 13-26.
- BATANERO, C. y GODINO, J. (2001). Developing new tools in statistics education research. *Proceedings of the 53<sup>rd</sup> Session of the International Statistical Institute, Bulletin of ISI* tome LIX (book 2, pp. 137-142). Seul: International Statistical Institute.
- BIEHLER, R., BEN-ZVI, D., BAKKER, A., y MAKAR, K. (2013). Technology for enhancing statistical reasoning at the school level. En M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 643-689). New York: Springer.
- CHANCE, B., BEN-ZVI, D., GARFIELD, J. y MEDINA, E. (2007). The role of technology in improving student learning of statistics. *Technology Innovations in Statistics Education* 1(1).
- CONTRERAS, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- CONTRERAS, J. M., DÍAZ, C., ARTEAGA, P., GONZATO, M., CAÑADAS, G. (2011). Probabilidad condicional: Exploración y visualización mediante recursos en Internet. *Epsilon* 28(3), 79, 91-100.
- ESTEPA, A. y DEL PINO, J. (2013). Elementos de interés en la investigación didáctica y enseñanza de la dispersión estadística. *Números* (83), 43-63.

- GEA, M. M., BATANERO, C., ARTEAGA, P., CAÑADAS, G. R., y CONTRERAS, J. M. (2013). Análisis del lenguaje sobre la correlación y regresión en libros de texto de bachillerato. *SUMA* (76), 37-45.
- GODINO, J. D. y BATANERO, C. (1997). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. En A. Sierpiska y J. Kilpatrick (Eds.). *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer.
- GODINO, J. D., WILHELMI, M. y BENCOMO, D. (2005). Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4(2), 1-26.
- MEC (2007). *Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del Bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas*.
- MILLS, J. D. (2002). Using computer simulation methods to teach statistics: a review of the literature. *Journal of Statistics Education*, 10, (1).
- MILLS, J. D. (2004). Learning abstract statistics concepts using simulation. *Educational Research Quarterly*, 28(4), 18-33.
- MOORE, D. S. (1990). Uncertainty. En L. A. Steen (Ed.). *On the shoulders of giants. new approaches to numeracy*. Washinton, D. C.: National Academy Press.
- PRATT, D., DAVIES, N., y CONNOR, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE Study* (pp. 97-107). New York: Springer.
- WILD, C. J. y PFANNKUCH, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), pp. 223-263.