

La tecnología en la estadística bidimensional en los textos españoles de bachillerato

María M. Gea, Carmen Batanero, María del Mar López-Martín

Tecné, Episteme y Didaxis, 38, 113-132, 2015

Resumen: Los currículos actuales recomiendan el uso de la tecnología en la enseñanza de la estadística, por la ventaja que suponen en el cálculo y representación gráfica, el trabajo con datos reales y el aprendizaje de conceptos a través de la simulación. En esta investigación se analizan los recursos tecnológicos que los libros de texto sugieren para la enseñanza y aprendizaje de la estadística bidimensional en bachillerato (organización y representación de datos bidimensionales, correlación y regresión). La importancia de este tema es debida a que extiende la dependencia funcional a situaciones aleatorias y proporciona al alumno oportunidades de modelizar numerosas aplicaciones. Por otro lado, la investigación didáctica muestra dificultades de comprensión y concepciones erróneas en este tema. Utilizando un análisis de contenido se han estudiado dieciséis libros de texto españoles, ocho libros de cada una de las dos especialidades de bachillerato que incluyen este tema: "Humanidades y Ciencias Sociales" y "Ciencia y Tecnología". En dichos libros analizamos el uso que se hace de la tecnología en los problemas y procedimientos propuestos, los tipos de recursos que se mencionan para trabajar con Internet y el contenido de un CD que acompaña a la mayoría de estos textos. Nuestros resultados muestran una escasa presencia de la tecnología en los textos analizados, a la vez que gran variabilidad de la tecnología descrita. La referencia a recursos en Internet se suele restringir a unidades didácticas y no a conjuntos de datos que puedan usarse en proyectos o a simuladores que faciliten la comprensión conceptual. El CD que acompaña a los textos a veces reproduce el mismo texto o se reduce a colecciones de ejercicios tradicionales; son minoría los problemas y procedimientos que usan recursos tecnológicos. Concluimos con algunas recomendaciones para la mejora de estos textos, teniendo en cuenta la tecnología.

Palabras clave: *Estadística bidimensional, libros de texto, bachillerato, tecnología.*

Abstract: Current guidelines recommend the use of technology in the teaching of statistics, due to the help they provide in the calculation and production of graphs, the possibility of working with real data and of learning concepts through simulation. In this research, we analyse the different technological resources suggested in high school textbooks for teaching and learning bi-dimensional statistics (organization and representation of bi-dimensional data, correlation and regression). The importance of this issue is due to the fact that it extends functional dependence to random situations and provides students with opportunities to model numerous applications. On the other hand, previous research shows many difficulties of understanding and misconceptions on these topics. We analysed sixteen Spanish text books, using content analysis; eight

books of each of the two modalities that include this topic: "Humanities and Social Sciences" and "Science and Technology". In these books we analysed the use of technology in the problems and procedures proposed, the references to technological resources in Internet and the content of a CD that supplements most of these textbooks. Our results suggest a scarce presence of technology in the textbooks analysed, and a large variability of the technology described. The reference to Internet resources is often reduced to didactic units and not to data sets that can be used in projects or simulators to facilitate conceptual understanding. The CD which supplements some of these textbooks sometimes reproduces the same text which appears in the book or includes collections of traditional exercises; there are few problems and procedures based on technology. We conclude with some recommendations for improvement of these texts, considering technology.

Keywords: Bi-dimensional statistics, textbooks, high school, technology.

1. Introducción

La estadística bidimensional tiene gran relevancia en la formación de los estudiantes de bachillerato, pues pone en juego nuevas heurísticas respecto a los conocimientos previos de estos estudiantes sobre la dependencia funcional. Es además muy utilizada como herramienta de investigación en la mayoría de las ciencias experimentales y sociales, así como para la predicción, en gestión, política y economía. En consecuencia, es necesario que el estudiante adquiera competencias de tratamiento de los datos bidimensionales mediante el uso de un lenguaje apropiado, y que adquiera significativamente los conceptos de correlación y regresión.

En el sistema educativo español nos encontramos, actualmente, en una modificación curricular en todos los niveles educativos cuya implantación en bachillerato se prevé para el próximo curso escolar 2015-2016 de manera progresiva. En la nueva normativa se mantiene la enseñanza de estadística bidimensional en el primer curso de bachillerato y se explicitan mucho más los contenidos a tratar al respecto, en las dos modalidades en que se enseña matemáticas: "Ciencias" y "Humanidades y Ciencias Sociales". Los contenidos son similares para ambas modalidades, por ejemplo, en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales se indica (MECD, 2015, p. 385):

Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. Distribución conjunta y distribuciones marginales. Distribuciones condicionadas. Medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas. Independencia de variables estadísticas. Dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos. Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas. Coeficiente de determinación.

Estas indicaciones modifican poco a las aún vigentes en el presente curso escolar, que son similares en las modalidades en que se enseña matemáticas. Los contenidos fijados los siguientes: “Distribuciones bidimensionales. Interpretación de fenómenos sociales y económicos en los que intervienen dos variables a partir de la representación gráfica de una nube de puntos. Grado de relación entre dos variables estadísticas. Regresión lineal. Extrapolación de resultados.” (MEC, 2007b, p. 45475).

La importancia y utilidad de este tema para los estudiantes es clara, así como en la mayoría de estudios universitarios; aun así, su enseñanza y aprendizaje no está exenta de problemas didácticos que la investigación, principalmente desde el campo de la psicología y la didáctica, ha descrito. Destacamos, entre otros, las dificultades de comprensión en torno a los conceptos de covarianza y correlación (Estepa y Batanero, 1995; Estepa, 2008; Zieffler y Garfield, 2009).

Un recurso para ayudar a los estudiantes a superar muchas de estas dificultades es la tecnología. Hoy en día existe una gran variedad de recursos tecnológicos como la calculadora, hoja de cálculo, applets y programas de ordenador específicos, que pueden facilitar la realización de cálculos y gráficos (Pratt, Davies y Connor, 2011). El aprendizaje de y a través de la tecnología es esencial en esta etapa educativa, sobre todo para desarrollar este tema, y se incluye como objetivo general en bachillerato: “Utilizar con solvencia y responsabilidad las tecnologías de la información y la comunicación” (MEC, 2007b, p.45382). Así mismo, en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I encontramos la siguiente reflexión:

Las herramientas tecnológicas ofrecen la posibilidad de evitar tediosos cálculos que poco o nada aportan al tratamiento de la información, permitiendo abordar con rapidez y fiabilidad los cambiantes procesos sociales mediante la modificación de determinados parámetros y condiciones iniciales (MEC, 2007b, p. 45474).

Igualmente se recomienda el uso de la tecnología por parte de la Junta de Andalucía indicándose como meta: “Formación para la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación, estimulando su uso en los procesos de enseñanza y aprendizaje de todas las materias y en el trabajo del alumnado” (Consejería de Educación, 2008, pp. 9-10).

El objetivo de este trabajo es analizar el uso que se propone de la tecnología en los libros de texto del bachillerato en el tema de estadística bidimensional. Nos apoyamos en la importancia del libro de texto, que sirve de apoyo al docente y ayuda al estudio autónomo del estudiante (Cordero y Flores, 2007).

Estos libros forman parte del proceso de transposición didáctica, en el cual, el conocimiento matemático formal se adapta para convertirlo en conocimiento matemático para ser enseñado (Chevallard, 1991). Además, su análisis es un componente del análisis curricular, pues el currículo escrito es un paso entre el currículo pretendido y el implementado en el aula (Herbel, 2007).

El trabajo forma parte de un proyecto de investigación (Gea, 2014) donde se analizan la correlación y regresión en los libros de texto. Resultados complementarios se han publicado en Gea, Batanero, Cañadas y Contreras (2013); Gea, Batanero, Fernandes y Gómez (2014) y Gea, Batanero, Arteaga, Cañadas y Contreras (2014).

2. Marco teórico

2.1. Enfoque Onto-Semiotico

Nos basamos en el Enfoque Onto-Semiotico (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007) que concibe la matemática como quehacer humano, fundamentada en un lenguaje simbólico y lógicamente organizada. Se consideran los siguientes tipos de objetos matemáticos: problemas planteados, lenguaje, procedimientos, argumentos, conceptos y proposiciones o propiedades asociadas. El significado de estos objetos es relativo según sea visto desde el sujeto que resuelve la situación problema (significado personal), o desde la institución encargada de “albergar” dicho objeto matemático (significado institucional) (Godino y Batanero, 1998). También se consideran diversas facetas duales, que aportan sentido a la enseñanza y aprendizaje de este objeto (Godino, Batanero y Font, 2007): a) institucional y personal, ya comentada; b) ostensiva y no ostensiva, según el objeto se perceptible (representado) o sólo imaginado; c) extensiva e intensiva, según una clase de objetos se defina como una colección por enumeración o mediante una propiedad característica; d) unitaria y sistémica, dependiendo de si el objeto se considera indivisible o compuesto por partes; y e) expresión y contenido, que tiene en cuenta la diferencia entre signo o símbolo y significado del mismo.

La tecnología ayuda a diferenciar y enriquecer estos objetos y facetas pues permite resolver problemas más complejos y en contexto real, fomenta en el estudiante el uso del lenguaje (verbal, simbólico, icónico, gráfico), facilita y amplía la gama de procedimientos a su alcance, hace ostensivos conceptos y propiedades, sobre todo por medio de la simulación, y promueve el razonamiento y la argumentación. Al manipular objetos ostensivos, el estudiante irá desarrollando la capacidad de anticipación de los resultados e idealizando progresivamente los ejemplos particulares al objeto general no ostensivo. La faceta extensiva e intensiva aparece al generalizar el ejemplo particular con que trabaja el estudiante a un conjunto más amplio de situaciones, ligado también a la dualidad sistémica y unitaria, que se presenta al construir el significado personal a partir de objetos matemáticos previos, que participan con un rol unitario, y que cuando se construyeron tenían un rol sistémico. Finalmente, la dualidad personal e institucional la promueve el profesor al institucionalizar los logros del estudiante.

2.2. Papel de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

El uso de la tecnología en la enseñanza de la estadística ha sido reconocido, entre otros, por Pratt, Davies y Connor (2011), que destacan la reducción del tiempo de cálculo y la ampliación del tipo de gráficos que el alumno puede realizar interactivamente. Igualmente señalan la posibilidad de trabajar con proyectos, en que el alumno parte de un problema de investigación y utilizando conjuntos de datos reales, que hoy día son accesibles desde muchas instituciones en Internet, completa todos los pasos de una investigación (Wild y Pfannkuch, 1999).

Una gran ventaja al utilizar estos datos es que se potencia la interdisciplinariedad en clase de estadística, permitiendo aprender contenidos que no se adquieren habitualmente con problemas tomados de los libros de texto; por ejemplo, el efecto de valores atípicos sobre el cálculo de un estadístico (Hall, 2011). Al facilitar el cálculo y la representación gráfica, la tecnología disminuye el problema tradicional en la enseñanza de la estadística en cuanto al desfase entre la comprensión de los conceptos y los medios técnicos de cálculo para poder aplicarlos (Batanero y Díaz, 2011).

Otra aplicación característica del uso de la tecnología es la simulación (Biehler, 1997). Las representaciones icónicas de conceptos en la simulación (por ejemplo, la desviación de los puntos de un diagrama de dispersión a la recta de regresión) pueden ayudar a los estudiantes a pensar a través de modelos concretos, cuando todavía no son capaces de generalizar sus ideas matemáticas. Por otro lado, los simuladores facilitan la estimación/predicción o anticipación; y pueden servir para explorar objetos abstractos, creando micromundos virtuales donde los estudiantes pueden experimentar con las diferentes variables que intervienen. Fernandes, Batanero, Contreras y Díaz (2009) añaden el interés de la simulación en el aprendizaje de la modelización, pues una simulación es ya un modelo matemático (al haber simplificado la realidad), pero es menos abstracto que el modelo matemático y constituye un puente entre éste y la realidad.

3. Antecedentes

3.1. Investigaciones sobre comprensión de la estadística bidimensional

Son muchos los estudios relacionados con la comprensión de la estadística bidimensional, que indican que el razonamiento sobre la covariación es una actividad cognitiva fundamental del ser humano (Moritz, 2004; Zieffler, 2006; McKenzie y Mikkelsen, 2007). Parte de estos trabajos detectan sesgos en este razonamiento, como la correlación ilusoria, donde los sujetos crean sus propias teorías sobre la correlación entre dos variables, sin tener en cuenta la correlación real en los datos (Chapman y Chapman, 1967). Otro sesgo muy común es el llamado *efecto de la regresión*, donde en investigaciones experimentales pueden confundirse efectos del tratamiento con la tendencia de la variable a acercarse a su media, en dos medidas consecutivas de la misma magnitud (Engel y Sedlmeier, 2011).

Por otro lado, Estepa (1994) describe las siguientes concepciones incorrectas sobre la correlación: a) *concepción determinista* (consistente en aceptar sólo la dependencia funcional), b) *concepción local* (pensar que se puede medir la correlación sólo con parte de los datos), *unidireccional* (no aceptar como correlación la correlación inversa) y c) *causal* (confundir correlación y causalidad). Estas concepciones permanecen después de la enseñanza, siendo la más resistente al cambio la concepción causal (Batanero, Godino y Estepa, 1998).

Entre otros errores puntuales, destacamos la falta de comprensión de la diferencia entre variable dependiente e independiente (Estepa, 1994), la confusión entre las dos rectas de regresión, la interpretación incorrecta de los coeficientes de regresión y de su relación con la pendiente de la recta y tipo de correlación (Sánchez Cobo, 1999). Otros estudiantes no diferencian los casos en que debe aplicarse o no una recta de regresión que cruce el origen de coordenadas (Eisenhauer, 2003). Agnelli, Konic, Peparelli y Flores (2009) indican que algunas de estas dificultades pueden estar ligadas al estudio previo de la función lineal, que se generaliza excesivamente.

3.2. Investigaciones sobre libros de texto de matemáticas

La investigación sobre libros de texto de matemáticas es amplia, siendo menor en estadística, donde encontramos ejemplos como los de Brewer (1985), Schacht (1990) o Cobo y Batanero (2004).

Respecto a la correlación y regresión destacamos dos investigaciones: en la primera de ellas, Sánchez Cobo (1999) estudia las definiciones relacionadas con la regresión en once libros de texto de bachillerato, publicados entre 1987 y 1990, clasificándolas según se presenten apoyadas en otros conceptos (definición estructural), se definan únicamente de forma procedural, o bien la definición sea una mezcla de las anteriores. Por otro lado, Lavalle, Micheli y Rubio (2006) analizan la enseñanza de la correlación y regresión en siete textos, considerando los conceptos y procedimientos asociados, así como sus relaciones. Encuentran distintos niveles de profundidad en el tratamiento del tema. Sólo un texto define de modo estructural el concepto de recta de regresión y únicamente dos aluden a funciones de ajuste distintas a la lineal. En la mayoría se trata también la estimación de la variable dependiente.

Por su parte Gea, Batanero, Cañadas y Contreras (2013) identifican los problemas que permiten dotar de significado a la regresión en textos de bachillerato de Ciencias Sociales. Gea, Batanero, Fernandes y Gómez (2014) analizan, en estos mismos libros de texto, la presentación de la distribución bidimensional y sus representaciones gráfica y tabular. Gea, Batanero, Arteaga, Cañadas y Contreras (2014) estudian el lenguaje simbólico, expresiones algebraicas y verbales sobre la correlación y regresión. Queda pendiente el análisis del modo en que se utilizan los recursos tecnológicos en los textos mencionados, que es el objetivo del presente trabajo.

4. Metodología

Se analizaron 16 libros de texto, 8 en cada una de las modalidades de primer curso de bachillerato, publicados según la normativa vigente (MEC, 2007b). Los libros se eligieron por ser los más utilizados en la enseñanza pública en la Comunidad Autónoma de Andalucía y estar publicados en editoriales de gran tradición y prestigio. En el Anexo 1 se presentan los libros analizados junto con un código utilizado a lo largo del trabajo; dicho código será H1, H2, etc. para los textos correspondiente a la modalidad en Humanidades y Ciencias Sociales y T1, T2, etc. para los textos dirigidos a la modalidad en Ciencia y Tecnología. Resaltamos el hecho de que todos han estado vigentes hasta la fecha. De cada editorial se tomaron los libros dirigidos a las dos modalidades de bachillerato citadas.

La tecnología se tiene en cuenta en los textos de tres modos diferentes: 1) en el planteamiento o resolución de problemas, teniéndola en cuenta en la descripción de procedimientos; 2) mediante referencias a recursos en Internet; y 3) mediante un CD que se incluye en muchos de los textos con diverso contenido. Se realiza un análisis de estos usos de la tecnología del siguiente modo:

- En primer lugar se analizan los recursos tecnológicos que se incluyen en el desarrollo del tema, por ejemplo: direcciones de páginas web o applets, descripción de procedimientos para el uso de recursos tecnológicos como la calculadora, o propuesta de tareas en que se indique el uso de la tecnología para resolverlas o resueltas.
- Seguidamente, se analiza el contenido del CD que algunos textos incluyen como material complementario en la enseñanza y aprendizaje. Se analiza el propósito de los archivos que se incluyen (descripción de tecnología, propuesta de tareas, etc.) y los recursos tecnológicos incluidos en los mismos (hojas de cálculo, calculadora, software, etc.).

El método usado es el análisis de contenido, que difiere de otras técnicas de estudio documental (por ejemplo, del método histórico), porque sustituye en lo posible las interpretaciones y subjetividad del estudio de documentos o de comunicaciones por procedimientos estandarizados, con el fin de convertir en datos los contenidos analizados (León y Montero, 2002).

5. Resultados y discusión

A continuación se exponen los resultados de nuestro análisis respecto a los tres modos descritos de uso de la tecnología.

5.1. Uso de la tecnología en la resolución de problemas y procedimientos

En primer lugar se analizó el conjunto de problemas (y en general tareas) propuestos en el tema en cada uno de los textos, así como el conjunto de

procedimientos descritos para resolverlos, entendiendo como tal técnicas de cálculo u estrategias introducidas para el análisis bidimensional. Es decir, las relacionadas con la representación gráfica o tabular de los datos bidimensionales; la estimación, cálculo o interpretación de la correlación y el cálculo y uso de la recta de regresión en la predicción.

La mayoría de los problemas (y los procedimientos asociados para resolverlos) se plantean sin mención explícita ni implícita a la tecnología (Ver Tabla 1). Ello puede deberse, en gran parte, al hecho de que los conjuntos de datos propuestos para realizar estas tareas son muy pequeños; de hecho demasiado pequeños para obtener una estimación aceptable estadísticamente del coeficiente de correlación o la recta de regresión. No se sigue la recomendación de que los estudiantes trabajen la estadística con conjuntos de datos reales, según la normativa curricular (MEC 2007b; MECD, 2015) y algunos investigadores como Hall (2011).

En el caso de las tareas o procedimientos donde se sugiere explícitamente al estudiante utilizar la tecnología, sólo hemos encontrado mención a la calculadora y la hoja de Cálculo Excel, sin referencia a otro tipo de software o recurso. Ambos tipos de recursos se mencionan muy esporádicamente, como se observa en la Tabla 1.

Tabla 1. Porcentaje de tareas según tipo de tecnología usada en los libros analizados

	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8
Excel		21.7	0.8	4.4				5.7
Calculadora	4.9	2.3			4.7	2.3	4.2	
No usa	95.1	76	99.2	95.6	95.3	97.7	95.8	94.3
Total tareas	268	221	258	225	318	176	402	297
	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
Excel		21.7	1.1	4.4				6
Calculadora	4.8	2.3			4.9	2.3	4.6	
No usa	95.2	76	98.9	95.6	95.1	97.7	95.4	94
Total tareas	269	221	186	225	307	176	371	284

Nuestra sugerencia es aumentar las referencias al uso de Excel en los textos, puesto que su aprendizaje se menciona expresamente como objetivo en los documentos curriculares citados. Esta hoja de cálculo es de gran utilidad en el estudio de este tema, ya que dispone de herramientas muy completas y sencillas de usar para el análisis bidimensional, sobre todo para los contenidos matemáticos de correlación y regresión. Dichas herramientas son interactivas e incluyen, entre otras posibilidades: la representación gráfica del diagrama de dispersión, al que se puede cambiar la escala y añadir la línea de tendencia según diversos modelos (lineal, logarítmico, polinómico, exponencial); el cálculo de los parámetros de la función de ajuste, en cualquiera de los anteriores modelos; la obtención de valores de la variable dependiente, dado

un valor de la independiente; la interpolación y extrapolación; y el cálculo del coeficiente de determinación para valorar la bondad del ajuste.

Hay diferencias notables en los libros, pues [H2] y [T2] apoyan el 24% de las situaciones que plantean en el uso de la tecnología, siendo los únicos textos que incluyen el uso tanto de la calculadora como de la hoja de cálculo Excel. El uso de tecnología en el resto de textos gira en torno a un 5%, salvo en [H3] y [T3] que solo llegan al 1% y en [H6] y [T6] con cerca de un 2%. Por otro lado, [H3], [T3], [H4], [T4], [H8] y [T8] optan por el tratamiento de Excel dentro del tema, mientras que el resto de los textos (excepto los citados [H2] y [T2]) sólo sugieren el uso de la calculadora.

El grado de detalle con que los textos describen la tecnología al presentar los procedimientos en el desarrollo del tema es también variable. En los textos [H2], [T2], [H4], [T4], [H8] y [T8] se incluye una descripción detallada de los pasos necesarios para obtener el diagrama de dispersión, la covarianza o la recta de regresión con Excel (Ver una parte de la descripción en la Figura 1). Curiosamente, ninguno de ellos menciona la posibilidad de realizar otros gráficos bivariantes que puedan complementar la información del diagrama de dispersión mediante la hoja de cálculo; por ejemplo, un diagrama de barras tridimensional.

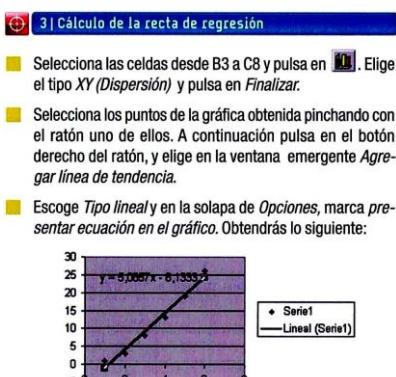


Figura 1. Descripción del análisis de datos bidimensional en Excel ([H4], p. 234)

Los textos [H2], [T2], [H3], [T3], [H8] y [T8] describen la forma de efectuar una predicción de la variable dependiente a partir de un valor de la independiente utilizando Excel (Ver ejemplo en Figura 2). Además, [H2] y [T2] son los únicos textos que incluyen también la descripción de estos procedimientos utilizando Windows Calc (Linux).

	A	B	C	D	E	F	G	H
25				PESO =	0,4217	TALLA +	-26,209	
26				TALLA =	1,3701	PESO +	82,313	
27				Se espera que un niño que mide	109,9	cm	pese	20,13583 kg
28				Se espera que un niño que pese	20,14	kg	mida	109,906814 cm

Figura 2. Ejemplo de predicción a través de la Hoja Excel ([T8], p. 407)

5.2. Referencias a recursos en Internet

El uso de Internet como recurso didáctico en probabilidad y estadística ha sido resaltado por muchos autores. Batanero (1998) citó, entre otros usos, el acceso a la información y a conjuntos de datos que se pueden analizar en proyectos estadísticos, el trabajo a distancia de alumnos y profesores, el uso de programas de cálculo o simulación interactivos (applets), o la búsqueda de información complementaria sobre un tema.

Sada (2011) describe las características y potencialidades de los applets y sus posibilidades en el aula; sugiere que facilitan la comprensión, la representación e interpretación de gráficos estadísticos, la observación colectiva de resultados de un número elevado de simulaciones, favoreciendo la dinámica del debate y el ritmo del aula. Arnaldos y Faura (2012) mencionan la importancia de las simulaciones interactivas incorporadas en la docencia, pues al poseer un formato más atractivo, permiten incidir de forma más directa en el proceso de aprendizaje del alumno. Contreras (2011) realiza un análisis detallado de recursos tecnológicos para el caso de la probabilidad condicional y Reyes (2013) para el caso de la probabilidad en educación primaria; ambos estudios estuvieron basados en el mismo marco teórico que utilizamos en el presente trabajo.

Para el caso particular de la estadística bidimensional, hay muchos recursos en Internet que pueden facilitar la comprensión del tema. Por ejemplo, se suele introducir a los estudiantes al criterio de mínimos cuadrados, es decir, elegir la recta de regresión de modo que haga mínima la suma de los cuadrados de las desviaciones de los puntos en el diagrama de dispersión a dicha recta. La deducción matemática formal de la ecuación de la recta de mínimos cuadrados es muy abstracta para los estudiantes. Sin embargo, es posible ofrecerles una “justificación informal”, del sentido del método de mínimos cuadrados con applets, por ejemplo, el disponible en el servidor de Educación de la Comunidad Autónoma de Navarra ([//docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/e3regresion.htm](http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/e3regresion.htm)). Como se observa en la Figura 3, los estudiantes pueden usar los datos disponibles en este recurso o introducir sus propios datos, que quedan representados en un diagrama de dispersión, junto con el cuadrado de las desviaciones de cada punto a la recta de regresión. El programa permite “buscar a ojo la recta de regresión” y comparar con la recta de mínimos cuadrados. Puede comprobarse propiedades como que la recta de regresión pasa por el centro de gravedad (punto cuyas coordenadas son las medias muestrales de las dos variables). Por otro lado, como el recurso representa también el coeficiente de correlación lineal de Pearson, el estudiante puede experimentar cómo varía este coeficiente modificando la posición de los puntos en el diagrama y estudiar el efecto de la mayor o menor dispersión de la nube sobre este coeficiente.

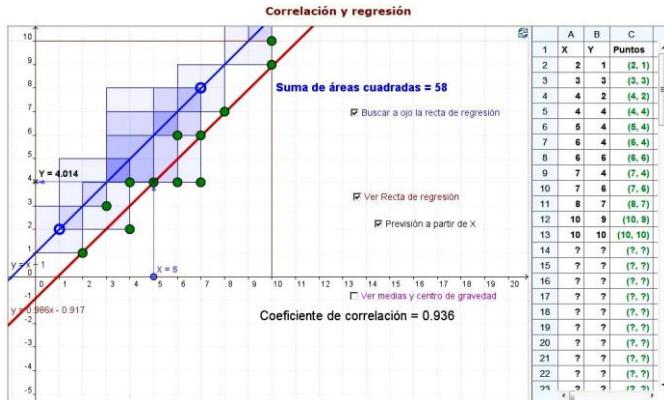


Figura 3. Applet sobre correlación y regresión en el servidor de Educación de Navarra.

En la Tabla 2 se presentan los resultados del análisis sobre referencias a recursos en Internet en el tema de estadística bidimensional en los textos analizados. Observamos que se incluyen sugerencias de uso de Internet únicamente en la mitad de los textos analizados ([H2], [T2], [H3], [T3], [H4], [T4], [H5] y [T5]), con poca variación en las dos modalidades de bachillerato.

Tabla 2. Recursos tecnológicos en los libros analizados en los textos

	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8
Unidades didácticas y documentos teóricos		x	x	x	x			
Applets			x	x				
	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
Unidades didácticas y documentos teóricos		x	x	x	x			
Applets			x	x				

Un análisis más profundo reveló pocas indicaciones al uso de applets, y en general, de referencias a Internet, a pesar de la importancia señalada por autores como Sada (2011). En [H3] [T3], [H5] y [T5] encontramos más enlaces a Internet que en [H4] y [T4], que contienen sólo una referencia a Internet. En su mayoría, estos enlaces conducen a páginas web con unidades didácticas sobre la correlación y regresión, aunque en otros casos se describe también el uso de algún applet, alguna reflexión didáctica sobre una investigación basada en el análisis de la correlación, o una prueba de autoevaluación. En concreto las referencias a Internet en los textos son las siguientes:

- [H3], [T3], [H4] y [T4] proporcionan un enlace a una unidad didáctica sobre correlación y regresión lineal denominada “Descartes 2D Estadística y probabilidad”, que incluye actividades y aplicaciones interactivas (descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/).
- [H3] y [T3] sugieren también el uso de un applet para analizar la correlación lineal, y la regresión lineal y cuadrática, que permite visualizar los datos en un diagrama de dispersión, pero no interactuar con ellos. También incluye

una referencia a una aplicación con ejercicios de autoevaluación del aprendizaje (www.xtec.net/aulanet/ud/mates/estadistica/tr3/index.htm).

- En [H5] y [T5] encontramos los siguientes enlaces: a) un ejercicio que propone estudiar la relación entre la latitud y la temperatura media anual de un conjunto de ciudades, y permite al alumno completar estos datos con otros; b) otro ejercicio con datos reales sobre talla y el peso de 20 niños; c) una página web sobre cinemática, que incluye un applet interactivo (www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/regresion/regresion.htm). Dicho applet proporciona los valores de la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de regresión por el método de mínimos cuadrados, el error de predicción, y el coeficiente de correlación lineal; d) un enlace a un texto sobre el origen de la correlación y regresión (www.iescarrus.com/edumat/taller/regresion/regresion_01.htm).

5.3. CD con material tecnológico

Para finalizar el estudio se analizó el contenido del CD que complementa a algunos libros de texto, en los cuáles se encontraron los contenidos que describimos a continuación.

Descripción del uso de recursos tecnológicos. En estos CDs se suelen incluir documentos que describen la forma de llevar a cabo los procedimientos asociados a la correlación y regresión con ayuda de diferentes recursos tecnológicos como puede ser la calculadora gráfica ([H1] y [T1]), la hoja Excel ([H1], [T1], [H6] y [T6]) u otros programas. Es el caso de los textos [H1] y [T1] que describen el uso de Derive; o los textos [H2] y [T2] que incluyen el programa Wiris, con una rutina ya programada para tratar la estadística unidimensional y la regresión lineal. Además, [H1] y [T1] son los únicos textos que ponen a disposición del estudiante una hoja de cálculo (Ver Figura 4), en la que, a partir de datos en un listado, se puede obtener las tablas de doble entrada, el diagrama de dispersión, la covarianza, la correlación, y la recta de regresión.

Complementos teóricos. Algunos CDs incluyen enlaces a unidades didácticas de apoyo ([H5], [T5], [H8] y [T8]) o documentos biográficos sobre los autores que crearon la regresión y correlación. En [H6] y [T6] también se incluyen algunas tareas de correlación y regresión propuestas en la prueba de acceso a la universidad (selectividad), con documentos de lectura asociados. Además [H6] y [T6] repiten el contenido del tema del libro, aunque utilizando animación e hipertexto.

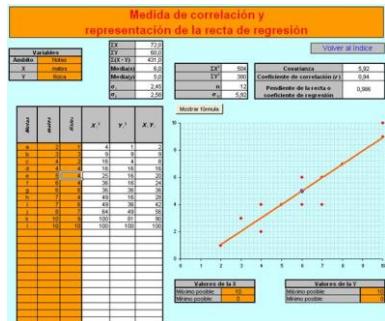


Figura 4. Hoja de cálculo incluida en el CD en [H1]

Actividades. Algunos CDs que acompañan a los textos incluyen actividades con diversa finalidad. Así, en [H1] y [T1] se incluye la solución de la prueba de autoevaluación del tema. [H6] y [T6] proponen dos tipos de tareas: unas incluidas en el documento que describe el uso de la hoja Excel, y otras actividades de evaluación interactivas, en formato de opción múltiple, en las que, una vez que el estudiante elige su solución, el programa proporciona la correcta. Las tareas interactivas incluidas se clasifican en tres tipos:

1. Asociar un diagrama de dispersión a valores del coeficiente de correlación, y análisis de las distribuciones marginales;
2. Covarianza, correlación y estimación de sus valores;
3. Regresión y predicción.

[H5] y [T5] proponen tareas de matemáticas recreativas, como crucigramas o juegos de memoria. [H7] y [T7] incluyen tareas resueltas sobre construcción de una tabla de doble entrada, cálculo del coeficiente de correlación a partir de la tabla, determinación de la media, signo del coeficiente de correlación, y estimaciones a partir de las rectas de regresión. También incluye un vídeo donde un profesor explica la resolución, en una pizarra, de las tareas. [H8] y [T8] incluyen tres tareas interactivas: en la primera se debe elegir una recta de regresión bajo indicaciones dadas; en la segunda se deben organizar unos datos; y en la tercera se debe asignar un valor del coeficiente de correlación a diferentes diagramas de dispersión (Ver Figura 5).

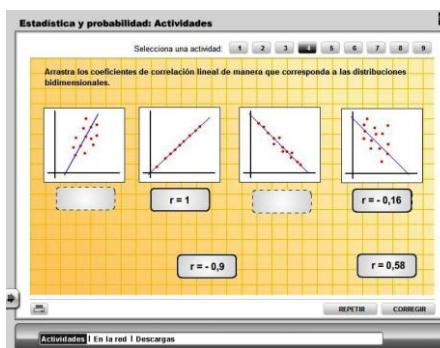


Figura 5. Tareas propuestas en el CD de [H8]

Enlaces a programas y descarga de los mismos. Algunos CDs muestran enlaces para la descarga de determinados programas como Derive, Ecuv 2.3.33 o Graph.

Otros enlaces. [H8] y [T8] contienen una sección denominada “en la red”, desde la que se accede a diferentes páginas de Internet sobre el origen de la estadística, talleres de estadística, tipos de encuestas y enlaces de descarga de datos, por ejemplo, del Ministerio de Empleo y Seguridad Social en España (<http://www.sepe.es/contenidos/intermedia.html>).

En la Tabla 3 se resume el análisis realizado sobre el contenido del CD, excepto la parte de applets que se comentó y describió en la Tabla 2. Hay bastante variedad en los textos, como observamos en el caso de [H1] y [T1] que son los más completos en cuanto a descripción de uso de diferente tecnología en el tema.

Observamos que la mitad de los textos incluyen actividades interactivas de evaluación, pero el resto de categorías aparecen con baja frecuencia. Si añadimos los textos [H3], [T3], [H4] y [T4], que incluían enlaces a Applets (Ver Tabla 2), aparentemente la mayoría de los textos incluyen actividades interactivas, pero de hecho, los marcados en la Tabla 3 son simplemente actividades de autoevaluación y no de exploración.

Tabla 3. Recursos tecnológicos en los CDs que acompañan a los textos

	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8
Descripción análisis bidimensional con Excel	x					x		
Descripción análisis bidimensional con Derive	x							
Análisis bidimensional con calculadora gráfica	x							
Actividades interactivas de evaluación					x	x	x	x
Hoja de cálculo: Tabla de doble entrada; correlación y regresión	x							
Enlaces a programas de cálculo		x			x			
Enlaces a otras páginas web			x			x		
	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
Descripción análisis bidimensional con Excel	x				x			
Descripción análisis bidimensional con Derive								
Análisis bidimensional con calculadora gráfica	x							
Actividades interactivas de evaluación					x	x	x	x
Hoja de cálculo: Tabla de doble entrada; correlación y regresión	x							
Enlaces a programas de cálculo		x			x			
Enlaces a otras páginas web			x			x		

Al analizar el tipo de correlación presentado en estas actividades interactivas incluidas en los CDs, también encontramos variedad: las propuestas en [H6] y [T6] presentan, en su mayoría, una correlación alta entre las variables, aunque en las aplicaciones de la correlación es frecuente observar correlaciones moderadas. En [H8] y [T8] hay más variedad de intensidad de la correlación, pues incluso se incluye actividades con dependencia funcional entre las variables. Por otra parte, en [H6] y [T6] se incluyen actividades donde predomina la dependencia directa, mientras que en [H8] y [T8] hay tantas

tareas con dependencia directa como inversa. Mayoritariamente se trata el ajuste lineal entre las variables, aunque en [H6] y [T6] se propone una tarea bajo un ajuste polinómico de grado dos.

El resto del contenido de los CDs se limita a reproducir el texto o incluir nuevos ejercicios de tipo tradicional, con pocos datos y no incidiendo en que el estudiante complete el ciclo de investigación descrito por Wild y Pfannkuch (1999).

6. Conclusiones

Nuestro análisis sobre el uso o la referencia a la tecnología en los libros de texto para el tema de estadística bidimensional nos indica, en primer lugar, que su presencia dentro del mismo texto es muy escasa, ya que pocas veces las tareas o procedimientos se presentan teniendo expresamente en cuenta la tecnología. Ello indirectamente implica que los conjuntos de datos utilizados en los ejercicios y tareas son pequeños, lo que tiene una doble consecuencia: a) las estimaciones de la correlación y regresión serán poco fiables, y b) un empobrecimiento de las aplicaciones de la correlación y regresión mostrada en los textos, al no poder trabajar con datos reales, como recomienda Hall (2011).

La situación mejora algo cuando se incluye el análisis del CD que acompaña al texto, pero no todo lo deseable. Por un lado, suponemos que el uso del CD no será tan amplio como el del libro, pues requiere que el estudiante tenga el dispositivo de lectura, situación no muy común en las aulas. Por otro lado, hemos visto que el contenido del CD, en muchos casos, reproduce el del libro de texto, salvo animaciones, o sólo incluye referencias a lecturas históricas o actividades teóricas de autoevaluación del aprendizaje.

A pesar de la gran variabilidad en las editoriales en cuanto al uso de tecnología en el tema de estadística bidimensional, en general, se prima más el refuerzo teórico que las sugerencias para que el estudiante trabaje el tratamiento de datos mediante la manipulación interactiva con la calculadora, hoja de cálculo, applets u otro software. En ese aspecto, destacamos los textos [H1] y [T1] pues incluyen hojas de cálculo programadas en Excel para el tratamiento de datos bidimensionales y análisis de la correlación y regresión.

Estos resultados son preocupantes ya que los estudiantes de primer curso de bachillerato provienen, en su mayoría, de la enseñanza secundaria, donde se promueve el desarrollo de competencias básicas como el “Tratamiento de la información y competencia digital” y la “Competencia matemática”. En este sentido, existe una desconexión en los propósitos de desarrollo de estas competencias en los estudiantes entre estas etapas educativas.

Para la etapa educativa de secundaria obligatoria, las directrices curriculares indican, para el desarrollo de la competencia matemática, la importancia de interpretar y expresar con claridad información utilizando herramientas de apoyo adecuadas e integrando el conocimiento matemático a situaciones de la

vida (MEC, 2007a); y cómo disponer de información en bruto no produce conocimiento, sino que se requieren destrezas de razonamiento para organizarla, relacionarla, analizarla, sintetizarla y hacer inferencias y deducciones (MEC, 2007a, p.688): “Ser competente en la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación como instrumento de trabajo intelectual incluye utilizarlas en su doble función de transmisoras y generadoras de información y conocimiento.”

Toda esta reflexión lleva a sugerir la necesidad de mejorar la presentación de la tecnología en este tema en los libros de texto, pues la nueva normativa curricular (MECD, 2015) establece, para el último curso de la etapa de secundaria obligatoria (estudiantes de entre 14 y 15 años), en las dos especialidades de matemáticas dirigidas a las enseñanzas aplicadas o enseñanzas académicas, la introducción a la correlación a través del análisis de diagramas de dispersión o nubes de puntos.

En consecuencia, recomendamos al profesor reforzar los textos, respecto al uso de la tecnología, teniendo en cuenta la alta idoneidad didáctica del uso de recursos tecnológicos en la enseñanza, no sólo desde la componente afectiva, pues estos recursos son muy motivadores para el estudiante. Además, al facilitar el aprendizaje y la creatividad se refuerza la componente cognitiva; el poder ampliar las aplicaciones del tema lleva a conectar las matemáticas con otras materias (Contreras, 2011).

Agradecimientos

Proyecto edu2013-41141-P (mec) y grupo fqm126 (Junta de Andalucía).

Anexo 1: Textos utilizados en el análisis

- [H1]. Colera, J., Oliveira, M. J., García, R. y Santaella, E. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: Grupo Anaya.
- [H2]. Arias, J. M. y Maza, I. (2011). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales 1*. Madrid: Grupo Editorial Bruño.
- [H3]. Anguera, J., Biosca, A., Espinet, M. J., Fandos, M. J., Gimeno, M. y Rey, J. (2008). *Matemáticas I aplicadas a las Ciencias Sociales*. Barcelona: Guadiel - Grupo Edebé.
- [H4]. Monteagudo, M. F. y Paz, J. (2008). *1º Bachillerato. Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales*. Zaragoza: Edelvives (Editorial Luis Vives).
- [H5]. Martínez, J. M., Cuadra, R., Heras, A. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales. 1.º Bachillerato*. Madrid: McGraw-Hill.
- [H6]. Bescós, E. y Pena, Z. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales*. Vizcaya: Oxford University Press España.
- [H7]. Antonio, M., González, L., Lorenzo, J., Molano, A., del Río, J., Santos, D. y de Vicente, M. (2009). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: Santillana Educación.
- [H8]. Vizmanos, J. R., Hernández, J., Alcaide, F., Moreno, M. y Serrano, E. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales 1*. Madrid: Ediciones SM.

- [T1]. Colera, J., Oliveira, M. J., García, R. y Santaella, E. (2008). *Matemáticas I*. Madrid: Grupo Anaya.
- [T2]. Arias, J. M. y Maza, I. (2011). *Matemáticas 1*. Madrid: Grupo Editorial Bruño.
- [T3]. Biosca, A., Doménech, M., Espinet, M. J., Fandos, M. J. y Jimeno, M. (2008). *Matemáticas I*. Barcelona: Guadiel - Grupo Edebé.
- [T4]. Monteagudo, M. F. y Paz, J. (2008). *1º Bachillerato. Matemáticas. Ciencias y Tecnología*. Zaragoza: Edelvives (Editorial Luis Vives).
- [T5]. Martínez, J. M., Cuadra, R., Barrado, F. J. (2007). *Matemáticas 1º Bachillerato*. Madrid: McGraw-Hill.
- [T6]. Bescós, E. y Pena, Z. (2009). *Matemáticas. 1 Bachillerato*. Navarra: Oxford University Press España.
- [T7]. Antonio, M., González, L., Lorenzo, J., Molano, A., del Río, J., Santos, D. y de Vicente, M. (2008). *Matemáticas I. 1 Bachillerato*. Madrid: Santillana Educación.
- [T8]. Vizmanos, J. R., Hernández, J., Alcaide, F., Moreno, M. y Serrano, E. (2008). *Matemáticas 1*. Madrid: Ediciones SM.

Referencias

- Agnelli, H.; Konic, P.; Peparelli, N.Z. y Flores, P. (2009). La función lineal obstáculo didáctico para la enseñanza de la regresión lineal. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 17, 52-61.
- Arnaldos, F. y Faura, U. (2012). Aprendizaje de los fundamentos de la probabilidad apoyado en las TIC. *@tic. revista d'innovació educativa*, 9, 131-139
- Batanero, C. (1998). Recursos para la educación estadística en Internet. *Uno*, 15, 13-26.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Universidad de Granada.
- Batanero, C.; Godino, J.D. y Estepa, A. (1998). Building the meaning of statistical association through data analysis activities (Research Forum). En: A. Olivier y K. Newstead (eds.). *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 221-236). Stellenbosch, Sudáfrica: Universidad de Stellenbosch.
- Biehler, R. (1997). Software for learning and for doing statistics. *International Statistical Review* 65(2), 167-190.
- Brewer, J.K. (1985). Behavioral statistics textbooks: Source of myths and misconceptions? *Journal of Educational and Behavioral Statistics* 10(3), 252-268.
- Chapman, L.J. y Chapman, J.P. (1967). Genesis of popular but erroneous psychodiagnostic observations. *Journal of Abnormal Psychology* 72(3), 193-204.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significados de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias* 22(1), 5-18.
- Consejería de Educación. (2008). *Orden de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía*. Sevilla.

- Contreras, J.M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 10(1), 7-38.
- Eisenhauer, J.G. (2003). Regression through the origin. *Teaching Statistics* 25(3), 76-80.
- Engel, J. y Sedlmeier, P. (2011). Correlation and regression in the training of teachers. En: C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (eds.). *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE study* (pp, 247-258). Nueva York: Springer.
- Estepa, A. (1994). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Tesis doctoral no publicada. Granada: Universidad de Granada.
- Estepa, A. (2008). Interpretación de los diagramas de dispersión por estudiantes de Bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias* 26(2), 257-270.
- Estepa, A. y Batanero, C. (1995). Concepciones iniciales sobre la asociación estadística. *Enseñanza de las Ciencias* 13(2), 155-170.
- Fernandes, J.A.; Batanero, C.; Contreras, J.M. y Díaz, C. (2009). A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitações. *Quadrante* 18(1), 161-183.
- Gea, M.M. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Granada.
- Gea, M.M.; Batanero, C.; Cañadas, G.R. y Contreras, J.M. (2013). Un estudio empírico de las situaciones-problema de correlación y regresión en libros de texto de bachillerato. En: A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (eds.). *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 293-300). Bilbao: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Gea, M.M.; Batanero, C.; Arteaga, P.; Cañadas, G.R., Contreras, J.M. (2014). Análisis del lenguaje sobre la correlación y regresión en libros de texto de bachillerato. *SUMA*, 76, 47-45.
- Gea, M.M.; Batanero, C.; Fernandes, J.A. y Gómez, E. (2014). La distribución de datos bidimensionales en los libros de texto de matemáticas de bachillerato. *Quadrante* 23(2), 147-172.
- Godino, J.D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22(2-3), 237-284.
- Godino, J.D. y Batanero, C. (1998). Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En: I. Vale y J. Portela (eds.). *IX Reunión de la Sociedad Portuguesa de Investigación en Educación Matemática (SIEM)* (pp. 47-62). Sociedad Portuguesa de Investigación en Educación Matemática: Guimaraes (Portugal).

- Godino, J.D.; Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in Mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education* 39(1-2), 127-135.
- Hall, J. (2011). Engaging teachers and students with real data: benefits and challenges. En: C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (eds.). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study* (pp. 335-346). Nueva York: Springer.
- Herbel, B.A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education* 38(4), 344-369.
- Lavalle, A.L.; Micheli, E.B. y Rubio, N. (2006). Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9(3), 383-406.
- León, O.G. y Montero, I. (2002). *Métodos de Investigación*. Madrid: Mc Graw-Hill.
- McKenzie, C.R.M. y Mikkelsen, L.A. (2007). A Bayesian view of covariation assessment. *Cognitive Psychology* 54(1), 33-61.
- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2007a). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid.
- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2007b). *Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura de Bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas*. Madrid: Autor.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (MECD) (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre. Por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid.
- Moritz, J. (2004). Reasoning about covariation. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 221-255). Dordrecht: Kluwer.
- Pratt, D.; Davies, N. y Connor, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics, En: C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (eds.). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study* (pp. 97-107). Nueva York: Springer.
- Reyes, K. (2013). *Análisis de recursos en internet para la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria*. Tesis de máster no publicada. Granada: Universidad de Granada.
- Rocha, P. y Gallego, A.P. (2009). Las prácticas docentes de los profesores de probabilidad y estadística en las facultades de ingeniería. *Tecné, Episteme y Didaxis*, (Extraordinario), 197-202.
- Sada, M. (2011). Los *applets* para la enseñanza de la estadística y probabilidad. *Uno*, 58, 38-48.
- Sánchez C., F.T. (1999). *Significado de la correlación y regresión para los estudiantes universitarios*. Tesis doctoral no publicada. Granada: Universidad de Granada.
- Schacht, S.P. (1990). Statistics textbooks: Pedagogical tools or impediments to learning? *Teaching Sociology*, 3, 390-396.

- Wild, C.J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review* 67(3), 223-265.
- Zieffler, A.S. (2006). *A longitudinal investigation of the development of college students' reasoning about bivariate data during an introductory statistics course*. Tesis doctoral. Minnesota: Universidad de Minnesota.
- Zieffler, A. y Garfield, J. (2009). Modeling the growth of students' covariational reasoning during an introductory statistics course. *Statistics Education Research Journal* 8(1), 7-31.