

La componente mediacional del conocimiento didáctico- matemático de futuros profesores sobre estadística: un estudio de evaluación exploratorio

Pedro Arteaga, Carmen Batanero y María M. Gea

Educação Matemática Debate 1(1), 54-75, 2017

Doi: <http://dx.doi.org/10.24116/emd25266136v1n12017a03>

Mediational component for didactic-mathematical knowledge of statistics in pre-service teachers: an exploratory assessment study

Resumen: En este trabajo se evalúa la componente mediacional del conocimiento didáctico-matemático sobre estadística que una muestra de 108 futuros profesores de educación primaria ponen en juego al analizar la idoneidad mediacional de un proyecto de análisis de datos. Utilizando la guía de análisis de la idoneidad didáctica propuesta por Godino (2013) se definen niveles de aplicación, estudiando el nivel alcanzado por los participantes en cada uno de los descriptores y componentes. Los resultados sugieren la necesidad de mejorar la componente mediacional del conocimiento del profesor sobre estadística.

Palabras clave: Conocimiento didáctico-matemático, idoneidad didáctica, componente mediacional, evaluación, formación de profesores.

Abstract: We analyse the mediational component of didactic-mathematical knowledge related to elementary statistics in a sample of 108 pre-service primary school teachers when analysing the mediational suitability of a statistical project. Using the guide to analyse the didactic suitability proposed by Godino (2013) we study the levels in the different descriptors and components of mediational suitability. Our results suggest the need to reinforce the mediational component of teacher' knowledge about statistics.

Keywords: Didactic-Mathematical knowledge, didactical suitability, mediational component, assessment, teacher education.

1. Introducción

Hoy día es constante la presencia de la estadística en nuestra sociedad, donde se reconoce su utilidad, tanto para desarrollar un razonamiento crítico en el estudiante, como por su papel en la ciencia, la política y gestión, la técnica y la tecnología. Como consecuencia, la enseñanza de la estadística se ha incorporado, desde hace unas décadas, en forma generalizada en todos los niveles educativos, respondiendo a la necesidad creciente de formar ciudadanos estadísticamente cultos, que se enfrenten con éxito a la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre (SCHIELD, 2011).

Aunque la enseñanza de la estadística en la educación secundaria tiene ya una tradición consolidada desde hace 20 años, diferentes currículos incluyen actualmente el tema desde el comienzo de la Educación Primaria. En España, en la Educación Primaria, dentro del Bloque Tratamiento de la información, azar y probabilidad del área de Matemáticas, en el currículo anterior (MEC, 2006) se incorporaron en el primer ciclo (6 y 7 años) las técnicas elementales para la recogida de datos, los gráficos estadísticos, e introducción al lenguaje del azar. Se continuaban estos contenidos en segundo ciclo (8-9 años), incluyendo las tablas de datos y de doble entrada. En tercer ciclo (10-11 años) se ampliaba el trabajo con gráficos, resaltando la importancia de analizarlos críticamente. Igualmente se trataba la media aritmética, moda y rango, y la estimación de la probabilidad de un suceso. Contenidos similares se contemplan en el currículo actual (MECD, 2014), aunque ahora no se diferencian los contenidos por ciclos, sino se da libertad a las comunidades autónomas a organizar estos contenidos.

En estos currículos, así como el proyecto GAISE (FRANKLIN, et al. 2005), se sugiere la enseñanza con proyectos para que los estudiantes experimenten el ciclo completo del trabajo estadístico, diseñando investigaciones, formulando preguntas de investigación, recogiendo datos de observaciones, encuestas o experimentos, y obteniendo conclusiones y predicciones basadas en el análisis de los datos. La importancia del trabajo con proyectos es también resaltada en Batanero y Díaz (2011) y Mc Gilliway y Pereira-Mendoza (2011), pues, en lugar de introducir los conceptos y técnicas en forma descontextualizada, en un proyecto se presenta al estudiante las diferentes fases de una investigación estadística, es decir, planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recogida y análisis de datos y obtención de conclusiones sobre el problema planteado. Como sugieren Murray y Gal (2002), el trabajo con proyectos desarrolla nuevas competencias, pues la comprensión, interpretación y reacción frente a la información estadística no sólo requiere conocimiento estadístico o matemático, sino también habilidades lingüísticas, conocimiento del contexto, capacidad para plantear preguntas, y una postura crítica que se apoya en un conjunto de creencias y actitudes, que se desarrollan en el proyecto.

Una condición para asegurar el éxito de estas propuestas es la formación de los profesores, especialmente los de educación primaria, puesto que pocos de ellos han seguido un curso completo de estadística durante su formación como maestros. Menos aún son los que han trabajado con proyectos estadísticos; finalmente, es necesaria la formación de los aspectos didácticos que se han de tener en cuenta en la enseñanza de la estadística. La organización de actividades formativas dirigidas al profesorado requiere, sin embargo, la realización de estudios

previos de evaluación, que orienten al formador de profesores sobre los conocimientos que deben desarrollarse en los futuros profesores.

Con el fin de contribuir a esta necesidad, el objetivo de este trabajo fue evaluar la componente mediacional del conocimiento didáctico-matemático del profesor (GODINO, 2009, 2013; GODINO, ORTIZ, ROA, y WILHELMI, 2011; PINO-FAN y GODINO, 2015). Para llevar a cabo esta evaluación se propone a una muestra de futuros profesores de educación primaria la realización de un proyecto estadístico y la posterior valoración de su idoneidad didáctica. En concreto, se trató de una actividad de formación que contempla tanto los aspectos matemáticos como los didácticos de la estadística, según se recomienda en la formación de profesores de matemáticas (REMILLARD, HERBEL-EISENMANN y LLOYD, 2011).

En este artículo se describen los resultados del análisis de uno de los componentes de dicha idoneidad didáctica realizado por los futuros profesores. A continuación presentamos los fundamentos del estudio, material y método, resultados y conclusiones.

2. Fundamentos

La investigación sobre el conocimiento requerido por el profesor para una enseñanza efectiva de las matemáticas es muy amplia, como podemos ver, por ejemplo, en Artzt, Armour-Thomas, Curcio y Gurl (2015), Even y Ball (2009), Hill, Sleep, Lewis y Ball (2007), Llinares y Krainer (2006), White, Jaworski, Agudelo y Gooya (2013) o Wood (2008). En estos trabajos se han desarrollado diferentes modelos del conocimiento del profesor y sus componentes, aunque, el caso particular de la estadística apenas ha sido tenido en cuenta, como se reconoce en Batanero, Burrill y Reading (2011).

En el presente trabajo nos apoyamos en el modelo de conocimiento del profesor propuesto por Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008) y posteriormente desarrollado como conocimiento didáctico matemático (CDM) del profesor (GODINO, 2009; 2013; GODINO, ORTIZ, ROA, y WILHELMI, 2011; PINO-FAN y GODINO, 2015). Dicho modelo caracteriza los conocimientos del profesor a partir de la dimensión matemática, dimensión didáctica y dimensión meta-matemática.

La dimensión didáctica del CDM tiene en cuenta seis dimensiones: epistemológica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica. Cada una de estas dimensiones se relaciona con los correspondientes componentes de la idoneidad didáctica (GODINO, CONTRERAS y FONT, 2006), que los autores introducen para diseñar o evaluar situaciones de

aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y que se describen a continuación. Se asume que la valoración por parte del profesor de cada una de estas idoneidades pone en juego una faceta diferenciada del conocimiento didáctico-matemático:

1. *Idoneidad epistémica*: Este componente valora el grado de adecuación de los contenidos matemáticos (es decir, la representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos) respecto de un significado o contenido de referencia, que viene fijado en las directrices curriculares y por el significado del tema dentro de la matemática. Para lograrla será necesario presentar en la enseñanza una muestra variada de problemas, que generen los conceptos, propiedades, argumentación y lenguaje más importante respecto al tema tratado.
2. *Idoneidad cognitiva*: Grado en que los significados de los contenidos enseñados o pretendidos son asequibles a los alumnos, así como el grado en el que los alumnos adquieren los significados pretendidos por el profesor para los objetos matemáticos enseñados. Será importante para alcanzarla asegurar que los estudiantes tienen los conocimientos previos necesarios para comprender el tema y planificar una evaluación adecuada que permita medir el aprendizaje.
3. *Idoneidad interaccional*: Nivel en que la organización de la enseñanza permite identificar conflictos semióticos¹ y resolverlos durante el proceso de instrucción. Será entonces importante conseguir que estos conflictos afloren y se resuelvan en el aula, y también asegurar momentos en que los estudiantes realicen actividades de exploración, comunicación y argumentación.
4. *Idoneidad mediacional*: Se trata de valorar la disponibilidad y adecuación de los recursos necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Dichos recursos incluyen el material manipulativo, libros y apuntes, tecnología y tiempo disponible. Su análisis requiere que el futuro profesor reconozca los medios o materiales utilizados para la enseñanza de un cierto tema, y sea capaz de reconocer su presencia o ausencia en el proceso de estudio propuesto, así como su uso adecuado. Además, ha de tener en cuenta el número de alumnos, el horario, las condiciones del aula y el tiempo didáctico, tanto presencial como no presencial.

¹ Godino, Contreras y Font (2006) denominan conflicto semiótico a la disparidad de interpretación de expresiones o reglas matemáticas por parte de los estudiantes, respecto al significado de que los mismos pretende transmitir el profesor.

5. *Idoneidad afectiva*: Valora los medios que el profesor usa para comprender y tratar los estados de ánimo de los estudiantes, motivarlos y reforzar su aprendizaje y autoestima. Estos medios ayudan al profesor a comprender las experiencias y sensaciones de los estudiantes dentro de una clase concreta o con un problema matemático determinado. Supone la capacidad de valorar el grado de interés y motivación del alumnado en el proceso de estudio.
6. *Idoneidad ecológica*: Se valora hasta qué punto el proceso de estudio llevado a cabo es adecuado con respecto a los currículos oficiales, se relaciona con otras materias y, en general con la vida del estudiante y la sociedad más amplia en que se inserta. También se tiene en cuenta la apertura a la innovación docente.

Godino (2013) desarrolla con más detalle estos distintos componentes de la idoneidad didáctica y propone una guía de indicadores como instrumento de evaluación y formación de los profesores. Godino y sus colaboradores (GODINO, 2009; 2013; GODINO, ORTIZ, ROA, y WILHELMI, 2011; PINO-FAN y GODINO, 2015) sugieren el interés de desarrollar en los futuros profesores la competencia en análisis didáctico, que les permite diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje. Para ello se pediría a los profesores que analizaran algunos de los componentes de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio de un contenido matemático observado en un aula o bien previamente experimentado por ellos mismos.

Siguiendo la metodología sugerida por Godino (2013), utilizaremos la valoración que los futuros profesores de educación primaria realizan de un determinado proceso de estudio mediante la pauta de análisis de la idoneidad mediacional para evaluar y desarrollar este componente de su conocimiento. Tendremos también en cuenta, como indican Batanero y Díaz (2010), Burgess (2006) y Pinto (2010), la importancia de considerar la naturaleza específica de la estadística en la formación de profesores.

3. Investigaciones previas

Son pocas las investigaciones previas que han analizado los componentes del conocimiento didáctico de los profesores sobre estadística. Entre ellas encontramos la de Casey (2010), quien analiza las clases desarrolladas por tres profesores en ejercicio sobre correlación y regresión. Sin embargo, sólo se centra en este tema y no tiene como finalidad evaluar el conocimiento de los profesores, sino solo identificar el conocimiento que les sería necesario en la enseñanza. Por su parte, Quintas, Ferreira y Oliveira (2015) analizan el conocimiento

pedagógico de dos profesoras de secundaria, con amplia experiencia, mientras explican la correlación y regresión en un curso de secundaria. Describen ejemplos del uso, por estas profesoras, de su conocimiento del contenido y la enseñanza y del conocimiento del contenido y el estudiante.

Respecto a la faceta mediacional, Stohl (2005) analiza el conocimiento de los profesores sobre la enseñanza de la estadística por medio de proyectos. En su estudio, los profesores observados proponían tareas que no permitían implicar a los estudiantes en la investigación o para profundizar en sus razonamientos. Especialmente, se perdieron estas oportunidades en las fases de análisis de los datos, e interpretación de los resultados obtenidos. Otro trabajo en esta línea es el de Chick y Pierce (2008), los profesores participantes no hicieron un uso adecuado de los datos y proyectos al planificar sus lecciones. A pesar de la riqueza de conceptos de la situación didáctica planteada, fallaron en sacar a la luz conceptos latentes. Por el contrario, se limitaron a pedir cálculos o nuevos gráficos, con pocas actividades de interpretación.

El trabajo más próximo al nuestro es del de Arteaga, Batanero, Cañadas y Gea (2012), quienes evalúan los conocimientos de futuros profesores sobre gráficos estadísticos. Como parte de su estudio, se utilizó el análisis de la idoneidad epistémica de un proyecto estadístico realizado por futuros profesores de educación primaria para valorar la faceta epistémica de su conocimiento, en la cual los participantes mostraron conocimientos muy deficientes. Nosotros utilizaremos el mismo método, pero centrándonos en la componente mediacional del conocimiento del profesor sobre estadística elemental.

4. Metodología

Participaron en la investigación 108 futuros profesores del segundo curso de la titulación de Educación Primaria de la Universidad de Granada, distribuidos en 3 grupos (30 - 40 alumnos por grupo). Cursaban el segundo año de sus estudios de maestros y en el primer año habían estudiado, durante alrededor de 15 días, los gráficos y tablas estadísticas elementales, las medidas de posición central y dispersión y nociones de probabilidad. También trabajaron con un proyecto estadístico diferente del que se describe en este trabajo.

Los datos se tomaron a partir de los informes escritos realizados individualmente por los futuros profesores en una práctica de una asignatura de Didáctica de la Matemática, de segundo curso, realizada a lo largo de dos sesiones de clase, cada una de dos horas de duración. En la primera sesión, los participantes resolvieron un proyecto estadístico, titulado *Comprueba tus*

intuiciones sobre el azar en el cual los futuros profesores tuvieron que recoger los datos a través de un experimento aleatorio y posteriormente comparar tres pares de variables estadísticas para concluir sobre las intuiciones del conjunto de la clase sobre los fenómenos aleatorios. La secuencia de actividades fue la siguiente:

1. *Presentación del proyecto y realización del experimento*: Los futuros profesores llevaron a cabo un experimento aleatorio para decidir si tenían o no buenas intuiciones sobre el azar. El experimento constaba de dos partes. En la primera (secuencia inventada), cada participante tuvo que inventar una secuencia de 20 lanzamientos de una moneda sin realmente lanzar dicha moneda, de tal modo que otra persona pudiera pensar que se trata de una secuencia aleatoria. En la segunda parte (secuencia real) los participantes anotaron los resultados de lanzar 20 veces una moneda.
2. *Recogida de datos*: Finalizado el experimento, el formador de profesores inició un debate pidiendo a los participantes sugerencias para comparar las secuencias inventadas y reales generadas en el experimento en el total del grupo. Se acordó comparar las siguientes variables estadísticas: número de caras, número de rachas y longitud de la racha mayor en las secuencias real y simulada. Cada estudiante anotó los valores de estas seis variables en su propio experimento en una hoja de registro proporcionada por el profesor.
3. *Análisis de los datos*: El formador proporcionó a cada participante una copia de la hoja de registro con los datos obtenidos por el conjunto de la clase para las variables descritas. Los futuros profesores tuvieron que realizar un informe escrito con los resultados del análisis de los tres pares de variables estadísticas (número de caras, número de rachas y longitud de la racha más larga en las secuencias real e inventada de cada estudiante). Tuvieron libertad para el análisis de los datos. La mayoría realizaron tablas de frecuencia y diversos tipos de gráfico, como diagramas de barras o de líneas; generalmente, también se calculó la media, moda y rango de cada variable. Debían finalizar el informe con una conclusión sobre la intuición de la aleatoriedad en el conjunto de estudiantes.
4. *Conclusiones*: La conclusión que se dedujo del análisis de los datos fue que los estudiantes tuvieron muy buena intuición sobre el valor esperado en el número de caras, pues las secuencias inventadas por ellos tuvieron un número medio de caras cercano al valor teórico 10. En cambio, su percepción de la variabilidad o del número de rachas fue mucho peor, ya que las secuencias eran poco variables y la longitud de las

rachas muy cortas. Tanto el análisis como las conclusiones fueron presentadas y discutidas en la clase por los estudiantes hasta llegar a un consenso.

En la segunda sesión, se pidió a los participantes valorar la experiencia de enseñanza que ellos mismos vivieron durante el desarrollo del proyecto. Para ello se dio a los estudiantes una pauta de análisis de la idoneidad didáctica (GODINO, 2013), guía en la que se proporcionan una serie de descriptores para analizar cada componente de dicha idoneidad (ver la parte correspondiente a la idoneidad mediacional en la Tabla 1). Los participantes tuvieron una semana para completar el estudio. El concepto de idoneidad didáctica y el uso de la pauta habían sido estudiados por los participantes, como parte de la asignatura, usando ejemplos de aplicación a otros temas.

Tabla 1: Pauta de análisis de la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática

Componentes:	Descriptores:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	RM1. Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos y argumentaciones adaptadas al contenido pretendido. RM2. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	RA1. El número y la distribución de los alumnos permiten llevar a cabo la enseñanza pretendida. RA2. El horario del curso es apropiado. RA3. El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (de enseñanza colectiva /tutorización; de aprendizaje)	RT1. El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida. RT2. Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema. RT3. Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.

En el presente trabajo mostramos los resultados sobre la valoración por parte de los futuros profesores de la idoneidad mediacional, uno de los componentes de la idoneidad didáctica (GODINO, CONTRERAS y FONT, 2006). Godino (2009) indica que el análisis de la misma por parte de los propios profesores les permite profundizar en el conocimiento del contenido matemático y la enseñanza en la terminología de Ball, Lubienski y Mewborn (2001). En nuestro caso, los futuros profesores valoraron la idoneidad mediacional del proyecto “Comprueba tus intuiciones sobre el azar”, siguiendo la pauta presentada en la Tabla 1 y tomándose en ocasiones a ellos mismos como alumnos y por tanto valorando los recursos utilizados en la realización de este proyecto.

2. Análisis de los datos

2.1. Instrumento de recogida de datos

Una vez recogidos los informes escritos de los futuros profesores, se realizó un estudio cualitativo de las respuestas en cada uno de los descriptores de las distintas componentes de la idoneidad afectiva (Tabla 1), que se describen con mayor detalle a continuación.

Un primer punto a tener en cuenta a la hora de analizar la idoneidad mediacional de un proceso de enseñanza y aprendizaje matemático son los *recursos materiales* utilizados y su comparación con otros disponibles y que podrían haber mejorado el proceso de estudio. Para valorar estos recursos se deben analizar por separado los siguientes descriptores:

RM1. El uso de materiales manipulativos e informáticos permite introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido. Se esperaba que los estudiantes identificasen los recursos materiales que se emplearon en el trabajo con el proyecto (que fueron una moneda, la pizarra, lápiz y papel, calculadora y ordenadores para la realización de gráficos y cálculos). Este proyecto en concreto es bastante versátil y no requiere muchos recursos materiales, de modo que algún estudiante pudiera hacer referencia a que se puede adaptar el proyecto según el tipo de material disponible. Por ejemplo, alrededor del 40% de los estudiantes utilizaron la tecnología, en concreto la hoja Excel, que ya conocían para realizar sus cálculos y gráficos. De este modo aprovecharon el potencial que ofrece la tecnología, que permite reducir el tiempo dedicado a tareas rutinarias y por el contrario incentivar la exploración y la visualización (BIEHLER, BEN-ZVI, BAKKER y MAKAR, 2013).

Esperábamos que los estudiantes reconociesen este hecho y recordasen que el uso apropiado de la tecnología es uno de los principios formulados por el NCTM (2000) para potenciar el aprendizaje de los estudiantes y aumentar su interés. Además, en el currículo español actual para la educación primaria (MECD, 2014) se sugiere la competencia en tecnología como una componente fundamental a alcanzar en la formación de los estudiantes. Dicha competencia se considera como uno de los elementos transversales del currículo y se sugiere que se puede ejercitar particularmente en el estudio de las matemáticas.

Se esperaba también que los estudiantes indicasen que estos recursos y el proyecto en sí mismo permitieron presentar una buena situación de la que surgió el lenguaje, procedimientos y argumentos relacionados con la estadística elemental, proporcionando la oportunidad de construir e interpretar diferentes tipos de tablas y gráficos estadísticos, trabajar con las ideas de

variable estadística, frecuencia, distribución, medidas de posición central y dispersión, utilizar un vocabulario adecuado y justificar las conclusiones obtenidas .

RM2. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones. En concreto en la experiencia no hubo tiempo para presentar nuevas definiciones, aunque en caso necesario se recordaron algunos conceptos estadísticos elementales, como el de mediana. También, en el proceso de corrección del proyecto se recordaron en la pizarra la construcción de algunos gráficos estadísticos, en especial el gráfico de barras simples y adosadas y el gráfico de líneas simples y dobles. La actividad hizo surgir otros conceptos no estudiados anteriormente como el de racha y longitud de una racha; dichos conceptos fueron ilustrados mediante el análisis de resultados de la experimentación al obtener las secuencias real y simulada del lanzamiento de la moneda. Por tanto, esperábamos que los participantes en el estudio en su informe hicieran énfasis en alguno de estos aspectos.

El número de alumnos, el horario y las condiciones del aula son también características importantes a tener en cuenta a la hora de valorar la idoneidad mediacional de un proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y en la organización del trabajo del aula. Un número excesivo de estudiantes puede dificultar la ayuda del profesor en los momentos en que el estudiante lo necesita y un número muy pequeños empobrece la actividad, pues para observar las diferencias de las distribuciones analizadas en las secuencias real y simuladas construidas por los estudiantes se necesitan muestras moderadas, al menos de tamaño 30. Además de valorar este punto (los grupos de clase eran de alrededor de unos 30 alumnos por grupo) es importante analizar las condiciones físicas (agrupación de mesas, donde los estudiantes trabajaban en grupos de cuatro, disposición de proyector y otros elementos); sobre este componente se dieron los siguientes descriptores:

RA1. El número y la distribución de los alumnos permiten llevar a cabo la enseñanza pretendida. Los cursos en que se llevó a cabo la experiencia estaban sobre cargados de estudiantes, pues son grupos muy numerosos. Por ello se dividieron a los estudiantes en grupos de seminario de 30-35 estudiantes para facilitar que el profesor tuviese una atención personalizada a cada estudiante. Sin embargo, la corrección del proyecto hubo que hacerla en gran grupo. Esto es un aspecto que los alumnos podrían indicar que se podría mejorar en la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

RA2. El horario del curso es apropiado. Debido a que los alumnos de nuestra muestra pertenecen a distintos grupos de la misma asignatura, algunos de ellos tenían un horario de mañana, más adecuado, pero otros tenían un horario de tarde muy inadecuado (19:30 a 21:30),

por lo que estaban cansados después de todo un día de trabajo. Esperábamos que los alumnos valorasen estos aspectos y los indicasen en su informe, así como que aportasen sugerencias acerca de cómo mejorar la clase si se dan estas condiciones desfavorables.

RA3. El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido. El aula tenía bancas móviles, lo cual era adecuado para poder moverlas de un sitio a otro y para que los alumnos trabajasen en grupos. Se disponía, además, de la pizarra, proyector, ordenador y conexión a Internet, lo cual ayuda a mejorar la presentación del tema. Por otro lado, los alumnos estaban organizados en grupos de cuatro alumnos desde el comienzo de la asignatura y trabajaban usualmente con su grupo en la realización de las prácticas. Dentro del aula, el grupo trabajó en la forma habitual, aunque para esta práctica particular se pidió a los estudiantes realizar un informe individual, para obtener mayor volumen de datos y para recoger datos particulares de cada uno de los estudiantes. Se esperaba que los alumnos indicasen los aspectos positivos y negativos del aula y distribución en grupos en que trabajaron en la experiencia.

El último componente analizado fue el *tiempo* (tiempo de enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje), que ha de ser suficiente para finalizar la tarea con comodidad, pero no tan amplio como para que se den espacios inútiles. Hay que tener en cuenta que en el tiempo hay que incluir el tiempo de trabajo en la casa para completar el trabajo, así como las dos sesiones de aula. Sobre este componente de la idoneidad mediacional se entregó a los alumnos tres descriptores, pidiéndoles que los valoraran en la situación analizada. Estos descriptores se analizan a continuación.

RT1. El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida. Teniendo en cuenta el experimento aleatorio fue realizado en la clase y no hubo problemas para terminarlo en ninguno de los grupos, y que se dio a los alumnos toda una semana para completar el proyecto en casa, se esperaba que los estudiantes indicasen que el tiempo fue suficiente.

RT2. Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema. No se planificó un tratamiento específico de los contenidos estadísticos, pero se dedicó una parte del tiempo de corrección al análisis de los errores cometidos en los gráficos producidos por los estudiantes. En este sentido, el alumno podría indicar que se empleó suficiente tiempo al tratamiento de los gráficos y sus errores, pero que se debiera ampliar el tiempo dedicado al repaso o ampliación de otros temas de estadística.

RT3. Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión. La valoración de este apartado también se mostró en el anterior, ya que en la corrección del proyecto, en la segunda sesión de clase de la práctica, se analizaron los errores que los alumnos cometieron en años anteriores al realizar los gráficos estadísticos que utilizaron en el desarrollo del proyecto. Puede ser que determinados alumnos piensen que otro tipo de contenidos podrían ser utilizados en el desarrollo del proyecto, como la desviación típica o la varianza y hubiesen merecido una mayor atención, por lo que podrían indicarlos en su informe.

2.2. Niveles de aplicación de los descriptores

Para valorar el nivel de aplicación de cada uno de los descriptores mostrados en la Tabla 1, con una valoración similar para todos ellos, se definen los siguientes niveles:

Nivel 0: No se hace referencia al descriptor. Se deja la respuesta en blanco, no habiendo comprendido el descriptor o no siendo capaz de aplicarlo en el análisis del proyecto propuesto.

Nivel 1: El futuro profesor se limita a copiar literalmente el descriptor, sin indicar cómo lo aplica. Ha sido capaz de reconocer su presencia en el trabajo con el proyecto, pero no es capaz de especificar en qué modo se emplea dicho descriptor.

Nivel 2: El futuro profesor hace referencia y aplica el descriptor, pero se centra en aspectos anecdóticos o no estrictamente centrados en los intereses, actitudes o emociones del alumnado, o simplemente aplica el descriptor de una manera incompleta. Por ejemplo, el alumno JG aplica el descriptor RM1 a la situación concreta pero de una manera imprecisa, haciendo hincapié en un único recurso material como son las hojas que repartió el profesor. Su explicación debería haber sido más concreta, haciendo referencia a otros recursos como el uso de la moneda en la realización del experimento, o de otros recursos como la pizarra, el proyector o la hoja de cálculo Excel para elaborar los gráficos. Además, el profesor en la segunda sesión utilizó recursos informáticos para resolver la tarea que tuvieron que hacer y presentar a los alumnos errores previsibles.

Sólo hemos utilizado recursos tradicionales. El profesor ofreció unos papeles y sobre ellos estuvimos trabajando (Alumno JG, descriptor RM1).

En la valoración de la organización de los grupos de trabajo, el estudiante hace referencia y aplica el descriptor pero no se centra en aspectos relacionados con el número de alumnos y la distribución de estos, el horario o condiciones en el aula. En el siguiente ejemplo, la alumna RC propone que se utilicen los datos de todos los alumnos de la clase para desarrollar la

actividad, sin tener en cuenta que esto se realizó en el proyecto, donde los alumnos tenían que analizar los datos de todos los compañeros para concluir sobre las intuiciones del conjunto de la clase. Además propone que se divida la clase en tres grupos para mejorar el desarrollo de la práctica, pero no da ninguna explicación o justificación a dicha sugerencia pues, de hecho, los alumnos trabajaron en grupos de cuatro dentro de las agrupaciones de 30-35 alumnos que se establecieron por seminario:

La distribución de los alumnos estaría bien si se hiciera la actividad utilizando todos los datos de los compañeros de la clase, pero si se hiciera como yo he propuesto, en 3 grupos, situaría a los alumnos de modo que formaran 3 grupos (Alumna RC, descriptor RA1).

En el siguiente ejemplo, la alumna SA, aplica el descriptor RT1 a la experiencia de enseñanza vivida, pero se limita a explicitar el tiempo en el que se llevó a cabo la práctica de enseñanza, sin valorar si dicho tiempo fue suficiente o si el tiempo que tuvieron para realizar el proyecto fue el adecuado.

El tiempo empleado es de tres sesiones (Alumna SA, descriptor RT1).

Nivel 3. El estudiante hace referencia y aplica el descriptor a recursos utilizados en el proyecto o que podrían utilizarse y tienen en cuenta el proceso de estudio tal y como se llevó a cabo, siendo su aplicación razonablemente completa. Por ejemplo, la alumna SC aplica el descriptor RM1 correctamente y de manera muy completa. Hace referencia a que el proyecto ofrece grandes posibilidades para utilizar recursos informáticos, destacando que también puede llevarse a cabo con pocos recursos tradicionales, como realmente se realizó en el aula de clase. Este tipo de razonamiento muestra un análisis de la situación concreta, además de una reflexión crítica para destacar los posibles recursos manipulativos con los que se podría trabajar.

Resulta evidente que el experimento estadístico estudiado permite el uso de nuevas tecnologías que ayudan a comprender y visualizar de un modo más efectivo los diferentes conceptos matemáticos, así como su interpretación. El estudio se puede realizar con escaso material, pero el nivel de profundización es mejor cuanto mayor sea el número de ordenadores o calculadoras, y menor sea el ratio profesor-alumno (un menor ratio implica una enseñanza mucho más individualizada) (Alumna SC, descriptor RM1).

En el ejemplo siguiente podemos observar como la alumna SCJ hace referencia a los descriptores RA1 y RA2 en relación al desarrollo de la unidad didáctica en su clase; hace mención a la distribución de los alumnos en la clase y durante la realización de la práctica en grupos de cinco, destacando que esto fue beneficioso para el desarrollo de la actividad.

Para la realización de las prácticas, la clase se divide en dos grupos, A1 y A2 y cada uno de esos grupos además tiene grupos de cinco personas. En esta práctica hemos analizado los resultados individualmente, para que así el profesor pueda tener una idea de los conocimientos adquiridos por cada uno de nosotros. Además el horario es adecuado ya que es la primera hora de la mañana, cuando todos estamos con ganas de realizar tareas, ya que todavía no estamos cansados (Alumna SCJ, descriptores RA1 y RA2).

A continuación mostramos un ejemplo que hace referencia explícita al tiempo dedicado al trabajo con los gráficos estadísticos y las dificultades que puede presentar el trabajo con este tipo de representaciones. Queremos destacar que la alumna pone de manifiesto la dificultad que supone la elaboración de gráficos estadísticos correctamente y afirma que uno de los motivos por los que cree que sería necesario más tiempo en la realización de la práctica es porque sería necesario para el trabajo con las diversas gráficas y el razonamiento con estas.

Desde mi punto de vista para poder realizar la actividad completa de modo adecuado, se necesitaría más de dos horas, puesto que el realizar diversas gráficas y razonar adecuadamente cada una de las actividades lleva su tiempo. Además dos horas es tiempo escaso para que un niño asimile adecuadamente todos los conceptos que aparecen en dichas actividades (Alumna MLA, descriptor RT1 y RT2).

En la aplicación de estos descriptores, sobre todo del descriptor RM1, muchos estudiantes sugieren que en la realización del proyecto individual se podría haber usado algún software informático, en consonancia con lo sugerido en los Decretos curriculares (MEC, 2006; MECD, 2014). Resaltan las posibilidades que ofrecen la hoja Excel a la hora de realizar representaciones gráficas e investigar sobre los diferentes gráficos disponibles; en este sentido, estos instrumentos ayudan a mejorar la cultura estadística, como indican Ridgway, Nicholson y McCusker (2008). También analizan cuál o cuáles de ellos se adaptaría mejor a la situación particular de la unidad didáctica, por ejemplo, muchos alumnos también redactaron su informe utilizando el Word. A continuación mostramos un ejemplo:

Como materiales se usaron monedas que los propios alumnos lanzaron. Ordenadores. Hojas cuadriculadas para anotar cada uno sus resultados de la secuencia simulada y real. De recursos informáticos se utilizaron el Microsoft Word y Excel, con los que se pudieron hacer gráficas y calcular la moda, media, mediana y rango de forma diferente a la habitual (Alumna MAH, descriptor RM1 y RM2).

3. Resultados y discusión

A continuación vamos a mostrar los resultados de aplicación de los distintos descriptores de la idoneidad mediacional por parte de los futuros profesores de nuestra muestra. En la Tabla 2 se resumen los resultados para cada una de las componentes y sus correspondientes

descriptores, llamando la atención el alto porcentaje de alumnos que no llega aplicar algunos de dichos descriptores, llegando a un 79,6% en el descriptor RT3 (se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión).

Tabla 2. Distribución de futuros profesores según nivel de aplicación de los descriptores sobre recursos materiales

Nivel	RM1	RM2	RA1	RA2	RA3	RT1	RT2	RT3
Nivel 0	6(5,6)	74(68,5)	35(32,4)	55(50,9)	59(54,6)	22(20,4)	80(74,1)	86(79,6)
Nivel 1	13(12,1)	13(12,0)	22(20,4)	18(16,7)	18(16,7)	17(15,7)	11(10,2)	10(9,3)
Nivel 2	21(19,4)	7(6,5)	13(12,0)	7(6,5)	9(8,3)	25(23,1)	4(3,7)	4(3,7)
Nivel 3	68(63,0)	14(13,0)	38(35,2)	28(25,9)	22(20,5)	44(40,7)	13(12,0)	8(7,4)

En relación a la valoración de los recursos materiales, destacamos que en la aplicación del descriptor RM1 el mayor porcentaje de estudiantes lo hace a nivel 3 (63,0%), lo que indica que una mayoría de estudiantes supo relacionar dicho descriptor con el proceso de estudio vivido. Es decir, los estudiantes valoraron las posibilidades del proyecto para utilizar una variedad de recursos, y las posibilidades de las herramientas tecnológicas para ayudar a los estudiantes a visualizar y explorar datos estadísticos en el aprendizaje de la estadística (GARFIELD Y BEN-ZVI, 2008). En cambio, a la hora de aplicar el descriptor RM2, referido a la contextualización de definiciones y propiedades, sólo el 13,0% lo hace dentro del nivel 3, a pesar de que Garfield y Ben-Zvi (2008) indican que los estudiantes aprenden mediante la práctica y construcción de conocimiento y cuando se ven activamente envueltos en actividades de aprendizaje; además, en un proyecto se integran los contenidos de la estadística dentro del proceso general de una investigación. Posiblemente, ya que durante la puesta en práctica del proyecto no se introdujeron nuevas definiciones o propiedades, los estudiantes no supieron cómo relacionar este descriptor con la situación de enseñanza y aprendizaje en la que se vieron implicados. Fueron pocos los que indicaron que en la presentación y realización del proyecto, el descriptor RM2 no está apenas presente o dieron ideas para que su presencia dentro de la componente de recursos materiales fuese más alta.

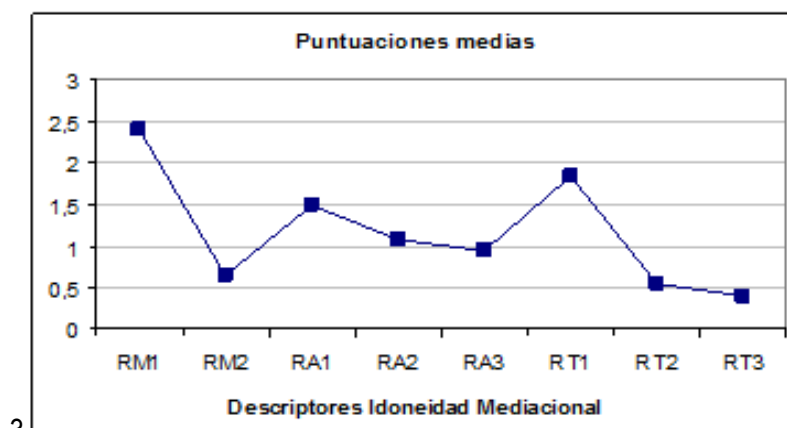
Al valorar las condiciones respecto al número de alumnos y condiciones del aula, el porcentaje de alumnos que no aplica el descriptor (nivel 0) crece del 32,4% para RA1, a 50,9% para RA2 y hasta un 54,6% para RA3. Para los descriptores RA2 y RA3 el porcentaje mayor de alumnos se da dentro del nivel 0, seguido de un 25,9% de alumnos que aplican el descriptor RA2

dentro del nivel superior y un 20,5% de los alumnos que aplican o evalúan el descriptor RA3 a nivel 3. En cuanto a la aplicación del descriptor RA1, el porcentaje de alumnos que no los aplican es el más bajo dentro de los descriptores relacionados con la organización del grupo, y además un 35,2% de los alumnos aplican dicho descriptor dentro del nivel superior. El porcentaje de alumnos que aplican los descriptores a nivel 1, es decir copian literalmente o casi literalmente la descripción del descriptor que se les proporcionó, es del 20,4% para el descriptor RA1 y del 16,7% para los descriptores RA2 y RA3. El porcentaje de alumnos que aplican los descriptores a nivel 2 es bajo, en general, en estos descriptores.

Finalmente, en la valoración del tiempo dedicado al proceso de estudio, el 20,4% de los alumnos de la muestra no aplica el descriptor RT1 (nivel 0), pero dicho porcentaje aumenta drásticamente en los siguientes descriptores, (74,1% no aplican el descriptor RT2 y 79,7% no aplican el descriptor RT3). Además, un 3,7% de los alumnos aplica los descriptores RT2 y RT3 a nivel 2, y el resto de porcentaje se divide entre los niveles 1 y 3 de manera similar, siendo también estos porcentajes no muy altos debido al gran número de alumnos que no aplica estos dos descriptores. Destacamos que un 40,7% del total de los alumnos aplica el descriptor RT1 a nivel 3 y un 23,1% a nivel 2. Conjuntamente un 63,8% del total de los alumnos aplica el descriptor RT1 dentro de los dos niveles superiores de aplicación, es decir, que al menos relaciona el descriptor en cuestión con la situación particular que están analizando. El factor tiempo, en consecuencia, resultó confuso de evaluar para los estudiantes.

Como síntesis, se presentan en la Figura 1 las puntuaciones medias en cada descriptor. Observamos una variedad en los distintos niveles de aplicación de los distintos descriptores, yendo desde una puntuación media mínima de 0,34 en el descriptor RT3 a una máxima de 2,4 en el descriptor RM1.

Figura 1. Puntuaciones medias en la aplicación de los diferentes descriptores de la idoneidad afectiva



3

Fuente: Elaborado por los autores

Podemos observar que, dentro de cada una de las distintas componentes, las puntuaciones medias decrecen, siendo este decrecimiento muy drástico en la componente de los recursos materiales, donde la puntuación media del descriptor RM1 es prácticamente 2,5, es decir, una puntuación media muy alta considerando que el valor máximo fue 3, y sin embargo la puntuación media para el descriptor RM2 es del 0,64. Los estudiantes valoraron fácilmente que el proyecto presentado era bastante versátil y no requería de muchos recursos materiales, pero, por otro lado, puede hacerse uso de la tecnología, como la hoja Excel, lo que proporciona un tema adecuado para desarrollar la competencia tecnológica recomendada en los decretos curriculares. Sin embargo, aspectos como tiempo dedicado al estudio, horario o distribución de estudiantes fueron difíciles de valorar por los estudiantes.

En general, no se alcanza en promedio el nivel 2, salvo en el RM1 (uso de materiales manipulativos e informáticos) y RT1 (tiempo destinado a la tarea). Como hemos indicado, el uso del material informático y su adecuación para el trabajo con proyectos, resaltado por diversos autores, fue bien percibido y valorado por los estudiantes, mientras que no supieron valorar los aspectos relativos al tiempo, horario o distribución del aula.

4. Consideraciones finales

En un estudio previo (ARTEAGA, BATANERO, CAÑADAS Y GEA, 2012) mostramos las dificultades que futuros profesores de Educación Primaria tenían al analizar la idoneidad epistémica de un determinado proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística. Indirectamente se mostró su escaso conocimiento especializado de la estadística, que es necesario para la planificación de las clases por parte del profesor.

Los datos de este nuevo estudio indican que, aunque hay determinados descriptores que resultaron fáciles de aplicar, globalmente, los futuros profesores de nuestra muestra también tienen dificultades en evaluar la idoneidad mediacional, lo que supone un escaso conocimiento de la enseñanza de la estadística, pues no son capaces de valorar los recursos, organización de los alumnos y tiempo requerido para el estudio.

Algunas investigaciones previas muestran que el conocimiento común del contenido en estadística es pobre en los futuros profesores de educación primaria (BRUNO y ESPINEL, 2005; ARTEAGA, BATANERO, CAÑADAS Y CONTERAS, 2016). Ello sin duda influye en nuestro caso, en el escaso conocimiento que sobre los recursos de enseñanza y organización de los

alumnos y el tiempo han mostrado los participantes de nuestra investigación al valorar un proceso de estudio de la estadística que ellos mismos habían vivido.

Una implicación del estudio es la necesidad de mejorar la faceta mediacional del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores y su capacidad de análisis de situaciones de aprendizaje y enseñanza de la estadística en relación a los recursos, el tiempo y la organización del aula. Para ello sería necesario mejorar la preparación en estadística y en didáctica de la estadística de los futuros profesores de educación primaria, a la que en este momento se dedica un tiempo insuficiente.

La mejora de esta formación del profesorado es un reto para hacer realidad la mejora de la enseñanza de la estadística en las escuelas. Este reto de la preparación específica de los profesores para enseñar estadística fue reconocido por la International Comisión on Mathematical Instruction (ICMI) y la International Association for Statistical Education (IASE) que han promovido un Estudio Conjunto específicamente orientado a promover la investigación y reflexión a nivel internacional sobre la educación y desarrollo profesional del profesor para enseñar Estadística (BATANERO, BURRILL Y READING, 2011).

Esperamos que dicho estudio, así como los resultados mostrados, ayuden a tomar conciencia de esta necesidad a todos los implicados en la formación de profesores: escuelas de formación del profesorado, asociaciones de profesores y autoridades educativas. Creemos que es necesario también continuar con la investigación y reflexión didáctica para poder seguir construyendo la Educación Estadística y concretándola en cursos destinados a futuros profesores. Esperamos que este trabajo logre interesar a otros investigadores por esta problemática.

Agradecimientos: Proyecto EDU2016-74848-P (MEC) y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

ARTEAGA, Pedro; BATANERO, Carmen; CAÑADAS, Gustavo; GEA, Maria Magdalena. Evaluación del conocimiento especializado de la estadística en futuros profesores mediante el análisis de un proyecto estadístico. En *Educação Matemática Pesquisa*, Sao Paulo, v. 14, n. 2, p. 279-297. 2012.

ARTEAGA, Pedro; BATANERO, Carmen; CONTRERAS, Jose Miguel; CAÑADAS, Gustavo; Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos por futuros profesores. En *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México D.F. v. 10, n.1, p. 15-40. 2016.

ARTZT, Alice; ARMOUR-THOMAS, Eleanor; CURCIO, Frances; GURL, Theresa. *Becoming a reflective mathematics teacher: A guide for observations and self-assessment*. Londres: Routledge. 2015.

BATANERO, Carmen; BURRILL, Gail; READING, Chris. *Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study*. New York: Springer. 2011.

BATANERO, Carmen; DÍAZ, Carmen, Training teachers to teach statistics: what can we learn from research? En *Statistique et Enseignement*, París, v.1, n.1, p. 5-20. 2010.

BATANERO, Carmen; DÍAZ, Carmen. *Estadística con proyectos*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. 2011.

BALL, Deborah., LUBIENSKI, Sara; MEWBORN, Denise. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En RICHARDSON, Victoria (Ed.), *Handbook of research on teaching* Washington, DC: American Educational Research Association, p. 433-456. 2001.

BIEHLER, Rolf; BEN-ZVI, Dani; BAKKER, Arthur; MAKAR, Katie. Technology for enhancing statistical reasoning at the school level. En CLEMENTS, Ken; BISHOP, Allan; KEITEL, Kristine; KILPATRICK, Jeremy; LEUNG, Frederick (Eds.), *Third international handbook of mathematics education*. New York: Springer, p. 643-689. 2013.

BRUNO, Alicia; ESPINEL, Candelaria. Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. En *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas*, La Laguna, v. VII, n.1, p. 57-85. 2005.

BURGESS, Tim. A framework for examining teacher knowledge as used in action while teaching statistics. En Seventh International Conference on Teaching Statistics. 2006, Salvador, Brazil. Proceedings of ICOTS 7, International Statistical Institute, 2006. Disponible en http://iase-web.org/documents/papers/icots7/6F4_BURG.pdf. Acceso 4 de Febrero de 2017.

CASEY, Stephanie, Subject matter knowledge for teaching statistical association. En *Statistics Education Research Journal*, v.9, n.2, p. 50-68. 2010.

CHICK, Helen; PIERCE, Robin. Teaching statistics at the primary school level: beliefs, affordances, and pedagogical content knowledge. En BATANERO, Carmen; BURRILL, Gail; READING, Chris; ROSSMAN, Allan (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. 2008 Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey, 2008. Mexico: ICMI e IASE. Disponible en: <http://iase-web.org/Publications.php>. Acceso 4 de Febrero de 2017.

EVEN, Rumaha; BALL, Deborah. *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study*. New York: Springer. 2009.

FRANKLIN, Christine; KADER, Gary; MEWBORN, Denise; MORENO, Jerry; PECK, Roxy; PERRY, Mike; SCHEAFFER, Richard (2005). A curriculum framework for K-12 statistics education. GAISE report. Reston, VA: NCTM y American Statistical Association. Disponible en: www.amstat.org/education/gaise/. Acceso 4 de Febrero de 2017.

GARFIELD, Joan; BEN-ZVI, Dani. *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. New York: Springer. 2008.

GODINO, Juan Díaz. Categorías de análisis de conocimientos del profesor de matemáticas. En *Unión*, v. 20, n.1, p. 13-31. 2009.

GODINO, Juan Díaz. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, v. 11, n.1, p. 111-132. 2013.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; ROA, Rafael; WILHELMI, Miguel. Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En BATANERO, Carmen; BURRILL, Gail; READING, Chris; ROSSMAN, Allan (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. 2008 Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey, 2008. Mexico: ICMI e IASE. Disponible en: <http://iase-web.org/Publications.php>. Acceso 4 de Febrero de 2017.

GODINO, Juan Díaz; CONTRERAS, Angel; FONT, Vincenç. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. En *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, v.26, n. 1, p. 39-88. 2006.

GODINO, Juan Díaz; ORTIZ, Juan Jesús; ROA, Rafael; WILHELMI, Miguel (2011). Models for statistical pedagogical knowledge. In *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 271-282). Springer Netherlands.

HILL, Heather; SLEEP, Laurie; LEWIS, Jennifer; BALL, Deborah. Assessing teachers' mathematical knowledge. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc. y NCTM, p. 111-155. 2007.

LLINARES, Salvador; KRAINER, Konrad. Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En GUTIERREZ, Angel; BOERO, Paolo (Eds) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotherdam: Sense Publishers, p. 429 – 459. 2006.

MCGILLIVRAY, Helen; PEREIRA-MENDOZA, Lionel. Teaching statistical thinking through investigative projects. En BATANERO, Carmen; G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A Joint ICMI/IASE Study*. New York: Springer, p. 109-120. 2011.

MEC. Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación primaria. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia 2006.

MECD. Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Madrid; Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. 2014.

NCTM . *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM. 2000.

MURRAY, Scott; GAL, Iddo. Preparing for diversity in statistics literacy: Institutional and educational implications. En B. Phillips (Ed.). *ICOTS-6 papers for school teachers*. [CD-ROM]. Cape Town: International Association for Statistics Education. 2002.

PINO-FAN, Luis; GODINO, Juan Díaz. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. En *Paradigma*, v. 36, n.1, p. 87-109. 2015.

PINTO, Jesús. *Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: Estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación*. 2010, 433f. Tesis Doctoral (Doctorado en Educación). Facultad de Educación, Universidad de Salamanca, Salamanca.

QUINTAS, Sandra; FERREIRA, Rosa; OLIVEIRA, Helia. O conhecimento didático de estatística de duas professoras de matemática sobre dados bivariados. En *Bolema*, v. 29, n. 51, p. 284-306. 2015.

REMILLARD, Janine; HERBEL-EISENMANN, Beth; LLOYD, Gwendolyn. *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction*. London; Routledge. 2011.

RIDGWAY, Jim; NICHOLSON, James; MCCUSKER, Sean. Mapping new statistical Literacies and Iliteracies. *International Conference on Mathematics Education*, Trabajo presentado en el *11th International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, Mexico. 2008.

SCHIELD, Milo. Statistical literacy: A new mission for data producers. En *Statistical Journal of the IAOS*, v. 27, n. 3-4, p. 173-183. 2011.

STOHL, Holylynne (2005). Probability in teacher education and development. En G. Jones (Ed.). *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning*. New York: Springer, p. 345-366. 2005.

WHITE, Allan; JAWORSKI, Barbara; AGUDELO-VALDERRAMA, Cecilia.; GOOYA, Zahra (2013). Teachers learning from teachers. En M.A. (Ken) Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, y F. K.S. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education*. Springer New York, p. 393-430. 2013.

WOOD, Thomas (Ed.) *The international handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers. 2008.