Relación de problemas: Tema 5

1.-Para determinar el calor específico de un metal, se introducen 50 g del mismo a 15ºC en un calorímetro junto con 100 cm^3 de agua a 90ºC. El equilibrio se alcanza a 70ºC. Por otra parte, se ha efectuado una prueba previa para determinar la capacidad calorífica del calorímetro, introduciendo en él 100 cm^3 de agua a 90ºC siendo la temperatura del calorímetro 60ºC, alcanzándose el equilibrio a 85ºC.
a) ¿Cuál es la capacidad calorífica del calorímetro?
b) Hallar el calor específico del metal.

a) m_a = masa de agua = 100 g ya que la densidad es 1 g/cm^3
T_a = temperatura inicial del agua = 90 ºC
c_a = capacidad calorífica del agua = 1 cal/(g ºC)
Tc = temperatura inicial del calorímetro = 60 ºC
Tf = temperatura final del conjunto
K= capacidad calorífica del calorímetro

Aplicando que el calor cedido por el agua al enfriarse va a parar íntegramente al calorímetro (principio de conservación de la energía)

$$K\left(T_f - T_c\right) = m_a c_a \left(T_a - T_f\right) \Rightarrow K = 20\frac{cal}{g \cdot {}^{o}C}$$

$$\boxed{K=20 \text{ cal/ºCg}}$$

b) m_m = masa del metal = 50 g
T_m= temperatura inicial del metal = 15ºC
m_a =masa de agua = 100 g
T_a = temperatura inicial del agua y del calorímetro = 90ºC
T_f = temperatura final de la mezcla = 70ºC

Se ha supuesto que el calorímetro y el agua están inicialmente a la misma temperatura.

$$m_m c_m (T_f - T_m) = K(T_a - T_f) + m_a (T_a - T_f) \Rightarrow c_m = 0{,}872727 \approx 0{,}873\frac{\text{cal}}{\text{ºCg}}$$

$$\boxed{c_m\text{=0.873 cal/ºCg}}$$

2.-Cuando hierve agua a 2 atm, el calor de vaporización es 2,2 106 J/kg, y el punto de ebullición 120ºC. A esa presión, 1 kg de vapor ocupa un volumen de 0,824 m^3, mientras que 1 kg de agua ocupa 10^{-3} m^3.
a) Hallar el trabajo realizado cuando se forma 1 kg de vapor a esa temperatura.
b) Calcular el aumento de energía interna.

a) p = presión = 2 atm =2·101325,2738 = 202651 Pa
V_1 = volumen de 1kg de agua = 10^{-3} m^3
V_2 = volumen de 1kg de vapor = 0,824 m^3
L_f= calor de vaporización del agua = 2,2 10^6 J/kg
m = masa de agua = 1 kg

$$W = p(V_2 - V_1) = 166781\,J$$

$$\boxed{W=166781 \text{ J}}$$

b) De acuerdo con el primer principio de la Termodinámica

$$\Delta U = Q - W$$

$$Q = mL_f = 2,2{\cdot}10^6\,J$$

$$\Delta U = 2,033{\cdot}10^6\,J$$

$$\boxed{\Delta U=2.03\cdot 10^6 \text{ J}}$$

3.-Las secciones de cemento de una autopista están diseñadas para tener una longitud de 25 m. Las secciones se preparan a 10ºC. ¿Cuál es el espacio mínimo que habrá que dejar entre tales secciones, para evitar combamientos, sabiendo que el asfalto alcanza los 50ºC?
Dato: α=12·10-6 ºC^{-1}.

Sea *d* = distancia entre dos placas, *L* = longitud de una placa, y suponiendo que el coeficiente aportado es el de dilatación lineal, el alargamiento de una sección es $\Delta L = L\alpha\left(T_2 - T_1\right) = 0,012$ m. Suponiendo que el alargamiento se reparte por igual a ambos lados de cada sección, cuando estén en contacto dos secciones se cumple $\frac{d}{2} = \frac{\Delta L}{2} \Rightarrow d = \Delta L = 0,012$ m = 1,2 cm

$$\boxed{d = 1.2 \text{ cm}}$$

4.- Una caja metálica cúbica de 20 cm de arista, contiene aire a la presión de 1 atm y a la temperatura de 300 K. Se cierra herméticamente de forma que el volumen sea constante y se calienta hasta 400 K. Hallar la fuerza neta desarrollada sobre cada pared de la caja.

$$P_1 = 1\,atm$$
$$T_1 = 300\,K \rightarrow T_2 = 400\,K$$

$$PV = nRT \;\; ; \;\; V = cte = \frac{nRT}{P} \Rightarrow \frac{T_1}{P_1} = \frac{T_2}{P_2} \Rightarrow P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1$$

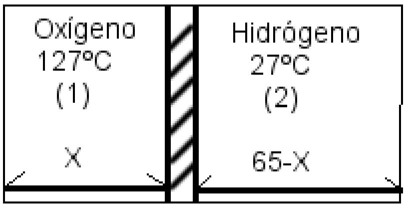
$$P_2 = \frac{400}{300} \cdot 1 = \frac{4}{3} atm$$

$$F = P_2 S = \frac{4}{3} \cdot \left(1.013 \cdot 10^5\right) N/m^2 \cdot (0.20\,m)^2 = 5402.7\,N$$

$$F_{neta} = \left(\frac{4}{3} - 1\right) atm \cdot \left(1.013 \cdot 10^5\right) N/m^2 \cdot (0.20\,m)^2$$

$$\boxed{F_{neta} = 1350.7\,N}$$

5.- Un recipiente cilíndrico de longitud 65 cm térmicamente aislado, contiene en su interior un pistón adiabático que puede desplazarse sin rozamiento a la largo del cilindro. En su interior, a un lado del pistón, tenemos oxígeno a una temperatura de 127 ºC, y al otro lado tenemos hidrógeno a una temperatura de 27 ºC, siendo la masa de los dos gases igual. Bajo las condiciones anteriores, encontrar la posición de equilibrio del pistón.



$$m_{O_2} = m_{H_2} \;\; (m_1 = m_2) \; ; \; P_1 = P_2$$

$$\frac{\frac{\cancel{m_1}}{M_1} \cancel{R} T_1}{V_1} = \frac{\frac{\cancel{m_2}}{M_2} \cancel{R} T_2}{V_2} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{T_1 M_2}{T_2 M_1} = \dfrac{(273+127)\cdot 2}{(273+27)\cdot 32} = \dfrac{1}{12} \\ V_1 = Ax \\ V_2 = A(65-x) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{x}{65-x} = \frac{1}{12} \rightarrow \boxed{x = 5\,cm}$$

6.- Una ampolla de vidrio se llena completamente con 176,2 ml de mercurio a 0 ºC. En la boca de la ampolla se suelda un tubo de vidrio de 2,5 mm de diámetro a 0 ºC. Calcula a qué altura llegará el mercurio en el tubo cuando se calienta el sistema a 50 ºC.
Datos: α(vidrio)=$2{,}2\cdot 10^{-5}$ºC^{-1}, α(mercurio)=$18\cdot 10^{-5}$ ºC^{-1}

$$1\,ml = 10^{-3}\,l\cdot\frac{1\,m^3}{10^3\,l}\cdot\frac{\left(10^3\right)^3 mm^3}{1\,m^3}=\frac{10^9\cdot 10^{-3}}{10^3}=10^3\,mm^3=1000\,mm^3$$

$$\alpha = 2.2\cdot 10^{-5}\,{}^{o}C^{-1}\rightarrow \text{vidrio}$$

$$\beta = 18\cdot 10^{-5}\,{}^{o}C^{-1}\rightarrow \text{mercurio}$$

$$\mathrm{V}_0 = 176.2\,ml \rightarrow T_0 = 0\,{}^{o}C \rightarrow T_f = 50\,{}^{o}C$$

$$\Delta V_{vidrio} = \mathrm{V}_0\alpha\,\Delta T = 176.2\cdot 2.2\cdot 10^{-5}\cdot 50 = 0.19382\,ml$$

$$\Delta V_{mercurio} = \mathrm{V}_0\beta\,\Delta T = 176.2\cdot 18\cdot 10^{-5}\cdot 50 = 1.5858\,ml$$

$$\Delta V_{mercurio} - \Delta V_{vidrio} = 1.39198\,ml$$

$$V = Sh \Rightarrow h = \frac{V}{S}$$

$$\left.\begin{array}{l} S = \pi\left(1.25\right)^2 = 4.91\,mm^2 \\ V = 1.39\,ml \end{array}\right\} h = \frac{1.4\cdot 10^3}{4.91} = 285\,mm$$

$$\boxed{h = 0.285\,m}$$

7.- Una placa cuadrada de madera de 350x350 mm y de espesor 15 mm, conduce calor a través de su espesor en condiciones estacionarias. Se mide la corriente de calor en la placa y es de 14,3 W cuando se mantiene una diferencia de temperatura de 25 ºC entre las caras de la placa. Calcular la conductividad térmica del trozo de madera.

$$A = 0.35\cdot 0{,}35 = 0.1225\,m^2$$

$$l = 0.015\,m$$

$$H = kA\frac{T_C - T_F}{L} \rightarrow k = \frac{HL}{A\Delta T} = \frac{14.3\cdot 0.015}{0.1225\cdot 25} = 0.07\,W/mK$$

$$\boxed{k = 0.07\,w/mK}$$

8.-Un trozo de hielo de 50 g a -10ºC se introduce en un calorímetro adiabático de 150 g, de manera que hielo y calorímetro están en equilibrio. A continuación se añaden 100 g de agua a 80ºC.
a) Calcular la temperatura de equilibrio, despreciando la capacidad calorífica del calorímetro.
b) La temperatura de equilibrio observada es de 5 ºC menos que la esperada. Calcular la capacidad calorífica del calorímetro.
Datos:
Calores específicos: hielo= 0.5 cal/ºC·g; agua= 1 cal/ºC·g. Calor de fusión del hielo: 80 cal/g.

a) m_h = masa de hielo = 50 g
T_h = temperatura inicial del hielo = -10 ºC
c_h = capacidad calorífica del hielo = 0,5 cal/(ºC g)
c_f = calor de fusión del hielo = 80 cal/g
m_a = masa de agua = 100 g
T_a = temperatura inicial del agua = 80 ºC
c_a = capacidad calorífica del agua = 1 cal/(ºC g)

La temperatura final de la mezcla puede ser mayor que cero (en tal caso se funde todo el hielo), menor que cero (en tal caso se congela toda el agua) o igual a cero (en este caso coexistirían agua y hielo a 0ºC). El estado final se sabe determinando las cantidades de calor siguientes:

Calor necesario para calentar hielo a 0ºC: $Q_1 = m_h c_h (0 - T_h) = 250\ cal$
Calor necesario para fundir todo el hielo: $Q_2 = m_h c_f = 4000\ cal$
Calor necesario para fundir todo el hielo: $Q_3 = m_a c_a (T_a - 0) = 8000\ cal$
Como $Q_1 + Q_2 < Q_3$, la temperatura final de la mezcla es mayor que 0ºC, fundiéndose todo el hielo.

Sea T_e= temperatura final de la mezcla

$$Q_1 + Q_2 + m_h c_a (T_e - 0) = m_a c_a (T_a - T_e)$$
$$4250 + 50\ T_e = 100(80 - T_e)$$
$$T_e = 25°C$$

$\boxed{T_e = 25\ ºC}$

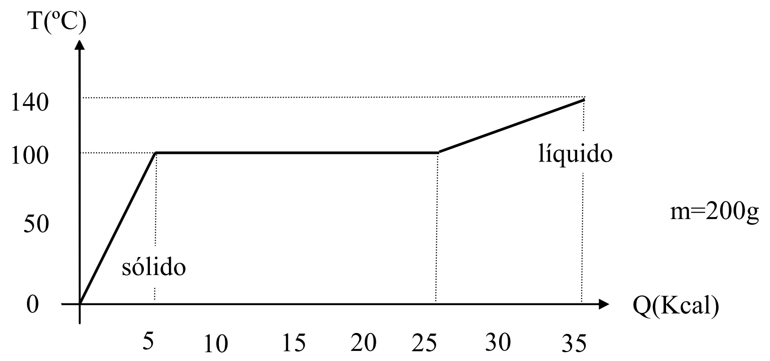
b) m_c = masa del calorímetro = 150 g
T_c = temperatura inicial del calorímetro = -10ºC

Si la temperatura es 5ºC inferior, el conjunto finalmente seguirá estando a temperatura mayor a 0ºC

$$Q_1 + Q_2 + m_h c_a (Te - 0) + m_c c_c (T_e - T_c) = m_a c_a (T_a - T_e)$$
$$5250 + 4500 c_c = 6000$$
$$c_c = 0,1667 \frac{cal}{°Cg}$$

$\boxed{c_c = 0.167\ cal/ºCg}$

9.- El diagrama adjunto muestra la temperatura de un cuerpo en función del calor que se le ha suministrado, a ritmo constante. Calcular:
a) Los calores específicos del sólido y del líquido.
b) El calor de fusión.
c) Trazar una gráfica (sobre los mismos ejes), para la que los valores anteriores y el punto de fusión, valgan la mitad.



a) m = masa del cuerpo = 200 g

$$c = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

$$c_{solido} = \frac{(5-0)10^3}{m(100-0)} = 0,25\frac{Kcal}{^{o}Cg}$$

El calor específico del líquido es 1,5

$$c_{liquido} = \frac{(35-23)10^3}{m(140-100)} = 1,25\frac{Kcal}{^{o}Cg}$$

$\boxed{c_{sólido} = 0.25\ Kcal/ºCg}$ $\boxed{c_{líquido} = 1.25\ Kcal/ºCg}$

b) $L_f = \frac{25-5}{m} = 0.1\frac{cal}{g}$

$\boxed{L_f = 0.1\ Kcal/g}$

c) Al ser los calores específicos la mitad que la anterior, la pendiente de los dos tramos inclinados es el doble de la de la gráfica. El nuevo punto de fusión está en 50ºC. La nueva gráfica tiene tres trazos rectos de aspecto similar a la anterior. El primero desde el punto (0;0) hasta (5;50). El segundo es un tramo horizontal desde (5;50) hasta (15;50) puesto que el calor de fusión se reduce a la mitad. El tercero de (15;50) hasta (25;52,5).

10.-La chimenea de una fábrica, de 50 m de altura, expulsa humo a 60ºC de temperatura. La temperatura del aire es de 0ºC, y la densidad del aire en esas condiciones es de 1,29 10^{-3} g/cm^3. Calcular la diferencia de presiones que produce el tiro de esta chimenea.

Suposiciones:

- El aire en la base de la chimenea está a 60ºC. La temperatura durante el ascenso se mantiene constante (y por tanto la densidad del aire), enfriándose solamente cuando se llega al extremo superior de la chimenea. Este enfriamiento es instantáneo.
- La velocidad de ascenso es despreciable.
- La viscosidad del aire es despreciable.
- La presión del aire cuando llega arriba es de 1 atm.

Punto 1 = base de la chimenea
Punto 2 = extremo superior de la chimenea
ρ_1 = densidad del aire en la base y durante el ascenso
ρ_2 = densidad del aire exterior

Ecuación fundamental de la Hidrostática: $P_1 = P_2 + \rho_1 gh$

Ecuación de los gases ideales:

$$PV = nRT = \frac{m}{M_m}RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM_m}{RT}$$

$$\frac{P}{\rho T} = \frac{M_m}{R} = cte \Rightarrow \frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2}$$

Operando se obtiene

$$P_1 = 101847\ Pa$$

$$\rho_1 = 1,06312\ \frac{kg}{m^3}$$

$$P_1 - P_2 = 521,458\ Pa$$

$\boxed{\Delta P = 521.458 \text{ Pa}}$

11.-Una habitación cerrada de 50 m^3 se encuentra a la misma temperatura (10 ºC) y presión (1kp/cm^2) del exterior. Se conecta la calefacción y al cabo de un rato la temperatura interior ha subido a 25ºC. Calcular:
a) La nueva presión interior.
b) El calor suministrado, considerando el aire como gas ideal diatómico y que las paredes no se calientan ni conducen el calor.
c) La cantidad de gas que sale al abrir una ventana, suponiendo que la temperatura interior no varía.
d) Suponiendo ahora que la ventana de vidrio (de 1 m^2 de área y 0,4 cm de espesor) está cerrada y su conductividad térmica es de 0,6 W/m·K, calcular el flujo calorífico aportado por la calefacción para mantener la temperatura constante.

a)

$$\left.\begin{array}{r} 1kg/cm^2 = 9{,}81kp/cm^2 = 0{,}968atm \\ atm = 101328Pa \end{array}\right\} 1kp/cm^2 = 9998{,}52Pa$$

$$1\ kp/cm^2 = 9{,}8\ N/cm^2 = 9{,}8{\cdot}10^4\ Pa$$

Sea 1 = estado inicial, 2 = estado final

$$\frac{P}{T} = cte \Rightarrow P_2 = \frac{T_1}{T_2}P_1 = P_2 = 9{,}8{\cdot}10^4\,\frac{298}{283} = 10{,}32{\cdot}10^4\,Pa$$

$\boxed{P_2 = 10.32 \cdot 10^4 \text{ Pa}}$

b)

$c_v = 5/3\,R$

$$n = \frac{P_1V}{RT_1} = \frac{9{,}8{\cdot}10^4{\cdot}50}{R{\cdot}283} = 2081 \text{ moles}$$

$$Q = nc_v\Delta T = \frac{9{,}8{\cdot}10^4{\cdot}50}{R{\cdot}283} = \frac{9{,}8{\cdot}10^4{\cdot}50}{R{\cdot}283}.\frac{5}{3}R.15 = 78050\,J$$ $\boxed{Q = 78050 \text{ J}}$

c)

La variación en la masa del gas es $\Delta n = \frac{P_1V}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = 104{,}713$ moles

$\boxed{\Delta n = 104.713 \text{ moles}}$

d) La corriente calorífica es $J_q = K{\cdot}S/L(T_2 - T_1) = 2250$ J/s.

$\boxed{J_q = 2250 \text{ w}}$

12.-Un vaso de vidrio ordinario se llena hasta el borde con 288,3 ml de agua a 10ºC. Si luego se incrementa la temperatura a 30ºC, ¿cuánta agua se derramará?
Datos:
Densidad del agua: ρ(10ºC) =0.99973 g/cm^3 ρ(30ºC)=0.99568 g/cm^3
Coeficiente de dilatación lineal del vidrio α=2.7 $\cdot10^{-5}$ ºC^{-1}

Sea 1 = estado inicial, 2 = estado final, Vv = volumen del vidrio, Va = volumen del agua. Los volúmenes del vidrio y el agua tras el ascenso de temperatura son

$V_{v2} = V_{v1}\,\left(1+\alpha\,\left(T_2 - T_1\right)\right) = 288,456\text{ ml}$ y $V_{a2} = \rho_1/\rho_2\,V_{a1} = 289,473\text{ ml}$. La diferencia es $V_{v2} - V_{a2} = -1,017\text{ ml}$.

$V_{derramado}$=1.017 ml

Se puede aplicar la fórmula de dilatación volúmica para el vidrio porque aunque no se esté dilatando un bloque sólido y compacto de vidrio, el recipiente tiene una base (que se dilata como un bloque sólido bidimensional), y unas paredes de espesor despreciable (que se dilatan también como un sólido bidimensional). La dilatación de las paredes en dirección horizontal hace que el vaso se cierre. La dilatación vertical de las paredes es la de un cuerpo unidimensional, y multiplicada por la de la base da el aumento de volumen del recipiente.

13.-Un globo aerostático consigue su empuje ascendente calentando el aire de su interior, que se hace menos denso que el aire exterior. El volumen del globo es de 1500 m^3, y debe elevar una carga de 250 kg.
a) Calcule la temperatura del aire en el interior del globo necesaria para producir el empuje necesario. Suponer que la temperatura del aire en el exterior es de 0ºC.
b) ¿Qué factores limitan la altura máxima que puede alcanzarse mediante este método para una carga dada?
(Masa molecular del aire =28.8 g/mol)

Se supone un globo aerostático abierto por la base, y se desprecia el empuje de la carga y el globo. Al estar abierto, la presión interna y externa del globo son la misma. Se supone la presión igual a 1 atm. Se supone que el aire es un gas ideal.

Sean ρ_{af} la densidad del aire frío, ρ_{ac} la densidad del aire caliente, T_e y T_i las temperaturas externa e interna. Si el sistema está en equilibrio el empuje del globo es igual a la suma del peso de aire más la carga $E = \left(m + m_{ac}\right)g$.

Para un gas ideal la densidad es $\rho = \dfrac{PM_m}{RT}$, M_m = masa molecular. $\rho_{af} = \dfrac{PM_m}{RT_e} = 1,28491\ \text{kg/m}^3$.

Empuje = $E = \rho_{af} gV = 18907,4\text{ N} \Rightarrow m_{ac} = E/g - m = 1677,36\text{ kg}$.

$$\rho_{ac} = \frac{m_{ac}}{V} = \frac{PM_m}{RT_i} \Rightarrow T_i = \frac{PVM_m}{m_{ac}R} = 313,861\text{ K}=40,7112\text{ ºC}$$

T= 40.71ºC

b) La principal limitación es que la presión atmosférica disminuye con la altura.

14.-Un cilindro contiene un mol de oxígeno a 27ºC de temperatura. El cilindro está provisto de un pistón sin rozamiento, que mantiene sobre el gas una presión constante de 1 atm. Se calienta el gas hasta que su temperatura se eleva a 127ºC.
a) Dibujar un diagrama P-V que represente el proceso.
b) ¿Qué trabajo ha realizado el gas durante el proceso?
c) ¿Sobre qué ha realizado este trabajo?
d) ¿Cuál es la variación de la energía interna del gas?
e) ¿Qué calor se le ha suministrado?

a) Es una línea horizontal a una presión de 1 atm.

b)

$$\boxed{W = P\Delta V = 831,451 \text{ J}}$$

c) El gas ha realizado el trabajo sobre el pistón.

d) Aplicando la ley de Joule:

$$\boxed{\Delta U = nc_v\Delta T = 2078,63 \text{ J}}$$

e) Por el primer principio el calor absorbido es $\boxed{Q = \Delta U - W = 2910,08 \text{ J}}$:

15.- Un recipiente de aluminio cuya capacidad es de 2000 cm^3, se llena con agua a 80 ºC. ¿Qué cantidad de agua puede añadirse cuando el recipiente y el contenido se enfrían hasta 10 ºC?
(Datos: α(Al)=$7,2\cdot10^{-5}$ºC^{-1}, ρ(agua a 80 ºC)=0,9716 g/cm^3, α(agua a 10 ºC)=0,9997 g/cm^3).

Disminución del recipiente de Al:

$$\Delta V = \beta V\Delta T = 7.2\cdot10^{-5}\cdot2000\cdot(80-10) = 10.08\, cm^3$$

Disminución del volumen de agua:

$$\left.\begin{array}{l}\rho_o\left(80^{\circ} C\right) \\ V\left(80^{\circ} C\right)=2000\, cm^3\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}\rho=\dfrac{m}{V} \\ \rho'=\dfrac{m}{V'}\end{array}\right\} V_a'=\frac{\rho_a}{\rho_a'}V_a$$

$$M_a=0.9716\cdot 2\cdot 10^3=1943.2\, g \text{ de agua.}$$

$$V_a'=\frac{M_a}{\rho_a\left(10^{\circ} C\right)}=\frac{1943.28}{0.99978}=1943.78\, cm^3$$

$$\Delta V=\left(2000-1943.78\right)=56.22\, cm^3$$

Quedan libres: $\left(56.22-10.08\right)=\boxed{46.14\, cm^3}$ que es lo que podemos añadir de agua.

16.- Una olla gruesa de cobre de 2 kg está a una temperatura de 150 ºC. Se vierte en ella 0,10 kg de agua a 25 ºC y se tapa rápidamente la olla para que no escape el vapor. Calcular la temperatura final del agua y la olla, y la cantidad de agua que ha cambiado de fase.

Suponemos que sólo intercambian calor la olla y el agua, no se pierde nada en el entorno.
Situaciones posibles:
1) Nada del agua hierve y la temperatura final es inferior a 100 ºC.
2) Parte del agua hierve y se produce mezcla de agua y vapor a 100 ºC.
3) Todo el agua hierve y se producen 0.10 Kg de vapor a más de 100 ºC.

Caso 1:

Temperatura: El agua y la olla tienen la misma temperatura final.
Como no hay cambios de fase:

$$Q_{agua}+Q_{cobre}=0$$

$$m_0c_0\left(T-25^{\circ} C\right)+m_cc_c\left(T-150^{\circ} C\right)=$$

$$=0.10(kg)\cdot 4190(J/KgK)\cdot\left(T-25^{\circ} C\right)+2(kg)\cdot 390(J/KgK)\cdot\left(T-150^{\circ} C\right)$$

$$T=106^{\circ} C$$

Se rebasa el punto de ebullición del agua, luego algo de agua cambia de fase.

Caso 2:

Debemos calcular la fracción de agua que se evapora considerando la temperatura final de 100ºC.

$xm_0L_v \rightarrow$ cantidad de calor para evaporar $x\ Kg$ de agua.

$$Q_{agua} = m_0c_0(100-25) + xm_0L_v$$
$$Q_{agua} = 0.10(kg)\cdot 4190(J/KgK)\cdot 75 + x\cdot 0.10(kg)\cdot 2.256\cdot 10^6(J/Kg)$$
$$Q_{agua} = 3.14\cdot 10^4 J + x\cdot 2.256\cdot 10^5 J$$

$$Q_{cobre} = m_cc_c(100-150) = 2(kg)\cdot 390(J/KgK)\cdot(-50K)$$
$$Q_{cobre} = -3.90\cdot 10^4 J$$

$$Q_{agua} + Q_{cobre} = 3.14\cdot 10^4 J + x\cdot 2.256\cdot 10^5 J - 3.90\cdot 10^4 J = 0$$

$$x = 0.034$$

Esto es razonable y concluimos que la temperatura final del agua y del cobre es:

$$\boxed{T=100ºC}$$

De los 0.10 Kg de agua se convirtieron en vapor a 100ºC:

$$\boxed{0.034\cdot 0.10 = 0.0034\,Kg = 3.4\,g}$$

Si x>1 tendríamos otra contradicción y sería correcta la tercera posibilidad. Todo el agua se habría evaporado y la temperatura final habría sido mayor que 100ºC.

17.- Un meteorito de 670 kg de masa compuesto principalmente de aluminio y cuya temperatura es de -15 ºC, se acerca a la Tierra con una velocidad de 14 km/s. Cuando impacta con la Tierra, la energía disipada en el impacto se reparte por igual entre el planeta y el meteorito. ¿Cuál es la temperatura final del meteorito?
Datos: R_T=6,37·10^3 km, M_T=5,98·10^{24} kg, c_p(Al)sólido=900 J/kg ºC, c_P(Al) gas y líquido=1170J/kgºC, $L_{fusión}$(Al)=3,97·10^{5}J/kg, $L_{ebullición}$(Al)=1,14·10^{7}J/kg; $T_{fusión}$(Al)=660 ºC, $T_{ebullición}$(Al)=2450 ºC.

Pérdida de energía mecánica:

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{GM_Tm}{R_T}=\frac{1}{2}670\cdot\left(1.4\cdot10^4\right)^2+\frac{6.67\cdot10^{-11}\cdot5.98\cdot10^{24}\cdot670}{6.37\cdot10^6}=1.08\cdot10^{11}\,J$$

La mitad se convierte en energía interna del aluminio:

$$\Delta E_{\text{int}}=5.4\cdot10^{10}\,J$$

$$mc_{sólido}(Al)\Delta T=670\cdot900\left(T_{fusión}-\left(-15^{o}C\right)\right)=$$

$$=670\cdot900\left(660-\left(-15^{o}C\right)\right)=4.07\cdot10^8\,J=Q_1$$

$Q_1\rightarrow$ para que pase de -15 ºC a 660 ºC.

• Cambio de fase Q_2, de sólido a líquido:

$$Q_2=mL=670\cdot3.97\cdot10^5=2.66\cdot10^8\,J$$

• Cambio de T de 660ºC a 2450 ºC ($T_{ebullición}$)

$$Q_3=mc_{líquido}\Delta T=670\cdot1170\left(2450-660\right)=1.4\cdot10^9\,J$$

• Cambio de fase de líquido a gas:

$$Q_4=mL=670\cdot1.14\cdot10^7\,J/kg=7.64\cdot10^9\,J$$

$$Q_1+Q_2+Q_3+Q_4=9.71\cdot10^9\,J$$

Entonces: $5.38\cdot10^{10}-9.71\cdot10^9=670\cdot1170\left(T_f-2450\right)$

$$\boxed{\Rightarrow T_f=5.87\cdot10^4\,{}^{o}C}$$

18.-El péndulo de un reloj es de latón sólido, con una longitud de 0.2482 m a 27ºC, dando la hora exacta. Si sus dueños se ausentan en Navidad un par de semanas, cuando la temperatura promedio fue de unos -5ºC,
a) ¿cuánto varía el periodo del péndulo?
b) ¿cuántos segundos adelantó o atrasó el reloj?
Coeficiente de dilatación del latón = $2\cdot 10^{-7}$ ºC

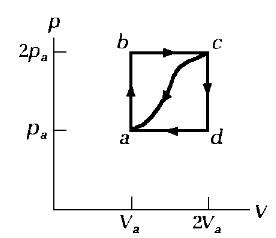
a)
El periodo del péndulo es $P = 2\pi\sqrt{L/g}$ y la longitud de la varilla tras sufrir un cambio de temperatura de T_1 a T_2 es $L_2 = L_1\left(1+\alpha\left(T_2 - T_1\right)\right)$. Con esto $L_2 = 0{,}248041$ m y $P_1 = 0{,}999416$ s, $T_2 = 0{,}999096$ s, $\Delta P = P_2 - P_1 = -0{,}000319864$ s.

$\boxed{\Delta P = -3{,}199\cdot 10^{-4}\ \text{s}}$

b)
Sea $n_{1,2}$ = número de oscilaciones del péndulo en dos semanas a temperatura $T_{1,2}$. La diferencia es $n_2 - n_1 = 387{,}484$ oscilaciones. El tiempo que adelanta el reloj es $t = (n_2 - n_1)P_2 = 387{,}134\ \text{s}\ =\ 6{,}45223\ \text{min}$.

$\boxed{t = 6.45\ \text{min}}$

19.-Cuando un sistema pasa de un estado *a* a otro *c* a lo largo de la trayectoria *abc* de la figura, realiza un trabajo de 20 J y recibe 80 J de calor.
a) ¿Cuánto calor y trabajo intercambia el sistema a lo largo de *adc*?
b) Cuando el sistema vuelve de *c* a *a*, a lo largo de la trayectoria curva, el trabajo es de 15 J. ¿Cuánto calor absorbe o libera el sistema?
c) Si U_a =20 J, y U_d = 40 J, calcular el calor absorbido en los procesos *ad* y *dc*.



a) $W_{abc} = W_{bc} = 2P_a\left(2V_a - V_a\right) = 2P_aV_a = 20$ J ; $W_{adc} = W_{ad} = P_aV_a = 10$ J
Por el primer principio $Q_{abc} - W_{abc} = Q_{adc} - W_{adc} \Rightarrow 80 - 20 + 10 = Q_{adc}$

$\boxed{W_{adc} = 10\ \text{J}}$ $\boxed{Q_{adc} = 70\ \text{J}}$

b) Aplicando el primer principio, y como la energía interna es función de estado $Q_{ca} - W_{ca} = Q_{cda} - W_{cda} \Rightarrow Q_{ca} = Q_{cda} - W_{cda} + W_{ca} = -70 - (-10) + (-15) = -75$ J , donde hay que tener en cuenta que el trabajo de *c* a *a* es negativo.

$\boxed{Q_{ca} = -75 \text{ J}}$

c) $U_d - U_a = Q_{ad} - W_{ad} \Rightarrow Q_{ad} = 40 - 20 + 10 = 30$ J

$\boxed{Q_{ad} = 30 \text{ J}}$

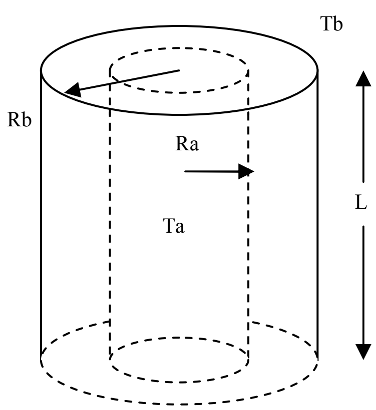
Considerando el ciclo completo *abad*:

$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{abdc} - W_{abcd} = 0 \Rightarrow Q_{abdc} = W_{abcd} = 10$ J

$Q_{abc} + Q_{cd} + Q_{da} = 10 \Rightarrow Q_{cd} = -40 \Rightarrow Q_{dc} = 40$ J

$\boxed{Q_{dc} = 40 \text{ J}}$

20.- La cabina de un avión puede aproximarse a un tubo cilíndrico de longitud 35 m y radio interno 2,5 m, con sus bases planas. Todas las paredes tienen 6 cm de espesor y están construidas con un material de conductividad térmica $4{,}00 \cdot 10^{-5}$ cal $s^{-1}cm^{-1}{}^{o}C^{-1}$. Un sistema de calefacción debe mantener la temperatura interior de la cabina en 25 ºC, siendo la temperatura exterior de -35 ºC. ¿Qué potencia debe suministrar el sistema de calefacción?
Resuelva el problema también considerando la conducción en una pared plana equivalente a la cabina. Compare los resultados.



Ecuación para la conducción térmica:

$$\frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dx}$$

Por el área lateral del cilindro:

$$A = 2\pi rL$$

$$\frac{dQ}{dt} = -k2\pi rL\frac{dT}{dr}$$

Para condiciones de equilibrio: $\frac{dQ}{dt} = cte$

$$\int_{T_a}^{T_b} dT = -\frac{dQ}{dt}\left(\frac{1}{2\pi kL}\right)\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r}$$

$$T_b - T_a = -\frac{dQ}{dt}\left(\frac{1}{2\pi kL}\right)\ln\frac{r_b}{r_a}$$

Como $T_a > T_b \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi kL\left(T_a - T_b\right)}{\ln\frac{r_b}{r_a}}$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi 4\cdot 10^{-5}\cdot\left(25-\left(-35\right)\right)\cdot 3500}{\ln\frac{256}{250}} = 2.23\cdot 10^{3}\, cal/s = 9.32\, kW$$

Por el área de las bases:

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{dQ}{dt} = -k\pi r^2\frac{dT}{dr} \rightarrow dT = -\frac{dQ}{dt}\frac{1}{k\pi}\frac{dr}{r^2}$$

$$T_b - T_a = -\frac{dQ}{dt}\left(\frac{1}{\pi k}\right)\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

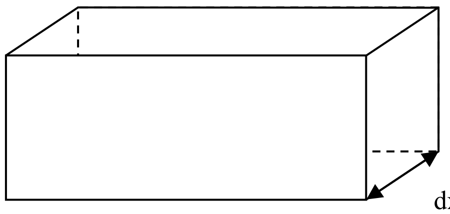
Como $T_a > T_b \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{\pi k\left(T_a - T_b\right)}{\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)}$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\pi 4\cdot 10^{-5}\cdot\left(25-\left(-35\right)\right)}{\left(\frac{1}{250} - \frac{1}{256}\right)} = 80.4\, cal/s = 0.34\, kW$$

Son dos bases: $2\cdot 0.34 = 0.68\, kW$

Total: $0.68 + 9.32 = \boxed{9.99\, kW}$

b) Suponiendo pared plana equivalente a la superficie interior de la cabina:



$$A = 2\pi rL + 2\pi r^2 = 2\pi\left(rL + r^2\right) = 2\pi\left(250\cdot 3500 + 250^2\right) = 5890486.226\,cm^2$$

$$\frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dx} \rightarrow dT = -\frac{dQ}{dt}\frac{1}{kA}dx$$

$$T_b - T_a = -\left(\frac{1}{kA}\right)\frac{dQ}{dt}\int_{r_a}^{r_b} dx$$

$$T_b - T_a = -\frac{1}{kA}\frac{dQ}{dt}\left(r_b - r_a\right)$$

$$\frac{dQ}{dt} = kA\frac{\left(T_a - T_b\right)}{\left(r_b - r_a\right)} = \frac{4\cdot 10^{-5}\cdot 5890486.226\left(25-(-35)\right)}{256-250} = 2356.2\,cal/s = 9.85\,kW$$

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = 9.85\,kW}$$

c)

$$A = 2\pi rL + 2\pi r^2 = 2\pi\left(rL + r^2\right) = 2\pi\left(256\cdot 3500 + 256^2\right) = 6041508.868\,cm^2$$

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = 10.1\ kW}$$