

MATEMÁTICAS - (LDO. EN BIOLOGÍA. PRIMER CURSO)

*Problemas para entregar (el primer día de la semana del 12 al 18 de enero).*

1. Una generalización del modelo de Verhulst es el modelo de Beverton-Holt/Smith. La ecuación diferencial para este modelo es

$$N'(t) = rN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right) \frac{1}{1 + \alpha N(t)},$$

donde  $r$  es el parámetro malthusiano,  $K$  es la capacidad de carga y  $\alpha$  es un parámetro no negativo. Dibuja el retrato de fases y estudia la convexidad de las soluciones para el caso  $r = 0'1$ ,  $K = 8$  y  $\alpha = 1$ . Además, estudia la estabilidad de las soluciones constantes.

2. Una población cumple

$$P'(t) = t(t - 1)P(t)(P(t) - 10) \quad P(0) = 2.$$

- (a) Determina los puntos de equilibrio de la ecuación diferencial que verifica la población.
- (b) Haz un estudio cualitativo de dicha población y esboza su gráfica.
- (c) Interpreta, desde un punto de vista biológico, el comportamiento de la población.
- (d) Empleando el estudio hecho anteriormente esboza la gráfica de la población  $N(t)$  que cumple

$$N'(t) = t(t - 1)N(t)(10 - N(t)) \quad N(0) = 2.$$

- (e) Interpreta, desde un punto de vista biológico, el comportamiento de la población  $N$  y la posible relación entre las dos especies.