

MATEMÁTICAS - (LDO. EN BIOLOGÍA. PRIMER CURSO)

Relación de ejercicios N^o 5. Curso 2008-2009.

1. Comprueba si el par de funciones

$$x(t) = e^{-t} + 3e^{4t}, \quad y(t) = -e^{-t} + 2e^{4t}$$

es solución del sistema

$$\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 2x + y \end{cases} .$$

2. Dos especies interaccionan de forma que sus respectivas poblaciones verifican el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} x' = (12 - 5x + 2y)x \\ y' = (24 - 4x - 2y)y \end{cases} .$$

Señala la respuesta correcta:

(a) En ausencia de la especie y , la especie x

(i) se extingue (ii) crece ilimitadamente (iii) crece limitadamente

(b) La presencia de la especie y

(i) beneficia a la especie x (ii) perjudica a la especie x

(c) En ausencia de la especie x , la especie y

(i) se extingue (ii) crece ilimitadamente (iii) crece limitadamente

(d) La presencia de la especie x

(i) beneficia a la especie y (ii) perjudica a la especie y

(e) La relación entre ambas especies es de

(i) antagonismo (ii) mutualismo (iii) competencia

(f) Hay un estado de equilibrio positivo que es

(i) $x = 2'4$, $y = 12$ (ii) $x = 4$, $y = 4$ (iii) ninguno de los anteriores

3. Realiza un ejercicio análogo al anterior para los siguientes sistemas:

$$(a) \begin{cases} x' = (-12 + 4y)x \\ y' = (-10 + 5x)y \end{cases} ; \quad (b) \begin{cases} x' = (8 - 2x - 4y)x \\ y' = (5 - 2x - y)y \end{cases} ;$$

$$(c) \begin{cases} x' = (16 - 3x - 4y)x \\ y' = (-8 + 2x)y \end{cases} .$$

4. Tres especies interactúan de forma que sus respectivas poblaciones evolucionan según el sistema

$$\begin{cases} x' = (5 - 3y + 2z)x \\ y' = (-2 + 2x - 2z)y \\ z' = (-8 + 4x - 20y)z \end{cases} .$$

¿Qué tipo de relación existe entre las especies dos a dos? ¿Existe algún estado de equilibrio en el que no desaparezca ninguna de las especies?

5. Discute los siguientes modelos de interacción entre especies

$$(a) \begin{cases} x' = (-2 + 2x + 2y)x \\ y' = (20 + x - y)y \end{cases} ; \quad (b) \begin{cases} x' = (-3 - 2x + 6y + z)x \\ y' = (-2 + 2x - y + 2z)y \\ z' = (1 - z)z \end{cases} ;$$

$$(c) \begin{cases} x' = (1 - x + y - 2z)x \\ y' = (3 + 2x - 3y + z)y \\ z' = (3 + 2x - y - 3z)z \end{cases} ; \quad (d) \begin{cases} x' = (-2 - x - 3y)x \\ y' = (-3 - x - 5y)y \end{cases} .$$

Es decir, en cada sistema estudia:

- (a) cómo influyen unas especies en otras.
- (b) qué tipo de interacción dos a dos tienen.
- (c) cómo se comporta cada especie en ausencia de las demás.
- (d) cuáles son los puntos de equilibrio.
- (e) si hay estados (positivos) de coexistencia.

6. Dos especies que interactúan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (15 - 5x - y)x \\ y' = (7 - x - y)y \end{cases}$$

cumplen que

- (a) $x \equiv 2$, $y \equiv 5$ es un punto de equilibrio positivo (estado de coexistencia).
- (b) $x \equiv 3$, $y \equiv 7$ es un punto de equilibrio positivo (estado de coexistencia).
- (c) en ausencia de la especie y , la especie x tiende al valor 7.
- (d) en ausencia de la especie x , la especie y tiende al valor 3.
- (e) Ninguna de las anteriores.