Matemáticas - (Ldo. en Biología. Primer Curso)

Relación de ejercicios Nº 2. Curso 2008-2009.

1. *Calcula las derivadas de las siguientes funciones:*

a) $f(t) = 3t^5 - 2t^2 + 9$; *b)* $f(t) = t^3(3 - t^2)$;
c) $f(t) = (1 + t^2)^3$; *d)* $f(t) = \frac{3t+5}{2}$;
e) $f(t) = \frac{2}{4-9t}$; *f)* $f(t) = \frac{4}{t^3}$;
g) $f(t) = \sqrt{4t} + \sqrt[5]{t}$; *h)* $f(t) = t^2 - \sqrt{t^3 - 8}$;
i) $f(t) = 4\operatorname{sen}(t) + \operatorname{sen}^4(t)$; *j)* $f(t) = \cos(t^2 - 2)$;
k) $f(t) = e^{t^3+5}$; *l)* $f(t) = (1 + \cos(4t))^4$;
m) $f(t) = 7^{\cos(t)}$; *n)* $f(t) = \ln(\operatorname{tg}(t))$;
o) $f(t) = (1 + e^{\operatorname{arctg}(t)})^3$; *p)* $f(t) = e^{\sqrt{t^2-1}}$;
q) $f(t) = (2 + \operatorname{sen}(t))^{1+\cos(t)}$; *r)* $f(t) = (t^2 + 3)^{e^t}$.

2. *Calcula las derivadas de orden 2 y 3 de las funciones que aparecen en los apartados a), f), g) y j) del ejercicio anterior.*

3. *Estudia el signo, el crecimiento, los extremos relativos y la convexidad de las siguientes funciones:*

a) $f(t) = (t^3 - 4t^2 + 7t - 6)e^t$;

b) $f(t) = \frac{t-1}{t^2+4}$;

c) $f(t) = \cos(t)$;

d) $f(t) = \frac{2}{1+e^{2t}}$;

e) $f(t) = t^5 - t - 1$;

f) $f(t) = \frac{t+1}{t^2-4}$;

g) $f(t) = \frac{1}{2+e^t} + 2$;

h) $f(t) = \frac{t^4}{t^3-1}$.

Tras realizar un estudio del comportamiento de los límites en $-\infty$ y $+\infty$ para estas funciones, esboza sus gráficas.

4. *Sea $f(t)$ una función definida en $\mathbb{R}$ que se puede derivar dos veces (en $\mathbb{R}$) y con las siguientes características:*

- $f(t)$ *es positiva en* $(-\infty, 1)$ *y negativa en* $(1, +\infty)$.
- $f'(t)$ *es positiva en* $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ *y negativa en* $(-2, 3)$.
- $f''(t)$ *es positiva en* $(-\infty, -3) \cup (0, 4)$ *y negativa en* $(-3, 0) \cup (4, +\infty)$.
- $f(-2) = 4$, $f(3) = -2$.

- $\lim_{t \to -\infty} f(t) = 2$, $\lim_{t \to +\infty} f(t) = -1$.

Se pide que, de forma razonada:

a) *calcules el valor de* $f(1)$.

b) *determines si hay máximos y mínimos relativos. En caso afirmativo, para qué valores de* t.

c) *determines si hay puntos de inflexión. En caso afirmativo, para qué valores de* t.

d) *realices un esbozo de la gráfica de* $f(t)$.

5. *Sea* $g(t)$ *una función definida en* $(-\infty, 5)$ *que se puede derivar dos veces (en* $(-\infty, 5)$*) y con las siguientes características:*

- $g(t)$ *es positiva en* $(-\infty, 1) \cup (4, 5)$ *y negativa en* $(1, 4)$.
- $g'(t)$ *es positiva en* $(-\infty, -2) \cup (3, 5)$ *y negativa en* $(-2, 3)$.
- $g''(t)$ *es positiva en* $(-\infty, -3) \cup (0, 5)$ *y negativa en* $(-3, 0)$.
- $g(-2) = 4$, $g(3) = -2$.
- $\lim_{t \to -\infty} g(t) = 2$, $\lim_{t \to 5} g(t) = +\infty$.

Se pide que, de forma razonada:

a) *calcules el valor de* $g(1)$ *y* $g(4)$.

b) *determines si hay máximos y mínimos relativos. En caso afirmativo, para qué valores de* t.

c) *determines si hay puntos de inflexión. En caso afirmativo, para qué valores de* t.

d) *realices un esbozo de la gráfica de* $g(t)$.

6. *Sea* $h(t)$ *una función definida en* $(-5, 5)$ *que se puede derivar dos veces (en* $(-5, 5)$*) y con las siguientes características:*

- $h(t)$ *es negativa en* $(-5, 4)$ *y positiva en* $(4, 5)$.
- $h'(t)$ *es positiva en* $(-5, -3) \cup (-1, 5)$ *y negativa en* $(-3, -1)$.
- $h''(t)$ *es negativa en* $(-5, -2) \cup (1, 3)$ *y positiva en* $(-2, 1) \cup (3, 5)$.
- $h(-3) = -1$, $h(-1) = -3$.
- $\lim_{t \to -5} h(t) = -\infty$, $\lim_{t \to 5} h(t) = +\infty$.

Se pide que, de forma razonada:

a) *calcules el valor de* $h(4)$.

b) *determines si hay máximos y mínimos relativos. En caso afirmativo, para qué valores de* t.

c) *determines si hay puntos de inflexión. En caso afirmativo, para qué valores de* t.

d) *realices un esbozo de la gráfica de* $h(t)$.