

viii. Modelos Micrometeorológicas

Andrew S. Kowalski
Catedrático de Universidad
Departamento de Física Aplicada
Universidad de Granada
andyk@ugr.es

Bibliografía micrometeorológica

- Stull; Capítulo 6. (Turbulence Closure Techniques)

Desdecimiento

- Modelizar: lo que hacemos cuando no sabemos lo que pasa de verdad

Esquema

- “Turbulence closure”
 - Parametrización
 - Local
 - No-local
- El perfil del viento
 - Parámetros de intercambio de momento
 - Parámetros superficiales
- Modelos más sencillos
 - Resistencias
 - Coeficientes de intercambio masivo

Esquema

- "Turbulence closure"
 - Parametrización
 - Local
 - No-local
- El perfil del viento
 - Parámetros de intercambio de momento
 - Parámetros superficiales
- Modelos más sencillos
 - Resistencias
 - Coeficientes de intercambio masivo

El concepto de "closure"

- Muchas ecuaciones de conservación
 - ¿Descripción completa de la turbulencia?
 - No: más incógnitas que ecuaciones
 - Variable incógnita: falta de ecuación pronóstica o diagnóstica
- Nueva ecuación → más incógnitas ...
- Para cualquier grupo finito de ecuaciones, no se puede cerrar la descripción de la turbulencia
- ***"The closure problem"***

Ecuaciones y incógnitas

Table 6-1. Simplified example showing a tally of equations and unknowns for various statistical moments of momentum, demonstrating the closure problem for turbulent flow. The full set of equations includes even more unknowns.

Prognostic Eq. for:	Moment	Equation	Number of Eqs.	Number of Unknowns
$\overline{U_i}$	First	$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} = \dots - \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j}$	3	6

Como cerrar

- Elegir un número finito de ecuaciones
- Buscar aproximaciones para las incógnitas
 - "Aproximaciones para lograr *closure*"
 - "Parametrizaciones"
- Se nombran en función del orden (momento) de las ecuaciones pronósticas incluidas
 - "Zero order closure" (de orden 0; ejm GCMs)
 - Ni si quiera tenemos ecuaciones para los promedios
 - Parametrizar el movimiento y estado promedio
 - "First order closure" (1^{er} orden; ejm meteó)
 - Es la aplicación más común
 - Ecuaciones para los momentos del 1er orden (promedios)
 - Parametrización para los momentos de 2^o orden (más tarde)

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} = \dots$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} = \dots$$

Higher-order closure

- ¿Nos interesa modelizar los detalles de la turbulencia?
 - “Second order closure” (de orden 2)
 - Ecuaciones para
 - Promedios
 - Varianzas
 - Co-varianzas (flujos)
 - Parametrizar términos de orden más alto
 - Se pueden comprender términos incluso de orden más elevada ...

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} = \dots$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} = \dots$$

$$\frac{\partial \overline{e}}{\partial t} = \dots$$

$$\frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial t} = \dots$$

$$\frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial t} = \dots$$

$$\frac{\partial \overline{u_i' \theta'}}{\partial t} = \dots$$

Un caso híbrido

- Queremos incluir la física básica de la turbulencia, pero sin los detalles
 - “One-and-a-half order closure” (de orden 1.5)

- Ecuaciones para

- Promedios

- Varianzas (TKE)

- Flujos = modelo

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = f_c (\bar{V} - \bar{V}_g) - \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} = -f_c (\bar{U} - \bar{U}_g) - \frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = - \frac{\partial (\overline{w'\theta'})}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} = -\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} - \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} - \frac{\partial \{ \overline{w'[(p'/\rho) + e]} \}}{\partial z} - \varepsilon$$

Hipótesis:

- Atmósfera seca
- Homogeneidad horizontal
- Ninguna subsidencia

$$\frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial t} = -2\overline{w'\theta'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \frac{\partial (\overline{w'\theta'^2})}{\partial z} - 2\varepsilon_\theta - \varepsilon_R$$

Esquema

- "Turbulence closure"
 - Parametrización
 - Local
 - No-local
- El perfil del viento
 - Parámetros de intercambio de momento
 - Parámetros superficiales
- Modelos más sencillos
 - Resistencias
 - Coeficientes de intercambio masivo

Local y no-local

- Dos paradigmas para “closure”
- Ninguno es exacto, ni mejor en general
- Para modelizar una incógnita en un punto en espacio, se puede hacer de manera
 - **Local:**
 - en función de conocidos y gradientes **en el mismo punto**
 - Turbulencia = análoga a la difusión molecular
 - **No-local:**
 - en función de los conocidos en muchos puntos
 - Turbulencia = superposición de remolinos advectivos

Parametrización

- Incógnita = $f(\text{conocido}, \text{parámetro})$
 - Conocido = variable que tiene ecuación pronóstica
 - Parámetro = cte. empírica
- Parametrización = aproximación de la naturaleza
 - Simple
 - Imperfecta
 - ¿adecuada?
- Requisitos: tiene que comportarse como la incógnita en
 - Dimensión
 - Conservación
 - Propiedades tensores (vectoriales)
 - Simetría
 - Dependencia en el sistema de coordenadas (e inercial)

First order

- Se resuelvan explícitamente todas las propiedades promedias (\bar{u} , \bar{T} , \bar{q})
- Ejm, en un caso seco, con homogeneidad horizontal, y sin subsidencia :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} &= f_c (\bar{V} - \bar{V}_g) - \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial t} \\ \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} &= -f_c (\bar{U} - \bar{U}_g) - \frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial t} \\ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} &= - \frac{\partial (\overline{w'\theta'})}{\partial t}\end{aligned}$$

- Las incógnitas son los flujos turbulentos, que necesitan una parametrización
- El más común es un ejemplo de tipo **local**

Flux-gradient relationships

- En la capa superficial (SL)
 - Suponiendo cte flujo con altura
 - Para una variable que se conserva (ξ), eso permite:

$$F_{\xi} = \overline{w'\xi'} = -K_{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z}$$

(flujo) = -(difusividad) \times (gradiente)

- K_{ξ} = coeficiente de difusividad turbulenta para la cantidad ξ
 - Propiedad del flujo y no en el fluido (**no** como difusividad molecular)
 - Varía con la altura
 - Próxima a la superficie: $K_{\xi} \sim 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$
 - Mitad de la capa límite: $K_{\xi} \sim 10^2 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$
 - Para mantener un flujo cte,
 - Los gradientes tienen que ser más fuerte cerca de la superficie
 - El gradiente de ξ decrementa con altura (perfil casi-logarítmico)
- Este tipo de parametrización se llama
 - **Gradient transport**
 - **K theory**

Parametrizaciones de los flujos turbulentos

- La K se conoce por varios nombres:
 - "Eddy viscosity"
 - "Eddy diffusivity"
 - "Eddy-transfer coefficient"
 - "Turbulent-transfer coefficient"
 - "Gradient-transfer coefficient"
- Los sub-índices M , H y E denotan momento, calor (Heat), y humedad (Evaporative)
- Típicamente se supone:

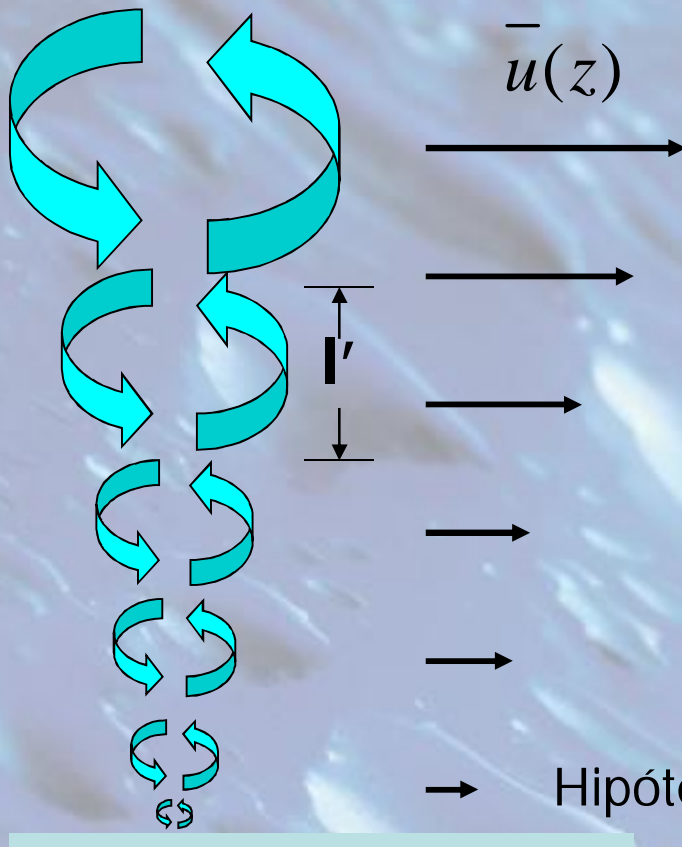
$$K_H = K_E = 1.35 K_M \quad (\text{m}^2\text{s}^{-1})$$

- Pues:

$$\overline{w'\theta'} = -K_H \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad \overline{u'w'} = -K_M \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \quad \overline{w'q'} = -K_E \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \quad \overline{v'w'} = -K_M \frac{\partial \bar{V}}{\partial z}$$

Justificación de "K-Theory"

Mixing-length theory



- Los remolinos en la SL remueven las propiedades del aire (T , q , u) y reducen los gradientes
- Si suponemos una longitud característica " l " para el proceso de mezclar, entonces:

$$u = \bar{u}(z) + u'$$

$$u' = -l' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

→ Hipótesis: turbulencia isotrópica: $|w'| = |u'|$

Por lo cual: $w' \sim l' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$

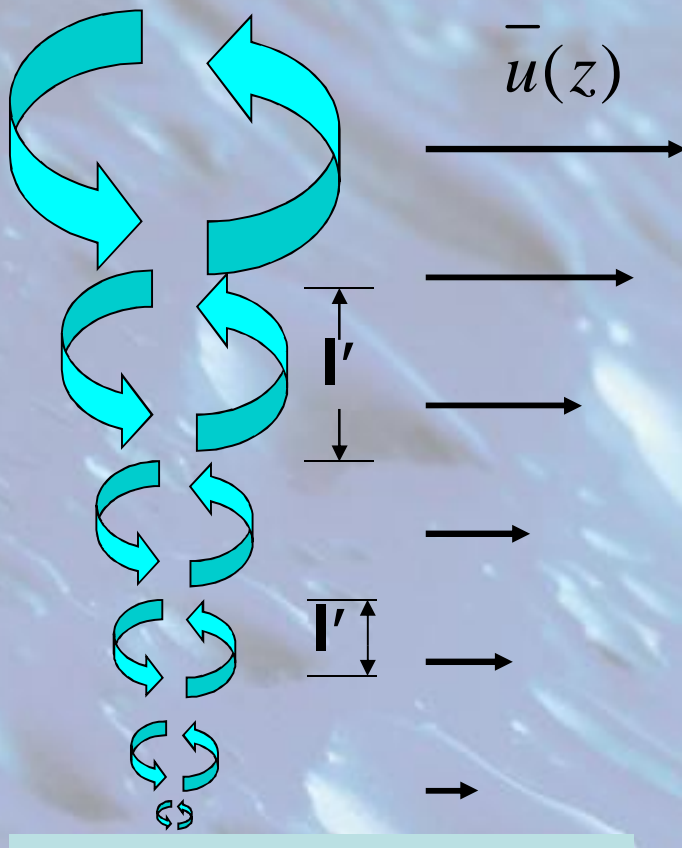
Flujo de un escalar

- De igual manera, podemos parametrizar c' como: $c' = -\left(\frac{\partial \bar{c}}{\partial z}\right) l'$
- Entonces el producto $w'c'$ es así:

$$\overline{w'c'} = -l^2 \left(\frac{\partial \bar{c}}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right) = -K_c \left(\frac{\partial \bar{c}}{\partial z}\right)$$

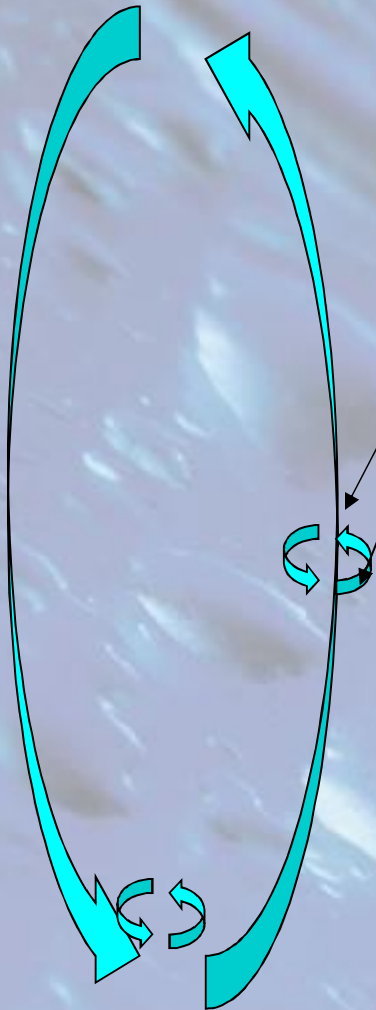
- Tomando: $K_c = l^2 \left|\frac{\partial \bar{U}}{\partial z}\right|$

Mixing-length theory



- La longitud de mezcla ("mixing length") depende de la altura
- Se suele suponer una relación $l^2 = k^2 z^2$
 - Donde k es la constante de von Karman
 - $k \sim 0.4$

¿Porqué no local?



- Superposición de remolinos
- Gradientes locales dentro de remolinos más grandes
- ¿Qué dirección de transporte?

$$\cancel{F_{\xi} = \overline{w'\xi'} = -K_{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z}}$$

- Conclusión: K-theory no es válido en situaciones convectivas.

Teorías no-locales para “closure”

- Los remolinos pequeños no pueden mezclar instantáneamente
- Transporte por remolinos grandes en distancias finitas es rápido
- Un punto de vista parecido a la advección
 - A veces, la turbulencia tiene organización a escala grande
 - Observaciones de termales con centros “puros” (sin diluir)
 - Remolinos de nieve, hojas, polvo...
 - Requiere un análisis no-local
 - Hay que reconocer efectos diferentes por el espectro de remolinos
 - O en el dominio de espacio (e.g., “transilient turbulence theory”)
 - O bien en el dominio temporal (frecuencia)
- No presentado aquí

Esquema

- "Turbulence closure"
 - Parametrización
 - Local
 - No-local
- El perfil del viento
 - Parámetros de intercambio de momento
 - Parámetros superficiales
- Modelos más sencillos
 - Resistencias
 - Coeficientes de intercambio masivo

Perfil de Viento logarítmico

- ...en la SL

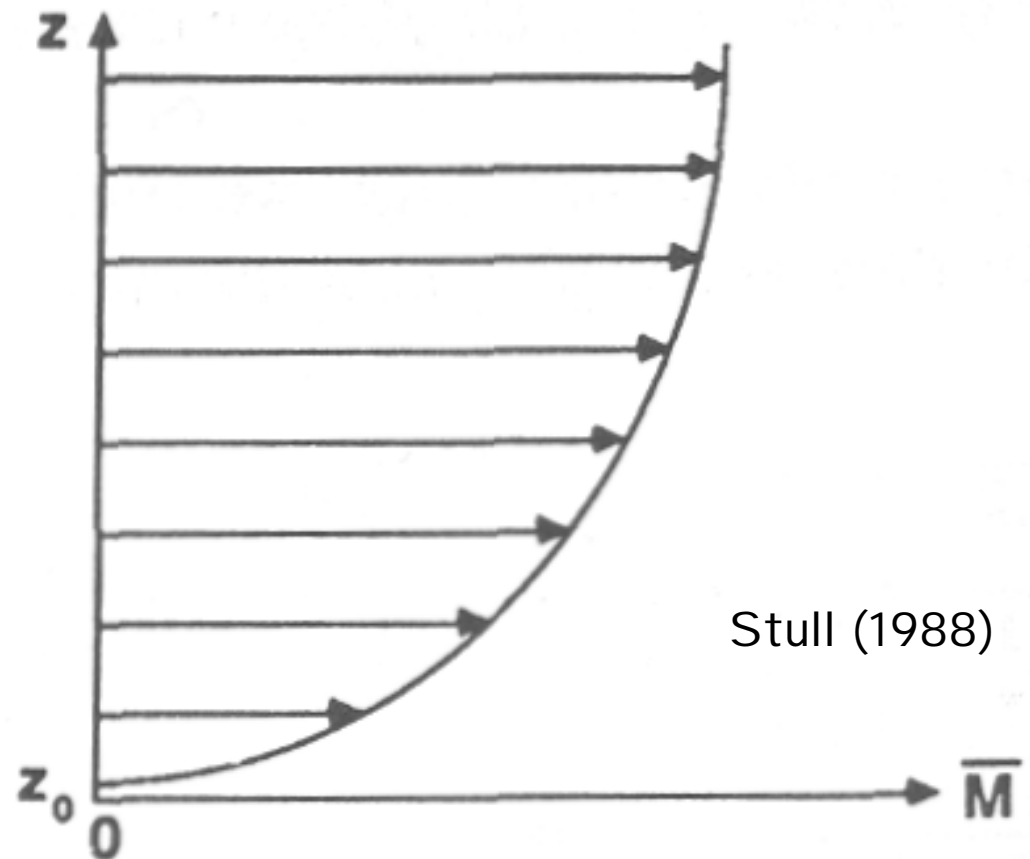
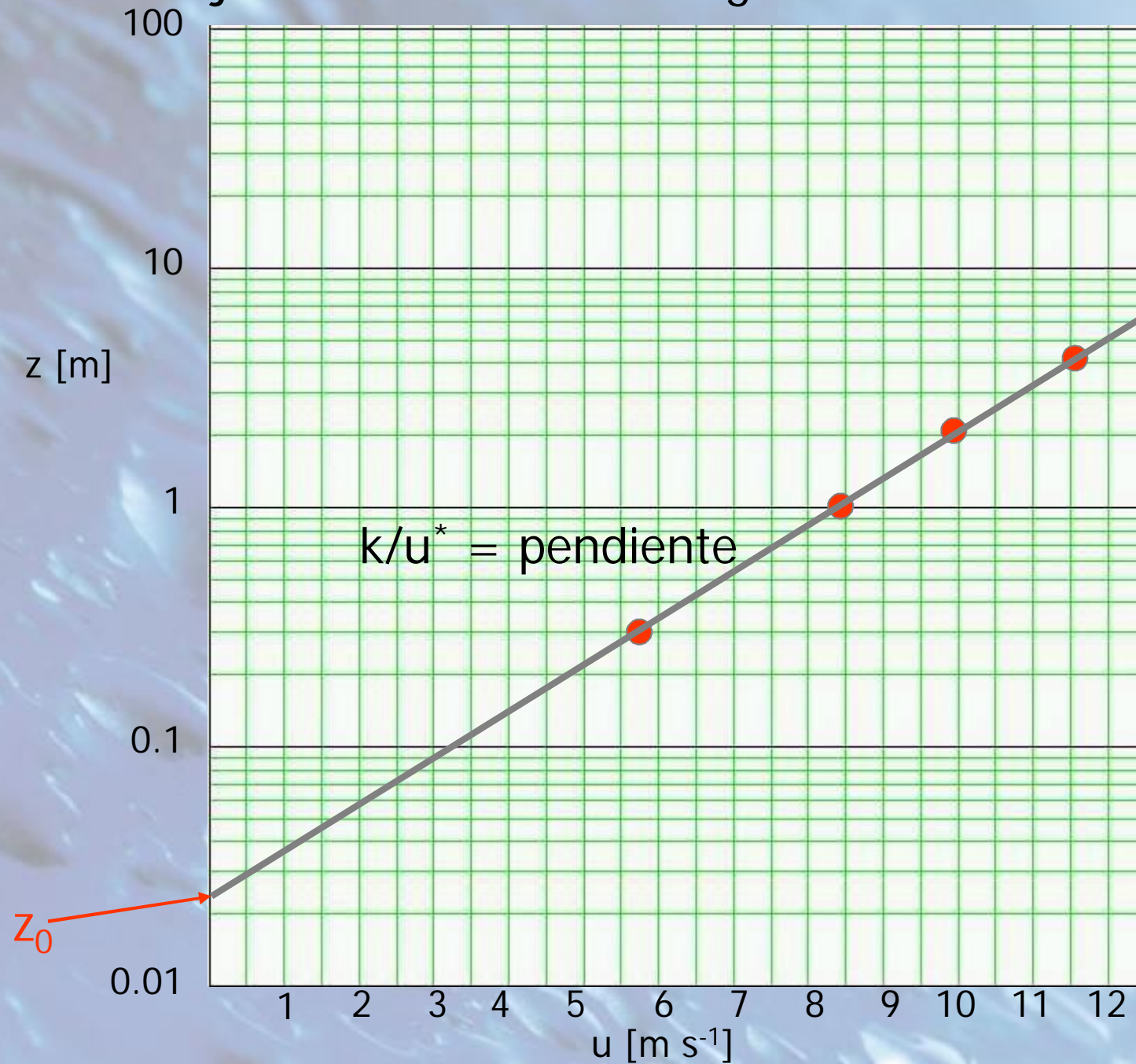


Fig. 9.4 Typical logarithmic variation of wind speed with height in the neutral surface layer.

Se aplica la teoría "Mixing length" al flujo de momento

- Velocidad de fricción: $u_* = \sqrt{(-\overline{w'u'})}$
- K-theory: $u_* = \sqrt{K_m \frac{\delta U}{\delta z}}$ $u_*^2 = K_m \frac{\delta U}{\delta z} = kz u_* \frac{\delta U}{\delta z}$
- La cizalla es: $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{kz}$
- Integración: $u(z) = \frac{u_*}{k} \ln(z / z_0)$
- Una línea: $\bar{u} = \frac{u_*}{kz} \ln z + C$

Ejm: viento frente al logarmítmo de altura



Perfil de Viento logarítmico

- ...en la SL

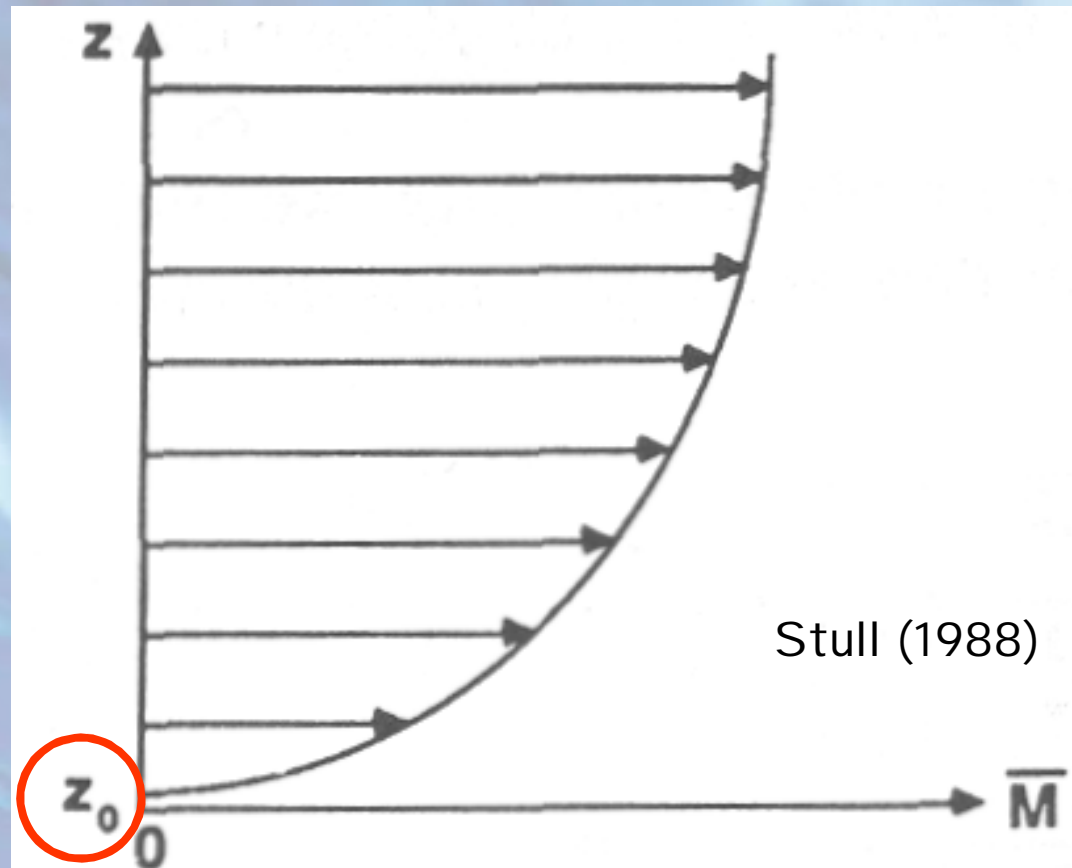


Fig. 9.4 Typical logarithmic variation of wind speed with height in the neutral surface layer.

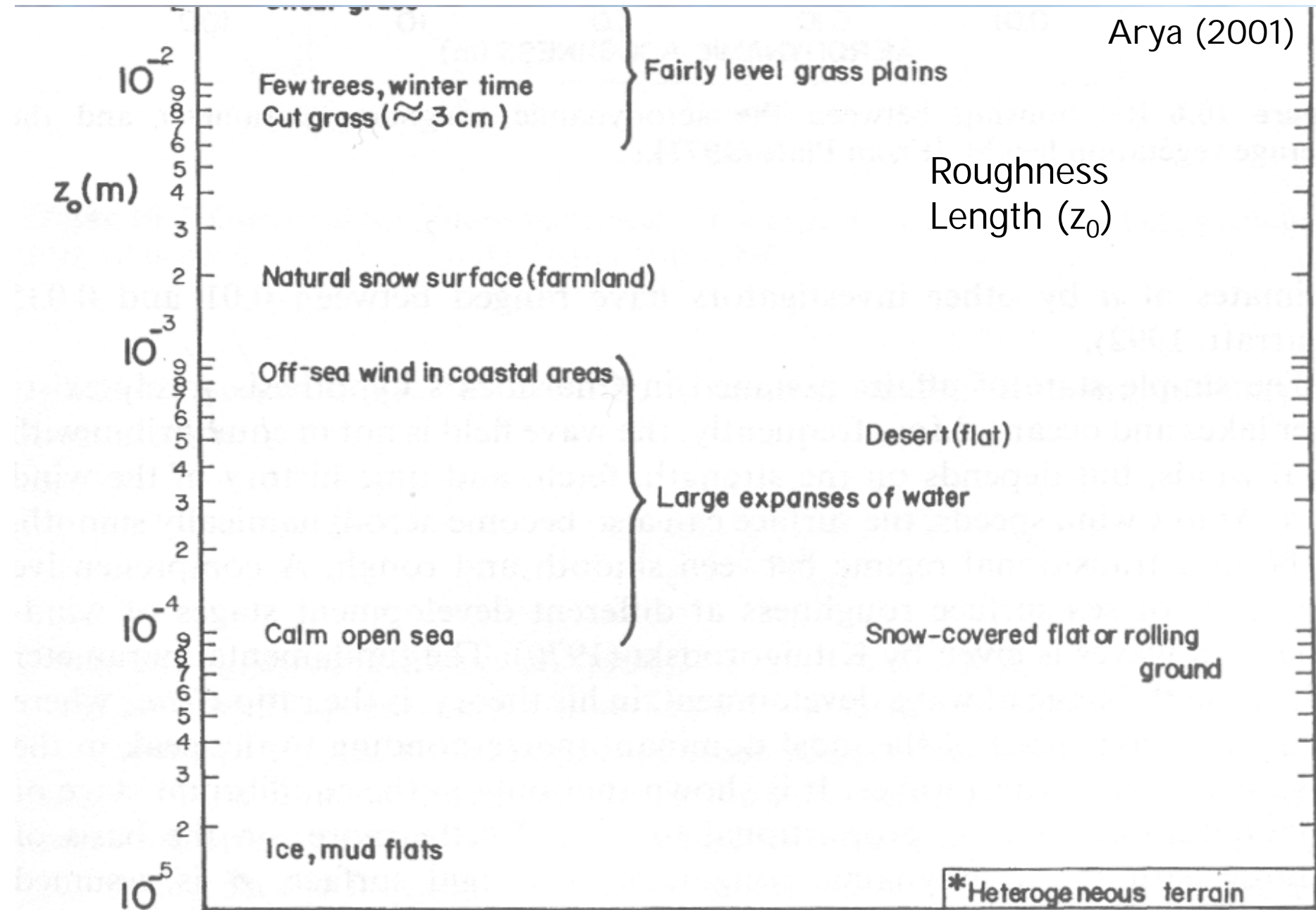
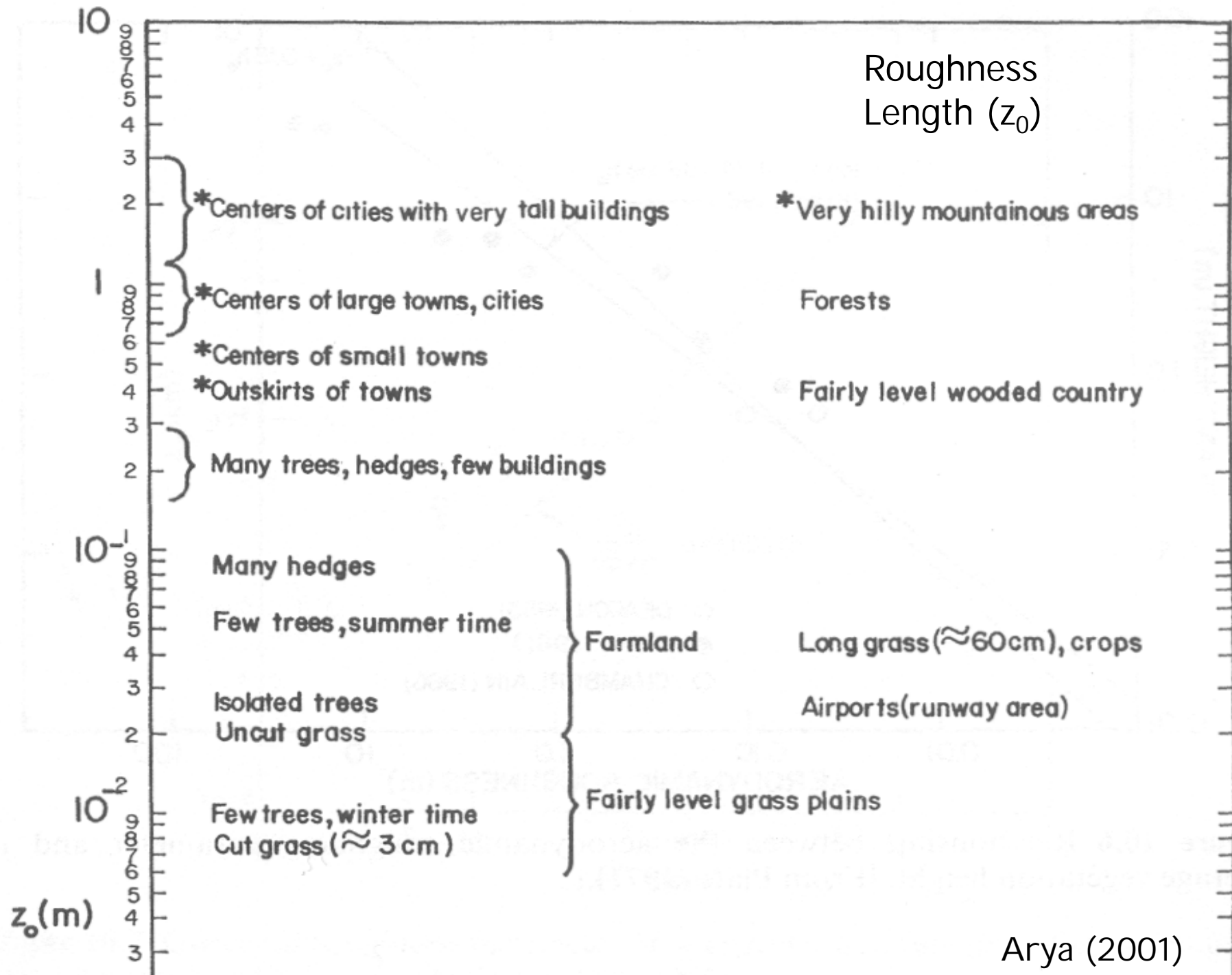
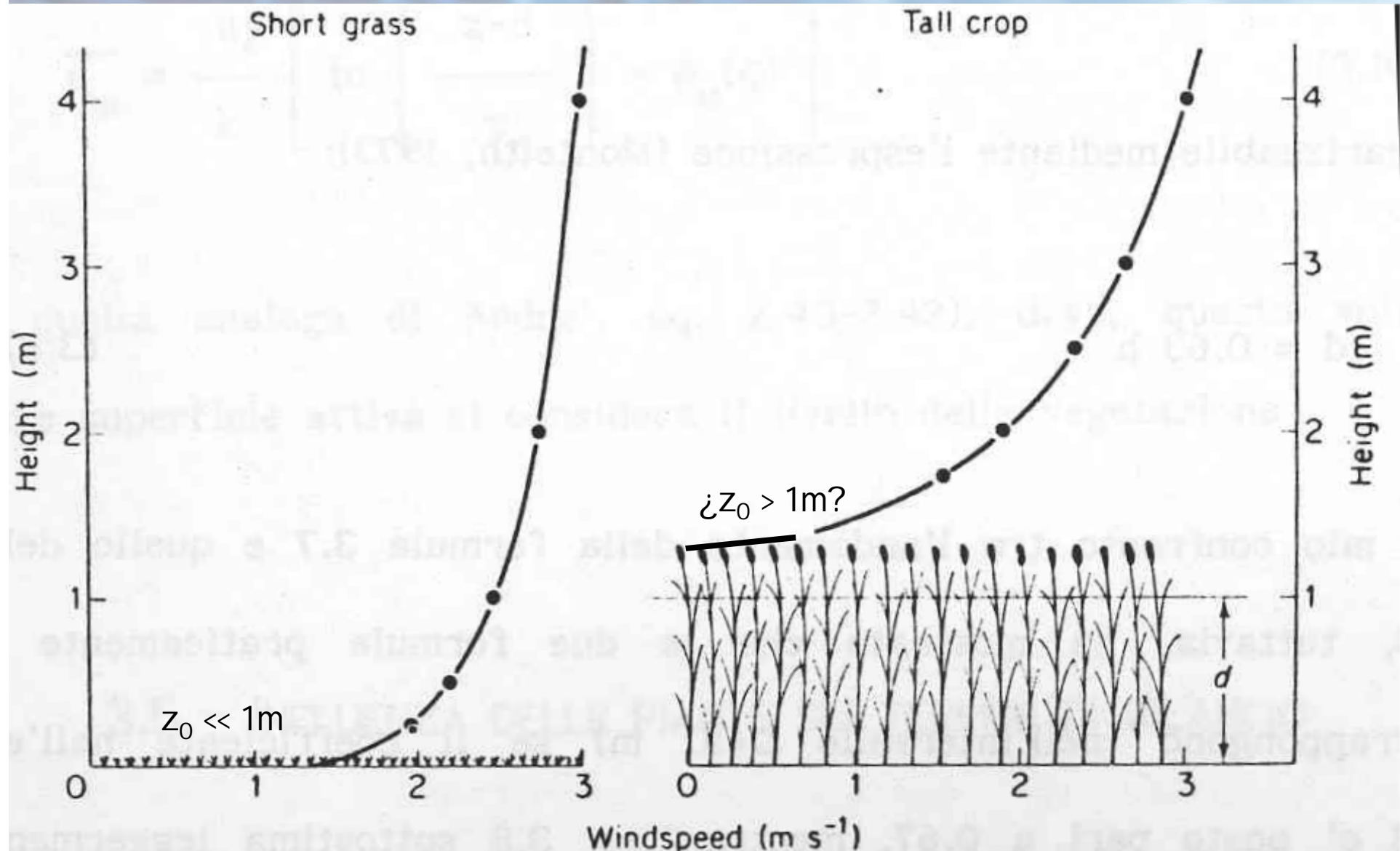


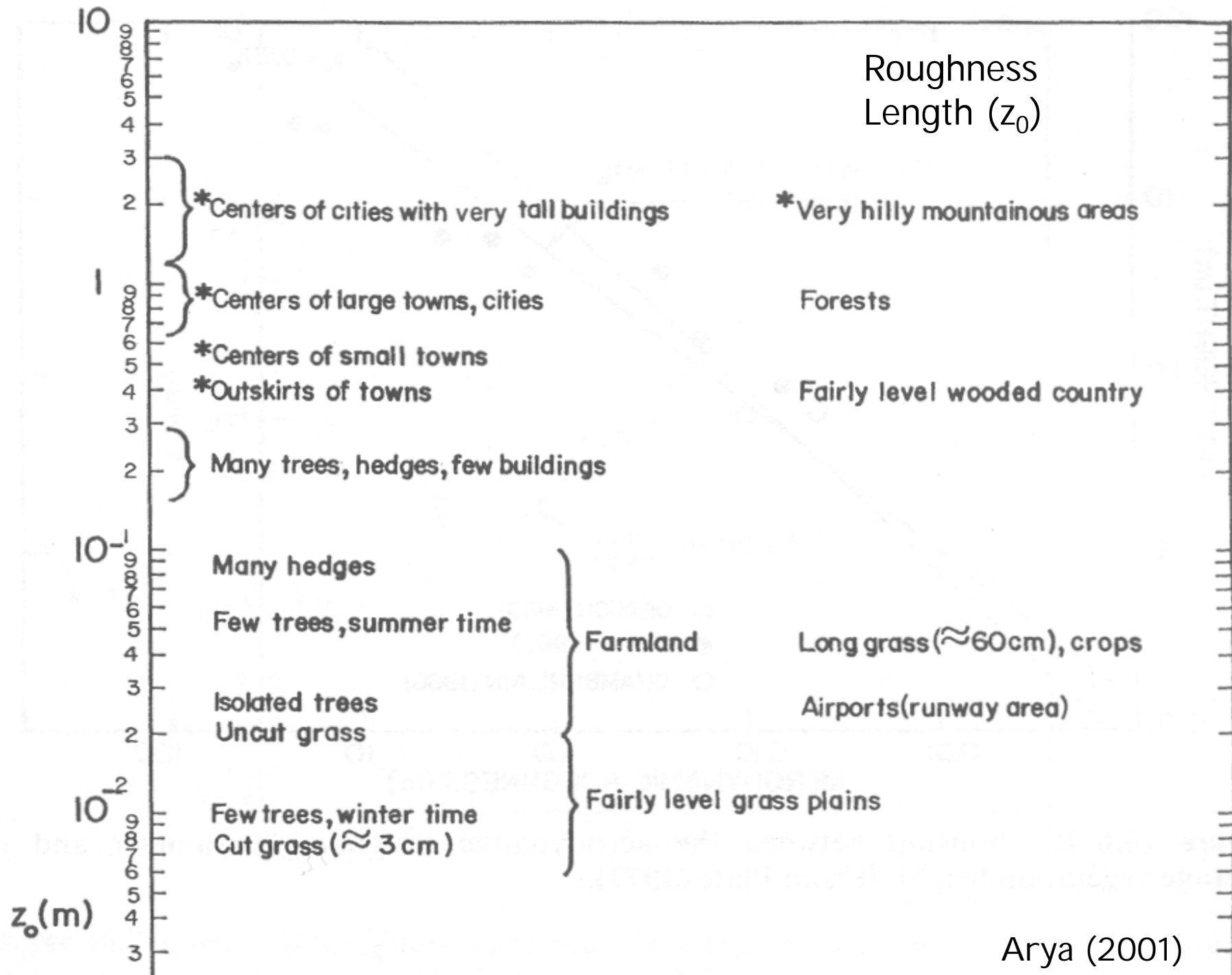
Figure 10.5 Typical values, or range of values, of the surface roughness parameter for different types of terrain. [From tables by the Royal Aeronautical Society (1972).]



Arya (2001)

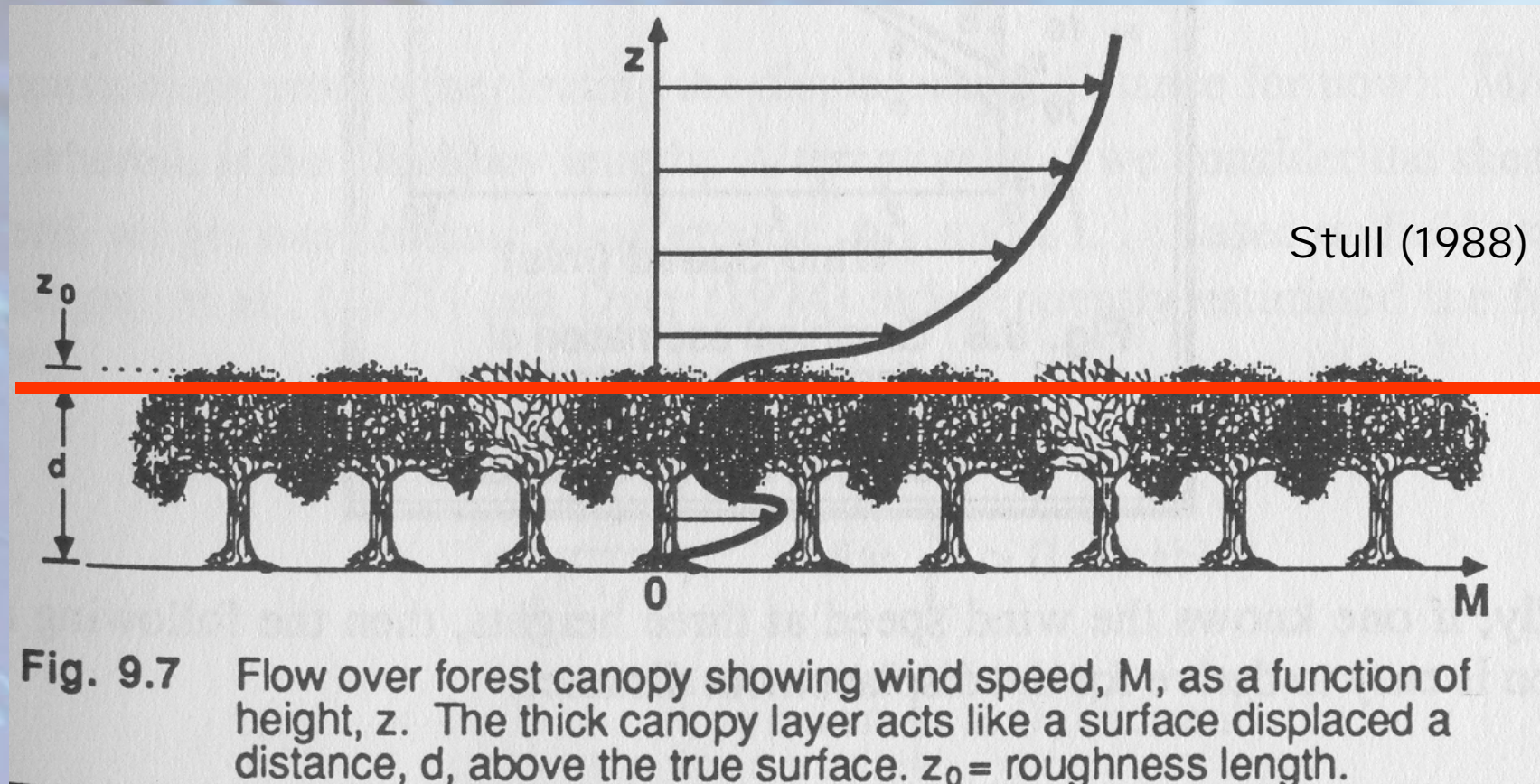
Superficies más complicadas





Arya (2001)

Zero-plane displacement height (d)

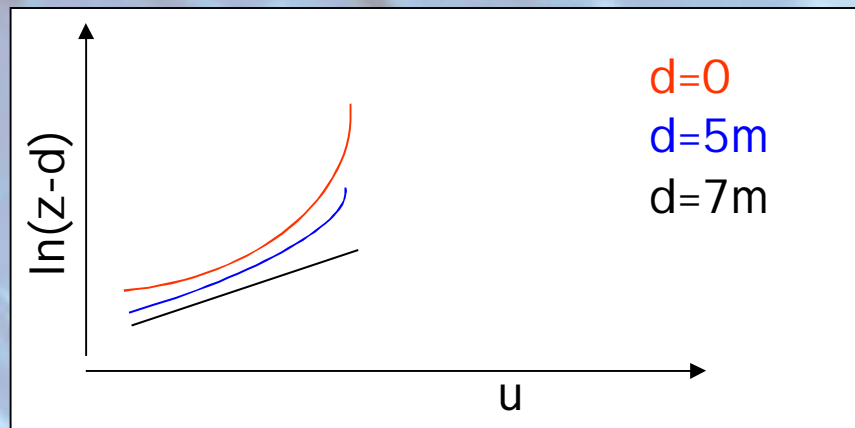


$$u(z) = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{z - d}{z_0}\right)$$

Cómo estimar d

- Solución heurística
 - Perfil logarítmico
 - Ordenadores

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \ln((z - d) / z_0)$$



- Muchas veces se estima $d=0.7h$

Esquema

- "Turbulence closure"
 - Parametrización
 - Local
 - No-local
- El perfil del viento
 - Parámetros de intercambio de momento
 - Parámetros superficiales
- Modelos más sencillos
 - Resistencias
 - Coeficientes de intercambio masivo

Modelos más sencillos

- A veces es interesante buscar una analogía entre lo que quieres describir, y algo que se conoce bien
- El ejemplo más común: la ley de Ohm
- $V = I R$
 - V: Diferencia de potencial (Δ intensidad)
 - I: corriente (flujo)
 - R: resistencia ($g = 1/R =$ conductancia)
- $I = g \Delta V$
- $F = K \Delta c$

Aunque es más intuitivo usando conductancias, se suelen definir con resistencias (ley de Murphy)

El uso de resistencias

- Se usan con frecuencia en la micrometeorología
- Sobre todo en situaciones complicadas porque:
 - Conceptualmente sencillo y conocido
 - Favorece las colaboraciones interdisciplinarias
 - Ingenieros
 - Botánicos
 - Fisiólogos
 - Meteorólogos
 - Se puede parametrizar un sistema complicado
 - Combinación de resistencias
 - En serie y en paralelo
- Resistencia es proporcional a
 - La dimensión (longitud) física
 - El inverso de la difusividad (conductancia \sim difusividad)

Derivación de las resistencias

- Hay que integrar la expresión “flux-gradient” en la vertical:

$$\int_{z_1}^{z_2} F_{\xi} \frac{dz}{K_{\xi}} = - \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial \xi}{\partial z} dz$$

- Como F_{ξ} es cte en la SL, se puede sacar del integral

$$F_{\xi} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{K_{\xi}} = \xi(z_1) - \xi(z_2)$$

- Definiendo la resistencia R de manera apropiada:

$$R = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{K_{\xi}}$$

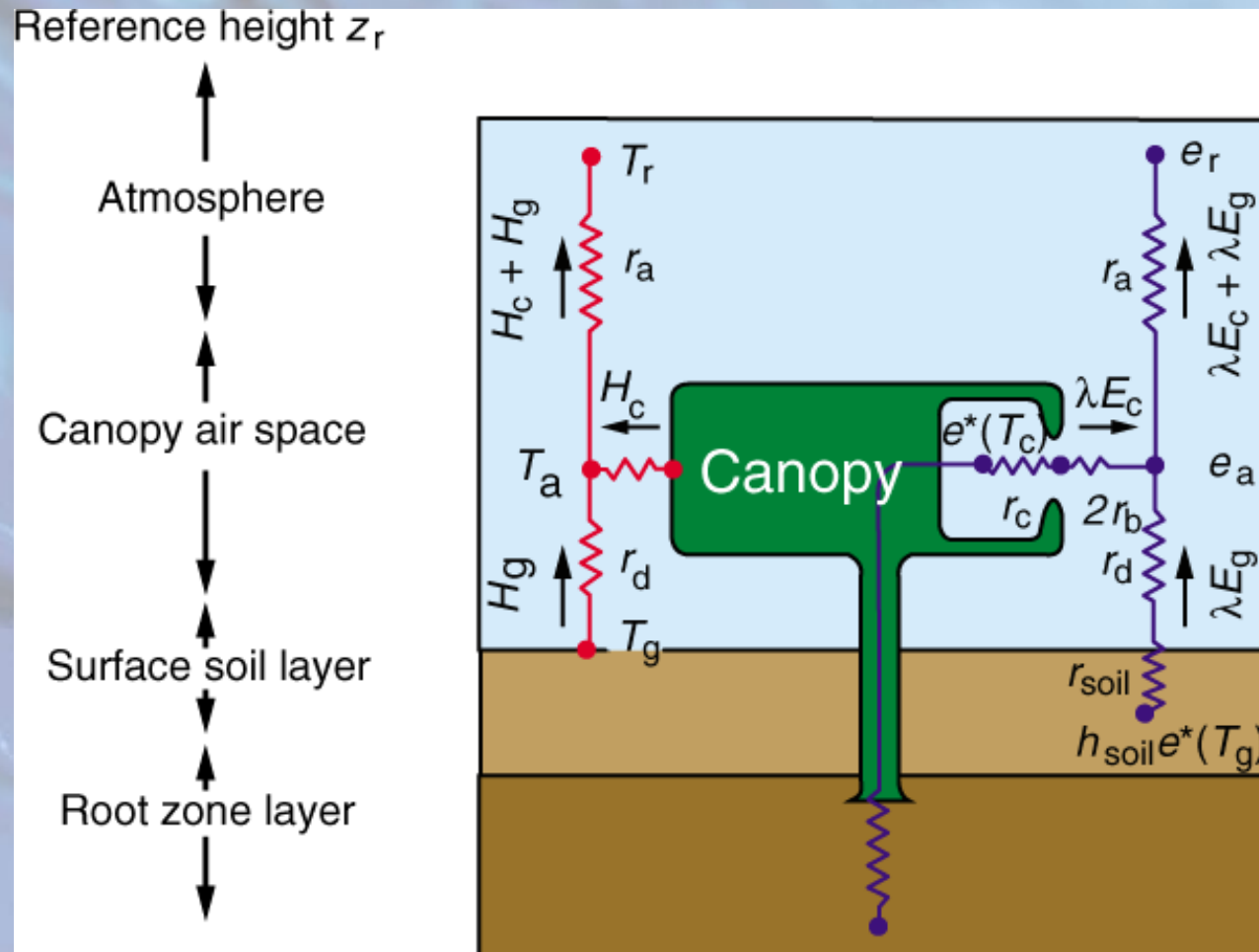
Diap. Anterior: Proporcional a
La longitud (altura)
El inverso de la difusividad

- Llegamos a una expresión similar a la Ley de Ohm:

$$F_{\xi} R = \Delta \xi$$

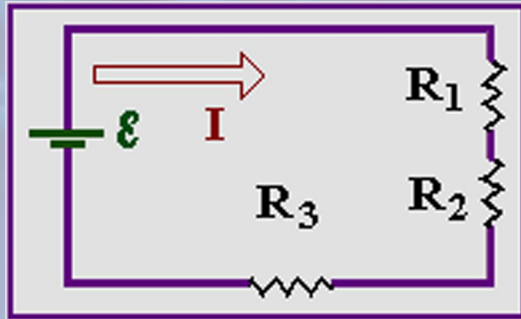
$$F_{\xi} = \frac{\Delta \xi}{R}$$

Encuadra bien con la modelización de sistemas biológicas



Sumando Resistencias

Resistencias en serie



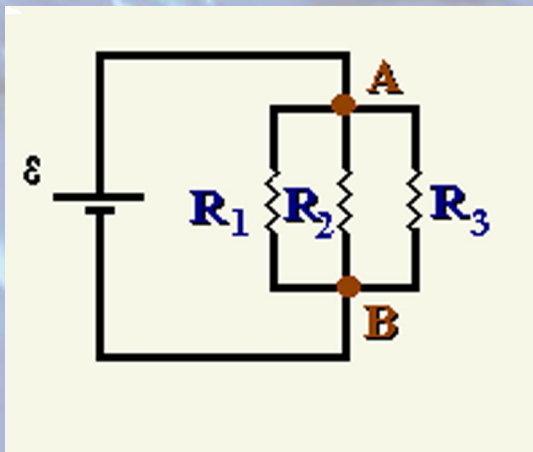
$$R_{equiv} = R_1 + R_2 + R_3$$

Suma de los R_i

$$\frac{1}{g_{equiv}} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + \frac{1}{g_3}$$

- Las resistencias en serie se suman

Resistencias en paralela



$$\frac{1}{R_{equiv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

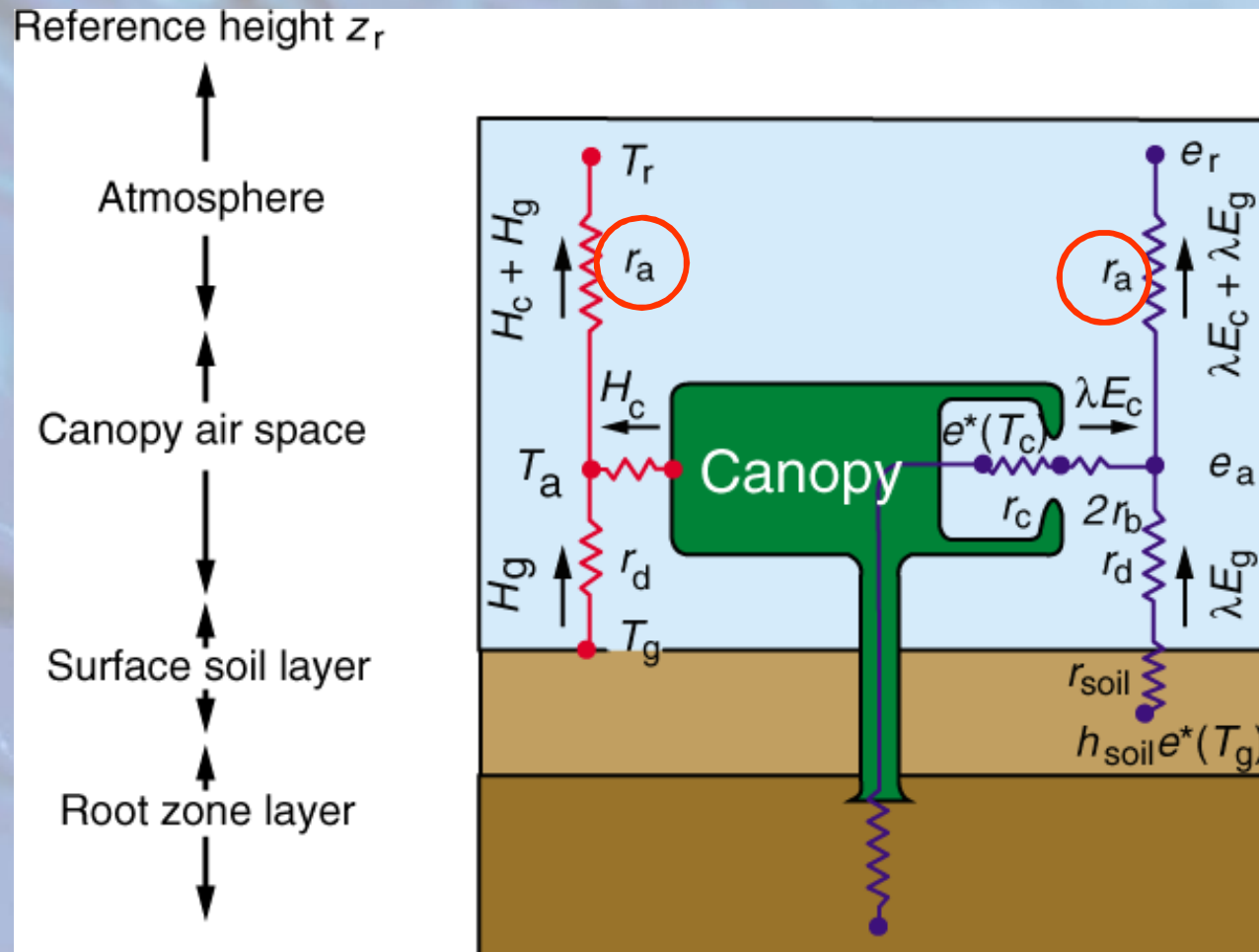
Suma de los g_i

$$g_{equiv} = g_1 + g_2 + g_3$$

- Las conductancias en paralela se suman

Resistencias en serie y en paralelo

- “Resistencias aerodinámicas”



Momento y resistencias

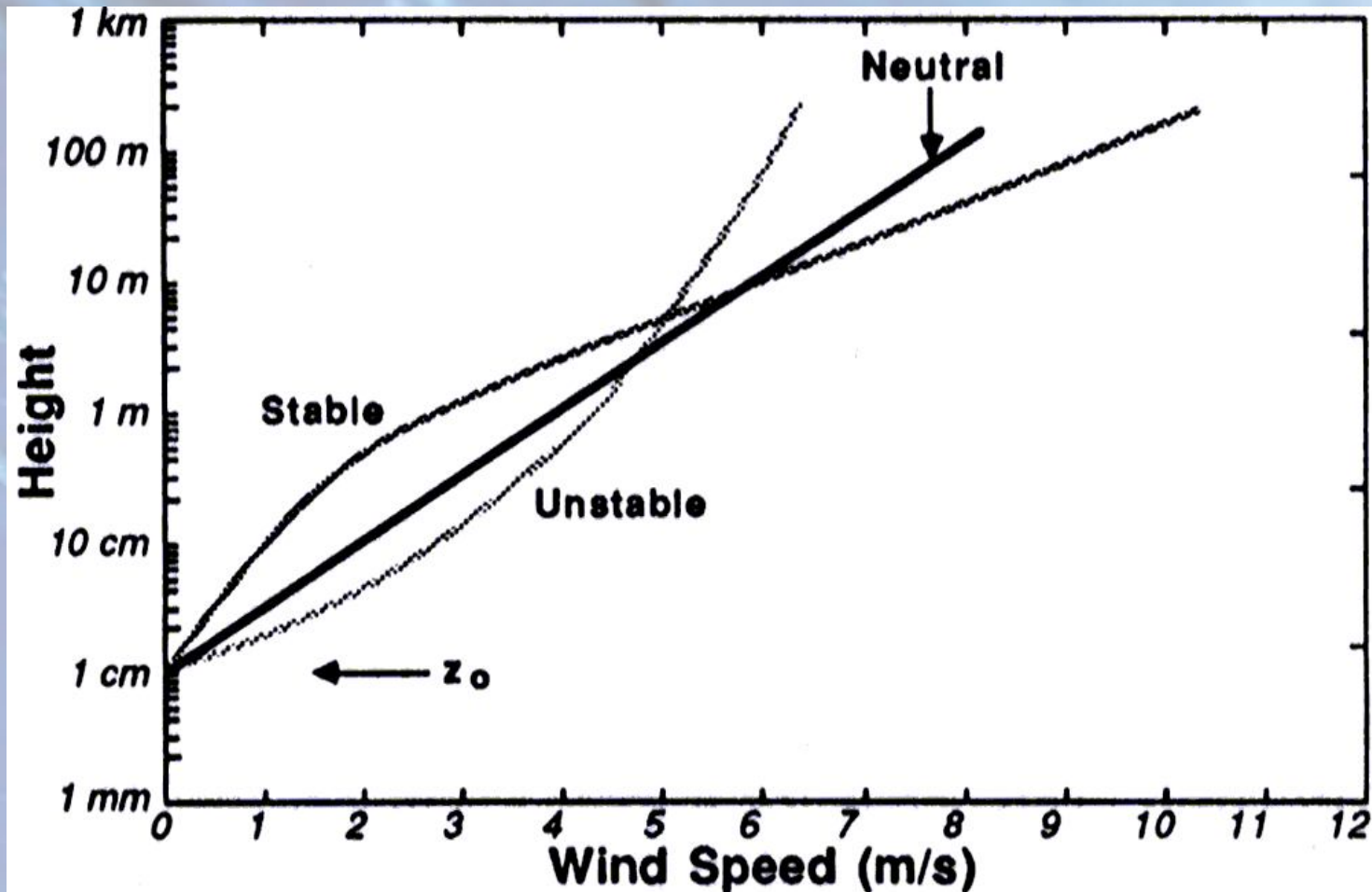
El coeficiente de arrastre

- La resistencia a la transferencia de momento:

$$R_{aM} = \frac{\rho u(z)}{\tau_0} = \frac{u(z)}{u_{*0}^2} = \frac{1}{C_D u} \quad C_D \equiv \frac{u_*^2}{u^2}$$

- “Bulk aerodynamic resistance” para momento
 - Físicamente, el producto $C_D u$ tiene dimensiones de conductancia (=resistencia⁻¹)
 - El coeficiente de arrastre (C_D) no tiene dimensión
 - tiene dependencias en
 - La altura: Desde el nivel z hasta el nivel z_0
 - La estabilidad: aumenta (R decrementa) con la inestabilidad

El perfil "logarítmico" de viento depende de la estabilidad



Relaciones de "Bulk transfer" (transferencia masiva)

Para compras: "bulk" = "a granel"

- Coeficientes de transferencia
 - Coeficiente de arrastre (Drag coefficient, C_D)
 - "bulk transfer coefficients" (C_H y C_V)
- El coeficiente de arrastre (C_D drag coefficient) se define:

$$C_D = \left(\frac{u_*}{u} \right)^2 = \frac{k^2}{\left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_M(\zeta) \right]^2}$$

Efecto de la estabilidad

Los coeficientes de transferencia

- De manera parecida, para calor y humedad:

$$R_{aH} = \frac{1}{C_H u} \qquad R_{aV} = \frac{1}{C_E u}$$

- En la práctica, relacionar los flujos a las propiedades promedias
- Están incluidos los efectos de la estabilidad

Relaciones de "Bulk transfer" (transferencia másica)

- También, se pueden definir para las transferencias de calor y humedad:

$$\frac{H_0}{\rho c_p} = (\overline{w'\theta'})_0 = C_H u(\theta_0 - \theta_v) \quad \frac{E_0}{\rho} = (\overline{w'q'})_0 = C_E u(q_0 - q)$$

- Combinando ideas anteriores:

$$C_H = \frac{k^2}{\left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_M(\zeta) \right] \left[\ln\left(\frac{z}{z_T}\right) - \Psi_H(\zeta) \right]}$$

$$C_E = \frac{k^2}{\left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_M(\zeta) \right] \left[\ln\left(\frac{z}{z_q}\right) - \Psi_W(\zeta) \right]}$$

El caso neutral

- Quitando los efectos de la estabilidad:

$$C_{DN} = \frac{k^2}{\left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \right]^2}$$

$$C_{HN} = \frac{k^2}{\left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \right] \left[\ln \left(\frac{z}{z_T} \right) \right]}$$

$$C_{EN} = \frac{k^2}{\left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \right] \left[\ln \left(\frac{z}{z_q} \right) \right]}$$