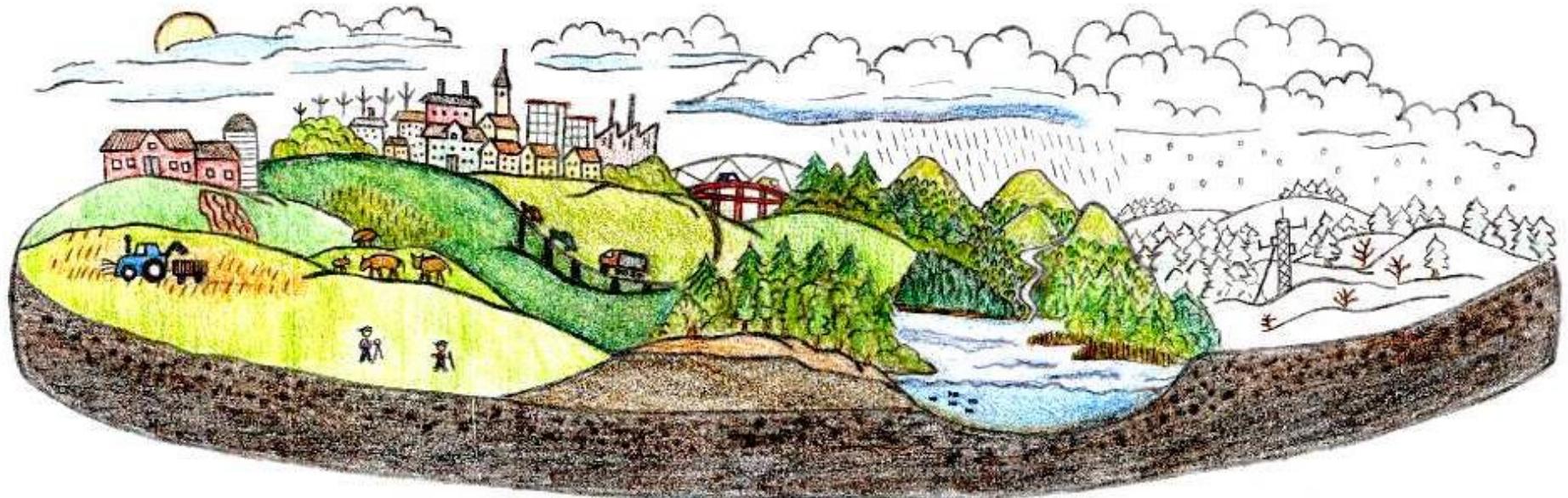


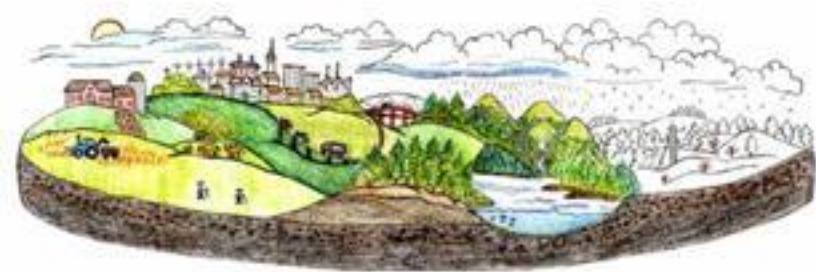
# Bases Físicas del Medio Ambiente

Inducción Magnética y Corriente de Circuitos de Corriente Alterna



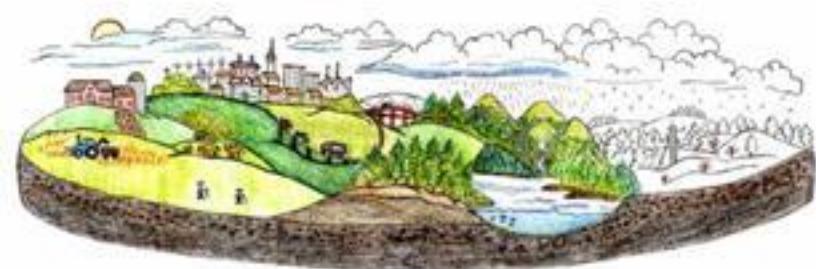
# Programa

- **XIV. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA Y CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA (2h)**
- Ley de inducción de Faraday. Ley de Lenz. Aplicaciones de la ley de Faraday. Corrientes de Foucault. Inducción mutua. Autoinducción. Circuito LR. Energía magnética. Circuitos LC y LRC: oscilaciones eléctricas. Generadores de corriente alterna. Corriente alterna en una resistencia. Corriente alterna en un condensador. Corriente alterna en una bobina. Circuito LRC en serie con un generador. Potencia. Resonancia.



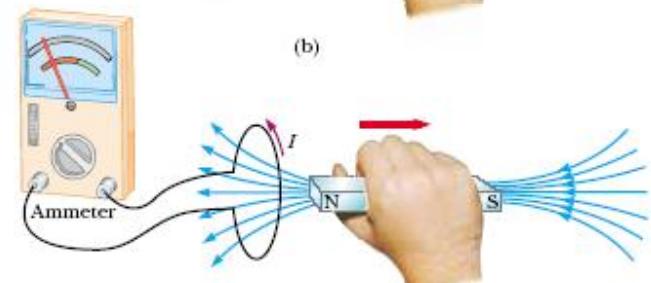
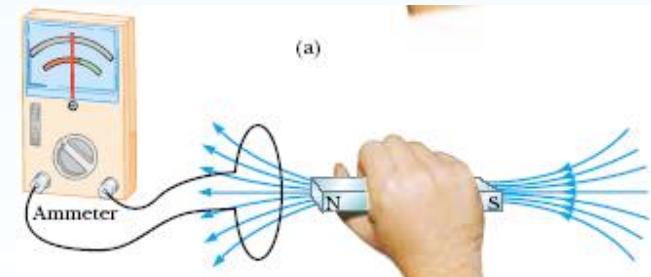
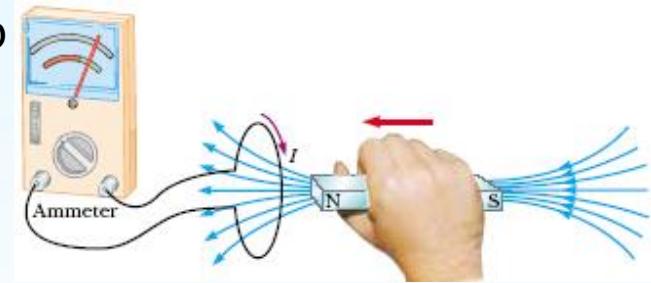
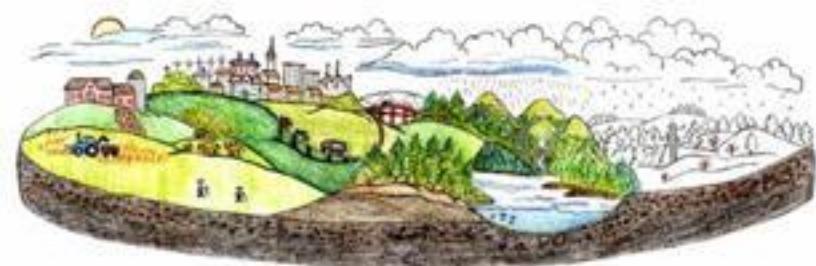
# Programa

- XIV. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA Y CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA (2h)
- Ley de inducción de Faraday. Ley de Lenz. Aplicaciones de la ley de Faraday. Corrientes de Foucault. Inducción mutua. Autoinducción. Circuito LR. Energía magnética. Circuitos LC y LRC: oscilaciones eléctricas. Generadores de corriente alterna. Corriente alterna en una resistencia. Corriente alterna en un condensador. Corriente alterna en una bobina. Circuito LRC en serie con un generador. Potencia. Resonancia.



# Inducción Magnética

- Electricidad y magnetismo hasta el momento:
  - $E$  debido a una carga estacionaria
  - $B$  debido a una carga en movimiento (o una corriente)
- Para un lazo sin corriente
  - Existe o no un campo magnético constante ... no importa
    - Como no tiene ningún momento magnético
    - No experimenta ninguna fuerza
- Ahora: ¿si  $B$ varía en tiempo?
  - Produce una "Fuerza" Electromotriz
  - (Experimentos en 1831)
- Importancia
  - Corriente sin batería
  - "Corriente inducida"

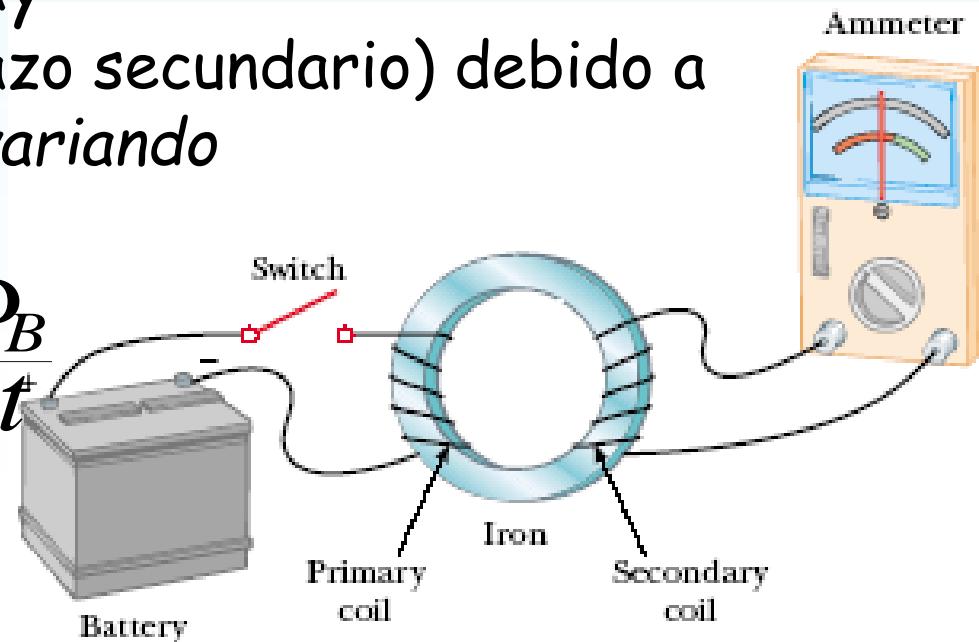
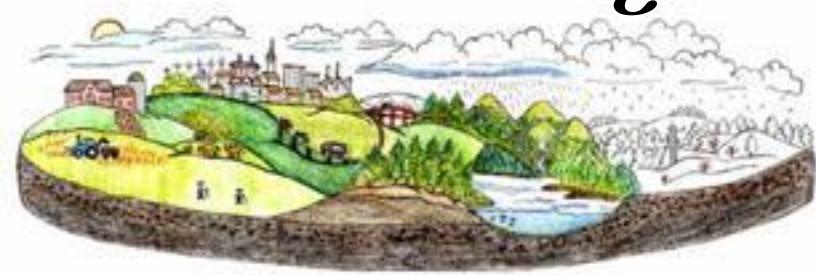


# El experimento de Faraday

- Al cerrar el interruptor
  - Un campo  $B$  se forma en el hierro
  - Fuerza electromotriz momentáneo
    - En el instante que se cierra el interruptor
    - Luego, en el instante que se abre
  - En estos instantes, cambia  $B$  en el hierro
- Conclusión de Faraday
  - Corriente inducida (lazo secundario) debido a
  - Campo magnético  $B$  variando

Ley de inducción de Faraday

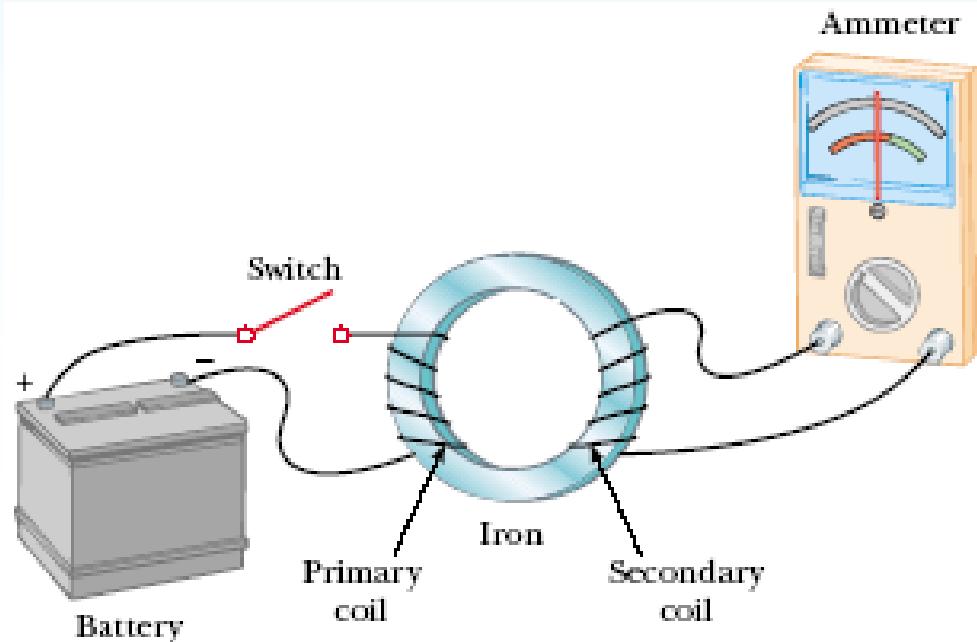
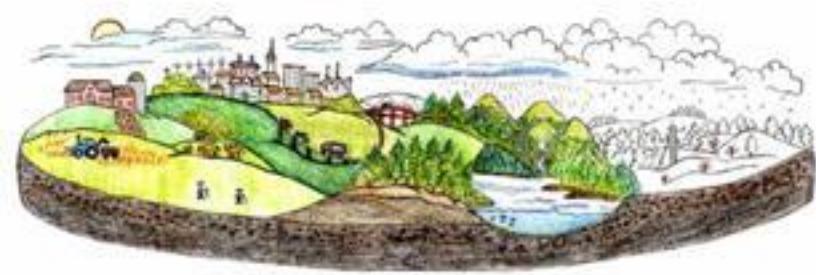
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



# Ley de inducción de Faraday

- Empíricamente: relación entre
  - Cambio de flujo magnético ( $\Phi_B = \int B dA$ ) en hierro
  - Número (N) de espiras de igual superficie
  - Fuerza electromotriz
- Más generalmente, para un lazo tenemos:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



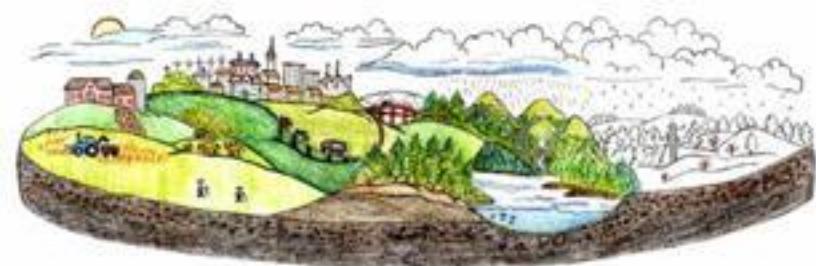
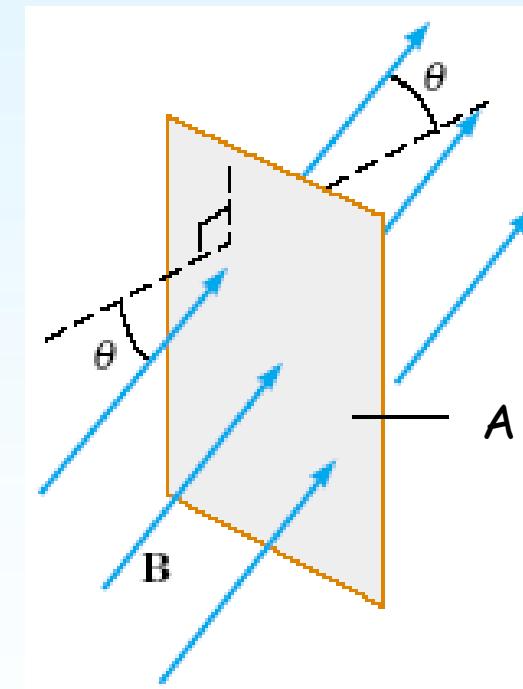
# Ley de inducción de Faraday: Un caso sencillo

- Lazo en un campo magnético constante

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

- Una fuerza electromagnética se puede generar si:

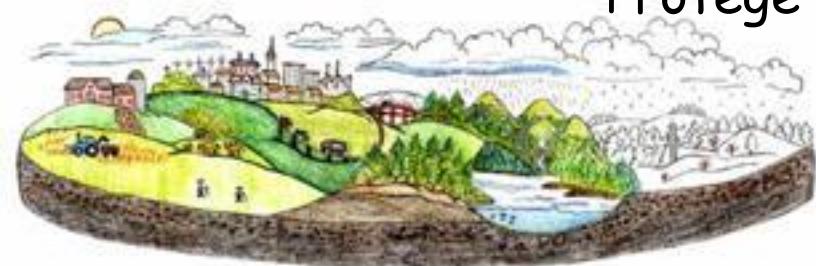
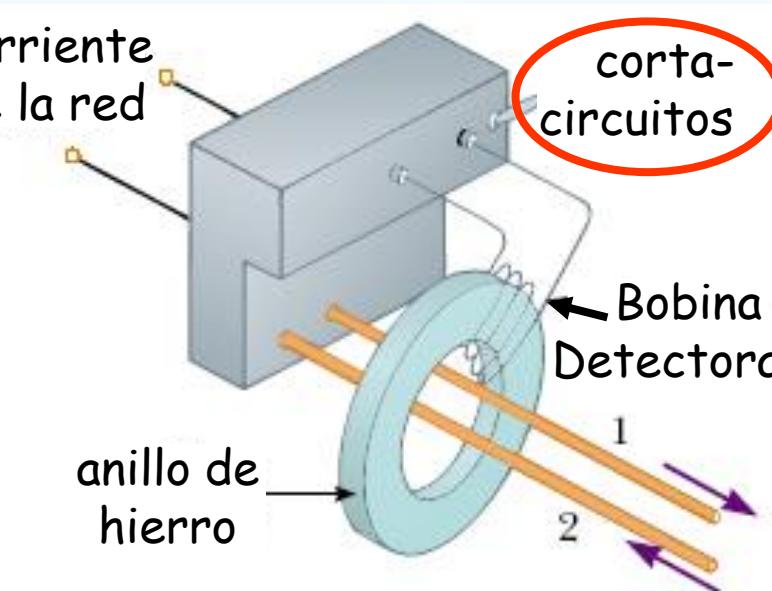
- Cambia la magnitud de  $B$  con tiempo
- Cambia la superficie  $A$  con tiempo
- Cambia el ángulo  $\theta$  entre  $B$  y el vector normal a la superficie
- Combinación de los anteriores



# Ley Faraday: Aplicaciones

## Interruptor por fallas a tierra

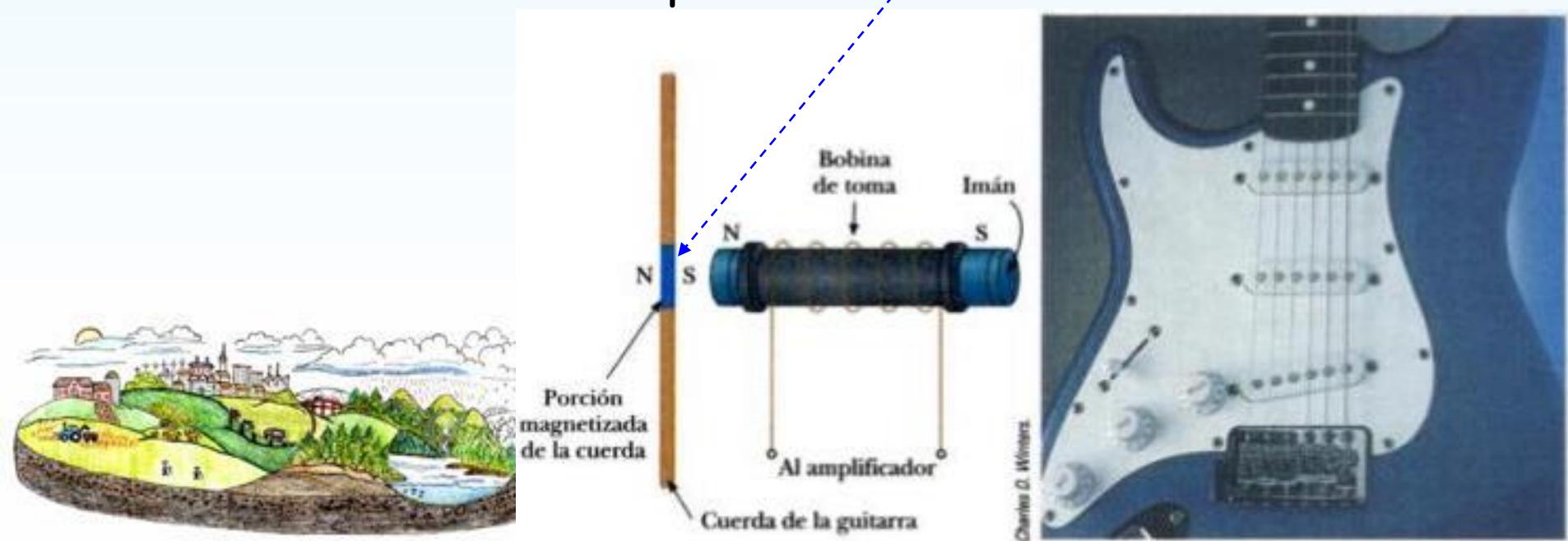
- La corriente (220V, 50Hz) de la red
  - Corrientes (alternas) opuestas en 1 y 2
    - 1 Hasta el electrodoméstico (del enchufe en la pared)
    - 2 Volviendo del electrodoméstico
  - Flujo magnético ( $\Phi_B$ ) en la bobina detectora = 0
- Si pasa algo con el electrodoméstico
  - Cambia la corriente  $I_2$
  - Varía  $\Phi_B$  en el anillo
  - Causa (según Faraday,) una  $\varepsilon$  en la bobina detectora
    - Detecta anormalidad
      - Corta el circuito
      - Protege al usuario



# Ley Faraday: Aplicaciones

## Bobina de toma (guitarra eléctrica)

- **Cuerda** de guitarra eléctrica
  - Fabricada de un metal magnetizable
  - El imán permanente magnetiza **una porción** de la cuerda
- Al vibrar la cuerda con cierta frecuencia
  - Flujo magnético ( $\Phi_B$ ) variable debido al **segmento magnetizado**
  - (Faraday) : fuerza electromotriz ( $\varepsilon$ ) en la bobina de toma
- La  $\varepsilon$  alimenta a un amplificador

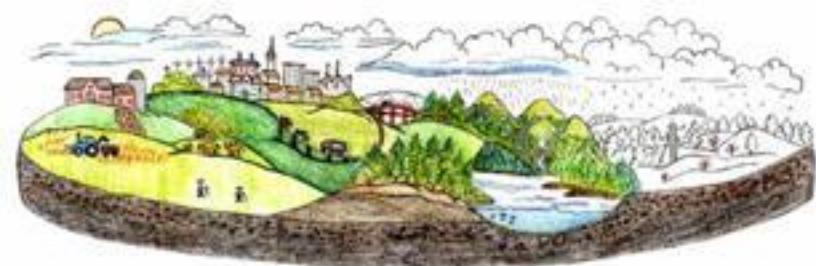
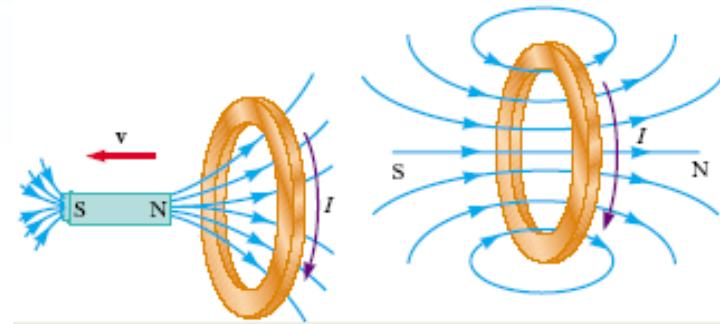
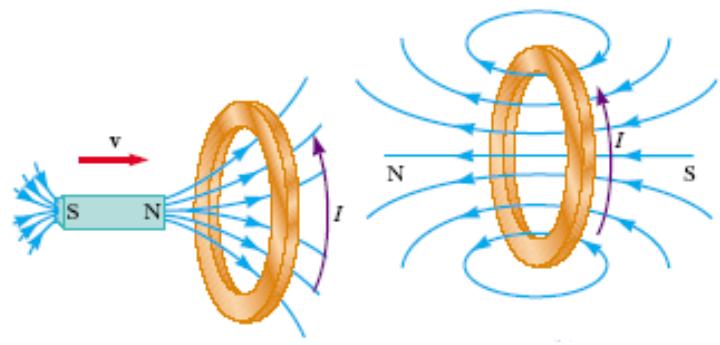


# Dirección de la Corriente

## Ley de Lenz

- La ley de Faraday indica signos opuestos para
  - El cambio en el flujo magnético ( $\Phi_B$ )
  - La  $\epsilon$  inducida
- Físicamente, esto implica que

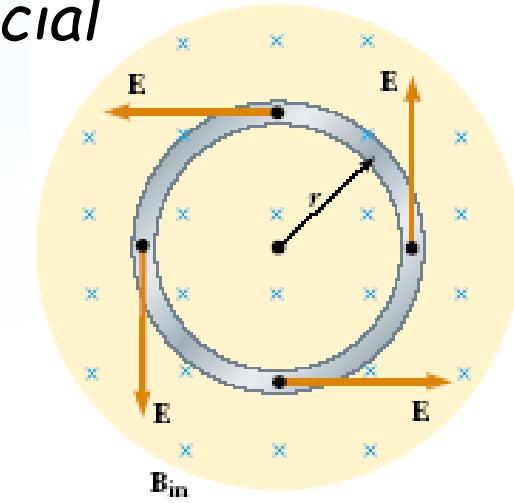
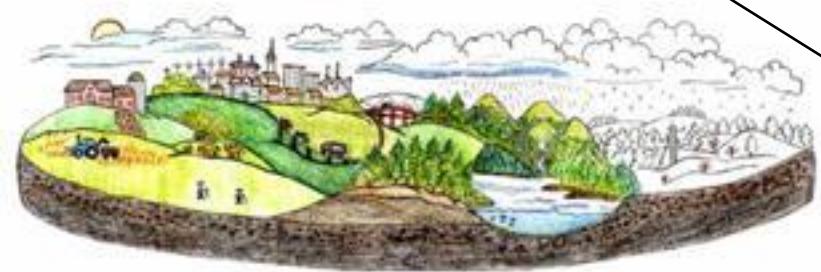
La corriente inducida es en la dirección que creé un campo magnético que oponga el cambio de flujo magnético ( $\Phi_B$ )



# Fuerza Electromotriz Inducida y el Campo Eléctrico

- El cambio en el flujo magnético ( $\Phi_B$ ) induce
  - Tanto una  $\varepsilon$  como una corriente en un lazo
  - De la electrodinámica (Tema 12) sabemos que
    - Una corriente eléctrica en un conductor se asocia con
    - Un campo eléctrico en el conductor
- Conclusión: el cambio en  $\Phi_B$  induce un  $E$
- El campo eléctrico inducido *no es conservativo*
  - Diferente al campo creado por cargas estacionarias
  - Al fluctuar  $\Phi_B$ , en la dirección tangencial

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



# El Campo Eléctrico inducido no es conservativo

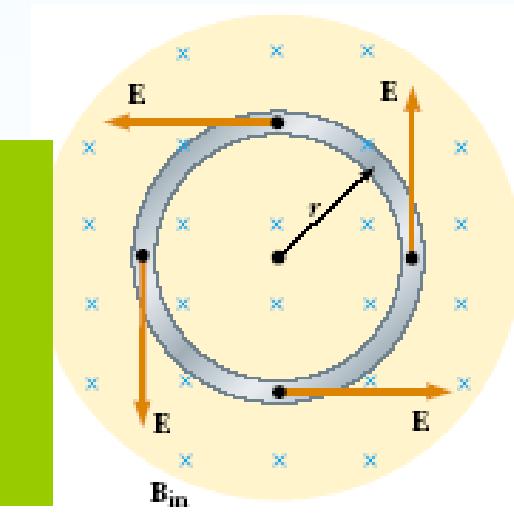
- Examinamos el trabajo hecho por  $\vec{E}$  para que una carga de prueba  $q$  da la vuelta una vez
  - De la definición de potencial eléctrico  $W = q\epsilon$
  - Paralelamente  $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (q\vec{E}) \cdot \vec{d} = (qE)2\pi r$
- Igualando:  $q\epsilon = (qE)2\pi r$
- (Faraday)  
 $\Phi_B = BA = B\pi r^2$
- $E$  integrado por el camino cerrado:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



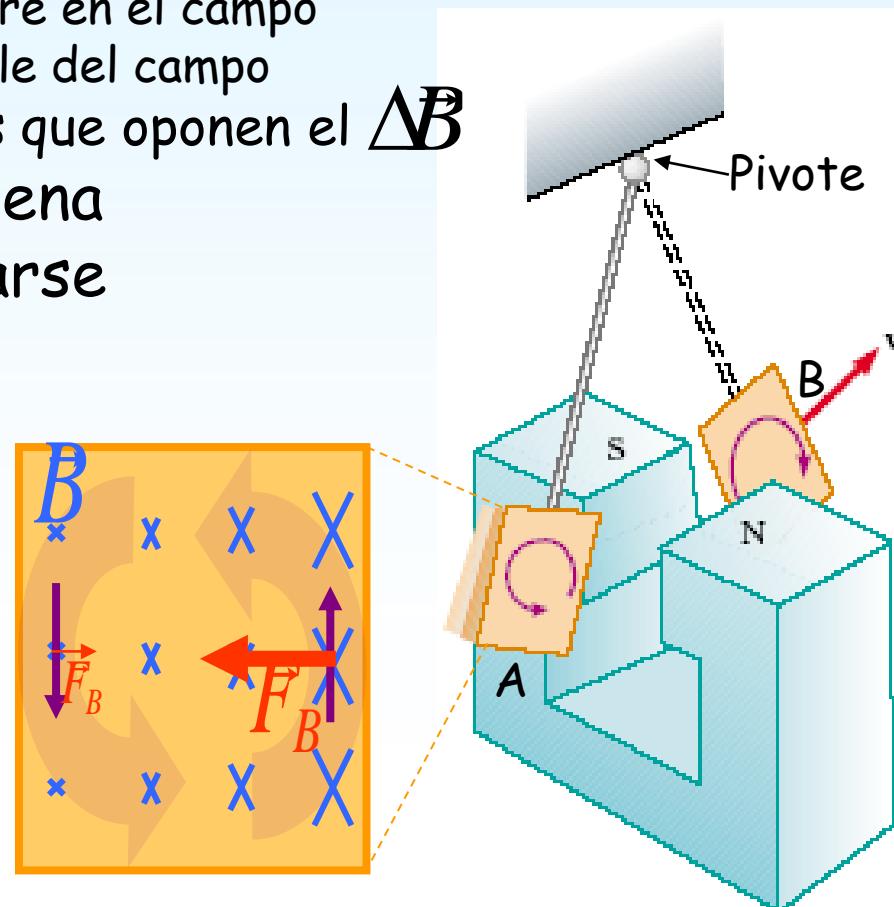
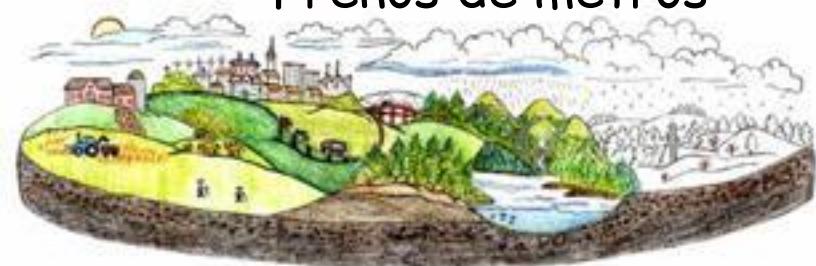
El campo eléctrico inducido por un campo magnético fluctuando:

No es conservativo.  
No es electrostático.



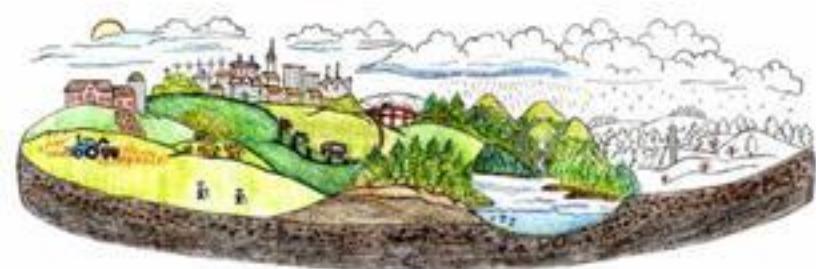
# Corriente de Foucault

- Placa metálica colgando de un pivote, balanceándose entre polos de imán
- Velocidad a la derecha; dos puntos
  - A:  $B$  aumentando conforme entra en el campo
  - B:  $B$  reduciéndose conforme sale del campo
  - Lenz: **corrientes** circulatorios que oponen el  $\Delta B$
- El efecto neto de los  $F_B$  frena
- Finalmente, deja de balacearse
- Conversión
  - Energía cinética
  - Energía interna
- Aplicaciones
  - Frenos de metros



# Programa

- XIV. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA Y CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA (2h)
- Ley de inducción de Faraday. Ley de Lenz. Aplicaciones de la ley de Faraday. Corrientes de Foucault. **Inducción mutua.** **Autoinducción.** Circuito LR. Energía magnética. Circuitos LC y LRC: oscilaciones eléctricas. Generadores de corriente alterna. Corriente alterna en una resistencia. Corriente alterna en un condensador. Corriente alterna en una bobina. Circuito LRC en serie con un generador. Potencia. Resonancia.

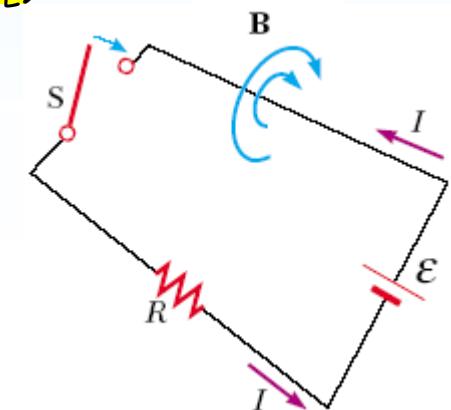


# Autoinducción

- Consideramos un circuito con:
  - Interruptor (S)
  - Resistencia (R)
  - Fuerza Electromotriz ( $\varepsilon$ )
- El cerrar el interruptor,
  - La corriente pasa de cero al máximo  $\varepsilon / R$
  - Pero no salta inmediatamente; ¿porqué?
    - Como empiece a subir la corriente I
    - Aumenta el flujo magnético ( $\Phi_B = IA$ ) por el lazo
      - Faraday: induce otra fuerza electromotriz ( $\varepsilon_L$ )
      - Lenz: en el sentido opuesto



Fuerza Electromotriz  
Autoinducida



$$L = \mu_0 n A$$

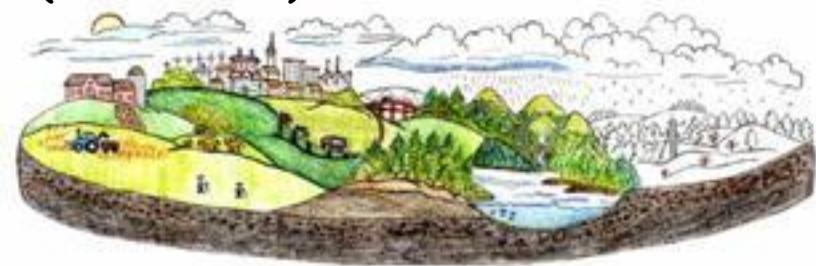
# Inductancia

- La corriente en una bobina quiere mantenerse constante
  - (a) Corriente y campo magnético
  - (b) Aumento de corriente
    - Fuerza electromotriz ( $\varepsilon$ )
    - Reduce la corriente
  - (c) Disminución de corriente
    - Fuerza electromotriz ( $\varepsilon$ )
    - Aumenta la corriente

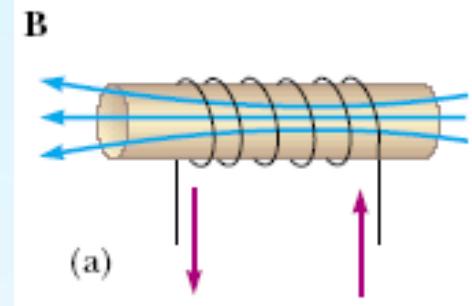
Faraday:  $\varepsilon_L = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt}$

$$B = \mu_0 n I$$

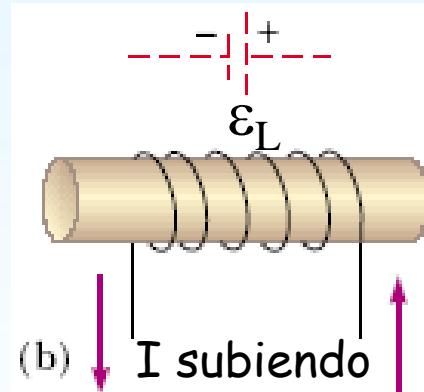
en un solenoide  
(Lección 13)



$$\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt}$$



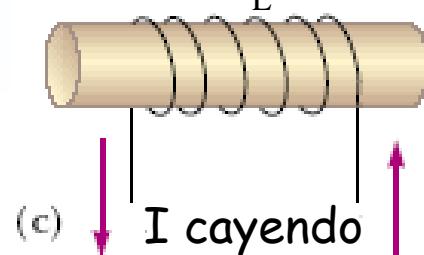
Ley de Lenz



I subiendo



$$\varepsilon_L$$

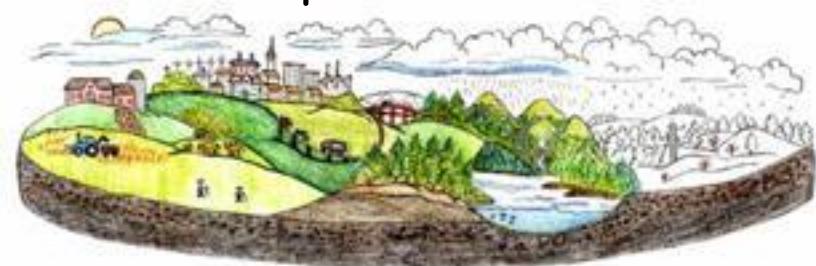


I cayendo



# Inductancia Unidades y Significación

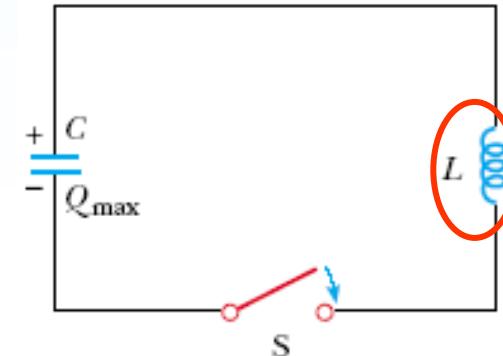
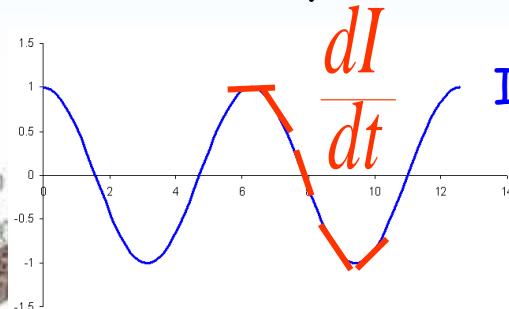
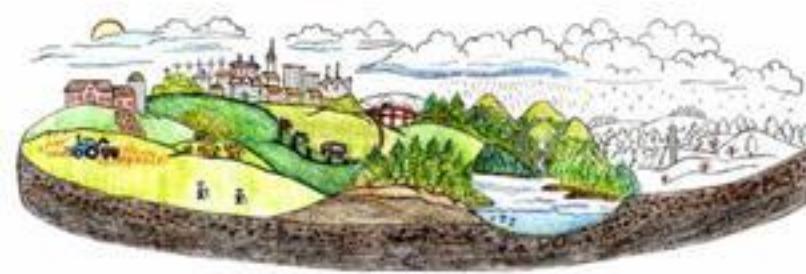
- Para la bobina  $\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$  La unidad de inductancia es el Henry (H):
- Inductancia:  $L = - \frac{\mathcal{E}_L}{\frac{dI}{dt}}$   $1H = 1V / (1A / 1s)$   
 $1H = 1Vs / A$
- Analogía:
  - Recordar que  $R = \Delta V / I$  representa una medida de la oposición a la corriente
  - Pues  $L = \Delta V / (\Delta I / \Delta t)$  representa una medida de la oposición al cambio en la corriente



Joseph Henry (1797 - 1878)

# Circuitos de Corriente Alterna

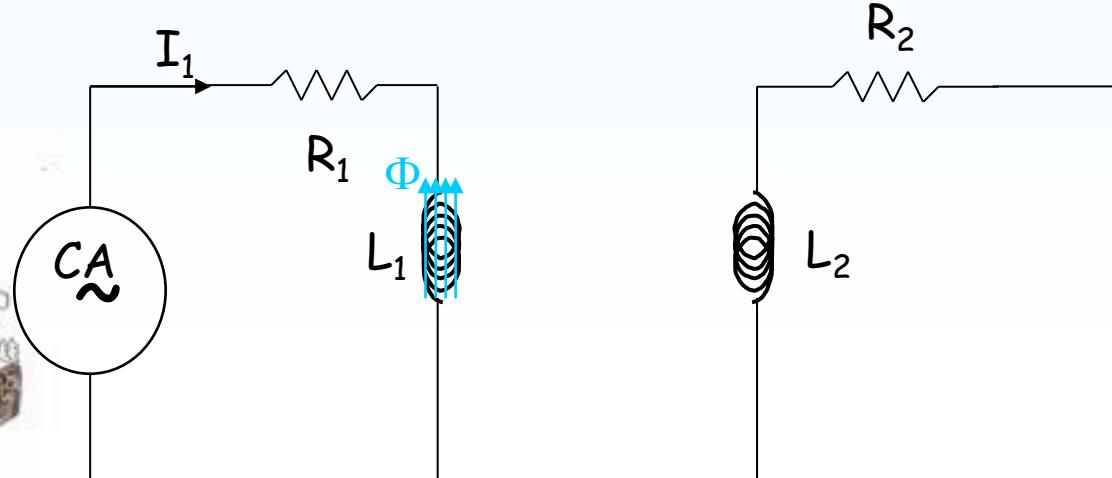
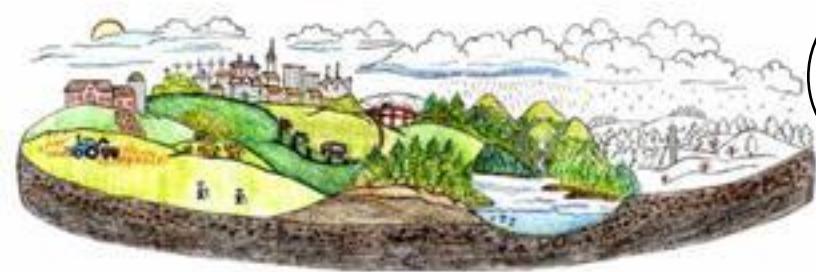
- Circuitos: combinaciones de elementos
  - Pilas, resistencias, y condensadores
  - Alambres con resistencia despreciable
- Dos tipos de corriente, según alimentación
  - Corriente Continua (CC): alimentación constante
    - Ejm: la batería de un coche da 12V (cuando conectada)
  - **Corriente Alterna (CA):** forma sinusoidal
    - Los 220V (50Hz) de un enchufe de la pared



# Inducción Mutua

- Consideramos el circuito siguiente
  - La resistencia opone la corriente (pero hay corriente)
  - La inductancia opone el cambio de corriente (pero hay)
  - Entonces, hay un flujo magnético fluctuando,  $\Phi_B(t)$
- Si se acerca otro circuito (sin corriente)
- Ahora,  $\Phi_{21}$  es el flujo magnético en cada espira de  $L_2$  inducido por la corriente en  $L_1$
- La inductancia mutua,  $M_{21}$  es el flujo magnético en cada espira de  $L_2$  inducido por la corriente  $I_1$

$$M_{12} \equiv \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$



# Inducción Mutua

- Hemos definido la inductancia mutua

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$

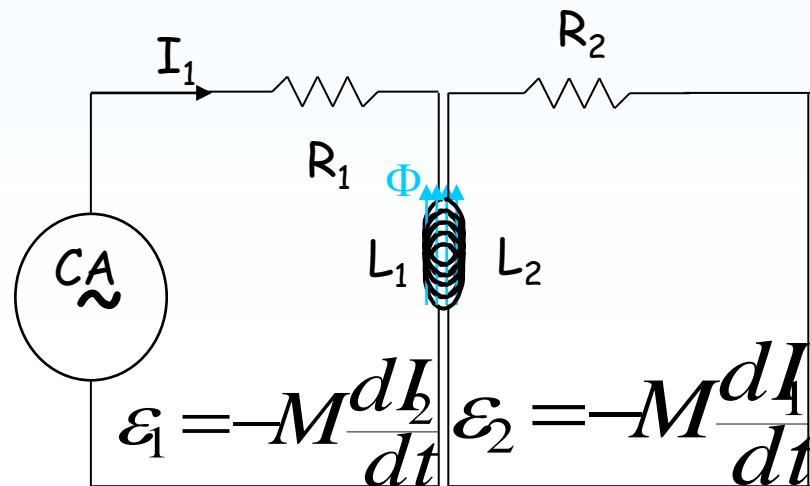
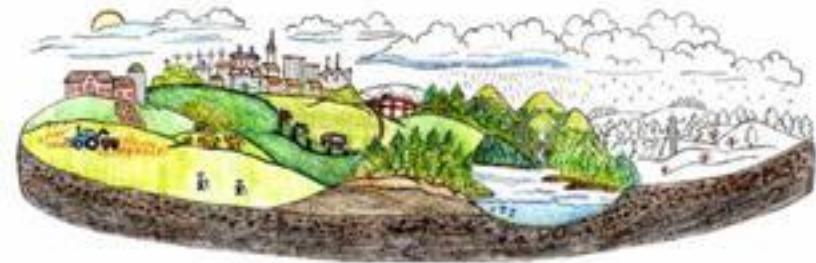
- Fuerza electromotriz inducida en el 2º circuito

- Faraday:  $\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{M_{12} I_1}{N_2} \right) = -M_{12} \frac{dI_1}{dt}$

- Se puede demostrar (simetría) que  $M_{12} = M_{21} = M$

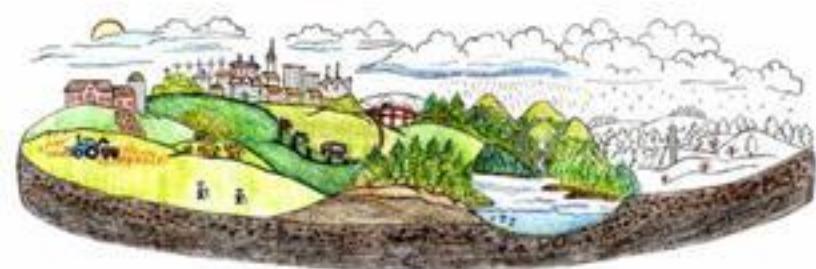
- $M$  tiene unidades de Henry (H)

Inducción mutua: la fuerza electromotriz inducida en una bobina es proporcional al cambio de corriente en la otra



# Programa

- XIV. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA Y CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA (2h)
- Ley de inducción de Faraday. Ley de Lenz. Aplicaciones de la ley de Faraday. Corrientes de Foucault. Inducción mutua. Autoinducción. Circuito LR. Energía magnética. Circuitos LC y LRC: oscilaciones eléctricas. Generadores de corriente alterna. Corriente alterna en una resistencia. Corriente alterna en un condensador. Corriente alterna en una bobina. Circuito LRC en serie con un generador. Potencia. Resonancia.



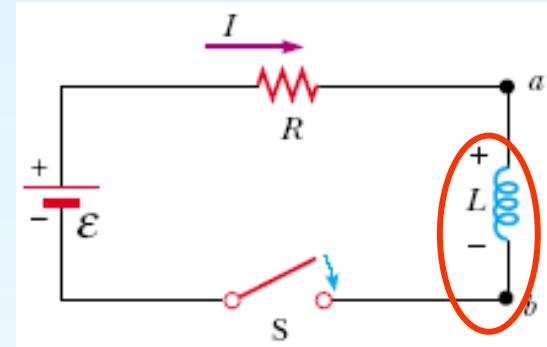
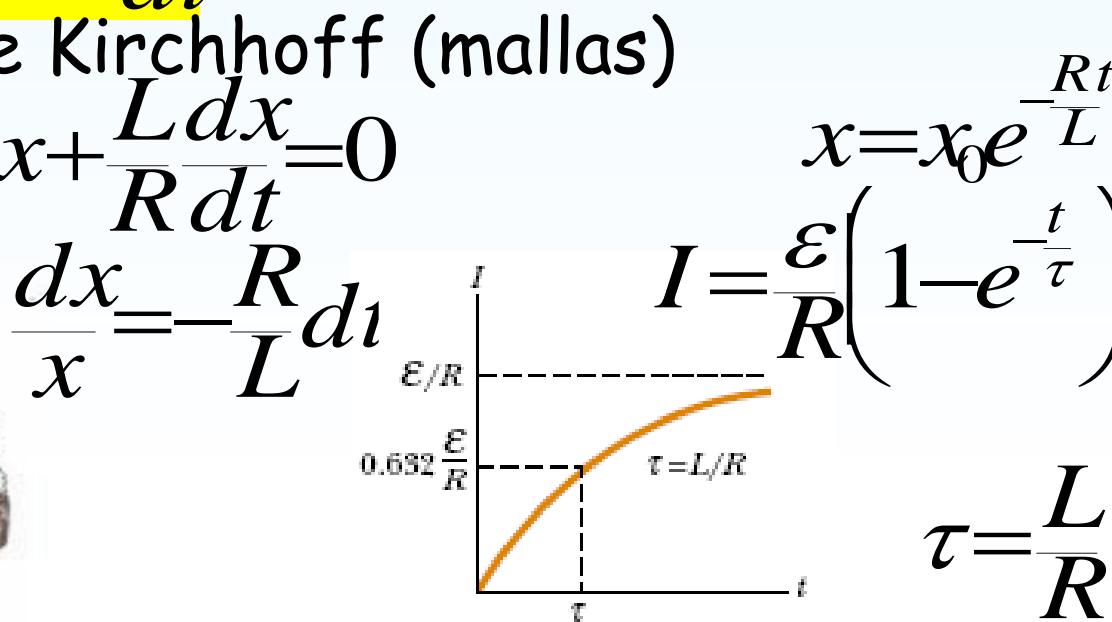
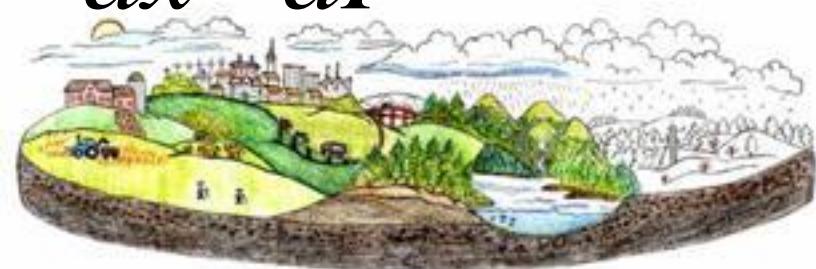
# Circuitos LR

## Inductores

- Una bobina en un circuito
  - Auto inductancia importante
  - Resiste cambios de corriente
  - Elemento llamado un "inductor" (L)
- Cerrar interruptor ( $t=0$ ):  $I(t)$  sube (¿cómo?)
- Sabiendo que  $V_L = L \frac{dI}{dt}$
- Aplicamos la 2<sup>a</sup> de Kirchhoff (mallas)

$$\varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad x + \frac{L dx}{R dt} = 0$$

Sea  $x = \frac{\varepsilon}{R} - I$   
 $dx = -\frac{dI}{R}$



# Circuitos LR Inductores

- Un inductor resiste un cambio de corriente, incluso negativo

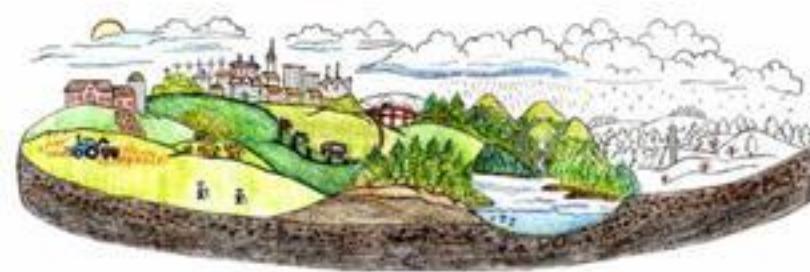
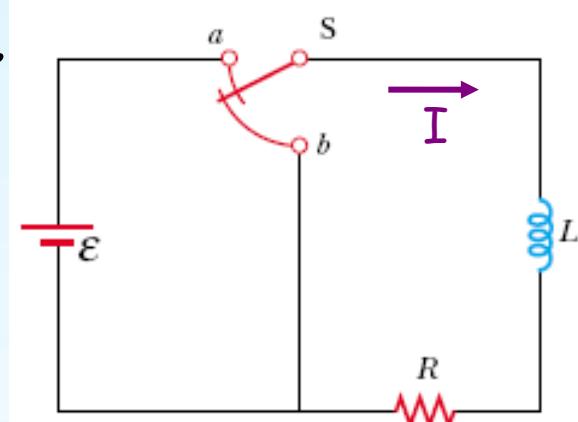
- Interruptor inicialmente en la posición  $a$  (equilibrio)  $I(0) = \frac{\mathcal{E}}{R}$
- En  $t=0$ , cambia a posición  $b$

- Circuito sin batería
  - Aún hay corriente (2<sup>a</sup> Ley de Kirchhoff)
  - La ecuación del circuito

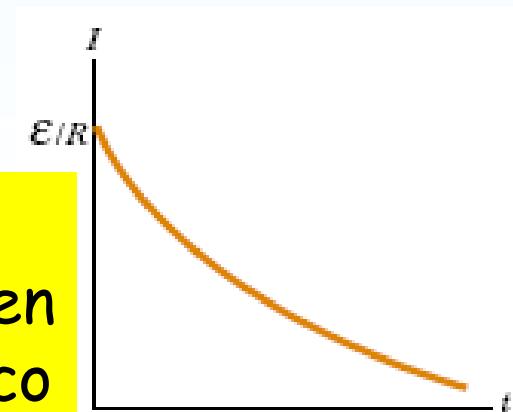
$$-IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

- Tiene solución

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



El inductor  
almacena energía en  
su campo magnético



# Energía magnética en un inductor

- Para el circuito recién conectado

$$\varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

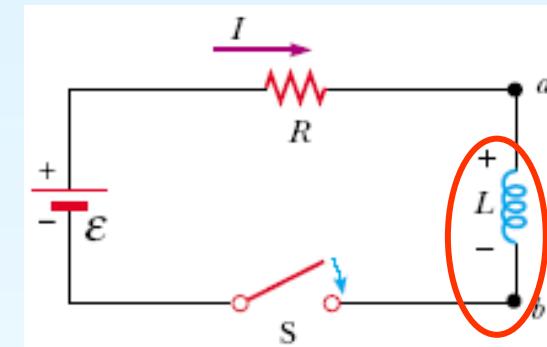
- Multiplicando cada término por I:

$$I\varepsilon = I^2R + LI \frac{dI}{dt}$$

Potencia entregada  
de la batería

Potencia "perdida"  
(calor) en la  
resistencia

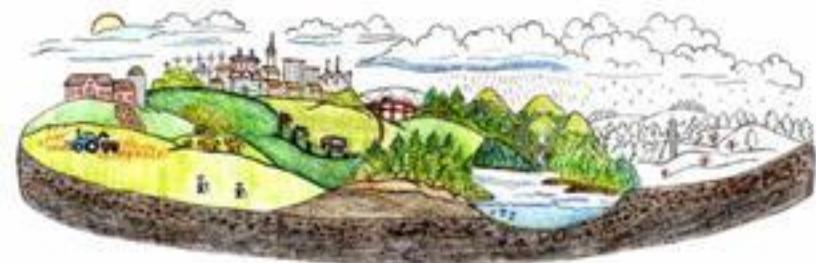
Potencia  
almacenada en el  
campo magnético  
del inductor



$$\int \frac{dU}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

Energía que se  
almacena en un  
inductor



# El Circuito LC

- Condensador inicialmente cargado con  $Q_{\max}$ , y se cierra interruptor:
- Examinamos la energía

- En  $t=0$ , en el  $E$  del condensador  $U = \frac{Q_{\max}^2}{2C}$

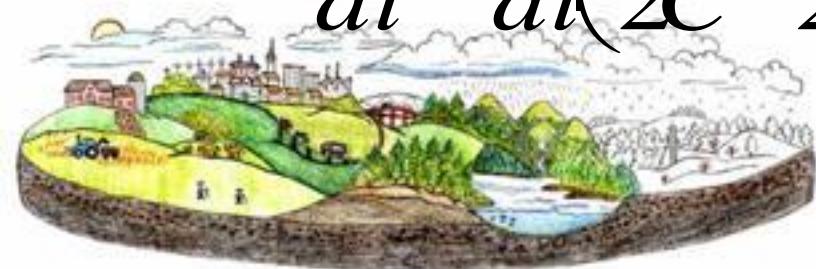
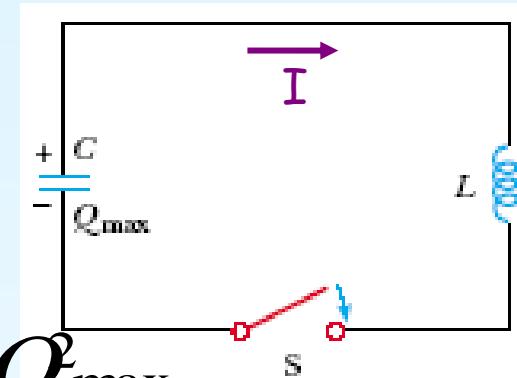
- Crece una corriente ( $I$ ), para descargar  $C$   
- Al crecer, almacena energía en  $L$

- La energía total almacenada es constante

$$U = U_C + U_L = \frac{Q_{\max}^2}{2C} + \frac{1}{2}LI^2$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2}LI^2 \right) = \frac{Q}{C} \cancel{\frac{dQ}{dt}} + L \cancel{\frac{dI}{dt}} = 0$$

$$\frac{Q}{C} + L \frac{d^2Q}{dt^2} = 0$$



# El Circuito LC

- Circuito determinado por una ecuación diferencial de orden 2:

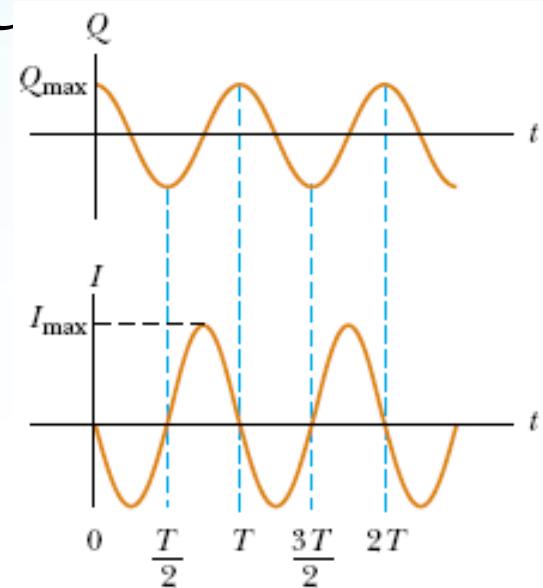
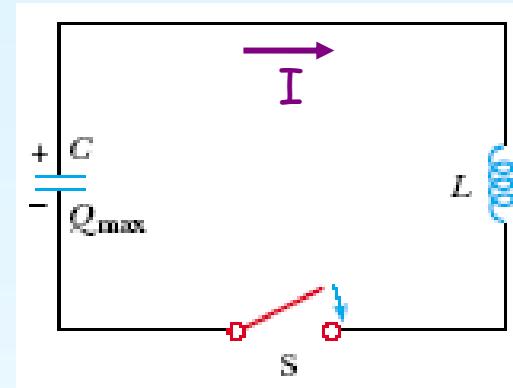
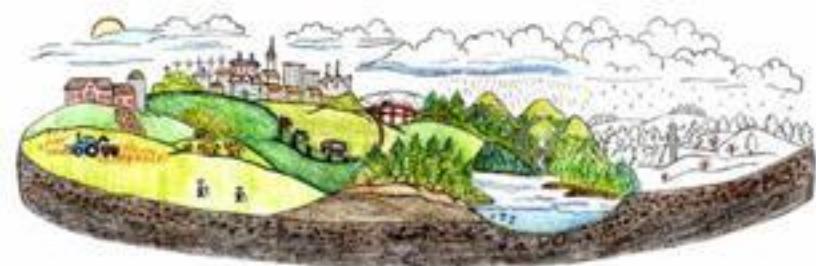
$$\frac{Q}{C} + L \frac{d^2 Q}{dt^2} = 0$$

- La solución es clásica

$$Q = Q_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Desfase entre
  - Corriente
  - Carga del condensador

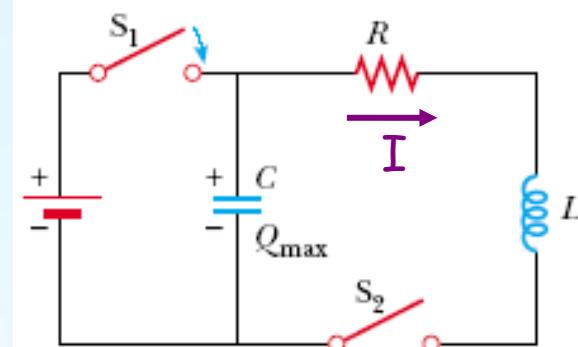


# El Circuito RLC

- Más realista: el circuito también tiene resistencia
  - "Pierde" energía en la R (calor)
  - No sigue oscilando indefinidamente
- Aún así, la solución es parecida:

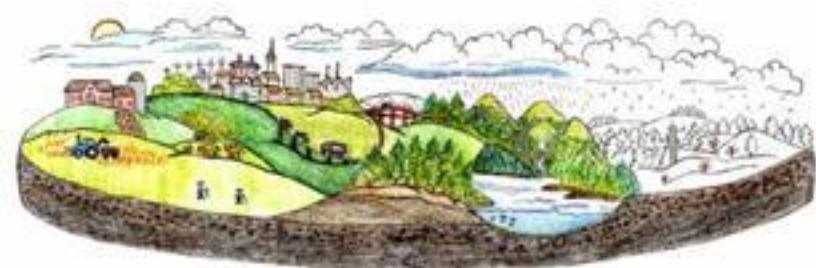
$$U = U_C + U_L = \frac{Q_{\max}}{2C} + \frac{1}{2} L I^2$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 \right) = \frac{Q dQ/dt}{C} + L I \frac{dI}{dt} = -I^2 R$$



$$\frac{Q}{C} + I R + L \frac{d^2 Q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} + L \frac{d^2 Q}{dt^2} = 0$$



# El Circuito RLC

$$\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} + L \frac{d^2Q}{dt^2} = 0$$

- Otra solución clásica:

$$Q = Q_{\max} e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos \omega_d t$$

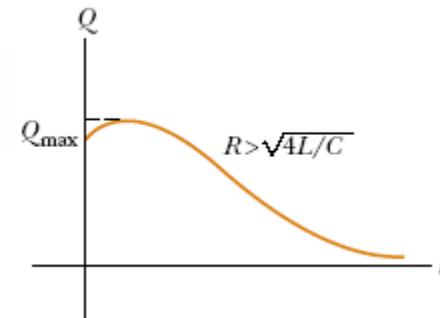
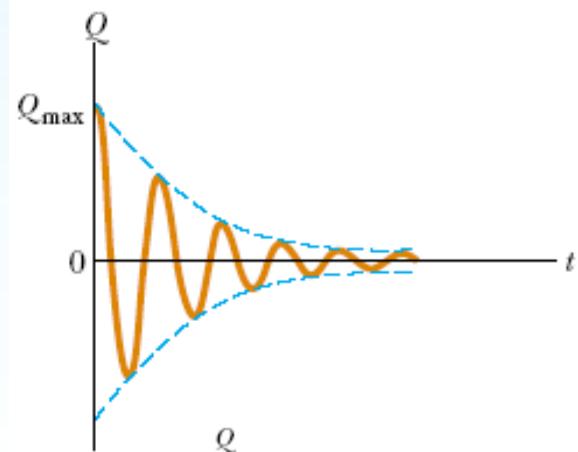
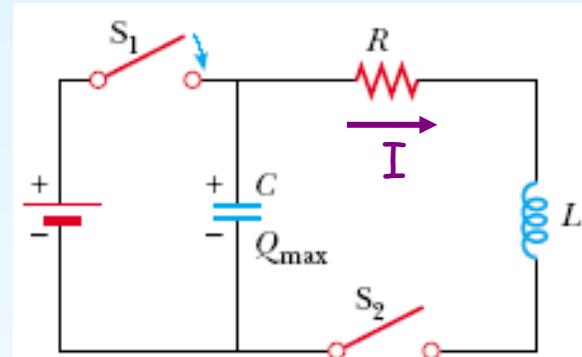
$$\omega_d = \left[ \frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2}$$

damped=amortiguada

Críticamente amortiguada (Lección 5):

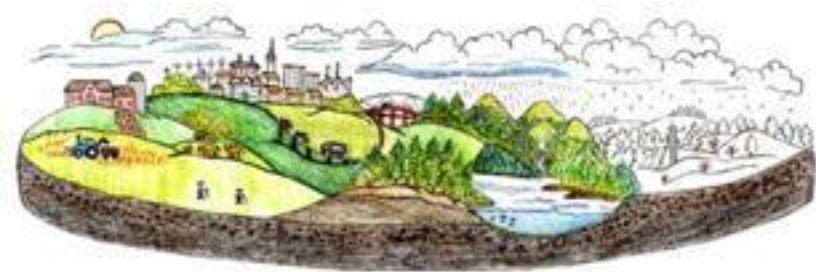


$$R_c = \sqrt{\frac{4L}{C}}$$



# Programa

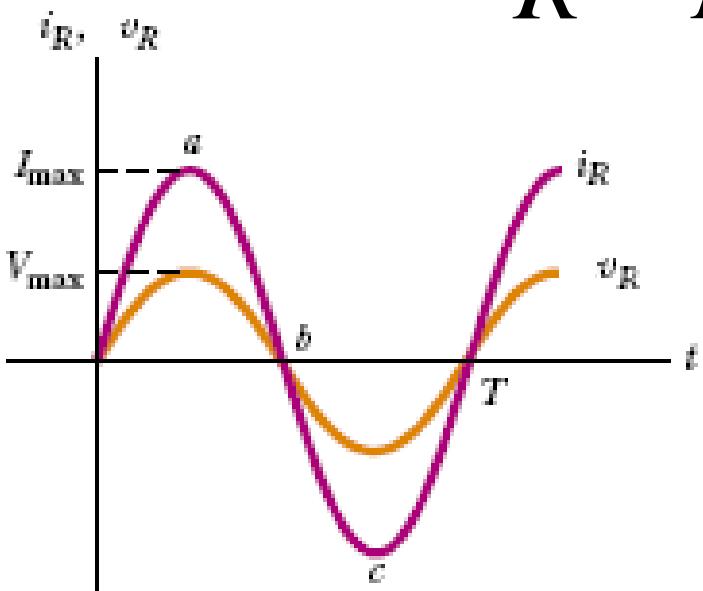
- **XIV. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA Y CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA (2h)**
- Ley de inducción de Faraday. Ley de Lenz. Aplicaciones de la ley de Faraday. Corrientes de Foucault. Inducción mutua. Autoinducción. Circuito LR. Energía magnética. Circuitos LC y LRC: oscilaciones eléctricas. **Generadores de corriente alterna. Corriente alterna en una resistencia. Corriente alterna en un condensador. Corriente alterna en una bobina. Circuito LRC en serie con un generador. Potencia. Resonancia.**



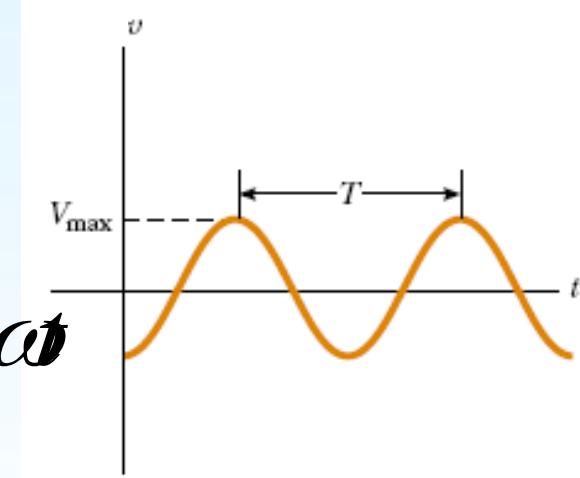
# Generadores de Corriente Alterna

## Corriente alterna en una resistencia

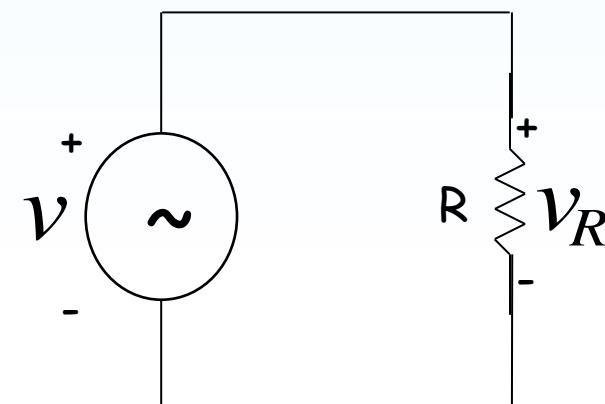
- Fuente de alimentación que suministra un voltaje alterna  $v=V_{\max} \sin \omega t$
- Leyes se aplican igualmente
  - Kirchhoff:  $v - v_R = 0$
  - Ohm:  $i = \frac{v_R}{R} = \frac{V_{\max}}{R} \sin \omega t = I_{\max} \sin \omega t$



$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{R}$$



La corriente  
y el voltaje  
están en fase



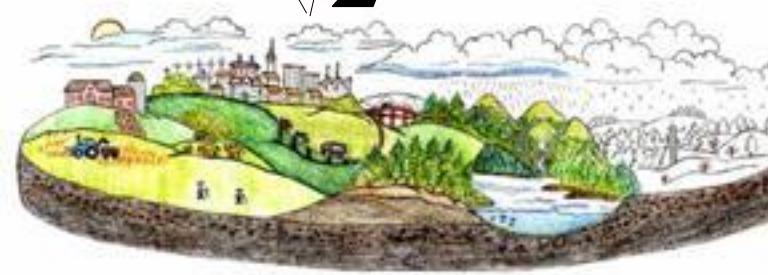
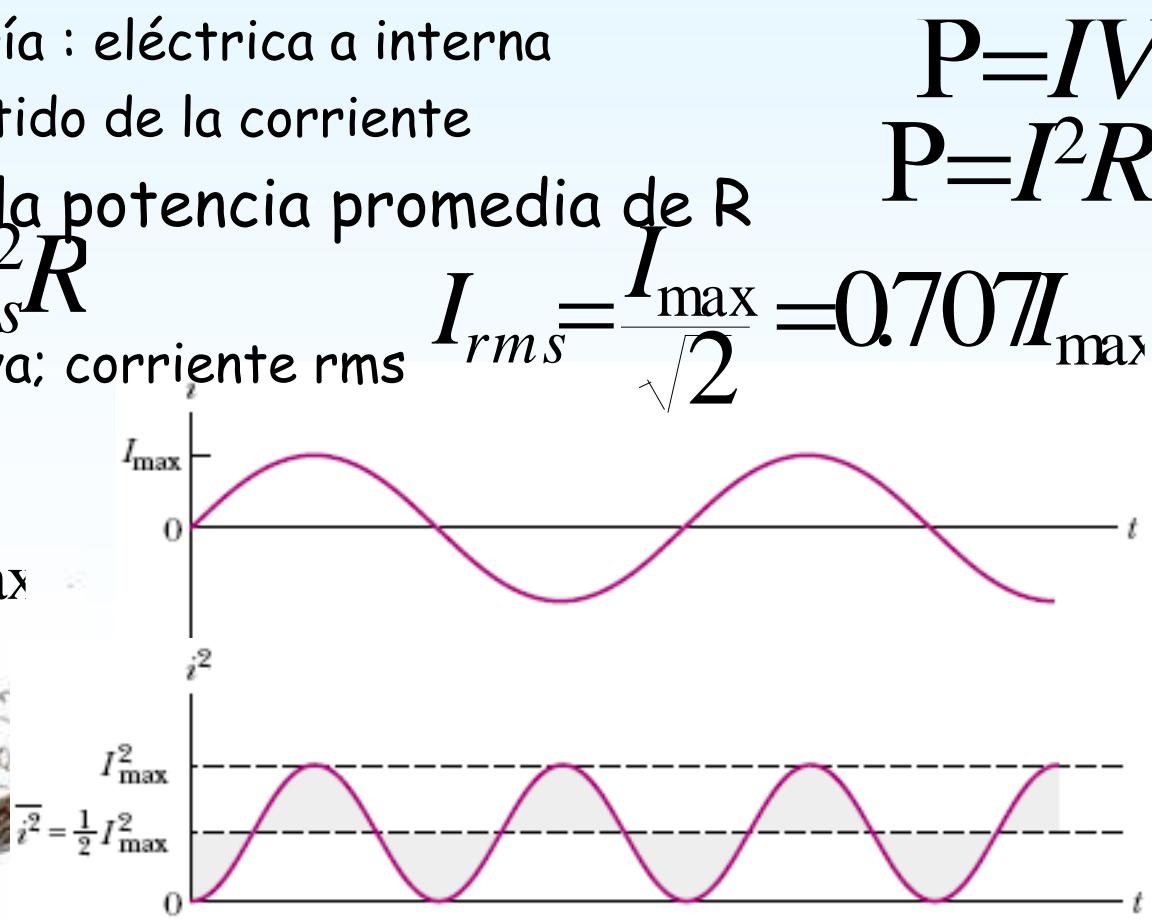
# Potencia de Corriente Alterna

- A largo plazo,  $\langle i_R \rangle = 0$ , (cambios de sentido)
- Papel energético de R
  - Conversión de energía : eléctrica a interna
  - No depende del sentido de la corriente
- A largo plazo, para la potencia promedio de R

$$P_{med} = I_{rms}^2 R$$

- La corriente efectiva; corriente rms
- Analógicamente

$$V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = 0.707 V_{max}$$



# Corriente Alterna en un Condensador

$$v_C = v = V_{\max} \sin \omega t$$

- Leyes se aplican igualmente

- Kirchhoff:  $v - v_C = 0$

- Def. de Capacidad:  $q = CV$

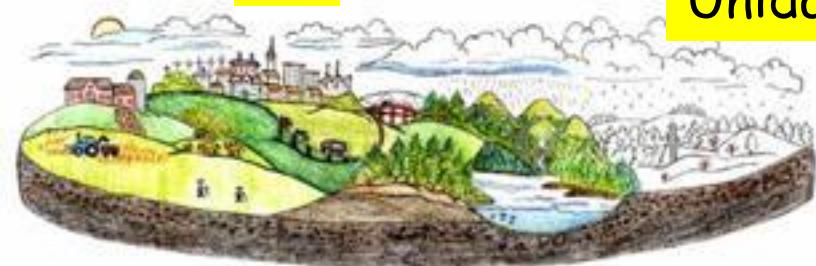
$$\frac{d}{dt}(q = CV_{\max} \sin \omega t) \\ i_C = \omega C V_{\max} \cos \omega t$$

Identidad trigonométrica

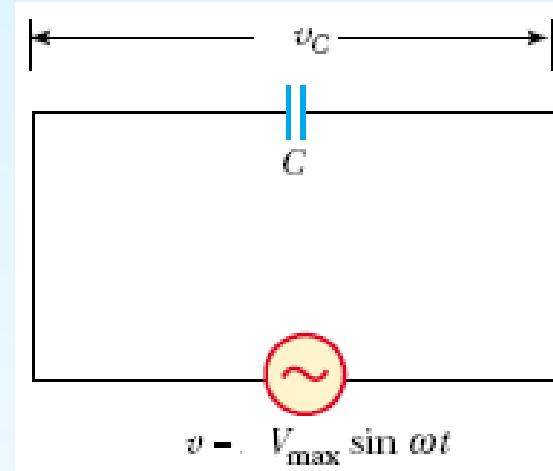
$$i_C = \omega C V_{\max} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{X_C}$$

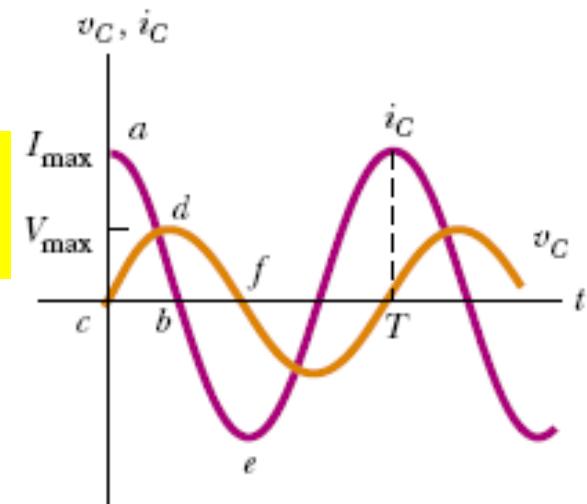
"Reactancia capacitativa"  
Unidades =  $\text{i ohmios}$  !



$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$



La corriente adelanta al voltaje en  $90^\circ$  en un condensador



# Corriente Alterna en un Inductor

$$v_L = v = V_{\max} \sin \omega t$$

- Leyes se aplican igualmente

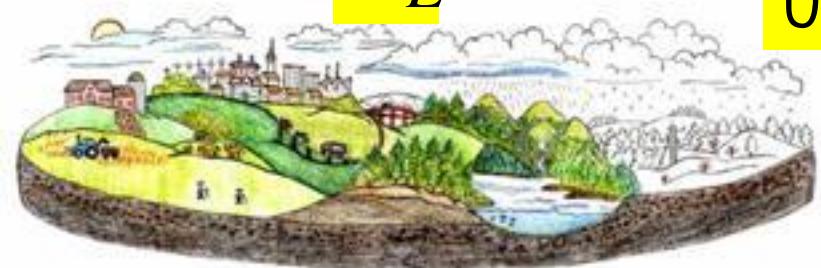
- Kirchhoff:  $v - v_L = 0$      $v - L \frac{di}{dt} = 0$

$$L \frac{di}{dt} = V_{\max} \sin \omega t \quad \int di = \frac{V_{\max}}{L} \int \sin \omega t$$

$$i_L = \frac{V_{\max}}{L} \int \sin(\omega t) dt = -\frac{V_{\max}}{\omega L} \cos \omega t$$

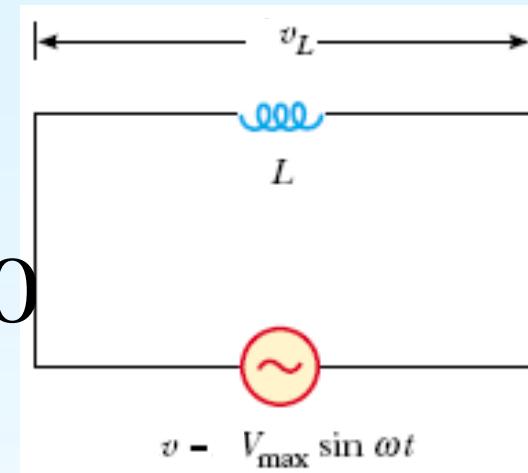
ID Trig.       $i_L = \frac{V_{\max}}{\omega L} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$

$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{X_L}$$

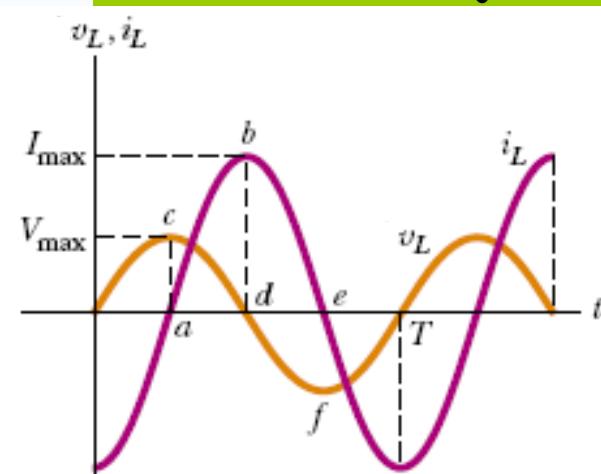


Reactancia inductiva  
Unidades = ohmios!

$$X_L = \omega L$$



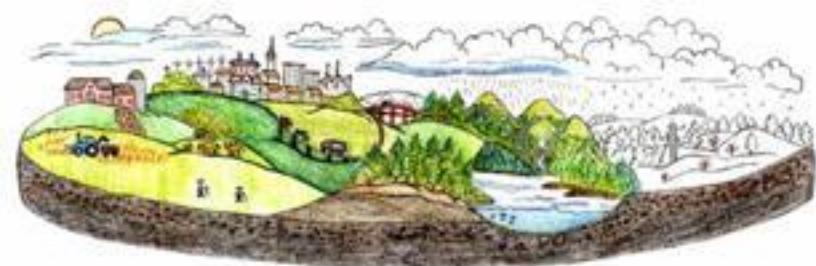
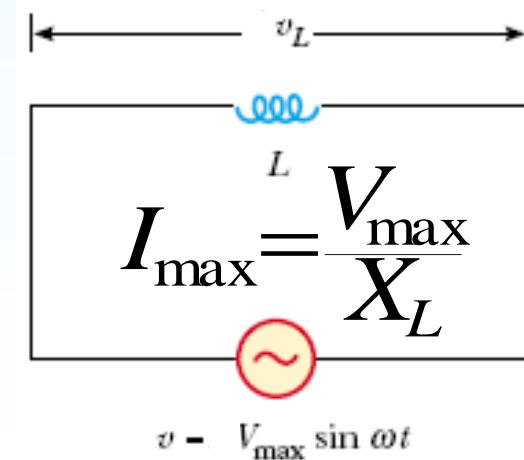
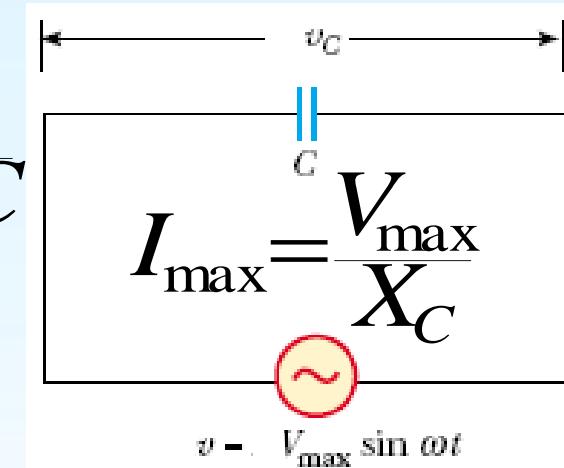
La corriente en un inductor está siempre retrasada  $90^\circ$  del voltaje



# Corriente Alterna en Condensadores e Inductores

## REACTANCIAS

- Para un condensador  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ 
  - Muy alta freq.  $\omega C \rightarrow \infty$ ,  $X_C \rightarrow 0$ 
    - Actúa como un corto circuito
  - Muy baja freq. (corriente directa)
    - $\omega C \rightarrow 0$ ,  $X_C \rightarrow \infty$  (un circuito abierto)
- Para un inductor  $X_L = \omega L$ 
  - Muy alta freq.  $\omega L \rightarrow \infty$ ,  $X_L \rightarrow \infty$
  - Muy baja freq.  $\omega L \rightarrow 0$ ,  $X_L \rightarrow 0$



# El Circuito RLC

- Se aplica un voltaje CA
- Corre **una sola** corriente
  - Por R, i estaría en fase con v ( $\phi = 0^\circ$ )
  - Por C, i estaría adelantada ( $\phi = 90^\circ$ )
  - Por L, i estaría retrasada ( $\phi = -90^\circ$ )

- ¿Qué efecto domina? Método:

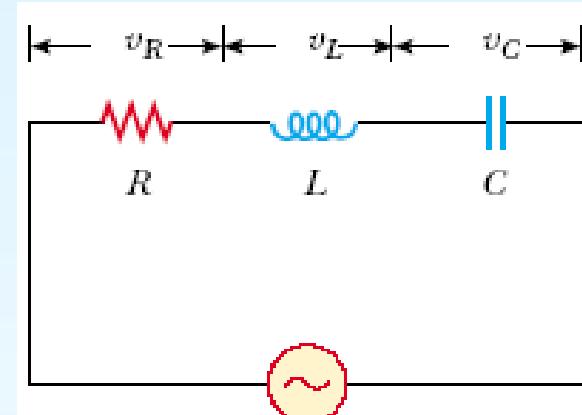
- Suponer  $i = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$  y examinar los v:

$$v_R = I_{\max} R \sin \omega t = V_R \sin \omega t$$

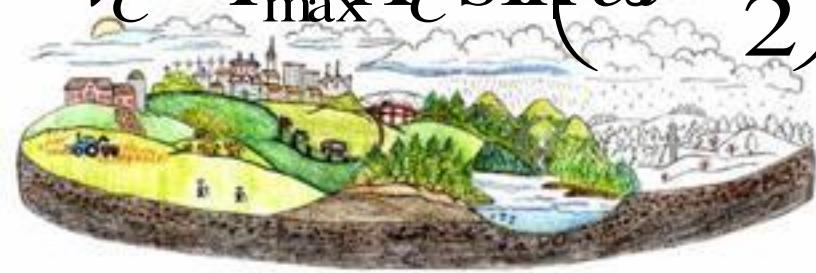
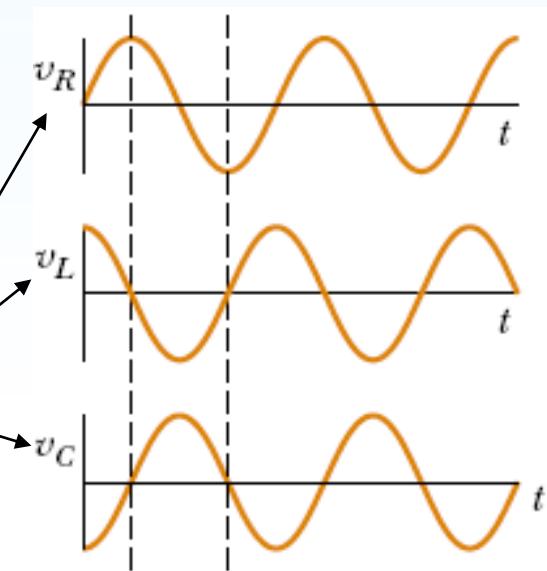
$$v_L = I_{\max} X_L \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = V_L \cos \omega t$$

$$v_C = I_{\max} X_C \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = -V_C \cos \omega t$$

Magnitudes  
relativos



$$v = V_{\max} \sin \omega t$$



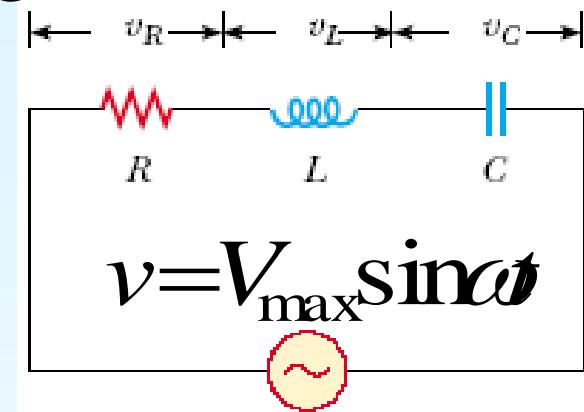
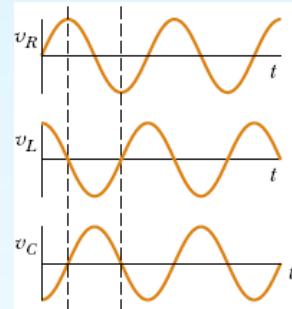
# El Circuito RLC

- Tenemos tres tensiones

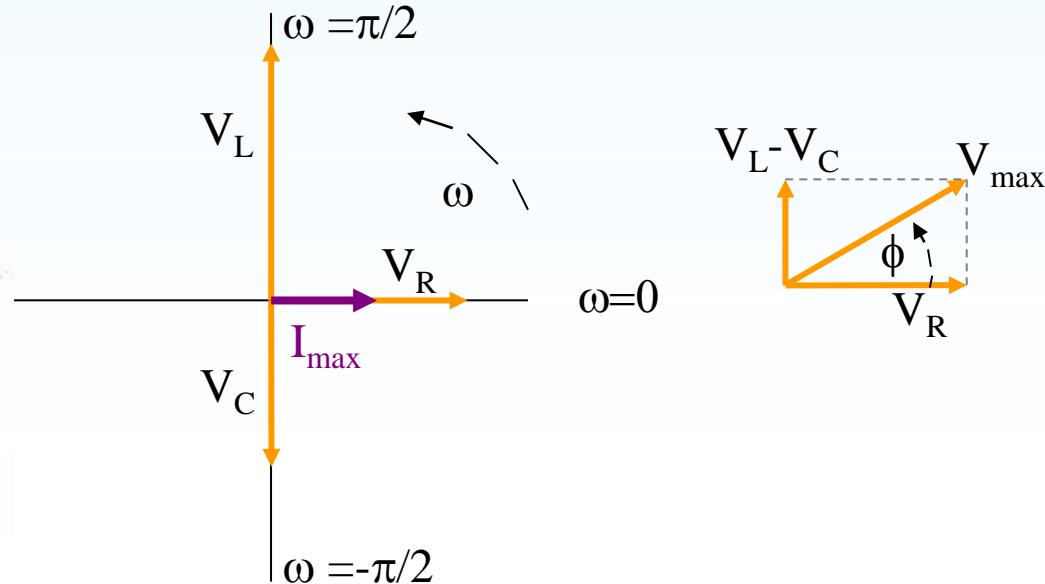
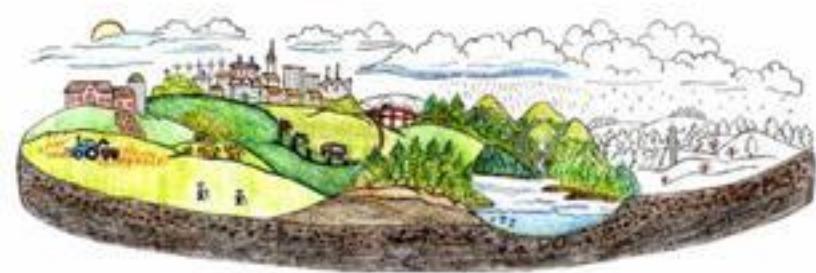
$$v_R = V_R \sin \omega t$$

$$v_L = V_L \cos \omega t$$

$$v_C = -V_C \cos \omega t$$



- Tensiones en dos componentes independientes:
  - En fase con la fuente (v): efecto de R
  - $90^\circ$  de desfase: combinación de efectos de L y C
  - Tratamiento vectorial



# El Circuito RLC

- Suma vectorial:

$$V_{\max} = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$V_{\max} = \sqrt{(I_{\max} R)^2 + (I_{\max} X_L - I_{\max} X_C)^2}$$

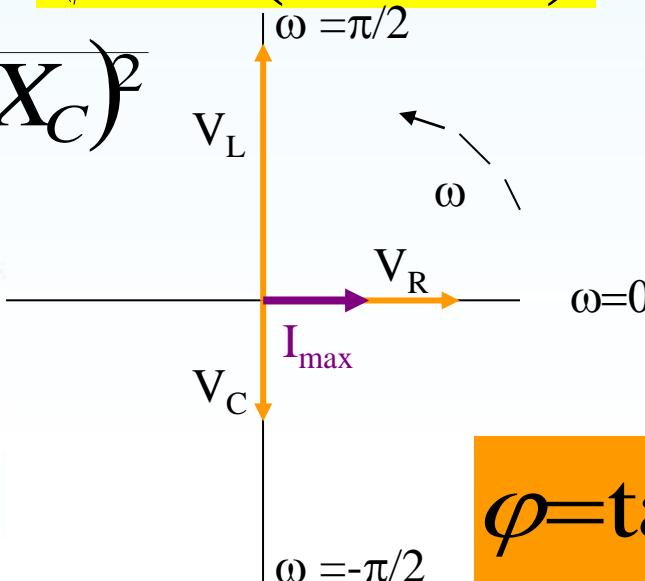
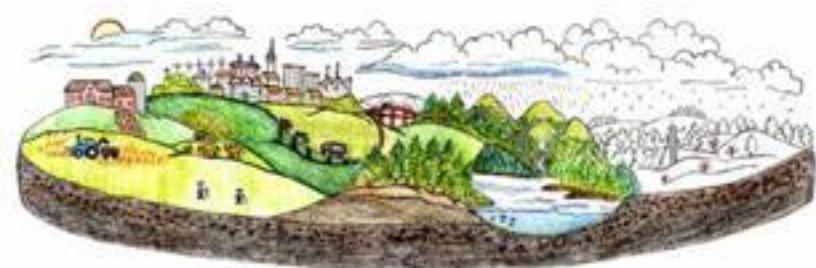
$$V_{\max} = I_{\max} \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

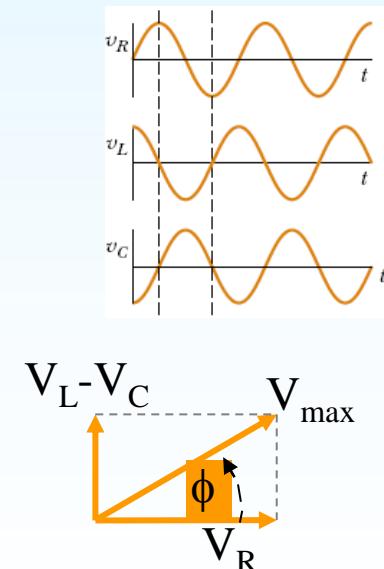
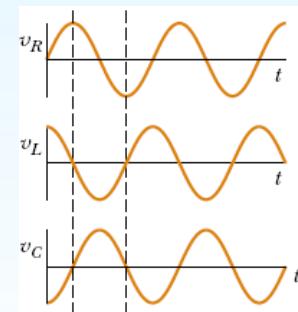
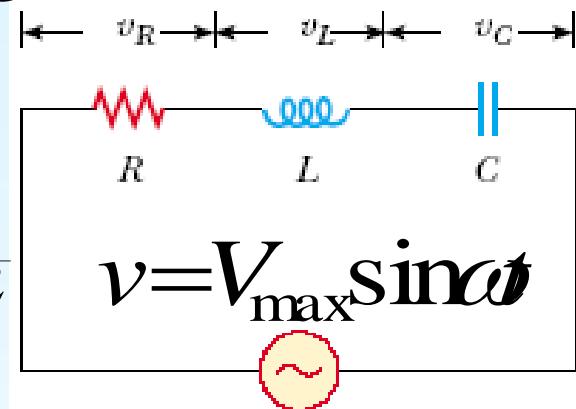
- Impedancia:

$$Z \equiv \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Unidades = i ohmios !



$$\varphi = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}$$

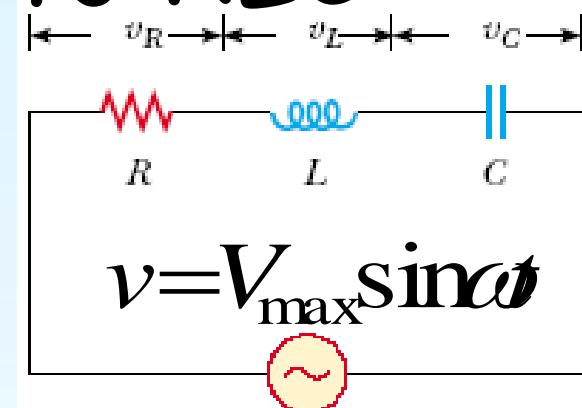


# Potencia en el Circuito RLC

- Potencia eléctrica instantánea:

$$P = iV = I_{\max} \sin(\omega t - \varphi) V_{\max} \sin \omega t$$

- Una función complicada del tiempo
- No es muy interesante resolver
- Su **promedio** sí



ID Trig.  $\sin(\omega t - \varphi) = \sin \omega t \cos \varphi - \cos \omega t \sin \varphi$

más Trig.  
Promedio  
(integrar)  $P = \frac{1}{2} I_{\max} V_{\max} \cos \varphi$

$$P = \frac{1}{2} (\sqrt{2I_{rms}})(\sqrt{2V_{rms}}) \cos \varphi$$

$$P = I_{rms} V_{rms} \cos \varphi$$

"factor de potencia"

Para la resistencia (en fase):  
 $V_R = V_{\max} \cos \varphi = I_{\max} R$

$$P = I_{rms} V_{rms}$$

La "perdida" de potencia en un circuito LRC se debe puramente a la(s) resistencia(s) en el circuito



# Resonancia en el Circuito RLC

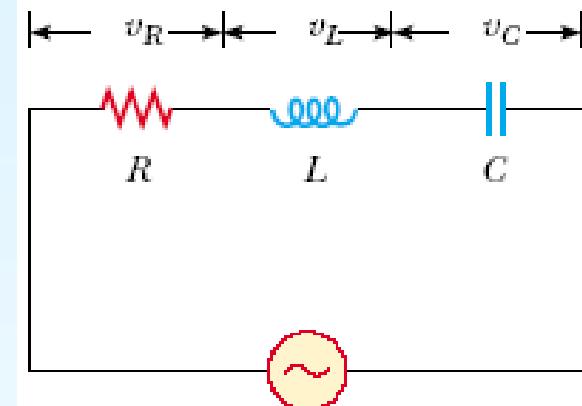
- Un circuito RLC está *en resonancia* cuando tenga una frecuencia que maximiza la corriente  $I_{rms}$
- En general tenemos

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

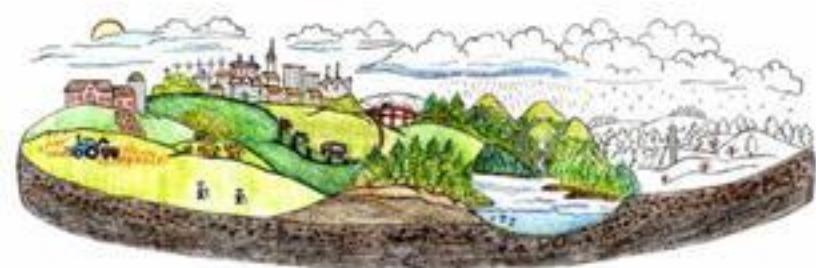
- Tanto  $X_L$  como  $X_C$  dependen de la frecuencia  $\omega$
- Resonancia cuando  $X_L$  iguale  $X_C$  (y así  $\phi=0$ )

- Frecuencia de resonancia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



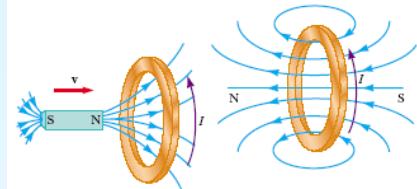
La frecuencia de la fuente de alimentación iguala la frecuencia natural del circuito



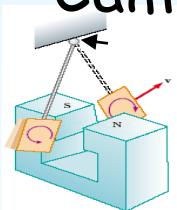
# Conceptos/Ecuaciones a Dominar

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

- Ley de inducción de Faraday
- Ley de Lenz: Corriente inducida en la dirección que creé un campo magnético que oponga el cambio de flujo magnético ( $\Phi_B$ )
- Campos  $E$ : conservativo (carga estática) y no (Faraday)



Corriente de Foucault

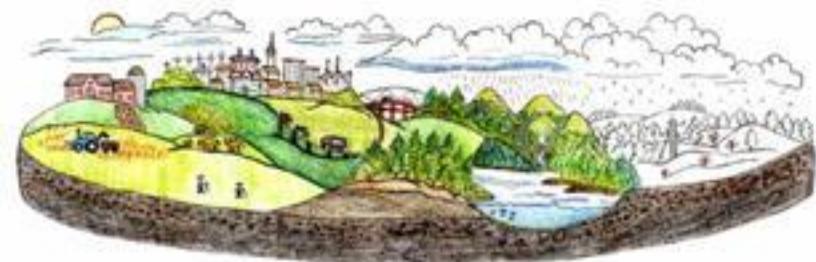


- Autoinducción e inducción mutua
- Inductores
- Circuitos LR, LC, RLC
- Circuitos CA ( $I_{rms}$ , Potencia, resonancia)

$$L = \mu_0 n \ell$$

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dl}{dt} \quad \mathcal{E}_i = -M \frac{dI_2}{dt}$$

$$V_L = L \frac{dI}{dt}$$



Fjord

