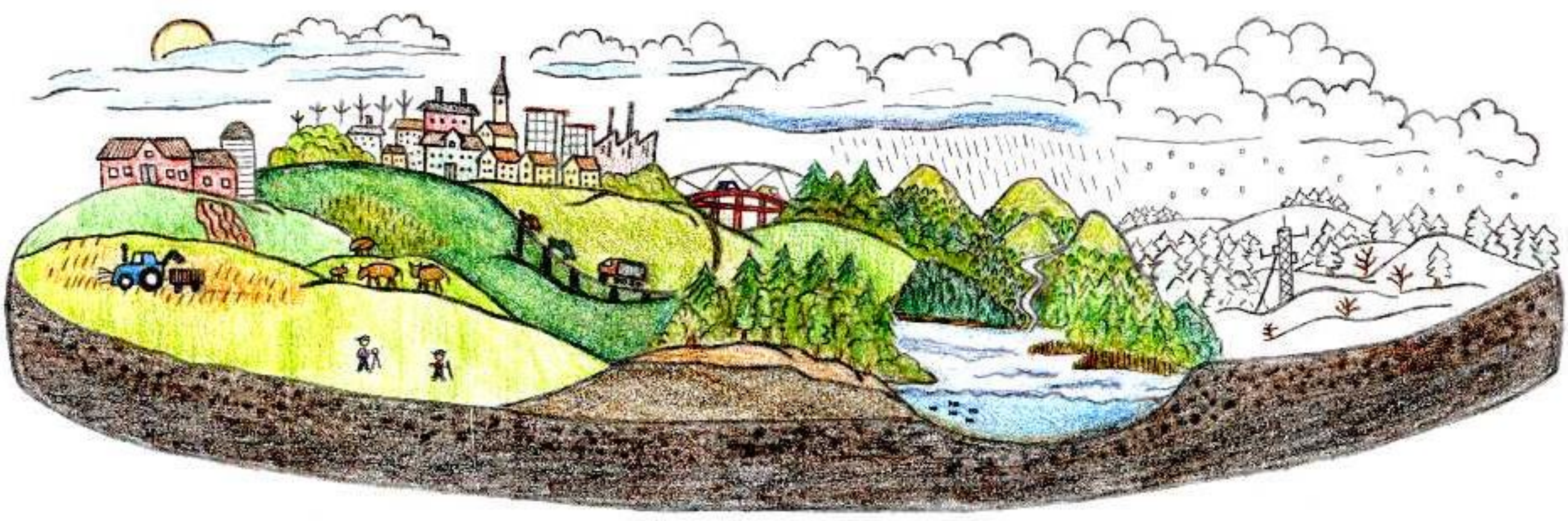
Bases Físicas del Medio Ambiente

Ondas

Animation courtesy of Dr. Dan Russell, Kettering University



Programa

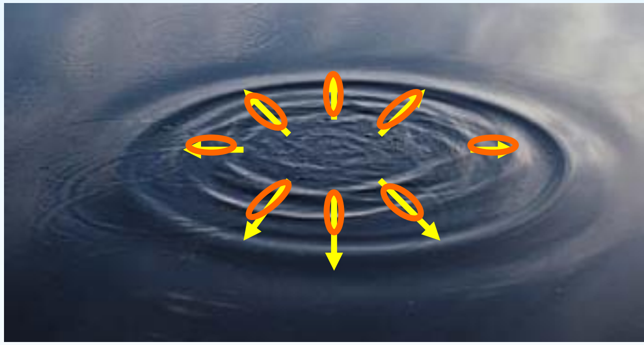
- **VI. ONDAS. (2h)**
- Introducción. Características de las ondas. Pulsos. Ondas armónicas. Ecuación de ondas. Potencia de una onda. Interferencia de ondas armónicas. Ondas sonoras. Audición. Análisis de Fourier de ondas periódicas. Fuentes de sonido. Interferencia de ondas sonoras y pulsaciones. Efecto Doppler para el sonido.

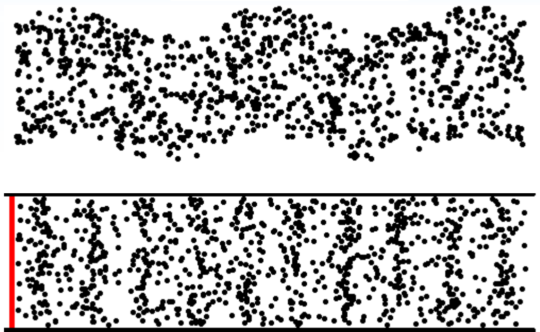
Programa

- **VI. ONDAS. (2h)**
- Introducción. Características de las ondas. Pulsos. Ondas armónicas. Ecuación de ondas. Potencia de una onda. Interferencia de ondas armónicas. Ondas sonoras. Audición. Análisis de Fourier de ondas periódicas. Fuentes de sonido. Interferencia de ondas sonoras y pulsaciones. Efecto Doppler para el sonido.

¿Qué es una onda?

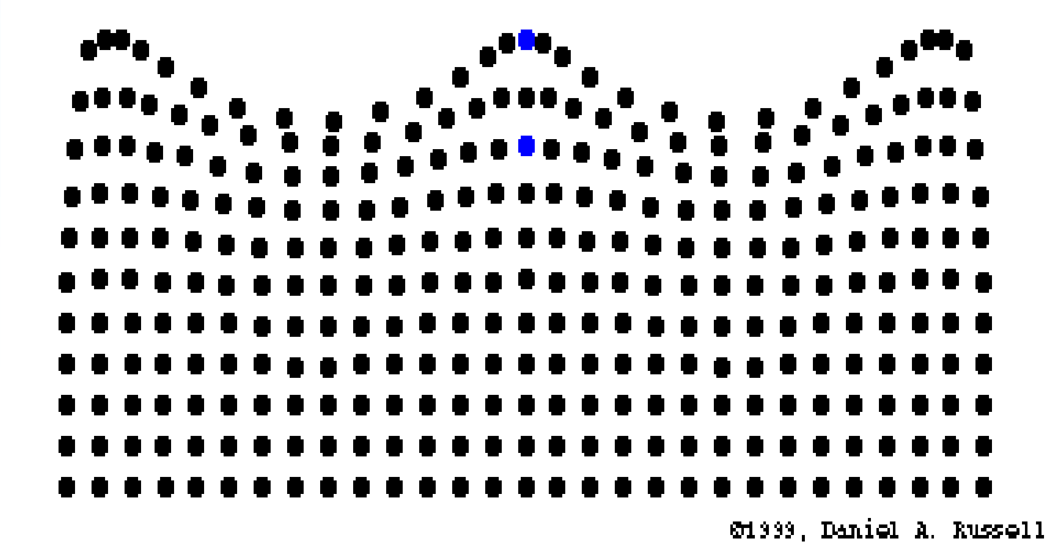
- Todos hemos visto ondas que empiecen cuando se lanza una piedra al agua
  - Hay que diferenciar entre
    - Velocidad de la onda
    - Velocidad del agua
- Onda: un concepto abstracto
  - La onda no transporta agua
  - Transporta energía
- Muchos tipos de ondas
  - Este Tema: Ondas mecánicas





Hincapié

- Diferenciar entre dos velocidades
  - La velocidad (de fase) de la onda
  - La velocidad de cada partícula



Características de las ondas

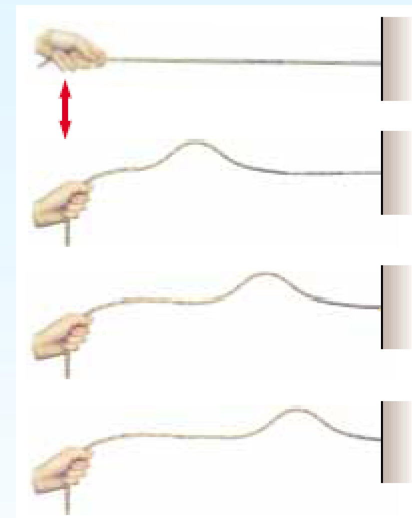
- Todas las ondas mecánicas necesitan
  - 1. Alguna fuente de perturbación
  - 2. Un medio, a través del cual se propaga
  - 3. Un mecanismo (físico) - relaciona los elementos del medio
- Ejemplos
  - Pulso/cuerda (1. Mano; 2. Cuerda; 3. Contacto)

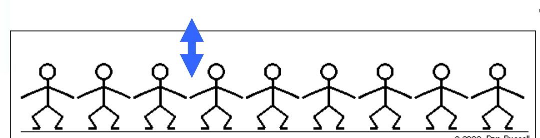
Transversal

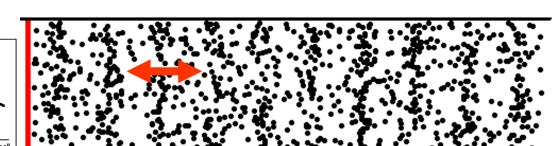
  - Gente (1. 1ª Persona; 2. La Gente; 3. Psicología)
  - Un fluido (ondas armónicas)
    - Olas en agua (1. Viento; 2. Agua; 3. Fricción)

Longitudinal

    - Sonido (1. Ruido; 2. Agua/aire; 3. Compresión)

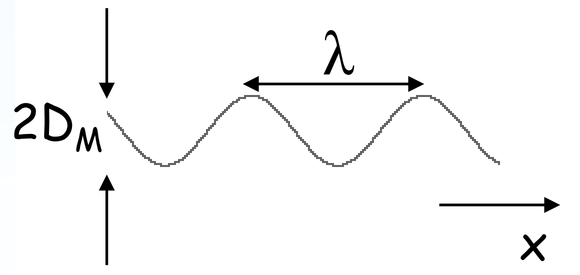


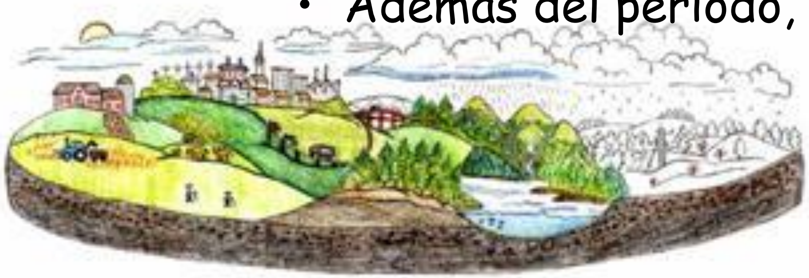




Características de la propagación de ondas armónicas

- Se trata de una vibración, causada por una perturbación
- Si la perturbación es un MAS:
  - La onda tendrá forma sinusoidal
  - El movimiento en cualquier punto fijo es MAS
- Ahora nos fijamos en la onda, y no tan solo el MAS
  - Parámetros
    - El desplazamiento máximo, D_M
    - Variación espacial (frente a x)
    - Además del periodo, la longitud de onda (λ)

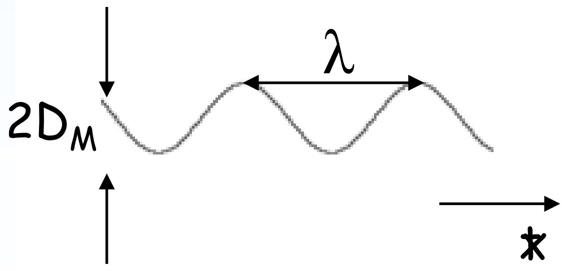




Propagación de las ondas

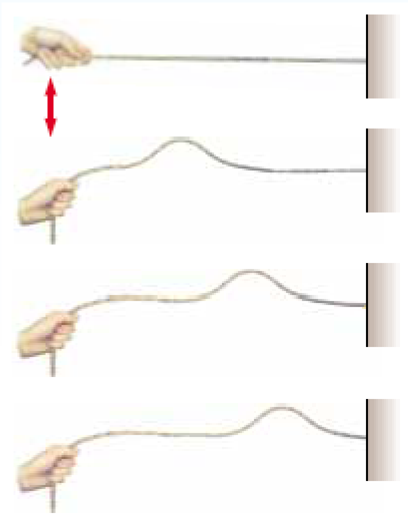
- El periodo (T) tiene dos definiciones (equivalentes):
  - Como en el caso de MAS
    - El tiempo para un MAS complete en un punto fijo (x=cte)
  - Algo nuevo (propagación espacial)
    - El tiempo para que la onda se mueve una distancia de λ
- Velocidad de la onda

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$



Propagación de las ondas
Velocidad

- La velocidad de una onda depende de las propiedades del medio
- Ejm.: para un pulso en una cuerda, $v = \sqrt{\dfrac{F_T}{\mu}}$
  - F_T : la fuerza de tensión
  - μ : densidad lineal (masa / longitud)
- Solo lo examinamos cualitativamente: (¡ Hurra !)
  - Más tensión
    - Mejor contacto entre vecinos en la cuerda
    - Más velocidad
  - Más masa
    - Más inercia
    - Menos velocidad



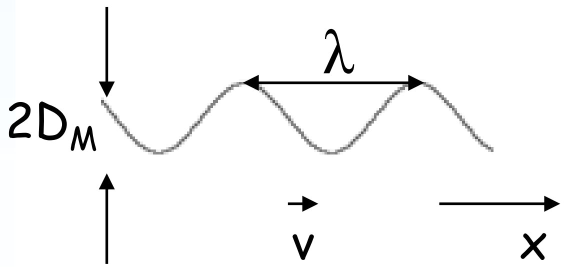
Programa

- **VI. ONDAS. (2h)**
- Introducción. Características de las ondas. Pulsos. Ondas armónicas. Ecuación de ondas. Potencia de una onda. Interferencia de ondas armónicas. Ondas sonoras. Audición. Análisis de Fourier de ondas periódicas. Fuentes de sonido. Interferencia de ondas sonoras y pulsaciones. Efecto Doppler para el sonido.

Ecuación de Ondas

- El desplazamiento de una onda se deriva de la ecuación de ondas $$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$$
- Nos enfocamos solo en su solución; foto (en t=0): $$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$
- Después de un tiempo t, toda la onda habrá movido a la derecha una distancia vt, entonces: $$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)$$
- Visto de otra manera, un surfero observaría un valor cte. de la fase: $x\text{-}vt$ (v = la velocidad de fase)
- Dado que $vT = \lambda$, podemos escribir

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right)$$



Ecuación de Ondas

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right)$$

- Para simplificar la forma, podemos definir:

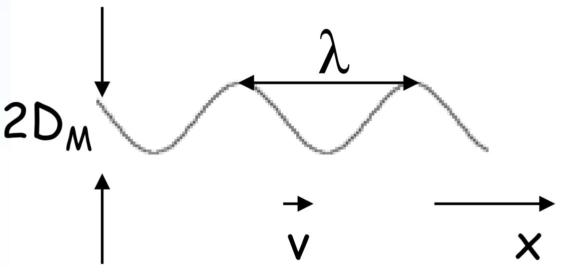
$$D = D_M \sin\left(kx - \omega t\right)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$ "número de onda"

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$ "frecuencia angular"

- Sin suponer que D=0 cuando x=0 y t=0,

$$\boxed{D = D_M \sin\left(kx - \omega t + \phi\right)}$$



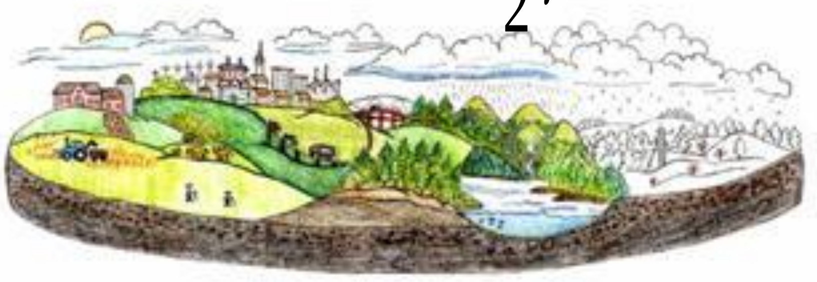
Energía/Potencia de una Onda

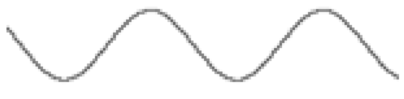
- Para entender el concepto, vamos a considerar una onda transversal (sinusoidal) en una cuerda
  - Para un elemento de longitud Δx con masa Δm
  - Tiene una velocidad transversal de $v_y = -\omega A \cos(kx - \omega t)$
- Su energía cinética es $\Delta K = \frac{1}{2}\Delta m\, v_y^{\,2}$
- Acordarse : densidad lineal → $\Delta m = \mu\, \Delta x$
- Pasando a un elemento infinitésimo $dK = \frac{1}{2}(\mu\, dx)\, v_y^{\,2}$
- Ahora, para un MAS=f(x), podemos escribir

$$dK = \frac{1}{2}\mu[\omega A \cos(kx - \omega t)]^2 dx$$

$$dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t)dx$$

Amplitud
Desplazamiento
$A = D_M$





Energía/Potencia de una Onda

- Energía cinética de un segmento infinitésimo de la cuerda:

$$dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t)dx$$

  - Sacamos una foto instantánea en el momento ($t=0$)

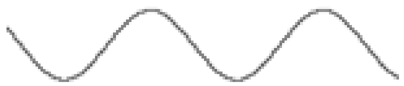
$$dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx$$

  - Hacemos la integración de todos los elementos de la cuerda contenidos en una longitud de onda (λ)

$$K = \int dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \int \cos^2(kx)dx$$

$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{4k}\sin(2kx)\right]_0^{\lambda} = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

¿Otro tipo de energía?



Energía/Potencia de una Onda

- Energía cinética de una longitud de onda de la cuerda: $K_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$
- La onda también contiene energía potencial
  - Para acelerar los elementos con v_y=0 (ubicados en D = ±D_M)
  - Debido al desplazamiento del equilibrio (fuerzas de sus vecinos)
  - Pasamos de un análisis muy similar para concluir:
- Energía potencial de una longitud de onda de la cuerda: $U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$
- Energía total de una longitud de onda: $E_\lambda = K_\lambda + U_\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$
- Tal energía (E_λ) pasa un punto dado en un periodo (T) de onda, y así define la potencia (*P*) de la onda

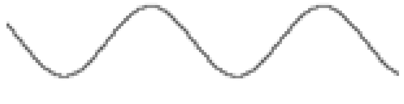
$$P = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \left(\frac{\lambda}{T}\right) = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

Energía/Potencia de una Onda

- La potencia (P) de una onda transversal en una cuerda es proporcional:
  - al cuadrado de la frecuencia (angular)
  - al cuadrado de la amplitud
  - a la velocidad

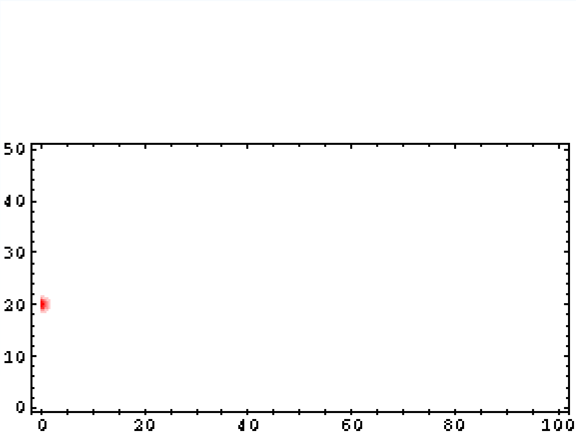
$$P = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

- La transferencia de energía para cualquiera onda de forma sinusoidal es proporcional:
  - al cuadrado de la frecuencia
  - al cuadrado de la amplitud



Intensidad de una Onda

- Potencia (P) de la onda transversal $$P = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$
- Definimos la intensidad (I) de la onda
  - La potencia (transporte de energía por unidad de tiempo) por unidad de superficie (S) $$I = \frac{P}{S}$$ (W m^{-2}; kg s^{-3})
- Emisión de sonido desde un punto (todas direcciones)
  - Onda esférica $$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$
  - Ley del cuadrado inverso

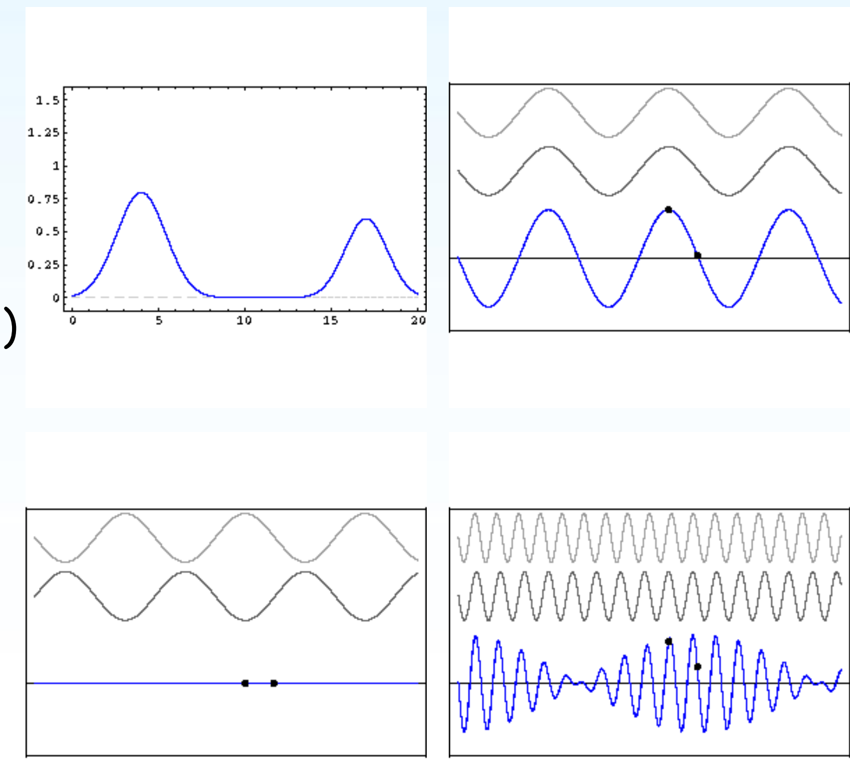


Programa

- **VI. ONDAS. (2h)**
- Introducción. Características de las ondas. Pulsos. Ondas armónicas. Ecuación de ondas. Potencia de una onda. Interferencia de ondas armónicas. Ondas sonoras. Audición. Análisis de Fourier de ondas periódicas. Fuentes de sonido. Interferencia de ondas sonoras y pulsaciones. Efecto Doppler para el sonido.

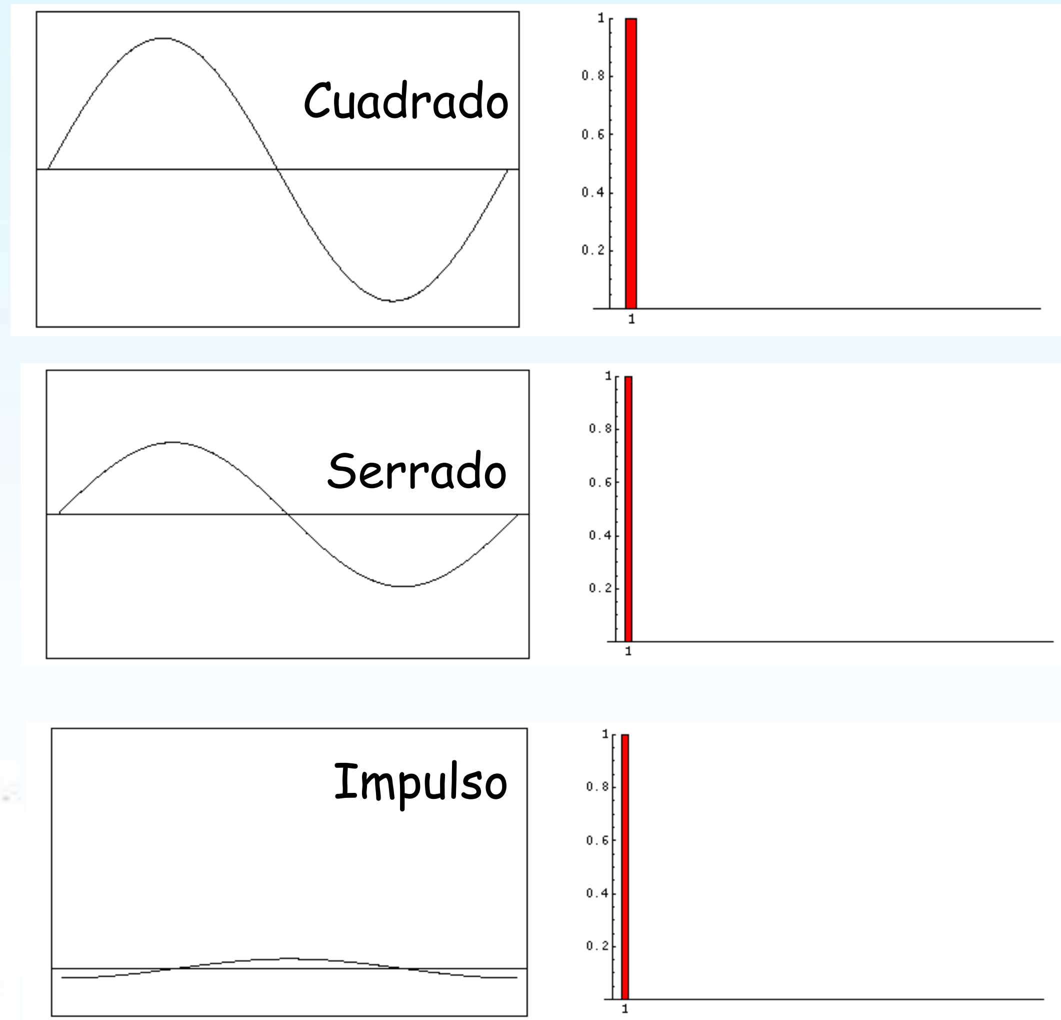
Interferencia de Ondas

- "El principio de superposición":
- Cuando dos ondas coinciden espacialmente, el desplazamiento de una partícula es la suma (vectorial, algebraico) de los desplazamientos individuos
- Válido para
  - Ondas mecánicas
    - Desplazamiento no "demasiado grande"
    - Relación lineal entre la fuerza de restauración y el desplazamiento (MAS)
  - Ondas electromagnéticas (vacío)
- Trigonometría



Análisis Fourier

- Muy brevemente: Si se supone una periodicidad de cualquier señal, se puede reproducir por una suma de ondas sinusoidales:
  - Ejemplos más difíciles a creer:



Ondas Sonoras
Preludio: Compresión de Materias

- La compresión: propiedad de una materia
- Materia se reduce (*relativamente*) en volumen frente a un aumento de presión (ΔP):

$$-B\frac{\Delta V}{V} = \Delta P$$

- B = módulo de compresión ("bulk modulus")
- Rigidez/(no elasticidad de la materia)

$$B \equiv -V\frac{dP}{dV}$$

Materia	B (10^9 N m^{-2})
Acero	140
Mármol	70
Agua	2
Aire (STP)	< 0.0002

Ondas Sonoras
Velocidad

- Acordarse: velocidad de onda transversal en una cuerda $v = \sqrt{\dfrac{F_T}{\mu}}$
  - F_T es la tensión (una propiedad elástica)
  - μ (masa/longitud) es una "densidad" longitudinal
- Analógicamente: la velocidad de onda de sonido es $v = \sqrt{\dfrac{B}{\rho}}$
  - B es el módulo de compresión (propiedad elástica)
  - ρ es la densidad
- Consecuencias
  - El sonido propaga más rápido
    - en el acero - 5100 m/s
    - que en el agua - 1500 m/s, con T = 25 °C
    - que en el aire - 346 m/s con T = 25 °C

Ondas Sonoras
Frecuencias audibles

- Con respeto al oído humano

- Frecuencias

< 20 Hz	: Ondas infrasónicas
$\boxed{20 - 20{,}000\ \text{Hz}}$	: Ondas sonoras
$> 20{,}000$ Hz	: Ondas ultrasónicas (ejm., silbato para perros)

- Intensidades: (para 1000 Hz)

10^{-12} W m^{-2}	: Umbral de audición
1 W m^{-2}	: Umbral de dolor

¡Qué rangos!

Audición: Intensidad del sonido en decibelios (dB)

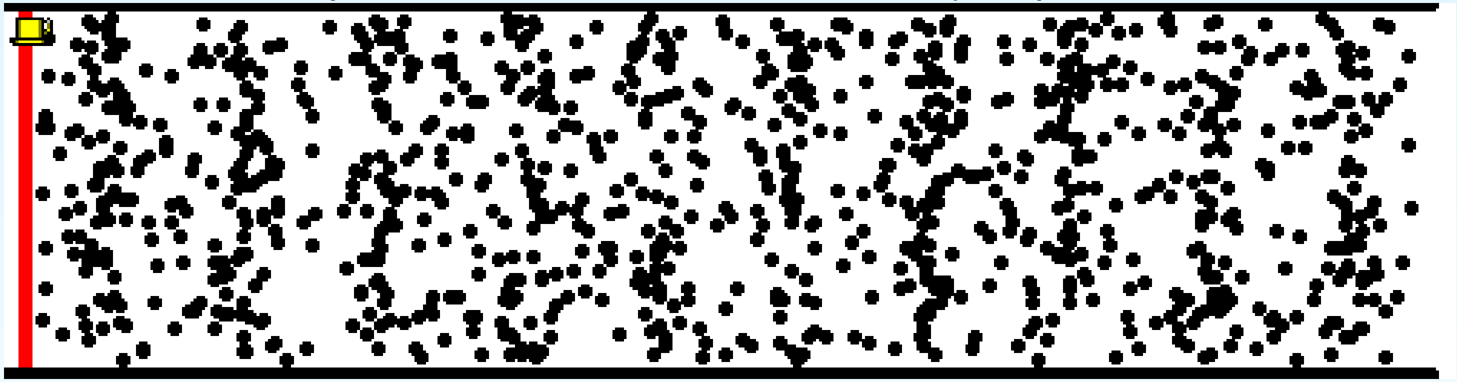
- Intensidad sonora > 10 ordenes de magnitud
  - Es lógico trabajar con escala logarítmica
  - Basada en el umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}
- Entonces, definimos el **nivel sonoro** como $\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

Recordatorio :
log(0) no existe
log(1) = 0

Importante : el decibelio no pertenece al sistema internacional de unidades

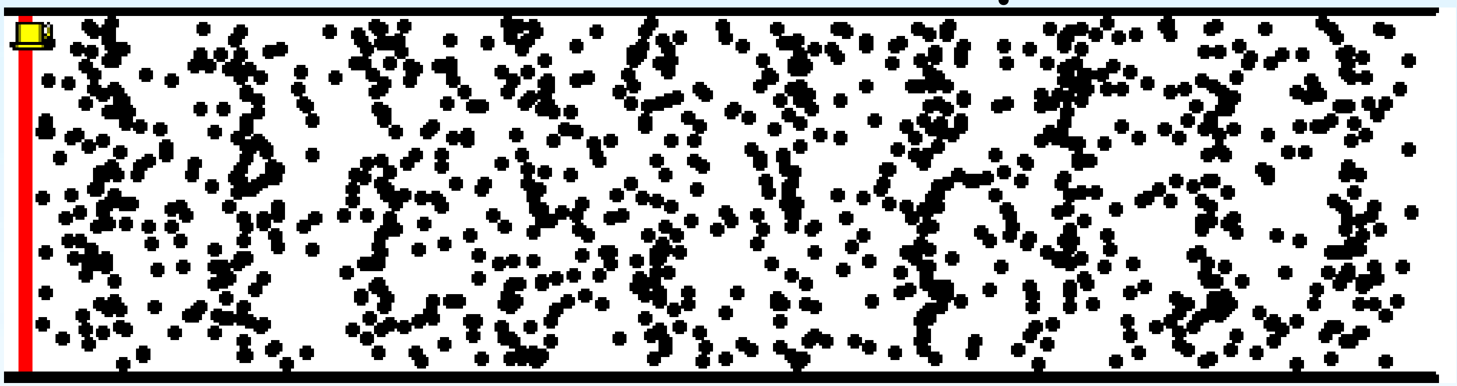
Fuente del sonido	β(dB)
Avión cercano	150
Metralleta	130
Concierto de rock	120
Tráfico (circunvalación)	80
Aspiradora	70
Conversación normal	50
Mosquito	40
Hojas en el viento	10
Umbral de audición	0

Ondas Sonoras Desplazamiento y presión



- Para una partícula elegida, podemos observar (con cuidado) un desfase entre el desplazamiento (D) y la presión (p):
  - Para los momentos de D=0, hay dos posibilidades
    - Zona de **compresión** (presión máxima)
    - Zonas de **rarefacción** (presión mínima)
  - Para los extremos de D ($D=\pm D_M$), hay dos posibilidades
    - Pasando de compresión a rarefacción (p=promedio)
    - Pasando de rarefacción a compresión (p=promedio)

Ondas Sonoras; Desplazamiento y Perturbación de presión



- El desplazamiento: $D(x,t) = D_{max} \cos(kx - \omega t)$

- Perturbación de presión: $\Delta p(x,t) = \Delta p_{max} \sin(kx - \omega t)$

$$\Delta p_{max} = \rho\, v\, \omega\, D_{max} \qquad (kg\ m^{-1}\ s^{-2})$$

Audición

Límites de detección

- Potencia de una onda sónica (no derivada aquí)
- De la diapositiva anterior: $\Delta p_{max} = \rho\, v\, \omega\, D_{max}$

$$P = \frac{1}{2}\rho A v(\omega D_{max})^2$$

Superficie

- Podemos calcular la Intensidad: $I = \frac{\Delta p_{max}{}^2}{2\rho v}$
- **Presión**

$$\Delta p_{max} = \sqrt{2\rho\, v\, I}$$

Mínima

$$\Delta p_{max} = \sqrt{2(1.20 kg/m^3)(343 m/s)(10^{-12} W/m^2)}$$

$$\Delta p_{max} = 2.87\times10^{-5}\, N\, m^{-2}$$

$$\Delta p_{max} = 2.87\times10^{-7}\, mb$$

Desplazamiento

$$D_{max} = \frac{\Delta p_{max}}{\rho\, v\, \omega}$$

(Cálculos parecidos)

2π(1000Hz)

$$D_{max} = 1.11\times10^{-11} m$$

Inferior al tamaño de un átomo

El oído humano: un instrumento super-sensible

Programa

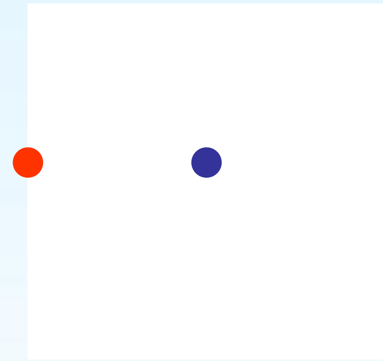
- **VI. ONDAS. (2h)**
- Introducción. Características de las ondas. Pulsos. Ondas armónicas. Ecuación de ondas. Potencia de una onda. Interferencia de ondas armónicas. Ondas sonoras. Audición. Análisis de Fourier de ondas periódicas. Fuentes de sonido. Interferencia de ondas sonoras y pulsaciones. Efecto Doppler para el sonido.

Efecto Doppler

- Consideramos un generador (estacionario) de ondas
  - Longitud de onda constante
  - Cte: frecuencia, periodo, velocidad de fase (v_f)
- Ahora, ¿qué pasa si el generador tiene velocidad (v_g)?
  - La posición de generación de la onda cambia
  - Si v_g no es muy pequeño comparado con la velocidad de fase (v_f), las ondas generadas serán así
- Una apreciación visual del Efecto Doppler
  - Las ondas llegan a la izquierda (dirección de movimiento del generador) con más frecuencia
  - Por esto, se oye un cambio de frecuencia cuando pasa una moto a alta velocidad

Efecto Doppler

- Recuerdo: la velocidad de fase (v_f) es una propiedad del medio de propagación
- Entonces, da igual quién se mueva (observador, o generador)
- ¿Si la velocidad de fase (v_f) es mucho más grande que la velocidad del generador(v_g)?
  - El efecto Doppler es despreciable
  - No observamos cambios de color, excepto en velocidades acercándose a la de la luz



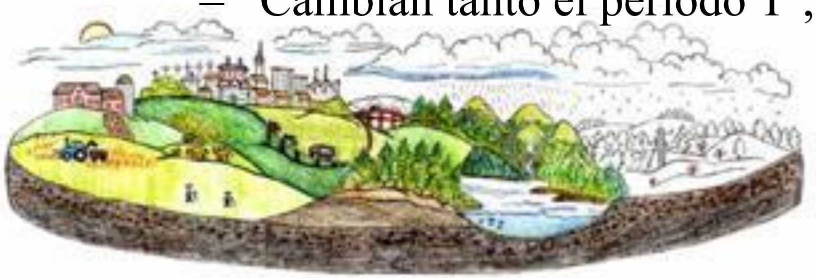
Efecto Doppler

- ¿Qué pasa si la velocidad del generador (v_g) iguala la velocidad de fase (v_f)?
- La posición de generación de la onda coincide con las mismas ondas
  - El principio de superposición: cada nueva onda se añade a las previas
  - Creación de un frente de presión
    - Una onda de choque
    - Un avión que quiere superar la velocidad del sonido tiene que superar una barrera
    - Creación de un retumbo ultrasónico ("sonic boom")
- ¿Si v_g supera la velocidad de fase (v_f)?
  - Ondas en forma de "V" (como detrás de un barco)

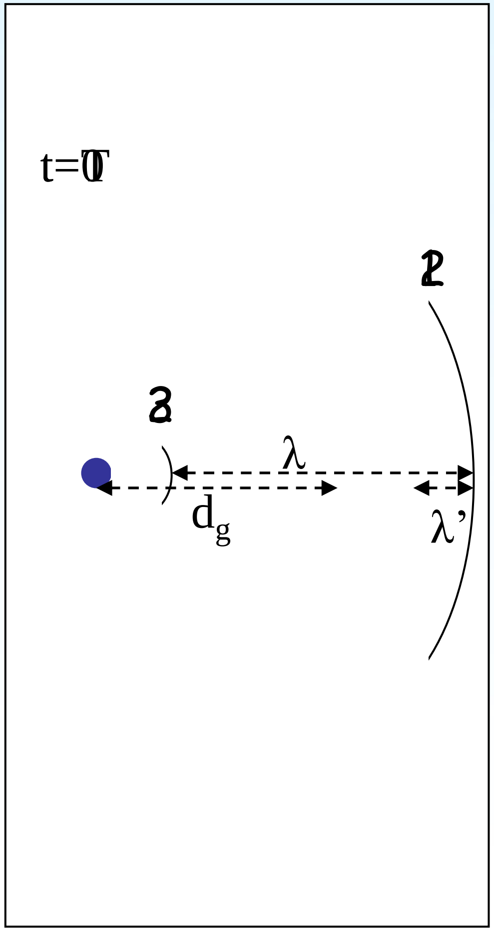
Recordar: $v_f = \frac{\lambda}{T} = cte$

Cambio de Frecuencias Matemáticamente

- Consideramos en el momento $t=0$ un generador con velocidad v_g, y unas ondas de
  - Periodo, T; velocidad de fase, v_f
  - Longitud, $\lambda = v_f T$
  - Crestas con números
- Después de un tiempo T
  - Las ondas originales se habrán movido
  - El generador avanza un distancia d_g
- Ahora, la distancia entre ondas es $\lambda' = \lambda - d_g$
- La velocidad de fase no cambia (v_f)
  - Depende del medio, y de la oscilación original
  - Cambian tanto el periodo T’, como la frecuencia f’



' = observados



Conceptos/Ecuaciones a Dominar

- Velocidad de Partícula ≠ Velocidad (de fase) $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$
  - Onda transversal, onda longitudinal
- Ecuación de ondas $D = D_M \sin\left(kx - \omega t + \phi\right)$
  - Número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
  - Frecuencia angular $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- Potencia de una onda: $P = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$
- Intensidad sonora / Nivel Sonoro / Decibelios
- Efecto Doppler

Fin